

ДИНАМИЧЕСКОЕ КОПИРОВАНИЕ В МНОГОСЛОЙНЫХ БИСТАБИЛЬНЫХ РЕШЕТКАХ

В.И. Некоркин, В.Б. Казанцев, М.Г. Веларде

В работе изучается динамика взаимодействующих квадратных решеток, состоящих из автоколебательных элементов с жестким режимом возбуждения. На фазовой плоскости каждого элемента существует устойчивое состояние равновесия и предельный цикл. Элементы объединяются в решетку с помощью «диффузионной» связи. Обнаружено, что при объединении таких решеток в многослойную систему последняя способна осуществлять функцию динамического копирования (воспроизведения) форм заданного регулярного образа (стимула). Это означает, что образ, в виде стационарной амплитудной структуры, существующий в одном из слоев, достаточно точно копируется в остальных слоях, амплитуды которых изначально были распределены беспорядочно. Дается объяснение этого феномена с точки зрения нелинейной динамики. Исследуется устойчивость процесса копирования по отношению к малым внешним шумам в системе.

Введение

Одной из фундаментальных черт самоорганизации биологических систем и природы вообще, от микроуровня до уровня целостных организмов и их сообществ, является способность копирования (воспроизведения) [1–5] законченных структур, образов, функций и образцов поведения в процессе эволюции. Такая универсальность и многоуровневость дает возможность предположить, что явление воспроизведения обуславливается лишь наиболее универсальными и относительно простыми свойствами порождающих его систем. Это позволяет надеяться построить относительно простые модели этого явления в виде динамических систем, способных осуществлять копирование каких-либо черт образца в процессе собственной эволюции.

Впервые такая динамическая модель была предложена в работах [6,7]. Была рассмотрена система, состоящая из двух взаимодействующих слоев, каждый из которых представляет собой двумерную решетку идентичных бистабильных элементов (отдельный элемент имеет два устойчивых состояния равновесия), соединенных между собой с помощью «диффузионной» связи. Установлено, что при выполнении некоторых условий на параметры системы и при достаточно «сильной» связи h между слоями, регулярная диссипативная структура (стимул), существующая в одном из слоев при $h=0$, при $h \neq 0$ достаточно точно воспроизводилась (копировалась) во втором слое, который до взаимодействия находился в хаотическом состоянии. Дальнейшее развитие идеи динамического копирования получили в работе [8]. В этой работе рассматривался процесс

копирования и передачи информации нейронными решетками, которые моделировались системой из двух взаимодействующих слоев – двумерных решеток автоколебательных элементов с жестким режимом возбуждения (на фазовой плоскости каждого элемента существуют устойчивые состояние равновесия и предельный цикл). Связь между элементами внутри каждого слоя предполагалась «диффузионной».

В настоящей работе мы сосредоточим основное внимание на изучении явления динамического копирования образов (структур) в многослойной решетке, рассматривая его как одну из форм самоорганизации систем, далеких от равновесия.

1. Многослойная решеточная динамическая система

Как и в [8,10,11], здесь в качестве модели локального элемента решетки рассматривается автоколебательный элемент с жестким режимом возбуждения (далее будем называть такой элемент бистабильным осциллятором), устойчивыми стационарными состояниями которого являются состояния покоя и осцилляторной активности – периодических колебаний конечной амплитуды. Соединяя элементы в слой с помощью «диффузионной связи», а каждый элемент одного слоя с соответствующими элементами двух других соседних слоев, получим многослойную решетку (рис. 1). Коллективная динамика такой системы описывается следующей системой дифференциальных уравнений [10,11]:

$$\dot{A}_{j,k}^{(l)} = -A_{j,k}^{(l)} F(|A_{j,k}^{(l)}|^2) + d(\Delta A)_{j,k}^{(l)} + h(A_{j,k}^{(l+1)} + A_{j,k}^{(l-1)} - 2A_{j,k}^{(l)}), \quad (1)$$

$$j, k = 1, 2, \dots, N, \quad l = 1, 2, \dots, M,$$

где $A_{j,k,l}$ – комплексная амплитуда колебаний j,k -го элемента в l -ом слое решетки, $F(|A|^2) = 2a|A|^4 - a|A|^2 + 1$, $a > 8$ – нелинейная функция, обеспечивающая существование у отдельного элемента ($d=0, h=0$) устойчивого состояния равновесия (состояние покоя) и устойчивого предельного цикла (возбужденное состояние), $\Delta A_{j,k}^{(l)} = A_{j+1,k}^{(l)} + A_{j-1,k}^{(l)} + A_{j,k+1}^{(l)} + A_{j,k-1}^{(l)} - 4A_{j,k}^{(l)}$, d и h – соответственно коэффициенты связи между элементами внутри слоя и между слоями. Для определенности будем полагать также, что как по «направлениям» j, k , так и по «направлению» l система удовлетворяет граничным условиям Неймана.

Для проблемы динамического копирования основной и информативной характеристикой системы, как показано в [8], является амплитуда колебаний осцилляторов $r_{j,k}^{(l)}$ ($A_{j,k}^{(l)} = r_{j,k}^{(l)} \exp(i\varphi_{j,k}^{(l)})$). Поэтому будем рассматривать многослойную решеточную динамическую систему, все элементы которой синхронизованы по фазе $\varphi_{j,k}^{(l)} = \varphi = \text{const}$. Устойчивость таких режимов фазовой синхронизации в решетках диффузионно-связанных бистабильных осцилляторов была показана в работах [8,10]. При этом динамика амплитуд синфазных колебаний задается системой вида:

$$\dot{r}_{j,k}^{(l)} = f(r_{j,k}^{(l)}) + d(\Delta r)_{j,k}^{(l)} + h(r_{j,k}^{(l+1)} + r_{j,k}^{(l-1)} - 2r_{j,k}^{(l)}), \quad (2)$$

где $f(r) = -2ar^5 + ar^3 - r$.

