



МЕХАНИЗМЫ РОЖДЕНИЯ СТРАННОГО НЕХАОТИЧЕСКОГО АТТРАКТОРА В ОТОБРАЖЕНИИ КОЛЬЦА С КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасова, О.В. Сосновцева

Приведены результаты численного моделирования динамики двумерного отображения кольца с внешним квазипериодическим воздействием на плоскости управляющих параметров. Установлены механизмы образования режима странного нехаотического аттрактора и его грубость по отношению к влиянию внешнего шума. Результаты получены с использованием метода построения бифуркационных диаграмм, анализа фазовых портретов аттракторов, расчета автокорреляционных функций, дополненных применением метода рациональной аппроксимации.

Введение

В последние годы внимание исследователей привлекли автоколебательные системы с бигармоническим воздействием и их дискретные модели в виде отображений с квазипериодическим воздействием. Бигармоническое воздействие позволяет задать извне фиксированное иррациональное число вращения (соотношение частот воздействия) и тем самым обеспечить грубое эргодическое квазипериодическое движение T^2 , исключив явления синхронизации на T^2 при вариации параметров. С увеличением параметра нелинейности системы или амплитуды воздействия реализуется переход к хаосу через разрушение эргодического двумерного тора. Бифуркационный механизм такого перехода имеет свои особенности. Как показали исследования ряда авторов [1-9], в системах, о которых идет речь, переходу к хаосу часто предшествует возникновение режима так называемого странного нехаотического аттрактора (СНА). По определению Гребоджи и др. [1], странным аттрактором называется притягивающее предельное множество в фазовом пространстве системы не состоящее из конечного числа точек и не являющееся кусочно-дифференцируемым. При этом «странность» и «хаотичность» являются различными характеристиками аттрактора и не обязательно сопутствуют друг другу. Аттрактор может иметь фрактальную структуру и дробную размерность Хаусдорфа (то есть быть странным) и при этом экспоненциальное разбегание траекторий и перемешивание на нем могут отсутствовать (то есть аттрактор может быть нехаотическим). В спектре ляпуновских показателей траекторий, принадлежащих СНА, нет положительного показателя, что позволяет отличить странный нехаотический аттрактор от странного хаотического аттрактора (СХА). Труднее отличить СНА от квазипериодического движения, однако в последние годы разработан ряд методов

позволяющих сделать это с достаточной степенью достоверности, например методы предложенные в [2,10,11].

В настоящей работе рассматривается разрушение эргодического двумерного тора, сценарии возникновения СЧА и переход к хаосу в модельном отображении кольца с квазипериодическим внешним воздействием.

1. Исследуемая модель

Модельное отображение кольца с квазипериодическим воздействием*, записанное в автономной форме с помощью введения дополнительной переменной $Z_n = \omega n$ (текущая фаза воздействия), имеет вид

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n + \Omega - [K/(2\pi)]\sin(2\pi x_n) + \gamma y_n + A\cos(2\pi z_n), \quad \text{mod } 1, \\y_{n+1} &= \gamma y_n - [K/(2\pi)]\sin(2\pi x_n), \\z_{n+1} &= z_n + \omega, \quad \text{mod } 1.\end{aligned}\tag{1}$$

При сильном сжатии (малых значениях параметра γ) динамика этого отображения может не отличаться от динамики одномерного необратимого отображения окружности с квазипериодическим воздействием. Однако отображение (1) является обратимым (диффеоморфизмом), что позволяет использовать полученные для него результаты применительно к дифференциальным системам. Для реализации режима грубого эргодического двумерного тора параметр Ω фиксировался равным 0.5. Тем самым из рассмотрения исключался режим трехчастотных квазипериодических колебаний T^3 . При $\Omega=0.5$ в автономном отображении кольца существует цикл периода 2 (резонанс на торе с числом вращения 1/2). При квазипериодическом воздействии возникает двухобходная инвариантная кривая. Параметр диссипации γ выбирался равным $\gamma = 0.01$, что обеспечивало сильное сжатие. Частота воздействия, задающая второе (внешнее) число вращения, фиксировалась равной золотому сечению $\omega = \omega_G = 0.5[0.5^{1/2} - 1]$. Динамика системы исследовалась на плоскости параметров $A-K$, где A - амплитуда воздействия, K - параметр нелинейности.

