



РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУРАХ

И.С. Нефёдов

Численно исследуется прохождение плоских электромагнитных волн через слоистые структуры, полученные конечным числом N шагов построения фрактальных множеств (предфракталы N -го поколения). Исследуются слоистые фрактальные структуры трёх типов: Канторова пыль, Канторово-подобный фрактал, полученный методом свёртывания (обобщённая Канторова пыль) и толстый фрактал, описанный Эйкхольтом и Умбергером. Методом матриц передачи решается задача об отражении электромагнитной волны, наклонно падающей на фрактальную структуру. Матрица передачи предфрактала строится рекурсивным методом.

Введение

В недавних работах [1-7] рассматривались проблемы прохождения электромагнитных волн (ЭМВ) через слоистые среды с фрактальными законами расположения слоёв. Интерес к подобным структурам объясняется тем, что для них соответствующие электродинамические задачи могут быть решены точно, что позволяет давать оценки погрешностей приближенных методов, используемых в теории рассеяния на 2-х и 3-х мерных фракталах. Изучение одномерных моделей полезно при анализе эффектов многократного рассеяния, так как в слоистых одномерных структурах отсутствует угловое рассеяние и имеют место лишь интерференционные явления. Кроме того, структуры с фрактальной геометрией расположения слоёв могут быть использованы для определенных технологических целей, например, в конструкциях оптических фильтров и резонаторов Фабри - Перо [6,7]. Ниже дан краткий обзор известных работ, посвящённых данному предмету.

В статье [1] обсуждаются частотные зависимости модулей коэффициентов отражения $|R|$ плоской волны от Канторовых предфракталов N -го поколения и развивается итерационный метод расчёта. В [6] изучается возможность использования такой структуры в качестве резонатора Фабри - Перо. Её преимуществом перед периодической структурой, образованной попарно чередующимися слоями с различными индексами рефракции, является возможность достижения одинаковых характеристик, используя конструкцию с меньшим числом слоёв.

С такой же целью возможно применение фрактальных структур, образованных слоями диэлектрика с разными показателями преломления и чередующимися по закону Фибоначчи [7].

В работе [2] рассматривается прохождение волн через предфрактал обобщённой Канторовой пыли. Основная обсуждаемая в этой статье проблема - применимость Борновского приближения в теории рассеяния волн на подобных структурах. Такой же фрактал рассматривается в [3], где, как и в предыдущей работе, получены рекуррентные соотношения для коэффициента отражения, но отсутствуют численные результаты. В [4] обобщённая Канторова пыль используется как модель резонансно-поглощающей среды. Особенности рассеяния волн толстым фракталом, [8], исследуются в статье [5]. В этой работе обсуждаются процессы сходимости решения для $|R|$ при $N \rightarrow \infty$. Анализируются возможности аппроксимации фрактального слоя предфракталом N -го поколения. Для двух последних структур, в отличие от первой, $|R|$ стремится к предельному значению, отличному от нуля при $N \rightarrow \infty$.

Работы [9,10] посвящены рассеянию ЭМВ на фракталах, описываемых функцией Вейерштрасса. Развита двухмасштабная методика решения задачи рассеяния на таких фракталах. Получены аналитические формулы, позволяющие учесть как резонансные эффекты на толщине слоя, так и эффекты рассеяния на мелкомасштабной фрактальной структуре.

Отметим, что почти во всех цитируемых статьях [1-7,9,10] рассматривается только случай нормального падения волны на фрактал, то есть решается скалярная задача. Исключение составляет работа [4], где рассмотрен случай косоугольного прохождения волны через предфрактал методом медленно меняющихся амплитуд. В настоящей работе решается векторная задача, что позволяет рассмотреть случай наклонного падения волны на фрактал, а также разработать алгоритм и исследовать характеристики отражения от анизотропного фрактала. В статье даётся сравнительный анализ характеристик рассеяния волн несколькими различными слоистыми фракталами. Способы их построения приведены в разделе 1.

Основные цели настоящей работы:

1. Сформулировать алгоритм решения векторной задачи прохождения ЭМВ через фрактальную слоистую структуру (раздел 2).
2. Исследовать угловые характеристики прохождения волн через различные фракталы, включая анизотропный (раздел 3).

