



## РЕКОНСТРУКЦИЯ СТРУКТУР ТОКА ПРИ РАССЕЙАНИИ ЭЛЕКТРОНОВ НА ИОНИЗОВАННЫХ ДОНОРАХ И ФОНОНАХ В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ

*А.Л. Санин, Ю.Л. Ермолаев*

На основе моментов уравнения Больцмана проведен анализ электронного отклика в GaAs n-типа с пространственно-периодической модуляцией плотности доноров. При определенном соотношении периодов модуляции и собственных колебаний возможны интенсивные пространственные резонансы. Выполнены численные расчеты, показывающие влияние различных механизмов рассеяния и их совместного действия на резонансы. При пороговых условиях доминирует механизм взаимодействия с продольными оптическими фононами, действующий в пределах части периода, и происходит ограничение амплитуды пространственных колебаний. Проанализирована генерация субгармоник и высших гармоник, характеризующая нелинейную динамику электронов. Модуляция синхронизирует процессы формирования структур и приводит к их реконструкции. Мелкомасштабные релаксационные колебания при слабых неоднородностях стохастизируют структуры тока. Представлены функциональные зависимости электронной плотности от координаты, фазовые портреты и фурье-спектры моделируемых процессов.

### Введение

Детальное изучение динамических электронных структур в полупроводнике с пространственно-периодической модуляцией плотности доноров и совместном действии разных механизмов рассеяния мотивируется проблемами самоорганизации и управления электронными потоками. В статье представлены результаты исследования диссипативных структур, явлений пространственной синхронизации и генерации мелкомасштабных стохастических колебаний. Проведен качественный и численный анализ решений самосогласованных уравнений гидродинамики и электрического поля с учетом более сложных моделей рассеяния, чем в [1,2].

### 1. Транспортные уравнения

Транспорт баллистических электронов рассмотрим в ограниченной области  $0 < x < L$ . Полагаем, что поток электронов инжектируется в эту область через плоскость  $x=0$ , в которой он характеризуется плотностью  $n_b$  и скоростью направленного движения  $v_b$ . В области  $x > 0$  эти переменные равны  $n, v$  и для одномерного транспорта зависят от одной координаты  $x$ . Динамические свойства потока опишем в приближении холодных электронов, полагая, что тепловая

скорость и соответствующая электронная температура малы. Для анализа транспорта баллистических электронов широко применяются гидродинамические уравнения в виде первых двух моментов уравнения Больцмана [3-5]. Следуя [6], стационарные транспортные уравнения можно представить в виде

$$d(nv)/dx = 0, \quad (1)$$

$$vdv/dx = -e/m E + 1/m R. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) приняты обозначения:  $E$  - напряженность электрического поля;  $-e$ ,  $m$  - заряд и эффективная масса электрона;  $R$  - средняя сила трения, приходящаяся на один электрон. Величина  $R$  может быть определена как

$$R = 1/n \int m(-u_x)/\tau_p(\epsilon) f(\mathbf{u})(d\mathbf{u}). \quad (3)$$

Здесь величина  $\tau_p(\epsilon)$  - время релаксации импульса,  $\epsilon = (m/2)(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)$ ;  $f(\mathbf{u})$  - функция распределения электронов по скоростям;  $u_x, u_y, u_z$  - компоненты скорости  $\mathbf{u}$  отдельного электрона;  $(d\mathbf{u}) = du_x du_y du_z$  - элемент объема в пространстве скоростей. При малой дисперсии импульса функцию распределения электронов по скоростям можно аппроксимировать  $\delta$ -функцией

$$f(\mathbf{u}) = n\delta(u_x - v)\delta(u_y)\delta(u_z). \quad (4)$$

Систему уравнений (1),(2) рассмотрим совместно с уравнением для электрического поля

$$\epsilon dE/dx = -4\pi e(n - n_d), \quad n_d = n_d^{(0)} + n_d^{(1)}(x), \quad (5)$$

где  $\epsilon$  - диэлектрическая постоянная,  $n_d$  - плотность доноров. Величина  $n_d^{(0)}$  характеризует однородную компоненту плотности, а  $n_d^{(1)}(x)$  - пространственную модуляцию. Для рассматриваемых нами режимов движения полагаем, что  $n_d^{(1)}(x) = n_m^{(1)} \cos(k_0 x)$ ;  $n_m^{(1)}$ ,  $2\pi/k_0$  - амплитуда и период модуляции.