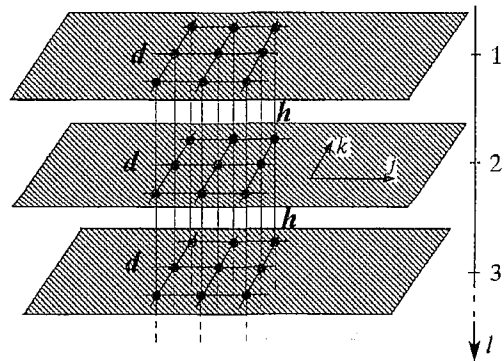


Рис. 1. Схема организации многослойной решетки

1.1. Пространственные структуры в не взаимодействующих слоях.

Каждый слой в системе (1) при $h=0$ представляет собой двумерную решетку – дискретный аналог известного уравнения «реакция–диффузия». В [11] показано, что в пространстве параметров такой решетки существует область D_{ch} , для точек которой в этой решетке (каждом слое системы (1)) при $h=0$ может реализоваться (в зависимости от начальных условий) 2^{N^2} устойчивых синфазных движений. Каждое такое движение можно трактовать как некоторое коллективное колебание, порожденное совместным колебанием всех элементов слоя. При этом, как показано в [11], амплитуды колебаний элементов ограничены и локализованы в пределах так называемых поглощающих областей. Грубо говоря, элементы решетки колеблются в некоторой окрестности либо состояния покоя, либо возбужденного состояния, существующих в каждом элементе слоя при отсутствии связей между элементами, то есть при $d=0$. Область параметров D_{ch} задается следующим образом

$$D_{ch} = \{ d < d^* = \min [-f_{\min}/(4(r_0-r_{\min})), f_{\max}/(4(r_0+r_{\max}))], a > 8 \}, \quad (3)$$

где r_{\min} , r_{\max} – координаты минимума и максимума функции $f(r)$, r_0 – наибольший положительный корень уравнения $f(r)=0$ (другими словами, r_0 – амплитуда устойчивых колебаний элементов при $d=0$), $f_{\min}=f(r_{\min})$, $f_{\max}=f(r_{\max})$.

В пространстве $\{Z^2, R\}$ каждое из 2^{N^2} устойчивых синфазных движений задает некоторое распределение амплитуд, которое можно интерпретировать как некоторую стационарную структуру в этом пространстве. В [11] показано, что множество этих стационарных структур может быть описано с помощью произвольных $N \times N$ матриц, состоящих из двух символов (например, «0» и «1»). Это означает, что при $h=0$ каждый из слоев системы (1) демонстрирует высокую мультистабильность и определяет в пространстве $\{Z^2, R\}$ чрезвычайно широкий «спектр» стационарных структур – от регулярных до пространственно–беспорядочных (пространственно–хаотических), отвечающих матрицам с неупорядоченным набором символов «0» и «1». В последнем случае принято говорить о существовании в системе пространственного беспорядка [12].

1.2. Взаимная синхронизация пространственных структур во взаимодействующих слоях. Рассмотрим динамику системы (1) при $h \neq 0$, то есть при «включении» взаимодействия между слоями. Полностью аналогично случаю двух взаимодействующих слоев [6–8], можно показать, что при достаточно «сильной» связи между слоями, то есть при $h > h^*$, $h^* = (7a - 20)/20$ все синфазные движения взаимно синхронизируются от слоя к слою, то есть $r_{j,k}^{(l)} = r_{j,k}^{(l+1)}$, $\forall l=1, 2, \dots, M-1$. Следовательно, при таких значениях межслойных связей пространственные структуры в $\{Z^2, R\}$, соответствующие амплитудным распределениям $r_{j,k}^{(l)}$, будут одинаковыми от слоя к слою и можно говорить о синхронизации таких пространственных структур.

В связи с этим возникает вопрос о том, как установившаяся синхронная пространственная структура связана с исходными начальными структурами, существующими в слоях до их взаимодействия. Оказывается, и это будет показано ниже, что при определенных условиях профиль синхронизованной структуры может достаточно точно повторить форму некоторого изначально наложенного на первый слой образа – стимула.

2. Динамическое копирование

Для большей наглядности изображения процесса динамического копирования в качестве стимула (начальных условий для переменных $r_{j,k}^{(1)}$ в первом слое) будем использовать пространственные структуры, соответствующие черно–белым фотографиям, изображающим лица людей (фотографии взяты из

монографии [4]). Поясним процесс формирования такого стимула. Пусть слои в модели (1) не взаимодействуют ($h=0$). Рассмотрим первый из них. Выберем начальное распределение фаз $\varphi_{j,k}^{(1)}(0)$ таким, чтобы в системе установился синфазный режим (например, фазы распределены случайным образом вблизи синфазного состояния $\varphi_{j,k}^{(1)}(0)=0$), а начальные условия для амплитуд $r_{j,k}^{(1)}(0)$ пусть будут произвольными (их влияние мы обсудим позднее). Как показано в [11], в этом случае для любого начального распределения амплитуд в результате эволюции в слое реализуется некоторое синфазное движение. Поскольку в $\{Z^2, R\}$ амплитуды установившихся колебаний $r_{j,k}^{(1)}$ содержатся в достаточно «тонких» поглощающих областях [11], которые локализованы в окрестности значений $r=0$ и $r=r_0$, то распределение $r_{j,k}^{(1)}$ в $\{Z^2, R\}$ носит, фактически, бистабильный характер. Поэтому любому двухуровневому изображению (например, черно-белой фотографии) можно поставить в соответствие пространственную структуру, порожденную амплитудами $r_{j,k}^{(1)}$ синфазных колебаний. Для этого достаточно лишь подходящим образом выбрать начальные условия $r_{j,k}^{(1)}$.

