



НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ ДВУХ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ

В.В. Матросов

В работе представлены результаты качественно-численного исследования динамики системы на фазовом торе, описывающей поведение ансамбля двух каскадно связанных фазовых систем. Изучаются динамические режимы и их бифуркации. Полученные результаты могут быть полезны при исследовании математических моделей с тороидальным фазовым пространством из других приложений.

Введение

В настоящее время при изучении динамических явлений и процессов, возникающих в различных областях естествознания, большое значение приобретают исследования нелинейных моделей. Среди этих исследований особое место занимают исследования динамических систем с тороидальным фазовым пространством. Это объясняется тем, что модели на торе, имеющие небольшое число степеней свободы, допускают существование в фазовом пространстве значительное разнообразие аттракторов, которые, в свою очередь, определяют богатый набор различных динамических режимов. Широкий спектр режимов и порождаемых ими бифуркационных сценариев, делают привлекательным использование этих свойств в различных приложениях.

В данной работе в качестве объекта исследования выбран ансамбль из двух генераторов с фазовым управлением. Объединение генераторов осуществлено таким образом, что на вход первого генератора подается опорный сигнал, а входным сигналом для второго служит выходной сигнал с первого генератора. Такое соединение называется каскадным и применяется для улучшения фильтрации помех [1]. Кроме основной связи для улучшения динамических характеристик введены дополнительные связи по цепям управления: «вперед» – от первого генератора ко второму и «назад» – от второго к первому. В статьях [2–5] проведено исследование этой системы в случае одинаковых начальных частотных расстроек генераторов относительно опорного сигнала. В представляемой работе рассмотрен наиболее общий случай, когда начальные частотные расстройки не равны между собой.

Математической моделью рассматриваемого каскада служит система уравнений [4]

$$d\psi_1/d\tau = \gamma - \sin\psi_1 - \kappa\sin\psi_2, \quad (1)$$

$$d\psi_2/d\tau = (\beta - \gamma) + (1 - \delta)\sin\psi_1 - (1 - \kappa)\sin\psi_2,$$

где ψ_1 – текущее фазовое рассогласование между сигналом первого генератора и опорным сигналом; ψ_2 – текущее фазовое рассогласование между сигналами первого и второго генераторов; γ и β – начальные расстройки частот первого и второго генераторов относительно опорного сигнала; δ и κ – параметры дополнительных связей между генераторами через сигналы рассогласований в прямом и обратном направлениях, соответственно.

Система (1) в силу периодичности ее правых частей по переменным ψ_1 и ψ_2 с периодом 2π является динамической системой на торе $U_0 = \{\psi_1(\text{mod } 2\pi), \psi_2(\text{mod } 2\pi)\}$. При определенных соотношениях параметров модель (1) описывает так же динамическое поведение системы фазовой автоподстройки частоты с гармоническим делителем частоты [6] и двухконтурной взаимосвязанной системы фазовой синхронизации [7]. Нелинейные явления коллективной динамики, демонстрируемые моделью (1), имеют большое значение для установления основных закономерностей динамического поведения связанных управляемых систем, а так же могут быть полезными при исследовании других объектов, в том числе и более сложных (многоэлементные автоколебательные системы, джозефсоновские соединения, системы пространственно-временной обработки и др.).

Исследование модели (1) проведено качественно-численными методами и алгоритмами на основе построения фазовых портретов, анализа корней соответствующего характеристического уравнения, поведения сепаратрис седловых состояний равновесия, периодических решений и их бифуркаций [7–10]. Особое внимание уделено изучению аттракторов, поскольку они определяют рабочие режимы каскадной системы.

1. Синхронные режимы

Синхронные режимы рассматриваемой каскадной системы определяются устойчивыми состояниями равновесия модели (1). При $(\gamma, \beta, \kappa, \delta) \in C_s$ в ее фазовом пространстве существует четыре состояния равновесия

$$O_1(\psi_1^*, \psi_2^*), O_2(\psi_1^*, \pi - \psi_2^*), O_3(\pi - \psi_1^*, \pi - \psi_2^*), O_4(\pi - \psi_1^*, \psi_2^*),$$

где

$$C_s = \{ \max([(\kappa\delta - 1)\text{sign}(1 - \kappa\delta)\text{sign}\delta + \beta]/\delta, (\kappa\delta - 1)\text{sign}(1 - \kappa\delta) + \kappa\beta) < \\ < \gamma < \min([(1 - \kappa\delta)\text{sign}(1 - \kappa\delta)\text{sign}\delta + \beta]/\delta, (1 - \kappa\delta)\text{sign}(1 - \kappa\delta) + \kappa\beta) \},$$