2. Бифуркационная диаграмма системы

На рис. 1 представлена бифуркационная диаграмма системы (1) на плоскости управляющих параметров $A-K$. При вариации параметров A и K в системе наблюдались следующие бифуркации динамических режимов:

1 - бифуркация объединения частей двухобходного аттрактора (линия l_1). Как оказалось, эта бифуркация наблюдается как в области хаоса (объединение лент СЧА), так и в области квазипериодических движений. При объединении частей двухобходной инвариантной кривой образуется СЧА;

2 - бифуркация рождения СЧА в результате объединения двух сосуществующих в фазовом пространстве квазипериодических аттракторов (линия l_2);

3 - фрактализация инвариантной кривой с переходом к режиму СЧА на линии l_3 (пунктир);

* Гармоническое воздействие $A\cos(2\pi\omega n)$ с иррациональной частотой ω в дискретной системе (1) соответствует бигармоническому воздействию в дифференциальной системе. Следуя ранее опубликованным работам [1-11], мы будем называть такой вид воздействия квазипериодическим (примечание авторов).

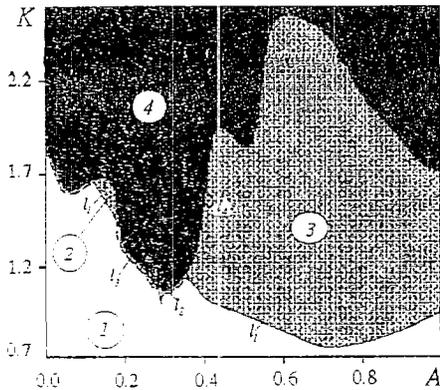


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма системы (1) на плоскости параметров «амплитуда воздействия A - параметр нелинейности K »: l_1 - линия объединения двух частей инвариантной кривой; l_2 - линия объединения двух инвариантных кривых; l_3 - линия разрушения инвариантной кривой в результате фрактализации; l_4 - граница хаоса; 1 - область квазипериодического режима; 2 - область СНА; 3 - область, в которой существует либо СНА, либо кусочно-дифференцируемое множество, не гомеоморфное тору; 4 - область СХА

4 - переход от режима СНА к режиму СХА на линии l_4 , сопровождающийся появлением положительного показателя в спектре ляпуновских показателей системы (1).

На бифуркационной диаграмме отмечены области различных динамических режимов. В области 1 существует всюду дифференцируемая инвариантная кривая T^2 , диффеоморфная окружности. Область 2 - область существования СНА. В области 3 может наблюдаться как режим СНА, так и кусочно-дифференцируемое множество, не являющееся ни T^2 , ни СНА. Область 4 соответствует хаотической динамике. Глядя на бифуркационную диаграмму можно выделить четыре сценария перехода от гладкой инвариантной кривой к СНА и хаосу, наблюдающиеся при различных амплитудах A с ростом параметра нелинейности K . Рассмотрим подробнее эти четыре сценария.

3. Сценарии возникновения странного нехаотического и хаотического аттракторов при разрушении инвариантной кривой

Рассмотрим процесс разрушения инвариантной кривой при вариации параметра K и фиксированном значении $A=0.15$. Как видно из бифуркационной диаграммы на рис. 1, при этом значении амплитуды воздействия разрушение квазипериодического режима происходит на линии l_1 при объединении частей двухобходной инвариантной кривой. Объединение частей аттрактора происходит в тот момент, когда в результате искажения формы инвариантной кривой с ростом K происходит ее касание в какой-то точке седловой инвариантной кривой, разделяющей части аттрактора, после чего седловое квазипериодическое движение разрушается, а части притягивающей инвариантной кривой объединяются. Подобная бифуркация была впервые описана в [9].

На рис. 2,а,б представлены ZX-проекции аттракторов до (рис. 2,а) и после (рис. 2,б) бифуркации объединения частей инвариантной кривой при $K=1.56035$ и $K=1.56040$, соответственно. На вид они мало отличаются. Уверенно диагностировать бифуркацию объединения лент можно, используя изображение фазовых точек через итерацию. В этом случае до бифуркации получаем изображение только части аттрактора (рис. 2,в), а после бифуркации - полное изображение аттрактора (рис. 2,г). На рис. 2,д,е представлены графики абсолютной величины автокорреляционной функции $|\psi_x(\tau)|$ до (см. рис. 2,д) и после (см. рис. 2,е) бифуркации объединения частей инвариантной кривой. Можно видеть, что автокорреляционная функция чувствительна к бифуркации объединения частей аттрактора, в результате которой возникает случайная компонента движения, связанная с нерегулярными переходами фазовой точки между частями аттрактора. Наличие таких переходов приводит к спаданию автокорреляционной функции (см. рис. 2,е).