Интегрирование (1) приводит к алгебраическому уравнению

$$nv = n_b v_b.$$

Перейдем от размерных величин  $n, v, E, x, L, d/dx$  к нормированным  $N, V, \mathcal{E}, \zeta, \zeta_L, d/d\zeta$ , используя соотношения

$$N = n/n_b, \quad V = v/v_b, \quad \mathcal{E} = E/E_\delta, \quad \zeta = k_p x, \quad \zeta_L = k_p L, \quad d/d\zeta = k_p^{-1} d/dx,$$

при этом  $E_\delta = 4\pi e n_b / (\epsilon k_p)$ ,  $k_p = \omega_p / v_b$ ,  $\omega_p = [4\pi e^2 n_b / (\epsilon m)]^{1/2}$ . Плазменный масштаб определяем как  $\lambda = 2\pi / k_p$ .

Выражение  $R/m$  имеет размерность ускорения и может быть преобразовано к нормированной величине  $\eta_R$  при помощи соотношения  $\eta_R = -R / (m k_p v_b^2)$ . Знак «минус» вводим для удобства и учитываем впоследствии. В результате уравнения (1), (2), (5) приводятся к виду

$$NV = 1, \quad (6)$$

$$VdV/d\zeta = -\mathcal{E} - \eta_R, \quad (7)$$

$$d\mathcal{E}/d\zeta = -N + N_d, \quad N_d = \gamma [1 + n \cos(r\zeta)]. \quad (8)$$

В уравнении (8)  $\gamma = n_d^{(0)} / n_b$ ,  $n = n_m^{(1)} / n_d^{(0)}$ ,  $r = k_0 / k_p$ . Для слабых неоднородностей  $n \ll 1$ . При  $r=1$  период модуляции равен плазменному масштабу.

Уравнение (7) описывает движение в классическом пределе. Основываясь на

уравнениях квантовой гидродинамики (моментах уравнения Шрёдингера - Больцмана [7,8]), можно сформулировать условие игнорирования квантовых эффектов:  $(1/48)[\hbar\omega_p/(mv_b^2/2)]^2 \ll 1$ . Здесь  $\hbar$  - постоянная Планка.

Граничные условия для  $N$ ,  $V$ ,  $\mathcal{E}$  в плоскости  $\zeta=0$  имеют вид  $N(0)=1$ ,  $V(0)=1$ ,  $\mathcal{E}(0)=\mathcal{E}_b$ . Анализ решений системы уравнений (6)-(8) при заданных граничных условиях выполняется для режимов движения с положительными скоростями. Для изучения свойств решений и фурье-спектров интервалы расчета реализаций  $\zeta_L$  должны быть выбраны много большими, чем  $2\pi/r$ .

## 2. Колебания и структуры

Переменные  $N$ ,  $V$ ,  $\mathcal{E}$  зависят друг от друга. Исключая  $N$ ,  $\mathcal{E}$  из уравнений (6)-(8), можно получить уравнение для скорости

$$V^2(d^2V/d\zeta^2) + V(dV/d\zeta)^2 + V(d\eta_R/dV)dV/d\zeta + \gamma(1+h\cos(r\zeta))V = 1. \quad (9)$$

В уравнении (9) неавтономный член  $\gamma h \cos(r\zeta)V$  определяет действие гармонической модуляции плотности доноров на электроны. Диссипацию характеризует производная  $d\eta_R/dV$ . В моделях, учитывающих зависимость времени релаксации от энергии электронов, производная может быть знакопеременной.

