

ЧТО ЖЕ ТАКОЕ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ?

Ю.Л. Климонтович

Основная цель настоящей статьи - выявить общие свойства турбулентности движения, как физического явления. При этом оказывается возможным трактовать переход от ламинарного течения к турбулентному как цепочку неравновесных фазовых переходов, представляющих процесс самоорганизации. Такой вывод базируется на S -теореме. Таким образом, переход от ламинарного течения к турбулентному в открытых системах представляет *переход от хаоса к порядку*. В замкнутой системе возможен и *обратный переход от порядка к хаосу*. Так, созданное в начальный момент турбулентное движение в замкнутой системе будет деградировать к наиболее хаотическому равновесному состоянию с соответствующим увеличением температуры. Этот пример показывает, что процесс самоорганизации возможен лишь в открытых системах.

Я помню, что фон Карман в своем вступительном слове сказал, что когда он, наконец, предстанет перед Создателем, первое откровение, о котором он будет просить, - раскрытие тайн турбулентности...

Г. Моффат

Систематическое экспериментальное и теоретическое изучение турбулентного течения в жидкости началось в первой половине XIX века (Hagen, 1839). Однако, первые основополагающие результаты были получены английским физиком и инженером Осборном Рейнольдсом лишь почти полвека спустя. В 1883 году он установил, что переход от ламинарного течения в трубах к турбулентному происходит при некотором критическом значении безразмерного параметра - **числа Рейнольдса**. Он ввел и основную гипотезу теории турбулентности - **гипотезу Рейнольдса**. Суть ее состоит в следующем.

Сложное турбулентное движение в несжимаемой жидкости можно описывать на основе уравнения Навье - Стокса с той, однако, разницей, что скорость является недетерминированной - случайной функцией координат и времени. Путем усреднения по некоторому статистическому ансамблю, или осреднению по достаточно малым пространственно-временным масштабам, из него следует бесконечная последовательность уравнений для моментов случайной скорости. В частности, в уравнение для первого момента входят в силу нелинейности исходного уравнения вторые моменты флуктуаций скорости - **тензор напряжений Рейнольдса**. Вследствие этого возникает **проблема замыкания** - получение приближенной, но замкнутой системы уравнений для низших моментов. Нулевое по флуктуациям скорости приближение приводит к обычному уравнению Навье - Стокса.

Несмотря на многолетние исследования многих ученых, среди них - Richardson L.S., Batchelor G.K., Prandtl Z.A., Karman T., Колмогоров А.Н., Ландау Л.Д., Обухов А.М., Taylor G.L., турбулентное движение как физическое явление и по сей день остается одним из самых загадочных видов движения. Полученные за эти годы фундаментальные результаты относятся, в основном, к специальному случаю развитой турбулентности. В последние годы наметился существенный прогресс в экспериментальном и теоретическом анализе процесса зарождения турбулентности. Все же практические расчеты строятся, как правило, на основе полуэмпирической теории турбулентности. Такой подход для прикладных целей является очень плодотворным. Это не снимает, однако, вопроса о развитии теории турбулентного движения как одного из основных разделов статистической теории открытых систем.

До недавнего времени теория турбулентности рассматривалась как раздел механики сплошной среды. Глава о турбулентном движении была введена в университетский курс «Статистическая физика» лишь сравнительно недавно (Климонтович, 1982). Это стало возможным благодаря достигнутому в последние годы пониманию, что турбулентное движение отнюдь не является «привилегией» гидродинамики, а представляет собой один из самых распространенных видов движения в природе. В настоящее время турбулентное движение во многих случаях является определяющим для многих явлений в атмосфере, в плазме, в химически реагирующих средах, в нелинейной оптике и т.д.

Для детального изучения теории турбулентности и ее многочисленных практических приложений надо обратиться к специальной литературе. Это, например, замечательные книги (Ландау и Лифшиц, 1986; Batchelor, 1953; Монин, Яглом, 1965, 1967, 1992; Schlichting, 1968; Frost, Moulden, 1977; Lesieur, 1990).

Основная цель настоящей работы - выявить общие свойства турбулентного движения как физического явления, позволяющие трактовать переход от ламинарного течения к турбулентному как цепочку неравновесных фазовых переходов, последовательность которых представляет процесс самоорганизации. Такой вывод качественно базируется на анализе основных особенностей турбулентного движения, а количественно - на **S-теореме**. Таким образом, переход от ламинарного течения к турбулентному в открытых системах представляет собой *переход от хаоса к порядку* в открытых системах.

В замкнутой системе возможен, разумеется, и *обратный переход от порядка к хаосу*. Так, созданное в начальный момент турбулентное движение в замкнутой системе будет деградировать к наиболее хаотическому равновесному состоянию с соответствующим увеличением температуры. Этот очевидный пример показывает, что процесс самоорганизации возможен лишь в открытых системах.

1. Представляет ли турбулентное состояние хаос или порядок?

Итак, несмотря на то, что понятие *турбулентное движение* было введено в науку более ста лет назад, ответить на вопрос: «Что такое турбулентность?» нелегко и в настоящее время. Неслучайно поэтому, что первый раздел одной из недавних книг по турбулентности (Lesieur, 1990) носит название: «Is it possible to define turbulence?». В том же разделе автор формулирует три свойства турбулентности. Кратко они сводятся к следующему.

1. Турбулентное движение *непредсказуемо*.
2. Турбулентному движению свойственно *внутреннее перемешивание, как результат динамической неустойчивости движения*. Благодаря этому свойству турбулентная вязкость и теплопроводность значительно больше, чем для ламинарных течений.

3. Турбулентное движение характеризуется большим числом пространственных масштабов.

Близкое по содержанию определение турбулентности дано и в книге (Монин, Яглом, 1992. С. 125). Эти определения не различают, фактически, понятия *турбулентность* и *хаос* (точнее *пространственно-временной хаос*).

Несомненно, что перечисленные свойства присущи турбулентному движению. Но все же автор книги (Lesieur, 1990) не вполне удовлетворен этим определением и в третьей главе в разделе «Turbulence, order and chaos» снова возвращается к этому вопросу, но теперь уже и к историческим и философским его аспектам.

Обсуждается, в частности, воззрение древнеримского поэта Лукреция (Lucretius), который в своей знаменитой поэме «De Nature Rerum» представлял Вселенную как *турбулентный порядок*, который возник из начального *хаоса*. Это представление может быть преобразовано в интригующее утверждение (the provocative statement): «order (i.e. turbulence) emerges from chaos». Несмотря на авторитет Лукреция, Lesieur все же делает заключение: «In the reality of the fluid dynamics, it seems nevertheless difficult to accept blindly statements like this in order to explain turbulence» (Lesieur, 1990. P. 87).

Приведенная точка зрения на турбулентное движение как хаотическое является почти что общепринятой. Так, в книге (Frost, Moulden, 1977) авторы пишут: «... «Chaotic» in this context is almost synonym to «turbulent». Chaoticity constitutes the main property of such motion».

Противоположная точка зрения была принята автором (Климонтovich, IV, 1984, V) и в книге (Ebeling, Klimontovich, 1984). Согласно ей переход от ламинарного течения к стационарному турбулентному течению представляется как процесс самоорганизации. Это один из примеров, на котором была сформулирована S-теорема. Происходит, фактически, возврат «на позиции Лукреция». Автор, к сожалению, пришел к этому выводу независимо и поэтому не мог в дискуссиях опереться на авторитет великого древнеримского поэта и ученого.

Такая же точка зрения в очень ясной форме была выражена в книге (Prigogine, Stengers, 1984): «...the transition from laminar flow to turbulence is process of self-organization. Part of the energy of the system, which in laminar flow was in the thermal motion of molecules, is being transformed in macroscopic organized motion».

Естественно, что недостаточно лишь провозглашения той или иной точки зрения. Необходимо доказательство ее правомерности на основе общей статистической теории открытых систем. Это и является одной из задач настоящей статьи.

2. Характерные черты турбулентного движения

Что же, все-таки, это такое: турбулентное движение? Ответом может быть лишь перечисление его основных характерных особенностей.

1. Турбулентное движение определяется большим числом неравновесных макроскопических степеней свободы.

2. В зависимости от уровня описания - кинетического, гидродинамического, электродинамического - характеристики турбулентного движения являются средними значениями пульсирующих (случайных) функций распределения, гидродинамических функций, напряженности поля и т.д. В соответствии с гипотезой Рейнольдса уравнения для пульсирующих функций совпадают по форме с соответствующими диссипативными уравнениями кинетической теории, гидродинамики, электродинамики.

3. Приближение сплошной среды, принятое в кинетической теории, в гидродинамике и в электродинамике, недостаточно для описания турбулентного движения. Зарождение и развитие турбулентного движения обусловлено неравновесными флуктуациями, растущими по мере приближения к точке перехода. При этом коллективные (макроскопические) степени свободы турбулентного движения формируются в результате преобразования неупорядоченного молекулярного движения при ламинарном течении в более высокоорганизованное турбулентное движение.

4. Возможность перехода от уравнений движения «атомов» к менее детальному описанию на основе кинетических и гидродинамических уравнений

обусловлена динамической неустойчивостью движения «атомов». Она, тем самым, играет конструктивную роль. При возникновении турбулентного движения динамическая неустойчивость, теперь уже макроскопических характеристик, также играет конструктивную роль. Именно благодаря ей задача сводится к решению уравнений для макроскопических турбулентных переменных. Их число, хотя и велико, но все же много меньше числа микроскопических степеней свободы.

5. Переход от ламинарного течения к турбулентному, когда возникают новые коллективные степени свободы, представляет собой цепочку неравновесных фазовых переходов. В результате возникает более высокоорганизованное состояние. Тем самым такой переход служит примером процесса самоорганизации.

Мы видим, что утверждение Лукреция «order (i.e. turbulence) emerges from chaos» вполне сочетается с представлением о турбулентном движении как о движении, которое характеризуется свойствами 1 - 5.

В соответствии с изложенным основное внимание в работе уделяется следующим вопросам.

1. На примере турбулентного движения в несжимаемой жидкости выявляется роль неравновесных флуктуаций как при зарождении и развитии, так и в состоянии развитой турбулентности. Через производство энтропии вводится турбулентная вязкость.

2. На этой основе рассматриваются некоторые новые аспекты полупирической теории турбулентности. В частности, на примере течения Пуазейля она распространяется и на область перехода.

3. На примере стационарного течения несжимаемой жидкости в трубе показано, что переход от ламинарного течения к стационарному турбулентному течению представляет собой процесс самоорганизации. Параметр при фазовом переходе определяется напряжениями Рейнольдса. Относительная степень упорядоченности ламинарного и турбулентного течений определяется по S -теореме.

Вывод о большей организованности турбулентного течения подтверждается также и расчетом производства энтропии. На этой основе формулируется принцип минимума производства энтропии в процессах самоорганизации.

4. Показана необходимость и возможность единого кинетического и гидродинамического описания турбулентного движения. Получены соответствующие выражения для производства энтропии. Через нее вводятся при описании гидродинамической турбулентности коэффициенты турбулентной самодиффузии, турбулентной вязкости и турбулентной температуропроводности. Обсуждаются некоторые проблемы обобщенной теории броуновского движения.

Приступим к выполнению намеченной программы.

3. Несжимаемая жидкость. Уравнения и напряжения Рейнольдса

Обратимся к уравнениям гидродинамики несжимаемой жидкости. В рамках этой модели плотность и температура постоянны. Задача сводится к нахождению поля вихревой скорости $u^\perp(r, t)$. Знак « \perp » в дальнейшем опущен.

Следуя гипотезе Рейнольдса, допускаем, что эти уравнения справедливы и для случайной - пульсирующей - скорости $u(r, t)$. На этом основании для описания как ламинарного, так и турбулентного течений за исходные принимаем уравнения

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial r_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \pi_{ij}}{\partial r_j}, \quad \text{div } u = 0, \quad (3.1)$$

$$\Delta p = - \rho \frac{\partial u_i}{\partial r_j} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial r_i}, \quad (3.2)$$

$$\pi_{ij}^- = -\eta \left(\frac{\partial u_i^-}{\partial r_j} + \frac{\partial u_j^-}{\partial r_i} \right) \equiv -\eta u_{ij}^- . \quad (3.3)$$

Здесь использованы стандартные обозначения (см., например, Климонтович, 1982).

Ламинарные течения характеризуются небольшим числом параметров длины и времени. Напротив, в развитом турбулентном течении имеется большое число макроскопических степеней свободы. Будем обозначать наибольшие - основные - масштабы длины и времени для турбулентного течения через L и T , а наименьшие - через L_0 и T_0 . Естественно, что для справедливости приближения сплошной среды минимальные масштабы должны быть много больше соответствующих физически бесконечно малых масштабов

$$L \gg L_0 \gg l_{ph}^{(H)}, \quad T \gg T_0 \gg \tau_{ph}^{(H)}. \quad (3.4)$$

Здесь индекс «Н» от слова Hydrodynamics. Соответствующие масштабы определены в работах (Климонтович, 1982, 1990, 1992). Сглаживание по соответствующему физически бесконечно малому объему и определяет сглаженную скорость u^- и давление p^- .

