



НОВЫЙ СПОСОБ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПОСРЕДСТВОМ ВЕЙВЛЕТОВ С ПРИЛОЖЕНИЕМ К ДИНАМИКЕ КЛИМАТА

Д.М. Сонечкин, Н.М. Даценко, Н.Н. Иващенко

Указывается, что одной из главных причин неудач экстраполяции временных рядов, наблюдаемых в различных областях естествознания, наряду с их хаотичностью, является общая их нестационарность. Это затрудняет построение адекватных математических моделей этих рядов, и, как следствие, делает модели неэффективными для практических прогнозов. Характерной областью является исследование динамики современного климата, где несмотря на применение супер-ЭВМ усилия очень большого числа исследователей пока не увенчались существенными успехами. На основе идей хаотической динамики и с использованием сравнительно нового аппарата вейвлетного анализа предлагается новый способ экстраполяции временных рядов с разделением их колебательной и нестационарной компонент. Применение разработанного способа к экстраполяции глобальной температуры воздуха приводит к заключению о возможной приостановке глобального потепления климата к концу 20-го века.

Введение

Бурный прогресс теории динамических систем за последние 20 лет уже начал приносить плоды в виде лучшего понимания самоорганизации в природе. Но в проблеме предсказуемости хаоса, которая явилась [1] одной из отправных точек этого прогресса, больших успехов еще нет. В естественно-научных приложениях, где неизвестны эволюционные уравнения (как в биологии, медицине и т.п.) или где они, хотя и известны, но крайне громоздки (как в метеорологии), для прогнозов продолжают широко использовать линейные модели временных рядов типа авторегрессии-скользящего среднего и др. Все они, будучи рассматриваемы как модели соответствующей динамической системы, имеют аттрактором неподвижную точку или цикл. На самом же деле обычно можно предполагать, что рассматриваемая динамика хаотична. Так, климатического аттрактора в виде точки или цикла в фазовом пространстве гипотетической атмосферной модели, вероятно, вообще не существует. Климат есть статистическое среднее многих хаотических «реализаций» погоды.

Нелинейные прогностические модели, по идее более подходящие для долгосрочных предсказаний хаотической динамики, применяются гораздо реже из-за много большего числа их параметров, подлежащих оценке по всегда очень ограниченному ряду доступных архивных данных. Это «проклятие размерности», как уже давно было продемонстрировано Лоренцем [2], делает эмпирические нелинейные прогностические модели неэффективными.

Если размерность хаотического аттрактора мала, то все же можно сконструировать нелинейную модель по ряду данных, много большему, чем эта размерность (как минимум [3], порядка 2^D , где D - размерность аттрактора, хотя ряд авторов указывает на необходимость много большего ряда). Для этого надо применить способ, который в метеорологии издавна называют «прогнозом по аналогии». Примеры этого в теории динамических систем сейчас уже довольно многочисленны [4-13]. Современное же оформление такого способа прогноза в самой метеорологии было осуществлено [14] одновременно с только что упомянутыми теоретико-динамическими работами. Целью был прогноз температуры воздуха, осредненной по периоду времени от месяца до полугода, для территории бывшего СССР и Западной Европы. Синоптики Гидрометцентра СССР, официально испытывавшие некоторые из этих прогнозов, признали, что они не уступают по качеству их собственным субъективным прогнозам, а численный прогноз по полугодиям был даже рекомендован для оперативного использования. Надо отметить, что все ранее испытывавшиеся в Гидрометцентре СССР численные долгосрочные прогнозы явно уступали предсказаниям синоптиков. К сожалению, в абсолютном смысле все прогнозы (и синоптиков, и разработанные в [14]) содержат лишь следы истины.

Причин, как оказалось, две. Во-первых, реальное число степеней свободы атмосферных процессов очень велико, ибо атмосферный хаос является пространственно-временным. Архивы данных поэтому мало представительны. Они содержат лишь малую долю тех погодных ситуаций, которые, в принципе, могут наблюдаться. Всякая вновь наблюденная ситуация оказывается в чем-то совершенно оригинальной. Хорошего аналога из прошлого для нее не подберешь. Приходится использовать аналогии, лишь в самых общих чертах сходные с текущим состоянием атмосферы. Число таких черт в [14] определялось по так называемой грубозернистой размерности атмосферного аттрактора, оцененной как равная шести. Но даже при отборе в шестимерном пространстве группа лучших аналогов обычно не образовывала симплекс - выпуклую оболочку вокруг точки текущего состояния атмосферы. Как результат, прогноз «по аналогии» оказывался не интерполяцией, а экстраполяцией в фазовом пространстве. Ясно, что такой прогноз не может быть очень надежен.

Вторая причина, усугубляющая дело, заключается в том, что динамика атмосферы нестационарна даже в масштабах столетия и более. Нестационарность - общее свойство динамических систем окружающего нас мира. Например, человек стареет, и его биомедицинские показатели подвержены систематическому дрейфу. Дрейф климата приводит к тому, что архивные метеорологические данные тоже «стареют». Даже подобрав из прошлого хороший аналог, нельзя быть уверенным, что последующее за ним изменение погоды может быть похоже на сейчас предстоящее, ибо нестационарность приводит к изменению аттракторного множества в целом. Очень важно поэтому разделить в рассматриваемом временном ряде собственно хаотические колебания и тренд. Хорошим подспорьем для этого является, как оказалось, вейвлетное преобразование ряда.

Вейвлетное преобразование - новое средство анализа нестационарных хаотических временных рядов

Попытки распространить приемы анализа Фурье, корреляций и регрессий на нестационарные случайные процессы предпринимались давно. Например, можно упомянуть разные варианты «текущего» (windowed) анализа Фурье, но существенный прогресс был достигнут только недавно, после разработки так называемого вейвлетного преобразования (ВП) (wavelet transform). Сейчас это уже довольно развитая техника [15], получившая популярность в самых разных естественно-научных приложениях. Авторы уже писали о ВП в настоящем журнале [16], поэтому будем считать его известным читателям. Привлечем внимание лишь к той разновидности ВП, которая называется многомасштабным

анализом [17]. При многомасштабном анализе рассматриваемый временной ряд, предполагаемый существующим на всей бесконечной временной оси, представляется в виде

$$T(t) = 2^{-M/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n^M f(2^{-M}t - n) + \sum_{m=0}^M 2^{-m/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n^m g(2^{-m}t - n) \quad (1)$$

разложения на две группы членов. Одну группу составляют проекции (S_n^m) ряда на ортонормированное семейство вейвлетных функций $2^{-m/2}g(2^{-m}t - n)$, ($a=2^m$ - масштаб вейвлетных функций (ВФ)), получаемых путем всевозможных целочисленных сдвигов и перемасштабирований, из единственной функции, локализованной на временной оси вблизи нуля своего аргумента (или даже функции с конечным носителем, как вейвлеты Добеши [18]). В целом все ВФ образуют базис в R функций из $L^2(R)$.