Рассмотрим основные свойства решений уравнения (9). Для однородного полупроводника ( $h=0$ ) уравнение (9) становится автономным, его решения зависят от значений  $d\eta_R/dV$ . Если  $d\eta_R/dV=0$ , то в системе отсутствует диссипация и она становится консервативной.

В приближении холодных электронов автоматически выполняется условие превышения скорости направленного движения  $V$  по отношению к тепловой скорости. Как известно [1], при выполнении этого критического условия в электронном потоке возможны собственные колебания. Эти колебания можно отнести к неравновесным процессам. Форма колебаний зависит от нелинейности, а период - от свойств самой системы. Этой своей спецификой они отличаются от других колебаний, и их можно назвать структурами консервативной системы.

Если распределение доноров однородное, но величина  $d\eta_R/dV$  знакопеременна, то также оказывается возможной генерация незатухающих собственных колебаний. Это - диссипативные структуры неконсервативной системы. В неконсервативной системе возможны и другие режимы: собственные колебания с затуханием, а также апериодическая релаксация граничных возмущений потока. Наряду с решениями, зависящими от координаты, реализуются и однородные решения.

Полагая  $h=0$  и  $dV/d\zeta=dN/d\zeta=d\mathcal{E}/d\zeta=0$ , из уравнений (6)-(8) получаем уравнения, описывающие равновесное (однородное) состояние системы. Переменные  $N$ ,  $V$ ,  $\mathcal{E}$ , удовлетворяющие этим уравнениям, обозначим  $N^{(eq)}$ ,  $V^{(eq)}$ ,  $\mathcal{E}^{(eq)}$ . Они определяются следующим образом:

$$N^{(eq)} = \gamma, \quad V^{(eq)} = \gamma^{-1}, \quad \mathcal{E}^{(eq)} = -\eta_R(V^{(eq)}). \quad (10)$$

Это однородные решения для неограниченной системы. Если  $\gamma=1$ ,  $\mathcal{E}_b=\mathcal{E}^{(eq)}$  (то есть возмущение равновесного состояния на границе отсутствует), то решения остаются также однородными и для всей полуограниченной системы ( $0 \leq \zeta < \infty$ ). При  $\gamma=1$ ,  $\mathcal{E}_b \neq \mathcal{E}^{(eq)}$  возможно развитие отклонений от однородного состояния в области  $\zeta > 0$ .

В неоднородном полупроводнике, когда имеет место пространственно-периодическая модуляция плотности доноров ( $h \neq 0$ ), возможны резонансы, процессы синхронизации и мелкомасштабные колебания. Резонансы и процессы синхронизации являются условиями самоорганизации структур.

Характер решений неавтономного уравнения (9) также существенно зависит от диссипативного коэффициента  $d\eta_R/dV$ . Если он равен нулю, то уравнение (9) описывает неавтономную консервативную систему. При соблюдении резонансных условий  $l\gamma^{3/2}=r$ ,  $l=1,2$  возможны интенсивные колебания, обусловленные резонансами на внешней неоднородности [1]. Характерная особенность этих колебаний - секулярный рост их амплитуды при увеличении  $\zeta$ . При наличии слабой диссипации резонансные решения (9) также могут характеризоваться большими амплитудами. С увеличением  $d\eta_R/dV$  амплитуда колебаний уменьшается и происходит ограничение ее роста. Диссипативный коэффициент может иметь значительную величину на определенной части периода колебаний и разный знак в разных его частях. Используя однородные решения (10), можно выполнить приближенный анализ исходных уравнений (6)-(8) или (9). Решения для  $N$ ,  $V$  можно представить в виде

$$N = N^{(eq)} + N^{(1)}(\zeta), \quad V = V^{(eq)} + V^{(1)}(\zeta). \quad (11)$$