1. Рассматриваемые фрактальные структуры

В настоящей работе рассматриваются многослойные структуры трех типов. Во всех случаях построение начинается со слоя магнетодиэлектрика толщины L_0 с магнитной проницаемостью, равной 1 и диэлектрической проницаемостью, равной $1 + \epsilon_0(x)$, $\epsilon_0(x) \equiv 0$ вне слоя и $\epsilon_0(x) \equiv \epsilon_0$, $x \in [0, L_0]$.

А. Канторово множество, которое получается из однородного слоя путём удаления средней трети на каждом шаге построения. На первом шаге

$$\epsilon_1(x) = \begin{cases} 1 + \epsilon_0, & x \in [0, L_0/3] \cup [2L_0/3, L_0], \\ 0, & x \in (-\infty, 0) \cup (L_0/3, 2L_0/3) \cup (L_0, \infty]. \end{cases} \quad (1)$$

Длина каждого отрезка на n -м шаге построения фрактала $L_n = L_0(1/3)^n$. Длина удаляемого промежутка $l_n = L_n$. Лебеговская мера n -слойной структуры, содержащей $N_n = 2^n$ интервалов длины L_n , равна $\mu_n = N_n L_n = (2/3)^n L_0$. Множество, на котором функция $\epsilon_n(x)$ отлична от нуля, называется *предфракталом* n -го поколения. Говорят, что такое множество имеет фрактальную структуру в диапазоне масштабов $l_n \leq l \leq L_0$. Продолжая построение до бесконечности, получаем Канторову пыль, имеющую Лебеговскую меру $\mu_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n = 0$. Такой фрактал является *тонким*. Для него размерность Хаусдорфа - Безиковича $d = \ln 2 / \ln 3$. Суммарная оптическая длина предфрактала n -го поколения для случая

распространения волны нормально к границам равна $L_{\Sigma} = k\mu_n(1+\varepsilon_0)^{1/2} = k(2/3)^n L_0(1+\varepsilon_0)^{1/2}$, $k = \omega/c$, ω - частота волны, c - скорость света в вакууме. Очевидно, $L_{\Sigma} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$.

В. Канторово-подобное множество, полученное методом свёртывания.

Пусть $\varepsilon(x)$ - функция, определённая на Канторовом множестве длины L_0 . На начальном шаге построения фрактала $\varepsilon(x) \equiv \varepsilon_0$. На n шаге средняя треть каждого интервала, на котором $\varepsilon(x)$ не равна нулю, удаляется, и значение ε_{n-1} на оставшихся интервалах умножается на $3/2$. Таким образом, $\varepsilon_n = \varepsilon_0(3/2)^n$. Функция $\varepsilon(x)$, полученная в результате бесконечного числа таких шагов, имеет фрактальную структуру, но конечную Лебеговскую меру, равную ε_0 [2] и принадлежит к классу *толстых* фракталов. Описанная процедура построения $\varepsilon(x)$ носит названия метода свёртывания [11]. На n -шаге построения получается структура, оптическая длина которой при нормальном распространении равна $L_{\Sigma} = kL_0(2/3)^n(1+\varepsilon_0)^{1/2} = kL_0(2/3)^n(1+\varepsilon_0(3/2)^n)^{1/2}$. При $n \rightarrow \infty$

$$L_{\Sigma} \equiv kL_0\varepsilon_0^{1/2} (2/3)^{n/2}. \quad (2)$$

Суммарная оптическая длина предфрактала с ростом номера поколения стремится к нулю, как и в случае Канторовой пыли, однако имеет вдвое меньший показатель степени убывания.

С. Толстый (fat) фрактал, определённый в [10]. На первом шаге ε_1 определяется соотношением (1). На втором шаге удаляется $(1/3)^2$ каждого из интервалов $[0, L_0/3]$ и $[2L_0/3, L_0]$. Таким образом, на n шаге удаляется $(1/3)^n$ часть каждого из 2^{n-1} интервалов множества, полученного на $n-1$ шаге. При этом имеем $N_n = 2^n$ интервалов длины $L_n = L_0 2^{-n} \prod_{m=1}^n (1 - (1/3)^m)$, $l_n = (1/3)^n L_0$ [9].

Лебеговская мера такой структуры $\mu_n = N_n L_n = L_0 \prod_{m=1}^n (1 - 3^{-m})$ и $\mu_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n = 0.56 L_0 > 0$. Размерность Хаусдорфа - Безиковича для построенного таким образом фрактала равна 1. Этот фрактал может служить одномерной моделью пористого твёрдого тела, так как длина дырок при $n \rightarrow \infty$ подчиняется закону распределения пор по размерам в твёрдом теле [12].