Из-за равенства нулю среднего значения ВФ вейвлетные коэффициенты составляют статистически стационарные осцилляторные временные ряды с нулевыми средними значениями и дисперсиями, зависящими от масштаба

$$\text{var}(S_n^m) = \text{const}(2^m)^{2H+1}, \quad (2)$$

где H - параметр Херста [19] характеризует временную коррелированность приращений временного ряда на соседних интервалах ($H>0.5$ - положительная, $H=0.5$ - нулевая, $H<0.5$ - отрицательная коррелированность).

Вторую группу составляют проекции (C_n^M) ряда на семейство так называемых «отцовских» функций (ОФ) $2^{-M/2}f(2^{-M}t - n)$, также получаемое всевозможными сдвигами из единственной функции. Термин «отцовская» возник потому, что между ВФ и ОФ существует связь вида

$$g(2^{-m}t - n) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g(2^{-m-1}t - \tau) f(2^{-m}p - \tau) d\tau \right\} f(2^{-m}p - n), \quad (3)$$

$$f(2^{-m-1}t - n) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} 2^{-1/2} f(\tau/2) f(\tau - p - 2t) d\tau \right\} f(2^{-m}p - n).$$

Коэффициенты C_n^M характеризуют все нестационарности исходного ряда (низкочастотные тренды, не принадлежащие к $L^2(R)$).

При практическом вычислении коэффициентов ряда (1) трудность возникает из-за конечности любого располагаемого ряда данных. Посвященные этому публикации [20,21] малодоступны отечественному читателю. Опишем кратко имеющиеся здесь возможности.

Пренебрежение конечностью ряда, то есть неявное продолжение ряда нулями в плюс и минус бесконечность, делает любые тренды функциями с конечной энергией, локализованными в пределах располагаемой части ряда. Эта энергия перераспределяется по проекциям на все ВФ, искажая все коэффициенты разложения в ряд (1). Если замкнуть располагаемый ряд в кольцо, как иногда делают при анализе Фурье, результат будет тот же. Надо учесть, что конечность ряда сказывается на результатах ВП только в крайних частях располагаемого ряда, тем более широких, чем большего масштаба ВФ рассматривается. Существует такой большой масштаб M_{MAX} , при котором искаженные края смыкаются, делая реконструкцию ряда по формуле (1) при заданных вейвлетных коэффициентах и, следовательно, обнаружение трендов невозможным. Поэтому масштаб M в (1) надо брать существенно меньше M_{MAX} , а к числу трендов относить также те функции из $L^2(R)$, периоды осцилляций которых порядка M и более. Диапазон анализируемых осцилляторных компонент при этом может оказаться чрезмерно узок, да и для рассматриваемой ниже задачи экстраполяции рассматриваемого ряда в будущее важно реконструировать ряд по (1) вплоть до его располагаемого конечного значения.

Выходом из положения, как показали наши опыты и опыты других исследователей [22], является так называемая буферизация, то есть искусственное удлинение располагаемого ряда суррогатными данными. Так как крайние

искажения наиболее существенны в крупных масштабах, ясно, что суррогатные данные могут не включать в себя высокочастотных осцилляций, а быть довольно гладкими функциями времени или даже константами. Последнее обосновывается тем, что результат ВП нечувствителен к дополнению располагаемого ряда постоянной добавкой. Поэтому вычитание из данных ряда его выборочного среднего уменьшает краевые эффекты. Если ограничить максимальный масштаб M анализируемых осцилляций так, чтобы искаженные края не смыкались, то выборочные средние можно подсчитывать отдельно для некоторой начальной и некоторой конечной части ряда, а уже затем выполнять ВП дважды с учетом обоих средних. Итоговые наборы коэффициентов реконструирующего ряда (1) надо тогда составлять для начальной части располагаемого ряда из результатов первого, а для конечной части - второго ВП. Это обеспечивает сравнительно малую чувствительность итога к краевым эффектам.

Многомасштабный анализ временных рядов глобальной температуры воздуха

Исходные данные о глобальной среднегодовой температуре воздуха за 1854-1990 гг. (первый ряд) и такие же данные, скорректированные на влияние известного процесса Эль-Ниньо, за 1867-1990 гг. (второй ряд) были заимствованы из наиболее авторитетного источника [23]. Для их анализа была использована ВФ «мексиканская шляпа»,

$$g(t) = 2/3^{1/2} \pi^{-1/4} (1 - t^2) \exp(-t^2/2) \quad (4)$$

из-за сравнительной легкости вычисления с ее помощью ВП по коротким рядам дискретно заданных данных. Строго говоря, «мексиканская шляпа» не порождает ортонормированного базиса, а только некоторое приближение к нему, при котором реконструируемый ряд (1) лишь приближенно воспроизводит энергию анализируемых осцилляторных компонент исходного ряда. Подобное ВП называется «рамочным» (frame [18,20]) и вполне приемлемо для приложений.