После бифуркации объединения частей инвариантной кривой образуется аттрактор, не являющийся кусочно-дифференцируемым множеством и,

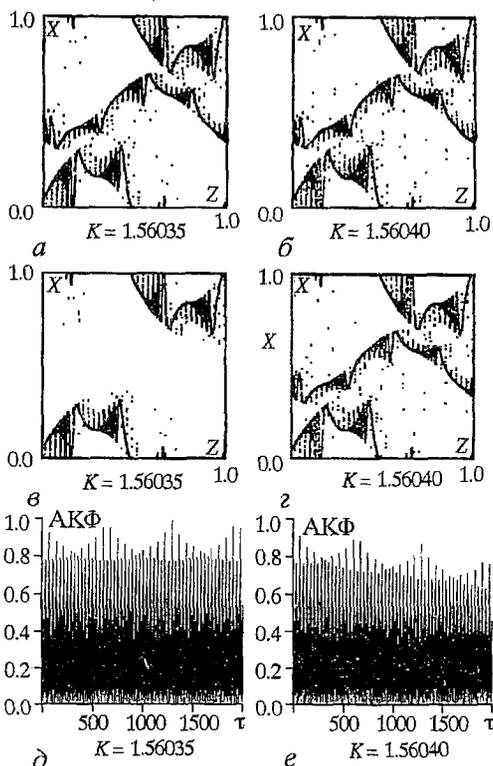


Рис. 2. Полные ZH-проекции аттракторов при амплитуде воздействия $A=0.15$ до бифуркации объединения частей инвариантной кривой (а) и после объединения (б); в, г - ZH-проекции тех же аттракторов, полученные при изображении фазовой точки через итерацию; д, е - графики абсолютной величины автокорреляционной функции до и после бифуркации объединения частей инвариантной кривой, соответственно

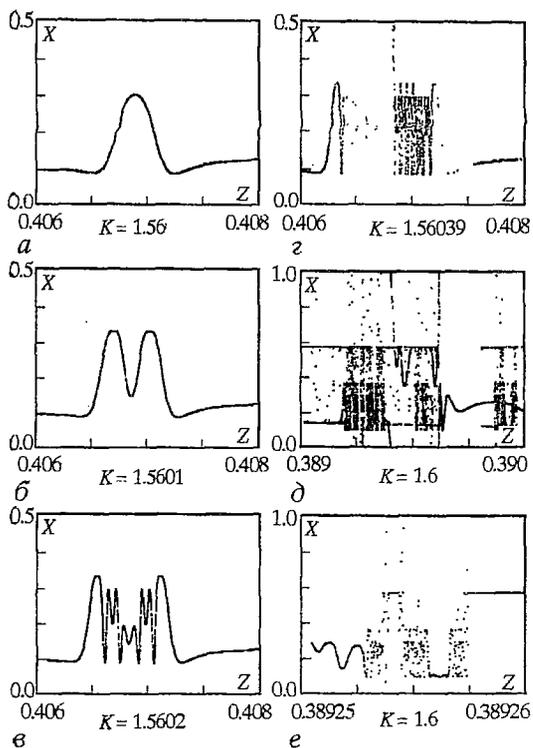


Рис. 3. Эволюция фрагмента инвариантной кривой при амплитуде воздействия $A=0.15$ с ростом параметра нелинейности

следовательно, представляющий собой странный аттрактор. Так как старший ненулевой ляпуновский показатель λ_{\max} остается еще отрицательным, то возникающий аттрактор есть СНА. На рис. 3, а-г представлена эволюция фрагмента инвариантной кривой с ростом K , предшествующая бифуркации объединения частей. Наблюдается возникновение мелкомасштабной структуры складок на инвариантной кривой. Развитие этих складок и приводит к касанию с седловой инвариантной кривой и объединению частей аттрактора. На рис. 3, д и 3, е представлены два разномасштабных фрагмента СНА при $K=1.60$, дающих представление о его «внутреннем устройстве». С ростом K структура аттрактора продолжает усложняться и при $K \approx 1.685$ старший ненулевой ляпуновский показатель становится положительным, что соответствует переходу от СНА к СХА.

