



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2025. Т. 33, № 1  
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2025;33(1)

Научная статья  
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003125  
EDN: BIUYWZ

## Эффекты динамики шумоиндуцированных кальциевых сигналов в биофизической модели астроцитарного отростка

A. B. Ермолаева<sup>1,2</sup>, И. А. Кастальский<sup>1</sup>✉, В. Б. Казанцев<sup>1</sup>, С. Ю. Гордлеева<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н. И. Лобачевского, Россия

<sup>2</sup>Центр нейроморфных вычислений, АНО «Неймарк», Нижний Новгород, Россия  
E-mail: anastasia.v.ermolaeva@gmail.com, ✉kastalskiy@neuro.nnov.ru,  
kazantsev@neuro.nnov.ru, gordleeva@neuro.nnov.ru

Поступила в редакцию 1.03.2024, принята к публикации 21.05.2024,  
опубликована онлайн 24.09.2024

**Аннотация.** Цель данной работы — исследование эффектов пространственно-временной динамики спонтанной кальциевой сигнализации в морфологической структуре астроцита на субклеточном уровне методами биофизического математического моделирования. *Методы.* В работе предлагается биофизическая многокомpartmentная модель шумоиндуцированной кальциевой динамики в отростке астроцита. Модель описывает процесс генерации спонтанных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов, индуцированных стохастической работой потенциал-зависимых  $\text{Ca}^{2+}$ -каналов на плазматической мембране астроцита. Модель позволяет исследовать динамику распространения спонтанных локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов и механизмов формирования пространственных  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов в отростке астроцита. *Результаты.* Разработанная модель позволяет исследовать влияние морфологии и внутриклеточных биофизических механизмов на характеристики спонтанной шумоиндуцированной  $\text{Ca}^{2+}$ -сигнализации в отростке астроцита. Установлены области параметров, при которых модель качественно воспроизводит спонтанную  $\text{Ca}^{2+}$ -активность на субклеточном уровне, наблюдаемую в эксперименте. Исследованы характеристики шумоиндуцированных  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов, распространяющихся вдоль отростка, в зависимости от внутренней структуры отростка, его геометрии, равновесной концентрации молекул инозитол 1,4,5-трифосфата.

**Ключевые слова:** отросток астроцита, компартмент, кальциевый сигнал, инозитол 1,4,5-трифосфат, диффузия.

**Благодарности.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках проекта № FSWR-2023-0029 (концептуальная модель астроцитарного отростка и динамика модели) и проекта РФФИ № 20-32-90151 (разработка программного обеспечения для численного моделирования и анализа данных).

**Для цитирования:** Ермолаева А. В., Кастальский И. А., Казанцев В. Б., Гордлеева С. Ю. Эффекты динамики шумоиндуцированных кальциевых сигналов в биофизической модели астроцитарного отростка // Известия вузов. ПНД. 2025. Т. 33, № 1. С. xxx–xxx. DOI: 10.18500/0869-6632-003125. EDN: BIUYWZ

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

## Effects of the dynamics of noise-induced calcium signals in a biophysical model of the astrocytic process

A. V. Ermolaeva<sup>1,2</sup>, I. A. Kastalskiy<sup>1</sup>✉, V. B. Kazantsev<sup>1</sup>, S. Yu. Gordleeva<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Russia

<sup>2</sup>Neuromorphic computing center, ANO “Neymark”, Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: anastasia.v.ermolaeva@gmail.com, ✉kastalskiy@neuro.nnov.ru,

kazantsev@neuro.nnov.ru, gordleeva@neuro.nnov.ru

Received 1.03.2024, accepted 21.05.2024, available online 24.09.2024

**Abstract.** The purpose of this work is to study the effects of spatio-temporal dynamics of spontaneous calcium signaling in the morphological structure of an astrocyte at the subcellular level using biophysical mathematical modeling methods. **Methods.** This work proposes a biophysical multicompartmental model of noise-induced calcium dynamics in the astrocytic process. The model describes the process of generation of spontaneous  $\text{Ca}^{2+}$  signals induced by the stochastic activation of voltage-dependent  $\text{Ca}^{2+}$  channels on the plasma membrane of the astrocyte. The model allows us to study the dynamics of the propagation of spontaneous local  $\text{Ca}^{2+}$  signals and the mechanisms of formation of spatial  $\text{Ca}^{2+}$  patterns in the astrocytic process. **Results.** The developed model enables studying the influence of morphology and intracellular biophysical mechanisms on the characteristics of spontaneous noise-induced  $\text{Ca}^{2+}$  signaling in the astrocytic process. The parameter ranges at which the model qualitatively reproduces the spontaneous  $\text{Ca}^{2+}$  activity at the subcellular level observed in experimental studies have been specified. The characteristics of noise-induced  $\text{Ca}^{2+}$  patterns propagating along the process were investigated, depending on the internal structure of the process, its geometry, and the steady state concentration of inositol 1,4,5-triphosphate molecules.

**Keywords:** astrocytic process, compartment, calcium signal, inositol 1,4,5-triphosphate, diffusion.

**Acknowledgements.** This work was supported in part by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation according to research project No. FSWR-2023-0029 (conceptual model of astrocytic process and model dynamics) and in part by RFBR research project No. 20-32-90151 (development of software for numerical simulations and data analysis).

**For citation:** Ermolaeva AV, Kastalskiy IA, Kazantsev VB, Gordleeva SYu. Effects of the dynamics of noise-induced calcium signals in a biophysical model of the astrocytic process. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2025;33(1):xxx–xxx.  
DOI: 10.18500/0869-6632-003125

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

### Введение

Разработка и исследование биологически обоснованных нелинейных динамических моделей нейронных систем, демонстрирующих сигнализацию, соответствующую нормальному и патологическому функционированию мозга, является актуальной фундаментальной проблемой современной биофизики и нейродинамики. Астроциты, являющиеся электрически невозбудимыми клетками, демонстрируют кальциевую ( $\text{Ca}^{2+}$ ) сигнализацию (кратковременные повышения внутриклеточной концентрации  $\text{Ca}^{2+}$ ) спонтанно или в ответ на внешнюю стимуляцию, например, активность нейронов [1]. Астроцит имеет относительно крупного размера (10–15 мкм) тело, называемое сомой, и многочисленные ветвистые отростки. Отростки астроцита окружают нейроны, контактируя с дендритами, особенно в области синаптических контактов. Во время генерации  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов астроцит способен воздействовать на сигнальные функции нейронов, регулируя возбудимость нейронной мембрани и эффективность передачи сигналов между нейронами.

В настоящее время существует много работ, посвященных разработке и исследованию биофизических процессов генерации  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов в единичном астроцеце в рамках точечных

моделей [2–8], процессов распространения  $\text{Ca}^{2+}$ -волн в сетях астроцитов [9–11], а также механизмов воздействия астроцитов на синаптическую передачу и активность нейронных сетей [12–15]. Однако существует ряд актуальных проблем в данной области исследований. Точечные модели  $\text{Ca}^{2+}$ -сигнализации в астроците [2, 3] не учитывают процессы пространственно-временной динамики в морфологической структуре клетки, что является грубым приближением.

Недавние экспериментальные исследования  $\text{Ca}^{2+}$ -активности в астроцитах на субклеточном уровне показывают, что динамика молекулярно-клеточных каскадов  $\text{Ca}^{2+}$ -сигнализации обладает нетривиальными пространственно-временными характеристиками [16]. Было обнаружено, что  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналы в теле клетки и отростках разной величины отличаются между собой по частоте и длительности импульсов. Спонтанные  $\text{Ca}^{2+}$ -события внутри астроцита начинаются в большинстве случаев с генерации импульсов на крайних, наиболее удалённых от сомы участках отростка клетки, независимо друг от друга и затем распространяются по направлению к соме. Однако биофизические механизмы подобного распространения  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов в астроците до конца не ясны. В связи с этим исследование механизмов генерации и распространения  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов в астроците, с учётом сложного морфологического строения клетки методами биологоревантного математического моделирования, в настоящее время является крайне востребованной задачей [1, 17]. Актуальность модельного подхода следует из возможности дать точное теоретическое обоснование таких важных нелинейных динамических процессов, методы экспериментальной проверки которых либо пока не разработаны, либо принципиально невозможны для реализации.

В новых работах при исследовании принципов сигнализации в астроцитах акцент смещается в сторону моделирования пространственной конфигурации его отростков [18, 19] на основе описания процессов диффузии основных сигнальных молекул в пространственно-распределённых морффункциональных моделях [20–22].

В представленной работе на основе собранных эмпирических данных была предложена биофизическая компартментная модель, описывающая динамику распространения спонтанных локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов и механизмов формирования пространственных  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов в отростке астроцита. Модель описывает процесс генерации спонтанных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов, индуцированных стохастической работой потенциал-зависимых  $\text{Ca}^{2+}$ -каналов (VGCCs) на плазматической мембране астроцита. Исследования последних лет показали, что VGCCs участвуют в генерации кальциевых сигналов в астроцитах [23–26]. Однако существует очень мало моделей, описывающих спонтанную кальциевую динамику с учётом VGCCs, а функциональная роль VGCCs в астроцитах остаётся до конца не изученной. Разработанная модель позволяет исследовать влияние морфологии и внутриклеточных биофизических механизмов на характеристики спонтанной шумоиндцированной кальциевой сигнализации в отростке астроцита. Установлены области параметров, при которых модель качественно воспроизводит спонтанную  $\text{Ca}^{2+}$ -активность на субклеточном уровне, наблюдаемую в эксперименте. Исследованы характеристики шумоиндцированных  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов, распространяющихся вдоль отростка, в зависимости от внутренней структуры отростка, его геометрии, равновесной концентрации молекул инозитол 1,4,5-трифосфата (ИТФ).