Полагая переменные  $N^{(1)}(\zeta)$ ,  $V^{(1)}(\zeta)$  малыми по сравнению с  $N^{(eq)}$ ,  $V^{(eq)}$ , вместо (9) можно получить упрощенное линейаризованное уравнение. В этом приближении диссипативный коэффициент перед первой производной  $dV^{(1)}/d\zeta$  становится постоянным и принимает вид  $d\eta_R/dV^{(eq)}$ , а коэффициент перед  $V^{(1)}(\zeta)$  равен  $\gamma^3$ . Неавтономный член распадается на слагаемые  $\gamma^2 h \cos(r\zeta)$  и  $\gamma^3 h V^{(1)}(\zeta) \cos(r\zeta)$ . Первое из них является аналогом вынуждающей силы, второе характеризует параметрическое изменение собственной частоты. Решения имеют сходство со случаем простых моделей рассеяния [1].

В уравнении (2) тепловое движение игнорируется. Его учет приводит к изменению частоты  $q_s$  собственных колебаний. Зависимость электронной температуры от  $\zeta$  можно установить из трехмоментных гидродинамических уравнений [5,6]. Как показывают расчеты, электронная температура медленно увеличивается (в среднем) вдоль потока, поэтому локальное значение  $q_s$  также возрастает. Пусть разность  $\Delta=q_s-r$  определяет расстройку от резонанса. При фиксированной величине  $r$  эта расстройка будет увеличиваться с ростом координаты  $\zeta$ . В некоторой точке  $\zeta=\zeta_r$  расстройка может достигнуть критической величины  $\Delta_r$ , при которой условия резонанса нарушатся. Если  $\Delta$  продолжает расти, то в области  $\zeta>\zeta_r$  возникнут биения. В модели, не учитывающей указанные тепловые эффекты, для возможности игнорирования расстройки от резонанса транспортная длина  $\zeta_L$  выбиралась согласно требованию  $\Delta<\Delta_r$ . Как показали расчеты, при этом на длине  $\zeta_L$  все же может укладываться значительное число периодов  $2\pi/r$ .

### 3. Нелинейный отклик и синхронизация

Колебания электронов при рассеянии на фононах и ионизованных донорах рассматриваем для p-GaAs. Полагаем, что транспорт электронов происходит в центральной ( $\Gamma$ ) долине зоны проводимости, а междолинные переходы могут быть игнорированы.

При совместном действии нескольких различных механизмов рассеяния в формуле (7) и последующих диссипативный член надо представить в виде суммы  $\eta_R^\Sigma = \sum_i \eta_R^i$ . Величина  $\eta_R^i$  соответствует конкретному механизму рассеяния. В расчетах использовались формулы для времен релаксаций импульса  $\tau_p(\epsilon)$ , приведенные в [9,10]. Конкретизация выражений для  $\tau_p(\epsilon)$ , а также подстановка  $f(\mathbf{u})$  в виде (4) в (3) и переход к нормированным величинам позволяют записать  $\eta_R^i$  для каждого механизма рассеяния и суммарную величину  $\eta_R^\Sigma$ .

Для рассеяния на продольных оптических фононах

$$\eta_R^{L0} = \eta_p^{L0} \{ \exp(\mathcal{J}_D/\mathcal{J}_L) - 1 \}^{-1} \{ (V_D^2/V_D^2 + 1)^{1/2} - (V_D^2/V_D^2) \text{Arsh}(V^2/V_D^2 - 1)^{1/2} \} + \Theta \exp(\mathcal{J}_D/\mathcal{J}_L) \{ (1 - V_D^2/V^2)^{1/2} + (V_D^2/V^2) \text{Arsh}(V^2/V_D^2 - 1)^{1/2} \},$$

где  $\eta_p^{L0} = (\omega_p \tau_p^{L0})^{-1}$ ,  $(\tau_p^{L0})^{-1} = (2mk_B T_D)^{1/2} / (eE_p)$ ,  $v_D = (2k_B T_D / m)^{1/2}$ ,  
 $\mathcal{J}_D = k_B T_D / (m v_b^2)$ ,  $\mathcal{J}_L = k_B T_L / (m v_b^2)$ ,  $V_D = v_D / v_b$ .