а величины ψ_1^* и ψ_2^* определяются равенствами

$$\psi_1^* = \arcsin[(\gamma - \kappa\beta)/(1 - \delta\kappa)], \quad \psi_2^* = \arcsin[(\beta - \delta\gamma)/(1 - \delta\kappa)].$$

Область существования состояний равновесия C_s на плоскости (κ, γ) при $\delta \neq 0$ ограничена прямыми, которые пересекаются в точке $M(1/\delta, \beta/\delta)$. По мере приближения δ к нулю точка M устремляется в бесконечность, при $\delta = 0$ границы области C_s вырождаются в параллельные прямые $\gamma = \beta\kappa \pm 1$.

Устойчивость состояний равновесия определяется величинами $\sigma_1 = 1 - \delta\kappa$ и $\sigma_2 = \cos\psi_1^* \text{sign}\sigma_1 + (1 - \kappa)\cos\psi_2^*$. При $\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0$ устойчиво состояние равновесия O_1 ; при $\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0$ – состояние равновесия O_3 ; при $\sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0$ – O_2 ; при $\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0$ – O_4 .

Устойчивые состояния равновесия O_1, O_2, O_3 и O_4 определяют синхронные режимы I_{S1}, I_{S2}, I_{S3} и I_{S4} , соответственно, отличающиеся друг от друга остаточной разностью фаз [5]. Область C_s является областью существования синхронных режимов.

2. Квазисинхронные режимы

Квазисинхронным режимам каскадной системы соответствуют предельные циклы, ограниченные на торе U_0 по координатам ψ_1 и ψ_2 . Такие циклы называют O -циклами, циклами 1-го рода [11] или колебательными [12]. В модели (1) они возникают при смене устойчивости состояний равновесия, а так же из петель сепаратрис седловых состояний равновесия, не охватывающих тор U_0 , и двойных предельных циклов 1-го рода. Представление о взаимном расположении кривых, отвечающих этим бифуркациям, дает рис. 1, который построен по результатам численных экспериментов с моделью (1) при фиксированных $\beta=0.7$ и $\delta=0.1$.

На рис. 1 штриховыми линиями проведены границы области C_s ; линия 1 (кривая $\gamma=\gamma^*(\beta,\delta,\kappa)$) соответствует смене устойчивости состояний равновесия O_1 и O_3 ; линия 2 (кривая $\gamma=\gamma^p(\beta,\delta,\kappa)$) – петлям сепаратрис седел O_2 и O_4 ; линии 3,4 (кривые $\gamma=\gamma^{1,2}(\beta,\delta,\kappa)$) – двойным предельным циклам, а штрих-пунктирные линии 5,6 (кривые $\gamma=\gamma^{\delta 1,2}(\beta,\delta,\kappa)$) отвечают совпадению сепаратрис S_3 и R_2 , S_4 и R_3 (рис.2).

Кривая γ^* имеет две точки N_1 и N_2 , в которых первая ляпуновская величина L , вычисленная в соответствии с [13] для состояния равновесия O_1 , обращается в ноль. Участок кривой, заключенный между N_1 и N_2 , является безопасным ($L < 0$); при пересечении его с ростом κ из O_1 мягко возникает устойчивый колебательный цикл L_{O_1} , который определяет квазисинхронный режим I_{K1} . При дальнейшем увеличении κ цикл L_{O_1} исчезает, влипая в петлю сепаратрис R_2, R_3 седла O_2 . Система (1) при этом в зависимости от параметров γ и κ срывается либо на устойчивое состояние равновесия O_3 , либо на колебательно-вращательный или вращательный предельный цикл. Этот сценарий определяет мягкий переход каскадной системы от синхронного режима I_{S1} к квазисинхронному I_{K1} , который далее сменяется либо синхронным режимом I_{S3} , либо автоколебательным, при котором один из генераторов находится в квазисинхронизме, либо наблюдается полная рассинхронизация.

