



## СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В АВТОГЕНЕРАТОРАХ С ЖЕСТКИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

*Д.Э. Постнов*

Показано, что эффект стохастического резонанса является типичным для широкого класса радиотехнических систем - генераторов с жестким возбуждением автоколебаний. Приведены результаты физического эксперимента на двух моделях: генераторе с отрицательным сопротивлением и классическом трехточечном *LC*-генераторе. Обсуждается проблема «эффективной симметрии» системы применительно к эффекту стохастического резонанса.

### Введение

Исследование стохастического резонанса (СР) началось в 1981-83 годах с работ [1, 2]. Необычный механизм поведения динамической системы под воздействием слабого периодического сигнала в присутствии флуктуаций, предложенный в качестве объяснения ледниковых периодов, вызвал к жизни множество экспериментальных и теоретических работ (для обзора см. [3, 4]). Суть эффекта СР заключается в резонансном характере усиления сигнала в зависимости от интенсивности шума. При этом отношение сигнал/шум выходного сигнала ведет себя аномальным образом, увеличиваясь при увеличении внешнего шума. Теория СР была развита применительно к системам типа передемпфированного бистабильного осциллятора [5-7] и значительное число экспериментальных работ основано на исследовании именно этой модели [3, 8]. В реальных физических системах СР впервые был обнаружен в лазере [9], позднее в условиях парамагнитного резонанса [10]. Недавно получены результаты по проявлению СР при передаче нервных импульсов у ракообразных [11]. Радиотехнические системы, демонстрирующие СР, как правило, являлись аналоговыми моделями, построенными на базе уравнений бистабильной системы [3, 6, 12].

Результаты последующих исследований привели к пониманию того, что принципиальным для эффекта СР является наличие управляемой интенсивностью шума перемежаемости между аттракторами системы. При этом характер (тип) взаимодействующих режимов может быть различен. СР был обнаружен в автоколебательных системах в режиме перемежаемости между сосуществующими циклами [4, 13, 14] и даже между хаотическими аттракторами [15-17]. Кроме того, была показана возможность эффекта типа СР в моностабильной системе [18].

В настоящее время традиционным подходом является исследование стохастического резонанса в системах с определенной степенью симметрии. Результаты исследования классической бистабильной модели показали оптимальность симметричного случая с точки зрения характеристик СР [8]. Исследуемые автоколебательные системы обладают, как правило, симметрично расположенными состояниями равновесия, в окрестности которых существуют регулярные или хаотические аттракторы (такова, например, цепь Чуа [15, 16], осциллятор Дуффинга [13]). Лишь в немногих работах уделяется внимание ситуации, когда характеристики взаимодействующих устойчивых режимов различны [8, 19]. Представляется, что роль симметрии в проявлении эффекта СР исследована к настоящему времени далеко не полно. В частности, несомненный интерес представляет исследование характеристик СР в условиях перемежаемости между аттракторами различного типа.

Ниже будет показано наличие и типичность эффекта СР для широкого класса радиотехнических систем - генераторов с жестким возбуждением автоколебаний, имеющих в фазовом пространстве как единственное устойчивое состояние равновесия, так и устойчивый предельный цикл. В роли бистабильной системы такой генератор принципиально асимметричен. Чем в этом случае характеризуется оптимальный (с точки зрения проявления СР) режим, какова в этом роль параметров системы - вот вторая задача данной работы.

## 1. Используемые величины и обозначения

Ниже приведены обозначения и пояснен смысл ряда величин, использованных при экспериментальном исследовании явления СР.

*Входной сигнал* состоит из регулярной и шумовой составляющей

$$V(t) = A \sin(\omega_s t) + (2D)^{1/2} \xi(t), \quad \langle \xi(t+\tau) \xi(t) \rangle = \delta(\tau).$$

В нашем случае регулярная компонента есть гармонический сигнал с частотой  $\omega_s$  и амплитудой  $A$ . Шумовая компонента есть гауссов белый шум с интенсивностью  $D$ .

*Отношение сигнал/шум* определяется как отношение мощностей сигнала и шума в полосе частот сигнала. Для входного сигнала  $V(t)$

$$R_1 = S_{s1}(\omega_s) / S_{n1}(\omega_s),$$

где  $S_{s1}(\omega_s)$  и  $S_{n1}(\omega_s)$  - спектральные плотности мощности регулярной и шумовой компонент входного сигнала соответственно. Кроме того, для входного сигнала  $V(t)$ , включающего гармонический сигнал и белый шум, можно записать

$$R_1 = \pi A^2 / (8D).$$

Для выходного сигнала аналогично

$$R_r = S_{s2}(\omega_s) / S_{n2}(\omega_s),$$

где  $S_{s2}(\omega_s)$  - спектральная плотность, соответствующая величине превышения пиком на частоте входного сигнала уровня шумового пьедестала в спектре выходного сигнала, а  $S_{n2}(\omega_s)$  - соответствующий уровень шумового пьедестала.

*Коэффициент усиления* характеризует изменение общей спектральной амплитуды на частоте сигнала от входа к выходу исследуемой системы

$$K = [(S_{s2}(\omega_s) + S_{n2}(\omega_s)) / (S_{s1}(\omega_s) + S_{n1}(\omega_s))]^{1/2}.$$

*Частота Крамерса* [20]  $f_s$  - средняя частота индуцированных шумом переключений системы;  $f_s = 1/(2\tau)$ , где  $\tau$  - среднее время пребывания системы в

одном из устойчивых состояний. В нашем случае принципиально асимметричной системы будем различать  $\tau_{гр}$  и  $\tau_{ис}$  - времена пребывания в окрестности состояния равновесия и предельного цикла, соответственно.