2.1. Копирование образа в системе из двух слоев. Рассмотрим сначала систему, состоящую лишь из двух взаимодействующих слоев ($M=2$ в системе (1)). Здесь и ниже будем рассматривать стационарные пространственные структуры, порожденные амплитудными распределениями. Пусть при отсутствии взаимодействия первый слой содержит заданную пространственную структуру – стимул, отвечающую некоторому двухуровневому изображению, например, фотографии лица человека (рис. 2, а). Второй же слой системы образует стационарную структуру, имеющую хаотический – беспорядочный профиль (рис. 2, б). Это неупорядоченное состояние второго слоя можно трактовать как своего рода «неорганизованный материал» или «чистый лист», не содержащий в себе пространственно-организованных, упорядоченных структур. Белый цвет на рис. 2 отвечает осцилляторам, совершающим колебания, близкие к состоянию покоя, а элементы, осциллирующие около возбужденного состояния, показаны черным цветом. При включении достаточно сильного межслойного взаимодействия, $h>h^*$, после относительно короткого переходного процесса, происходит полная взаимная синхронизация пространственных структур между слоями (рис. 2, в, г). Легко видеть, что профиль синхронизированной структуры является достаточно точной копией оригинала – фотографии лица человека, содержащейся изначально в первом слое. Таким образом, элементы второго слоя, находившиеся в неупорядоченном состоянии, организуются в регулярную пространственную структуры по «шаблону», предлагаемому стимулом. Отметим, что этот «шаблон» не навязывается однозначно второй решетке, поскольку воздействие является взаимным. Это обуславливает наличие у копий некоторых искажений (см. рис. 2), а также возможно каких-либо новых черт по отношению к оригиналу. Следовательно, наша копирующая система не работает как компьютер или печатающий пресс, а всегда допускает возможность изменений, сохраняя, однако, все основные черты исходного стимула. Рассмотрим теперь, как процесс воспроизведения может быть описан с точки зрения динамической системы (2).

Динамическая основа копирования. Рассмотрим амплитудные уравнения – систему (2). Отметим сначала два общих условия, накладываемые на параметры этой системы. Во-первых, коэффициент диффузии внутри каждого слоя d должен быть достаточно мал ($d<d^*$, см. формулу (3)). Это обеспечивает возможность формирования в каждом слое неоднородных стационарных пространственных структур как данного регулярного, так и беспорядочного профиля. Во-вторых, для синхронизации пространственных структур между слоями необходимо достаточно сильное межслойное взаимодействие ($h>h^*$).

1. Первое условие позволяет рассматривать систему (2) как регулярно возмущенную систему. Полагая $d=0$ в нулевом порядке теории возмущений

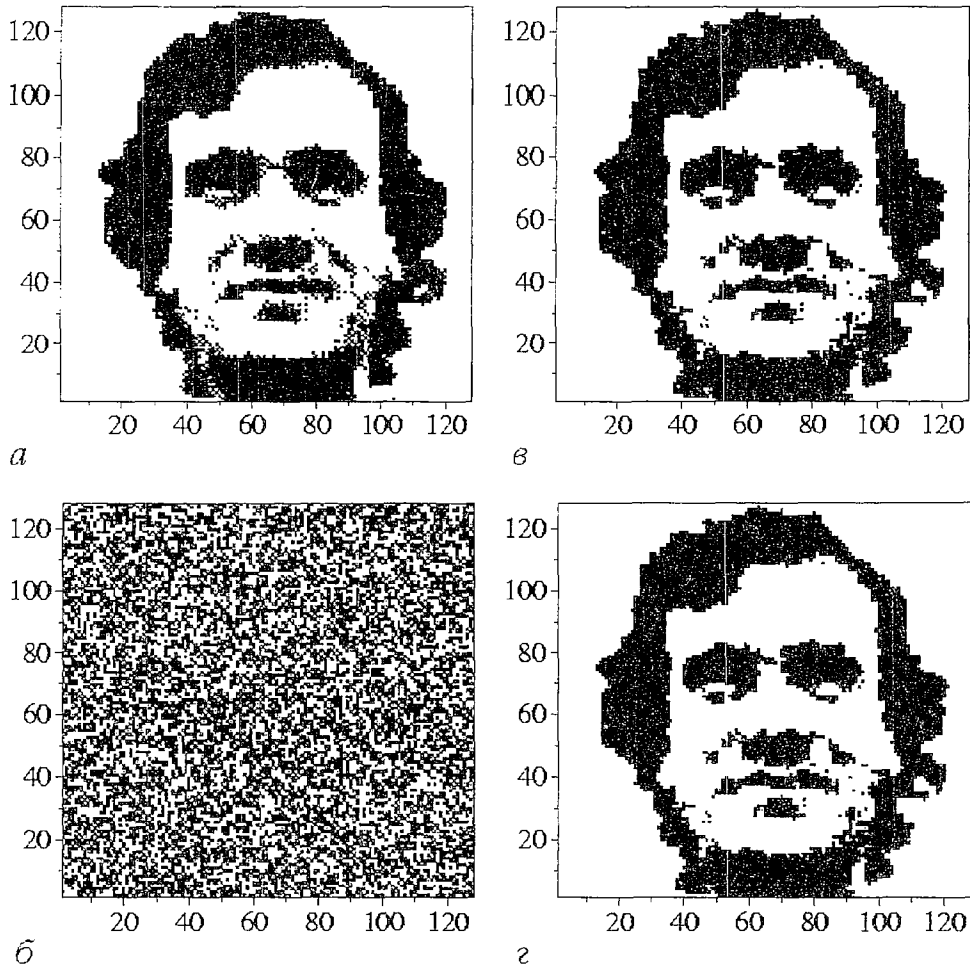


Рис. 2. Копирование образа в двух взаимодействующих решеточных слоях при параметрах: $a=10.75$, $d=0.05$, $h=0.8$. Начальные условия: *а* – пространственная структура регулярной формы – стимул, *б* – хаотическая пространственная структура. Установившиеся стационарные распределения: *в, г* – две тождественные копии исходного стимула

