



МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ В АВТОГЕНЕРАТОРНОЙ СИСТЕМЕ С ЧАСТОТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В.П. Пономаренко

Изложены результаты исследования регулярных и хаотических колебаний и бифуркационных переходов между колебательными режимами в автогенераторе с автоматическим управлением частотой в случае положительной обратной связи в петле управления. Выявлены направления изменения параметров, способствующие хаотизации регулярных колебательных режимов и дестохастизации при хаотических колебаниях генератора.

1. Многие задачи теории колебаний, динамики систем и автоматического управления приводят к исследованию нелинейных моделей с неединственным состоянием равновесия. Такие модели описывают поведение большого числа объектов из различных областей физики и техники (кольцевых автоколебательных систем, оптических приборов, джозефсоновских контактов, нейронных сетей, взаимодействующих популяций, систем с частотным и фазовым управлением, электронных генераторов Чуа и др.). Особенностью моделей является существование и взаимодействие в фазовом пространстве аттракторов, связанных с различными состояниями равновесия. Эта особенность определяет богатую картину движений и бифуркационных переходов, привлекательную для решения многих прикладных задач. В связи с этим явления сложной динамики и процессы развития и преобразования движений при изменении управляющих параметров, свойственные моделям объектов с неединственным состоянием равновесия, являются предметом интенсивного изучения.

В широком классе объектов с неединственным состоянием равновесия важное место занимают автогенераторные системы с петлей автоматического управления частотой, которые активно применяются в современных технологиях при решении задач формирования и обработки сигналов. Такие системы построены по принципу отрицательной обратной связи и содержат все элементы, входящие в состав систем автоматического управления – объект управления, измеритель рассогласований, корректирующее звено и управляющее устройство. Функциональная схема автогенераторной системы с частотным управлением приведена на рис. 1, а [1]. Объектом управления является перестраиваемый по частоте генератор (ПГ), а регулируемой величиной является текущая частота его колебаний $\omega(t)$. В частотном дискриминаторе (ЧД), выполняющем функции измерителя рассогласований, реализуется сравнение частоты $\omega(t)$ с центральной частотой ЧД ω_0 , играющей роль эталона. При отклонении частоты $\omega(t)$ от частоты

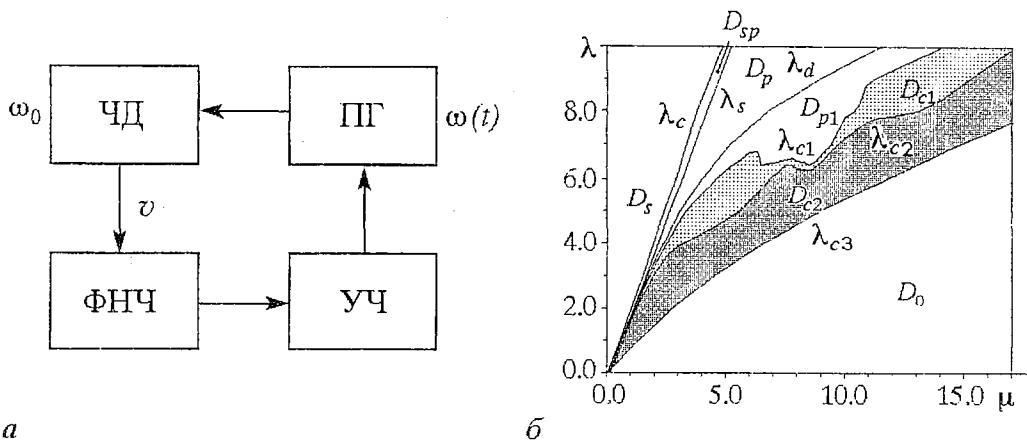


Рис. 1. Функциональная схема системы с частотным управлением (а) [1]; области режимов генератора при $\sigma=0.0$ (б)

ω_0 на выходе ЧД формируется управляющий сигнал v , зависящий от величины и знака рассогласования частот $\varepsilon(t)=\omega(t)-\omega_0$. Зависимость $v=D(\varepsilon)$, удовлетворяющую условиям $D(0)=0$, $\varepsilon D(\varepsilon) \geq 0$, принято называть дискриминационной характеристикой. Роль корректирующего звена, придающего петле управления необходимые динамические свойства, играет фильтр низких частот (ФНЧ). Управляющий сигнал v , воздействуя через ФНЧ на управитель частотой (УЧ), приводит к изменению частоты колебаний ПГ в сторону уменьшения рассогласования ε .

Петля частотной автоподстройки не только позволяет решать задачи стабилизации частоты генератора и слежения за изменяющейся частотой входного сигнала [2,3], но и создает широкие возможности для возбуждения разнообразных режимов колебаний управляемого генератора и проявления эффектов динамического хаоса [4–6], которые могут быть использованы для расширения функциональных возможностей систем с частотным управлением. В последнее время проявляется все больший интерес к таким режимам и эффектам, а также к их использованию для формирования сложных периодических и шумоподобных колебаний с управляемыми характеристиками. В связи с этим представляется важным исследование роли параметров петли управления частотой в процессах возникновения, развития и преобразования режимов генератора.

Интересные возможности в плане формирования сложных колебаний генератора с помощью петли управления частотой появляются при применении положительной обратной связи вместо отрицательной. Реализовать такую петлю управления можно, например, путем инвертирования характеристики ЧД. Как известно [2], петля автоподстройки с таким ЧД оказываеене подстраивающее, а расстраивающее действие на частоту генератора. Однако при этом в системе создаются условия для более активного взаимодействия колебательных движений, возникающих в результате развития неустойчивости режимов стационарной генерации, что делает систему богаче в отношении сложной динамики.