## 2. Стохастический резонанс в генераторе с характеристикой $N$ -типа

В достаточно общем виде автогенератор с одной степенью свободы может быть описан уравнением

$$\ddot{x} + f(x)\dot{x} + x = 0. \quad (1)$$

Иногда системы такого вида называют генераторами типа Ван-дер-Поля, подчеркивая этим зависимость величины эквивалентной диссипации  $f(x)$  только от самой переменной  $x$ . Наиболее простым и общим способом уравнение (1) может быть смоделировано с помощью схемы, представленной на рис. 1, а. Как известно, для возбуждения автоколебаний в системе типа (1) необходимо наличие интервала по  $x$ , где  $f(x) < 0$ . Для режима жесткого возбуждения автоколебаний этот интервал не должен включать состояние равновесия  $x = 0$ . Оба указанных условия легко удовлетворяются выбором для  $R$  кусочно-линейной вольт-амперной характеристики  $N$ -типа (рис. 1, б). При этом в пределах падающего участка характеристики  $R$  имеет дифференциальную проводимость  $G^- < 0$ , а в остальной области значений  $u$  -  $G^+ > 0$ . Уравнение Кирхгофа для схемы на рис. 1, а имеет вид

$$Cdu/dt + 1/L \int u dt + I(u) = 0. \quad (2)$$

Дифференцируя по  $t$ , вводя нормированные время  $\tau = t/(LC)^{1/2}$  и напряжение  $x = u/u_0$  ( $u_0 = \text{const}$ , например, 1В), а также учитывая, что  $dI(u)/du = G(u)$  - дифференциальная проводимость, получим

$$\ddot{x} + (L/C)^{1/2}G(x)\dot{x} + x = 0, \quad (3)$$

где точкой обозначено дифференцирование по безразмерному времени  $\tau$ . Очевидно, что при замене  $f(x) = (L/C)^{1/2}G(x)$  получаем систему (1).

Свойства характеристики (см. рис. 1, б) определяют разбиение фазовой плоскости системы (1). Будем характеризовать  $f(x)$  двумя параметрами:  $|G^-/G^+|$  - отношение отрицательной и положительной проводимостей и  $U_c/\Delta U$  - нормированный сдвиг падающего участка. Бифуркационная диаграмма на плоскости указанных параметров приведена на рис. 2.

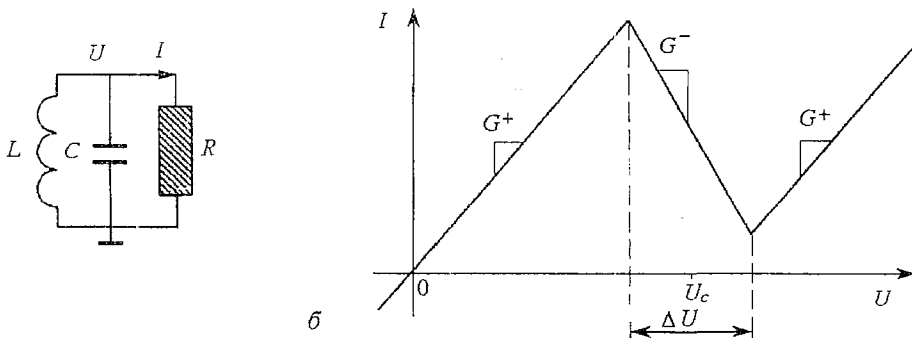


Рис. 1. а - эквивалентная схема автогенератора с линейными индуктивностью  $L$  и емкостью  $C$ , и нелинейным резистором  $R$ ; б - кусочно-линейная характеристика  $R$ ;  $U_c$  соответствует середине падающего участка;  $G^+$  и  $G^-$  - проводимости, соответствующие восходящим и падающему участкам характеристики

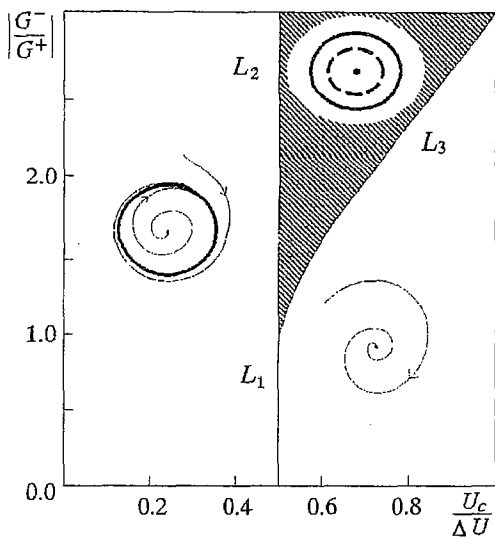


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма системы (1); численный эксперимент для  $G^+ + |G^-| = 3.0$

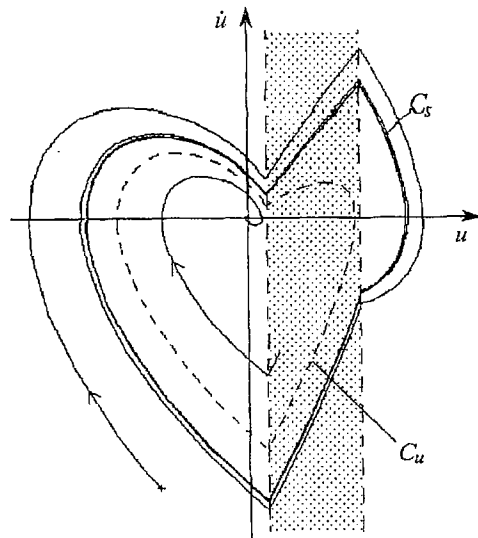


Рис. 3. Фазовый портрет системы (1) для  $G^+ + |G^-| = 3.0$ ,  $|G^-|/|G^+| = 2.0$ ,  $U_c/\Delta U = 0.56$ ;  $C_u$  и  $C_s$  обозначают неустойчивый и устойчивый циклы, соответственно

При  $U_c/\Delta U > 0.5$ , правее  $L_1$  и  $L_2$ , состояние равновесия в начале координат всюду устойчиво. Область левее  $L_1$  и  $L_2$  соответствует мягкому возбуждению автоколебаний, поскольку точка равновесия  $x=0$  находится в пределах падающего участка характеристики (см. рис. 1,б). Линия  $L_1$  отвечает бифуркации Андронова - Хопфа. Заштрихованная зона соответствует сосуществованию на фазовой плоскости устойчивого фокуса, неустойчивого и устойчивого предельных циклов.  $L_2$  соответствует слиянию устойчивого фокуса с неустойчивым предельным циклом,  $L_3$  - касанию и исчезновению устойчивого и неустойчивого предельных циклов.