Ниже, при обсуждении результатов численных расчётов, на рассмотренные структуры будем ссылаться как на (A), (B), (C).

2. Постановка задачи. Матричная формулировка проблемы

Рассмотрим задачу в общем виде: плоская ЭМВ частоты ω падает под углом θ на анизотропный предфрактал N -го поколения толщины L_0 , окружённый изотропным магнитоэлектриком с относительными проницаемостями ε и μ (предфрактал 2-го поколения показан на врезке рис.1,а). Электромагнитные поля описываются уравнениями Максвелла

$$\text{rot}(\mathbf{E}) = -ikz_0\mu\mathbf{H},$$

$$\text{rot}(\mathbf{H}) = -ik/z_0(\hat{I} + \hat{\varepsilon})\mathbf{E},$$

где z_0 - волновой импеданс вакуума, μ - относительная магнитная проницаемость, \hat{I} - единичный тензор, $\hat{I} + \hat{\varepsilon}$ - тензор относительной диэлектрической проницаемости.

Получим матрицу передачи (МП) предфрактала N -го поколения. Вначале рассмотрим получение МП отдельного анизотропного слоя толщиной h . Исключая из уравнений Максвелла E_y и H_y и полагая $\partial/\partial x=0$; $\partial/\partial z=ik_z z$, где $k_z=k\sin\theta$, получаем систему четырех обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ):

$$d\mathbf{X}/dy = [A] \mathbf{X}, \quad (3)$$

где вектор $\mathbf{X} = (E_x, E_z, H_x, H_z)^T$, T - знак транспонирования, элементы матрицы $[A]$ выписаны, например, в [13]. Решение задачи Коши для ОДУ (3) имеет вид: $\mathbf{X}(h) = \exp([A]h)\mathbf{X}(0)$, где $[M] = \exp([A]h)$ - МП слоя. МП N -слойной структуры: $[B] = [M_N] \times [M_{N-1}] \times \dots \times [M_1]$. Таким образом, использование формализма матриц передачи позволяет свести проблему удовлетворения условиям для тангенциальных компонент электромагнитного поля на границах раздела слоёв к перемножению матриц передачи этих слоёв.

Для всех рассматриваемых в настоящей статье предфракталов МП может быть получена при помощи итерационной процедуры:

$$[M_{n-1}] = [M_n] \times [O_n] \times [M_n], \quad n = N, \dots, 1.$$

Итерации начинаются с конечного N -го шага построения фрактала и проводятся до первого шага. $[M_N]$ - МП минимального отрезка фрактала длины L_n , $[O_n]$ - МП промежуточного слоя длины l_n . Таким образом, МП слоистой структуры, представляющей собой предфрактал N -го поколения, имеет вид: $[B] = [M_1]$.

Обозначим: \mathbf{X}^{inc} - вектор поля падающей волны, \mathbf{X}^{ref} - отражённой волны, \mathbf{X}^{tr} - прошедшей волны. Рассмотрим отдельно случаи, когда вектор электрического поля перпендикулярен плоскости падения, или s-поляризации, и когда этот вектор лежит в плоскости падения, или p-поляризации. Для случаев s- и p- поляризации, используя известные [14] выражения для импедансов W_s и W_p , связывающие значения магнитного и электрического поля в окружающей фрактальный слой среде, и удовлетворяя граничным условиям компонентами поля падающей, отражённой и прошедшей волн при $y=0$, можно получить неоднородную систему четырех линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), для расчёта элементов матриц коэффициентов отражения и пропускания:

$$\mathbf{X}^{\text{inc}}(0) + \mathbf{X}^{\text{ref}}(0) = [B]\mathbf{X}^{\text{tr}}(L_0). \quad (4)$$

Неизвестными СЛАУ (4) являются элементы матрицы коэффициентов отражения $[R]$ и прохождения $[T]$, входящие в \mathbf{X}^{ref} и \mathbf{X}^{tr} .

Для случая s-поляризации

$$\mathbf{X}^{\text{inc}} = (1, 0, 0, -W_s)^T; \quad \mathbf{X}^{\text{ref}} = (R_{ss}, R_{ps}\cos\theta, -R_{ps}W_p\cos\theta, -R_{ss}W_s)^T;$$

$$\mathbf{X}^{\text{tr}} = (T_{ss}, T_{ps}\cos\theta, T_{ps}W_p\cos\theta, T_{ss}W_s)^T,$$

где $W_s = k_y/(k\mu z_0)$, $W_p = k\varepsilon/(k_y z_0)$, $k_y^2 = k^2\varepsilon\mu - k_z^2$, $k_z = k\sin\theta$.