Здесь  $T_D$ ,  $T_L$  - температуры Дебая и решетки;  $k_B$  - постоянная Больцмана,  $E_p$  - эффективная напряженность электрического поля. Величина  $V_D$  - нормированная пороговая скорость. Функция  $\Theta(V, V_D)$  принимает значение 1 для  $V \geq V_D$  и 0 для  $V < V_D$ .

При взаимодействии через оптический деформационный потенциал

$$\eta_R^0 = \eta_p^0 \{ \exp(\mathcal{J}_D/\mathcal{J}_L) - 1 \}^{-1} [ (V^2/V_D^2 + 1)^{1/2} + \Theta \exp(\mathcal{J}_D/\mathcal{J}_L) (V^2/V_D^2 - 1)^{1/2} ] V,$$

где  $\eta_p^0 = (\omega_p \tau_p^0)^{-1}$ ,  $(\tau_p^0)^{-1} = D^2 m^{3/2} / [2^{1/2} \pi \rho \hbar^2 (k_B T_D)^{1/2}]$ ,  $\rho$  - плотность решетки,  $D$  - константа оптического деформационного потенциала.

Для рассеяния на ионизованных донорах

$$\eta_R^d = \eta_p^d (2\mathcal{J}_L)^{3/2} / V^2,$$

где  $\eta_p^d = (\omega_p \tau_p^d)^{-1}$ ,  $(\tau_p^d)^{-1} = \pi e^4 n_d \Lambda / [\alpha^2 (2m)^{1/2} (k_B T_L)^{3/2}]$ ,  $\Lambda$  - кулоновский логарифм.

При рассеянии на акустическом деформационном потенциале

$$\eta_R^{ac} = \eta_p^{ac} (2\mathcal{J}_L)^{-1/2} V^2,$$

где  $\eta_p^{ac} = (\omega_p \tau_p^{ac})^{-1}$ ,  $(\tau_p^{ac})^{-1} = 2^{1/2} G^2 (mk_B T_L)^{3/2} / (\pi \rho s^2 \hbar^4)$ ,  $G$  - константа акустического взаимодействия,  $s$  - скорость звука.

Расчеты зависимостей  $\eta_R^i(V)$ ,  $\eta_R^z(V)$  и их производных от скорости  $V$  (характеризующей энергию направленного движения) были проведены для различных параметров  $T_L$ ,  $n_b$ ,  $v_b$ ; при этом эффективная масса электрона в GaAs  $m = 0.07 m_0$  (где  $m_0$  - масса свободного электрона), а  $v_D = 4.25 \cdot 10^7$  см/с. Характер функциональных зависимостей  $\eta_R^i(V)$ ,  $\eta_R^z(V)$  отражает основные свойства рассеяния и согласуется с результатами [11,12]. Зависимость производной  $d\eta_R^z/dV$  от скорости  $V$  имеет резкий скачок при  $V = V_D$  и последующий спад в области  $V \sim V_D + \Delta V$ ,  $\Delta V \sim 0.2 V_D$ . Это означает сильное рассеяние на продольных оптических фононах при изменении  $v$  от  $4.25 \cdot 10^7$  см/с до  $5.2 \cdot 10^7$  см/с. Функция  $\eta_R^z(V)$  (и ее производная  $d\eta_R^z/dV$ ) определяется суммарным вкладом всех зависимостей  $\eta_R^i(V)$ . Рассеяние на ионизованных донорах ослабевает с увеличением  $V$ ; оно оказывается определяющим в области  $V < V_D$ , так как формирует резкий спад  $\eta_R^z(V)$  и, соответственно, участок с большим отрицательным значением  $d\eta_R^z/dV$ . При более высоких температурах и относительно небольших  $n_b$  становится заметным акустическое рассеяние, причем возрастающая кривая  $\eta_R^{ac}(V)$  может скомпенсировать падающий участок  $\eta_R^d(V)$ . В результате  $d\eta_R^z/dV$  перестает быть отрицательной при  $V < V_D$ . Таким образом, изменение параметров полупроводника оказывает существенное влияние на нелинейную функциональную зависимость диссипативного коэффициента.