На рис. 1 дан пример трехмерной (непрерывной) картины ВП первого

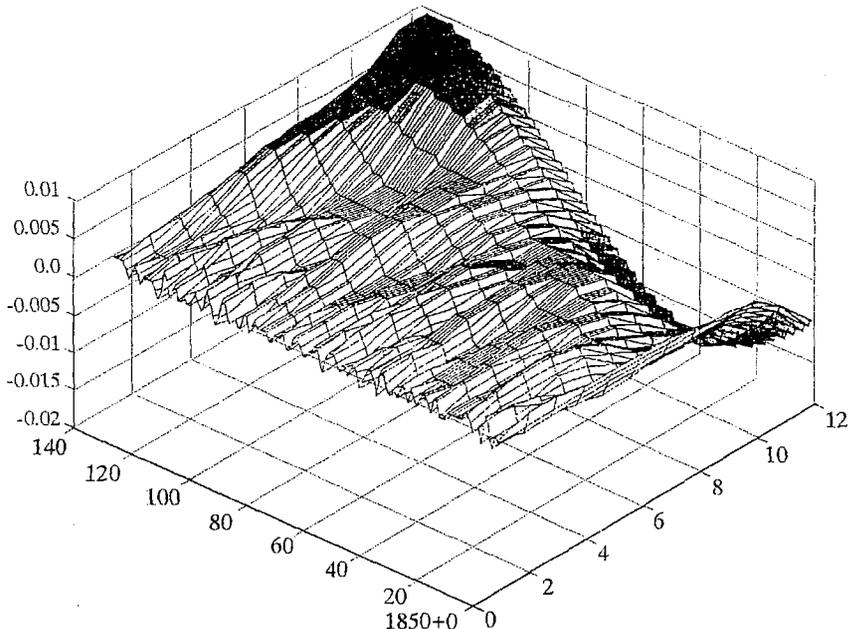


Рис. 1. Трехмерная картина вейвлетного преобразования временного ряда (1854-1990) глобальной температуры воздуха в координатах: время, логарифм масштаба, величина вейвлетного преобразования (по данным [23])

вышеуказанного ряда данных (второй дает очень сходную картину) в координатах: (время, логарифм масштаба, величина ВП), полученную путем гладкой интерполяции рамочного ВП, рассчитанного для 12-ти масштабов, начиная с первого масштаба $a=1$ год ($m=0$), до двенадцатого масштаба a около 50 лет ($m=11/2$). Поскольку эффективная ширина «мексиканской шляпы» примерно в пять раз больше единицы масштаба, представленная картина характеризует вариации глобальной температуры в интервалах от 5 до примерно 250 лет. Общая длина ряда всего 137 лет, поэтому на представленную картину, начиная примерно с масштаба a около 15 лет ($m=4$), сильно влияют краевые эффекты. Можно принять этот масштаб за максимальный масштаб анализируемых статистически стационарных осцилляций температуры воздуха, ибо на рис. 1 для масштабов, меньших чем этот, не заметно никакого систематического изменения величины ВП со временем, в отличие от более крупных масштабов, где такое изменение вполне очевидно. Эти последние изменения величины ВП ниже будут отнесены к трендам, хотя не исключено и даже более чем вероятно, что в них тоже есть вклад стационарных компонент хода температуры.

Трехмерная картина хороша для общего представления ВП рассматриваемого ряда. Количественный анализ удобнее вести при двумерном представлении, как на рис. 2, в координатах: (время, логарифм масштаба). Сам ряд показан в верхней части рисунка. На этом рисунке хорошо видна структура ветвлений областей положительных и отрицательных величин ВП при уменьшении масштаба (снизу вверх), являющаяся характерным признаком многомасштабного статистически стационарного процесса.

Для иллюстрации этого рассмотрим картину ВП (рис. 3) суррогатного временного ряда, полученного путем случайной перестановки лет в ряду глобальной температуры (рис. 2). Сравнивая эти рисунки, видим, что картина ветвлений для суррогатного (классически случайного) ряда в целом такая же, как и для исходного натурального ряда, о котором можно предполагать, что он порожден хаотической динамической системой общей циркуляции атмосферы. Это общее впечатление подкрепляется количественной оценкой скорости ветвлений при уменьшении масштаба ВП, представленной для обоих рядов на рис. 4. Число максимумов величины ВП, как функция масштаба, оказывается почти одинаковым

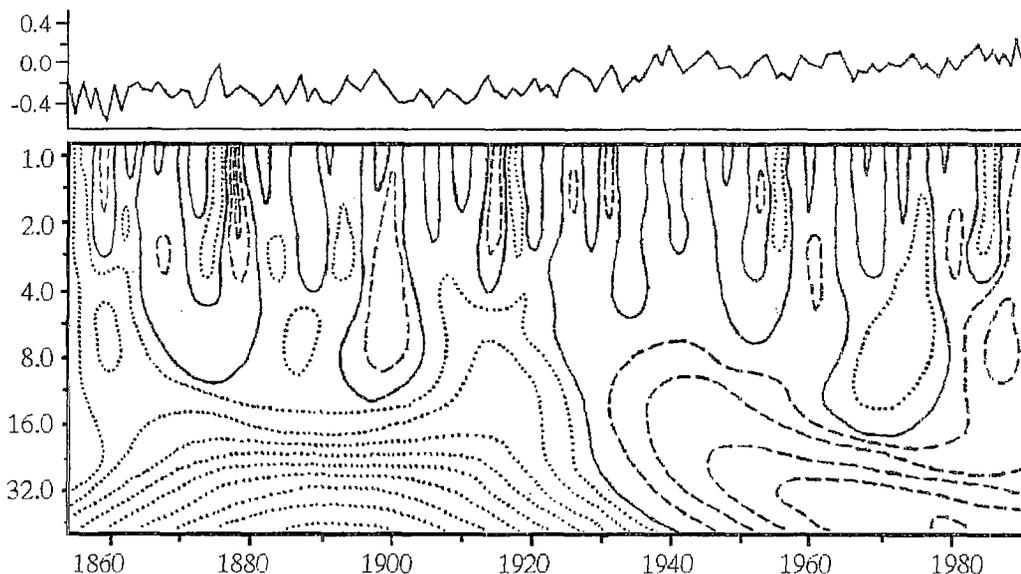


Рис. 2. Двумерная картина вейвлетного преобразования того же ряда, что и на рис.1, в координатах: время, логарифм масштаба. Величина вейвлетного преобразования представлена полем изолиний (положительные значения - штриховые линии, отрицательные - пунктир, нулевая изолиния - сплошная линия). Преобразуемый ряд показан сверху рисунка