Для случая p-поляризации

$$\mathbf{X}^{\text{inc}} = (0, 1, W_p\cos\theta, 0)^T; \quad \mathbf{X}^{\text{ref}} = (R_{sp}, R_{pp}\cos\theta, -R_{pp}W_p\cos\theta, -R_{sp}W_s)^T;$$

$$\mathbf{X}^{\text{tr}} = (T_{sp}, T_{pp}\cos\theta, T_{pp}W_p\cos\theta, T_{sp}W_s)^T.$$

Для изотропных фракталов $R_{sp}=R_{ps}=T_{sp}=T_{ps}=0$, и система уравнений (4) может быть разделена на две независимые подсистемы. При этом для изотропных слоёв могут быть использованы МП второго порядка. Для проверки применимости разработанного алгоритма и компьютерной программы к расчёту структур с большим числом слоёв и фрактальными законами их расположения проведено сравнение с данными работ [1,6] и [7]. Во всех тестируемых вариантах результаты совпали с графической степенью точности.

3. Угловые характеристики отражения волн от слоистых фракталов

В начале рассмотрим отражение ЭМВ от структуры (А), построенной из одноосного кристалла. Ось анизотропии лежит в плоскости границ раздела слоёв и составляет угол φ с плоскостью падения волны. Компоненты тензора диэлектрической проницаемости кристалла: вдоль оси анизотропии $1+\epsilon_{\parallel}=4$, в поперечном направлении $1+\epsilon_{\perp}=2.25$. Сравним угловые зависимости коэффициентов отражения для Канторовых предфракталов различных поколений (рис. 1). Отношение толщины фрактального слоя к длине λ падающей волны $\delta=L_0/\lambda=5$, а $\varphi=\pi/4$. Прозрачность структуры растёт вместе с количеством N шагов построения, так как фрактал является *тонким*. Однако интересно, что качественная картина угловой зависимости коэффициентов отражения волн s и p поляризаций мало меняется. Для всех компонент матрицы $[R]$ сохраняется число максимумов, хотя их амплитуда уменьшается, а положение немного сдвигается.

Для *толстых* фракталов (В) и (С) характерна сходимость значений коэффициентов отражения к некоторому предельному значению при $N \rightarrow \infty$ (см. [2,3,5]). В дальнейшем это явление будем называть насыщением. Для фрактала (С) это является очевидным, так как насыщение значений R при $N \rightarrow \infty$ происходит вследствие стремления к нулю размеров дырок. Сходимость R к предельному значению, отличному от нуля и единицы, для фрактала (В) имеет другую природу. Рассмотрим случай нормального падения волны. Сходимость к нулю оптической длины предфрактала (В) при $N \rightarrow \infty$ следует из (2). Соотношение между входными импедансами на границах минимального слоя длиной l_n предфрактала n -го поколения имеет вид [14]

$$Z(l_n)/Z_1 = (1+jZ(0)/z_0 \operatorname{ctg} \vartheta l_n)/(Z(0)/z_0 + j \operatorname{ctg} \vartheta l_n), \quad (5),$$

где Z_1 - импеданс среды предфрактала, $Z_1 = z_0/(1+\epsilon_0(3/2)^n)^{1/2}$, $\vartheta = (1+\epsilon_0(3/2)^n)^{1/2}$; $\vartheta l_n \cong \epsilon_0^{1/2} L_0 (1/6)^{n/2}$, $n \rightarrow \infty$. Подставляя эти выражения в (5), получаем при $n \rightarrow \infty$