Вводим ансамбль Гиббса для неравновесных процессов. В результате усреднения по ансамблю определяем среднюю скорость $u = \langle u^- \rangle$. Вводим и соответствующие флуктуации скорости, давления и тензора производных скорости

$$u_i^- = u_i + \delta u_i, \quad p^- = p + \delta p, \quad u_{ij}^- = u_{ij} + \delta u_{ij}. \quad (3.5)$$

Производим, наконец, усреднение уравнений (3.1)-(3.3) для случайных функций. Уравнение для средней скорости имеет вид

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial r_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \pi_{ij}}{\partial r_j} - \frac{\partial}{\partial r_j} \langle \delta u_i \delta u_j \rangle. \quad (3.6)$$

По сравнению с уравнением Навье - Стокса оно включает вторые моменты компонент флуктуаций скорости

$$\langle \delta u_i(r,t) \delta u_j(r,t) \rangle \quad (3.7)$$

- тензор напряжений Рейнольдса. Уравнение для среднего давления, которое получается усреднением (3.2), содержит второй момент производных от флуктуаций скорости. В свою очередь, уравнения для вторых моментов содержат более высокие моменты. В результате мы приходим к бесконечной цепочке зацепляющихся уравнений для моментов гидродинамических функций. При этом возникает **проблема замыкания** - получения приближенной замкнутой системы конечного числа уравнений.

Проблема замыкания возникает и в теории кинетических флуктуаций. Основой теории может служить кинетическое уравнение для случайной - пульсирующей - функции распределения $f(r,p,t)$. Из-за нелинейности этого уравнения при усреднении по ансамблю Гиббса снова возникает бесконечная цепочка зацепляющихся уравнений, но теперь для моментов случайной функции распределения.

Здесь легко прослеживается аналогия с теорией турбулентности. Действительно, кинетическое уравнение для случайной функции распределения без учета флуктуаций δf совпадает, например, с уравнением Больцмана для детерминированной - неслучайной - функции распределения $f(r,p,t)$. Сопоставим уравнение для функции $f(r,p,t)$ с уравнением (3.1) для случайной - пульсирующей - скорости $u(r,t)$, а уравнение Больцмана для функции $f(r,p,t)$ - с уравнением Навье - Стокса для детерминированной скорости $u(r,t)$. Можно ли эту аналогию использовать и при решении проблемы замыкания?

В теории кинетических флуктуаций эта проблема решается следующим образом. Используется приближение вторых моментов, а точнее приближение вторых корреляционных функций. И то, и другое основано на условии малости флуктуаций $\delta f^- = f^- - f$. Малость флуктуаций есть следствие того, что для сплошной среды число частиц в каждой точке велико, так как велико число частиц N_{ph} в физически бесконечно малом объеме. «Сплошной» здесь является среда в шестимерном пространстве координат и импульсов! Это приближение оказалось эффективным, так как позволило провести расчеты неравновесных флуктуаций как на кинетических, так и на гидродинамических масштабах. Благодаря этому существенно расширилась «сфера действия» традиционной (без учета флуктуаций) кинетической теории и гидродинамики.

В гидродинамике также используется модель сплошной среды, правда, не в шестимерном, а лишь в трехмерном пространстве. Однако, и здесь в каждой «точке» сплошной среды много частиц. Поэтому, казалось бы, использованное в кинетической теории приближение малых флуктуаций должно быть эффективным и в гидродинамической теории турбулентности. Оказалось, что это не так! Проблема замыкания в гидродинамической теории турбулентности является неизмеримо более трудной, и она до сих пор, несмотря на многолетние усилия многих выдающихся исследователей, не имеет удовлетворительного решения. В чем причина этого? Ответ на этот вопрос до сих пор не найден. В последующих разделах мы попытаемся дать на него ответ. Здесь же отметим следующее.

Как кинетическая теория флуктуаций, так и гидродинамическая теория турбулентности базируются, фактически, на одной и той же гипотезе Рейнольдса, согласно которой уравнения для детерминированных функций считаются справедливыми и для случайных функций. Имеется, однако, существенная разница в выборе исходных уравнений. В первом случае это кинетическое уравнение, а для несжимаемой жидкости - уравнение Навье - Стокса. Поскольку, как мы знаем, уравнения гидродинамики и, в частности, уравнение Навье - Стокса, могут быть получены из кинетического уравнения, то имеется определенный «резерв». Именно, можно стартовать не с уравнения Навье - Стокса, а с кинетического уравнения. При этом более естественно базироваться не на уравнении Больцмана, а на обобщенном кинетическом уравнении (Климонтович, 1990, 1992). Это позволяет дать единое описание как кинетических, так и гидродинамических процессов. Соответственно, возможно и единое кинетическое и гидродинамическое описание турбулентного движения. Мы рассмотрим такой подход в конце статьи.

Есть и другой вопрос. Каково же основание для гипотезы Рейнольдса? Это связано с тем, что при некоторых значениях управляющих параметров, например, числа Рейнольдса, решение уравнения Навье - Стокса для ламинарного течения (для детерминированной скорости) становится неустойчивым. Это можно показать на примере тепловой конвекции. Возникновение неустойчивости сопровождается ростом флуктуаций. И то, и другое показывает, что описание на уровне средней скорости - приближение первых моментов - оказывается недостаточным. Это и служит стимулом перехода к более общим уравнениям для случайных функций. На их основе можно получить дополнительную информацию о высших моментах. При этом, как мы видели, возникает проблема замыкания, которая для гидродинамической турбулентности остается нерешенной. Однако, несмотря на такую ситуацию, в гидродинамической теории турбулентности получен целый ряд фундаментальных и прикладных результатов. Их детальный обзор имеется в книгах (Монин и Яглом, 1992; Lesieur 1990). Рассмотрим те из них, которые необходимы для дальнейшего изложения.

4. Гидродинамическая неустойчивость и возникновение турбулентности

Неустойчивость ламинарного течения в трубе, приводящая к турбулентности, была впервые обнаружена в 1839 году (Hagen, 1839). С тех пор

экспериментально наблюдалась неустойчивость многих других течений. Теоретический расчет устойчивости ламинарных течений представляет, как правило, весьма сложную задачу. К числу сравнительно более простых относятся задачи расчета неустойчивости конвективного течения слоя жидкости, подогреваемого снизу, а также течения жидкости между двумя вращающимися коаксиальными цилиндрами. В обоих случаях при наличии градиента температуры или разности угловых скоростей цилиндров сначала возникают новые стационарные течения - ячейки Бенара при конвекции и вихри Тейлора при вращении цилиндров. Турбулентное движение возникает лишь при дальнейшем увеличении разности температур и угловых скоростей, соответственно.

В настоящее время широко обсуждаются четыре сценария перехода от ламинарного течения к турбулентному. Их описания можно найти в (Berge, Romeau, Vidal, 1984; Ландау, Лифшиц, 1986; Бакай, Сигов, 1987; Монин, Яглом, 1992). Отметим лишь, что по Ландау и Хопфу переход к турбулентности происходит через последовательность квазипериодических течений; по сценарию Рюэля и Такенса рождение турбулентности - появление странного аттрактора; по Фейгенбауму турбулентность также связана с рождением странного аттрактора, но возникает он после каскада бифуркаций удвоения периода. Наконец, по сценарию Romeau, Manneville переход к турбулентности происходит через чередование (переменяемость) ламинарного и турбулентного течений. Эксперимент показывает, что при разных видах течений реализуются разные сценарии перехода к турбулентности.

По этим представлениям процесс возникновения турбулентности представляет переход к состоянию динамического хаоса. Следует, однако, помнить, что описанные процессы характеризуют лишь начальный этап зарождения турбулентности, когда число коллективных степеней свободы невелико. Приведенная ниже оценка показывает, что развитое турбулентное движение характеризуется очень большим числом степеней свободы и вопрос о его характере и природе в значительной степени является открытым. Описание этого движения требует, по-видимому, других образов. Рассмотрение некоторых из них и составляет нашу ближайшую задачу. Однако ниже мы еще вернемся и к вопросу о возникновении турбулентности, но с учетом результатов полуэмпирической теории.

5. Развитая турбулентность. Число степеней свободы

Предположим, что переход к турбулентности уже произошел. Рассмотрим столь большие числа Рейнольдса $Re \equiv R \propto uL/\nu$, что турбулентность можно считать развитой. Последнее означает, что выполняются неравенства (3.4) и, следовательно, движение характеризуется большим числом масштабов. В определении числа Рейнольдса L - основной масштаб, u - соответствующая характерная скорость, ν - кинематическая вязкость. Введем также обозначение для характерного числа Рейнольдса, определяемого минимальным масштабом развитого турбулентного движения L_0 ,

$$R^0 = \frac{u_0 L_0}{\nu} \quad (5.1)$$

Мы увидим, что характерный параметр R^0 связан с одной из двух констант полуэмпирической теории развитой турбулентности - постоянной Кармана $\alpha=0.4$.

Развитая турбулентность является локально однородной и изотропной. Рассмотрим предельный случай полностью однородной и изотропной турбулентности. Для этого состояния средняя скорость равна нулю, то есть $u=0$, и, следовательно флуктуация δu совпадает с пульсирующей скоростью u' . Для полностью однородной и изотропной турбулентности третьи моменты скорости

равны нулю. С учетом этого из (3.1) находим следующее уравнение баланса для плотности средней кинетической энергии турбулентного движения:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{\langle (u^-)^2 \rangle}{2} \right) = -\rho \varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{\nu}{2} \left\langle \left(\frac{\partial u_i^-}{\partial r_j} + \frac{\partial u_j^-}{\partial r_i} \right)^2 \right\rangle \equiv \frac{\nu}{2} \langle (u_{ij}^-)^2 \rangle. \quad (5.2)$$

Величина ε определяет среднюю диссипацию кинетической энергии развитого турбулентного движения в единицу времени на единицу массы. В теории турбулентности она известна как **параметр Колмогорова**. В следующем разделе мы установим ее связь с производством энтропии. Мы увидим также, что параметр Колмогорова определяет интенсивность источника Ланжевена в уравнениях гидродинамики несжимаемой жидкости.

Обозначим через L' , T' , u' текущие масштабы развитой генерации и выделим, следуя Колмогорову, две характерные области масштабов: **инерционный интервал**

$$L > L' > L_0, \quad T > T' > T_0; \quad (5.3)$$

вязкий интервал

$$L' \sim L_0, \quad T' \sim T_0. \quad (5.4)$$

Левые неравенства в (5.3) позволяют выделить область развитой турбулентности, в которой зависимость от основных масштабов не является явной. Правые - позволяют в инерционном интервале пренебречь влиянием вязкости.

Возможность выделения инерционного интервала для развитой турбулентности обусловлена следующим. Из определения диссипативной функции в уравнении (5.2) следует связь между пространственными спектральными плотностями диссипативной функции и средней кинетической энергии

$$\varepsilon_k = 2\nu k^2 (u^-)_k^2. \quad (5.5)$$

Естественно считать, что максимум средней кинетической энергии приходится на масштабы, близкие к L , то есть на волновое число $k \approx 1/L$. Из последнего соотношения тогда следует, что из-за наличия множителя k^2 диссипативная функция в области основного масштаба мала. Она максимальна на границе вязкого интервала. На этом основании можно использовать следующую оценку для ε :

$$\varepsilon \sim \nu u_0^2 / L_0^2. \quad (5.6)$$

С помощью формул (5.1), (5.6) находим три соотношения между масштабами L_0 , T_0 , u_0 , которые включают два параметра ε , R^0 ,

$$u_0 \sim (\varepsilon L_0 R^0)^{1/3}, \quad u_0 \sim (\varepsilon T_0 R^0)^{1/2}, \quad T_0 \sim (L_0^2 / \varepsilon R^0)^{1/3}. \quad (5.7)$$

Используем теперь **гипотезу Колмогорова**: *в инерционном интервале статистические характеристики турбулентности полностью определяются параметром ε , а также R^0 , то есть не зависят от вязкости ν* . Основываясь на этой гипотезе, можно использовать соотношения (5.7) и для текущих масштабов инерционного интервала

$$u' \sim (\varepsilon L' R^0)^{1/3}, \quad u' \sim (\varepsilon T' R^0)^{1/2}, \quad T' \sim (L'^2 / \varepsilon R^0)^{1/3}. \quad (5.8)$$

Первое из них выражает «закон 2/3» Колмогорова - Обухова. В этих формулах присутствует параметр R^0 , который для развитой турбулентности имеет величину порядка единицы. Как мы увидим далее, в полуэмпирической теории он является существенным.