получаем, что взаимодействие между слоями разбивается на взаимодействие пар элементов $(r_{j,k}^{(1)}, r_{j,k}^{(2)})$, взятых независимо из каждой решетки. Динамика каждой пары определяется двумерной системой

$$\begin{cases} \dot{u} = f(u) + h(v-u), \\ \dot{v} = f(v) + h(u-v), \end{cases} \quad (4)$$

где u и v – амплитуды осцилляторов первого и второго слоев. Исследуем динамику этой системы при $h > h^*$. В этом случае на фазовой плоскости имеются лишь три состояния равновесия – два устойчивых узла: O^{00} $(0,0)$ и O^{++} (r_0, r_0) и седло $O^s(u_s, v_s)$ (рис. 3). Два устойчивых узла отвечают соответственно состоянию покоя и возбужденному состоянию обоих осцилляторов из отдельно взятой пары. Выходящие сепаратрисы седла лежат на прямой $u=v$, образующей многообразия синхронных движений для системы (4), а входящие сепаратрисы w_1 и w_2 – разделяют области притяжения устойчивых узлов O^{00} и O^{++} . Следовательно, какое из этих устойчивых состояний реализуется в процессе эволюции системы (4),

определяется положением начальной точки на фазовой плоскости по отношению к сепаратрисам w_1 и w_2 .

2. Учет теперь влияние малого параметра d . Начальными условиями для изучаемого процесса копирования являются две различные равновесные пространственные структуры, реализуемые в каждом слое системы (2) при $h=0$. Как отмечалось выше, амплитуды каждого из осцилляторов, образующих эти структуры, локализованы в пределах некоторых поглощающих областей вблизи нулевого и возбужденного состояний каждого осциллятора. На фазовой плоскости системы (4) эти области образуют прямоугольники вблизи точек $O^{00}, O^{++}, O^{0+}, O^{+0}$, как показано на рис. 3. Состояние каждой пары элементов перед началом взаимодействия определяет точку в пределах какой-либо из этих областей. Так, например, для пары, в которой осциллятор из первого слоя был возбужден, а осциллятор из второго слоя в состоянии покоя, начальные условия для системы (4) будут находиться в поглощающей области около точки O^{+0} (см. рис. 3).

3. Следующий принципиально важный момент касается распределения элементов по поглощающим областям O^{+0} и O^{0+} в зависимости от типа пространственной структуры при $h=0$. А именно, как будет различаться это распределение для структур регулярного и хаотического профиля? Легко видеть, что степень удаления амплитуды каждого осциллятора от соответствующего невозмущенного состояния $r=0$ или $r=r_0$ будет определяться в основном тем, какое состояние в структуре занимают его ближайшие соседи (мы рассматриваем случай локального взаимодействия элементов в слое). Вследствие диффузионного характера связи $-(r_{j,k}^{(l)} - d(\Delta r)_{j,k}^{(l)})$, а значит, чем больше соседей находится в противоположном состоянии, тем дальше амплитуда данного элемента отстоит от соответствующего невозмущенного значения.

Структуру регулярного стимула (см. рис. 2, а) составляют достаточно большие группы осцилляторов с амплитудами, лежащими около одного и того же невозмущенного состояния. Эти группы можно рассматривать как амплитудные кластеры двух типов (области белого и черного цвета на рис. 2, а). Таким образом, элементы, находящиеся внутри кластеров (которые и определяют основные черты стимула), имеют амплитуды, локализованные в поглощающей области достаточно близко к соответствующему невозмущенному состоянию. В предельном случае увеличения размеров кластера мы приходим к однородному распределению амплитуды, где все элементы либо одинаково возбуждены ($r_{j,k}^{(l)}=r_0$), либо имеют нулевую амплитуду ($r=0$).

У хаотического распределения (см. рис. 2, б) практически каждый осциллятор имеет соседей, занимающих противоположное состояние. Поэтому элементы беспорядочной структуры имеют амплитуды, расположенные относительно далеко (по сравнению с элементами регулярной структуры) от невозмущенных значений $r=0$ и $r=r_0$.

4. Из приведенных рассуждений следует, что при взаимодействии регулярного стимула с беспорядочной структурой на фазовой плоскости системы (4) начальные условия для подавляющего числа пар элементов будут располагаться в углах прямоугольников поглощающих областей O^{+0} и O^{0+} (см. рис. 3, точки 1-4). А именно, если стимул содержится в

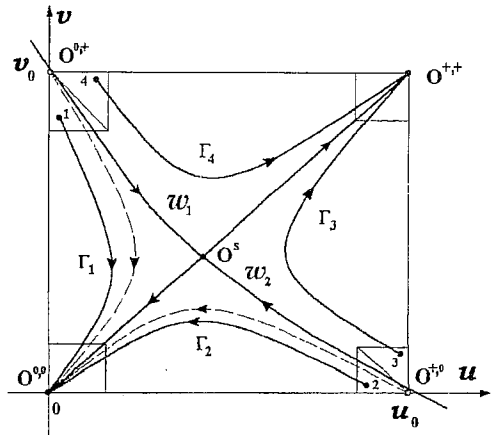


Рис. 3. Фазовый портрет вспомогательной системы (4)

первом слое, это будут углы, содержащие точки 1 и 3. Теперь, при условии расположения сепаратрис w_1 и w_2 , как показано на рис. 3, то есть достаточно четкого разделения ими углов поглощающих областей, процесс воспроизведения стимула в каждой отдельно взятой паре осцилляторов представляется траекториями Γ_1 и Γ_3 системы (4). Так, например, «по траектории Γ_3 » осциллятор второй решетки (с амплитудой v), изначально не возбужденный (точка 3), переходит в возбужденное состояние, которое задается элементом из стимула (с амплитудой u).