Объект нашего интереса - заштрихованная зона между линиями  $L_2$  и  $L_3$ . На рис. 3 приведен фазовый портрет системы для  $|G^-|/|G^+| = 2.0$  и  $U_c/\Delta U = 0.56$ . Здесь  $C_u$  и  $C_s$  обозначают неустойчивый и устойчивый циклы, соответственно, а заштрихованная зона соответствует падающему участку характеристики на рис. 1,б. Хорошо видно, что колебательный режим далек от гармонического. Предельный цикл существует в условиях баланса между мощной подкачкой энергии в заштрихованной зоне и не менее мощной ее диссипацией на остальном участке траектории.

Практическая реализация автогенератора с нелинейной характеристикой рассматриваемого типа приведена на рис. 4. Повторитель на операционном усилителе  $A_1$  обеспечивает аддитивное включение входного сигнала (в правую часть уравнения (1)). Нелинейный резистор  $R$  реализован на операционном усилителе  $A_2$ . При этом  $G^- = -1/R_2$ ,  $G^+ = 1/R_1$ ,  $\Delta U = 2[R_2/(R_1 + R_2)]E_s$ , где  $E_s$  - напряжение насыщения микросхемы. Смещение падающего участка характеристики задается источником напряжения  $U_c$ . Величины  $L$  и  $C$  выбирались так, чтобы выполнялось условие  $f_0 \gg f_i$ , где  $f_0$  и  $f_i$  - частоты генерации и входного сигнала, соответственно. В данном случае  $f_0$  составляла 25 кГц.

Поскольку воздействие входного сигнала проявлялось в виде модуляции высокочастотной генерации, для переноса выходного сигнала в низкочастотную часть спектра использовался детекторный блок DET, содержащий НЧ-фильтр с постоянной времени порядка 0.5 мс. В результате выходной сигнал  $U_r$  содержал компоненты сигнала отклика системы на частоте сигнала  $f_i$ . Назначение детекторного блока - различить в выходном сигнале два состояния системы. В принципе, эта задача может быть решена и другим способом.

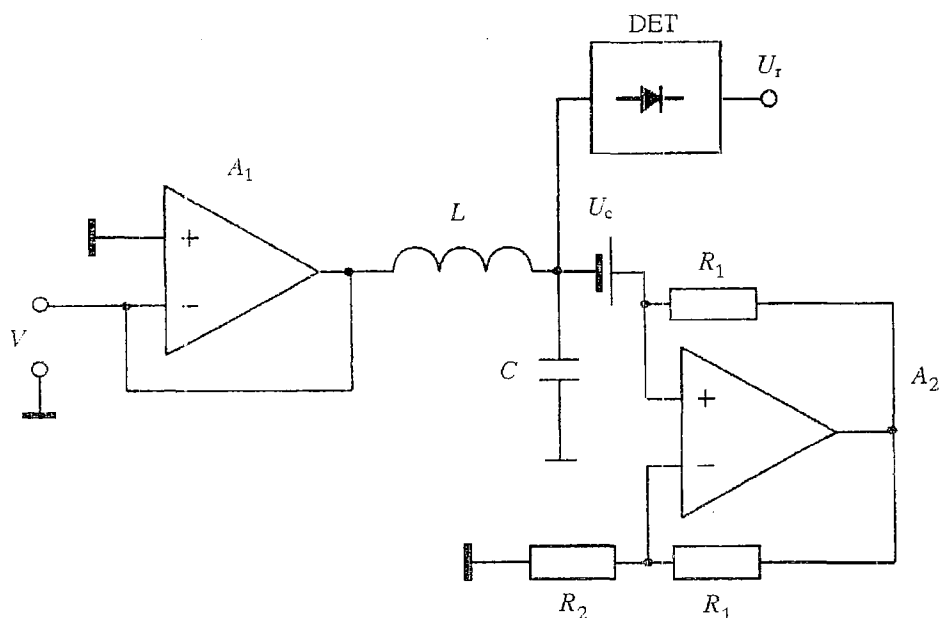


Рис. 4. Принципиальная схема исследуемого генератора с характеристикой типа, изображенной на рис. 2.  $R_1=44$  кОм;  $L = 18$  мГн;  $C = 6800$  пФ;  $R_2$  менялось в пределах  $(0+5)$  кОм

В процессе экспериментов входной и выходной сигналы подавались для обработки в компьютер i486 через 12-разрядный аналого-цифровой преобразователь DAC-1600 с частотой дискретизации до 50 кГц. Для устранения эффекта подмены (aliasing [21]) на входе АЦП были установлены НЧ-фильтры, ограничивающие частотный диапазон сигналов на уровне половины частоты Фурье-преобразования. Сама обработка сигналов - усреднение Фурье-спектров и расчет необходимых характеристик - производилась при помощи специально разработанного программного обеспечения [22].

Как отмечалось выше, принципиальная особенность системы, демонстрирующей эффект СР, это наличие управляемой шумом перемежаемости между аттракторами. На рис. 5 приведены результаты эксперимента, который играл роль тестового. Он заключался в подаче на вход генератора шумового сигнала в отсутствие регулярной компоненты. На выходе устройства измерялась средняя частота переключений - частота Крамерса  $f_s$ . Как видно из графика, до уровня шума  $D = 0.002$  [мВ<sup>2</sup>/Гц] переключения не фиксируются. При больших значениях  $D$  кривая резко идет вверх, переключения между режимами работы генератора становятся все более частыми. Фактически, диапазон интенсивностей шума и частот Крамерса на рис. 5 определяет область проявления эффекта СР в исследуемом устройстве.