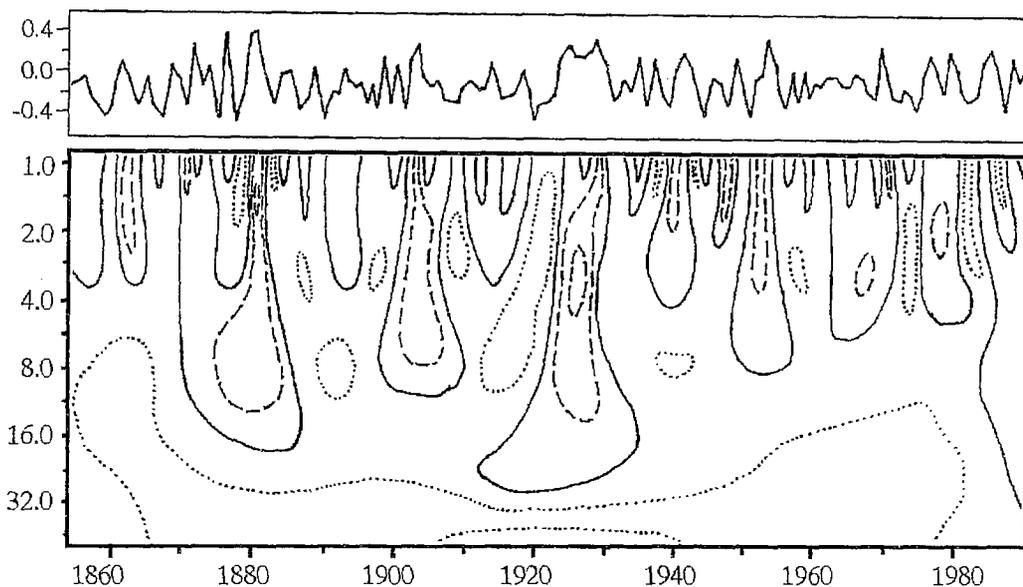


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но для суррогатного ряда, полученного путем случайной перестановки членов ряда глобальной температуры воздуха

у обоих рядов для всех масштабов менее $m=4$. Отсюда оценка величины параметра Херста, вычисленная по формуле

$$\log_2 N(a) = -1/2 H \log_2 a, \quad (5)$$

являющейся следствием общей формулы (2) сохранения скейлинга при ВП, приводит у обоих рядов к практически одинаковому результату чуть более 0.5. Таким образом, натуральный ряд, если исключить в нем из рассмотрения вариации температуры длительностью более 50 лет (масштабы ВП более 10 лет), является случайным, типа белого шума процессом, как и суррогатный ряд с таким же, как у натурального, распределением вероятности величины температуры.

Различие между натуральным и суррогатным рядом существует только начиная с масштаба $m=4$ ($a=16$ на рис. 2 и 3). У суррогатного ряда ветвления начинаются с самого крупного масштаба, причем сначала они происходят аномально медленно, если за норму принять скорость ветвлений в более мелких масштабах. Угол наклона соответствующего графика, аппроксимирующего эту зависимость на рис. 4, для них меньше. Значит, оцененная на этом участке величина параметра Херста должна быть больше 0.5, то есть крупномасштабные вариации у суррогатного ряда кажутся положительно коррелированными во времени. Как возможную причину этого эффекта можно назвать остаточные краевые эффекты. У натурального ряда, наоборот, в самых крупных масштабах есть только один максимум, то есть ветвления начинаются только с

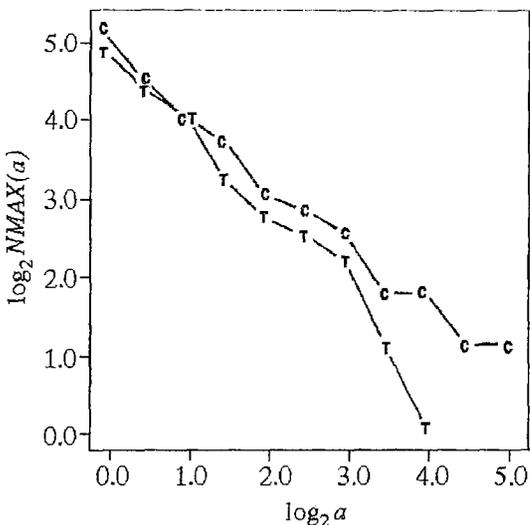


Рис. 4. Зависимость числа максимумов в двумерной картине ветвляющегося преобразования в двойных логарифмических координатах от величины масштаба; т- для натурального ряда температуры, с - для суррогатного ряда

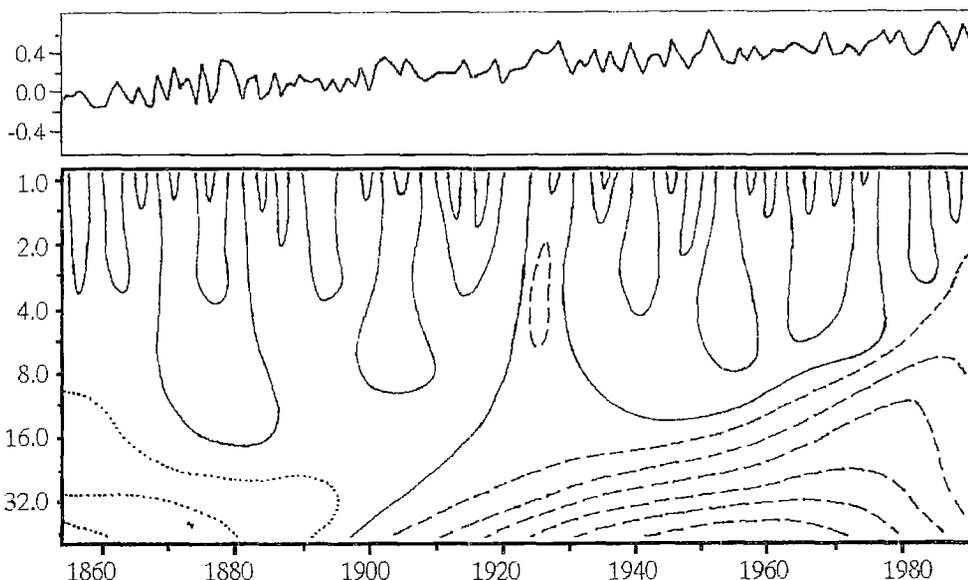


Рис. 5. То же, что и на рис. 2 и 3, но для нового суррогатного ряда, полученного путем деления пополам значений первого суррогатного ряда и последующего добавления линейного тренда с инкрементом 0.04 градуса за 10 лет, начинающегося с начала ряда

масштаба $m=4$. Картину ВП в нижней части рис. 2 поэтому хочется интерпретировать как характерную для тренда.