$$Z(l_n) \cong -jL_0 z_0 (1/3)^n.$$

Таким образом, насыщение обусловлено одновременным уменьшением суммарной

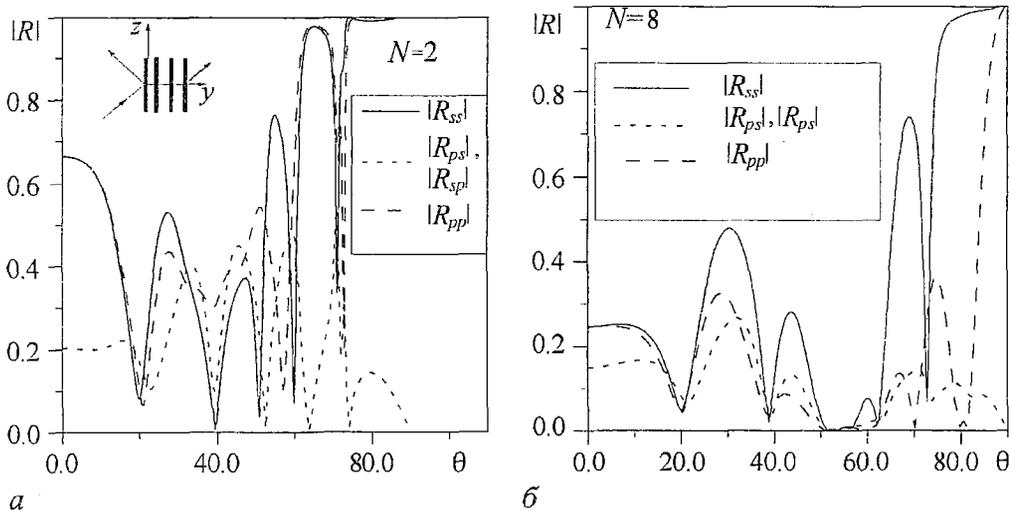


Рис.1 Угловые зависимости абсолютных величин элементов матрицы коэффициентов отражения волны от предфракталов (А) 2-го (а) и 8-го (б) поколений; ———— $|R_{ss}|$, - - - - $|R_{sp}|, |R_{ps}|$, — — — $|R_{pp}|$

оптической длины слоёв, составляющих фрактал, и стремлением к нулю входного импеданса каждого такого слоя. В [2] и [3] аналитически показывается сходимость коэффициента отражения для случая нормального падения волны. При наклонном падении волны факт сходимости в настоящей работе удалось показать только численно.

Проведён анализ угловых характеристик отражения ЭМВ от предфрактала (В), построенного методом свёртывания из изотропного диэлектрика с $\epsilon_0=1$ для $N=1-30$ и различных δ . Можно отметить следующие закономерности в поведении значений коэффициентов отражения R_s и R_p волн s и p поляризаций при $N \rightarrow \infty$:

1) более быстрая сходимость R_s и R_p в диапазоне углов падения θ , где $|R_s|, |R_p| \rightarrow 1$, что можно видеть из рис. 2, а, б;

2) медленная сходимость значений R_p при $\theta \rightarrow 90^\circ$ (см. рис. 2, б). Этого не происходит в случае р-поляризации, так как $|R_p| \rightarrow 1$ при больших углах падения (рис. 2, а).

Для фрактала (В) характерна очень сильная зависимость скорости сходимости от типа поляризации, что иллюстрируется рис. 2, а, б. В случае s-поляризации падающей волны угловая зависимость $|R_s|$ при $N=4$ мало отличается от такой же зависимости для $N=5$, а при $N \geq 6$ совпадает с последней с графической степенью точности. Ещё более быстрое насыщение наступает при больших ϵ_0 .

В случае р-поляризации характеристики отражения от предфракталов 10-го и 20-го поколений сильно различаются при углах $\theta > 60^\circ$. Для $N=30$ отличия от графика $N=20$ заметны лишь при $\theta > 85^\circ$. Ниже в табл. 1 численно демонстрируется процесс насыщения значений коэффициента отражения случая s-поляризации при $\delta=5, \epsilon_0=1, \theta=30^\circ$, а в табл. 2 для случая р-поляризации $\delta=5, \epsilon_0=1, \theta=80^\circ$.