Основываясь на полученных соотношениях, проведем оценку числа степеней свободы развитой турбулентности. Это число естественно определить отношением объемов, отвечающих масштабам L и L_0 ,

$$N_{\text{turb}} \sim L^3/L_0^3. \quad (5.9)$$

Используем определение числа Рейнольдса $R = uL/\nu$, а также приведенные соотношения при замене $L' \Rightarrow L$. В результате получим соотношения между масштабами L и L_0 и между соответствующими скоростями

$$\frac{u}{u_0} \sim \left(\frac{L}{L_0}\right)^{1/3}, \quad \frac{L}{L_0} \sim \left(\frac{R}{R^0}\right)^{3/4}. \quad (5.10)$$

Из последних двух соотношений следует искомая оценка величины числа степеней свободы через число Рейнольдса и параметр R^0

$$N_{\text{turb}} \sim \left(\frac{R}{R^0}\right)^{9/4}. \quad (5.11)$$

Мы видим, что число степеней свободы N_{turb} для области развитой турбулентности, когда выполняется неравенство $R \gg R^0$, очень велико. Оно, однако, много меньше микроскопического числа степеней свободы.

6. Интенсивность источника Ланжевена, производство энтропии и турбулентная вязкость для развитой турбулентности

Интенсивность источника Ланжевена. Покажем, как можно определить источник Ланжевена для развитой турбулентности - для состояния, очень далекого от равновесного.

Для расчета равновесных флуктуаций гидродинамических функций источника Ланжевена вводятся в уравнения гидродинамики. Флуктуации тензора вязких напряжений и вектора теплового потока представляются в виде сумм «индуцированных вкладов», пропорциональных производным гидродинамических функций u , T , и собственно источников флуктуаций $\pi_{j,\text{source}}$, $q_{j,\text{source}}$. Корреляторы источников определяются известными формулами Ландау и Лифшица.

Наряду с этими источниками удобно использовать соответствующие гидродинамические случайные силы (Климонтович 1982, 1990). Проведем обобщение этих результатов, чтобы найти соответствующие источники Ланжевена для описания флуктуаций при турбулентном движении в несжимаемой жидкости.

Обратимся к формуле для коррелятора источника флуктуаций фазовой плотности $\delta N(r,p,t)$

$$\langle \delta N \delta N \rangle_{x,x',t}^{\text{source}} = n[\delta(x-x')f(x,t) - \frac{1}{V}f(x,t)f(x',t)]. \quad (6.1)$$

С ее помощью можно найти корреляторы источников флуктуаций гидродинамических функций. Нам понадобится коррелятор флуктуаций скорости

$$\langle \delta u_i \delta u_j \rangle_{r,r',t}^{\text{source}} = \frac{kT(r,t)}{\rho} \delta_{ij} \delta(r-r'), \quad \delta_{ij} - \text{символ Кронекера}. \quad (6.2)$$

С помощью этого выражения формулу для интенсивности флуктуаций в уравнении Навье - Стокса можно представить в виде (Климонтович, 1982)

$$A^{(n)}(r,r',t) = \frac{\rho \eta}{2} \langle \left(\frac{\partial \delta u_i}{\partial r_j} + \frac{\partial \delta u_j}{\partial r_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \delta u_k}{\partial r_k} \right) \rangle_{r,r',t}^{\text{source}}, \quad \eta = \rho \nu. \quad (6.3)$$

Чтобы найти соответствующий источник флуктуаций в турбулентном потоке несжимаемой жидкости, произведем на основании гипотезы Рейнольдса замену $\delta u_i \Rightarrow \delta u_i^-$. Для изотропной и однородной турбулентности средняя скорость $u = 0$,

поэтому возможна замена $\delta u_i \Rightarrow \delta u_i^-$. В результате получаем искомое выражение для интенсивности источника флуктуаций при развитом турбулентном движении несжимаемой жидкости

$$A_{\text{turb}}^{(\eta)}(r, r', t) = \frac{\rho\eta}{2} \langle \left(\frac{\partial u_i^-}{\partial r_j} + \frac{\partial u_j^-}{\partial r_i} \right)^2 \rangle_{r, r', t}^{\text{source}} \equiv \frac{\rho\eta}{2} \langle (u_{ij}^-)^2 \rangle. \quad (6.4)$$

Подставим его в формулу для коррелятора соответствующей силы Ланжевена и используем обозначение (5.2) для параметра Колмогорова ε . В результате получим выражение

$$\langle f_{\text{turb}}^{(\eta)} f_{\text{turb}}^{(\eta)} \rangle_{r, r', t}^{\text{source}} = 2\rho^2 \varepsilon \delta(t - t'), \quad \varepsilon = \nu \langle (u_{ij}^-)^2 \rangle / 2. \quad (6.5)$$

Мы видим, что для рассматриваемого случая коррелятор источника определяется параметром Колмогорова и, следовательно, скоростью диссипации средней кинетической энергии несжимаемой жидкости при развитом турбулентном движении. Интересно, что этот результат совпадает с полученным ранее на интуитивном уровне (Новиков, 1964).

Производство энтропии. Чтобы найти выражение для производства энтропии при развитом турбулентном движении несжимаемой жидкости, обратимся к соответствующей формуле для производства энтропии при ламинарных течениях. По гипотезе Рейнольдса произведем замену скорости $u \Rightarrow u^-$ и сделаем усреднение по ансамблю. В результате получим выражение для среднего производства энтропии при турбулентном движении

$$\langle \sigma^- \rangle = \frac{\eta}{2T} \langle \left(\frac{\partial u_i^-}{\partial r_j} + \frac{\partial u_j^-}{\partial r_i} \right)^2 \rangle \equiv \frac{\eta}{2T} \langle (u_{ij}^-)^2 \rangle, \quad u^- = u + \delta u^-. \quad (6.6)$$

Мы пока не предполагали, что турбулентность является однородной и изотропной, поэтому средняя скорость u здесь не равна нулю. При $u = 0$ производство энтропии можно выразить через параметр Колмогорова

$$\langle \sigma^- \rangle = \rho \varepsilon, \quad \varepsilon = \nu \langle (u_{ij}^-)^2 \rangle / 2, \quad \nu = \eta / \rho, \quad (6.7)$$

то есть через скорость диссипации средней кинетической энергии.

Турбулентная вязкость. В общем случае среднее производство энтропии определяется суммой двух вкладов. Первый совпадает с σ для ламинарного течения, а второй определяется турбулентными пульсациями скорости. Путем введения турбулентной вязкости

$$\eta_{\text{turb}} = \eta [1 + \langle (\delta u_{ij}^-)^2 \rangle / u_{ij}^2] \quad (6.8)$$

можно свести выражение (6.6) к форме, характерной для ламинарного течения,

$$\langle \sigma^- \rangle = \eta_{\text{turb}} u_{ij}^2 / 2T. \quad (6.9)$$

Мы имеем, таким образом, определения производства энтропии и турбулентной вязкости для развитого турбулентного течения. Покажем, что полученное таким путем выражение для турбулентной вязкости согласуется с соответствующим выражением теории Колмогорова.

Оценим по порядку величины второй член в правой части формулы (6.8). Для этого используем соотношения, установленные для инерционного интервала развитой турбулентности. Предполагаем, что член, определяемый пульсациями δu^- , оценивается через минимальные масштабы L_0 , u_0 , а член с u_{ij}^- - через текущие масштабы L' , u' инерционного интервала. Тогда получаем оценку

$$\langle (\delta u_{ij}^-)^2 \rangle / u_{ij}^2 \sim (u_0^2 / L_0^2) (L'^2 / u'^2) = (u' L') / u_0 L_0 (L' u_0^3 / u'^3 L_0).$$

Обозначим число Рейнольдса $R' = u'L'/\nu$ для текущих масштабов. Тогда первую дробь в правой части можно выразить через отношение чисел Рейнольдса R'/R^0 . Вторая дробь на основании соотношений (5.7), (5.8) не зависит от параметров ϵ , R^0 и по порядку величины равна единице. В результате приходим к оценочной формуле для турбулентной вязкости в теории Колмогорова

$$\eta_{\text{urb}} = \eta(1 + R'/R^0), \quad R' = u'L'/\nu. \quad (6.10)$$

Мы видим, что дополнительный - турбулентный - вклад пропорционален соответствующему числу Рейнольдса. Этот результат полезен в полуэмпирической теории турбулентности.

Возможна и дальнейшая конкретизация полученной формулы (6.10). Для этого примем во внимание, что турбулентная вязкость, как и производство энтропии, определяется не скоростями, а производными скоростей. Вследствие этого возникает зависимость не от числа Рейнольдса R , а от динамического числа Рейнольдса R_* . Эти числа связаны так называемым законом сопротивления

$$R = R(R_*), \quad R_* = v_*L/\nu, \quad (6.11)$$

здесь v_* - динамическая скорость. Она связана с напряжениями на стенке, например, канала. С учетом этого для течения в плоском канале можно использовать следующее выражение для турбулентной вязкости (Климонтович, Энгель-Херберт, 1984; Монин, Яглом, 1992):

$$\eta_{\text{urb}}(y) = \eta(1 + f(y)R_*/R^0). \quad (6.12)$$

Здесь введена функция $f(y)$ (ось y направлена по нормали к стенке канала ширины $2h$), которая определяется по экспериментальным данным (Schlichting, 1959). На стенках канала функция $f(y = \pm h) = 0$. Это обеспечивает условие $\eta_{\text{urb}} = \eta$ на границах канала.

7. Полуэмпирическая теория Праудтля - Кармана

Рассмотрим двумерные стационарные течения Куэтта и Пуазейля в плоском канале. Расстояние между стенками равно $2h$. Ось x направлена вдоль оси канала, а ось y - перпендикулярно стенкам канала. Для установившегося двумерного течения отлична от нуля лишь компонента скорости $u_x \equiv u(y)$, поэтому уравнение (3.6) принимает вид

$$-\frac{d}{dy} \langle \delta u_x \delta u_y \rangle + \nu \frac{d^2 u}{dy^2} = \begin{cases} 0, & \text{течение Куэтта,} \\ -\Delta p / \rho l, & \text{течение Пуазейля.} \end{cases} \quad (7.1)$$

Здесь Δp - перепад давления, l - длина канала. Граничные условия имеют вид

$$u|_{y=\pm h} = \begin{cases} \pm u_0, & \text{течение Куэтта,} \\ 0, & \text{течение Пуазейля.} \end{cases} \quad (7.2)$$

Динамическая скорость v_* и числа Рейнольдса определяются по формулам

$$\tau_h = \eta \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=h} = \rho v_*^2, \quad R = \frac{u 2h}{\nu}, \quad R_* = \frac{v_* h}{\nu}. \quad (7.3)$$

Здесь τ_h - напряжение на стенке. Интегрирование по y с учетом граничных условий и (7.2) дает

$$-\langle \delta u_x \delta u_y \rangle + \nu \frac{du}{dy} = \begin{cases} v_*^2, & \text{течение Куэтта,} \\ -v_*^2 y/h, & \text{течение Пуазейля.} \end{cases} \quad (7.4)$$

где $-h \leq y \leq h$. Это уравнение также не является замкнутым, так как в него наряду со скоростью u входит и компонента тензора Рейнольдса. По условию замыкания, предложенного Карманом, она пропорциональна производной скорости

$$\langle \delta u_x \delta u_y \rangle = -(v_{\text{turb}}(y) - \nu) \frac{du}{dy}. \quad (7.5)$$

Для ламинарного течения правая часть равна, естественно, нулю. В результате получаем уравнение для скорости

$$v_{\text{turb}}(y) \frac{du}{dy} = \begin{cases} v_*^2, & \text{течение Куэтта,} \\ v_*^2 y/h, & \text{течение Пуазейля,} \end{cases} \quad (7.6)$$

где $-h \leq y < h$. Оно, однако, тоже незамкнуто, так как в нем еще не определена турбулентная вязкость $v_{\text{turb}}(y)$. Для замыкания воспользуемся определением (6.12). Вид функции берется из эксперимента.

Вернемся к соотношению Кармана (7.5). Заметим, что оно содержит три функции. Исключим из него с помощью последнего уравнения функцию du/dy . В результате получим связь напряжения Рейнольдса с турбулентной вязкостью

$$\langle \delta u_x \delta u_y \rangle = \begin{cases} (v_{\text{turb}}(y) - \nu) v_*^2 / v_{\text{turb}}(y), & \text{течение Куэтта,} \\ (v_{\text{turb}}(y) - \nu) v_*^2 y / v_{\text{turb}}(y) h, & \text{течение Пуазейля.} \end{cases} \quad (7.7)$$

Это соотношение интересно тем, что не содержит скорости. Из формулы (6.12) следует, что зависимость напряжения Рейнольдса от y полностью определяется видом функции $f(y)$.

Детальный расчет профиля скорости и соответствующего закона сопротивления $R(R_*)$ можно найти в цитированных выше работах. Ограничимся лишь некоторыми результатами. Они интересны сами по себе, а также полезны для дальнейшего изложения.