Рис. 5. Зависимость частоты Крамерса устройства, изображенного на рис. 4, от интенсивности шума  $D: |G^-/G^+| = 2.0, U_c/\Delta U = 0.6$

На рис. 6 приведены результаты измерения  $R_T$  - отношения сигнал/шум для выходного сигнала и коэффициента

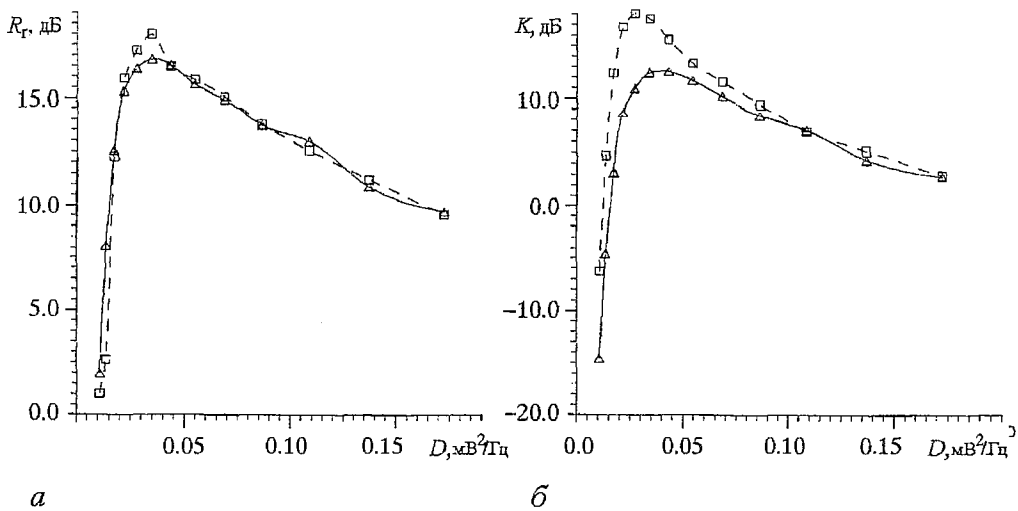


Рис. 6. Зависимости выходного отношения сигнал/шум  $R_r$  (а) и коэффициента усиления  $K$  (б) от интенсивности шума  $D$  в системе (1); значения частоты сигнала  $f_s=33.6$  Гц ( $\square$ ) и 133 Гц ( $\triangle$ ) выбирались из соображений точности последующей дискретизации сигналов и численного расчета Фурье-спектров

усиления  $K$  в зависимости от интенсивности шума  $D$  при  $A = 11$  мВ для двух значений частоты сигнала  $f_s$ . Крутой рост  $R_r$  и  $K$  в узкой области значений  $D$ , наличие максимума и последующий плавный спад убедительно свидетельствуют о наличии эффекта стохастического резонанса. Обращает на себя внимание следующая особенность: в то время как графики усиления  $K$  для значений  $f_s=33.6$  Гц и 133 Гц заметно различаются (их поведение качественно соответствует теоретическим результатам для классической бистабильной системы [23]), зависимости  $R_r$  практически ложатся одна на другую, имея небольшое различие в значении максимума. Из теоретических предпосылок величина  $D$ , соответствующая максимуму  $K$  или  $R_r$ , должна зависеть от частоты сигнала [23]. Для  $K$  такой сдвиг максимума четко виден, однако на рис. 6, а максимум обеих кривых  $R_r$  достигается при одном и том же значении  $D$ . В остальном же графики качественно вполне соответствуют результатам, полученным при исследовании классической бистабильной модели [24]. Результаты экспериментов свидетельствуют о том, что подобное поведение исследуемой системы наблюдается в широкой области значений параметров (заштрихованная зона на рис. 2). При этом степень проявления эффекта (величины усиления, максимального отношения сигнал/шум для выходного сигнала и т.д.) может варьировать в широких пределах. Все это позволяет заключить, что рассмотренная модель достаточно общего характера представляет класс систем, для которых эффект СР является типичным. В соответствии с математической моделью, к этому классу могут быть отнесены, например, СВЧ-генераторы на туннельных диодах и т.д. Ниже мы подтвердим подобное обобщение на примере классической радиочастотной схемы.

### 3. Стохастический резонанс в трехточечном LC-генераторе

Рассмотрим схему, изображенную на рис. 7 [25]. Она широко применяется в радиотехнике и известна как «емкостная трехточка», или генератор Колпитца. Однако, при соответствующем выборе напряжения смещения транзистора и величин элементов схемы она ведет себя как сильно нелинейная система, демонстрирующая эффект СР. В отличие от схемы, приведенной на рис. 4, ее

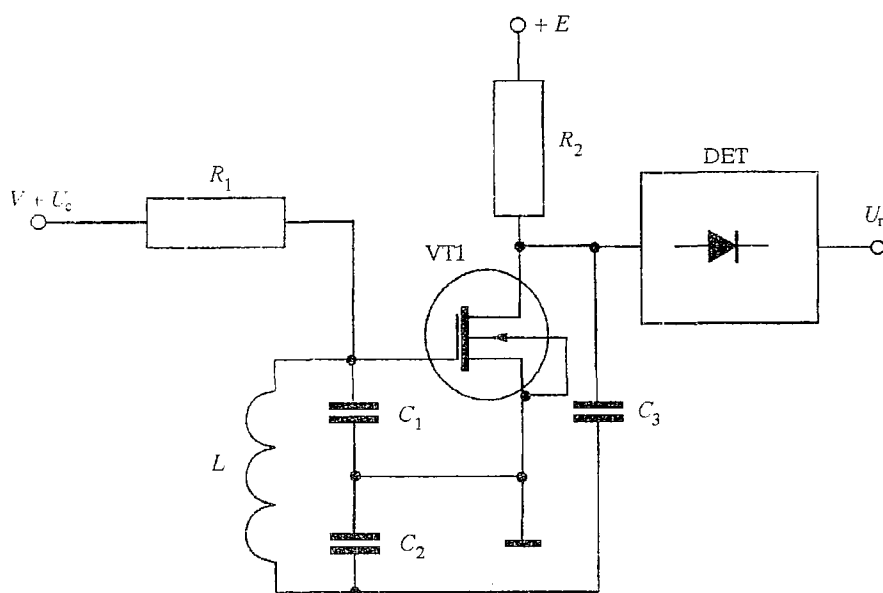


Рис. 7. Принципиальная схема трехточечного  $LC$ -генератора [25];  $C_1=C_2=C_3= 680$  пФ;  $R_1 = 20$  кОм;  $R_2=2.4$  кОм; VT1 - КП305