Свойства колебаний зависят от соотношения между  $V^{(eq)}$  и  $V_D$ , поэтому рассматриваем режимы движения, когда  $V^{(eq)} < V_D$  и  $V^{(eq)} \geq V_D$ . Сравнение свойств колебаний в однородном ( $\hbar = 0$ ) и неоднородном ( $\hbar \neq 0$ ) полупроводниках проводилось для нескольких серий численных расчетов, обозначенных далее буквами А, В, С. Основные параметры этих режимов движения представлены в таблице. Во всех режимах  $\gamma = 1$ , а в режиме С выбрано  $V_b = V_D$ ,  $\mathcal{E}_b = \mathcal{E}^{(eq)}$ .

Рассмотрим результаты для серии А. При  $\hbar = 0$  решение для электронной

Таблица

Режим	$n_b, \text{см}^{-3}$	$v_b, \text{см/с}$	$T_L, \text{К}$	отн.ед.
A	$10^{16}$	$4.0 \cdot 10^7$	300	-0.05
B	$10^{14}$	$4.2 \cdot 10^7$	5	-0.05
C	$10^{17}$	$4.25 \cdot 10^7$	77	-0.324

плотности  $N(\zeta)$  имеет переходный участок с выбросом, за которым следуют установившиеся периодические колебания. Выброс обусловлен различием значений  $\mathcal{E}_b$  и  $\mathcal{E}^{(eq)}$ . Установившиеся колебания происходят относительно равновесной плотности  $N^{(eq)}=1$  с амплитудой 0.06; величина равновесной скорости  $V^{(eq)}=1$ . Минимальным значениям плотности соответствуют максимальные скорости, и наоборот. Максимальные значения скорости близки к  $V_D$ . Фурье-спектр для реализации  $N(\zeta)$  имеет две резко выраженные спектральные линии, соответствующие им фурье-амплитуды  $FN(q)$  равны  $FN(1)=11.5$ ;  $FN(2)=2$  (значению аргумента  $q=1$  соответствует пространственный период в  $2\pi$ ). Вторая гармоника возбуждена слабее.

Гармоническое воздействие с  $h=0.1$  приводит к более интенсивным колебаниям, чем в случае  $h=0$ . После переходного участка колебания скорости  $V(\zeta)$  принимают трапецевидный характер. Для электронной плотности  $N(\zeta)$  они имеют треугольную форму (рис.1). Расстояния между одинаковыми максимумами равны  $4\pi$ , что соответствует  $1/2$  от частоты  $r$ . Фурье-амплитуда электронной плотности  $FN(1)$  на частоте внешнего воздействия  $r=1$  в три раза больше, а  $FN(2)$  - в десять раз больше, чем соответствующие фурье-амплитуды при  $h=0$ . Кроме высших гармоник, возбуждается субгармоника на частоте  $q=0.5$ . Фурье-амплитуда субгармоники  $FN(0.5)$  меньше  $FN(1)$ ,  $FN(2)$ , но больше  $FN(3)$ . Таким образом, происходит синхронизация колебаний вынуждающим воздействием с частотой  $r$  и изменение свойств исходной структуры.