Копирование и искажения. Рис. 4 иллюстрирует процесс динамического копирования стимула, представленный на рис. 2, в плоскости переменных ($u = r_{j,k}^{(1)}$, $v = r_{j,k}^{(2)}$). Каждая точка определяет амплитуды (u, v) двух осцилляторов, взятых в узлах (j, k) первого и второго слоя. Как уже отмечалось выше, в начальный момент (рис. 4, а) эти точки распределены в пределах прямоугольных поглощающих областей, которые разделяются сепаратрисами w_1 и w_2 , полученными непосредственным интегрированием системы (4). В процессе взаимодействия (рис. 4, б) точки, лежащие выше сепаратрисы w_2 переходят к состоянию O^{++} , что соответствует возбуждению осцилляторов второго слоя, взаимодействующих с возбужденными осцилляторами первого слоя. В парах же, состояние которых отображается точками ниже w_2 , осцилляторы первой решетки изменяют свое состояние, вызывая таким образом искажения копий по отношению к оригиналу. Аналогично, возникают искажения в парах элементов по отношению к сепаратрисе w_1 . Результатом взаимодействия является синхронизованное состояние слоев (рис. 4, в), где все точки лежат на многообразии синхронизации $r_{j,k}^{(1)} = r_{j,k}^{(2)}$, $\forall l = 1, 2, \dots, M-1$.

Как было отмечено, копии, полученные при динамическом копировании, всегда имеют определенные искажения по отношению к исходному образцу. Введем количественную характеристику «качества» копирования как процентное отношение

$$\Delta[\%] = N_1/N^2 \times 100\%,$$

где N_1 – число элементов копии, правильно воспроизводящих структуру исходного

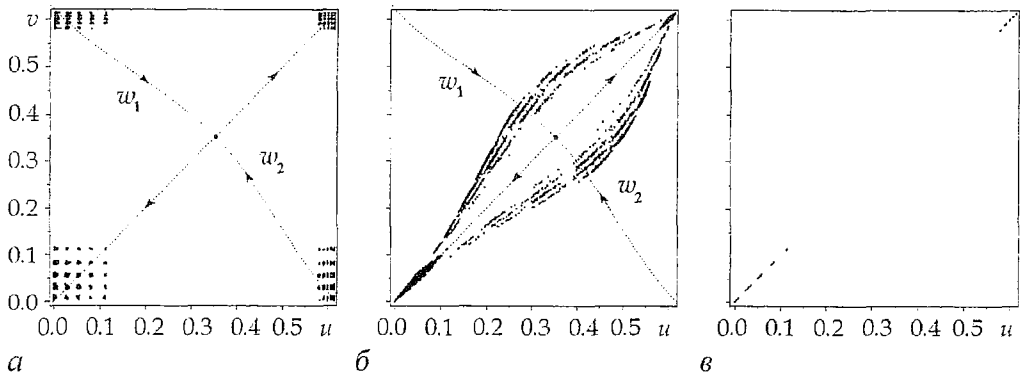


Рис. 4. Процесс воспроизведения стимула (рис. 2), представленный в плоскости переменных системы (4). а – распределение амплитуд по поглощающим областям при $t=0$; б – мгновенный снимок через $t \approx 2$ после начала взаимодействия; в – синхронизованное состояние. Каждая точка отражает состояние одной из 128×128 пар элементов, составленных из соответствующих осцилляторов первой (амплитуда u) и второй (амплитуда v) решеток. w_1, w_2 – сепаратрисы седла системы (4), полученные прямым численным интегрированием при данных параметрах

изображения в данной точке, N^2 – общее число элементов в слое. На рис. 5 представлена зависимость «качества» копирования от параметра нелинейности a . Это колоколообразная функция с ярко выраженным максимумом при значении $a \approx 10.75$. Копии здесь получаются наиболее качественными (см. рис. 2) и значение Δ для них достигает $\approx 97\%$.

Таким образом, в основе явления динамического копирования лежит механизм конкуренции состояний элементов, взятых в точке (j, k) взаимодействующих слоев. Элементы слоя, содержащего неупорядоченную структуру, в большинстве своем имеют менее «выгодные» условия в этой конкуренции и вынуждены изменить свое состояние на соответствующее регулярному стимулу.

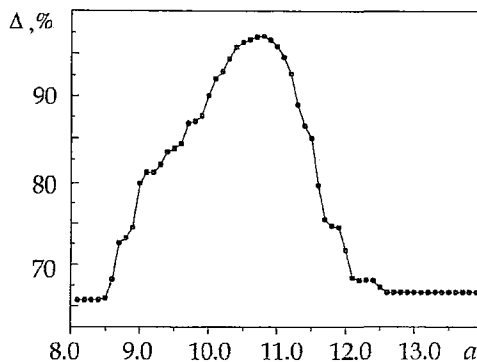


Рис. 5. «Качество» копирования Δ как функция параметра нелинейности a при воспроизведении пространственного стимула в форме лица человека (рис. 2, а). Параметры: $d=0.05$, $h_{j,k}=h=0.8$

2.2. Копирование образов в многослойной системе. Рассмотрим теперь систему, состоящую из нескольких слоев. Предположим, что первый из них содержит до начала взаимодействия некоторый пространственный образ – стимул, а все остальные слои находятся в «чистом», «неорганизованном» состоянии, то есть содержат стационарные пространственные структуры хаотического профиля, различные от слоя к слою. Возможно ли посредством межслойного взаимодействия, при $h > h^*$, получить в каждом из «неорганизованных» слоев копии оригинального изображения? На рис. 6 представлен процесс динамического воспроизведения заданного образа в трехслойной решетке. Здесь колонки (а, б) иллюстрируют мгновенные снимки в слоях соответственно в начальный и некоторые промежуточные моменты времени, а колонка (в) отвечает установившимся, синхронизованным распределениям амплитуды. Очевидно, что система произвела три достаточно хороших копии оригинала.