В предлагаемой работе проводится исследование динамических режимов генератора с частотным управлением в случае положительной обратной связи в петле управления, содержащей ФНЧ третьего порядка с коэффициентом передачи $K(p)=(1+a_1p+a_2p^2)/(1+b_1p+b_2p^2+b_3p^3)$. На примере этой системы исследуются характерные динамические режимы и бифуркационные переходы, свойственные нелинейным объектам с тремя состояниями равновесия.

2. Математическая модель исследуемой системы представляется следующими уравнениями [5]:

$$dx/d\tau = y, \quad dy/d\tau = z, \quad (1)$$

$$dz/d\tau = \{\sigma - \Phi(x) - [\lambda + b\Phi'(x)]y - [1 - \rho + \rho\Phi'(x)]z - \rho\Phi''(x)y^2\}/\mu.$$

Здесь τ – безразмерное время; x, y, z – безразмерные переменные (x – отклонение частоты управляемого генератора от опорной частоты дискриминатора); λ, b, μ и ρ – безразмерные параметры инерционности петли управления ($\lambda = (b_1 - a_1)/b_2^{1/2}$, $b = a_1/b_2^{1/2}$, $\mu = b_3/(b_2 b_2^{1/2})$, $\rho = a_2/b_2$); σ – начальная расстройка частот; $\Phi(x) = x - D(x)$. Знак «минус» перед $D(x)$ соответствует положительной обратной связи в петле управления. Характеристику частотного дискриминатора будем аппроксимировать функцией $D(x) = 2ax/(1+a^2x^2)$ [4–6], где a – параметр, определяющий растров и крутизну характеристики $D(x)$. Отметим, что система уравнений (1) симметрична относительно замены $(x, y, z, \sigma) \rightarrow (-x, -y, -z, -\sigma)$. Этот факт позволяет ограничиться рассмотрением значений параметра $\sigma \geq 0$.

Будем рассматривать систему (1) при значениях

$$0 \leq \sigma < a^{-1}\{2a/[a(a+4)]^{1/2} - a\} - 1 \{[a(a+4)]^{1/2} - a - 1\}^{1/2},$$

когда система имеет три состояния равновесия $A_1(x_1, 0, 0)$, $A_2(x_2, 0, 0)$ и $A_3(x_3, 0, 0)$, координаты которых $x_1(\sigma, a)$, $x_2(\sigma, a)$ и $x_3(\sigma, a)$ находятся из уравнения $\sigma - \Phi(x) = 0$ и удовлетворяют неравенствам $x_1 < x_2 \leq 0 < x_3$. Состояния равновесия A_1 и A_3 являются устойчивыми соответственно при $\lambda > \lambda_1$ и $\lambda > \lambda_3$, где [5]

$$\lambda_{1,3} = [\mu(1 - \rho D'(x_{1,3})) - b][1 - D'(x_{1,3})], \quad (2)$$

и неустойчивыми соответственно при $\lambda < \lambda_1$ и $\lambda < \lambda_3$; состояние равновесия A_2 всегда неустойчиво (типа седло или седло–фокус). Каждому из устойчивых состояний равновесия A_1 и A_3 соответствует режим стационарной генерации на частоте, отличающейся от опорной частоты дискриминатора на величину $x_1(\sigma, a)$ или $x_3(\sigma, a)$. Будем обозначать I_{s1} и I_{s3} моногармонические режимы генератора, отвечающие состояниям равновесия A_1 и A_3 . Потеря устойчивости этих состояний равновесия приводит к мягкому или жесткому возникновению автоколебательных движений системы (1), которым соответствуют режимы периодической частотной автомодуляции управляемого генератора. При изменении параметров петли управления эти режимы могут приобретать хаотический характер. В данной работе основное внимание сосредоточено на особенностях влияния параметров инерционности в процессах преобразования режимов генератора при его различных исходных состояниях.

3. Рассмотрим динамику системы (1) при начальной расстройке $\sigma = 0$, когда система симметрична по отношению к замене переменных $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$. В этом случае координаты состояний равновесия $x_1 = -(2a-1)^{1/2}/a$, $x_2 = 0$, $x_3 = (2a-1)^{1/2}/a$, а граница λ_s области устойчивости A_1 и A_3 ($\lambda_s = \lambda_1 = \lambda_3$) согласно (2) определяется выражением

$$\lambda_s = (2a-1)(\mu-b)/(a(1+\rho)-\rho).$$

На рис. 1, б представлены области характерных динамических режимов системы на плоскости параметров (μ, λ) , установленные в результате численного исследования системы (1) при значениях $a=20$, $b=0.1$, $\rho=0.0$. Область D_s , для которой аттракторами системы в фазовом пространстве служат состояния равновесия A_1 и A_3 , является областью моногармонических режимов I_{s1} и I_{s3} генератора. При любых начальных условиях устанавливается один из этих

режимов. Кривая λ_c – граница областей D_s и D_{sp} соответствует седло–узловой бифуркации двух асимметричных (симметричных друг другу) предельных циклов, охватывающих устойчивые состояния равновесия A_1 и A_3 . При пересечении кривой λ_c с возрастанием μ (или с уменьшением λ) в окрестности A_1 (в окрестности A_3) возникает пара предельных циклов: устойчивый L_1 (L_3) и седловой Γ_1 (Γ_3). В области параметров D_{sp} аттракторами системы (1) служат состояния равновесия A_1 и A_3 и предельные циклы L_1 и L_3 , стационарными режимами генератора являются моногармонические режимы I_{s1} и I_{s3} и режимы периодической автомодуляции частоты I_{p1} и I_{p3} , определяемые циклами L_1 и L_3 , соответственно. При переходе с увеличением μ (или с уменьшением λ) через кривую λ_s – границу областей D_{sp} и D_p состояния равновесия A_1 и A_3 становятся неустойчивыми, в области D_p реализуется один из режимов генератора I_{p1} или I_{p3} в зависимости от начальных условий. На рис. 2, а в качестве примера приведены фазовый портрет предельного цикла L_3 и временная реализация $x(\tau)$, соответствующие режиму I_{p3} .