## 1. Описание модели

Для исследования принципов генерации и распространения спонтанных локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов по отростку астроцита и поиска механизмов формирования из таких сигналов пространственно-распределённых  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов была рассмотрена биофизическая компартментная модель  $\text{Ca}^{2+}$ -динамики в отростке клетки. Отросток рассматривается как цепочка из 50 взаимосвязанных элементов (компартментов). Каждый компартмент в общем случае

## Astrocytic process

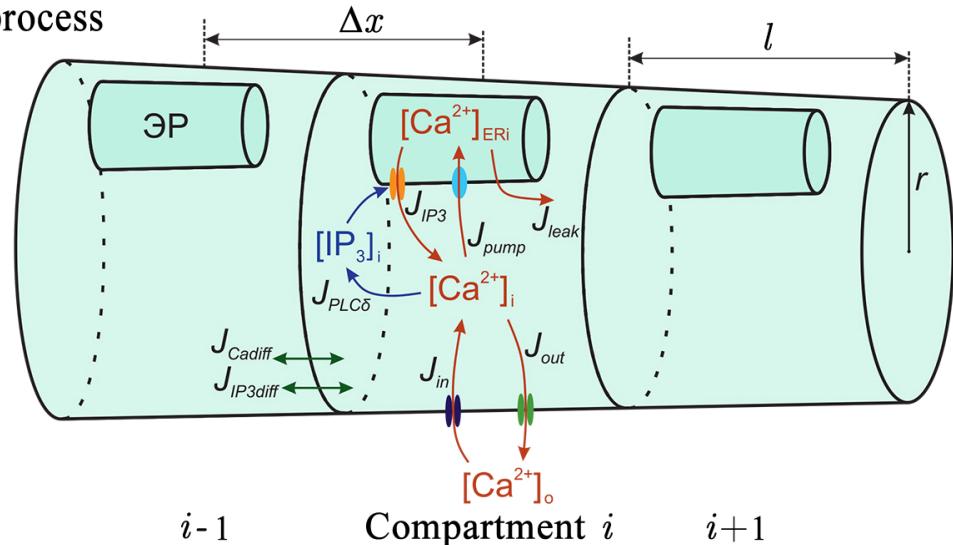


Рис. 1. Схема компартментной модели отростка астроцита и кинетика основных токов  $\text{Ca}^{2+}$  и ИТФ

Fig. 1. Scheme of the compartmental model of the astrocytic process and the kinetics of the  $\text{Ca}^{2+}$  and IP<sub>3</sub> general currents

имеет форму усечённого конуса (в частном случае постоянного радиуса — цилиндрическую форму) и содержит внутриклеточное хранилище кальция, эндоплазматический ретикулум (ЭР). Соседние компартменты взаимодействуют между собой за счёт диффузии ионов  $\text{Ca}^{2+}$  и молекул ИТФ. В качестве механизма возникновения спонтанной кальциевой сигнализации в модели описывается активация биохимического каскада  $\text{Ca}^{2+}$ -индукционного высвобождения  $\text{Ca}^{2+}$  из внутриклеточных хранилищ за счёт стохастической работы VGCCs на мембране астроцита [23]. Уравнения модели динамики внутриклеточной концентрации  $\text{Ca}^{2+}$  в астроците представляют собой аналог уравнений Ходжкина–Хаксли [27] для мембранны ЭР астроцита, определённых в терминах изменения концентрации ионов  $\text{Ca}^{2+}$  во внутриклеточном пространстве. Вход ионов  $\text{Ca}^{2+}$  индуцирует продукцию ИТФ  $\text{Ca}^{2+}$ -зависимой фосфолипазой Сδ (PLCδ). Повышение концентрации молекул ИТФ приводит к открытию ИТФ-зависимых  $\text{Ca}^{2+}$ -каналов на мембране ЭР и выходу ионов  $\text{Ca}^{2+}$  в цитозоль. Схема модели представлена на рис. 1.

Динамика внутриклеточной концентрации  $\text{Ca}^{2+}$  в каждом компартменте отростка астроцита описывается нелинейной системой третьего порядка, полученной на основе уравнений кинетики ключевых биохимических преобразований в клетке.  $\text{Ca}^{2+}$ -динамика во внутриклеточном пространстве каждого компартмента — цитозоли — определяется кальциевым обменом с ЭР, который включает в себя высвобождение кальция из ЭР в цитозольный объём посредством рецепторов ИТФ,  $J_{IP3}$ , кальциевый насос «SERCA»,  $J_{\text{pump}}$ , перекачивающий кальций обратно в ЭР, и утечку кальция из ЭР,  $J_{\text{leak}}$ . Учитываются также два разнонаправленных потока кальция через плазматическую мембрану:  $J_{\text{in}}$  и  $J_{\text{out}}$ . Динамика внутриклеточной концентрации кальция в цитозоли компартмента  $i$ ,  $[\text{Ca}^{2+}]_i$  описывается модифицированной моделью Уллаха [3] с учётом стохастической работы кальциевых каналов [18] на мембране астроцита и диффузационной связи между компартментами и представлена следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial [\text{Ca}^{2+}]_i}{\partial t} = D_{Ca} \frac{\partial^2 [\text{Ca}^{2+}]_i}{\partial x^2} + J_{IP3} - J_{\text{pump}} + J_{\text{leak}} + J_{\text{in}} - J_{\text{out}} + J_{\text{stoch}}. \quad (1)$$

Уравнения, описывающие кальциевый обмен между цитозолью и ЭР, имеют вид:

$$J_{IP3} = c_1 v_1 m_\infty^3 n_\infty^3 h_i^3 \left( [\text{Ca}^{2+}]_{ERi} - [\text{Ca}^{2+}]_i \right), \quad (2)$$

$$J_{\text{pump}} = v_3 \frac{[\text{Ca}^{2+}]_i^2}{[\text{Ca}^{2+}]_i^2 + k_3^2}, \quad (3)$$

$$J_{\text{leak}} = c_1 v_2 \left( [\text{Ca}^{2+}]_{ERi} - [\text{Ca}^{2+}]_i \right), \quad (4)$$

где

$$m_\infty = \frac{[IP_3]_i}{[IP_3]_i + d_1}, \quad (5)$$

$$n_\infty = \frac{[\text{Ca}^{2+}]_i}{[\text{Ca}^{2+}]_i + d_5}, \quad (6)$$

$[IP_3]_i$  — внутриклеточная концентрация ИТФ. Значения и биофизические описания параметров модели представлены в Таблице.

Концентрация  $\text{Ca}^{2+}$  в ЭР описывается следующим уравнением:

$$[\text{Ca}^{2+}]_{ERi} = \frac{c_0 - [\text{Ca}^{2+}]_i}{c_1}. \quad (7)$$

Переменная инактивации  $h_i$  соответствует доле рецепторов ИТФ, которые не были инактивированы кальцием, и моделируется следующим образом:

$$\frac{dh_i}{dt} = \frac{h_\infty - h_i}{\tau_h}, \quad (8)$$

где

$$h_\infty = \frac{Q_2}{Q_2 + [\text{Ca}^{2+}]_i}, \quad (9)$$

$$\tau_h = \frac{1}{a_2(Q_2 + [\text{Ca}^{2+}]_i)}, \quad (10)$$

$$Q_2 = d_2 \frac{[IP_3]_i + d_1}{[IP_3]_i + d_3}. \quad (11)$$

Кальциевый ток через плазматическую мембрану из внеклеточного пространства в цитозоль ( $J_{\text{in}}$ ) является суммой двух токов: постоянного тока кальция через пассивные каналы на мемbrane ( $J_{\text{pass}}$ ) и ёмкостного кальциевого тока ( $J_{CCE}$ ):

$$J_{\text{in}} = J_{\text{pass}} + J_{CCE}. \quad (12)$$

Ток  $J_{CCE}$  зависит от концентрации ИТФ и описывается следующим образом [28]:

$$J_{CCE} = v_6 \frac{[IP_3]_i^2}{[IP_3]_i^2 + k_2^2}. \quad (13)$$

Обратный поток кальция через плазматическую мембрану описывается следующим образом [3]:

$$J_{\text{out}} = k_1 [\text{Ca}^{2+}]_i. \quad (14)$$

Таблица. Параметры модели  
Table. Model parameters

Параметр	Определение	Значение
$c_0$	Общая концентрация $\text{Ca}^{2+}$ в клетке, отнесённая к объёму цитозоли	2.0 мкмоль
$c_1$	Отношение объёма ЭР к объёму цитозоли	0.185
$v_1$	Максимальная скорость ИТФ-зависимого $\text{Ca}^{2+}$ -индуцированного высвобождения $\text{Ca}^{2+}$	6.0 $\text{с}^{-1}$
$v_2$	Максимальная скорость утечки $\text{Ca}^{2+}$ из ЭР	0.11 $\text{с}^{-1}$
$v_3$	Максимальная скорость закачки $\text{Ca}^{2+}$ в ЭР с помощью SERCA	2.2 мкмоль $\text{с}^{-1}$
$v_4$	Максимальная скорость продукции ИТФ $\text{Ca}^{2+}$ - зависимой PLCδ	0.3 мкмоль $\text{с}^{-1}$
$J_{pass}$	Скорость утечки $\text{Ca}^{2+}$ через плазматическую мембрану	0.025 мкмоль $\text{с}^{-1}$
$v_6$	Максимальная скорость ёмкостного $\text{Ca}^{2+}$ -тока	0.2 мкмоль $\text{с}^{-1}$
$k_1$	Константа скорости высвобождения $\text{Ca}^{2+}$	0.5 $\text{с}^{-1}$
$k_2$	Константа полунасыщения для зависимого от агониста поступления $\text{Ca}^{2+}$	1.0 мкмоль
$k_3$	Константа активации для SERCA	0.1 мкмоль
$k_4$	Константа диссоциации для $\text{Ca}^{2+}$ - зависимой продукции ИТФ	1.1 мкмоль
$d_1$	Константа диссоциации для ИТФ	0.13 мкмоль
$d_2$	Константа диссоциации для ингибирования $\text{Ca}^{2+}$	1.049 мкмоль
$d_3$	Константа диссоциации рецептора для ИТФ	0.9434 мкмоль
$d_5$	Константа диссоциации для активации $\text{Ca}^{2+}$	0.082 мкмоль
$a_2$	Константа ингибирования $\text{Ca}^{2+}$	0.14 мкмоль $\text{с}^{-1}$
$[IP_3^*]$	Равновесная концентрация ИТФ	0.3 мкмоль
$1/\tau_r$	Скорость деградации ИТФ	0.14 $\text{с}^{-1}$
$\alpha$	Коэффициент в интервале от 0 до 1	0.8
$g$	Плотность проводимости	3.5 $\text{пСм мкм}^{-2}$
$V_m$	Мембранный потенциал	-70 мВ
$r$	Радиус астроцитарного компартмента	0.05...7 мкм
$l$	Единичная длина компартмента	1 мкм
$R$	Универсальная газовая постоянная	8.31 $\text{Дж К}^{-1} \text{ моль}^{-1}$
$T$	Абсолютная температура	293 К
$z_{Ca}$	Заряд иона $\text{Ca}^{2+}$	2
$F$	Постоянная Фарадея	96485 Кл моль $\text{А}^{-1}$
$[\text{Ca}^{2+}]_o$	Внеклеточная концентрация $\text{Ca}^{2+}$	$10^{-5}...4$ ммоль
$d_{Ca}$	Коэффициент диффузии ионов $\text{Ca}^{2+}$	0.1 $\text{мкм}^2 \text{ с}^{-1}$
$d_{IP_3}$	Коэффициент диффузии молекул ИТФ	0.1 $\text{мкм}^2 \text{ с}^{-1}$

Слагаемое, отвечающее за стохастический поток ионов кальция через потенциал-зависимые кальциевые каналы на плазматической мембране:  $J_{\text{stoch}} = \sigma_{m \text{ stoch}} d\omega_{\text{stoch}}$ . Величина потока  $\sigma_{m \text{ stoch}}$  описывается уравнением [23]

$$\sigma_{m \text{ stoch}} = -\frac{gS(V_m - E_{Ca})}{z_{Ca}FV}, \quad (15)$$

где  $g$  — плотность проводимости;  $S$  — площадь плазматической мембраны компартмента, которая определяется как площадь поверхности цилиндра с единичной высотой:  $S = 2\pi r l = 2\pi r V$ ;  $V_m$  — постоянный потенциал астроцитарной мембранны;  $V$  — объём компартмента отростка астроцита. Поскольку в рассмотренном случае компартмент представлял собой цилиндр с радиусом  $r$  и единичной высотой  $l$ , то объём  $V = \pi r^2 l = \pi r^2$ .

$E_{Ca}$  определяет потенциал Нернста для кальция:

$$E_{Ca} = \frac{RT}{z_{Ca}F} \ln \frac{[Ca^{2+}]_o}{[Ca^{2+}]_i}, \quad (16)$$

где  $[Ca^{2+}]_o$  — внеклеточная концентрация  $Ca^{2+}$ .

Первое слагаемое в уравнении (1)  $D_{Ca} \frac{\partial^2 [Ca^{2+}]_i}{\partial x^2} = J_{Ca\text{diff}}$  описывает внутриклеточную диффузию  $Ca^{2+}$ , где  $D_{Ca}$  — непрерывный коэффициент диффузии ионов  $Ca^{2+}$ , который при переходе к дискретному уравнению методом конечных разностей

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [Ca^{2+}]_i = \frac{1}{(\Delta x)^2} ([Ca^{2+}]_{i-1} - 2[Ca^{2+}]_i + [Ca^{2+}]_{i+1}) \quad (17)$$

заменяется на величину, указанную ниже, и принимается постоянным:

$$d_{Ca} = \frac{D_{Ca}}{(\Delta x)^2}. \quad (18)$$

Динамика внутриклеточной концентрации ИТФ,  $[IP_3]_i$  определяется продукцией ИТФ фосфолипазой Сδ и деградацией ИТФ [3]:

$$\frac{\partial [IP_3]_i}{\partial t} = D_{IP3} \frac{\partial^2 [IP_3]_i}{\partial x^2} + J_{PLC\delta} - \frac{1}{\tau_r} ([IP_3]_i - [IP_3]^*), \quad (19)$$

где

$$J_{PLC\delta} = v_4 \frac{[Ca^{2+}]_i + (1 - \alpha)k_4}{[Ca^{2+}]_i + k_4}, \quad (20)$$

слагаемое  $D_{IP3} \frac{\partial^2 [IP_3]_i}{\partial x^2} = J_{IP3\text{diff}}$  описывает диффузию молекул ИТФ. При переходе к дискретной форме уравнения имеем

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [IP_3]_i = \frac{1}{(\Delta x)^2} ([IP_3]_{i-1} - 2[IP_3]_i + [IP_3]_{i+1}), \quad (21)$$

$$d_{IP3} = \frac{D_{IP3}}{(\Delta x)^2}. \quad (22)$$

В модели учитываются следующие граничные условия:  $[Ca^{2+}]_0 = [Ca^{2+}]_1$ ,  $[IP_3]_0 = [IP_3]_1$ ;  $[Ca^{2+}]_{N+1} = [Ca^{2+}]_N$ ,  $[IP_3]_{N+1} = [IP_3]_N$ .

Для получения  $Ca^{2+}$ -динамики в астроцитарном отростке, согласно предложенной модели, приведённые выше дифференциальные уравнения интегрировались методом Рунге–Кутты 4 порядка, оптимизированным для уравнений, содержащих стохастический шум, с шагом интегрирования  $\Delta t = 0.01$  с. Пример реализаций  $[Ca^{2+}]_i$  в компартментах отростка астроцита представлен на рис. 2, а. Сигналы каждого компартмента характеризуются наличием выраженных событий кратковременного увеличения концентрации  $[Ca^{2+}]_i$ , так называемых кальциевых осцилляций. Локальные  $Ca^{2+}$ -события детектировались пороговым методом автоматически. Для расчёта порога  $T$  использовалась медиана сигнала и медианное отклонение (MAD) согласно формуле

$$T_i = \text{median} ([Ca^{2+}]_i) + k \cdot \text{MAD} ([Ca^{2+}]_i), \quad (23)$$

где  $k$  — множитель, принимающий значение в диапазоне от 3 до 8. Точное время начала каждого локального события определялось по первому значению производной нарастающего сигнала,

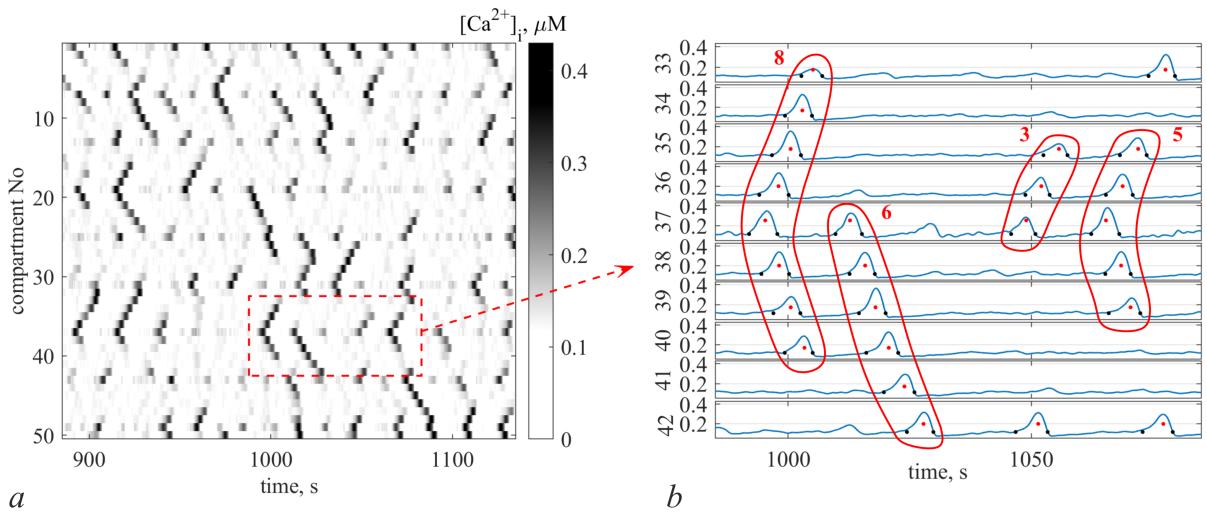


Рис. 2. Пример спонтанной  $\text{Ca}^{2+}$ -сигнализации в отростке астроцита индуцированной стохастической работой потенциал-зависимых  $\text{Ca}^{2+}$ -каналов на плазматической мемbrane: *a* — реализации внутриклеточной концентрации  $\text{Ca}^{2+}$  во всех 50 компартментах отростка, *b* — детектирование локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов и пространственно-распределённых  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов; сигнал от компартмента № 37 может распространяться вдоль отростка как в одну, так и в обе стороны. Синим изображены  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналы, чёрными точками на уровне медианы сигнала отмечены начала и окончания  $\text{Ca}^{2+}$ -колебаний, красными точками на уровне порога детектирования, рассчитанного по формуле (23), отмечены максимумы детектированных событий. Красными контурами выделены пространственно-распределённые  $\text{Ca}^{2+}$ -паттерны и число вовлечённых в них компартментов (цвет онлайн)