Для ламинарного течения Куэтта закон сопротивления имеет вид

$$R = 2R_*^2 \quad (\text{или } u_0 = v_*^2 h / \nu). \quad (7.8)$$

Сравним это соотношение с соответствующим законом сопротивления для развитой турбулентности ($R_* \gg R^0$)

$$R = 2R^0 R_* \ln(2R_* / R^0) + 2\delta R_*. \quad (7.9)$$

Здесь введено обозначение δ для безразмерного параметра. В отличие от (7.8) это соотношение содержит две «константы» R^0 , δ , точнее величины, которые очень слабо зависят от числа Рейнольдса. Чтобы найти их численные значения, используем вид закона сопротивления турбулентного потока, установленный экспериментально (Reichardt),

$$R = 5R_* \ln R_* + 14.5R_*. \quad (7.10)$$

Здесь выделены два вклада: один пропорционален $R_* \ln R_*$, а второй - R_* . Последнее выражение содержит уже численные константы. Сопоставление двух приведенных результатов показывает, что

$$R^0 \equiv \frac{1}{\alpha} = 2.5, \quad \delta = 7.8. \quad (7.11)$$

Эта формула устанавливает связь R^0 с α - постоянной Кармана (см. комментарии к формуле (5.1)).

Приведем, наконец, выражения для профиля скорости течения Куэтта. Для ламинарного потока имеется линейная зависимость

$$u(y) = v_*^2 y / \nu = u_0 y / h, \quad -h \leq y \leq h. \quad (7.12)$$

Для турбулентного потока вблизи стенки имеется логарифмическая зависимость от координаты

$$u(y) = v_*^2 R_{cr}^0 \ln\left(\frac{R_* y}{R_{cr}^0 h}\right) + \delta v_*^2. \quad (7.13)$$

При $y = 2h$ отсюда следует соотношение (7.9), выражающее закон сопротивления для турбулентного течения Куэтта.

Результаты полуэмпирической теории относятся лишь к области развитой турбулентности, то есть при достаточно больших значениях числа Рейнольдса R . Возможно обобщение этой теории на область перехода. Рассмотрим кратко этот вопрос (Климонтович, 1990).

8. Возникновение стационарных турбулентных течений. Оценка критического числа Рейнольдса

Напомним, что в разделе 4 рассматривались возможные сценарии *начала* перехода от ламинарного течения к турбулентному. Изменим теперь постановку задачи. Именно, проведем оценку критического числа Рейнольдса из условия возникновения стационарного течения с отличными от нуля напряжениями Рейнольдса. Рассмотрение проводится в так называемом квазилинейном приближении для течений Куэтта и Пуазейля.

Оказывается, что для течения Куэтта в этом приближении стационарное решение не существует. Это служит подтверждением результата линейной теории устойчивости, согласно которой ламинарное течение Куэтта устойчиво (Монин, Яглом, 1992). Покажем, что для стационарного течения Пуазейля ситуация существенно иная.

Рассмотрим уравнения квазилинейного приближения. Одним из них является уравнение (7.1) для течения Пуазейля

$$\frac{d}{dy} \langle \delta u_x \delta u_y \rangle - \nu \frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{\Delta p}{\rho l}. \quad (8.1)$$

Второе уравнение является приближенным и имеет вид

$$-\frac{d \langle \delta u_x \delta u_y \rangle}{dy} = \frac{\nu k}{[\omega/k - u(y)]^2 + \nu^2 k^2} \frac{d^2 u}{dy^2} \langle \delta u_x \delta u_y \rangle. \quad (8.2)$$

Эта система двух уравнений содержит три неизвестные функции: две компоненты тензора Рейнольдса и среднюю скорость u . Ее можно было бы дополнить еще одним уравнением. В этом, однако, для нашей цели нет, как мы увидим, необходимости.

Проведем в последнем уравнении интегрирование по y в пределах от 0 до h . С учетом граничных условий $\langle \delta u_x \delta u_y \rangle|_{y=0,h} = 0$ и (8.1) приходим к следующему интегральному уравнению:

$$\int_0^h \frac{\nu k}{[\omega/k - u(y)]^2 + \nu^2 k^2} \left\{ \frac{d \langle \delta u_x \delta u_y \rangle}{dy} - \frac{\Delta p}{\rho l} \right\} \langle \delta u_x \delta u_y \rangle dy = 0. \quad (8.3)$$

Естественно, что приведенные уравнения описывают при $\delta u = 0$ ламинарное течение. Существенно, что они выполняются с большой точностью (по параметру $1/R$) и при отличных от нуля напряжениях Рейнольдса. Для области перехода, когда $R \sim R_{cr}$, величина $1/R$ мала, так как для течения Пуазейля $R_{cr} \sim 10^3$.

Первый множитель под интегралом в уравнении (8.3) указывает на

наличие в некоторой точке y_0 волнового резонанса $\omega/k = u(y_0)$. Для основной моды, когда $kh \approx 1$, его ширина определяется единственным малым параметром $1/R$. Таким образом, в нулевом приближении резонансную кривую можно заменить на δ -функцию

$$\frac{vk}{[\omega/k - u(y)]^2 + v^2k^2} \rightarrow \pi\delta[\omega/k - u(y_0)]. \quad (8.4)$$

В этом приближении уравнение (8.3) при $u(y_0) = \omega/k$ принимает вид

$$\frac{d^2u}{dy^2} \Big|_{y=y_0} = 0. \quad (8.5)$$

Таким образом, критерием зарождения турбулентности является возникновение точки перегиба при некотором значении $y=y_0$, которое удовлетворяет условию волнового резонанса. Однако, условие волнового резонанса при $kh \approx 1$ еще не определяет величину y_0 . Для ее однозначного определения необходима дополнительная информация. Она может быть получена следующим образом.

Профиль стационарного течения Пуазейля характеризуется двумя масштабами длины: шириной канала h и толщиной так называемого ламинарного подслоя $l_{\text{lam}} = (\delta/R_*)h$. В это выражение входит одна из констант полуэмпирической теории развитой турбулентности. Масштаб l_{lam} определяет толщину пристеночного слоя, в котором вязкость не отличается заметно от вязкости ламинарного потока. Она составляет несколько сотых долей толщины канала h . Таким образом, стационарное турбулентное течение зарождается на расстояниях от стенки порядка толщины ламинарного подслоя. Это дает основание считать, что условие (8.4) выполняется в точке

$$y_0 \approx h - l_{\text{lam}}. \quad (8.6)$$

Нет, разумеется, необходимости требовать точного выполнения равенства (8.5). Достаточно, чтобы вторая производная была бы порядка $1/R$.

Экспериментальные исследования изменения профиля Пуазейля при переходе через критическое число Рейнольдса проводилось методом лазерной анимометрии (Дубинцев, Рынкевичус, 1982). На профиле скорости при $R = R_{\text{cr}}$ было обнаружено появление точки перегиба в области, примыкающей к стенке канала.

Проведем теперь оценку критического числа Рейнольдса. Для этого вернемся к уравнениям (8.1), (8.2). Исключим из них производную $d\langle \delta u_y \delta u_y \rangle / dy$. В результате приходим к уравнению

$$\left\{ \frac{\langle \delta u_y \delta u_y \rangle}{[\omega/k - u(y)]^2 + v^2k^2} + 1 \right\} v \frac{d^2u}{dy^2} = - \frac{\Delta p}{\rho l}. \quad (8.7)$$

Оно также не является замкнутым, так как наряду с функцией $u(y)$ в него входит напряжение Рейнольдса $\langle \delta u_y \delta u_y \rangle$. Заметим, что первый член в фигурных скобках определяет отличие турбулентной вязкости от v . Для оценки этого вклада, в силу узости резонанса (порядка $1/R$) достаточно иметь оценку напряжения Рейнольдса $\langle \delta u_y \delta u_y \rangle$ лишь в точке y_0 . Проведем эту оценку, используя понятие макроскопического числа степеней свободы N_{turb} при стационарном турбулентном течении Пуазейля. Наличие двух характерных масштабов - основного h и наименьшего l_{lam} - позволяет (по аналогии с (5.9)) определить число степеней свободы с помощью двух характерных объемов

$$N_{\text{turb}} = h^3 / l_{\text{lam}}^3. \quad (8.8)$$

При ламинарном течении «подслой» занимает всю область канала и $N_{\text{turb}} = 1$.

Результаты физических и численных экспериментов показывают, что возбуждение турбулентности при течении Пуазейля является жестким. Это означает, что рассматриваемое стационарное течение может существовать лишь при конечных значениях напряжения Рейнольдса $\langle \delta u_y \delta u_y \rangle$. Чтобы оценить это значение, воспользуемся выражением для относительной дисперсии

$$\frac{\langle \delta u_y \delta u_y \rangle}{\langle u \rangle^2} = \frac{1}{N_{\text{turb}}}, \quad (8.9)$$

определяемой числом степеней свободы турбулентного течения. Средняя скорость $\langle u \rangle$ связана с максимальной скоростью $u_{\text{max}} = u$, через которую выражается число Рейнольдса, соотношением $\langle u \rangle = (2/3)u$. С учетом этого перепишем равенство (8.9) в виде

$$\langle \delta u_y \delta u_y \rangle = \frac{4}{9} \frac{u^2}{N_{\text{turb}}}. \quad (8.10)$$

Подстановка этого выражения в (8.7) приводит к замкнутому уравнению для скорости. Введем в нем безразмерные переменные

$$u' = u/u_{\text{max}}, y' = y/h, w/ku = c, R = uh/\nu, R_* = v_*h/\nu.$$

Используем также закон сопротивления для ламинарного течения Пуазейля

$$2R = R_*^2, \quad (8.11)$$

который приближенно выполняется в области перехода. Используем, наконец, условие резонанса $c = u(y_0)$. В результате, опуская штрихи у безразмерных переменных, приходим к уравнению

$$\left\{ \frac{1}{(9/4)N_{\text{turb}}[u(y_0) - u(y)]^2 + (9/4)N_{\text{turb}}/R^2} + 1 \right\} \frac{d^2u}{dy^2} = - \frac{R_*^2}{R} = -2. \quad (8.12)$$

Чтобы найти связь критического числа Рейнольдса R_{cr} с числом степеней свободы N_{turb} , положим здесь $y = y_0$. Тогда получим

$$\left[\frac{R_{\text{cr}}^2}{(9/4)N_{\text{turb}}} + 1 \right] \frac{d^2u}{dy^2} = -2. \quad (8.13)$$

Член в квадратных скобках определяет в безразмерных переменных коэффициент турбулентной вязкости. Поскольку рассматривается жесткое возбуждение, то напряжение Рейнольдса конечно. Это дает основание считать, что турбулентная вязкость много больше единицы. Тогда первый член в скобках значительно больше второго и уравнение (8.13) можно переписать в виде

$$\left. \frac{d^2u}{dy^2} \right|_{y=y_0} = \frac{2}{R_{\text{cr}}} \frac{(9/4)N_{\text{turb}}}{R_{\text{cr}}}. \quad (8.14)$$

Сравним его с условием (8.5), выполнение которого необходимо для жесткого возникновения стационарной турбулентности при течении Пуазейля. Мы уже отмечали, что его следует понимать лишь как условие малости второй производной в точке резонанса по параметру $1/R_{\text{cr}}$. С учетом множителя 2, который возник в (8.14) при использовании закона сопротивления в виде (8.11), условие зарождения турбулентности можно записать в виде

$$\left. \frac{d^2u}{dy^2} \right|_{y=y_0} = \frac{2}{R_{\text{cr}}}. \quad (8.15)$$

Сопоставление последних результатов и приводит к определению критического числа Рейнольдса

$$R_{cr} = \frac{9}{4} N_{\text{турб}} = \frac{9}{4} \left(\frac{h}{l_{\text{лам}}} \right)^3. \quad (8.16)$$

Здесь использовано определение (8.8) для числа турбулентных степеней свободы. Наконец, с учетом определения $l_{\text{лам}} = (\delta/R_*)h$ и закона сопротивления (8.11) при $R=R_{cr}$ критическое число Рейнольдса можно выразить через константу δ

$$R_{cr} = \frac{8}{5} \left(\frac{\delta}{2} \right)^9. \quad (8.17)$$

Для численной оценки критического числа Рейнольдса отождествим δ с соответствующей константой (7.11) развитой турбулентности. Тогда получаем значение $R_{cr}=5623$, которое близко к численному значению, полученному путем приближенного решения задачи устойчивости ламинарного течения Пуазейля. Не следует, конечно, переоценивать значение приведенной численной оценки. Существенно другое.

Во-первых, установлена связь критического числа Рейнольдса с числом степеней свободы стационарного турбулентного течения в канале. Это служит объяснением того, что критическое число Рейнольдса много больше единицы.

Во-вторых, установлена связь критического числа Рейнольдса с одной из констант полуэмпирической теории турбулентности δ . Наличие такой связи позволяет распространить полуэмпирическую теорию турбулентности на область перехода без увеличения числа констант (Климонтович, 1990). В связи со столь важной ролью этой константы заметим, что она может рассматриваться как новое характерное число Рейнольдса

$$R_{**} = \frac{v_* l_{\text{лам}}}{\nu} \equiv \delta. \quad (8.18)$$

Таким образом обе константы полуэмпирической теории Прандтля - Кармана α и δ могут быть выражены через соответствующие числа Рейнольдса R^0 и R_{**} .