На участках кривой γ^* левее точек N_1 и N_2 смена устойчивости состояния равновесия O_1 происходит жестко. Система (1) при этом переходит либо в устойчивое состояние равновесия O_3 , либо на устойчивый предельный цикл, тип которого может быть любой: колебательный, колебательно-вращательный,

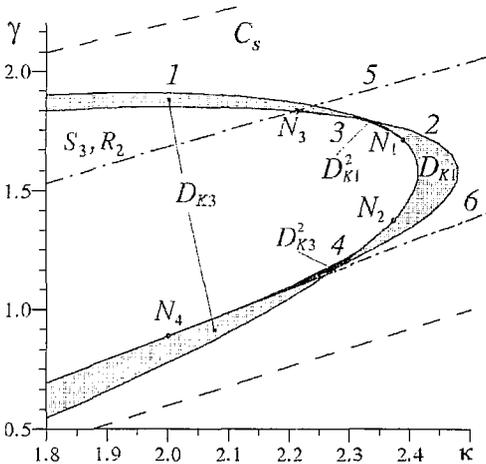


Рис.1. Области существования колебательных аттракторов модели (1) при $\beta=0.7$ и $\delta=0.1$

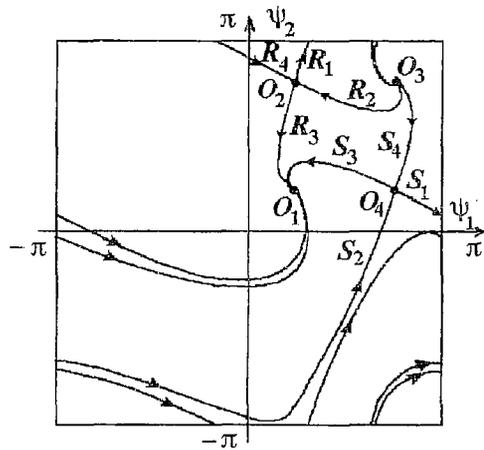


Рис.2. Фазовый портрет модели (1)

вращательный. Финальный режим работы каскадной системы в этом случае определяется значениями параметров γ и k .

Одной из особенностей модели (1) является то, что бифуркационная кривая γ^p разделяется кривыми γ^{s_1} и γ^{s_2} на три участка. Ветвь кривой γ^p , расположенная левее точки N_3 , соответствует петлям, образованным сепаратрисами R_1, R_2 седла O_2 и S_3, S_2 седла O_4 (см. рис.2); часть кривой γ^p между точками N_3 и N_4 отвечает петлям, образованным сепаратрисами R_3, R_2 и S_4, S_2 , а часть кривой левее N_4 – совпадению сепаратрис R_3, R_4 и S_1, S_4 . Хотя петли сепаратрис седла O_2 всегда устойчивые, а седла O_4 неустойчивые, рождение предельных циклов из них при пересечении кривой γ^p происходит по-разному: на участках левее точек N_3 и N_4 – с увеличением значений k , а между точками N_3 и N_4 – при уменьшении k . При этом устойчивый цикл L_{O_3} , родившийся при совпадении сепаратрис R_1, R_2 и R_3, R_4 , охватывает состояние равновесия O_3 , а цикл L_{O_1} , возникший из петли R_3, R_2 , окружает состояние равновесия O_1 . Устойчивые колебательные циклы L_{O_1} и L_{O_3} определяют соответственно квазисинхронные режимы I_{K1} и I_{K3} , отличающиеся друг от друга значением среднего, около которого колеблются разности фаз ψ_1 и ψ_2 .

Поскольку точки N_1, N_3 и N_2, N_4 не совпадают, то в пространстве параметров системы (1) существуют области $D_{K1^2} = (\gamma^{l_1} < \gamma < \min(\gamma^*, \gamma^p))$ и $D_{K3^2} = (\max(\gamma^*, \gamma^p) < \gamma < \gamma^{l_2})$, при значениях параметров из которых на торе U_0 одновременно существуют две пары колебательных циклов. Кривая γ^{l_1} (линия 3 на рис.1), соединяющая точки N_1 и N_3 , и кривая γ^{l_2} (линия 4), заключенная между точками N_2 и N_4 , соответствуют образованию на торе U_0 двух двойных предельных циклов 1-го рода. При пересечении с увеличением k этих кривых в фазовом пространстве системы (1) возникают две пары колебательных циклов: одна вокруг устойчивого состояния равновесия O_1 (неустойчивый цикл Γ_{O_1} расположен внутри устойчивого L_{O_1}), другая вокруг неустойчивого состояния равновесия O_3 (устойчивый цикл L_{O_3} расположен внутри неустойчивого Γ_{O_3}). Дальнейшее увеличение k приводит к тому, что циклы L_{O_1} и Γ_{O_3} влипают в петли сепаратрис седел O_2 и O_4 , а циклы L_{O_3} и Γ_{O_1} стягиваются в точки O_3 и O_1 .