математическая модель в условиях сильной обратной связи как минимум трехмерна. Способ введения входного сигнала в уравнения также иной: включение источника сигнала последовательно с резистором соответствует тому, что в уравнениях появляется производная по времени от входного сигнала. Для регулярной гармонической компоненты входного сигнала это означает лишь фазовый сдвиг, тогда как спектральная интенсивность шумовой части сигнала становится частотно-зависимой.

Таким образом, данная схема заметно отличается от идеализированной модели (1). Однако, аналогичное разбиение их фазовых пространств (устойчивое состояние равновесия - неустойчивый предельный цикл - устойчивый предельный цикл) позволяет рассчитывать на наличие эффекта СР в данной системе.

При практической реализации трехточечного автогенератора собственная частота  $f_0$  составляла около 200 кГц. Измерения проводились на трех частотах входного сигнала, составлявших 300, 600 и 1200 Гц. Зависимости выходного отношения сигнал/шум  $R_r$  и коэффициента усиления  $K$  приведены на рис. 8. Результаты убедительно свидетельствуют о наличии эффекта СР в исследуемой системе. При этом само проявление эффекта оказывается значительно смещенным по величинам амплитуды сигнала  $A$  и интенсивности шума  $D$  в сравнении с системой (1) (см. рис. 6), что можно отнести за счет влияния резистора  $R_1$ . Интересно, что максимальное достигаемое значение усиления  $K=(18\div 20)$  дБ практически совпадает с результатами, полученными при исследовании системы (1). Как и на графиках рис. 6, наблюдается существенное отличие в поведении  $R_r$  и  $K$ . В то время как графики  $K$  для частот сигнала 300 и 1200 Гц различаются на 13 дБ в области максимума, соответствующее различие в максимумах  $R_r$  составляет около 3 дБ. Для зависимостей  $K$  сдвиг максимума по  $D$  с частотой входного сигнала четко виден, тогда как для выходного отношения сигнал/шум он практически отсутствует. Объяснение подобного эффекта за счет реактивных элементов схемы, образующих некий фильтр, представляется неудовлетворительным, поскольку не объясняет наблюдаемый сдвиг по  $D$  максимумов коэффициента усиления.

Из других особенностей экспериментальных результатов по исследованию СР в трехточечном автогенераторе следует отметить постоянство значений

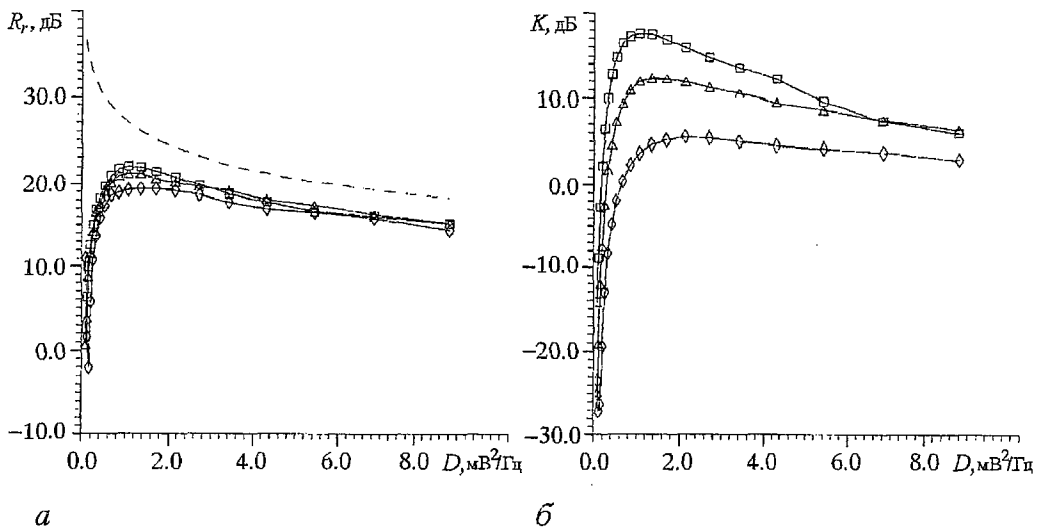


Рис. 8. Зависимости выходного отношения сигнал/шум  $R_r$  (а) и коэффициента усиления  $K$  (б) от интенсивности шума  $D$  в трехточечном  $LC$ -генераторе для напряжения смещения  $U_c = -0.8$  В и частот выходного сигнала  $f_i$ :  $\square$  - 300 Гц;  $\Delta$  - 600 Гц;  $\diamond$  - 1200 Гц

разности входного и выходного отношения сигнал/шум  $R = R_i - R_r$  в области правее максимумов кривых  $R_r$ . Во всех приведенных на графике случаях она составляла примерно 4 дБ. Не исключено, что этот факт может быть объяснен влиянием детекторного блока DET, который ухудшает отношение сигнал/шум. К сожалению, непосредственное измерение  $R_r$  на частоте генерации схемы лежит за пределами возможностей использованной экспериментальной установки.

В целом по результатам исследования  $CP$  в трехточечном  $LC$ -генераторе можно заключить, что данное устройство в полной мере демонстрирует этот эффект, что подтверждает его типичность для систем типа (1) и открывает возможность исследования  $CP$  на относительно высоких частотах сигнала. На основании изложенного выше подхода нами были изготовлены образцы генераторов, управляемые входным сигналом с частотой до 200 кГц.