Таблица 1

N поколения	3	4	6	8	10
$ R_s $	0.7742	0.6946	0.6530	0.6512	0.6511

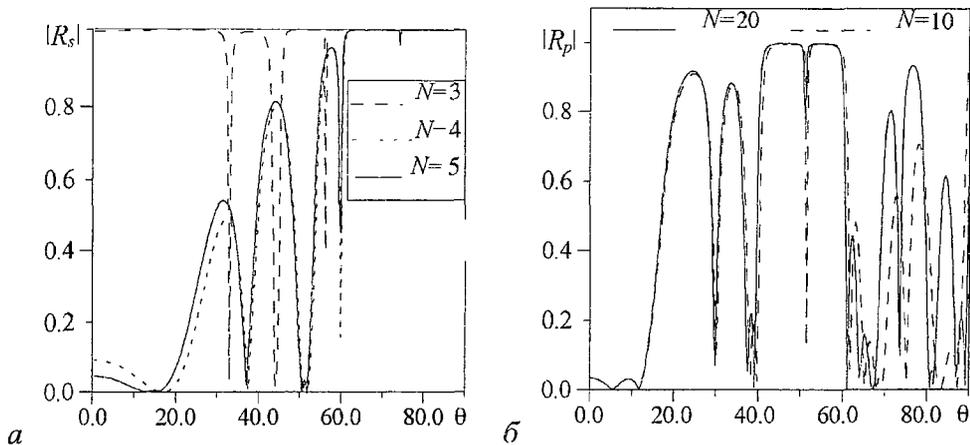


Рис. 2 Угловые зависимости абсолютных величин коэффициентов отражения волны от предфрактала (В) для случая s-поляризации (а) и р-поляризации (б), рассчитанные при $\delta=5$

N поколения	15	20	25	30	40
$ R_p $	0.1295	0.5999	0.5134	0.5022	0.5007

И наконец, рассмотрим отражение ЭМВ от толстого предфрактала (С), образованного из изотропного диэлектрика. При всех углах падения

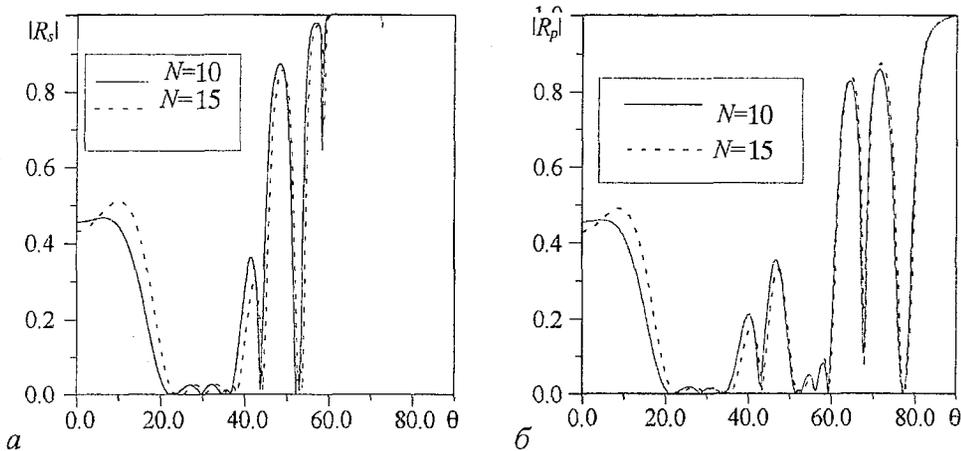


Рис.3. Угловые зависимости абсолютных величин коэффициентов отражения ЭМВ от предфрактала (С) для случая s-поляризации (а) и р-поляризации (б), рассчитанные при $\delta=5$, $\epsilon_0=1.25$

коэффициенты отражения $|R_s|$, $|R_p|$ стремятся к предельным значениям с ростом N . Для предфрактала (С) характерно меньшее различие в скорости сходимости значений коэффициентов отражения для различных типов поляризации, чем для предфрактала (В). На рис. 3, а, б представлены коэффициенты отражения ЭМВ от структур, полученных на разных этапах построения толстого фрактала (С), причём число N выбрано так, чтобы выявить номер поколения, начиная с которого характеристики отражения различаются незначительно. Для сравнения, на рис. 4 приведены коэффициенты отражения волны от предфрактала 5-го поколения.

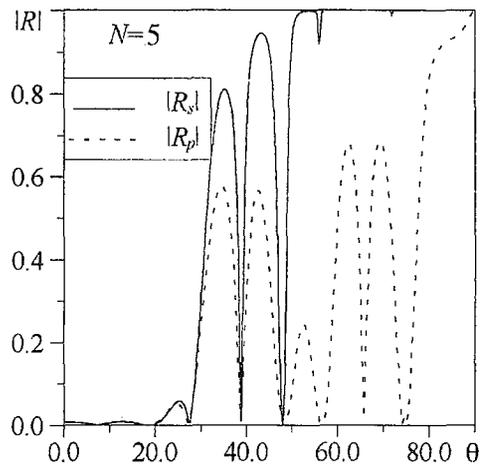


Рис. 4. Угловые характеристики отражения ЭМВ от предфрактала (С) 5-го поколения при $\delta=5$, $\epsilon_0=1.25$

Основные результаты

Получены следующие основные результаты.