Fig. 2. An example of spontaneous  $\text{Ca}^{2+}$  signaling in an astrocytic process induced by the stochastic activation of voltage-dependent  $\text{Ca}^{2+}$  channels on the plasma membrane: *a* — traces of the intracellular concentration of  $\text{Ca}^{2+}$  in all 50 compartments of the process, *b* — detection of local  $\text{Ca}^{2+}$  oscillations and spatially distributed  $\text{Ca}^{2+}$  patterns; the signal from compartment No. 37 can propagate along the process in one or both directions.  $\text{Ca}^{2+}$  signals are depicted in blue, black dots at the signal median level mark the beginning and end of  $\text{Ca}^{2+}$  oscillations, red dots at the threshold level calculated by the formula (23), the peaks of detected events are marked. Red contours indicate spatially distributed  $\text{Ca}^{2+}$  patterns and the number of compartments involved (color online)

превышающему 75-й перцентиль, во временном окне длительностью 4 секунды до достижения порога. Из-за специфики формы получаемых сигналов окончание каждого события в подавляющем большинстве случаев могло быть установлено по первому после пика события пересечению сигналом собственной медианы (рис. 2, *b*).

Отметим, что локальные  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналы, распространяясь на соседние компартменты по отростку, могут образовывать пространственно-распределённые  $\text{Ca}^{2+}$ -паттерны. Такая совокупность сигналов, наблюдаемых как непрерывающаяся последовательность локальных событий, возникающих на соседних компартментах с короткой временной задержкой (перекрывающихся во времени и с интервалом не более 4 секунд), автоматически детектировалась как один паттерн. Он может распространяться как в одном, так и в обоих направлениях от места инициирования (см. рис. 2, *b*).

## 2. Результаты

На основе предложенной компартментной модели спонтанной  $\text{Ca}^{2+}$ -сигнализации в астроцитарном отростке было проведено исследование влияния морфологии и внутриклеточных биофизических механизмов на характеристики локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов и принципы формирования пространственных  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов.

Одним из основных параметров, влияющих на частоту генерации локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов в компартментах, является отношение объёма внутриклеточного хранилища кальция, ЭР, к объёму цитозоли. В модели данное отношение задаётся параметром  $c_1$ . Были исследованы характеристики спонтанной  $\text{Ca}^{2+}$ -активности при варьировании параметра  $c_1$  в диапазоне [0.233; 0.24] (рис. 3). А именно были посчитаны частоты возникновения локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов и  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов, приведённые к единице длины отростка, и функции плотности вероятности размеров и длительностей  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов. Было выявлено, что частота как локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов, так и распространяющихся пространственно-временных  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов прямо пропорциональна значению параметра  $c_1$  (рис. 3, c). Полученные плотность распределения размеров  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов (рис. 3, d) и плотность распределения их длительностей (рис. 3, e) показали, что при увеличении параметра  $c_1$  средняя дальность распространения (размер) событий и их длительности также увеличиваются.

Для исследования влияния геометрии отростка астроцита на динамику внутриклеточной концентрации  $\text{Ca}^{2+}$  были рассмотрены случаи моделирования отростков разного радиуса.

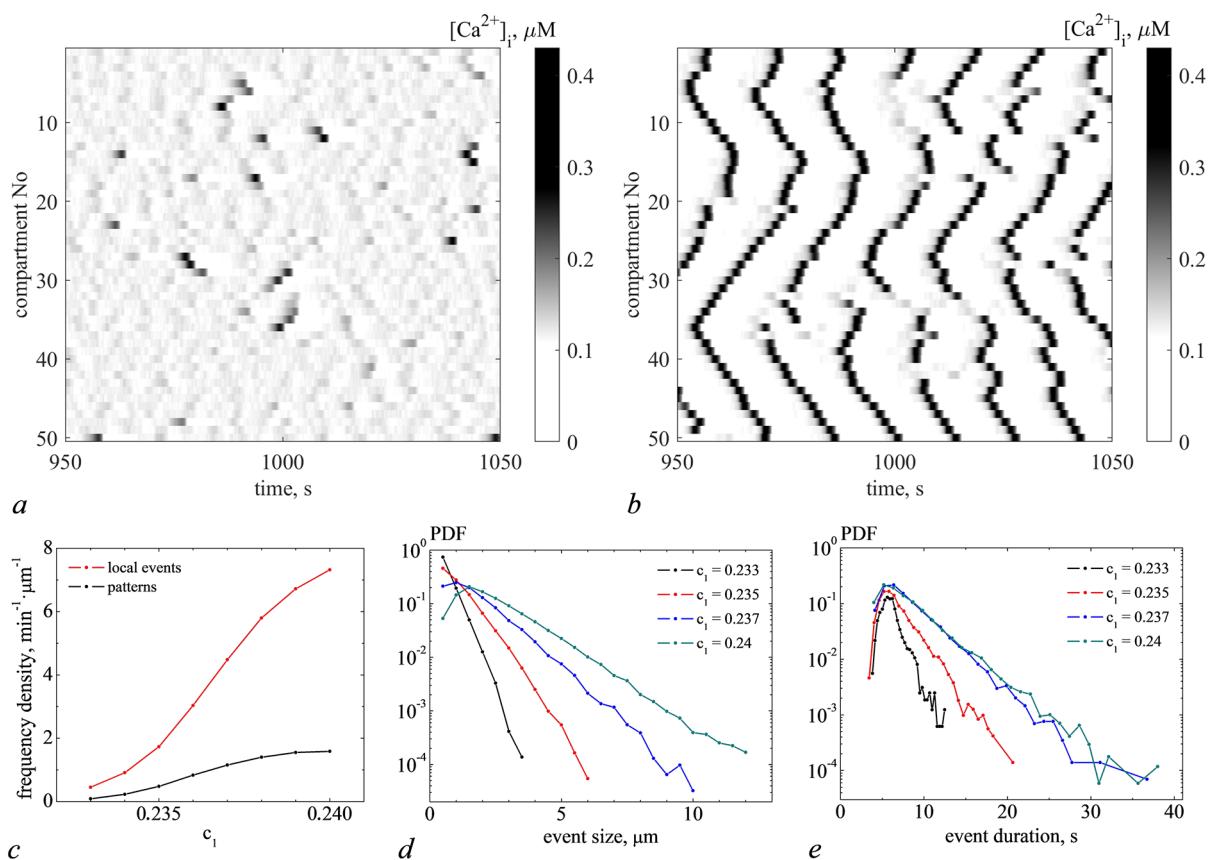


Рис. 3. Примеры кальциевой активности в отростке астроцита для значений  $c_1$ , отношения объёмов ЭР и цитозоли, в интервале [0.233; 0.24]: реализации для  $c_1 = 0.233$  (a) и для  $c_1 = 0.24$  (b), частоты возникновения локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов и пространственно-распределённых  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов, приведённые к единице длины отростка, в данном интервале параметра  $c_1$  (c), а также плотности распределения размеров (d) и длительностей (e)  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов в отростке астроцита (цвет онлайн)

Fig. 3. Examples of calcium activity in the astrocytic process for values of  $c_1$ , the ratio of ER and cytosol volumes, in the range [0.233; 0.24]:  $\text{Ca}^{2+}$  signals for  $c_1 = 0.233$  (a) and for  $c_1 = 0.24$  (b), frequency of local  $\text{Ca}^{2+}$  oscillations and spatially distributed  $\text{Ca}^{2+}$  patterns, normalized to a unit length of the process, in a given interval of the parameter  $c_1$  (c), as well as the probability density functions of sizes (d) and durations (e) of  $\text{Ca}^{2+}$  patterns in the astrocytic process (color online)

Увеличение радиуса компартмента,  $r$ , приводит к уменьшению отношения площади поверхности компартмента к его объёму пропорционально  $\sim 1/r$  в формуле (15). Поэтому увеличение радиуса отростка приводит к уменьшению величины стохастического  $\text{Ca}^{2+}$ -тока через VGCCs, что соответственно снижает вероятность генерации шумоиндуцированных локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов. В нашем исследовании радиус компартментов принимал значения в интервале от 1.0 до 2.0 мкм. На рис. 4, *a*, *b* представлена спонтанная  $\text{Ca}^{2+}$ -активность для крайних значений радиуса компартментов. Анализ характеристик спонтанной  $\text{Ca}^{2+}$ -сигнализации показал, что частота генерации локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов, как и частота формирования пространственно-распределённых  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов, уменьшается при увеличении радиуса отростка (рис. 4, *c*). При этом размер (рис. 4, *d*) и продолжительность (рис. 4, *e*) пространственно-распределённых  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов с ростом радиуса отростка плавно увеличиваются.