#### 4. Влияние эффективной симметрии системы на характеристики $CP$

Как уже отмечалось во Введении,  $CP$  традиционно исследуется на моделях с симметрично расположенными устойчивыми состояниями. Разумеется, реальные системы, как правило, асимметричны. Работ, учитывающих и исследующих влияние асимметрии системы, относительно немного [8, 19]. Для систем с симметричными устойчивыми состояниями введение «перекоса» представляется неким искусственным приемом и не выглядит задачей первостепенной важности при исследованиях. Однако, в случае систем, исследуемых в данной работе, ситуация кардинально меняется. Во-первых, при взаимодействии аттракторов различных типов, да еще расположенных вокруг одного и того же состояния равновесия, само применение понятия «симметрия» требует серьезного обоснования. Ниже мы будем применять термин «эффективная симметрия», подразумевая под этим режим системы, когда эффект  $CP$  выражен максимально четко. Для систем с односторонними, но «перекошенными» потенциальными ямами, это как раз и соответствует отсутствию «перекоса», когда средние времена пребывания в каждом из устойчивых состояний совпадают. Во-вторых, в исследуемых в данной работе системах естественным образом присутствует параметр, влияющий на степень эффективной симметрии. Это напряжение смещения  $U_c$  (в системе (1) нормированное смещение  $U_c/\Delta U$ ), которое влияет на расположение и размер неустойчивого предельного цикла.



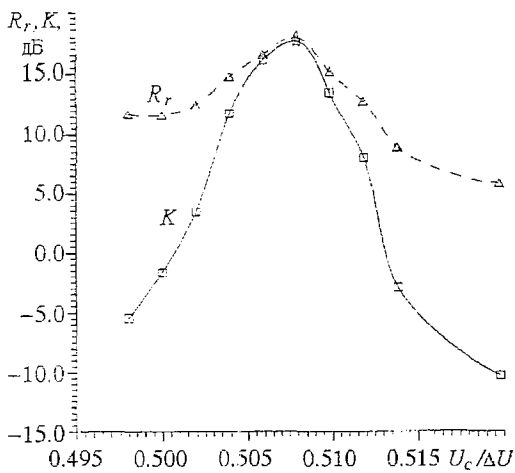


Рис. 9. Зависимость  $R_r$  и  $K$  от параметра  $U_c/\Delta U$  для системы (1):  $|G^-/G^+| = 1.25$ ,  $A = 11$  мВ,  $D = 0.04$  мВ<sup>2</sup>/Гц

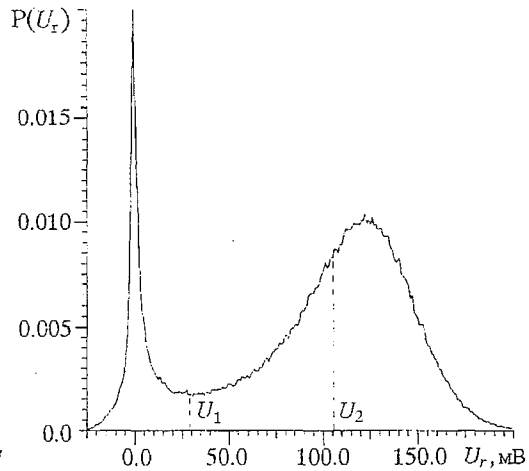


Рис. 10. Плотность распределения вероятности для выходного сигнала  $U_r$  системы (1) в режиме, соответствующем максимуму  $R_r$  на рис. 9. Линией  $U_1$  обозначен мнимый потенциальный барьер, линией  $U_2$  - истинный

На рис. 9 приведены зависимости  $R_r$  и  $K$  для системы (1) в зависимости от указанного параметра  $U_c/\Delta U$ . Они имеют ярко выраженный резонансный характер, достигая максимума при значении  $U_c/\Delta U = 0.508$ . Это и есть точка, где система ведет себя оптимальным образом, то есть эффект СР проявляется наиболее ярко. Попробуем охарактеризовать режим работы системы в этой точке. Как известно, симметрию классической бистабильной системы удобно оценивать по одномерной функции плотности распределения вероятности сигнала отклика, которая в режиме СР имеет двугорбый вид. Ее минимум четко указывает местоположение потенциального барьера, а площадь правого и левого сегментов дает соотношение времен пребывания в двух устойчивых состояниях. Аналогичное распределение плотности вероятности для выходного сигнала  $U_r$  системы (1) приведено на рис. 10. Действуя традиционным образом, можно определить положение потенциального барьера на уровне  $U_1$ . Однако, расчет соотношения площадей слева и справа под кривой дает в этом случае соотношение  $0.121/0.879$ ! Очевидно, при практически симметричном (что можно определить визуально) переключении системы уровень  $U_1$  не может отвечать расположению потенциального барьера системы. Поиск на графике рис. 10 точки, отвечающей равновероятному пребыванию системы в обоих состояниях, дает уровень  $U_2$ . Как выяснилось, значение  $U_2$  с высокой степенью точности соответствует местоположению неустойчивого предельного цикла на фазовой плоскости системы.

Таким образом, для асимметричных систем минимум распределения плотности вероятности выходного сигнала может не соответствовать положению потенциального барьера, разделяющего два устойчивых состояния. Его положение в значительной степени определяется скоростью изменения состояния системы в данной области. В нашем случае система может долго находиться вблизи неустойчивого цикла, но очень быстро «скатиться» в устойчивое состояние равновесия.

Приведенный выше пример показывает, что более адекватным может оказаться подход, основанный на анализе средних времен пребывания в каждом из устойчивых состояний системы. На рис. 11 приведены зависимости средних времен пребывания  $\tau_{lc}$  и  $\tau_{rp}$ , а также частоты Крамерса  $f_s$  от напряжения смещения  $U_c$  в трехточечном автогенераторе. На рис. 12 приведены соответствующие зависимости для  $R_r$  и  $K$  при трех различных интенсивностях шума. Кривые 1

соответствуют точке левее максимума  $R_r$  на рис. 8, кривые 3 - правее, а 2 - точке максимума.