Для подтверждения существования СНА при $K \in [1.5604; 1.685]$ был использован метод рациональной аппроксимации Пиковского - Фойдель [10]. Метод состоит в следующем: рассматривается рациональное приближение числа вращения $\omega_k = F_k / F_{k+1}$, где F_k и F_{k+1} - последовательные члены основного ряда Фибоначчи. Рациональной аппроксимацией аттрактора называется множество точек $X_n(Z_0)$, где Z_0 - начальная фаза воздействия; $Z \in [0; 1/F_{k+1}]$. Если рациональная аппроксимация аттрактора не является дифференцируемым множеством на всем интервале $Z_0 \in [0; 1/F_{k+1}]$ при $k \rightarrow \infty$ (реально при достаточно больших k), то соответствующий аттрактор при $\omega = \omega_C$ является странным (и

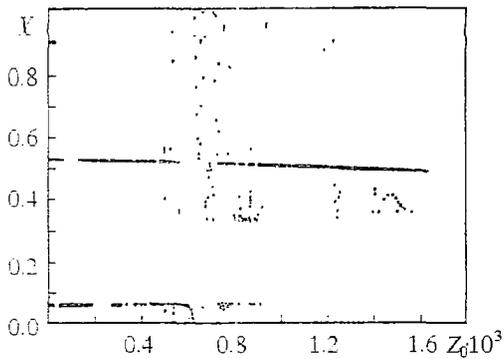


Рис. 4. Рациональная аппроксимация аттрактора для $A=0.15$, $K=1.60$, $\omega_k=377/610$

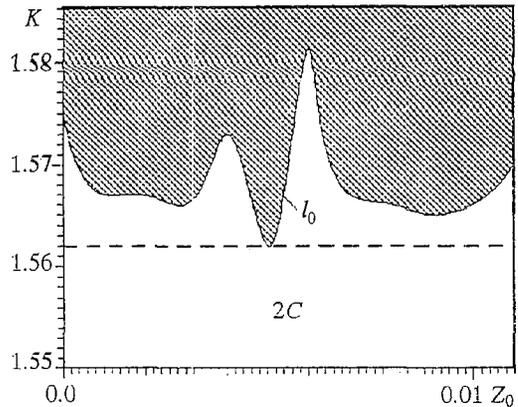


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма на плоскости параметров «начальная фаза воздействия Z_0 - параметр нелинейности K » для $A=0.15$ и рационального приближения числа вращения $\omega_k=55/89$

нехаотическим при отсутствии положительного ляпуновского показателя). Если при вариации Z_0 наблюдаются бифуркации предельного множества, то рациональная аппроксимация аттрактора $X_n(Z_0)$ не может быть дифференцируемым множеством всюду на $[0; 1/F_{k+1}]$. Следовательно, наличие бифуркаций при изменении Z_0 свидетельствует о существовании странного аттрактора в исходной системе.

На рис. 4 представлена рациональная аппроксимация аттрактора при $A=0.15$, $K=1.60$ для $\omega_k=377/610$. Множество $X_n(Z_0)$ очевидно не дифференцируемо. Оно остается недифференцируемым и при более точных рациональных аппроксимациях. На рис. 5 представлена бифуркационная диаграмма режимов на плоскости параметров Z_0 - K для рационального приближения числа вращения $\omega_k=55/89$. На линии l_0 происходит жесткий переход от цикла периода два ($2C$) на одноперiodический цикл (C). Далее (в заштрихованной области) наблюдается множество различных бифуркаций, образующих сложную структуру бифуркационных линий. Таким образом, при $K > K_1 \approx 1.562$ наблюдаются бифуркации предельного множества точек при вариации Z_0 . Следовательно, в этой области значений K существует странный аттрактор. При $K < K_2 \approx 1.685$ он является нехаотическим. Полученная методом рациональной аппроксимации нижняя граница области СНА несколько превышает значение K , при котором происходит бифуркация объединения частей инвариантной кривой. Причиной этого, по-видимому, является конечная точность рационального приближения числа вращения.

В сечении $A=0.3$ бифуркационной диаграммы рис. 1 для значений K , меньших некоторого значения $K_1 \approx 1.046$, в фазовом пространстве системы существуют две двухобходные инвариантные кривые T_1^2 и T_2^2 , обладающие взаимной симметрией относительно замены $X \rightarrow -X$, $Z \rightarrow 1/2 + Z$. При $K = K_1$ происходит бифуркация объединения двух инвариантных кривых, аналогичная по своему механизму ранее рассмотренной бифуркации объединения частей двухобходной инвариантной кривой. В результате этой бифуркации также возникает СНА. При $K > K_2 \approx 1.0698$ старший ненулевой ляпуновский показатель становится положительным и образуется СХА. На рис. 6, а представлены ZX -проекции аттракторов T_1^2 и T_2^2 до их объединения и график абсолютной величины автокорреляционной функции, соответствующей движению на этих аттракторах. На рис. 6, б приведен странный нехаотический аттрактор, образующийся в результате объединения T_1^2 и T_2^2 и

соответствующий график автокорреляционной функции. Рис. 6, в иллюстрирует режим слабого хаоса. Автокорреляционная функция демонстрирует чувствительность к бифуркации объединения аттракторов, после которой она начинает спадать.