Ясно, что в силу малости диффузии d внутри каждого слоя, по аналогии с подходом, описанным для двух взаимодействующих решеток, и в случае многослойной системы справедлив механизм конкуренции осцилляторов, взятых в соответствующей точке (j, k) каждого слоя. Однако теперь, строго говоря, для подробного его описания потребуется динамическая система – аналог системы (4), порядок которой равен M – числу слоев решетки. Исследование такой системы представляется достаточно сложным и является отдельной задачей. Мы же на примере взаимодействия в трехслойной решетке (см. рис. 6) заметим следующее. Процесс проявления стимула в изначально неупорядоченных слоях происходит неодновременно, а в некотором смысле последовательно. Сначала образ начинает проявляться в слое, ближайшем к стимулу, а уже затем в следующем (см. рис. 6, б). Следовательно, процесс воспроизведения можно приближенно разбить на последовательность независимых этапов «передачи» образа от слоя к слою. Каждый такой этап представляется как взаимодействие образа с беспорядком в двухслойной решетке, механизм которого был в деталях изложен в пункте 3.1. Такое описание можно аргументировать и тем, что и по координате l (номер слоя) диффузионная связь является локальной, и процесс копирования можно рассматривать как относительно медленную, последовательную «диффузию образа» вглубь решетки. Ясно, что незначительные искажения копий по отношению к оригиналу в этих многократных этапах передачи от слоя к слою будут увеличиваться, однако, синхронизованное состояние (см. рис. 6) сохраняет все существенные черты (форму) исходного стимула.

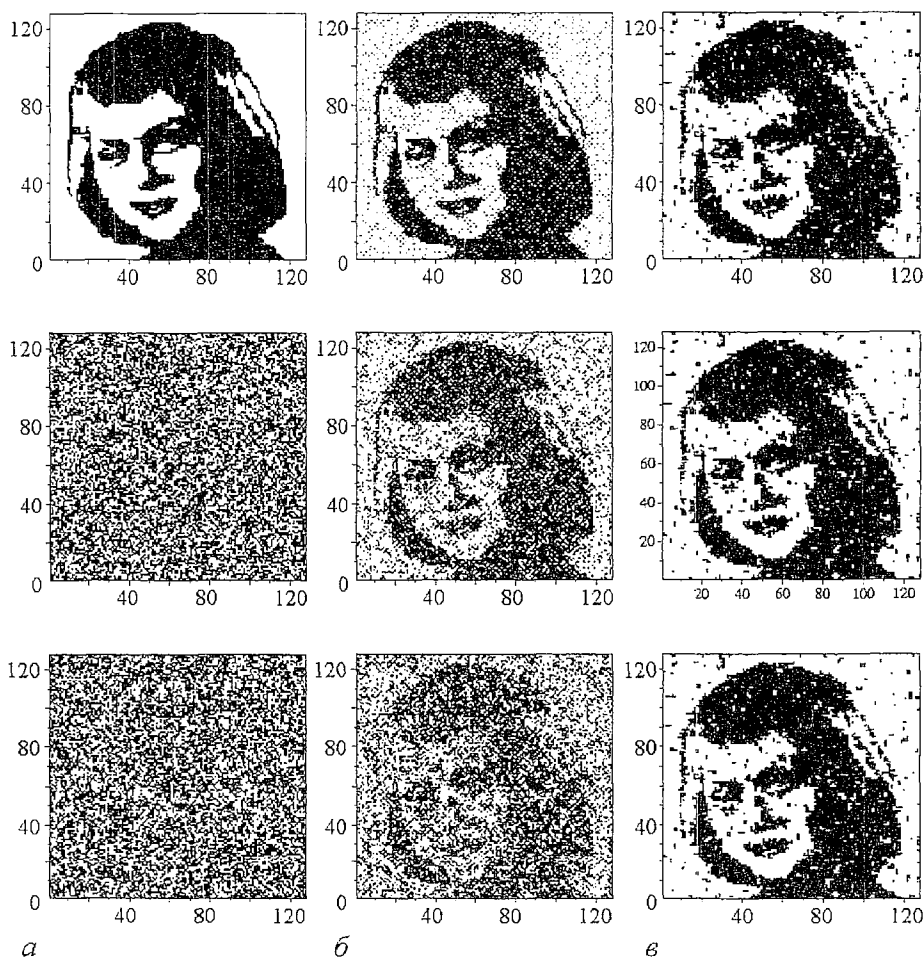
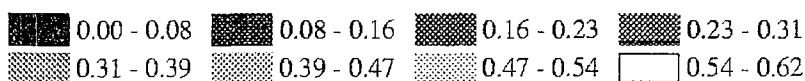


Рис. 6. Динамическое копирование в трехслойной решетке: *a* – начальные распределения, *б* – амплитудные распределения через $t \approx 2$ после начала взаимодействия, *в* – синхронизированные копии регулярного стимула

3. Устойчивость процесса динамического копирования по отношению к шумам

Неотъемлемой частью любого реального процесса как в природе, так и в технике является наличие случайных флуктуаций, шумов. В некоторых случаях наличие даже малых случайных возмущений может существенно влиять на динамику системы в целом [13]. Поэтому исследование свойств устойчивости данного состояния системы или динамического процесса в ней относительно внешних флуктуаций является важной задачей как с прикладной точки зрения, так и с точки зрения понимания явления в целом.