В модели также была исследована зависимость характеристик  $\text{Ca}^{2+}$ -активности от равнovesной внутриклеточной концентрации ИТФ ( $[IP_3^*]$ ). Как следует из анализа  $\text{Ca}^{2+}$ -динамики изолированного компартмента [29], изменения концентрации ИТФ могут привести к возникновению

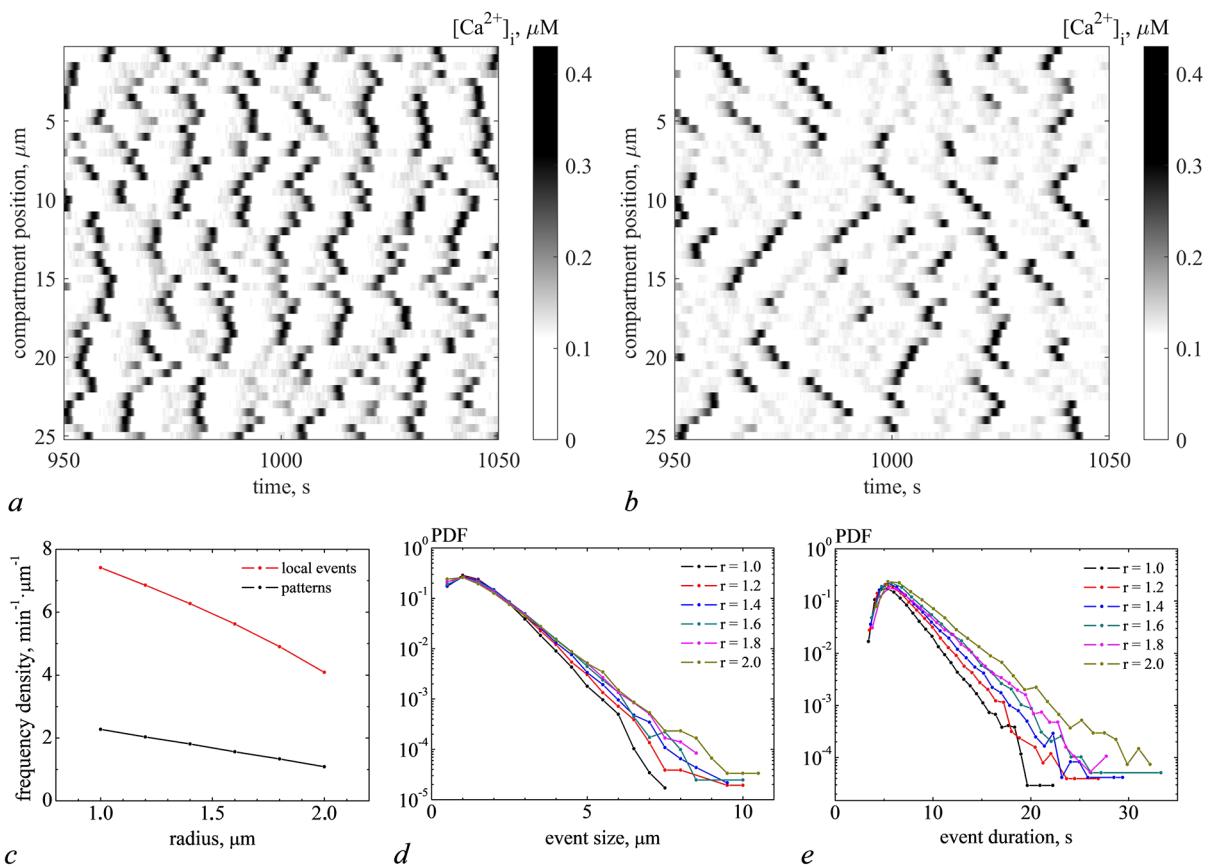


Рис. 4. Спонтанная кальциевая активность в отростке астроцита, индуцированная стохастической работой VGCCs, при вариации радиуса компартментов: реализации  $[\text{Ca}^{2+}]_i$  при  $r = 1.0 \mu\text{m}$  (*a*) и  $r = 2.0 \mu\text{m}$  (*b*), частоты возникновения локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов и пространственно-распределённых  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов, приведённые к единице длины отростка, в данном интервале  $r$  (*c*). Плотности распределения размеров (*d*) и длительностей (*e*)  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов в отростке астроцита (цвет онлайн)

Fig. 4. Spontaneous calcium activity in the astrocytic process, induced by the stochastic work of VGCCs, with variation in the radius of compartments:  $[\text{Ca}^{2+}]_i$  signals for  $r = 1.0 \mu\text{m}$  (*a*) and for  $r = 2.0 \mu\text{m}$  (*b*), frequency of local  $\text{Ca}^{2+}$  oscillations and spatially distributed  $\text{Ca}^{2+}$  patterns, normalized to a unit length of the process, in a given interval of  $r$  (*c*). Probability density functions of sizes (*d*) and durations (*e*) of  $\text{Ca}^{2+}$  patterns in the astrocytic process (color online)

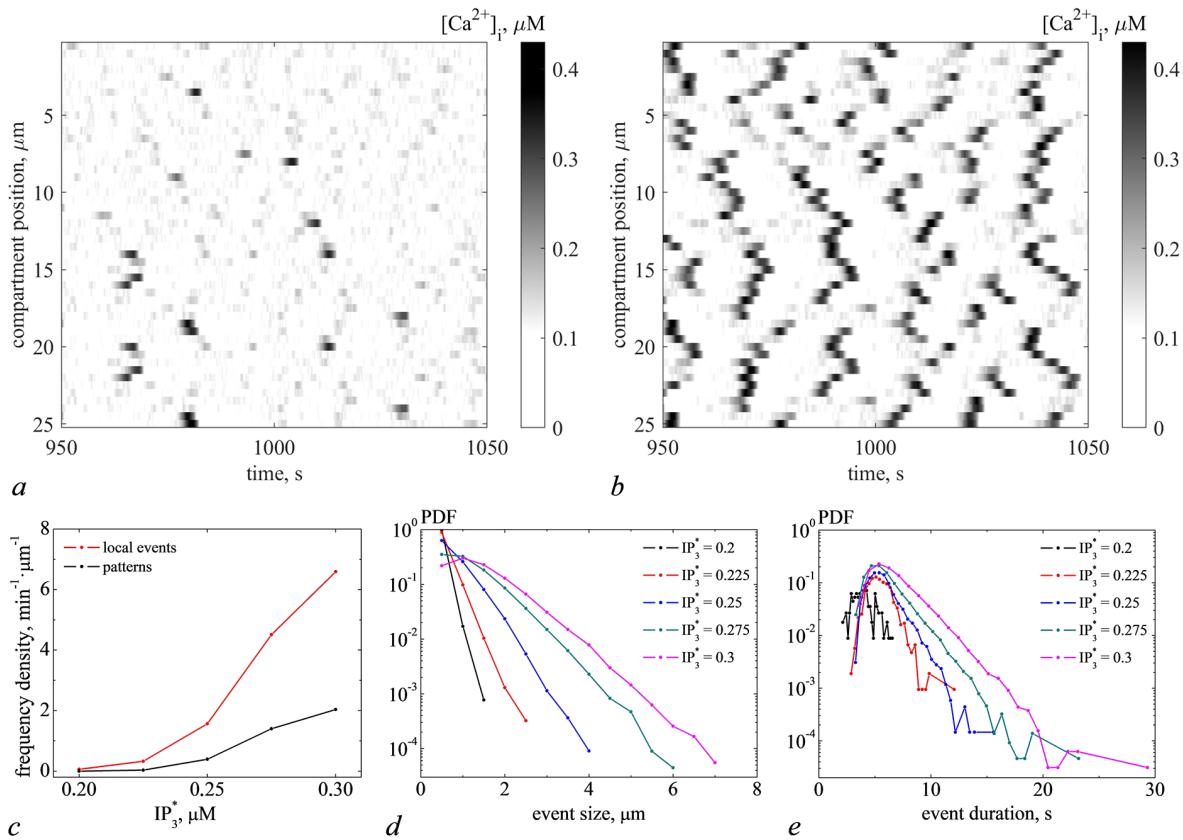


Рис. 5. Спонтанная  $\text{Ca}^{2+}$ -активность в отростке астроцита для разных значений равновесной внутриклеточной концентрации ИТФ: реализации  $[\text{Ca}^{2+}]_i$  при  $[\text{IP}_3^*] = 0.2$  мкмоль (а) и  $[\text{IP}_3^*] = 0.3$  мкмоль (б), частоты генерации локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов и формирования пространственно-временных  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов, приведённые к единице длины отростка (с), а также плотности вероятностей размеров (д) и длительностей (е)  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов для пяти равновесных концентраций  $[\text{IP}_3^*]$  (цвет онлайн)

Fig. 5. Spontaneous  $\text{Ca}^{2+}$  activity in the astrocytic process for different values of the steady state intracellular  $\text{IP}_3$  concentration: signals of  $[\text{Ca}^{2+}]_i$  for  $[\text{IP}_3^*] = 0.2 \mu\text{M}$  (a) and for  $[\text{IP}_3^*] = 0.3 \mu\text{M}$  (b), frequency of local  $\text{Ca}^{2+}$  oscillations and spatio-temporal  $\text{Ca}^{2+}$  patterns, normalized to a unit length of the process (c), and also the probability density functions of sizes (d) and durations (e) of  $\text{Ca}^{2+}$  patterns for five steady state concentrations  $[\text{IP}_3^*]$  (color online)

$\text{Ca}^{2+}$ -импульсов. Показано, что увеличение равновесного уровня ИТФ приводит к мягкому возникновению колебаний через бифуркацию Андронова–Хопфа [29]. Результаты моделирования показали, что при увеличении уровня  $[\text{IP}_3^*]$  возрастает частота генерации локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов в каждом компартменте, что ведёт к увеличению частоты формирования пространственно-временных  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов (рис. 5, с). Подобный эффект с точки зрения биофизики можно объяснить тем, что повышение равновесного уровня ИТФ приводит к повышению доли открытых ИТФ-зависимых кальциевых каналов на ЭР, следствием чего является увеличение выхода  $\text{Ca}^{2+}$  из ЭР и повышению его концентрации. Размеры и длительности  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов также увеличились (рис. 5, д, е).