Сценарий разрушения инвариантной кривой при $A=0.4$ так же как и при $A=0.15$ связан с бифуркацией объединения частей двухобходной инвариантной кривой, в результате которой образуется СНА. Эта бифуркация наблюдается при $K=K_1 \approx 1.0310$. Однако, при дальнейшем увеличении K СНА может вырождаться в кусочно-дифференцируемое множество, которое трудно отличить от СНА. На рис. 7 наблюдается только одна бифуркация, состоящая в жестком переходе с двупериодического цикла $2C$ на однопериодический цикл C . Бифуркации при вариации Z_0 наблюдаются в ограниченной области изменения $K \in [K_1; K_2]$, где $K_2 \approx 1.0455$. Найденная таким способом нижняя граница существования СНА хорошо соответствует результатам наблюдения фазовых проекций. Значение K , при котором происходит бифуркация объединения частей инвариантной кривой, полученно с помощью построения фазовых проекций с изображением точек через итерацию. Эта кривая практически совпадает с нижней границей СНА, полученной с помощью построения бифуркационной диаграммы для рационального приближения ω_C . На рис. 8 представлена рациональная аппроксимация аттрактора. Ее характер подтверждает наличие режима СНА в

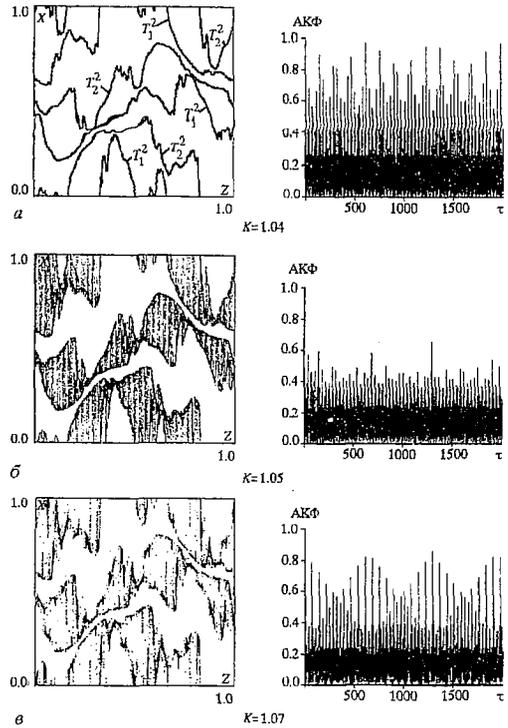


Рис. 6. ZX-проекции фазовых портретов и соответствующие графики абсолютной величины автокорреляционных функций для режимов, наблюдающихся при $A=0.3$ и различных K : а - две взаимно-симметричные инвариантные кривые, б - СНА, в - хаос

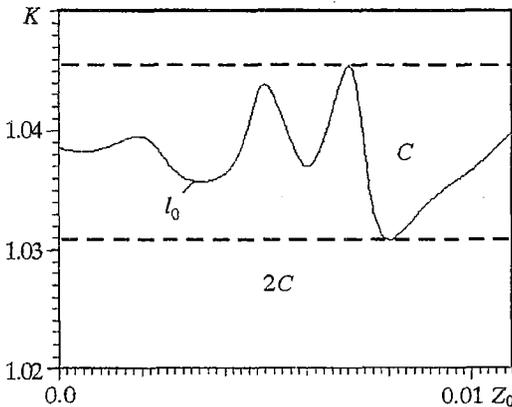


Рис. 7. Бифуркационная диаграмма на плоскости параметров «начальная фаза воздействия Z_0 - параметр нелинейности K » для $A=0.4$ и рационального приближения числа вращения $\omega_K=55/89$

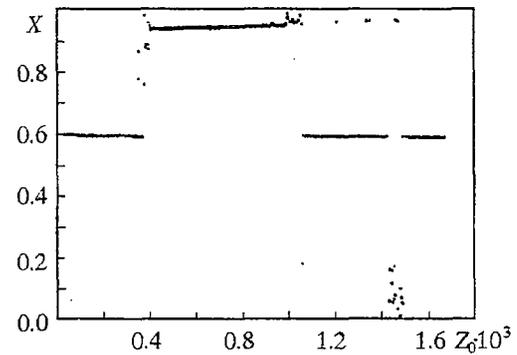


Рис. 8. Рациональная аппроксимация аттрактора для $A=0.4, K=1.04, \omega_k=377/610$