Из графиков рис. 11 видно, что несмотря на изначальную асимметрию системы, графики  $\tau_{lc}$  и  $\tau_{fp}$  являются практически зеркальным отображением друг друга. При этом области максимумов  $R_r$  и  $K$  (см. рис.12) соответствуют зоне пересечения кривых  $\tau_{lc}$  и  $\tau_{fp}$ . Пунктирной линией на рис. 11 нанесена зависимость для частоты Крамерса  $f_s$ . Она имеет резонансный вид и достигает максимума при величине  $U_c$ , соответствующей пересечению времен пребывания.

Из представленных результатов следуют важные выводы. Можно заключить, что разбаланс времен пребывания влияет на режим системы двояким образом. С одной стороны, выходной сигнал упрощенно рассматривать как последовательность импульсов-переключений со случайной длительностью. Тогда разбаланс времен пребывания должен увеличивать их среднюю скважность. При этом уменьшается доля первой гармоники в Фурье-образе сигнала. Однако, такой механизм не может объяснить ярко выраженного резонансного характера зависимостей  $R_r$  и  $K$ . Значительно большую роль играет отраженное на рис. 11 изменение частоты Крамерса системы. С этой точки зрения изменение соотношения времен пребывания эффективно меняет интенсивность действующего на систему шума и именно таким образом управляет ее режимом. В некотором смысле, изменение степени эффективной симметрии системы эквивалентно сдвигу в область меньших величин интенсивности шума (см. рис. 8). Конкретный вид зависимости должен при этом определяться исходной точкой на графике. На рис. 12 приведены такие зависимости для  $R_r$  и  $K$ . Таким образом, острый пик кривых 1 объясняется тем, что при разбалансе система «сдвигается» влево по круто падающему участку графика рис. 8. Кривые 2, соответствующие максимуму на рис. 8, имеют более пологий вид, а кривые 3 имеют наиболее

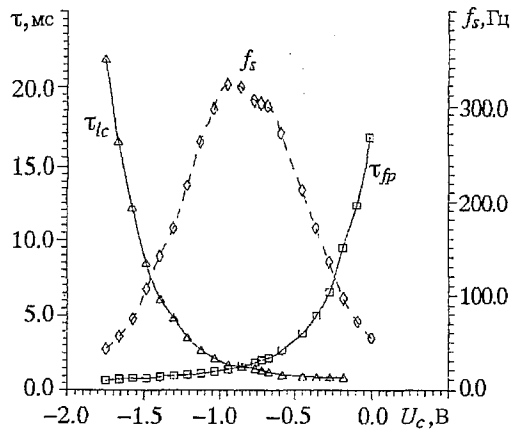
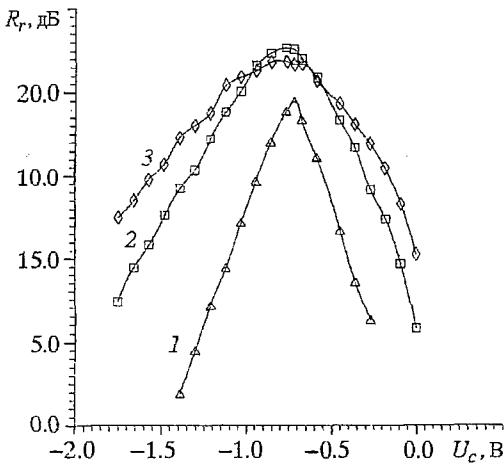
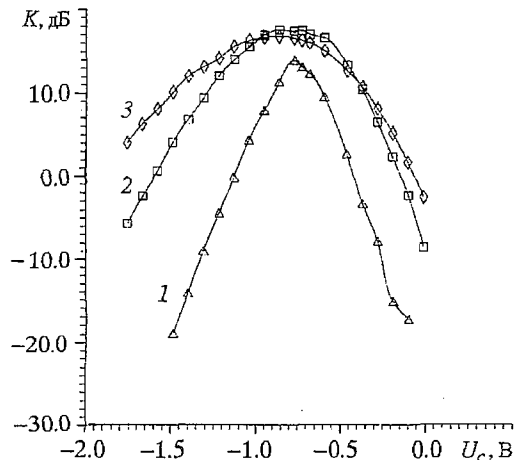


Рис. 11. Зависимости времен пребывания  $\tau_{fp}$ ,  $\tau_{lc}$  и частоты Крамерса  $f_s$  от напряжения смещения  $U_c$



а



б

Рис. 12. Зависимости  $R_r$  (а) и  $K$  (б) от напряжения смещения  $U_c$  для трехточечного LC-генератора при  $A = 1$  В и значениях  $D$ : 1 -  $0.542 \text{ мВ}^2/\text{Гц}$ ; 2 -  $1.379 \text{ мВ}^2/\text{Гц}$ ; 3 -  $2.17 \text{ мВ}^2/\text{Гц}$

половую верхнюю часть, поскольку оптимальная для данной частоты сигнала частота Крамерса достигается только при некотором разбалансе системы.

Отметим еще один интересный факт. Точное сопоставление кривых 2 и соответствующей им зависимости  $f_s$  позволяет установить, что максимум  $K$  достигается при соотношении  $\tau_{ic}=\tau_{ip}$ , что соответствует максимуму  $f_s$ , а наибольшему значению  $R_T$  отвечает точное равенство  $f_s = f_i$ .

### Выводы

В данной работе показана типичность эффекта стохастического резонанса для систем типа автогенераторов с жестким возбуждением автоколебаний, имеющих в качестве устойчивых режимов как состояние равновесия, так и предельный цикл. Достаточно общий характер изучаемых моделей позволяет использовать полученные результаты для анализа генераторов подобного типа, работающих в высокочастотном и СВЧ диапазоне. При этом необходимым условием является контроль за соотношением между периодом собственных колебаний и характерными временами выхода на устойчивый режим: эти времена должны быть одного порядка с периодом.