## Заключение

Предложена биофизическая многоокомпартментная модель спонтанной кальциевой активности в отростке астроцита, описывающая динамику генерации и распространения шумоиндуцированных локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов и механизмы формирования пространственно-распределённых

$\text{Ca}^{2+}$ -паттернов. Спонтанные  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналы индуцированы стохастической работой потенциал-зависимых  $\text{Ca}^{2+}$ -каналов на плазматической мембране астроцита.

Были исследованы характеристики шумоиндуцированной пространственно-временной динамики внутриклеточной концентрации  $\text{Ca}^{2+}$  в отростке астроцита в зависимости от его геометрии, размеров внутриклеточных хранилищ кальция и равновесной концентрации молекул инозитол 1,4,5-трифосфата. По полученным реализациям были рассчитаны частоты генерации локальных  $\text{Ca}^{2+}$ -импульсов в каждом компартменте отростка и частоты формирования пространственно-распределённых  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов. А также построены функции плотности распределения размеров и длительностей  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов в отростке астроцита при вариации параметров модели.

Показано, что  $\text{Ca}^{2+}$ -динамика в отростке астроцита зависит от размера ЭР: с увеличением относительной доли объёма ЭР в объёме всей цитозоли увеличивается частота генерации  $\text{Ca}^{2+}$ -колебаний, а также дальность распространения паттернов и их продолжительность. Аналогичный эффект наблюдался также при повышении равновесной внутриклеточной концентрации молекул ИТФ. При варьировании толщины отростка была обнаружена обратная зависимость частоты генерации  $\text{Ca}^{2+}$ -колебаний от радиуса компартментов. При больших размерах компартментов возрастает роль стохастической составляющей тока через плазматическую мембрану. При этом размеры и длительности распространяющихся по отростку  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов увеличились пропорционально уровню шума.

Представленная модель качественно воспроизводит экспериментально наблюдаемую спонтанную  $\text{Ca}^{2+}$ -активность в отростке астроцита. В работе [18] авторы исследовали спонтанную  $\text{Ca}^{2+}$ -активность в срезах гиппокампа и в первичных культурах астроцитов гиппокампа. С использованием двухфотонной кальциевой визуализации была реконструирована морфология одиночных астроцитов и получена их спонтанная  $\text{Ca}^{2+}$ -динамика. Комбинируя  $\text{Ca}^{2+}$ -визуализацию и компьютерное моделирование, авторы показали, что более высокое отношение площади поверхности тонких астроцитарных отростков к их объёму определяет более высокую частоту спонтанных  $\text{Ca}^{2+}$ -событий, что совпадает с результатами нашей модели. Полученная в эксперименте частота возникновения  $\text{Ca}^{2+}$ -событий в отростках астроцитов принимала значения в интервале от 0 до 8  $\text{мин}^{-1}$ . Частота генерации  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов, полученная в нашем исследовании, соответствует данным значениям.

В настоящее время существует несколько работ, посвящённых исследованию спонтанной кальциевой активности в отростках астроцита. Например, в работе [7] исследуется кальциевая сигнализация в различных компартментах астроцитарного отростка в зависимости от отношения объёма ЭР к объёму внутриклеточного пространства. Cresswell-Clay et al. [30] представили модель астроцита, включающую сому и 5 однокомпартментных отростков. Цель их работы заключалась в исследовании нейрон-индуцированной стохастической кальциевой активности и её влияния на формирование импульсов  $\text{Ca}^{2+}$  в соме и глобальных  $\text{Ca}^{2+}$ -событий в астроците. Пространственно-распределённая модель астроцита, предложенная в [21], состоит из сомы и 52 компартментов, моделирующих отростки астроцита. На основе данной модели были исследованы процессы генерации и распространения  $\text{Ca}^{2+}$ -сигналов в астроците, а также влияние пространственно-временных свойств  $\text{Ca}^{2+}$ -динамики на сигнализацию в нейронной сети. В работе [18] с помощью двухфотонной кальциевой визуализации и компьютерного моделирования авторы проанализировали зависимость частоты генерации кальциевых сигналов от отношения площади поверхности отростков астроцита к их объёму. Ещё одна модель астроцита, учитывающая его строение, представлена в [31]. Авторы реконструировали морфологию астроцита из флуоресцентных 3D-изображений клеток гиппокампа и воспроизвели характерные пространственно-временные паттерны  $\text{Ca}^{2+}$ -динамики, обусловленные синаптической активностью. Другим модельным подходом является разработка и использование симуляторов, позволяющих реконструировать морфологию астроцитарных клеток и моделировать кальциевую сигнализацию [19]. В нашей модели впервые

была исследована зависимость пространственно-временной  $\text{Ca}^{2+}$ -динамики в отростке астроцита от равновесной внутриклеточной концентрации ИТФ и показано, что с увеличением уровня равновесной концентрации ИТФ возрастает частота генерации  $\text{Ca}^{2+}$ -колебаний, а также дальность распространения и длительность  $\text{Ca}^{2+}$ -паттернов.

Таким образом, биофизическая модель, представленная в работе, может служить инструментом для количественной оценки влияния различных параметров на ключевые характеристики кальциевой динамики в астроцитах, которые, являясь одним из типов глиальных клеток, осуществляют основные механизмы гомеостаза мозга, в том числе вносят вклад в его нарушения при нейродегенерации. Последние десять лет [32] стремительно накапливаются экспериментальные данные о роли астроцитов в патологических процессах. В ходе экспериментов было показано, что патологические изменения в астроцитах, происходящие при нейродегенерации (в частности, при болезни Альцгеймера), включают астроглиальную атрофию, морфологические, функциональные изменения астроцитов и астроглиоз [33, 34]. Понимание механизмов генерации астроцитарной кальциевой активности на субклеточном уровне и опосредованных данной активностью процессов регуляции нейрональной сигнализации при нейродегенеративных заболеваниях открывает целый ряд потенциальных возможностей для терапевтического воздействия на нейронные сети мозга через астроциты. А предложенная модель позволит провести отработку сценариев *in silico* для разработки стратегий наиболее эффективного воздействия.

## Список литературы

1. Semyanov A. Spatiotemporal pattern of calcium activity in astrocytic network // Cell calcium. 2019. Vol. 78. P. 15–25. DOI: 10.1016/j.ceca.2018.12.007.
2. Li Y.X, Rinzel J. Equations for InsP<sub>3</sub> receptor-mediated  $[\text{Ca}^{2+}]_i$  oscillations derived from a detailed kinetic model: a Hodgkin-Huxley like formalism // Journal of theoretical Biology. 1994. Vol. 166, no. 4. P. 461–73. DOI: 10.1006/jtbi.1994.1041.
3. Ullah G., Jung P., Cornell-Bell A. H. Anti-phase calcium oscillations in astrocytes via inositol (1, 4, 5)-trisphosphate regeneration // Cell calcium. 2006. Vol. 39, no. 3. P. 197–208. DOI: 10.1016/j.ceca.2005.10.009.
4. Nett W. J., Oloff S. H., McCarthy K. D. Hippocampal astrocytes *in situ* exhibit calcium oscillations that occur independent of neuronal activity // Journal of neurophysiology. 2002. Vol. 87, no. 1. P. 528–37. DOI: 10.1152/jn.00268.2001.
5. Volterra A., Liaudet N., Savtchouk I. Astrocyte  $\text{Ca}^{2+}$  signalling: an unexpected complexity // Nature Reviews Neuroscience. 2014. Vol. 15, no. 5. P. 327–35. DOI: 10.1038/nrn3725.
6. Skupin A., Kettenmann H., Falcke M. Calcium signals driven by single channel noise // PLoS computational biology. 2010. Vol. 6, no. 8. P. e1000870. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1000870.
7. Oschmann F., Mergenthaler K., Jungnickel E., Obermayer K. Spatial separation of two different pathways accounting for the generation of calcium signals in astrocytes // PLoS computational biology. 2017. Vol. 13, no. 2. P. e1005377. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1005377.
8. De Pittà M., Goldberg M., Volman V., Berry H., Ben-Jacob E. Glutamate regulation of calcium and IP<sub>3</sub> oscillating and pulsating dynamics in astrocytes // Journal of biological physics. 2009. Vol. 35. P. 383–411. DOI: 10.1007/s10867-009-9155-y.
9. Matrosov V. V., Kazantsev V. B. Bifurcation mechanisms of regular and chaotic network signaling in brain astrocytes // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2011. Vol. 21, no. 2. DOI: 10.1063/1.3574031.
10. Kang M., Othmer H. G. Spatiotemporal characteristics of calcium dynamics in astrocytes // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2009. Vol. 19, no. 3. DOI: 10.1063/1.3206698.
11. Kazantsev V. B. Spontaneous calcium signals induced by gap junctions in a network model of astrocytes // Physical Review E. 2009. Vol. 79, no. 1. P. 010901. DOI: 10.1103/PhysRevE.79.010901.