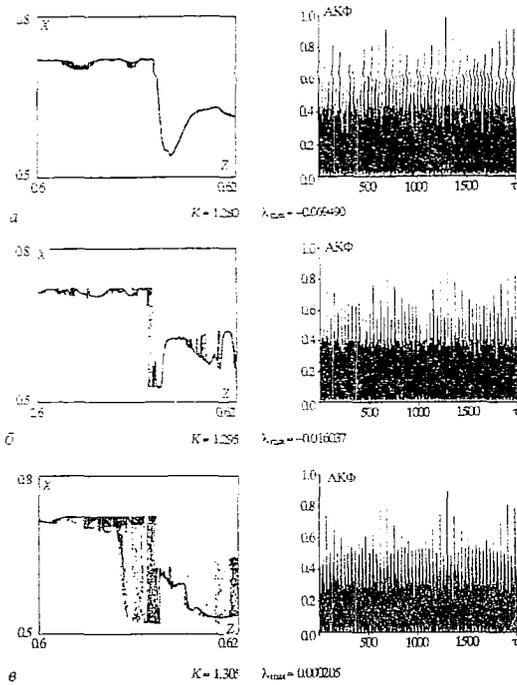


Рис. 9. Фрагменты ZX-проекции аттракторов и соответствующие графики абсолютной величины автокорреляционных функций для $A=0.2$ при различных K : а - квазипериодический режим, б - режим СНА, в - хаос

ляпуновский показатель становится положительным при $K=K_2 \approx 1.305$. В интервале $K \in [K_1; K_2]$ существует СНА. Он возникает не в результате какой-либо бифуркации, а эволюционным путем в результате фрактализации инвариантной кривой. На рис. 9 представлены небольшие фрагменты ZX-проекции аттрактора и соответствующие графики модуля автокорреляционной функции для гладкой инвариантной кривой (рис. 9, а), странного нехаотического аттрактора (рис. 9, б) и хаотического аттрактора на пороге его возникновения (рис. 9, в). На рисунках приведены значения старшего ненулевого ляпуновского показателя λ_{\max} . Автокорреляционная функция в данном случае слабо изменяется с образованием СНА, так как он формируется эволюционным путем.

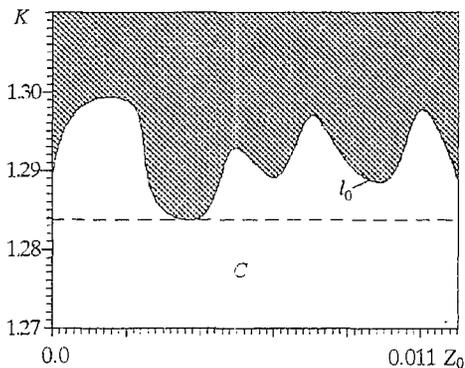


Рис. 10. Бифуркационная диаграмма на плоскости параметров $Z_0 - K$ для $A=0.2$ и рационального приближения числа вращения $\omega_1=55/89$

интервале $[K_1; K_2]$. Старший ненулевой ляпуновский показатель становится положительным лишь при $K=K_3 \approx 1.520$.

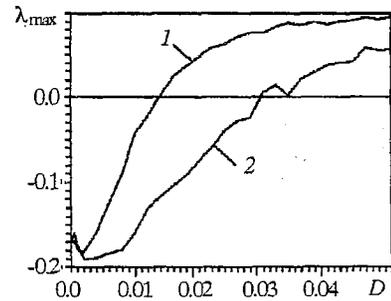
Однако, СНА может возникать и без помощи бифуркации объединения частей инвариантной кривой или объединения различных инвариантных кривых. Об этом свидетельствует сценарий разрушения инвариантной кривой в сечении $A=0.2$ бифуркационной диаграммы рис. 1. Первоначально гладкая инвариантная кривая с ростом K искажается. Возникают все более мелкие складки. Происходит так называемая фрактализация тора, описанная еще в работе Канеко [12]. Производная $\partial X/\partial Z$ в различных точках инвариантной кривой растет, и при некотором $K=K_1 \approx 1.285$ предельное множество перестает быть дифференцируемым (и даже кусочно-дифференцируемым). Разрушение инвариантной кривой происходит раньше, чем возникает экспоненциальное разбегание траекторий. При указанном значении амплитуды воздействия старший ненулевой

ляпуновский показатель становится положительным при $K=K_2 \approx 1.305$. В интервале $K \in [K_1; K_2]$ существует СНА. Он возникает не в результате какой-либо бифуркации, а эволюционным путем в результате фрактализации инвариантной кривой. На рис. 9 представлены небольшие фрагменты ZX-проекции аттрактора и соответствующие графики модуля автокорреляционной функции для гладкой инвариантной кривой (рис. 9, а), странного нехаотического аттрактора (рис. 9, б) и хаотического аттрактора на пороге его возникновения (рис. 9, в). На рисунках приведены значения старшего ненулевого ляпуновского показателя λ_{\max} . Автокорреляционная функция в данном случае слабо изменяется с образованием СНА, так как он формируется эволюционным путем.