В заключение отметим, что квазисинхронные режимы каскадной системы существуют совместно с синхронными режимами, поэтому они могут реализоваться только при значениях параметров из области C_s .

3. Колебательные и асинхронные режимы

Вне области существования состояний равновесия C_s движения системы (1) характеризуются числом вращения $\mu = i/j$ [14]. Устойчивые периодические решения с числом вращения $\mu = 0$ или $\mu = \pm\infty$ определяют автоколебательные режимы каскадной системы [5]. При движении по устойчивому предельному циклу, охватывающему фазовый тор U_0 в направлении ψ_1 ($\mu = 0$), в каскадной системе устанавливается режим, при котором синхронизация генераторов относительно опорного сигнала отсутствует, однако, между генераторами имеет место взаимная квазисинхронизация. В случае движения по циклу, охватывающему тор U_0 в направлении ψ_2 ($\mu = \pm\infty$), первый генератор находится в режиме квазисинхронизма по отношению к опорному сигналу, а второй генератор работает в асинхронном режиме. Характерно, что в отличие от квазисинхронных режимов автоколебательные режимы могут реализовываться при значениях параметров вне области C_s .

Движения с $\mu \neq 0$ и $\mu \neq \infty$ соответствуют асинхронным режимам, при которых разности фаз ψ_1 и ψ_2 непрерывно нарастают, а степень нарастания определяется числом вращения μ .

При $\kappa \neq 0$ области параметров $D_{i,j}$, отвечающие существованию предельных циклов $L_{i,j}$ (устойчивого) и $\Gamma_{i,j}$ (неустойчивого) с числом вращения $\mu = i/j$, вклиниваются в область C_s . В этом случае $D_{i,j}$, как правило, ограничены с одной стороны бифуркационной кривой двойных предельных циклов $\gamma = \gamma_{i,j}^d(\beta, \delta, \kappa)$, а с другой – кривой петель сепаратрис седловых состояний равновесия $\gamma = \gamma_{i,j}^p(\beta, \delta, \kappa)$. Поскольку уравнения (1) не изменяются при замене (ψ_1, ψ_2, τ) на $(\pi - \psi_1, \pi - \psi_2, -\tau)$, то при значениях параметров на кривой $\gamma = \gamma_{i,j}^p$ в фазовом пространстве U_0 образуется две петли противоположной устойчивости.

На рис. 3 изображены некоторые области, соответствующие автоколебательным и асинхронным режимам каскадной системы, в плоскости (κ, γ) для $\beta = 0.7$ и $\delta = 0.1$. На этом рисунке штриховыми линиями проведены границы области C_s , нечетными цифрами обозначены кривые $\gamma = \gamma_{i,j}^d$, а четными – $\gamma = \gamma_{i,j}^p$. Отметим некоторые особенности системы (1), связанные с колебательно-вращательными и вращательными предельными циклами и областями их существования.

1. Циклы с одним и тем же числом вращения могут возникать в результате совпадения различных сепаратрис. Этот факт влечет за собой возможность существования в C_s нескольких областей параметров, соответствующих наличию на торе U_0 циклов с одним числом вращения. На рис.3 эти области обозначены как $D_{i,j}$ и $D'_{i,j}$. Области параметров с одним и тем же числом вращения располагаются в C_s по-соседству и обращены друг к другу бифуркационными кривыми петель сепаратрис.