Окончательно в этом убеждает результат ВП того же самого суррогатного ряда, что и на рис. 3, но дополнительно отягощенного линейным трендом с инкрементом 0.04 градуса за 10 лет, что за 137 лет дает прирост температуры на 0.55 градуса, как и кажущийся прирост у натурального ряда. Для того, чтобы общая изменчивость этого нового суррогатного ряда осталась равной натуральной изменчивости температуры воздуха, все значения ряда на рис. 3 предварительно уменьшались в два раза по модулю и уже затем складывались с суррогатным трендом.

Новая картина ВП, представленная на рис. 5 в масштабах менее $m=4$ ($a=16$), оказалась совершенно одинаковой с картиной на рис. 3, только абсолютные величины величины ВП, как следствие только что упомянутого пересчета случайных компонент ряда, заметно уменьшились. В более же крупных масштабах можно видеть картину монотонного роста величины ВП от существенно отрицательной в начале ряда к существенно положительной в его конце, что отражает наличие суррогатного тренда. Таким образом, ВП действительно позволяет обнаружить наличие тренда по резкому переходу от области ветвлений в относительно малых масштабах к области монотонного изменения величины ВП со временем в более крупных масштабах.

Чтобы не только обнаружить, но и количественно оценить тренд, достаточно выполнить обратное ВП, то есть просуммировать ряд (1) по группе ВФ вплоть до $M=4$. Вычитая затем реконструированный таким образом ряд из исходного, получаем остаточный ряд, который является суммой тренда и тех высокочастотных компонент исходного ряда, которые не описываются даже самыми мелкомасштабными ВФ, соответствующими масштабу $m=0$. Результаты этих операций представлены на рис. 6 для суррогатного ряда с трендом из рис. 5 и на рис. 7 для второго из рассматриваемых натуральных рядов.

Наличие линейного тренда на рис. 6 очевидно даже на глаз. Правда, в самой левой части крутизна графика уменьшается. Причиной тому является неполностью устраненный краевой эффект: достраивая ряд в предшествующие начальному моменты времени, мы не принимали суррогатный тренд во внимание и считали температуру постоянной, то есть суррогатный тренд как бы начинался в начальной точке ряда. Естественно, это проявилось при ВП и его обращении.

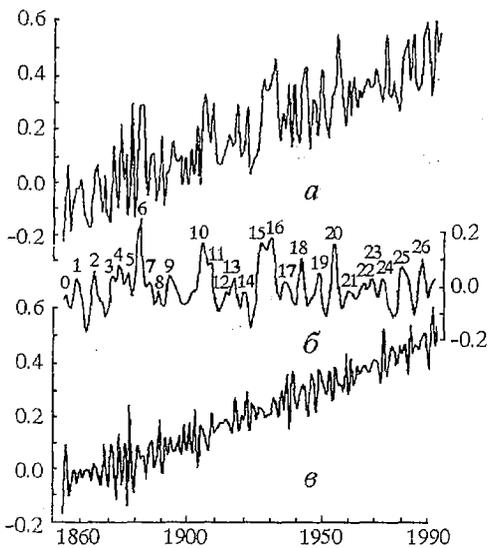


Рис. 6. Исходный суррогатный ряд (1854-1990) (а). Его статистически стационарная осцилляторная часть, полученная путем обратного вейвлетного преобразования в диапазоне масштабов от $m=0$ до $m=4$ (б); цифрами перенумерованы последовательные максимумы этого ряда. Остаток вычитания из исходного ряда осцилляторных компонент, включающий в себя тренд исходного ряда и его наиболее высокочастотные осцилляции (в)

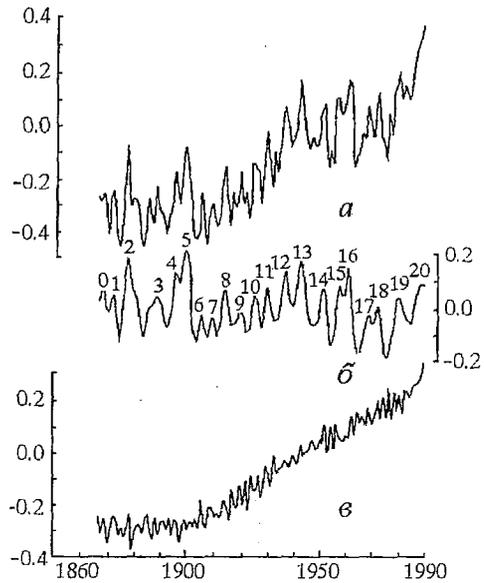


Рис. 7. Исходный временной ряд глобальной температуры воздуха (1867-1990), скорректированный на явление Эль-Ниньо (а). Его статистически стационарная осцилляторная часть, полученная путем обратного вейвлетного преобразования в диапазоне масштабов от $m=0$ до $m=4$ (б); цифрами перенумерованы последовательные максимумы этого ряда. Остаток, полученный путем вычитания из первого ряда второго и включающий в себя тренд глобальной температуры и ее высокочастотные осцилляции (в)

Только кажущееся начало тренда сместилось на более поздний момент времени (на 10-15 лет, судя по рисунку). Расчет инкремента тренда по рис. 6 методом наименьших квадратов приводит к величине 0.040 градуса за 10 лет, в точности совпадающей с заданной.

Картина тренда натурального ряда на рис. 7 похожая. Примерно до 1900 г. остаточный ряд кажется осциллирующим около некоторого среднего значения, близкого к -0.32. С начала же 20-го века появляется линейный тренд с инкрементом 0.056 градуса за 10 лет.

Отметим, что метеорологи предпринимали многочисленные попытки выявить тренд современного глобального потепления, который, на первый взгляд, кажется вполне очевидным в ряде глобальной температуры воздуха. Для этого они использовали самые различные приемы, начиная с субъективного определения момента начала тренда с последующей оценкой инкремента линейного роста температуры методом наименьших квадратов, до самых различных способов предварительного сглаживания ряда и аппроксимации того, что получается полиномом низкого порядка. В результате единого мнения о характере тренда получить не удалось, и все такого рода простые приемы статистической обработки имеющихся рядов температуры воздуха признаны неудовлетворительными (см., например, обзор Снейерса [24]). Как один из главных дефектов применения таких простых методик для выделения тренда можно указать то, что получившийся у метеорологов после исключения тренда осцилляторный ряд на практике всегда оказывался коррелированным. Это - существенное препятствие для оценки значимости самого выделенного тренда. Как было показано в ряде метеорологических работ (см., например, [25] и др.), статистически неотличимой от модели рассматриваемого ряда, как суммы тренда и случайных осцилляций,

оказывается в этих условиях модель авторегрессии второго или более высокого порядка, в которой тренда вообще нет. Можно поэтому сказать, что использование скользящего осреднения для выявления трендоподобной компоненты анализируемого ряда всегда приводит к заключению о недостаточной длине ряда. В этом принципиальное различие использования временной фильтрации ряда и его ВП для обнаружения тренда. С помощью ВП в анализируемом ряду выявляются относительно высокочастотные компоненты (статистически стационарные осцилляции), для чего конечность ряда не столь существенна. Тренд же получается как остаток после вычитания этих компонент из исходного ряда.