Изложенное дает основание рассматривать переход от ламинарного течения к турбулентному как пример неравновесного фазового перехода. В качестве параметра порядка естественно принять напряжение Рейнольдса. Для течений в канале оно связано с турбулентной вязкостью соотношениями (7.7). В точке перехода параметр порядка обращается в нуль. Подобная точка зрения принята в настоящее время другими авторами, например, (Зубарев, Морозов, Трошкин, 1992).

9. Производство энтропии при ламинарном и турбулентном течениях

В работе (Климонтович, Энгель-Херберт, 1984) было проведено сопоставление значений производства энтропий для двух видов движения:

1. Стационарного турбулентного течения Куэтта и Пуазейля;
2. Неустойчивого при числах Рейнольдса больших критического значения ($Re > R_{cr}$) ламинарного течения.

Удается показать, что при дополнительном условии постоянства напряжения на стенках канала, производство энтропии при турбулентном (устойчивом при $Re > R_{cr}$) течении меньше производства энтропии при ламинарном (неустойчивом при $Rl > R$) течении, то есть

$$\sigma_{\text{лам}} - \sigma_{\text{турб}} > 0. \quad (9.1)$$

Этот результат можно получить следующим образом.

Обратимся к выражению (6.9) для среднего значения производства энтропии при турбулентном движении

$$\langle \sigma^- \rangle \equiv \sigma_{\text{turb}} = \frac{\rho}{2T} v_{\text{turb}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial r_j} + \frac{\partial u_j}{\partial r_i} \right)^2. \quad (9.2)$$

Отсюда для стационарного турбулентного течения в канале следует, что

$$\sigma_{\text{turb}}(y) = \frac{\rho v_{\text{turb}}(y)}{T} \left(\frac{du}{dy} \right)^2. \quad (9.3)$$

Дальнейшие вычисления проведем для течения Куэтта. Исключим отсюда производную скорости с помощью первого уравнения (7.6). В результате получаем следующее выражение:

$$\sigma_{\text{turb}}(y) = \frac{\rho}{T} v_*^4 \frac{1}{v_{\text{turb}}(y)}. \quad \text{Отсюда } \sigma_{\text{turb}} = \frac{1}{h} \int_0^h \sigma_{\text{turb}}(y) dy. \quad (9.4)$$

Используем последнюю формулу для расчета производства энтропии ламинарного и турбулентного течений. При этом существенно следующее.

Расчет относительной степени упорядоченности ламинарного и турбулентного течений на основе S -теоремы будет в разделе 10 проводиться при условии неизменности средней эффективной энергии. Расчеты производства энтропии для той же цели также следует проводить при некотором дополнительном условии. Чтобы сформулировать его, примем во внимание следующее.

Можно выделить два класса характеристик движения в гидродинамике. Одни из них определяются скоростью движения, а другие - производными скорости. Соответственно этому вводятся и два разных числа Рейнольдса R и R_* . Число R_* выражается через динамическую скорость v_* , которая связана с производной скорости на стенке и, следовательно, с напряжением на стенке канала (см. (7.3)). Поскольку производство энтропии определяется производными скорости, то при сопоставлении значений производства энтропии для разных видов течений сравнение следует проводить при одинаковых напряжениях на стенке, то есть

$$v \left| \frac{du}{dy} \right|_{y=h} = v_*^2 = \text{const}. \quad (9.5)$$

Это дает основание при расчете производства энтропии по формуле (9.4) считать динамическую скорость неизменной.

Рассмотрим два значения усредненного по y производства энтропии при числах Рейнольдса $R > R_{\text{cr}}$.

1. Для стационарного турбулентного движения, которое при $R > R_{\text{cr}}$ является устойчивым. Производство энтропии обозначаем через σ_{turb} .

2. Для воображаемого ламинарного течения, которое при условии $R > R_{\text{cr}}$ является неустойчивым и, следовательно, не может существовать в качестве стационарного течения. Обозначаем производство энтропии в этом случае через σ_{lam} . При расчете производства энтропии турбулентная вязкость ν_{turb} заменяется на ν .

Соответствующие вычисления производства энтропии проведены в (Климонтович, Энгель-Херберт, 1984). Приведем результат

$$\frac{\sigma_{\text{turb}}}{\sigma_{\text{lam}}} = 2 \frac{R}{R_*^2} \leq 1. \quad (9.6)$$

Мы видим, что отношение значений производства энтропий устойчивого турбулентного и неустойчивого ламинарного течений определяется законом

сопротивления $R=R(R_*)$. Знак равенства отвечает точке перехода, когда закон сопротивления для течения Куэтта имеет вид (7.8).

Для стационарного течения Пуазейля соответствующий результат

$$\frac{\sigma_{\text{urb}}}{\sigma_{\text{lam}}} = 2 \frac{R}{R_*^2} \leq 1. \quad (9.7)$$

И в этом случае отношение значений производства энтропии определяется законом сопротивления. Следует только иметь в виду, что для течения Пуазейля в точке перехода надо использовать соотношение (8.11), а не прежнее соотношение (7.8).

На основании приведенных результатов можно сделать вывод, что в критической точке $R=R_{\text{cr}}$ реальный (устойчивый) процесс идет по пути с наименьшим производством энтропии. Это служит одним из признаков большей упорядоченности стационарного турбулентного движения по сравнению с ламинарным. Имеется, тем самым, основание рассматривать переход от ламинарного течения к стационарному турбулентному движению как процесс самоорганизации. К такому же выводу приводит и анализ на основе энтропийного критерия.

Итак, на примерах стационарных течений Куэтта и Пуазейля установлено неравенство (9.1). Этот частный, но весьма важный, результат дает основание предположить справедливость некоторого общего *Принципа минимума производства энтропии в процессах самоорганизации* (Климонтович, 1990).

10. Уменьшение энтропии при переходе от ламинарного течения к турбулентному

Приведем теперь результаты расчета относительной степени упорядоченности ламинарного и турбулентного течений по S -теореме.

Исходим из того, что для стационарного несжимаемого ламинарного потока справедливо локальное распределение Максвелла

$$f_{\text{lam}}(r, v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m[v - u_{\text{lam}}(r)]^2}{2kT}\right). \quad (10.1)$$

Здесь $u_{\text{lam}}(r)$ - локальная скорость ламинарного потока. С помощью этого распределения находим локальную энтропию

$$S_{\text{lam}}(r) = -kn \int \ln n f_{\text{lam}}(r, v) f_{\text{lam}}(r, v) dv, \quad n = N/V. \quad (10.2)$$

Для турбулентного потока локальная скорость является случайной функцией. По этой причине случайной функцией становится и соответствующее локальное распределение Максвелла

$$f_{\text{urb}}(r, v, t) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{m[v - u(r, t)]^2}{2kT}\right\}. \quad (10.3)$$

Мерой неопределенности может служить здесь усредненная энтропия

$$S_{\text{urb}} = \langle S_{\text{urb}} \rangle = -kn \langle \ln n f_{\text{urb}}(r, v, t) f_{\text{urb}}(r, v, t) \rangle dv. \quad (10.4)$$

Сформулируем теперь дополнительное условие постоянства средней эффективной энергии, которое необходимо для определения относительной степени упорядоченности рассматриваемых систем. Выбираем за состояние «физического хаоса» ламинарное течение. Такой выбор будет подтвержден результатами расчета эффективной температуры. Мы видим из (10.1), что за эффективную энергию следует выбрать кинетическую энергию относительно

среднего потока. Тогда условие постоянства средней энергии имеет вид

$$\int \frac{m[v - u_{\text{lam}}(r)]^2}{2} f_{\text{lam}} dv = \int \frac{m[v - u_{\text{turb}}(r)]^2}{2} \langle f_{\text{turb}} \rangle dv. \quad (10.5)$$

Здесь $u_{\text{turb}} = \langle u(r, t) \rangle$ - средняя скорость турбулентного потока. По решению этого уравнения находим эффективную температуру ламинарного потока - состояния «физического хаоса»

$$kT_{\text{lam}} = kT_{\text{turb}} + 1/3 m \langle (\delta u)^2 \rangle, \quad (T_{\text{turb}} \equiv T). \quad (10.6)$$

Таким образом, чтобы удовлетворить дополнительному условию (10.5), надо поднять температуру ламинарного потока. Это и подтверждает правильность сделанного выбора состояния физического хаоса. Соответствующее тепловое - неупорядоченное - движение переходит в турбулентном потоке в более организованное движение коллективных степеней свободы. Используя этот результат, находим разность энтропий ламинарного и стационарного турбулентного течений, которая служит количественной мерой относительной степени хаотичности этих движений

$$T(S_{\text{lam}} - S_{\text{turb}}) = 3/2 kT_{\text{lam}} n \ln \frac{kT_{\text{lam}}}{kT_{\text{lam}} - 1/3 m \langle (\delta u)^2 \rangle} \approx \frac{mn}{2} \langle (\delta u)^2 \rangle \geq 0. \quad (10.7)$$

Таким образом, при условии (10.5) энтропия усредненного турбулентного течения меньше, чем ламинарного. Уменьшение энтропии связано с рождением коллективных степеней свободы, которые характеризуются напряжениями Рейнольдса. По этой причине турбулентное движение и оказывается более упорядоченным. Это еще одна демонстрация того факта, что переход от ламинарного течения к турбулентному представляет процесс самоорганизации.

Заметим, что существенное увеличение вязкости при переходе от ламинарного течения к турбулентному означает смену молекулярного - индивидуального, неорганизованного - переноса импульса от слоя к слою при ламинарном течении - коллективным. Это можно выразить и другими словами: неорганизованное сопротивление при ламинарном течении сменяется при переходе к турбулентному течению более высокоорганизованным сопротивлением.

Благодаря изменению внутреннего трения происходит и изменение профиля скорости. Он также становится более упорядоченным - более равномерным по большей части сечения канала.

Итак, при переходе к турбулентному движению устанавливаются новые макроскопические связи - коллективные связи. При этом структура движения с макроскопической точки зрения настолько усложняется, что создается видимость хаоса. В этой связи можно выразить основную задачу теории турбулентности как выявление и описание **структуры хаоса**.

Большая упорядоченность турбулентного движения установлена здесь на основе S -теоремы путем сравнения упорядоченности двух стационарных состояний, отвечающих разным значениям управляющего параметра - числа Рейнольдса. Большую упорядоченность турбулентного движения можно, конечно, выявить и при рассмотрении временной эволюции в замкнутой системе. Для этого проследим в замкнутой системе переход от неравновесного начального турбулентного состояния к равновесному. Согласно H -теореме энтропия при этом возрастает и, следовательно, имеет место не самоорганизация, а деградация более упорядоченного в начальный момент движения. Наличие деградации может быть зафиксировано по повышению температуры.

В заключение этого раздела отметим следующее. На примере гидродинамического описания турбулентного движения в несжимаемой жидкости были продемонстрированы некоторые характерные черты турбулентного течения. При этом остались и «темные облачка». Мы увидим, что попытка их удаления приводит к необходимости пересмотра основной концепции описания турбулентного движения.

11. Аргументы в пользу кинетического описания турбулентного движения

В п. 3 перечня основных характерных особенностей турбулентного движения (см. раздел 2) сказано, что для описания турбулентного движения приближение сплошной среды, принятое в кинетической теории и в гидродинамике, недостаточно. Здесь отмечены «на равных» два уровня описания. Однако, мы хорошо знаем, что возможности кинетического описания значительно шире, чем гидродинамического. Это связано с различием физически бесконечно малых масштабов - «точка» в кинетической теории существенно меньше, чем в гидродинамике. Поэтому недостаточность модели сплошной среды на уровне гидродинамики не закрывает возможность использования приближения сплошной среды на уровне кинетического описания. Такая возможность и будет теперь использована.

Отметим некоторые причины, по которым переход к кинетическому описанию турбулентного движения является необходимым.

11.1. Максимальные значения числа Рейнольдса в теории Колмогорова

В теории Колмогорова число степеней свободы развитой однородной и изотропной турбулентности определяется через основной L и минимальный L_0 масштабы по формуле (5.9). Соотношения (5.10) позволяют найти связь (5.11) числа $N_{\text{турб}}$ с числом Рейнольдса R . Для справедливости гидродинамической теории турбулентности минимальный масштаб L_0 должен превышать размер «точки» сплошной среды. Последний определяется физически бесконечно малым элементом длины $l_{\text{ph}}^{(H)}$, который сам зависит от основного масштаба. Должно, таким образом, выполняться неравенство (Климонтович, 1992,1994)

$$L_0 \gg l_{\text{ph}}^{(H)} \sim L/N^{1/5} \sim L(r_{\text{ав}}/L)^{3/5}, \quad N = nL^3. \quad (11.1)$$

Здесь введено обозначение для среднего расстояния между частицами среды, которое определяется через среднюю плотность числа частиц n . Мы видим, что учет атомарной структуры «сплошной среды» накладывает существенное ограничение (при заданных L , n) на минимальный масштаб L_0 . С учетом второго соотношения (5.10) его можно представить как ограничение на максимальное допустимое (в рамках модели сплошной среды) значение числа Рейнольдса

$$R_{\text{max}}/R^0 < N^{4/5} \sim (L/r_{\text{ав}})^{4/5}. \quad (11.2)$$

Для газа при нормальных условиях при $L = 10^2$ см отсюда следует, что $R_{\text{max}} < 10^6$.