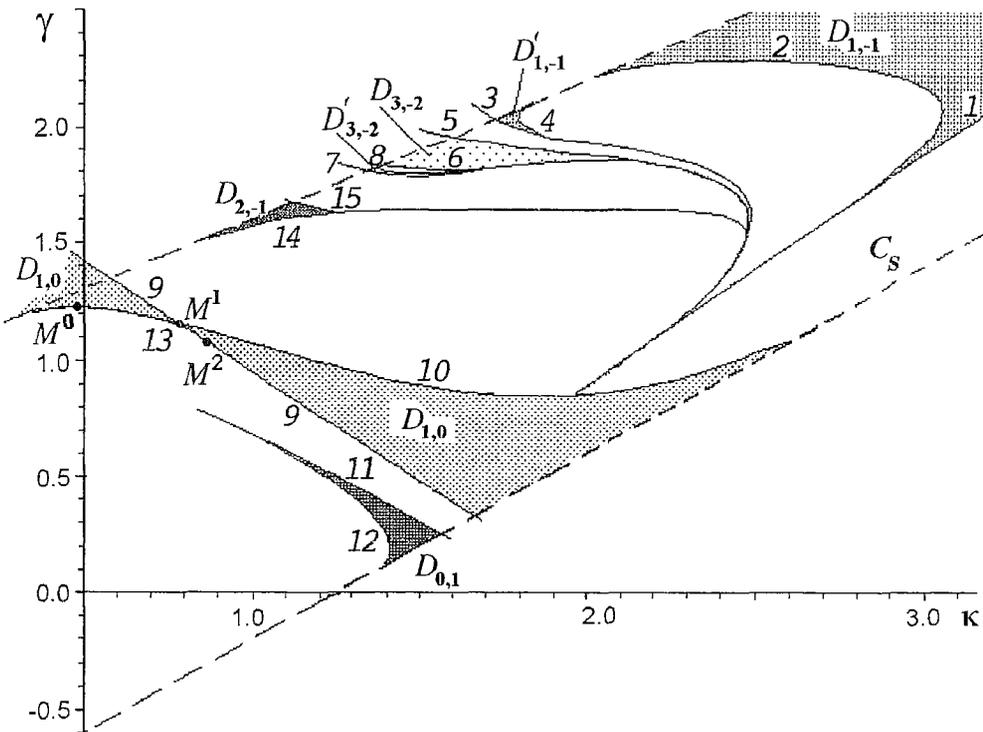


Рис.3. Области существования колебательно-вращательных и вращательных аттракторов модели (1) при $\beta = 0.7$ и $\delta = 0.1$

2. Области D_{ij} и D'_{ij} могут пересекаться, что служит одной из причин одновременного существования в фазовом пространстве U_0 двух устойчивых циклов с $\mu=i/j$.

На рис. 4 в качестве примера приведены фазовые портреты устойчивых циклов модели (1), которые имеют одинаковые числа вращения и родились при совпадении различных сепаратрис. Цикл, изображенный на рис. 4, а (рис. 4, в), возникает в результате совпадения сепаратрис R_4 и R_3 (см. рис. 2), а цикл на рис. 4, б (рис. 4, з) – при совпадении R_2 и R_3 . Цикл $L'_{0,1}$ с числом вращения $\mu=0$, представленный на рис. 4, д, может появляться как при замыкании сепаратрис R_2, R_3 , так и при совпадении R_4, R_1 . Аналогичное (с числом вращения $\mu=0$) периодическое движение $L_{0,1}$ рождается при разрушении петли сепаратрис R_1, R_2 (рис. 4, е). Устойчивые циклы $L_{0,1}$ и $L'_{0,1}$ могут существовать совместно, например, при $\kappa=1.4120508$, $\gamma=0.2$ (рис. 4, ж) или при $\kappa=1.39$, $\gamma=0.28$ (рис. 4, з).

3. Совместное существование двух устойчивых предельных циклов с одним и тем же числом вращения $\mu=i/j$ наблюдается при значениях параметров из областей D^2_{ij} . Области D^2_{ij} возникают, когда кривые $\gamma=\gamma_{i,j}^p$ и $\gamma=\gamma_{i,j}^d$ пересекаются в точке $M_{i,j}^1$, которая не совпадает с точкой $M_{i,j}^0$, где седловая величина [15] обращается в ноль. В этом случае появляется кривая $\gamma=\gamma_{i,j}^{2d}(\beta, \delta, \kappa)$, соединяющая точки $M_{i,j}^0$ и $M_{i,j}^2 \in \gamma_{i,j}^d$ и отвечающая образованию на торе U_0 двух двойных предельных циклов с числом вращения $\mu=i/j$. Область D^2_{ij} ограничена с одной стороны кривой $\gamma=\gamma_{i,j}^{2d}$, а с другой – $\gamma=\gamma_{i,j}^p$ или $\gamma=\gamma_{i,j}^d$.

На рис. 3 кривая $\gamma=\gamma_{0,1}^{2d}$ (линия 13) проходит вблизи $\gamma=\gamma_{0,1}^d$ (линия 9) или $\gamma=\gamma_{0,1}^p$ (линия 10), область $D_{0,1}^2$ мала, поэтому на рисунке нанесены только точки $M_{0,1}^0, M_{0,1}^1$ и $M_{0,1}^2$, нижние индексы точек при этом опущены.