Линия λ_d – граница областей D_p и D_{p1} отвечает бифуркации удвоения периода предельных циклов L_1 и L_3 . В области D_{p1} для генератора характерны режимы широкополосной автомодуляции частоты, определяемые многооборотными предельными циклами системы, рождающимися на базе циклов L_1 и L_3 , а также режимы, определяемые сложными предельными циклами системы (1), которые охватывают все три состояния равновесия A_1 , A_2 и A_3 . При пересечении с

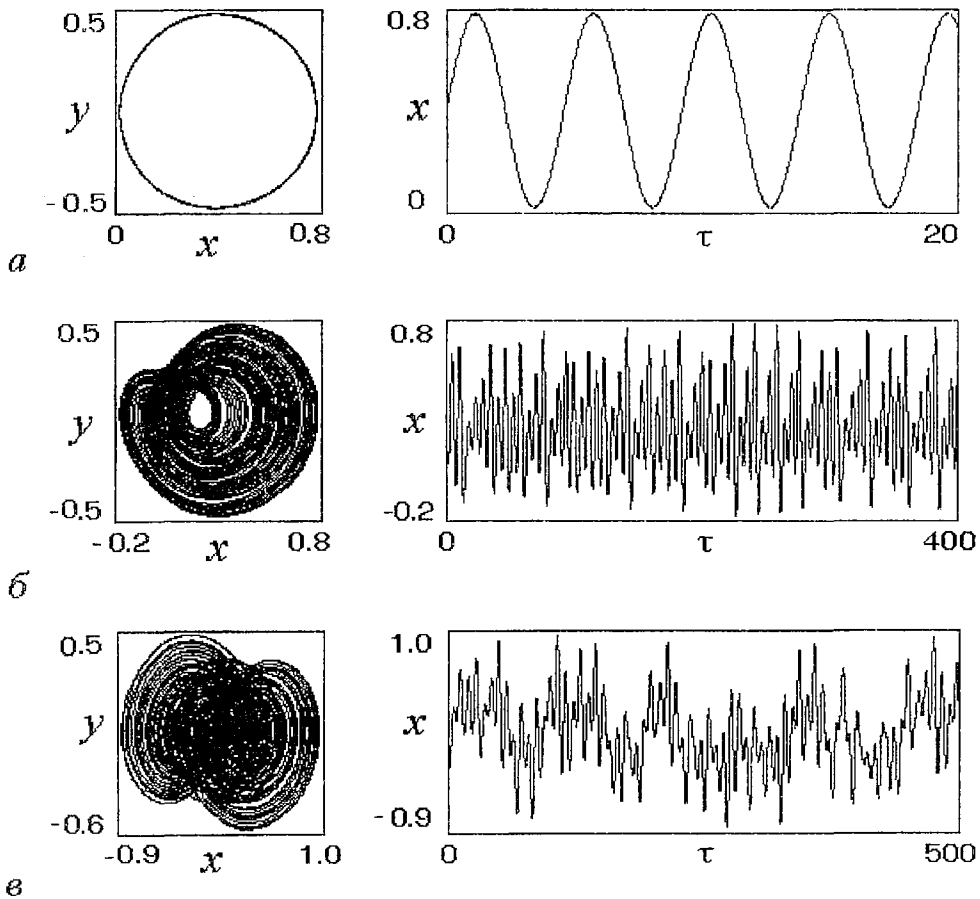


Рис. 2. Временные реализации $x(\tau)$ при $\lambda=5$ и различных значениях μ : а – 2.8; б – 4.5; в – 7.5

уменьшением λ линии λ_{c1} в фазовом пространстве системы (1) возникают асимметричные хаотические аттракторы P_1 и P_3 в результате последовательности бифуркаций удвоения периода циклов L_1 и L_3 . Аттракторы P_1 и P_3 существуют в области D_{c1} . С приближением при изменении λ и μ к границе λ_{c2} областей D_{c1} и D_{c2} увеличиваются размеры аттракторов P_1 и P_3 в фазовом пространстве, и при переходе в область D_{c2} происходит объединение этих аттракторов с формированием симметричного двухспирального хаотического аттрактора P_s . Режим генератора, соответствующий аттрактору P_s , характеризуется нарастанием колебаний возле одного из состояний равновесия A_1 или A_3 и перебросом к другому состоянию равновесия, нарастанием колебаний возле него, а затем перебросом к прежнему состоянию равновесия и т.д. Таким образом, в областях D_{c1} и D_{c2} реализуются режимы стохастических колебаний управляемого генератора, определяемые хаотическими аттракторами P_1 , P_3 и P_s . На рис. 2 показаны фазовые портреты и зависимости $x(\tau)$, соответствующие режимам хаотических аттракторов P_3 (диаг. б) и P_s (диаг. в).

При выходе из области D_{c2} через линию λ_{c3} в область D_0 происходит жесткий переход к режиму «большого» предельного цикла L_0 , динамический диапазон которого значительно превосходит раствор дискриминационной характеристики $D(x)$.