12. Gordleeva S. Y., Stasenko S. V., Semyanov A. V., Dityatev A. E., Kazantsev V. B. Bi-directional astrocytic regulation of neuronal activity within a network // *Frontiers in computational neuroscience*. 2012. Vol. 6. P. 92. DOI: 10.3389/fncom.2012.00092.
13. De Pittà M., Volman V., Berry H., Ben-Jacob E. A tale of two stories: astrocyte regulation of synaptic depression and facilitation // *PLoS computational biology*. 2011. Vol. 7, no. 12. P. e1002293. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1002293.
14. Volman V., Ben-Jacob E., Levine H. The astrocyte as a gatekeeper of synaptic information transfer // *Neural computation*. 2007. Vol. 19, no. 2. P. 303–26. DOI: 10.1162/neco.2007.19.2.303.
15. Postnov D. E., Koreshkov R. N., Brazhe N. A., Brazhe A. R., Sosnovtseva O. V. Dynamical patterns of calcium signaling in a functional model of neuron–astrocyte networks // *Journal of biological physics*. 2009. Vol. 35. P. 425–45. DOI: 10.1007/s10867-009-9156-x.
16. Bindocci E., Savtchouk I., Liaudet N., Becker D., Carriero G., Volterra A. Three-dimensional Ca<sup>2+</sup> imaging advances understanding of astrocyte biology // *Science*. 2017. Vol. 356, no. 6339. P. eaai8185. DOI: 10.1126/science.aai8185.
17. Brazhe A., Verisokin A., Verveyko D., Postnov D. Astrocytes: new evidence, new models, new roles // *Biophysical Reviews*. 2023. P. 1–31. DOI: 10.1007/s12551-023-01145-7.
18. Wu Y. W., Gordleeva S., Tang X., Shih P. Y., Dembitskaya Y., Semyanov A. Morphological profile determines the frequency of spontaneous calcium events in astrocytic processes // *Glia*. 2019. Vol. 67, no. 2. P. 246–62. DOI: 10.1002/glia.23537.
19. Savchenko L. P., Bard L., Jensen T. P., Reynolds J. P., Kraev I., Medvedev N., Stewart M. G., Henneberger C., Rusakov D. A. Disentangling astroglial physiology with a realistic cell model in silico // *Nature communications*. 2018. Vol. 9, no. 1. P. 3554. DOI: 10.1038/s41467-018-05896-w.
20. Gordleeva S. Y., Lebedev S. A., Rumyantseva M. A., Kazantsev V. B. Astrocyte as a detector of synchronous events of a neural network // *JETP Letters*. 2018. Vol. 107. P. 440–5. DOI: 10.1134/S0021364018070032.
21. Gordleeva S. Y., Ermolaeva A. V., Kastalskiy I. A., Kazantsev V. B. Astrocyte as spatiotemporal integrating detector of neuronal activity // *Frontiers in physiology*. 2019. Vol. 10. P. 294. DOI: 10.3389/fphys.2019.00294.
22. Kastalskiy I., Ermolaeva A., Kazantsev V., Gordleeva S. Impact of the steady state IP<sub>3</sub> level on the intracellular Ca<sup>2+</sup> signaling in spatially distributed model of astrocyte // 2020 4th Scientific School on Dynamics of Complex Networks and their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR). 2020. P. 120–123. DOI: 10.1109/DCNAIR50402.2020.9216749.
23. Zeng S., Li B., Zeng S., Chen S. Simulation of spontaneous Ca<sup>2+</sup> oscillations in astrocytes mediated by voltage-gated calcium channels // *Biophysical journal*. 2009. Vol. 97, no. 9. P. 2429–37. DOI: 10.1016/j.bpj.2009.08.030.
24. Yaguchi T., Nishizaki T. Extracellular high K<sup>+</sup> stimulates vesicular glutamate release from astrocytes by activating voltage-dependent calcium channels // *Journal of Cellular Physiology*. 2010. Vol. 225, no. 2. P. 512–8. DOI: 10.1002/jcp.22231.
25. Letellier M., Park Y. K., Chater T. E., Chipman P. H., Gautam S. G., Oshima-Takago T., Goda Y. Astrocytes regulate heterogeneity of presynaptic strengths in hippocampal networks // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2016. Vol. 113, no. 19. P. E2685–94. DOI: 10.1073/pnas.1523717113.
26. Zamora N. N., Cheli V. T., Santiago González D. A., Wan R., Paez P. M. Deletion of Voltage-Gated Calcium Channels in Astrocytes during Demyelination Reduces Brain Inflammation and Promotes Myelin Regeneration in Mice. *The Journal of Neuroscience*. 2020. Vol. 40, no. 17. P. 3332–3347. DOI: 10.1523/JNEUROSCI.1644-19.2020.

27. Hodgkin A. L., Huxley A. F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve // The Journal of physiology. 1952. Vol. 117, no. 4. P. 500–544. DOI: 10.1113/jphysiol.1952.sp004764.
28. Dupont G., Goldbeter A. One-pool model for Ca<sup>2+</sup> oscillations involving Ca<sup>2+</sup> and inositol 1,4,5-trisphosphate as co-agonists for Ca<sup>2+</sup> release // Cell calcium. 1993. Vol. 14, no. 4. P. 311–22. DOI: 10.1016/0143-4160(93)90052-8.
29. Гордлеева С. Ю., Матросов В. В., Казанцев В. Б. Кальциевые колебания в астроцитах. Часть 1. Астроцит как генератор кальциевых колебаний // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Vol. 20, № 3. С. 29–39. DOI: 10.3389/fphys.2019.00294.
30. Cresswell-Clay E., Crock N., Tabak J. and Erlebacher G. A Compartmental Model to Investigate Local and Global Ca<sup>2+</sup> Dynamics in Astrocytes // Frontiers in Computational Neuroscience. 2018. Vol. 12. P. 94. DOI: 10.3389/fncom.2018.00094.
31. Verisokin A. Y., Verveyko D. V., Postnov D. E., Brazhe A. R. Modeling of Astrocyte Networks: Toward Realistic Topology and Dynamics // Frontiers in Cellular Neuroscience. 2021. Vol. 15. P. 645068. DOI: 10.3389/fncel.2021.645068.
32. Santello M., Toni N., Volterra A. Astrocyte function from information processing to cognition and cognitive impairment // Nature neuroscience. 2019. Vol. 22, no. 2. P. 154–66. DOI: 10.1038/s41593-018-0325-8.
33. Popov A., Brazhe A., Denisov P., Sutyagina O., Li L., Lazareva N., Verkhratsky A., Semyanov A. Astrocyte dystrophy in ageing brain parallels impaired synaptic plasticity // Aging cell. 2021. Vol. 20, no. 3. P. e13334. DOI: 10.18500/0869-6632-2012-20-3-29-39.
34. Olabarria M., Noristani H. N., Verkhratsky A., Rodríguez J. J. Concomitant astroglial atrophy and astrogliosis in a triple transgenic animal model of Alzheimer's disease // Glia. 2010. Vol. 58, no. 7. P. 831–8. DOI: 10.1002/glia.20967.

## References

1. Semyanov A. Spatiotemporal pattern of calcium activity in astrocytic network. Cell calcium. 2019;78:15–25. DOI: 10.1016/j.ceca.2018.12.007.
2. Li YX, Rinzel J. Equations for InsP3 receptor-mediated [Ca<sup>2+</sup>]i oscillations derived from a detailed kinetic model: a Hodgkin-Huxley like formalism. Journal of theoretical Biology. 1994;166(4): 461-73. DOI: 10.1006/jtbi.1994.1041.
3. Ullah G, Jung P, Cornell-Bell AH. Anti-phase calcium oscillations in astrocytes via inositol (1, 4, 5)-trisphosphate regeneration. Cell calcium. 2006;39(3):197–208. DOI: 10.1016/j.ceca.2005.10.009.
4. Nett WJ, Oloff SH, McCarthy KD. Hippocampal astrocytes *in situ* exhibit calcium oscillations that occur independent of neuronal activity. Journal of neurophysiology. 2002;87(1):528–37. DOI: 10.1152/jn.00268.2001.
5. Volterra A, Liaudet N, Savtchouk I. Astrocyte Ca<sup>2+</sup> signalling: an unexpected complexity. Nature Reviews Neuroscience. 2014;15(5):327–35. DOI: 10.1038/nrn3725.
6. Skupin A, Kettenmann H, Falcke M. Calcium signals driven by single channel noise. PLoS computational biology. 2010;6(8):e1000870. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1000870.
7. Oschmann F, Mergenthaler K, Jungnickel E, Obermayer K. Spatial separation of two different pathways accounting for the generation of calcium signals in astrocytes. PLoS computational biology. 2017;13(2):e1005377. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1005377.
8. De Pittà M, Goldberg M, Volman V, Berry H, Ben-Jacob E. Glutamate regulation of calcium and IP3 oscillating and pulsating dynamics in astrocytes. Journal of biological physics. 2009;35: 383–411. DOI: 10.1007/s10867-009-9155-y.
9. Matrosov VV, Kazantsev VB. Bifurcation mechanisms of regular and chaotic network signaling