1. Разработан матричный метод анализа прохождения электромагнитных волн через слоистые (в том числе анизотропные) фрактальные структуры.
2. Проведён анализ коэффициентов отражения электромагнитной волны, падающей под углом на слоистые фрактальные структуры трёх различных типов.

3. Показано, что коэффициенты отражения ЭМВ любой поляризации, падающей под произвольным углом на предфрактал N -го поколения, полученный путём свёртывания диэлектрической проницаемости, определённой на Канторовом множестве, стремятся при $N \rightarrow \infty$ к отличным от нуля предельным значениям, несмотря на сходимость к нулю суммарной толщины слоёв.

Библиографический список

1. Jaggard D.L., Sun X. Reflection from fractal multilayers // Optics Letters. 1990. Vol. 15, № 24. P.1428.
 2. Konotop V.V., Yordanov O.I., Yurkevich I.V. Wave Transmission through a one-Dimensional Cantor-like Fractal Medium // Europhys. Lett. 1990. Vol. 12, № 6. P. 481.
 3. Донченко В.А., Кустенёв Ю.В., Носков М.Д., Шаповалов А.В. Взаимодействие электромагнитных волн с фрактальными структурами // Известия вузов. Физика. 1993. № 10. С. 76.
 4. Кустенёв Ю.В., Шаповалов А.В. Абсорбционные свойства резонансных фрактальных сред // Оптика и спектроскопия. 1995. № 2. С. 260.
 5. Bulgakov S.A., Konotop V.V. Peculiarities of wave scattering by fat fractals // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46, № 12. P.8024.
 6. Bertolotti M., Masciulli P., Sibilica C. Spectral transmission properties of a self-similar optical Fabry-Perot resonator // Optics Letters. 1994. Vol. 19, № 11. P. 777.
 7. Gellerman W., Kohmoto M., Sutherland B. and Taylor P.C. Localization of Light Waves in Fibonacci Dielectric Multilayers // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol.72, № 5. P. 633.
 8. Eykholt R., Umberger D.K. Relating the various scaling exponents used to characterize fat fractals in nonlinear dynamical systems // Physica D. 1988. Vol. 30. P. 43.
 9. Konotop V.V. Transmission coefficient of a fractal layer // Phys. Rev. A. 1991. Vol.43, № 15. P. 1352.
 10. Konotop V.V., Bulgakov S.A. Two-scale method in the theory of scattering by fractal structures: One-dimensional regular problems // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 45, № 15. P. 5994.
 11. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991.
 12. Bale H.D., Schmidt P.W. Small-Angle X-Ray-Scattering Investigation of Submicroscopic Porosity with Fractal Properties // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P.596.
 13. Tichener J.B., Willis J.R. The Reflection of Electromagnetic Waves from Stratified Anisotropic Media // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 1991. Vol. 39, № 1. P.35.
 14. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. М.: Мир, 1978.
- Институт радиотехники и электроники РАН,
Саратовский филиал
- Поступила в редакцию 13.03.95
после переработки 24.01.96

ELECTROMAGNETIC WAVES PROPAGATION THROUGH THE LAYERED FRACTAL STRUCTURES

I. S. Nefedov

Electromagnetic waves propagation through layered structures, which are constructed using the finite number N of fractal construction steps is studied. (These structures are called the pre-fractals of N -th level). We consider three layered pre-fractal kinds: Cantor dust, Cantor-like fractal obtained by convolution procedure (generalized Cantor dust) and fat fractal, described by Eykholt and Umberger. Transfer matrix method is exploited to solve the problem of reflection of electromagnetic wave which is obliquely incident onto the fractal structure. Angular reflection characteristics are analysed. The transfer matrix of the pre-fractal is constructed by means of recursive technique.



Нефёдов Игорь Сергеевич - родился в 1950 году, окончил физический факультет Саратовского университета (1972). Защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук (1981). С 1974 по 1991 год работал в НИИ механики и физики СГУ. С 1992 года работает в Саратовском филиале Института радиотехники и электроники РАН. Область научных интересов - решение внутренних краевых задач электродинамики, распространение электромагнитных волн в слоистых анизотропных и гиротропных средах, теория микрополосковых линий, вакуумная микроэлектроника. Опубликовано около 20 статей в отечественных и зарубежных журналах.