Приведем, наконец, соответствующее ограничение на максимальное число турбулентных степеней свободы

$$(N_{\text{турб}})_{\text{max}} \ll N_{\text{с.м.}} = N/N_{\text{ph}}^{(H)} \sim N^{3/5}. \quad (11.3)$$

Неравенство показывает, что оно не может превышать число «точек» $N_{\text{с.м.}}$, которые укладываются в объеме сплошной среды L^3 . При переходе к кинетическому описанию турбулентного движения возможности теории возрастают, поскольку уменьшается объем «точки».

11.2. Максимальное значение числа Рейнольдса при турбулентном течении в канале

Проведем соответствующую оценку R_{max} турбулентного течения в плоском канале. Роль масштабов L , L_0 играют теперь, соответственно, величина h и толщина ламинарного подслоя $l_{\text{лам}} = (\delta/R^*)h$. Они были использованы, в частности, в (8.3) при определении числа степеней свободы. Число R_{max} определяем из условия, что число степеней свободы не может превосходить число «точек» в объеме h^3

$$(N_{\text{turb}})_{\text{max}} = (h^3/l_{\text{lam}}^3)_{\text{max}} < N_{\text{с.м.}} = N/N_{\text{ph}}^{(H)} \sim N^{3/5}. \quad (11.4)$$

Это ограничение приводит к следующей оценке R_{max} при гидродинамическом описании турбулентного движения в канале:

$$R_{\text{max}} \sim N^{1/5} R_{\text{cr}}^{1/3}. \quad (11.5)$$

Здесь использовано приближенное выражение для закона сопротивления при развитой турбулентности: $R \approx \delta R_*$ (оно следует из формулы (7.9)), а также приближенное соотношение (8.17) критического числа Рейнольдса и одной из констант δ полуэмпирической теории турбулентности.

Для газа при атмосферном давлении, когда плотность числа частиц $n \approx 10^{19} \text{ см}^{-3}$, при $h = 10^2 \text{ см}$ и с учетом формул (11.2), (11.5) получаем числовую оценку: $R_{\text{max}} < 10^6$.

Таким образом, наличие структуры «сплошной среды» при гидродинамическом описании турбулентности приводит к ограничению сверху значений числа Рейнольдса, при которых возможно непротиворечивое описание турбулентного движения в рамках гидродинамики. Кинетическое описание таит, естественно, дополнительные возможности, поскольку структура «сплошной среды» является при этом более тонкой.

Следствием рассмотренного ограничения возможности гидродинамического описания является и так называемая **проблема замыкания**.

11.3. Проблема замыкания в теории турбулентности

Вернемся к разделу 3. В нем обсуждалась проблема замыкания бесконечной последовательности для моментов скорости в теории гидродинамической турбулентности несжимаемой жидкости. При этом мы отметили, что проблема замыкания возникает при расчете как кинетических, так и гидродинамических флуктуаций, например, в газе Больцмана. В этом случае решение проблемы замыкания основывается на условии малости флуктуаций. Оно обеспечивается наличием большого числа частиц в соответствующем физически бесконечно малом объеме. Однако, это условие является достаточным лишь для состояний, близких к равновесному, когда для расчета неравновесных флуктуаций эффективным является приближение Гаусса и, следовательно, для статистического описания достаточно двух первых моментов пульсирующей (случайной) функции распределения.

В теории развитой турбулентности ситуация существенно иная. Несмотря на то, что и здесь используется приближение сплошной среды и, следовательно, число частиц в «точке» велико, приближение Гаусса оказывается недостаточным. Причина в том, что развитое турбулентное движение является существенно неравновесным. Оно характеризуется большим числом неравновесных макроскопических степеней свободы.

В связи с этим возникает вопрос. Является ли уравнение Навье - Стокса достаточным базовым уравнением для построения на его основе последовательности уравнений Рейнольдса? Если нет, то как тогда улучшить выбор исходного уравнения? Такая возможность имеется. Именно, в качестве базового уравнения можно использовать не уравнения гидродинамики, а кинетическое уравнение для функции распределения $f(r, v, t)$. Однако, при выборе базового кинетического уравнения следует иметь ввиду, что кинетическое описание также основано на модели сплошной среды. В отличие от гидродинамики теперь это «сплошная среда» в пространстве координат и импульсов. По этой причине величина v в кинетической теории не является скоростью отдельной частицы. Она характеризует поведение коллектива частиц в «точке». При этом, однако, размер «точки» в кинетической теории значительно меньше, чем в гидродинамике.

На кинетическом уровне описания пульсирующая скорость $u(r, t)$ определяется случайной функцией f . Она, в свою очередь, представляет

сглаженное по объему «точки» динамическое распределение. Средняя же скорость снова выражается через функцию распределения $f(r,p,t)$, но теперь без условия малости числа Кнудсена.

Таким образом, кинетическое описание содержит потенциальную возможность более полного описания как ламинарных, так и турбулентных движений. Попробуем использовать такую возможность. Прежде, однако, отметим еще одну трудность традиционного гидродинамического описания турбулентного движения. Она связана с тем, что уравнения гидродинамики несжимаемой жидкости не согласуются с уравнением баланса энтропии.

11.4. Уравнение баланса энтропии при турбулентном движении в несжимаемой жидкости

Для несжимаемой жидкости плотность и температура постоянны, поэтому постоянна и энтропия. В то же время производство энтропии отлично от нуля. Эта непоследовательность остается и в уравнениях турбулентного движения, основанных на гипотезе Рейнольдса. Действительно, среднее значение локальной энтропии турбулентного движения $\langle S \rangle$ постоянно, а соответствующее производство энтропии зависит от процесса. Мы увидим, как снимается это противоречие в кинетической теории турбулентности.

Отметим в связи с этим, что при использовании S -теоремы в разделе 10 ситуация была иная. Там средняя энтропия стационарного турбулентного потока (4.10) так же постоянна. Однако, энтропия, перенормированная к заданному значению средней эффективной энергии ламинарного движения, зависит от числа Рейнольдса и, следовательно, отражает характер турбулентного процесса.

12. О кинетическом описании турбулентного движения

12.1. Кинетическое уравнение для ламинарного движения

Итак, есть основания для описания турбулентного движения использовать в качестве базового кинетическое уравнение вместо уравнений гидродинамики. Такого рода попытки известны. В качестве исходных использовались кинетические уравнения для многочастичной функции распределения, например, уравнение Леонтовича (Жигулев, 1969; Климонтович, 1983). Они не приводили, однако, к ощутимым результатам.

Будем использовать в качестве исходного обобщенное кинетическое уравнение (Климонтович, 1990, 1992, 1994) для разреженного газа - газа Больцмана. Это уравнение содержит два диссипативных члена. Первый определяется перераспределением частиц по скоростям. Он представляется здесь не интегралом столкновений Больцмана, а *нелинейным интегралом столкновений Фоккера - Планка*. Такая замена оправдана наличием большого числа частиц в «точке» рассматриваемой среды. Дополнительный диссипативный член описывает пространственную диффузию функции распределения. Благодаря его учету, переход к уравнениям газовой динамики проводится без использования теории возмущений по параметру Кнудсена. Обобщенное кинетическое уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{F}{m} \frac{\partial f}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v} \left\{ D_{(v)}(r,t) \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{1}{\tau} [v - u(r,t)] f \right\} + \\ + \frac{\partial}{\partial r} \left[D_{(r)} \frac{\partial f}{\partial r} - \tau \frac{F}{m} f \right]. \quad D_{(v)} = \frac{kT(r,t)}{\tau m}, \quad D_{(r)} = \tau \frac{kT_{cp}}{m}. \end{aligned} \quad (12.1)$$

Коэффициент диффузии $D_{(v)}$ определяется локальной температурой, которая сама, как и средняя скорость $u(r,t)$, выражается через функцию распределения. Пространственный коэффициент диффузии определяется средней температурой; τ - время свободного пробега. Для газа все три кинетических коэффициента (диффузии D , вязкости ν и температуропроводности χ) приближенно равны. Ниже полагаем, что $D = \nu = \chi$. В уравнении (12.1) имеются два масштаба времени: время свободного пробега τ и время пространственной диффузии $\tau_D = L^2/D$. Ниже удобней, особенно при условии несжимаемости, заменить D на ν . Тогда для ламинарных течений отношение времен

$$\tau/\tau_\nu \sim (l/L)^2 \sim (Kn)^2 \quad (12.2)$$

определяется параметром Кнудсена. При нормальных условиях и $L=10^2$ см $Kn \approx 10^{-6}$. Этим оправдан переход к уравнениям газовой динамики. Покажем, что для турбулентных движений отношение времен релаксации существенно меняется.

12.2. Оценка отношения времен релаксации для турбулентного движения

Начнем снова со случая однородной и изотропной турбулентности. Отношение времен в (12.2) для наименьшего масштаба L_0 заменится на $\tau/\tau_{\nu}^{\text{turb}} \sim \tau_{\nu}^{\text{turb}}/L_0^2$. В теории Колмогорова для развитой турбулентности $\nu^{\text{turb}} \sim \nu R$ и $L_0 \sim LR^{3/4}$. С учетом этого находим, что отношение времен релаксации остается меньше единицы при условии

$$\tau/\tau_{\nu}^{\text{turb}} \sim \tau R^{5/2}/\tau_\nu < 1 \quad \text{и, следовательно, при } R < Kn^{-4/5}. \quad (12.3)$$

Проведем соответствующую оценку для турбулентного течения в канале. Минимальный масштаб определяется теперь толщиной ламинарного подслоя $l_{\text{min}} \sim (\delta/R_*)h$, а коэффициент турбулентной вязкости $\nu^{\text{turb}} \sim R_*\nu$. В результате вместо (12.3) получаем следующую оценку:

$$\tau/\tau_{\nu}^{\text{turb}} \sim \tau \nu R_* / l_{\text{lam}}^2 \sim \tau R^3 / \tau_\nu \delta^5 < 1 \quad (12.4)$$

и, следовательно, значения числа Рейнольдса ограничены условием

$$R < Kn^{-2/3} R_{cr}^{5/18}. \quad (12.5)$$

Здесь использована оценка (8.16) для критического числа Рейнольдса при течении Пуазейля в канале.

При $L = h = 10^2$ см и для нормального давления обе оценки (12.3), (12.5) приводят к ограничению на числа Рейнольдса $R < 10^5$. Это означает, что уже при сравнительно небольших значениях числа Рейнольдса второй диссипативный член в кинетическом уравнении (12.1) не является малым. По этой причине для развитой турбулентности локальное распределение Максвелла не может служить основным приближением для построения уравнений гидродинамики. Можно выделить, однако, более широкий класс решений кинетического уравнения

$$f(r,p,t) = f(r, |v - u(r,t)|, t), \quad (12.6)$$

для которого также переход к уравнениям газовой динамики возможен без использования теории возмущений по числу Кнудсена. При этом в них, наряду с вязкостью и теплопроводностью, учитывается и самодиффузия.

Хотя система уравнений для функций $\rho(r,t)$, $u(r,t)$, $T(r,t)$ и замкнута, ее решение недостаточно для описания процессов на малых масштабах, когда число Кнудсена не является малым. Действительно, решения кинетического уравнения даже при ограничении (12.6) дают возможность найти бесконечное число высших

моментов, которые на малых масштабах существенны, например, для расчета энтропии и теплового потока. При условии несжимаемости ($u \ll v_{\text{турб}}$) на функцию распределения надо наложить дополнительные условия

$$\int f(r, v, t) dv = \text{const}, \quad \int [v - u(r, t)]^2 f(r, v, t) dv = \text{const}. \quad (12.7)$$

Первое из них обеспечивает постоянство плотности, а второе - температуры. Уравнение непрерывности сводится к $\text{div} u = 0$. Поле скорости удовлетворяет уравнению Навье - Стокса.

Ситуация меняется еще более радикально, когда неравновесные распределения не относятся к частному виду (12.6). В этом случае система уравнений для низших моментов $\rho(r, t)$, $u(r, t)$, $T(r, t)$ не сводится к обычной системе уравнений газовой динамики. В них входят высшие моменты. По этой причине традиционное построение теории турбулентности на базе газодинамических уравнений оказывается практически невозможным. В этом мы убедимся в разделе 14.