Установленное расположение на плоскости (μ, λ) областей, соответствующих различным типам движений системы (1), определяет сценарии развития режимов генератора при изменении параметров μ и λ . Изучение этих сценариев дает основание сделать заключение о сложной слоистой структуре областей D_{c1} и D_{c2} , содержащей чередующиеся области хаотических и регулярных колебаний генератора. При этом установлен эффект преобразования хаотического двухспирального аттрактора P_s в симметричный односпиральный хаотический аттрактор P_c , охватывающий все три состояния равновесия A_1 , A_2 и A_3 , с последующим разделением этого аттрактора на два асимметричных хаотических аттрактора P_c^- и P_c^+ .

В качестве примера на рис. 3 приведена однопараметрическая бифуркационная диаграмма $\{\lambda, x\}$, построенная при $\mu=1$. Эта диаграмма показывает характер эволюции предельного цикла L_1 при уменьшении λ от 1.85 до 0.55. На диаграмме имеет смысл выделить следующие три области: $\Lambda_1 = \{1.6851 < \lambda < 1.85\}$, $\Lambda_2 = \{0.716 < \lambda < 1.6851\}$ и $\Lambda_3 = \{0.5695 < \lambda < 0.716\}$. Область Λ_1 характеризуется тем, что колебательные движения, развивающиеся на базе циклов L_1 и L_3 , не взаимодействуют. При уменьшении λ в этой области циклы L_1 и L_3 преобразуются в асимметричные хаотические аттракторы P_1 и P_3 , область существования которых

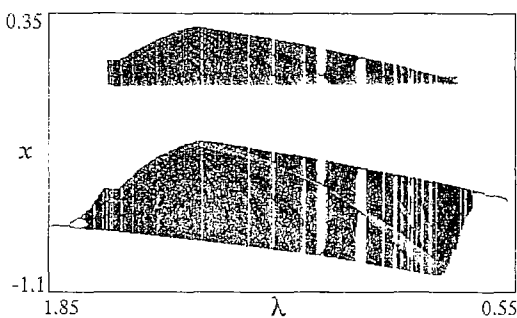


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая эволюцию предельного цикла L_1 при уменьшении λ

прерывается узкими «окнами» асимметричных многооборотных предельных циклов.

При значениях $\lambda \in \Lambda_2$ динамика системы (1) отличается взаимодействием колебательных движений, развивающихся возле состояний равновесия A_1 и A_3 . В этой области наблюдается чередование зон хаотических колебаний, соответствующих аттрактору P_s (см. рис. 2, в), и разнообразных периодических колебаний, определяемых устойчивыми симметричными и асимметричными предельными

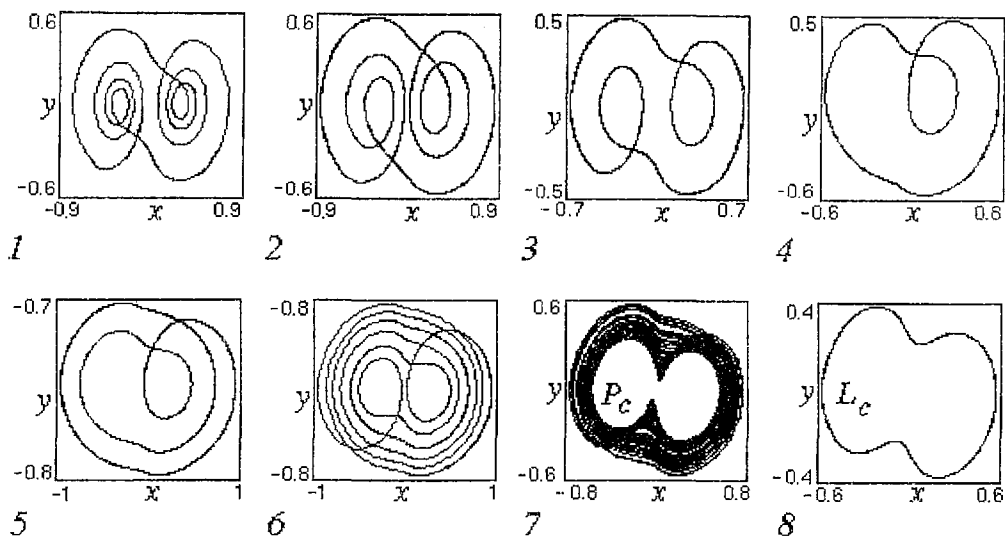


Рис. 4. Фазовые портреты аттракторов системы (1) при $\sigma=0.0$, $\mu=1$ и различных значениях λ : 1 - 1.232; 2 - 1.139; 3 - 0.97; 4 - 0.883; 5 - 0.808; 6 - 0.788; 7 - 0.6975; 8 - 0.63

циклами системы (1), охватывающими все три состояния равновесия A_1 , A_2 и A_3 как с одинаковым, так и с различным числом витков n_1 вокруг A_1 и n_2 вокруг A_3 . В качестве примера на рис. 4 даны фазовые портреты симметричных циклов с $n_1=n_2=4, 2, 6$ (диаг. 1, 3, 6) и асимметричных циклов с $n_1=n_2=3$ (диаг. 2), $n_1=1$, $n_2=2$ (диаг. 4), $n_1=2$, $n_2=3$ (диаг. 5). Наиболее широкие зоны таких режимов обнаружены в интервале значений $0.768 < \lambda < 1.236$. Характерно, что в этом интервале система (1) демонстрирует бифуркационные переходы типа потери и восстановления симметрии, удвоения периода, а также седло-узловые бифуркации предельных циклов. Режимы генератора, развивающиеся в области Λ_2 , отличаются от режимов, реализуемых при значениях $\lambda \in \Lambda_1$, большей амплитудой автомодуляции.