Рассмотрение вопроса о природе выявленного нами тренда не входит здесь в нашу задачу. Упомянем только, что, если приписать его парниковому эффекту, то, поскольку рост концентрации парниковых газов в атмосфере пока продолжается, можно думать, что и тренд сохранится по крайней мере до начала 21-го века. Тогда, чтобы оценить перспективы глобального потепления, надо еще проэкстраполировать осцилляторную компоненту ряда. Именно она, судя по величине ее размаха в 0.40 градуса (см. рис. 7), а не тренд, будет определять изменения глобальной температуры ближайших одного-двух десятилетий.

Нелинейная экстраполяция глобальной температуры воздуха

Поскольку осцилляторная компонента ряда глобальной температуры воздуха, выделенная с помощью ВП, по построению является статистически стационарным случайным процессом, для ее экстраполяции можно использовать традиционную авторегрессию. Однако, учитывая, что временная корреляционная функция этого процесса чрезвычайно быстро затухает со временем (напомним: судя по величине параметра Херста, это - процесс близкий по свойствам к белому шуму), авторегрессия первого порядка здесь малоэффективна. Можно учесть, что обратное ВП в ограниченном диапазоне масштабов, которое было использовано для формирования осцилляторной компоненты рассматриваемого ряда, порождает сигнал, локализованный в конечном диапазоне частот. Поэтому для экстраполяции может быть использована авторегрессия высокого порядка, как это с определенным успехом продемонстрировано в работе [26], где, правда, вместо ВП для анализа ряда применялся так называемый сингулярный анализ, являющийся фактически одним из вариантов текущего анализа Фурье.

Ниже излагается иной способ экстраполяции хаотически осциллирующего ряда, восходящий к анализу детерминированного хаоса с малым числом степеней свободы.

Рассмотрим последовательность экстремумов (отдельно максимумов и минимумов) интересующего нас ряда (см. рис. 7, где максимумы перенумерованы) и построим для нее отображение первого возвращения по следующему правилу. Найдем самый первый по времени максимум (обозначен цифрой 0 на рис. 7) $\max(0)=0.07$ и следующий за ним $\max(1)=0.05$. Используя их как абсциссу и ординату, нанесем на график отображения (рис. 8) самую первую точку. Затем, используя значение второго из них как абсциссу, за ординату примем значение следующего максимума и нанесем на график вторую точку и т.д. Полученную последовательность точек (так называемую «лестницу Ламерея») можно рассматривать как отображение первого возвращения некоторой динамической системы, определяющей временную динамику статистически стационарной части эволюции глобального климата. Она построена по единственной фазовой координате этой динамической системы - глобальной температуре воздуха.

Такие отображения хорошо известны в приложениях теории динамических систем, начиная с отображения максимума одной из трех координат знаменитой трехмодовой модели Лоренца [1]. В отличие от последней, где получается практически однозначное отображение типа так называемого отображения «тента», отображение на рис. 8 (для удобства рассмотрения на нем последовательные точки соединены гладкими дугами), к сожалению, не является

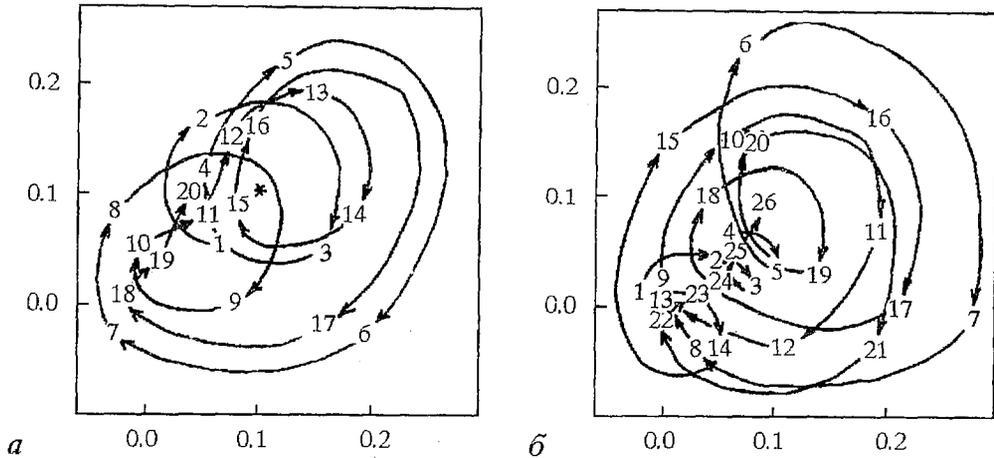


Рис. 8. Отображения первого возвращения для последовательностей максимумов осцилляторной части ряда глобальной температуры воздуха, скорректированного на явление Эль-Ниньо для периода 1867-1990, (а) и суррогатного ряда случайно переставленных членов этого ряда, деленных пополам, и с добавленным линейным трендом (б). Звездочкой показан общий центр вращения у первого из отображений

однозначным. Оно может рассматриваться как отображение кольца в себя: движение от точки к точке есть вращение по часовой стрелке вокруг некоторой точки - общего центра вращения, обозначенной на рис. 8, а звездочкой.

Прежде чем рассматривать это отображение для натурального ряда, посмотрим, как оно выглядит для суррогатного ряда из рис. 5 и б. Последнее показано на рис. 8, б и отличается от отображения для натурального ряда на рис. 8, а отсутствием общего центра вращения. Как показали наши эксперименты, такое отличие является устойчивым свойством, позволяющим различать классически случайные ряды от рядов детерминированного хаоса, возникающего в результате бифуркаций торов.