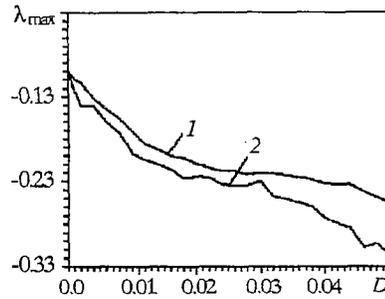
Для подтверждения существования режима СНА при $A=0.4$ была построена бифуркационная диаграмма, представленная на рис. 10. На линии l_0 происходит жесткий переход от цикла $2C$ на какое-либо другое множество точек (чаще всего на цикл $3C$ периода 3). Выше этой линии существует область со сложной структурой бифуркационных линий. Для любого $K > K_1 \approx 1.284$ неизбежно наблюдаются бифуркации предельного множества при вариации Z_0 , что означает существование странного аттрактора в этой области значений K . Хаотическим же странный аттрактор становится только при $K \geq K_1 \approx 1.305$.

4. Влияние шума на режим СНА

Можно считать установленным, что переходу к хаосу при разрушении двухчастотных эргодических квазипериодических колебаний предшествует режим СНА, существующий в конечной области значений параметров. Однако, остается неясным вопрос о грубости режима СНА. Не приведет ли добавление слабого шума в отображение к хаотизации движения на СНА, то есть к переходу СНА \rightarrow СХА, проявляющемуся в возникновении положительного ляпуновского показателя? Для ответа на этот вопрос было предпринято исследование влияния слабого шума на динамику отображения (1) в режиме СНА. Воздействие в форме аддитивного нормального белого шума вводилось либо в первое уравнение (возмущение переменной X) либо в третье уравнение (возмущение фазы воздействия). Рассчитывалось значение старшего ненулевого ляпуновского показателя при различных интенсивностях шума D . Результаты, полученные для двух режимов СНА, представлены на рис. 11, а и б, соответственно. Кривые 1 относятся к случаю возмущения переменной X , а кривые 2 - к случаю возмущения фазы воздействия. При $A=0.15$, $K=1.60$ (см. рис.11, а) старший ляпуновский показатель λ_{\max} становится положительным лишь при достаточно сильном шумовом воздействии. Причиной хаотизации движения является увеличение «эффективного» значения параметра нелинейности. Такой эффект влияния флуктуаций хорошо известен в нелинейной динамике. При $A=0.4$ с ростом параметра нелинейности K в интервале $1.040 \leq K \leq 1.290$ старший ненулевой ляпуновский показатель ни только не становится положительным, но даже несколько уменьшается. К аналогичному результату приводит и добавление шума в отображение при $K=1.040$, что отражено на рис. 11, б. Таким образом, можно сделать вывод о грубости режима СНА, возникающего при разрушении эргодического тора T^2 по отношению к слабому шумовому воздействию.



а $A = 0.15$ $K = 1.60$



б $A = 0.4$ $K = 1.04$

Рис. 11. Зависимость старшего ненулевого ляпуновского показателя от интенсивности шумового воздействия на отображение (1) в режиме СНА при значениях параметров $A=0.15$, $K=1.60$ (а) и $A=0.4$, $K=1.04$ (б). Кривые 1 соответствуют случаю введения шума в первое уравнение отображения (1), кривые 2 соответствуют случаю введения шума в третье уравнение отображения (1)

Выводы

На основании результатов проведенного исследования динамики отображения (1), а также результатов исследования отображения Хенона с квазипериодическим воздействием и результатов других авторов по исследованию систем подобного типа [2,4,5,9] можно заключить, что переходу к хаосу при разрушении эргодических квазипериодических колебаний обязательно предшествует режим странного нехаотического аттрактора. Отображение (1) демонстрирует три возможных сценария формирования СНА при разрушении