Рассмотрим влияние малых случайных воздействий на процесс динамического копирования форм в многослойной решетке бистабильных элементов. Будем полагать, что на каждый элемент независимо воздействует случайный шумовой сигнал. Поскольку пространственные структуры в каждом слое системы (1) представляют собой стационарные амплитудные распределения осцилляторов, синхронизованных по фазе, введем внешний шум лишь в уравнения для амплитуд. Тогда система (2) для амплитуд синхронных колебаний будет иметь вид

$$\dot{r}_{j,k}^{(l)} = f(r_{j,k}^{(l)}) + d(\Delta r)_{j,k}^{(l)} + h(r_{j,k}^{(l+1)} + r_{j,k}^{(l-1)} - 2r_{j,k}^{(l)}) + \xi_{j,k}^{(l)}(t), \quad (5)$$

где $\xi_{j,k}^{(l)}(t)$ – белый гауссов шум с нулевым средним и дисперсией σ^2 ,

$$\langle \xi_{j,k}^{(l)}(t) \rangle = 0, \quad \langle \xi_{j,k}^{(l)}(t)^2 \rangle = \sigma^2,$$

$$\langle \xi_{j,k}^{(l)}(0) \xi_{j',k'}^{(l')}(t) \rangle = \delta_{jj'} \delta_{kk'} \delta_{ll'} \delta(0).$$

Исследование влияния шумов различной интенсивности на процесс динамического копирования проводилось в двухслойной решетке для начальных амплитудных распределений и параметров, соответствующих рис. 2. При численном интегрировании системы (5) оказалось, что и при наличии внешнего шумового сигнала исходный образ достаточно хорошо копируется во втором слое решетки, изначально беспорядочном. Визуально копии практически полностью соответствуют оригинальному изображению (см. рис. 2, в, з). На рис. 7 приведена зависимость «качества» копирования Δ от стандарта отклонения σ . Видно, что введение малых внешних шумов в систему не приводит к потере копирующих свойств, причем «качество» Δ копий при увеличении интенсивности шума до $\sigma=0.5^*$ ухудшается лишь на $\approx 1\%$ по сравнению с детерминированным случаем.

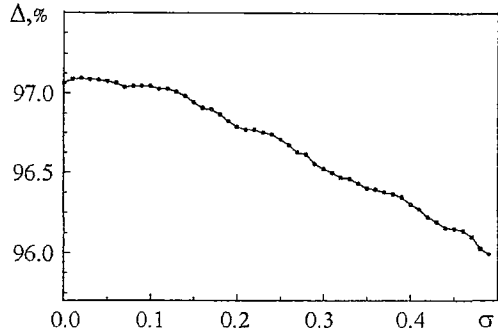


Рис. 7. Зависимость «качества» копирования Δ от стандарта отклонения σ при наличии внешнего белого гауссова шума с нулевым средним. Параметры решетки и начальные распределения амплитуд соответствуют рис. 2

Таким образом, свойство воспроизведения изображения неупорядоченными решеточными слоями сохраняется и при воздействии на систему шумовых возмущений. Это позволяет говорить о динамическом копировании в решетках бистабильных элементов как о достаточно устойчивой форме самоорганизации, которая реально может быть смоделирована на практике.

Заключение

В работе изучалось явление динамического копирования форм в многослойной решетке диффузионно-связанных бистабильных осцилляторов. Каждый слой такой решетки позволяет формировать и поддерживать информацию в виде двумерных стационарных пространственных структур – образов. Кроме того, существуют устойчивые структуры хаотического профиля, не содержащие информации о какой-либо регулярной форме. Это «исходный материал» для производства заданной формы. Мы показали, что посредством взаимодействия между слоями система в процессе собственной эволюции способна воспроизводить в нескольких копиях основные детали формы оригинального изображения, осуществляя, таким образом, одну из важнейших функций природных систем – многократное повторение необходимой формы согласно заданному шаблону. Не полное соответствие (поточечное) между копией и оригиналом, всегда имеющее место в процессе копирования, позволяет

* Дальнейшее увеличение σ приводит к достаточно быстрому разрушению стационарных амплитудных распределений, формирующих изображения в слоях.

рассматривать эти незначительные искажения как необходимую степень свободы динамической системы для возможного производства новых качеств, новой формы, новой информации, которые могут возникнуть, например, в процессе многократного копирования или при влиянии различного рода флуктуаций. Таким образом, явление динамического копирования, рассмотренное в работе, можно с уверенностью отнести к определенной форме самоорганизации решеточных систем.

При качественном изучении многомерной динамической системы, определяющей коллективное поведение решетки, удалось показать, что в основе явления динамического копирования, лежит известный механизм конкуренции колебаний. Эта конкуренция осуществляется между регулярной формой и неупорядоченным состоянием, и при этом оказывается, что регулярное состояние является более предпочтительным.

Модель, рассматриваемая в работе, является относительно простой и в то же время достаточно универсальной, обладая двумя фундаментальными свойствами – бистабильностью локальных элементов и диффузионной связью между ними. Эти свойства, по-существу, и определяют механизм изучаемого явления. Отметим также, что каждый слой системы представляет собой дискретный аналог известного уравнения «реакция–диффузия», возникающего в задачах из самых различных областей науки. Эта универсальность модели позволяет авторам надеяться, что результаты исследования явления динамического копирования форм, изложенные в этой работе, окажутся полезными исследователям различных направлений в задачах, где бистабильность и диффузия играют основную роль.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект 97–02–16550), программой «Соросовские аспиранты» и DGI–CYT (Испания) – грант PB93–81.