Отображение кольца в себя обычно описывается следующей парой разностных уравнений:

$$\begin{aligned} \theta_t &= \theta_{t-1} + \Omega - (k/2\pi)\sin(2\pi\theta_{t-1}) = br_{t-1}, \\ r_t &= br_{t-1} - (k/2\pi)\sin(2\pi\theta_{t-1}), \end{aligned} \quad (6)$$

где θ_t , r_t - полярные координаты точек на рис. 8 относительно центра вращения. Коэффициенты Ω , k и b можно оценить по имеющимся точкам, например, методом наименьших квадратов с естественным дополнительным ограничением, вытекающим из способа построения отображения (абсцисса последующей точки равна ординате предыдущей)

$$r_t \cos(2\pi\theta_t) = r_{t-1} \sin(2\pi\theta_{t-1}), \quad (7)$$

и при условии, что центр вращения выбран на биссектрисе первого-третьего координатного угла.

Поскольку построенное отображение содержит всего 20 точек, такая оценка коэффициентов вряд ли будет хороша для моделирования и долгосрочной (на много шагов вперед) экстраполяции. Но для расчета амплитуды и фазы отображения на один-два шага вперед этих данных может хватить. Апостериорные расчеты по уже имеющимся точкам показали, что при этом лучше зафиксировать параметр нелинейности на величине, близкой к критической для отображения кольца в себя, то есть равной единице, и затем рассчитывать методом наименьших квадратов величины числа вращения и параметра вязкости. Возникающее при этом движение, конечно, не будет хаотическим, но для

экстраполяции на один-два шага это не имеет практического значения. Практический расчет прогнозов на один шаг вперед для всех уже наблюдаемых максимумов показал, однако, что средняя квадратическая ошибка при этом составляет 0.80, что несколько больше ошибки «климатического» прогноза, когда величина следующего максимума во всех случаях полагается равной ее среднему значению 0.78. Разумеется, это не означает, что прогностический расчет описанным способом совсем неинформативен. Он все же лучше, чем случайное гадание, когда средняя квадратическая ошибка превосходит единицу. Для других наборов данных этот способ, возможно, будет вполне хорош.

Тем не менее, в данном случае более практичным оказался другой возможный способ экстраполяции, состоящий, как известно [4-13] для детерминированного хаоса, в «локальной» аппроксимации отображения, когда около последней известной точки отображения (точка 20 на рис.8), соответствующей последнему наблюдаемому в 1989 году максимуму, строится выпуклая оболочка - симплекс из наиболее близких соседних точек. Метеорологи обычно называют такие точки аналогами. В отличие от упомянутых в начале данной статьи прогнозов погоды по аналогии, здесь аналоги ищутся в двумерном пространстве, и найти выпуклую оболочку для большинства текущих точек не составляет труда. Так, для точки 20 лучшими аналогами являются точки 4,8 и 11. Точка будущего (21-го) максимума тем или иным способом (но так, чтобы ее абсцисса была равна ординате 20-ой точки) должна быть выбрана внутри симплекса точек 5,9 и 12. Так, мы ожидаем величину следующего максимума равной 0.18. Остается еще определить, когда он будет. Для этого достаточно рассмотреть последовательность временных интервалов между очередными максимумами и построить для нее тем же способом отображение первого возвращения. Не приводя его, укажем, что 21-ый максимум ожидается в 1995 г. К этому году тренд увеличит температуру почти на 0.04 и, учитывая, что в 1989 г. величина максимума была 0.20, окончательно получаем рост температуры в 1995 г. всего на 0.02. Следующий 22-ой максимум оценить уже труднее. Ориентировочно он будет около 2000 г. и небольшой по величине. Таким образом, приведенные оценки указывают на то, что глобальное потепление до конца 20-го века, по крайней мере, приостановится.

Насколько надежно такое предсказание, можно оценить, подсчитав среднюю квадратическую ошибку соответствующих предсказаний для всех ранее наблюдаемых максимумов, начиная со 2-го по 19-ый. При этом надо отметить, что для некоторых максимумов, расположенных на внешней стороне кольца точек, найти выпуклую оболочку было нельзя. Например, такими являются точки 2, 5, 6, 7, 8 и 14. Поэтому прогноз для них составлялся по одному ближайшему аналогу. Средняя квадратическая ошибка прогноза оказалась равна 0.66. Это лучше, чем для вышеописанного способа с использованием уравнений (6), (7), и даже чуть лучше, чем при «климатическом» прогнозе. Таким образом, прогноз по аналогии для рассматриваемых данных явно лучше случайного и примерно эквивалентен в среднеквадратическом смысле климатическому прогнозу. Это - очень хороший результат. Например, все нынешние практические долгосрочные прогнозы погоды в среднеквадратическом смысле сильно уступают климатическому прогнозу и лишь немного лучше чисто случайных.

Заключение

Предложенная техника разделения наблюдаемых хаотических временных рядов на статистически стационарную часть и тренд с последующей их отдельной экстраполяцией представляется, по мнению авторов, перспективной для решения задач диагностического описания и предсказания будущего поведения хаоса различной природы. Она допускает обобщение на случай многомерных рядов, чему авторы надеются посвятить отдельную публикацию.

Данная работа была выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 94-05-16341).