В области Λ_3 изменение колебательных режимов генератора с уменьшением λ связано с преобразованием хаотического двухспирального аттрактора P_s в хаотический аттрактор P_c (диаг. 7). Аттрактор P_c существует в интервале $0.673 < \lambda < 0.716$. Далее наблюдалась такая последовательность явлений: разделение аттрактора P_c на два хаотических аттрактора P_c^- и P_c^+ ; вырождение аттракторов P_c^- и P_c^+ в асимметричные однооборотные устойчивые предельные циклы L_c^- и L_c^+ , охватывающие состояния равновесия A_1 , A_2 и A_3 ; преобразование циклов L_c^- и L_c^+ в симметричный устойчивый предельный цикл L_c (диаг. 8) в результате бифуркации восстановления симметрии; жесткий переход в результате седло-узловой бифуркации при $\lambda=0.5695$ от цикла L_c к «большому» предельному циклу L_0 .

Приведенные результаты показывают, что при начальной расстройке $\sigma=0$ можно получить большое количество различных периодических и хаотических колебаний на выходе управляемого генератора, изменяя величины параметров инерционности λ и μ . Примечательно, что эффекты сложной динамики в системе (1) могут проявляться уже при сравнительно небольших величинах параметра μ , характеризующего степень влияния фильтра третьего порядка в петле управления.

4. Исследуем влияние расстройки σ на характер процессов преобразования предельных циклов L_1 и L_3 при изменении λ , для чего обратимся к бифуркационным диаграммам $\{\lambda, x\}$, которые были построены при $\mu=1$ для различных значений σ . Анализ этих диаграмм показывает, что увеличисис σ от 0

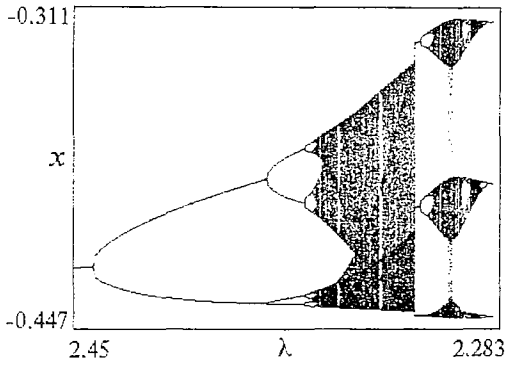


Рис. 5. Эволюция предельного цикла L_1 при уменьшении λ

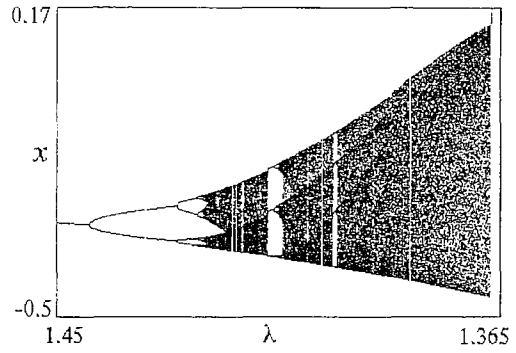


Рис. 6. Эволюция предельного цикла L_3 при уменьшении λ

(то есть увеличение степени асимметрии системы (1)) приводит к разделению области Λ_1 (см. рис. 3) на две области $\Lambda_1^{(1)}$ и $\Lambda_1^{(3)}$, соответствующие невзаимодействующим колебательным движениям, развивающимся на базе циклов L_1 и L_3 . При этом область $\Lambda_1^{(1)}$ смещается в сторону больших значений λ , а ее величина растет; область $\Lambda_1^{(3)}$ смещается в сторону меньших значений λ , а ее величина убывает. Область Λ_2 , соответствующая сложным колебательным движениям системы (1), которые охватывают все три состояния равновесия A_1 , A_2 и A_3 , с ростом σ уменьшается и смещается в сторону меньших значений λ .

Благодаря разделению областей $\Lambda_1^{(1)}$, $\Lambda_1^{(3)}$ и Λ_2 для поведения управляемого генератора с уменьшением λ при $\sigma > 0$ характерны жесткие переходы от колебательных режимов, развивающихся на базе предельных циклов L_1 и L_3 , к моногармоническому режиму I_{s3} , а затем от режима I_{s3} к сложным колебательным режимам, определяемым регулярными и хаотическими аттракторами системы (1), которые охватывают все три состояния равновесия A_1 , A_2 и A_3 . Обнаруженные особенности динамики системы (1) иллюстрируются рис.5–7, на которых представлены бифуркационные диаграммы $\{\lambda, x\}$, построенные при $\mu=1$, $\sigma=0.3$ и изменении λ от 2.45 до 0.7075. Эти диаграммы отражают развитие колебательных движений системы на базе предельных циклов L_1 при $\lambda \in \Lambda_1^{(1)}$ (см. рис. 5) и L_3 при $\lambda \in \Lambda_1^{(3)}$ (см. рис. 6) и эволюцию хаотического аттрактора P_s при $\lambda \in \Lambda_2$ (см. рис.7), где $\Lambda_1^{(1)}=(2.2858; 2.9)$, $\Lambda_1^{(3)}=(1.3667; 1.492)$, $\Lambda_2=(0.7075; 1.29)$. В интервале $1.2513 < \lambda < 2.9$ колебательные движения системы (1) сосуществуют с устойчивым состоянием равновесия A_3 .