Библиографический список

1. Crick F. Life Itself. Its origin and nature. N.Y.: Simon and Shuster, 1981.
2. Nicolis G., Prigogin I. Self-organization in non-equilibrium systems. N.Y.: Wiley, 1977.
3. Haken H. Synergetics. 3rd Edition. Berlin: Springer-Verlag, 1983.
4. Хакен Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. М.: Мир, 1991
5. Evolution from molecules to men / Ed. by D.S. Bendall. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1983.
6. Nekorkin V.I., Kazantsev V.B. and Velarde M.G. Mutual synchronization of two lattices of bistable elements // Phys. Lett. A. 1997 (в печати).
7. Velarde M.G., Nekorkin V.I., Kazantsev V.B. and Ross J. The emergence of form by replication // Procs. Nat. Acad. Science USA. 1997. P. 5024.
8. Nekorkin V.I., Kazantsev V.B., Rabinovich M.I. and Velarde M.G. Controlled disordered patterns and information transfer between coupled neural lattices with oscillatory states // Phys. Rev. E. 1997 (в печати).
9. Nekorkin V.I., Kazantsev V.B. and Velarde M.G. Patterns and waves in interacting lattice bistable systems // Proceedings 5th Int. Specialist Workshop Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, June 26–27, Moscow, 1997. P. 324.
10. Nekorkin V.I., Makarov V.A. Spatial chaos in a chain of coupled bistable oscillators // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 74, № 24. P. 4819.
11. Nekorkin V.I., Makarov V.A., Kazantsev V.B. and Velarde M.G. Spatial disorder and pattern formation in lattices of coupled bistable elements // Physica D. 1997. Vol. 100. P. 330.
12. Рабинович М.И., Фабрикант А.Л., Цимринг Л.Ш. Конечномерный пространственный беспорядок // УФН. 1992. Т. 162, № 8.
13. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах, М.: Наука, 1990. 312 с.

14. *Manella R.* Computer experiments in nonlinear stochastic physics.
15. *Жаботинский А.М.* Концентрационные автоколебания. М.: Наука, 1974.
16. *Абарбанель Г.Д.И., Рабинович М. И., Селверстон А.И., Баженов М.В., Хуэрта Р., Суцук М.М., Рубчинский Л.Л.* Синхронизация в нейронных ансамблях // УФН. 1996. Т. 166. № 3.
17. *Afraimovich V.S., Nekorkin V.I., Osipov G.V. and Shalfeev V.D.* Stability, Structures and Chaos in Nonlinear Synchronization Networks. Singapore: World Scientific, 1995.
18. *Erneux T., Nicolis G.* Propagating waves in discrete bistable reaction–diffusion systems // *Physica D.* 1993. Vol.67. P.237.
19. *Mackay R.S., Sepulchre J.–A.* Multistability in networks of weakly coupled bistable units // *Physica D.* 1995. Vol. 82. P.243.
20. *Defontaines A.–D., Pomeau Y., Rostand B.* Chain of coupled bistable oscillators: a model // *Physica D.* 1990. Vol. 46. P.201.
21. *Макаров В.А., Некоркин В.И.* Пространственно–временная динамика цепочки автоколебательных элементов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 2. С. 3.

*Нижегородский государственный
университет,
Испания, Университет Комплутенсе*

Поступила в редакцию 30.07.97

DYNAMIC COPYING IN MULTI-LAYERED BISTABLE LATTICES

V.I. Nekorkin, V.B. Kazantsev, M.G. Velarde

The dynamics of a number of interacting square lattices (layers) composed of oscillators with a hard mode of excitation is studied. Such an oscillator has the rest state and the excited state which correspond to the stable steady point and stable limit cycle in its phase plane, respectively. The oscillators are connected in the lattice by means of diffusive coupling. Studying the interaction between the layers we find that for certain conditions the multi-layered system processes the phenomenon of dynamic copying (replication) of a given regular image (stimulus). It looks like when this image coded as the amplitude pattern in one of the layers is replicated through interlayer interaction by the amplitudes of the rest layers which have been initially in a spatially disordered state. We provide a qualitative description of this process from the viewpoint of nonlinear dynamics. We also study its stability with respect to possible external weak noise signals.



Некоркин Владимир Исаакович – родился на Украине в 1948 году, окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета (1971). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук (1981) в ННГУ и доктора физико–математических наук (1992) в Саратовском государственном университете. С 1971 года работал в Нижегородском институте прикладной математики, с 1983 по 1986 год в Нижегородском политехническом институте, с 1986 года и по настоящее время работает на радиофизическом факультете ННГУ, профессор. Область научных интересов – теория колебаний и волн, структурообразование и нелинейные волны в непрерывных и дискретных средах, синхронизация и пространственно–временной хаос. Имеет более 100 научных публикаций в указанных направлениях, соавтор двух монографий. В качестве приглашенного профессора читал лекции в Мадридском и

Стэнфордском университетах. Работал в Калифорнийском университете.



Казанцев Виктор Борисович – родился в Дзержинске Нижегородской области в 1973 году. Окончил радиофизический факультет ННГУ (1996). В настоящее время является аспирантом кафедры теории колебаний указанного факультета. Область научных интересов – теория колебаний и волн, нелинейная динамика дискретных сред. Является соавтором нескольких научных статей по указанным направлениям.

Веларде Мануэль Г. – родился в Альмерии, Испания, в 1941 году. Окончил Мадридский университет Комплугенсе, получил степень кандидата наук в этом университете (1968) и в Брюссельском Университете (1970), степень доктора наук в Университете Марселя, Франция (1994). В настоящее время является профессором Мадридского университета Комплугенсе и одним из основателей Междисциплинарного института – отделения этого университета. Он также имеет позиции в нескольких других университетах во Франции, Великобритании, Норвегии, Китае и США. Его настоящие научные интересы включают физику жидкостей (неустойчивости, структуры, волны), нелинейные явления в различных областях науки.