4. При совпадении одних и тех же сепаратрис седловых состояний равновесия модели (1) на торе U_0 могут возникать периодические движения с различными числами вращения. Числа вращения таких циклов определяются выражением

$$\mu = i_1/j_1 = \nu_{k_1, k_2} = (i_0 + k_1 n) / (j_0 + k_2 n), \quad (2)$$

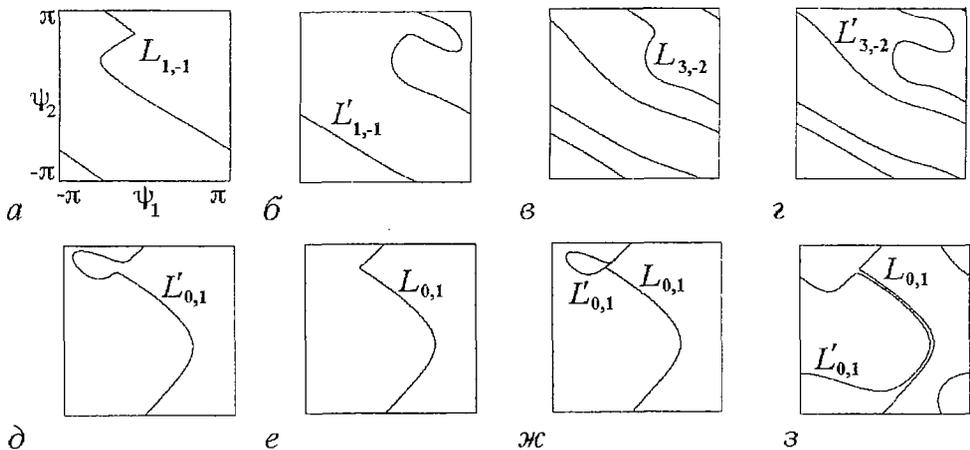


Рис. 4. Фазовые портреты аттракторов системы (1) при $\beta=0.7$, $\delta=0.1$: $\gamma=1.9$, $\kappa=3$ (а); $\gamma=2$, $\kappa=1.8$ (б); $\gamma=1.5$, $\kappa=1.85$ (в); $\gamma=1.7875$, $\kappa=1.43$ (г); $\gamma=0.2$, $\kappa=1.41$ (д); $\gamma=0.2$, $\kappa=1.42$ (е); $\gamma=0.2$, $\kappa=1.4120508$ (ж); $\gamma=0.28$, $\kappa=1.39$ (з)

где $i_0, j_0, k_{1,2}$ – постоянные величины; $n=0,1,2,3,\dots$. Области параметров D_{i_1, j_1} , отвечающие существованию предельных циклов с числом вращения $\mu=v_{k_1, k_2}^n$, при увеличении n , последовательно сменяя друг друга, «накапливаются» к бифуркационной кривой $\gamma=\gamma_{k_1, k_2}^d$. Здесь под «накапливанием» понимается процесс, при котором расстояние от кривой γ_{k_1, k_2}^d до границы области D_{i_1, j_1} сокращается, а сами области D_{i_1, j_1} и области их разделяющие становятся более узкими. Кривую $\gamma=\gamma_{k_1, k_2}^d$ далее будем называть «предельной», поскольку, во-первых, она ограничивает подпространство параметров, когда в фазовом пространстве системы (1) существуют циклы с $\mu=v_{k_1, k_2}^n$, а во-вторых, она соответствует бифуркации двойного предельного цикла с числом вращения $\mu=k_1/k_2$, которое является пределом числа v_{k_1, k_2}^n при $n \rightarrow \infty$.

Отметим, что бифуркационные кривые $\gamma=\gamma_{i_1, j_1}^d$, которые ограничивают области D_{i_1, j_1} , могут выступать в качестве предельных. В этом случае подпространство параметров между двумя соседними областями $D_{i_1-k_1, j_1-k_2}$ и D_{i_1, j_1} имеет структуру аналогичную той, какую образуют сами области D_{i_1, j_1} , а именно: между бифуркационными кривыми $\gamma=\gamma_{i_1-k_1, j_1-k_2}^d$ и $\gamma=\gamma_{i_1, j_1}^d$ размещаются области \bar{D}_{i_1, j_1} , при значениях параметров из которых в фазовом пространстве U_0 существуют предельные циклы с числом вращения

$$\bar{\nu}_{i_1, j_1}^n = (i_1 - k_1 j_1 - k_2 + i_1 n) / (j_1 - k_2 + j_1 n).$$

Области \bar{D}_{i_1, j_1} с ростом n накапливаются к бифуркационной кривой $\gamma=\gamma_{i_1, j_1}^d$.