- in brain astrocytes. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2011;21(2). DOI: 10.1063/1.3574031.
10. Kang M, Othmer HG. Spatiotemporal characteristics of calcium dynamics in astrocytes. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2009;19(3). DOI: 10.1063/1.3206698.
  11. Kazantsev VB. Spontaneous calcium signals induced by gap junctions in a network model of astrocytes. *Physical Review E*. 2009;79(1):010901. DOI: 10.1103/PhysRevE.79.010901.
  12. Gordleeva SY, Stasenko SV, Semyanov AV, Dityatev AE, Kazantsev VB. Bi-directional astrocytic regulation of neuronal activity within a network. *Frontiers in computational neuroscience*. 2012;6:92. DOI: 10.3389/fncom.2012.00092.
  13. De Pittà M, Volman V, Berry H, Ben-Jacob E. A tale of two stories: astrocyte regulation of synaptic depression and facilitation. *PLoS computational biology*. 2011;7(12):e1002293. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1002293.
  14. Volman V, Ben-Jacob E, Levine H. The astrocyte as a gatekeeper of synaptic information transfer. *Neural computation*. 2007;19(2):303–26. DOI: 10.1162/neco.2007.19.2.303.
  15. Postnov DE, Koreshkov RN, Brazhe NA, Brazhe AR, Sosnovtseva OV. Dynamical patterns of calcium signaling in a functional model of neuron–astrocyte networks. *Journal of biological physics*. 2009;35:425–45. DOI: 10.1007/s10867-009-9156-x.
  16. Bindocci E, Savtchouk I, Liaudet N, Becker D, Carriero G, Volterra A. Three-dimensional Ca<sup>2+</sup> imaging advances understanding of astrocyte biology. *Science*. 2017;356(6339):eaai8185. DOI: 10.1126/science.aai8185.
  17. Brazhe A, Verisokin A, Verveyko D, Postnov D. Astrocytes: new evidence, new models, new roles. *Biophysical Reviews*. 2023:1–31. DOI: 10.1007/s12551-023-01145-7.
  18. Wu YW, Gordleeva S, Tang X, Shih PY, Dembitskaya Y, Semyanov A. Morphological profile determines the frequency of spontaneous calcium events in astrocytic processes. *Glia*. 2019;67(2):246–62. DOI: 10.1002/glia.23537.
  19. Savchenko LP, Bard L, Jensen TP, Reynolds JP, Kraev I, Medvedev N, Stewart MG, Henneberger C, Rusakov DA. Disentangling astroglial physiology with a realistic cell model in silico. *Nature communications*. 2018;9(1):3554. DOI: 10.1038/s41467-018-05896-w.
  20. Gordleeva SY, Lebedev SA, Rumyantseva MA, Kazantsev VB. Astrocyte as a detector of synchronous events of a neural network. *JETP Letters*. 2018;107:440–5. DOI: 10.1134/S0021364018070032.
  21. Gordleeva SY, Ermolaeva AV, Kastalskiy IA, Kazantsev VB. Astrocyte as spatiotemporal integrating detector of neuronal activity. *Frontiers in physiology*. 2019;10:294. DOI: 10.3389/fphys.2019.00294.
  22. Kastalskiy I, Ermolaeva A, Kazantsev V, Gordleeva S. Impact of the steady state IP<sub>3</sub> level on the intracellular Ca<sup>2+</sup> signaling in spatially distributed model of astrocyte. 2020 4th Scientific School on Dynamics of Complex Networks and their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR). 2020;120–123. DOI: 10.1109/DCNAIR50402.2020.9216749.
  23. Zeng S, Li B, Zeng S, Chen S. Simulation of spontaneous Ca<sup>2+</sup> oscillations in astrocytes mediated by voltage-gated calcium channels. *Biophysical journal*. 2009;97(9):2429–37. DOI: 10.1016/j.bpj.2009.08.030.
  24. Yaguchi T, Nishizaki T. Extracellular high K<sup>+</sup> stimulates vesicular glutamate release from astrocytes by activating voltage-dependent calcium channels. *Journal of Cellular Physiology*. 2010;225(2):512–8. DOI: 10.1002/jcp.22231.
  25. Letellier M, Park YK, Chater TE, Chipman PH, Gautam SG, Oshima-Takago T, Goda Y. Astrocytes regulate heterogeneity of presynaptic strengths in hippocampal networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2016;113(19):E2685–94. DOI: 10.1073/pnas.1523717113.
  26. Zamora NN, Cheli VT, Santiago González DA, Wan R, Paez PM. Deletion of Voltage-Gated Calcium Channels in Astrocytes during Demyelination Reduces Brain Inflammation and Promotes

- Myelin Regeneration in Mice. *The Journal of Neuroscience*. 2020;40(17):3332–3347. DOI: 10.1523/JNEUROSCI.1644-19.2020.
27. Hodgkin AL, Huxley AF. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *The Journal of physiology*. 1952;117(4):500–544. DOI: 10.1113/jphysiol.1952.sp004764.
  28. Dupont G, Goldbeter A. One-pool model for  $\text{Ca}^{2+}$  oscillations involving  $\text{Ca}^{2+}$  and inositol 1,4,5-trisphosphate as co-agonists for  $\text{Ca}^{2+}$  release. *Cell calcium*. 1993;14(4):311–22. DOI: 10.1016/0143-4160(93)90052-8.
  29. Gordleeva SY, Matrosov VV, Kazantsev VB. Calcium oscillations in astrocytes. Part 1 Astrocyte as generator of calcium oscillations. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2012;20(3):29–39. DOI: 10.18500/0869-6632-2012-20-3-29-39.
  30. Cresswell-Clay E, Crock N, Tabak J and Erlebacher G. A Compartmental Model to Investigate Local and Global  $\text{Ca}^{2+}$  Dynamics in Astrocytes. *Frontiers in Computational Neuroscience*. 2018;12:94. DOI: 10.3389/fncom.2018.00094.
  31. Verisokin AY, Verveiko DV, Postnov DE, Brazhe AR. Modeling of Astrocyte Networks: Toward Realistic Topology and Dynamics. *Frontiers in Cellular Neuroscience*. 2021;15:645068. DOI: 10.3389/fncel.2021.645068.
  32. Santello M, Toni N, Volterra A. Astrocyte function from information processing to cognition and cognitive impairment. *Nature neuroscience*. 2019;22(2):154–66. DOI: 10.1038/s41593-018-0325-8.
  33. Popov A, Brazhe A, Denisov P, Sutyagina O, Li L, Lazareva N, Verkhratsky A, Semyanov A. Astrocyte dystrophy in ageing brain parallels impaired synaptic plasticity. *Aging cell*. 2021;20(3):e13334. DOI: 10.18500/0869-6632-2012-20-3-29-39.
  34. Olabarria M, Noristani HN, Verkhratsky A, Rodríguez JJ. Concomitant astroglial atrophy and astrogliosis in a triple transgenic animal model of Alzheimer’s disease. *Glia*. 2010;58(7):831–8. DOI: 10.1002/glia.20967.



*Ермолаева Анастасия Викторовна* — родилась в Нижегородской области (1995). Окончила с отличием радиофизический факультет Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского по направлению «Фундаментальная информатика и информационные технологии» (2018) и аспирантуру ННГУ им. Н.И. Лобачевского по специальности «Радиофизика» (2022). Младший научный сотрудник кафедры прикладной математики Института информационных технологий, математики и механики. Научные интересы: нейронные сети, астроцитарные сети, нейрон-астроцитарное взаимодействие, математическое моделирование.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23  
 Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
 E-mail: anastasia.v.ermolaeva@gmail.com  
 ORCID: 0000-0002-9513-7434  
 AuthorID (eLibrary.Ru): 1176069



*Кастальский Иннокентий Алексеевич* — родился в городе Горьком (1987). Окончил радиофизический факультет ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Кандидат физико-математических наук (2017). Руководитель и исполнитель ряда грантов РНФ, ФЦП, РФФИ, Фонда содействия инновациям, грантов и стипендий Президента РФ. Область научных интересов: нелинейная динамика, математические модели нейронов и нейрон-астроцитарных сетей, моделирование эпидемий, нейроинтерфейсы, биоморфная робототехника. Имеет более 30 научных публикаций, 5 патентов и множество свидетельств на программные коды.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23  
 Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
 E-mail: kastalskiy@neuro.nnov.ru  
 ORCID: 0000-0001-6050-4356  
 AuthorID (eLibrary.Ru): 675781

*Казанцев Виктор Борисович* — родился в 1973 году. Окончил радиофизический факультет ННГУ. Кандидат физико-математических наук (1999), доктор физико-математических наук (2005). Заведующий кафедрой нейротехнологий биологического факультета ННГУ (с 2005), профессор университета Иннополис (Казань), заведующий лабораторией нейромоделирования НИИ нейронаук СамГМУ (Самара). Область научных интересов: нейронаука, математические модели нейронов и нейронных сетей, нейрогибридные и нейроморфные системы, нейроинтерфейсы, нейрон-глиальные взаимодействия, колебания и волны в нейродинамике. Имеет более 150 научных публикаций в российских и зарубежных реферируемых изданиях. Автор нескольких глав в книгах и монографиях, множества патентов и учебно-методических разработок. Под его руководством защищено 7 кандидатских диссертаций, научный консультант 2 докторских диссертаций. Руководитель ведущей научной школы «Нелинейная динамика сетевых нейросистем: фундаментальные аспекты и приложения» в рамках гранта Президента РФ 2020–2021.



Россия, 603022 Нижний Новгород, пр-кт Гагарина, 23  
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
E-mail: kazantsev@neuro.nnov.ru  
ORCID: 0000-0002-2881-6648  
AuthorID (eLibrary.Ru): 29851



*Гордлеева Сусанна Юрьевна* — родилась в 1987 году. Окончила радиофизический факультет ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Доктор физико-математических наук (2022), профессор кафедры нейротехнологий ННГУ им Н. И. Лобачевского. Лауреат премии Президента РФ в области науки и инноваций для молодых ученых за 2023 год. Область научных интересов: нейронаука, биофизика, нелинейная динамика, математические модели нейронов и нейрон-астроцитарных сетей, анализ ЭЭГ, нейроинтерфейсы.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23  
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского  
E-mail: gordleeva@neuro.nnov.ru  
ORCID: 0000-0002-7687-3065  
AuthorID (eLibrary.Ru): 677041