Изучение стохастического резонанса в таких системах естественным образом ставит вопрос о введении понятия «эффективной симметрии» системы. В данной работе показано, что области наибольшего проявления стохастического резонанса соответствует зона близких значений времен пребывания в двух устойчивых состояниях, однако максимум выходного отношения сигнал/шум может достигаться и при некотором разбалансе системы. Показано, что вводимая в систему асимметрия уменьшает частоту Крамерса, эффективно уменьшая интенсивность шума.

*Работа была частично поддержана Международной научной программой NATO (Grant NTECH.LG 930749), Международным научным фондом Сороса (грант RNO 000) и Госкомитетом России по науке и высшей школе (грант 93-8.2-10).*

### Библиографический список

1. Benzi R., Sutera S., Vulpiani V. The mechanism of stochastic resonance // J.Phys.A. 1981. Vol. 14. L. 453.
2. Nicolis C. and Nicolis G. Stochastic aspects of climatic transitions - additive fluctuations // Tellus. 1981. Vol.33, P.225.
3. Moss F. Stochastic Resonance: From the Ice Ages to the Monkey Ear // Some problems in Statistical Physics / Ed. G.Weiss, SIAM, Philadelphia, 1992.
4. J.Stat. Phys. Special issue «Proc. of the NATO. Advanced Research Workshop on Stochastic Resonance». 1992. Vol.70, № 1/2.
5. McNamara B., Wiesenfeld K. Theory of stochastic resonance // Phys.Rev. A. 1989, Vol. 39, № 9. P. 4854.
6. Gammaitoni L., Menichella-Saetta E., Marchesoni F. // Phys.Lett.A. 1989. Vol.142. P. 59.
7. Dykman M., Haken H., Hu Gang, etc. Linear Response Theory in Stochastic Resonance // Phys.lett.A 1993. Vol.180, № 332.
8. Jung P. Periodically Driven Stochastic Systems // Phys.Rep. 1994. Vol.234, № 175.
9. McNamara B., Wiesenfeld K., Roy R. Observation of stochastic resonance in a ring laser // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60. P. 2626
10. Gammaitoni L., Martinelli M., Pardi L., and Santucci S. Observation of stochastic resonance in bistable electron-paramagnetic-resonance systems // Phys.Rev.Lett., 1991, Vol.67. P. 1799.
11. Douglass J.K., Wilkens L., Pantazelou E., Moss F. Noise enhancement of the

information transfer in crayfish mechanoreceptors by stochastic resonance // Nature. 1993. Vol.365(6444). P. 337.

12. Zhou T., Moss F. Analog simulation of stochastic resonance // Phys.Rev.A. 1990. Vol.41, № 8.

13. Carroll T.L., Pecora L.M. Stochastic resonance as a crisis in a period-doubled circuit // Phys. Rev.E. 1993. Vol. 47, № 6. P.3941.

14. Dykman M., Luchinsky D., McClintock P., Stein N., Stocks N. High frequency stochastic resonance in periodically driven systems // Pisma Zh.Eksp.Theor.fiz. 1993. Vol.58, № 2. P. 145.

15. Anishchenko V.S., Safonova M.A., Chua L.O. Stochastic resonance in Chua's circuit // Int.J.Bif. and Chaos. 1992. Vol.2, № 2. P. 397.

16. Anishchenko V.S., Neiman A.B., Safonova M.A. Stochastic Resonance in Chaotic Systems // J.Stat.Phys. 1993. Vol.70, № 1/2. P. 183.

17. Nicolis G., Nicolis C., McKernan D. Stochastic Resonance in Chaotic Dynamics // J.Stat.Phys. 1993. Vol.70, № 1/2.

18. Stocks N.G., Stain N.D., and McClintock P.V.E. Stochastic Resonance in monostable systems // J.Phys.A. 1993. Vol.26. P. 385.

19. Bartussek R., Hänggi P. Stochastic resonance in optical bistable system // Phys.Rev. E. 1994. Vol. 49. P. 3930.

20. Kramers H. Physica. 1940. Vol.7. P. 284.

21. Press W., Flannery B., Teukolsky S., Vetterling W. Numerical Recipes in C. Cambridge, 1988.

22. Анищенко В.С., Постнов Д.Э., Хованов И.А., Шульгин Б.В. Стохастический резонанс в бистабильной электрической цепи // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1995. №4-5. В печати.

23. Jung P., Hänggi P. Amplification of small signals via stochastic resonance // Phys.Rev.A. 1991. Vol.44, № 12. P. 8032.

24. Анищенко В.С., Постнов Д.Э., Хованов И.А., Шульгин Б.В. Использование стохастического резонанса для повышения отношения сигнал/шум в радиотехнических системах // РЭ. Т.39, № 12. С. 2004.

25. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники. Ч.1. М.:Мир, 1986.

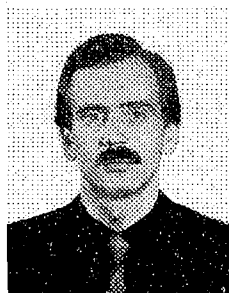
Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 28.02.95  
после переработки 20.09.95

## STOCHASTIC RESONANCE IN GENERATORS WITH THRESHOLD EXCITATION

*D.E.Postnov*

It has been show that stochastic resonance is a typical effect for the wide class of electronic circuits such as generators with threshold excitation. The results of full-scale experiment for two type of electronic circuits are described. The models used are the oscillator with negative resistance and the Kolpitz circuit. The problem of «effective symmetry» of the system in terms of stochastic resonance is discussed.



*Постнов Дмитрий Энгелевич* в 1983 году окончил физический факультет Саратовского государственного университета по специальности «радиофизика и электроника», до 1987 года - инженер кафедры радиофизики СГУ. В 1990 году окончил аспирантуру при той же кафедре, защитив кандидатскую диссертацию «Регулярные и хаотические процессы в системах взаимодействующих нелинейных осцилляторов». С 1991 года работал старшим преподавателем кафедры радиофизики Саратовского университета, с 1995 года занимает должность доцента на той же кафедре. Автор 23 научных работ, опубликованных в отечественной и зарубежной печати.