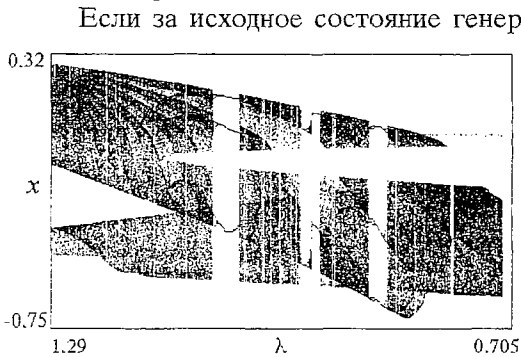


Рис. 7. Эволюция хаотического аттрактора P_s при уменьшении λ

Если за исходное состояние генератора взять режим предельного цикла L_1 (предельного цикла L_3), тогда в интервале $\Lambda_1^{(1)}$ (в интервале $\Lambda_1^{(3)}$) вначале этот режим преобразуется в режим хаотического аттрактора P_1 (хаотического аттрактора P_3), затем наблюдается чередование хаотических и периодических автомодуляционных режимов в соответствии с $\{\lambda, x\}$ -диаграммой на рис. 5 (на рис. 6), которое завершается жестким переходом от режима трехоборотного предельного цикла (от режима хаотического

аттрактора P_3) к режиму моногенерации I_{s3} . Режим I_{s3} поддерживается в системе до значения $\lambda=1.2513$, при $\lambda<1.2513$ он теряет устойчивость и генератор жестким образом переходит к режиму хаотического аттрактора P_s с нерегулярными перебросами между состояниями равновесия A_1 и A_3 . Следующий этап развития режимов генератора при уменьшении λ в интервале Λ_2 представляет собой чередование режимов хаотических и регулярных аттракторов, для которых характерны переходы между неустойчивыми состояниями равновесия A_1 и A_3 (см. рис.7). При $\lambda=0.7075$ генератор скачком переходит на режим колебаний, соответствующий «большому» предельному циклу L_0 .

Анализ $\{\lambda, x\}$ -диаграмм, построенных при $\mu=1$ для ряда значений σ , показывает, что области значений λ , соответствующие хаотическому аттрактору P_s и предельным циклам системы (1), имеющим витки как вокруг A_1 , так и вокруг A_3 , при увеличении σ уменьшаются, а затем при $\sigma>0.5$ исчезают. К такому же результату приводит увеличение параметра μ , о чем свидетельствует серия бифуркационных диаграмм $\{\lambda, x\}$, построенных для ряда значений μ . Характер этих диаграмм позволяет также установить, что при увеличении μ для сценария преобразования режимов генератора с уменьшением λ становится характерным жесткий переход от режимов, возникающих на базе предельного цикла L_1 , к режимам, развивающимся на базе предельного цикла L_3 .

Обнаруженные закономерности поведения системы иллюстрируются бифуркационными диаграммами $\{\lambda, x\}$ (рис.8). Они отражают эволюцию циклов L_1 и L_3 при уменьшении λ . Видно, что хаотические колебания генератора, формирующиеся на базе цикла L_1 , жестко переходят в случае $\mu=3$ в детерминированные колебания на двухоборотном предельном цикле L_3^2 (см. рис. 8, а), а в случае $\mu=9.8$ в хаотические колебания на аттракторе P_3 (см. рис. 8, б). Колебания генератора, определяемые хаотическим двухспиральным аттрактором P_s , наблюдаются при $\mu=3$ в интервале $2.19<\lambda<3.212$, а при $\mu=9.8$ такие колебания не реализуются.

5. Приведенные результаты дают представление о процессах хаотизации колебаний генератора, реализуемых при уменьшении λ или при увеличении μ . Представляет интерес исследование влияния на динамику генератора двух других параметров инерционности петли управления ρ и b . Влияние этих параметров проявляется по-разному при различных значениях λ и μ .

Как показало численное исследование системы (1), при небольших

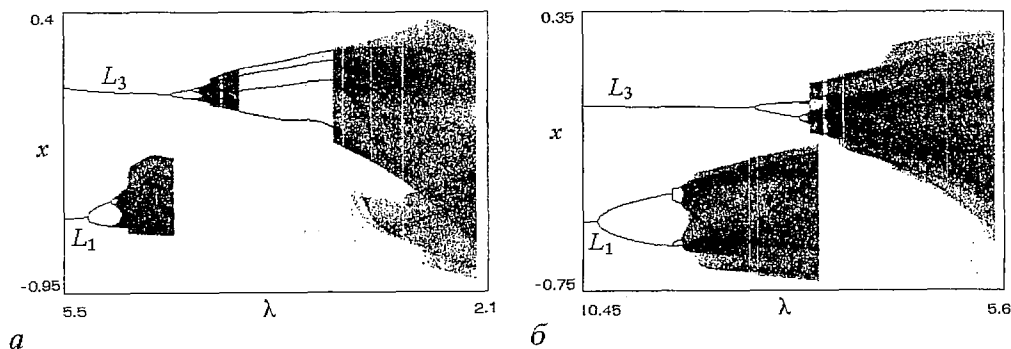


Рис. 8. Бифуркационная диаграмма, характеризующая эволюцию предельных циклов L_1 и L_3 с уменьшением λ при $\sigma=0.1$, $\rho=0.0$ и различных значениях μ : а - 3.0; б - 9.8