На рис. 5 приведены примеры устойчивых предельных циклов системы (1),

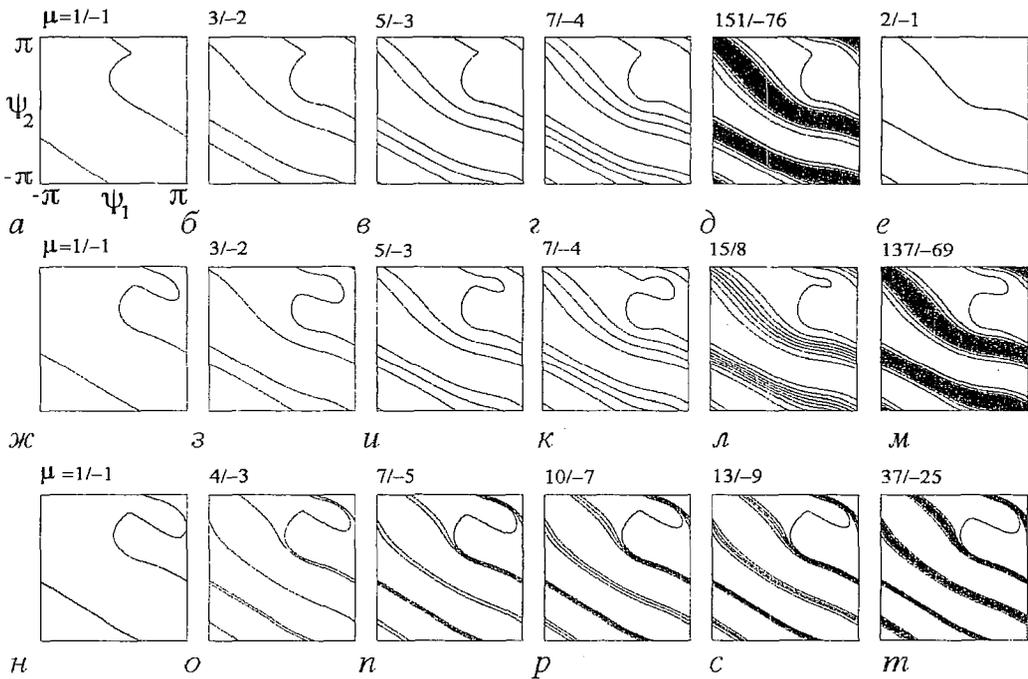


Рис. 5. Устойчивые предельные циклы системы (1) при $\beta=0.7, \delta=0.1$: $\gamma=2.3, \kappa=2.5$ (1); $\gamma=1.82, \kappa=1.5$ (2); $\gamma=1.75, \kappa=1.3$ (3); $\gamma=1.71, \kappa=1.3$ (4); $\gamma=1.6735, \kappa=1.13$ (5); $\gamma=1.6735, \kappa=1.128$ (6); $\gamma=2, \kappa=1.8$ (7); $\gamma=1.5, \kappa=1.85$ (8); $\gamma=1.74, \kappa=1.3$ (9); $\gamma=1.7408, \kappa=1.3$ (10); $\gamma=1.69, \kappa=1.165$ (11); $\gamma=1.6735, \kappa=1.13029$ (12); $\gamma=1.935, \kappa=1.960866$ (13); $\kappa=1.839$ (14); $\kappa=1.78$ (15); $\kappa=1.756$ (16); $\kappa=1.738$ (17); $\kappa=1.7$ (18)

числа вращения у которых изменяются согласно выражению (2). Для циклов изображенных на диаг. 1–5 и 7–12 имеем $i_0=1$, $j_0=-1$, $k_1=2$, $k_2=-1$. Области существования этих циклов накапливаются к бифуркационной кривой $\gamma=\gamma_{2,-1}^d$ (линия 15 на рис. 3), ограничивающей область $D_{2,-1}$ существования цикла с числом вращения $\mu=2/(-1)$ (диаг. 6). Циклы, представленные на диаг. 13–18, имеют $i_0=1$, $j_0=-1$, $k_1=3$, $k_2=-2$. На рис. 3 области существования этих циклов расположены между линиями 3 и 5, а предельной для них является кривая $\gamma=\gamma_{3,-2}^d$ (линия 5), ограничивающая область $D_{3,-2}$. Характерно, что вид циклов модели (1) при значениях параметров из областей близких к предельным кривым похож на двумерные проекции хаотических аттракторов.

Анализ параметрических портретов, представленных на рис. 1 и рис. 3, свидетельствует о том, что автоколебательные и асинхронные режимы рассматриваемой каскадной системы могут существовать совместно с синхронными и квазисинхронными режимами. Это объясняет гистерезисные явления и мультистабильное поведение каскадной системы, когда при одних и тех же параметрах в зависимости от начальных условий реализуются различные динамические режимы.