инвариантной кривой: 1 - бифуркация объединения частей квазипериодического аттрактора; 2 - бифуркация объединения двух квазипериодических аттракторов; 3 - фрактализация тора с эволюционным переходом к режиму СНА. Установлена чувствительность автокорреляционной функции к переходу в режим СНА при первом и втором сценариях перехода. Показана структурная устойчивость СНА, возникающего при разрушении эргодического тора к действию слабого аддитивного шума. Примененный в работе метод рациональной аппроксимации Пиковского - Фойдель показал свою эффективность при диагностике СНА и границ его существования. Однако, следует отметить существование ряда нерешенных проблем, касающихся разрушения эргодических квазипериодических движений и перехода к СНА и хаосу. К ним относится вопрос о роли седловых движений в формировании хаоса (является ли хаос квазитиперболическим?), о возникновении СНА при разрушении эргодического трехмерного тора T^3 , о бифуркационной структуре области синхронизации на T^3 и бифуркационных механизмах синхронизации в области СНА и т.д. Отмеченные вопросы могут служить темой дальнейших исследований.

Пользуемся возможностью поблагодарить Ju.Kurths, A.Пиковского и U.Feudel за обсуждение результатов работы и помощь в проведении расчетов.

Работа частично финансировалась за счет средств Международного научного фонда (грант NR0000) и Госкомитета по высшему образованию России (грант 93-8.2-10).

Библиографический список

1. Grebogi C., Ott E., Pelikan S., Yorke J.A. Strange attractors that are not chaotic // Physica. 1984. Vol.13D. P.261.
2. Romeiras F.J., Bondeson A., Ott E., Antonsen Th.M., Grebogi C. Quasiperiodically forced dynamical systems with strange nonchaotic attractors // Physica. 1987. Vol.26D. P.277.
3. Romeiras F.J., Ott E. Strange nonchaotic attractors of the damped pendulum with quasiperiodic forcing // Phys. Rev. 1987. Vol.35A, № 10. P.4404.
4. Ding M., Grebogi C., Ott E. Evolution of attractors in quasiperiodically forced systems: From quasiperiodic to strange nonchaotic to chaotic // Phys.Rev. 1989. Vol.9A, № 5. P.2593.
5. Kapitaniak T., Ponce E., Wojewoda J. Route to chaos via strange nonchaotic attractors // J.Phys. 1990. Vol.23A. P.L383.
6. Brindley J., Kapitaniak T., El Noschie M.S. Analytical conditions for strange chaotic and nonchaotic attractors of the quasiperiodically forced van der Pol equation // Physica. 1991. Vol. 51D. P.1.
7. Kapitaniak T. Generating strange nonchaotic trajectories // Phys.Rev. 1993. Vol. 47E, №2. P.1408.
8. Kapitaniak T., Wojewoda J. Attractors of quasiperiodically forced systems // World Scientific. 1993. Series A. Vol.12.
9. Heagy J.F., Hammel S.M. The birth of strange nonchaotic attractors // Physica. 1994. Vol. 70D. P.140.
10. Pikovsky A.S., Feudel U. Characterizing strange nonchaotic attractors. Preprint Nld-002. Universitat Potsdam, 1994.
11. Pikovsky A.S., Feudel U. Correlations and spectra of strange nonchaotic attractors // J.Phys. 1994. Vol. 27A. P.5209.
12. Kaneko K. Fractalization of torus // Progr.Theor.Phys. 1984. Vol.71, № 5. P.1112.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 28.12.94
после переработки 02.03.95

MECHANISMS OF STRANGE NONCHAOTIC ATTRACTOR BIRTH IN THE RING MAP WITH QUASIPERIODIC EXCITATION

V.S. Anishchenko, T.E. Vadivasova, O.V. Sosnovtzeva

The results of computer simulation of the dynamic of two-dimensional ring map with quasiperiodic excitation are represented on the control parameter plane. The mechanisms of the strange nonchaotic attractor regime appearance and its roughness in relation to external noise addition are established. The results were obtained using a method of bifurcational diagram drawing, analysis of attractor phase portrets, autocorrelation function calculation, with addition of rational approximation method.



Вадивасова Татьяна Евгеньевна - родилась в 1958 году. Окончила физический факультет Саратовского университета (1981), аспирантуру на кафедре радиофизики СГУ и защитила диссертацию на степень кандидата физико-математических наук (1986). В настоящее время является доцентом кафедры радиофизики Саратовского университета. Имеет 27 публикаций в отечественной и зарубежной печати.



Сосновцева Ольга Владимировна - родилась в 1966 году. Окончила физический факультет Саратовского университета (1989). Работала инженером в НИИ механики и физики при Саратовском университете (1989-1992). В настоящее время является аспиранткой кафедры радиофизики СГУ. Имеет 5 публикаций в отечественной и зарубежной печати.