Библиографический список

1. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow // J. Atmospheric Sciences. 1963. Vol. 20, № 2. P. 130.
2. Lorenz E.N. On the prevalence of aperiodicity in simple systems // Lecture Notes Mathematics. 1979. Vol. 755. P. 53.
3. Schertzer D., Lovejoy S. Nonlinear variability in geophysics 3. Scaling and multifractal processes // Lecture Notes, 10-17 Sept. 1993, Institut d'Etudes de Cargese, 1993, 292 p.
4. Abarbanel H.D.I., Brown R., Kadtko J.B. Prediction in chaotic nonlinear systems: methods for time series with broadband Fourier spectra // Physical Review A. 1990. Vol. 41, № 4. P. 1782.
5. Broomhead D.S., Lowe D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks // Journal Complex Systems. 1988. Vol. 2. P. 321.
6. Casdagli M. Nonlinear prediction of chaotic time series // Physica D. 1989. Vol. 35. P. 335.
7. Crutchfield J., McNamara B.S. Equations of motion from a data series // Journal Complex Systems. 1987. Vol. 1. P. 417.
8. Elsner J.B., Tsonis A.A. Empirically derived climate predictability over the extratropical northern hemisphere // Nonlinear Processes in Geophysics. 1994. Vol. 1. P. 41.
9. Farmer D., Sidorowich J.J. Predicting chaotic time series // Physical Review Letters. 1987. Vol. 59, № 8. P. 845.
10. Smith L. Quantifying chaos with predictive flows and maps: locating unstable periodic orbits // Measures of Complexity and Chaos / Eds. N.B. Abraham et al. N.Y.: Plenum Press, 1990. 359 p.
11. Sugihara G., May R.M. Nonlinear forecasting as a way distinguishing chaos from measurement error in time series // Nature. 1990. Vol. 344. P. 734.
12. Tsonis A.A., Triantafyllos G.N., Elsner J.B. Searching for determinism in observed data: a review of the issue involved // Nonlinear Processes in Geophysics. 1994. Vol. 1. P. 12.
13. Wales D.J. Calculating the rate of loss of information from chaotic time series by forecasting // Nature. 1991. Vol. 350. P. 485.
14. Виноградская А.А., Зимин Н.Е., Сонечкин Д.М. Предельные возможности долгосрочного прогноза погоды по архивным данным // Метеорология и гидрология. 1990. № 10. С. 5.
15. Chui C.K. An introduction to wavelets // Boston, Academic Press, 1992, p. 266.
16. Даценко Н.М., Сонечкин Д.М. Вейвлетный анализ временных рядов и динамика атмосферы // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 1/2. С. 9.
17. Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation // IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence. 1989. Vol. 11, № 7. P. 674.
18. Daubechies I. Orthogonal bases of compactly supported wavelets // Communications Pure and Applied Mathematics. 1988. Vol. XVI, № 7. P. 909.
19. Mandelbrot B.B., Van Ness J.W. Fractional Brownian motion, fractional noises and applications // SIAM Review. 1968. Vol. 10, № 1. P. 422.
20. Meyer Y. Wavelets. Algorithms and Applications // Philadelphia: SIAM Pub., 1993. 133 p.
21. Hemker P.W., Plantevin F. Wavelet bases adapted to inhomogeneous cases // Wavelets: an Elementary Threatment of Theory and Applications / Ed. T.H. Koornwinder. Singapore: World Scientific Press, 1993. 107 p.
22. Meyer S.D., Kelly B.G., O'Brien J.J. An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: with application to the dispersion of Yanai waves // Monthly Weather Review. 1993. Vol. 121, № 8. P. 2858.
23. TRENDS'91 - Highlights // A Compendium of Data on Global Change, CDIAC, Oak Ridge National Laboratory, 1992. 665 p.
24. Sneyers, R. Use and misuse of statistical methods for the detection of climate

change // Report on the informal planning meeting on statistical procedures for climate change detection. Toronto, 25 June 1992, WMO, WCDMP-20. P. j76-j81.

25. Woodward W.A., Gray H.L. Global warming and the problem of testing for trend in time series data // J. Climate. Vol. 6, № 5. P. 953-962.

26. Plaut G., Ghil M., Vautard R. Interannual and interdecadal variability in 335 years of Central England temperatures // Science. 1995. Vol. 268. P. 110.

Гидрометцентр России

Поступила в редакцию 31.07.95
после переработки 20.08.96

NEW METHOD OF CHAOTIC TIME SERIES EXTRAPOLATION BY MEANS OF WAVELETS WITH AN APPLICATION TO CLIMATE DYNAMICS

D.M. Sonechkin, N.M. Datsenko, N.N. Ivachtchenko

Basing on the so-called frame of the wavelet transform one can split any chaotic time series of interest to statistically stationary oscillations and a trend-like component. Such splitting seems to be useful in order to continue the time series into future because extrapolation of the trend-like component usually is a trivial procedure. As far as the oscillations are concerned, those can be predicted with some success by means of a special mapping of their running extreme (a maximum and a minimum) onto the corresponding next ones.

Both procedures (splitting and mapping) are illustrated on an example of the current climate change problem. As a result of these procedures using, the conclusion has been obtained that the current global warming probably will be checked during the next several years.



Сонечкин Дмитрий Михайлович родился в 1937 году в Москве, окончил кафедру метеорологии и климатологии географического факультета МГУ (1959) и был направлен на работу в Центральный институт прогнозов Главного управления гидрометслужбы СССР в качестве оперативного синоптика. С начала 60-х годов участвовал в работах по созданию системы метеорологических наблюдений со спутников «Метеор», опубликовав по этой тематике более 30 научных статей, в том числе монографию «Метеорологическое дешифрирование космических снимков Земли (количественные методы)», Л.: Гидрометеиздат, 1979. Защитил кандидатскую диссертацию. В середине 70-х годов в Гидрометцентре СССР (ныне Гидрометцентре России) начал заниматься проблемой долгосрочного прогноза погоды с использованием понятий и методов современной теории нелинейных динамических систем. Первый этап этих исследований подытожен им в монографии «Стохастичность в моделях общей циркуляции атмосферы», Л.: Гидрометеиздат, 1984. Последующие исследования привели к созданию принципиально новой гидродинамической модели общей циркуляции атмосферы, способной, как показали эксперименты на реальных данных, преодолевать недельный предел предсказуемости при прогнозе погоды, теоретическое объяснение которого было дано в пионерских работах Эдварда Лоренца, и который остается непреодолимым для традиционных моделей общей циркуляции атмосферы, даже реализованных на супер-ЭВМ. Другим следствием работ по применению хаотической динамики к метеорологии явилось создание нового подхода к анализу современных изменений климата. Защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности геофизика (1991), профессор (1992).

Даценко Нина Михайловна после окончания кафедры метеорологии и климатологии географического факультета МГУ работала в различных учреждениях Гидрометслужбы, а в 1976 году перешла на работу в Гидрометцентр СССР, где в лаборатории динамико-стохастических методов долгосрочных прогнозов погоды защитила под руководством Сонечкина диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности геофизика, по проблеме учета взаимодействия атмосферы с океаном при долгосрочном прогнозе погоды. В последние годы ее научные интересы связаны с применением идей хаотической динамики, в частности скейлингового и вейвлетного анализа, к проблеме исследования современных изменений климата.



Иващенко Надежда Назаровна после окончания Московского института электронного машиностроения занималась экспериментальной работой по полупроводниковой электронике, а позднее вопросами автоматизации проектирования химических производств. С начала 90-х годов работает в Гидрометцентре России как инженер-программист.