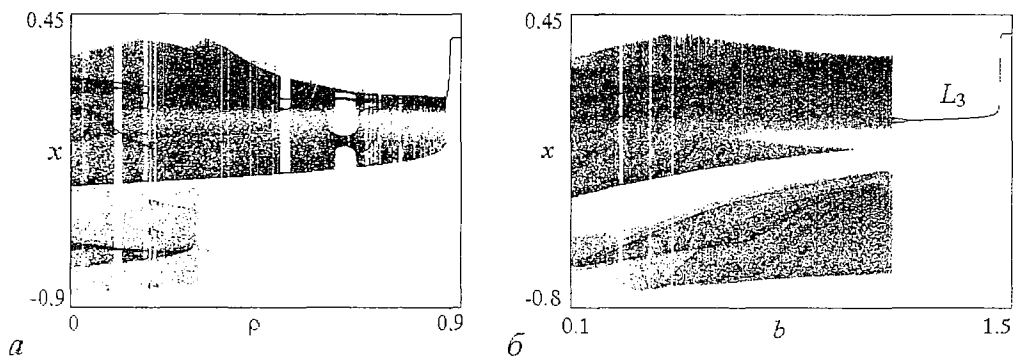


Рис. 9. Эволюция хаотического аттрактора P_s : a – при увеличении ρ и значениях параметров $b=0.1$, $a=20$, $\sigma=0.05$, $\lambda=\mu=3$; b – при увеличении b и значениях параметров $\rho=0.0$, $a=20$, $\sigma=0.1$, $\lambda=\mu=3$

величинах λ и μ результатом увеличения параметров ρ и b является дестохастизация колебаний генератора и переход его в режим моногенерации. В качестве примеров такого поведения генератора приведены бифуркационные диаграммы: $\{\rho, x\}$ и $\{b, x\}$ (рис. 9). Стартовым состоянием генератора является режим хаотического двухспирального аттрактора P_s . Диаграммы характеризуют преобразование этого режима в моногармонический режим I_{33} при увеличении параметров ρ и b .

Из диаграммы $\{\rho, x\}$ (см. рис. 9, a) видно, что аттрактор P_s существует в интервале $0 \leq \rho < 0.297$. Отметим, что при значениях ρ из этого интервала генератор может выходить также и на режимы периодических автомодуляционных колебаний, которые определяются многооборотными предельными циклами системы (1). При переходе через значение $\rho=0.297$ аттрактор P_s преобразуется в односпиральный хаотический аттрактор P_3 . Обращает внимание широкий интервал значений ρ , в котором поддерживаются хаотические колебания генератора. С превышением параметром ρ значения $\rho=0.8865$ режим хаотических колебаний жестко трансформируется в моногармонический режим I_{33} .

Из диаграммы $\{b, x\}$ (см. рис. 9, b) следует, что с увеличением параметра b хаотические колебания генератора, соответствующие аттрактору P_s , сохраняются до значения $b=1.106$, при превышении которого эти колебания преобразуются в хаотические колебания, описываемые аттрактором P_3 . Затем наблюдается дестохастизация колебаний через обратные бифуркации удвоения периода и устанавливается режим колебаний на предельном цикле L_3 , который при $b > 1.456$ жестко переходит в моногармонический режим I_{33} . Анализ $\{\rho, x\}$ -диаграмм, построенных для серии значений параметра b , и $\{b, x\}$ -диаграмм, построенных для ряда значений ρ , показывает, что с увеличением b (с увеличением ρ) переход генератора к моногармоническому режиму происходит при меньших значениях ρ (при меньших значениях b).

По мере увеличения параметров μ и λ для динамики системы (1) при возрастании ρ характерны явления потери устойчивости предельных циклов L_1 и L_3 с рождением в фазовом пространстве притягивающих торов T_1 и T_3 , которым соответствуют режимы двухчастотных автомодуляционных колебаний генератора. На рис. 10, a приведена бифуркационная диаграмма $\{\rho, x\}$, характеризующая происходящие одновременно процессы, связанные с эволюцией предельных циклов L_1 и L_3 при увеличении ρ от 0.18 до 0.99. Двухчастотные автомодуляционные

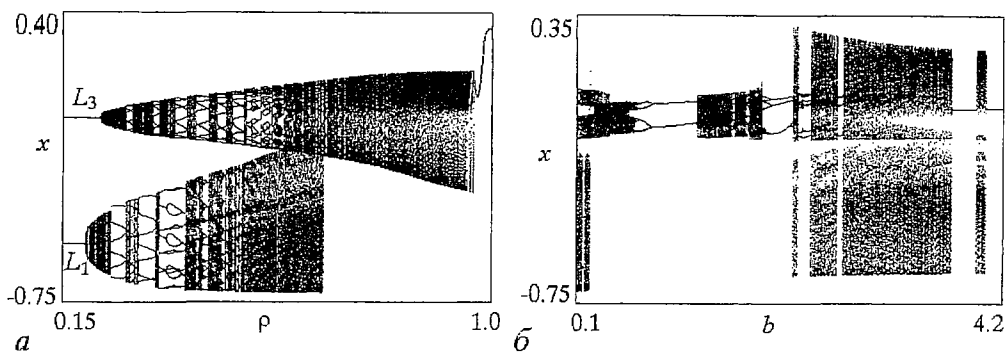


Рис. 10. Динамика режимов генератора: *a* – при увеличении ρ и значениях параметров $a=20$, $b=0.1$, $\sigma=0.05$, $\lambda=\mu=15$; *б* – при увеличении b и значениях параметров $\rho=0.0$, $a=20$, $\sigma=0.1$, $\lambda=7.78$, $\mu=9.8$

колебания реализуются в интервале $0.1915 < \rho < 0.3665$ на базе цикла L_1 и в интервале $0.2205 < \rho < 0.3725$ на базе цикла L_3 , о чем свидетельствует вид соответствующих сечений Пуанкаре. В интервалах $0.3565 < \rho < 0.6667$ и $0.3725 < \rho < 0.974$ с увеличением ρ происходит чередование режимов периодической и хаотической частотной автомодуляции. Развитие колебаний на базе цикла L_1 завершается жестким переходом генератора при $\rho=0.6667$ к режиму хаотических колебаний, который сформировался в результате эволюции цикла L_3 . При $\rho > 0.974$ хаотические колебания прекращаются и генератор скачком переходит к режиму «большого» предельного цикла L_0 .