Таким образом, при больших значениях числа Рейнольдса в качестве базового уравнения в теории турбулентности необходимо использовать кинетическое уравнение. В связи с этим заметим, что кинетическое описание турбулентности широко используется, например, в теории «бесстолкновительной» плазмы. Исходным при этом служит кинетическое уравнение Власова. Однако, развитая на этой основе теория не «стыкуется» с традиционной гидродинамической теорией турбулентности.

При учете столкновений для обоснования уравнений Рейнольдса для моментов газодинамических функций может быть использовано уравнение Леонтовича для N -частичной функции распределения (Леонтович, 1935). На его основе можно развить теорию как кинетических, так и газодинамических флуктуаций (Климонтович, 1975, 1983, 1994).

12.3. Гипотеза Рейнольдса в кинетической теории

Расширим гипотезу Рейнольдса - применим ее к кинетическому уравнению (12.1). Все сводится тогда к замене детерминированной функции распределения пульсирующим - случайным - распределением

$$f(r, v, t) \Rightarrow f^-(r, v, t). \quad (12.8)$$

В результате получаем уравнение, которое по гипотезе Рейнольдса может служить исходным для построения кинетической теории турбулентности

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^-}{\partial t} + v \frac{\partial f^-}{\partial r} + \frac{F}{m} \frac{\partial f^-}{\partial v} = \frac{\partial}{\partial v} \{ D_{(v)}^-(r, t) \frac{\partial f^-}{\partial v} + \frac{1}{\tau} [v - u^-(r, t)] f^- \} + \\ + \frac{\partial}{\partial r} [D_{(r)} \frac{\partial f^-}{\partial r} - \tau \frac{F}{m} f^-]. \end{aligned} \quad (12.9)$$

Естественно, что это уравнение является существенно более общим, чем уравнения Рейнольдса в гидродинамике (3.1)-(3.3). Переход к ним возможен лишь для класса пульсирующих функций распределения (ср. с (12.6), (12.7))

$$f^-(r, v, t) = f^-(r, |v - u^-(r, t)|, t). \quad (12.10)$$

В него, в частности, входит пульсирующее распределение Максвелла. Кинетическое уравнение содержит, таким образом, большие резервы для развития теории турбулентного движения.

Прежде, чем двигаться дальше, сделаем два замечания. Распределение класса (12.10) уже было введено в разделе 10 при использовании S -теоремы для определения относительной степени упорядоченности ламинарного и

турбулентного течений. Кинетическое уравнение Больцмана для пульсирующего распределения $f(r, v, t)$ используется и в кинетической теории флуктуаций. В теории кинетических флуктуаций на основе уравнения для функции f эффективным оказывается приближение вторых моментов. Условие малости флуктуаций определяется большим числом частиц в «точках» сплошной среды - фактором $1/N_{ph}$.

В теории турбулентности в гидродинамике основанием для перехода от уравнения Навье - Стокса к уравнениям Рейнольдса служит неустойчивость ламинарного течения. На кинетическом уровне такому переходу отвечает переход от частного решения (12.6) кинетического уравнения (12.1) к частному решению (12.10) уравнения (12.9) для пульсирующей функции распределения. В гидродинамической теории, во всяком случае в явном виде, не возникает вопрос о структуре сплошной среды. Действительно, как ламинарные, так и турбулентные движения описываются на основе уравнений механики сплошной среды. Вследствие этого малый фактор $1/N_{ph}$, который фигурирует в кинетической теории флуктуаций, здесь в явном виде отсутствует. Нет поэтому оснований для приближения малых флуктуаций. В такой ситуации возникает естественный вопрос. Ведь, согласно изложенному, как теория кинетических флуктуаций, так и теория турбулентного движения имеют общую основу - кинетическое уравнение (12.9). Это означает, что теория кинетических флуктуаций и теория турбулентности несжимаемой жидкости, рассматриваемая в настоящей главе, представляют собой частные случаи единой более общей кинетической теории как ламинарных, так и турбулентных движений. Естественно, что такая теория сложна. Она, однако, может выявить общие физические черты турбулентного движения и дать возможность рассмотреть вопросы, выходящие за пределы традиционной теории турбулентного движения.

13. Аналогия с переходом газ - жидкость в системе Ван-дер-Ваальса

Существуют два уровня описания перехода газ - жидкость: термодинамический и статистический. В первом случае основой служит уравнение Ван-дер-Ваальса. Представим его в виде

$$p = nkT(1 - nb)^{-1} - n^2a. \quad (13.1)$$

Здесь нет зависимости от N . Это показывает, что уравнение Ван-дер-Ваальса - уравнение для сплошной среды. Будем считать, что состояние выше критической точки аналогично ламинарному движению. При переходе через критическую точку возникает область, в которой с термодинамической точки зрения состояние системы неустойчиво. Возникновение неустойчивости связано с зарождением двухфазного состояния. Будем условно считать это состояние аналогичным турбулентному. В статистической теории состояния при всех значениях параметров описываются распределением с эффективной функцией Гамильтона. Выше критической точки его приближенно (!) можно заменить распределением Гаусса. При этом, по мере приближения к критической точке, дисперсия возрастает по закону Кюри. Это указывает на неустойчивость «ламинарного течения» или, иными словами, на начало перестройки однофазного состояния системы. Существенно, что появление неустойчивости имеет место лишь при замене общего распределения приближенным распределением Гаусса и, тем самым, приближением малых флуктуаций. Само же исходное распределение эквивалентно учету всех моментов.

Таким образом, весь расчет производится на основе анализа детерминированного распределения. Его можно рассматривать как равновесное решение некоторого кинетического уравнения. При этом само уравнение Ван-дер-Ваальса отвечает наиболее вероятному значению объема системы. Флуктуации - отклонения объема от наиболее вероятного. При этом относительная дисперсия

мала (пропорциональна $1/N$ лишь в *ламинарном* состоянии). По мере удаления от критической точки в область *турбулентного* движения относительные флуктуации становятся порядка единицы. Это означает, что двухфазное состояние сформировалось и каждая компонента является макроскопической подсистемой, число частиц в которой составляет конечную долю общего числа частиц N !

Из проведенной аналогии следует, что путем анализа детерминированного распределения можно описать не только крайние состояния, отвечающие «ламинарному движению» и состоянию развитой «турбулентности», но проследить за отклонениями от исходного ламинарного движения. Эти отклонения, нарастающие по мере приближения к критической точке, являются определяющими для зарождения и развития турбулентного движения. Существенно при этом, что сами уравнения ламинарного течения справедливы не для первых моментов соответствующих переменных, а для их наиболее вероятных значений. Их различие мало лишь для ламинарных состояний. Для развитой турбулентности относительные значения этих отклонений порядка единицы, что и означает появление новых макроскопических характеристик среды. Эта аналогия полезна для развития единого кинетического описания ламинарного и турбулентного движений.

14. Описание стационарного течения Пуазейля в плоском канале на основе обобщенного кинетического уравнения (12.1)

Обратимся к задаче о стационарном турбулентном движении Пуазейля в плоском канале, которая рассматривалась в разделах 7, 8. В этом случае функция распределения зависит лишь от трех переменных

$$f(r, v, t) \Rightarrow f(y, v_x, v_y), \text{ средняя скорость } u_x \equiv u(y), u_y = 0. \quad (14.1)$$

Кинетическое уравнение (12.1) упрощается и принимает вид

$$v_y \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{\Delta p}{ml} \frac{\partial f}{\partial v_x} = \frac{\partial}{\partial v} \left\{ D_{(v)} \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{1}{\tau} [v - u(y)] f \right\} + v \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad v = (v_x, v_y). \quad (14.2)$$

Здесь учтено, что сила определяется перепадом давления и коэффициент пространственной диффузии представлен как коэффициент вязкости. Нелинейность в кинетическое уравнение входит через *интеграл столкновений* - через зависимость коэффициента диффузии $D_{(v)}$ и средней скорости от искомой функции распределения.

Найдем соответствующее уравнение для средней скорости $u(y)$. Для этого умножим уравнение (14.2) на v_x и проинтегрируем по v_x, v_y . Не будем предполагать, что распределение относится к классу (12.6)! Тогда приходим к следующему уравнению:

$$\frac{d}{dy} \langle \delta v_x \delta v_y \rangle = v \frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{\Delta p}{ml}. \quad (14.3)$$

Это уравнение по форме совпадает с (7.1) для течения Пуазейля. Отличие состоит в определении тензора турбулентных напряжений. В уравнении (7.1) это тензор напряжений Рейнольдса. Здесь же член в левой части определяется решением кинетического уравнения (15.2). Он исчезает, если функция распределения принадлежит к классу (12.6).

Таким образом, с точки зрения кинетической теории переход к турбулентному движению означает изменение симметрии функции распределения. Именно, нарушается условие изотропности (12.6) по относительной скорости. При этом турбулентность определяется не корреляциями, связанными с взаимодействием частиц (ведь разреженный газ с точки зрения термодинамики

является идеальным), а, прежде всего, изменением структуры функции распределения по импульсам.

Таким образом, как и в теории Рейнольдса, уравнение для средней скорости не является замкнутым. Теперь, однако, можно делать акцент не на решении проблемы замыкания, а обратиться к решению кинетического уравнения (14.2).

При условии несжимаемости первое условие (12.7) сохраняется и для турбулентного движения. Второе же условие (12.7) нарушается, так как нарушается условие изотропности (12.6) для относительной скорости, что приводит к переопределению температуры. Это снимает противоречие с вторым законом термодинамики, о котором говорилось в разделе 11.4.

Для ламинарных течений решение кинетического уравнения (14.2) существенно упрощается. Действительно, при этом температура постоянна, а средняя скорость определяет профиль Пуазейля. При этом кинетическое уравнение (14.2) становится линейным, а функция распределения имеет структуру

$$f(r, |v - u_{\text{lam}}(y)|, t), \quad r = (x, y), \quad v = (v_x, v_y). \quad (14.4)$$

Она определяет и все высшие четные моменты относительной скорости при ламинарном течении. При достаточно больших давлениях, когда время свободного пробега τ много меньше времени диффузии скорости $\tau_v = h^2/\nu$, основной вклад определяется локальным распределением Максвелла

$$f_{\text{1.eq}} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^2 \exp\left[-\frac{m(v - u_{\text{lam}})^2}{2kT}\right], \quad v = (v_x, v_y). \quad (14.5)$$

Здесь $u_{\text{lam}}(y)$ - профиль ламинарного течения Пуазейля. Интересен также обратный предельный случай свободномолекулярного течения, когда длина свободного пробега много больше h .

Анализ кинетического уравнения (14.2) существенно более сложен. Наиболее интересные результаты могут быть получены лишь численным путем. Здесь мы ограничимся анализом соответствующего уравнения баланса энтропии.

15. Уравнение баланса энтропии при турбулентном движении

Запишем выражение для локальной энтропии

$$S(r, t) \equiv \frac{\rho(r, t)}{m} s(r, t) = -kn \int \ln(nf(r, v, t)) f(r, v, t) dv. \quad (15.1)$$

Здесь введена энтропия в расчете на одну частицу. Положим, что сила $F(R, t) = 0$. Ограничимся также классом распределений $f(r, |v - u|, t)$. Тогда уравнение баланса энтропии можно представить в виде

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left[(\rho u - D \frac{\partial \rho}{\partial r}) s \right] = \frac{\partial}{\partial r} \left(D \rho \frac{\partial s}{\partial r} \right) + \sigma(r, t). \quad (15.2)$$

Поток энтропии состоит из суммы конвективного и диффузионного вкладов. Второй пропорционален градиенту энтропии. Это дает возможность ввести общее (кинетическое) определение потока тепла. Производство энтропии определяется выражением

$$\sigma(r, t) = kn \int [D_{(v)} f \left(\frac{\partial}{\partial v} \ln \frac{f}{f_{\text{1.eq}}} \right)^2 + Df \left(\frac{\partial}{\partial r} \ln \frac{f}{f_0} \right)^2] dv \geq 0. \quad (15.3)$$

Оно состоит из суммы двух положительных вкладов. Первый из них определяется перераспределением частиц по скоростям и пропорционален коэффициенту

диффузии $D_{(i)}$. Второй - определяется перераспределением частиц в пространстве и пропорционален соответствующему коэффициенту диффузии D .

Приведенное уравнение баланса энтропии является (для выделенного класса распределений) общим, то есть справедливым как для ламинарных, так и турбулентных движений. Естественно, что для описания ламинарных течений оно существенно упрощается, так как в качестве решения кинетического уравнения можно использовать локальное распределение Максвелла. В этом приближении в формуле для производства энтропии первый член правой части обращается в нуль, а второй принимает вид

$$\sigma(r,t) = \frac{k}{m} \left[D\rho \left(\frac{\text{grad} \rho}{\rho} \right)^2 + \nu \rho \frac{m}{kT} \left(\frac{\partial u_i}{\partial r_j} \right)^2 + \frac{3}{2} \rho \chi \left(\frac{\text{grad} T}{T} \right)^2 \right] \geq 0. \quad (15.4)$$

Для несжимаемой жидкости первый и третий члены в правой части обращаются в нуль и производство энтропии определяется, как мы уже знаем, производными скорости. Локальная энтропия при этом постоянна. Это и приводит к отмеченному выше противоречию со вторым законом термодинамики. Каков же выход из этого положения?