Заключение

Представленные результаты исследования системы (1) свидетельствуют о том, что каскадное соединение двух простейших фазовых систем (аттракторами парциальных систем в соответствующих фазовых пространствах являются либо состояние равновесия либо предельный цикл) обладает сложным поведением. Оно выражается в богатстве динамических режимов, в том числе и новых, не свойственных парциальным системам (квазисинхронные режимы), в широком спектре бифуркаций, в ярко выраженных свойствах мультистабильности и гистерезисных явлениях. Сложная динамика наиболее сильно проявляется при неодинаковых начальных частотных расстройках генераторов относительно опорного сигнала. Существенное усложнение динамического поведения каскадной системы обусловлено введением дополнительных связей по цепям управления, однако, изменяя параметры связей, можно управлять динамическими процессами и добиваться улучшения динамических характеристик.

Полученные результаты расширяют базу знаний о нелинейных взаимосвязанных системах и могут быть полезны при использовании подобных систем в устройствах обработки информации и связи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 94-01-00957, 96-02-16559). При численном исследовании использована технология компьютерного моделирования и программные средства, созданные при финансовой поддержке Министерства науки и технической политики РФ (Государственная научно-техническая программа «Перспективные информационные технологии», проект 05.06.1172).

Библиографический список

1. Капранов М.В. Каскадная система фазовой подстройки частоты // Динамика систем. Горький: ГГУ, 1976. № 11. С.76.
2. Матросов В.В., Корзинова М.В. Коллективная динамика каскадного соединения фазовых систем // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 2. С.10.
3. Матросов В.В., Корзинова М.В. О влиянии связей на нелинейную

динамику двух каскадно связанных управляемых генераторов // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т.38, № 3–4. С.275.

4. *Матросов В.В., Корзинова М.В.* Синхронные и автоколебательные режимы каскадного соединения фазовых систем // Вестник ННГУ. Нелинейная динамика – синхронизация и хаос / Под ред. М.И.Рабиновича. Н.Новгород: ННГУ, 1996. С.77.

5. *Корзинова М.В., Матросов В.В.* Моделирование нелинейной динамики каскадного соединения фазовых систем // Изв. вузов. Радиофизика. 1993. Т.36, № 8. С.815.

6. *Федосова Т.С.* Особенности бифуркаций в системе ФАПЧ с гармоническим делителем частоты // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1978. Т.21, № 7. С.60.

7. *Пономаренко В.П., Матросов В.В.* Динамические свойства двухконтурной взаимосвязанной системы фазовой синхронизации // Радиотехника и электроника. 1984. Т.29, № 6. С.1125.

8. Системы фазовой синхронизации / Под ред. Шахгильдяна В.В., Беллостиной Л.Н. М.: Связь, 1975.

9. *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах. Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах. М.: Наука, 1990.

10. *Пономаренко В.П., Матросов В.В.* Автоматизация исследований нелинейной динамики систем синхронизации // Вестник Верхне-Волжского отделения Академии технологических наук Российской Федерации. Высокие технологии в радиоэлектронике. Н.Новгород, 1997. Вып. 2(4). С. 15.

11. *Барбашин Е.А., Табуева В.А.* Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством. М.: Наука, 1969.

12. *Белых В.Н., Веричев Н.Н.* О динамике взаимосвязанных ротаторов // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т.31, № 6.

13. *Баутин Н.Н.* Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука, 1984.

14. *Плисс В.А.* Нелокальные проблемы теории колебаний. М.: Наука, 1967.

15. *Шильников Л.П.* Теория бифуркаций и модель Лоренца // *Марсден Дж., Мак-Кракен М.* Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М.: Мир, 1980. С.317.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 29.09.97
после переработки 26.01.98

SOME PARTICULARITIES OF DYNAMICAL BEHAVIOUR OF TWO CASCADE COUPLED PHASE LOCKED LOOPS

V.V. Matrosova

Results of investigations of dynamic regimes and their bifurcations in the model on phase torus of two cascade coupled phase locked loops are presented.



Матросов Валерий Владимирович – родился в 1961 году. Окончил факультет прикладной математики и кибернетики Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (1982), к.ф.-м.н., старший научный сотрудник НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ. Область научных интересов – теория синхронизации, математическое моделирование нелинейных систем, автоматизация научных исследований. Имеет более 30 публикаций в отечественных и иностранных журналах.