Изменения сценария развития колебаний в зависимости от параметра b , происходящие по мере увеличения параметров μ и λ , обусловлены возможностью возникновения режима хаотического двухспирального аттрактора P_s . Это явление иллюстрирует бифуркационная диаграмма $\{b, x\}$ (см. рис. 10, б). Диаграмма отражает развитие режимов колебаний генератора, соответствующих хаотическим аттракторам P_1 и P_3 при увеличении параметра b от 0.1 до 4.2, и интересна тем, что обнаруживает возможность перехода генератора от режимов, соответствующих аттракторам P_1 и P_3 , к режиму предельного цикла L_3 через режим аттрактора P_s . Из диаграммы видно, что в интервале $0.1 < b < 0.235$ в фазовом пространстве системы (1) существуют оба аттрактора P_1 и P_3 . При $b > 0.235$ аттрактор P_1 разрушается и траектории системы (1) идут в ту область фазового пространства, где существует аттрактор P_3 . При дальнейшем увеличении b наблюдается чередование хаотических и регулярных колебаний возле неустойчивого состояния равновесия A_3 . При $b > 2.185$ генератор жестко переходит к режиму хаотического аттрактора P_s , который существует в интервале $2.185 < b < 4.028$, прерываемом зонами регулярных колебаний. Когда значение b превышает 4.028, хаотические колебания на аттракторе P_s жестко трансформируются в регулярные, соответствующие предельному циклу L_3 , которые поддерживаются в генераторе до значения $b=5.824$. При $b > 5.824$ генератор скачком переходит к моногармоническому режиму I_{33} .

6. Изученные колебательные движения системы (1) являются примером возникновения и развития динамических режимов в нелинейных динамических системах с бистабильным поведением. Проведенное исследование показывает, что в рамках динамической модели с полутора степенями свободы автогенераторная система с автоматическим управлением частотой при положительной обратной связи в петле управления демонстрирует колебательные режимы, характерные для

случая отрицательной обратной связи, и ряд новых режимов, бифуркационных переходов и сценариев преобразования автомодуляционных режимов управляемого генератора, возбуждаемых в результате потери устойчивости моногармонических режимов.

Полученные результаты обнаруживают, что увеличение параметра инерционности μ , характеризующего степень влияния фильтра третьего порядка в петле управления, приводит к появлению режимов периодической автомодуляции частоты генератора, а затем к хаотизации этих режимов. При этом возможна дестохастизация колебаний при хаотических колебаниях генератора. Увеличение других параметров инерционности λ , ρ и b , расширяя область устойчивости режимов стационарной генерации, в итоге способствует процессу дестохастизации, приводя к прекращению хаотического характера автомодуляции, а затем и самой автомодуляции. Процессы преобразования колебательных режимов характеризуются бифуркациями удвоения периода и рождения инвариантного тора, жесткими переходами между многооборотными предельными циклами через хаотические движения, а также переходами от колебаний возле одного состояния равновесия к колебаниям относительно другого состояния равновесия. Изменением начальной расстройки и параметров инерционности можно гибко управлять свойствами и областями существования режимов генератора. Установленные свойства движений расширяют представления о сложной динамике автогенераторных систем с частотным управлением и могут быть полезными при решении прикладных задач, связанных с формированием шумоподобных колебаний.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 94-01-00957, 96-02-16559).

Библиографический список

1. Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М. Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука, 1984.
2. Левин В.А. Стабилизация дискретного множества частот. М.: Энергия, 1970.
3. Тузов Г.И. Выделение и обработка информации в доплеровских системах. М.: Сов. радио, 1967.
4. Пономаренко В.П. Об устойчивости системы частотной автоподстройки с фильтром второго порядка // Радиотехника и электроника. 1982. Т.27, № 1. С.113.
5. Заулин И.А., Пономаренко В.П. Динамические режимы и бифуркационные явления в нелинейных статических системах синхронизации // Радиотехника и электроника. 1993. Т.38, № 5. С.889.
6. Пономаренко В.П., Заулин И.А. Сложная динамика систем с неединственным состоянием равновесия // Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т.2, № 1. С.30.

*НИИ прикладной математики и
кибернетики ННГУ*

*Поступила в редакцию 20.06.97
после переработки 8.09.97*

NUMERICAL MODELLING OF THE EVOLUTION OF DYNAMICAL REGIMES IN AUTOOSCILLATORY SYSTEM WITH FREQUENCY CONTROL

V.P. Ponomarenko

The results of investigation of the regular and chaotic oscillations and their bifurcations in frequency controlled autogenerator in the case of positive feedback in

control loop are presented. Numerical simulation of the equations which describe the dynamics of the system reveals the ways of parameter changes promoting stochastization of regular oscillations and destochastization of chaotic ones.



Пономаренко Валерий Павлович родился в 1941 году в Мурманске, окончил Горьковский государственный университет (1963). С 1968 года работает в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики при Нижегородском университете (НИИ ПМК при ННГУ). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1972) и доктора физико-математических наук (1993) в области теории синхронизации, теории колебаний и динамики систем. С 1991 года – заместитель директора НИИ ПМК при ННГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, применение нелинейной динамики в радиоавтоматике, синхронизация автоколебательных систем, математическое моделирование. Соавтор коллективных монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации». Опубликовал много научных статей по направлениям, указанным выше.