При описании ламинарных движений для этого необходимо отказаться от условия несжимаемости, хотя бы частично, как это делается в теории тепловой конвекции в приближении Бусинеска. В этом случае описание проводится на основе системы уравнений для вихревой скорости и температуры. Из второго уравнения видно, что пространственно неоднородное вихревое поле служит источником тепла. Вследствие этого производство энтропии порождает и изменение самой энтропии.

Для турбулентных, а также и далеких от локального равновесия ламинарных течений производство энтропии определяется более общим выражением (15.3). Сама энтропия определяется при этом решением кинетического уравнения. Вклад неравновесных «добавок» в выражении для производства энтропии существенно возрастает по мере развития турбулентности. Соответственно этому возрастают и кинетические коэффициенты вязкости, температуропроводности и самодиффузии. Явные оценки можно провести для двух рассмотренных выше частных случаев развитой пространственно однородной и изотропной турбулентности, а также для стационарного и турбулентного течения в канале. В обоих случаях «турбулентные добавки» при больших числах Рейнольдса становятся доминирующими.

Заключение: что же такое турбулентное движение?

Мы убедились на примере стационарного течения, что переход от ламинарного течения к турбулентному течению - переход к более высокоорганизованному состоянию. Его можно рассматривать как пример неравновесного фазового перехода. При этом понижается симметрия распределения по скоростям - функция распределения (вместо (12.6)) становится несимметричной по относительной скорости. Следствие этого - появление тензора напряжений Рейнольдса, который и играет роль параметра порядка.

Турбулентное движение является существенно неравновесным и характеризуется большим числом макроскопических степеней свободы. Дополнительные степени свободы возникают и при кинетическом описании мелкомасштабного ламинарного течения. При этом, однако, уравнения газовой динамики для функций $\rho(r,t)$, $u(r,t)$, $T(r,t)$ являются замкнутыми.

На основе обобщенного кинетического уравнения для детерминированной функции распределения $f(r,p,t)$ можно дать единое описание ламинарного и турбулентного движения. Как обычно, детерминированное распределение $f(r,p,t)$ является первым моментом более общего случайного (пульсирующего)

распределения $f(r, p, t)$. Основываясь на гипотезе Гейнгольда, можно предположить, что оно имеет вид (12.9) и, следовательно, совпадает по форме с обобщенным кинетическим уравнением. Это позволяет на его основе построить кинетическую теорию флуктуаций. Есть основание полагать, что роль этих флуктуаций не будет столь велика, как в традиционной гидродинамической теории турбулентного течения, поскольку дополнительные напряжения турбулентного движения описываются несимметричными по относительной скорости решениями обобщенного кинетического уравнения для детерминированной функции распределения. Тем самым основные особенности турбулентного движения «ухватываются» уже решением уравнения для первого момента пульсирующего распределения.

В последние годы все большее значение приобретают исследования турбулентных движений как в бесстолкновительной плазме (см. библиографический список), так и в более общих плазменно-молекулярных системах (Климонтович, Вильгельмсон, Загородний, Якименко, 1989, 1990). К ним относятся частично ионизованная плазма и другие системы с химическими реакциями, а также нелинейные оптические распределенные и многие медико-биологические системы, короче, самые разнообразные активные среды.

Библиографический список

- Бакай А.С., Сигов Ю.С. Многоликая турбулентность. М.: Знание, 1989.
- Berge P., Pomeau Y., Vidal Ch. L'Order dans le Chaos. Hermann Paris, 1984.
- Бэтчелор Дж. Теория однородной турбулентности. М.: ИЛ, 1955.
- Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Clarendon Press, Oxford, 1961.
- Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов А.М. Системы гидродинамического типа и их применения. М.: Наука, 1981.
- Гречаный О.А. Статистическая теория необратимых процессов. Киев: Наукова думка, 1989.
- Дубинцев Ю.Н., Рышкевичус Б.С. Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982.
- Ebeling W., Klimontovich Yu.L. Self-Organization and Turbulence in Liquids. Teubner, Leipzig, 1984.
- Жигулев В.Н., Тумин А.М. Возникновение турбулентности. Новосибирск: Наука, 1987.
- Зубарев Д.Н., Морозов В.Г., Троицкий О.В. Турбулентность как неравновесный фазовый переход. ТМФ 92 (1992) 293.
- Haken H. Advanced Synergetics. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1983.
- Haken H. Information and Self-Organization. Springer, Berlin, Heidelberg, New York., 1988; Moscow: Mir, 1991.
- Кадоццев Б.Б. Коллективные процессы в плазме. М.: Наука, 1976.
- Климонтович Ю.Л. Диссипативные уравнения для многочастичных функций распределения. УФН 139 (1983) 689.
- Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. М.: Наука, 1982; Harwood Academic Publishers, New York, 1986.
- Климонтович Ю.Л. Энтропия и производство энтропии при ламинарном и турбулентном течениях. Письма в ЖТФ 10 (1984) 80.
- Климонтович Ю.Л., Энгель-Херберт Х. Осредненные стационарные турбулентные течения Куэтта и Пуазейля в несжимаемой жидкости. ЖТФ 54 (1984) 440.
- Klimontovich Yu.L., Bonitz M. Evolution of the Entropy of Stationary States in Self-Organization Processes in the Control Parameter Space. Z. Phys.B, Condensed Matter. 70 (1988) 241.
- Климонтович Ю.Л. Турбулентное движение и структура хаоса. М.: Наука, 1990; Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991.

Klimontovich Yu.L. The unified description of kinetic and hydrodynamic processes. *Physics Letters A* 170 (1992) 434.

Klimontovich Yu.L. On the Need for and the Possibility of a Unified Description of Kinetic and Hydrodynamic Processes. *TMF* 92 (1992) 312.

Klimontovich Yu.L. From the Hamiltonian Mechanics to a Continuous Media. Dissipative Structures. Criteria of Self-Organization. *Theor. Mathem. Phys.* 96 № 3 (1993) 1.

Klimontovich Yu.L. Criteria of Self-Organization. *Chaos, Solitons & Fractals* 1994 (in press).

Klimontovich Yu.L. Statistical Theory of Open Systems. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.

Климонтлович Ю.Л. Статистическая теория открытых систем. Москва. Янус, 1995.

Klimontovich Yu.L., Wilhelmsson H., Yakimenko I.P., Zagorodny A.G. *Physics Reports* 175, № 5 & 6 (1989) 265.

Климонтлович Ю.Л., Вильгельмсон Х., Якименко И.П., Загородный А.Г. Статистическая теория плазменно-молекулярных систем. М.: Изд. МГУ, 1990.

Ландау Л.Д., Lifshitz E.M. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.

Lesieur M. Turbulence in Fluids. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990.

Мошфат Г. Некоторые направления развития теории турбулентности. Сб. Современная гидродинамика. Успехи и проблемы. М.: Мир, 1984.

Монин А.А., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1965, 1967; 1992.

Неймарк Ю.С., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987; Kluwer, Dordrecht, 1992.

Новиков Е.А. Функционалы и метод случайных сил в теории турбулентности. ЖЭТФ (1964) 1919.

Prigogine I., Stengers I. Order out of Chaos. Heinemann, Лондон 1984; М.: Прогресс, 1986.

Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.

Ситенко А.Г. Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. Киев: Наукова думка, 1977.

Frost U., Moalden T. Турбулентность. М.: Мир, 1980.

Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: М.: Наука, 1969.

Цытович В.Н. Теория турбулентной плазмы. М.: Атомиздат, 1971.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию 04.10.94

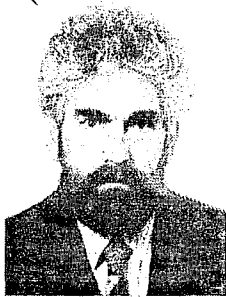
WHAT THE TURBULENCE IS?

Yu.L. Klimontovich

The main aim of this paper is to clear up general properties of the turbulent motion as a physical phenomena. With this it becomes possible to interpret the transition from the laminar flow to the turbulent one as a sequence of non-equilibrium phase transitions which represent a self-organization process. This conclusion is based on the criterion of the «S-Theorem».

Therefore, the transition from the laminar to the turbulent flow in open systems represents the «transition from chaos to order».

In a closed system the backward «transition from order to chaos» is possible as well. For instance, a turbulent motion prepared at an initial moment will degradate to a most chaotic flow. This example show the process of self-organization is possible in open systems only.



Климонтovich Юрий Львович - поступил на физический факультет МГУ осенью 1948 на третий курс. Окончил в 1948 году. Дипломную работу «Влияние взаимодействия молекул на коэффициент радиационного трения» выполнил под руководством профессора В.С. Фурсова. Работа опубликована в ЖЭТФе в 1949. Учеба в аспирантуре под руководством Н.Н. Боголюбова. В 1951 году защитил диссертацию. С 1955 года и по настоящее время доцент, профессор, главный научный сотрудник физического факультета МГУ. С 1994 - заведующий лабораторией «Синергетика».

Основные направления научной деятельности: метод микроскопической фазовой плотности в теории плазмы; кинетическая теория неидеальных газов и плазмы; кинетическая теория неравновесных флуктуаций; кинетическая теория электромагнитных процессов, динамические и флуктуационные процессы в лазерах; критерии самоорганизации для целей технической и медикобиологической диагностики;

единое описание кинетических, гидродинамических и диффузионных процессов в активных открытых системах. Опубликовал более 150 научных работ. В их числе 10 монографий, учебных пособий, изданных на русском и иностранных языках.

Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. М.: изд. МГУ, 1964.

The Statistical Theory of Non-Equilibrium Processes in a Plasma. Oxford. Pergamon Press, 1967.

Лазеры и нелинейная оптика. М.: Просвещение, 1966; Laser und Nichtlineare Optik. Leipzig. Teubner, 1971. Lasery i Optika Nieliniowa. Poland, 1969.

Волновые и флуктуационные процессы в лазерах. М.: Наука, 1974. Соавторы: С.Г. Зейгер, П.С. Ланда, Е.Г. Ларинцев, Е.Е. Фрадкн.

Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М.: Наука, 1975;

The Kinetic Theory of Non Ideal Gases and Non Ideal Plasmas. Pergamon Press, Oxford. 1982.

Кинетическая теория электромагнитных процессов. М.: Наука, 1980;

The Kinetic Theory of Electromagnetic Processes. Berlin, Heidelberg, New York. Springer, 1983.

Статистическая физика. М.: Наука, 1982; Statistical Physics. Harwood Academic Publishers, New York, 1986.

Self-organization and Turbulence in Liquids. Teubner, 1984. Соавтор W. Ebeling.

Статистическая теория плазменно-молекулярных систем. М.: Изд. МГУ, 1989. Соавторы: Х. Вильгельмсон (Швеция), А.Г. Загородний, И.П. Якименко; Klimontovich Yu. L., Wilhelmsson H., Yakimenko P., Zagorodnii A.G. Statistical Theory of Plasma Molecular Systems. Physics Reports, 175 (5,6) 264, 1989.

Турбулентное движение и структура хаоса. М.: Наука, 1990. Turbulent Motion and the Structure of Chaos. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers, 1991.

Статистическая теория открытых систем. М.: Янус, 1995. The Statistical Theory of Open Systems. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers, 1995.

Почетная медаль Ростокского университета, Германия. Почетный доктор Ростокского университета, Германия; Макс-Планк-Профессор, Берлин, Германия, 1990; Государственная премия России за 1991 год; Почетная медаль института Синергетики Академии Творчества России; Член Академии Творчества России; Соросовский профессор 1994; Лауреат премии имени Александра Гумбольдта за 1995 год, Германия; Медаль «50 лет Победы в великой отечественной войне», 1995.

В настоящее время на физическом факультете читает курс лекций «Статистическая теория открытых систем». Разрабатывает программы междисциплинарной специализации «Физика открытых систем». Руководит (в составе Оргбюро) семинаром «Синергетика».

ПОСЛЕСЛОВИЕ: Так что же такое турбулентность?

П.С. Ланда

В своей интереснейшей статье Ю.Л. Климонтovich дает понятие турбулентности с точки зрения описания ее свойств. Отмечая большую роль флуктуаций в развитии турбулентности, автор не объясняет, почему эта роль так велика. Ведь флуктуации существуют во всех физических системах, например, в радиотехнических генераторах, однако их роль очень незначительна, вследствие чего при описании поведения генератора их обычно не учитывают. Учет флуктуаций необходим лишь для анализа таких тонких эффектов, как уширение линии. Слабая роль флуктуаций в генераторах объясняется тем, что последние представляют собой автоколебательные системы, слабо чувствительные к любым внешним возмущениям. Чем же турбулентность отличается от процесса возбуждения генераторов? Ответа на этот вопрос Ю.Л. Климонтovich, к