Для этого же режима при  $h=0.1$ ,  $r=2$  выполняется равенство  $2\gamma^{3/2}=r$ , выражающее условие параметрического резонанса. Минимальные значения  $N(\zeta)$  и максимальные значения  $V(\zeta)$  ограничены действием сильного рассеяния при  $V \approx V_D$ . Решения представляют суперпозицию двух видов колебаний. Для одного из них

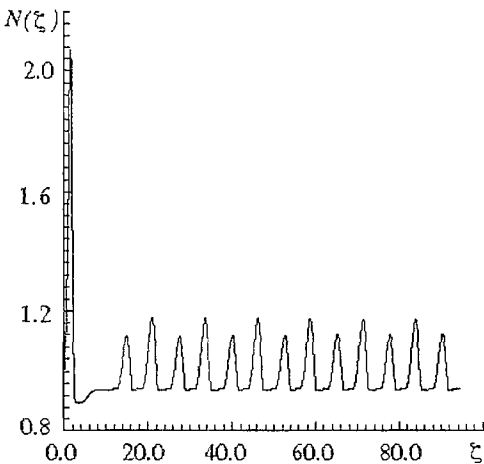


Рис. 1. Установившиеся пространственные колебания при  $h=0.1$ ,  $r=1$

амплитуды колебаний убывают с увеличением  $\zeta$ , для другого - возрастают, но секулярный рост невелик. Генерация спектральной линии  $FN(q)$  на частоте  $q=1$  происходит под воздействием  $FN(r)$  при  $r=2$ , при этом  $FN(2) < FN(1)$ .

Рассмотрим режим движения В. При  $h=0$  собственные колебания имеют очень малые амплитуды относительно равновесных значений: для электронной плотности  $N_m=0.01$ . Фурье-амплитуда основной гармоники тоже невелика:  $FN(1)=4$ . Это объясняется малой разностью  $V_D - V^{(eq)}$ , а также более высокими значениями  $\eta_R^{\pm}(V)$  и  $d\eta_R^{\pm}/dV$  для режима В по сравнению с А. Зависимости  $N(\zeta)$  и  $\mathcal{E}(V)$  даны на рис. 2.

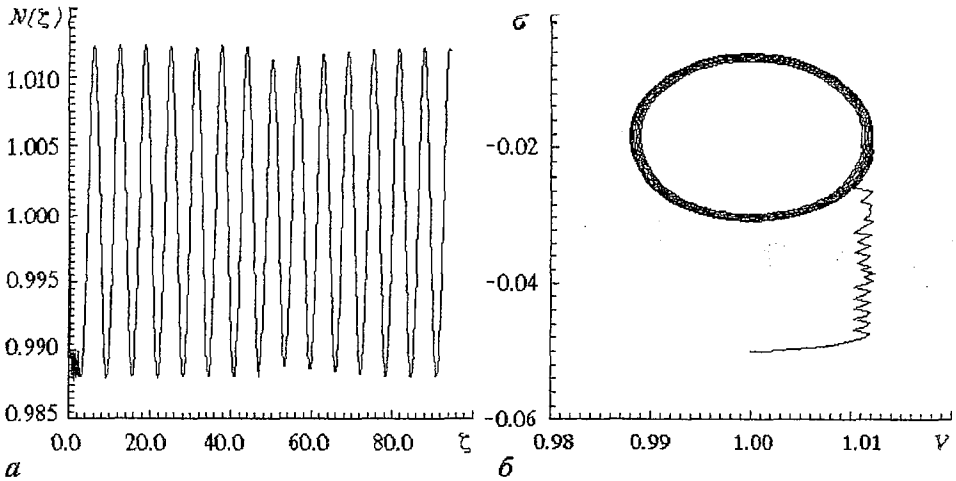


Рис. 2. Диссипативная структура вблизи порога рассеяния: *a* - реализация  $N(\zeta)$ ; *b* - фазовый портрет  $\mathcal{E}(V)$

При  $h=0.1$ ,  $r=1$  имеет место субгармонический нелинейный резонанс. На частоте  $0.5r$  возбуждаются два вида колебаний: амплитуда одного из них увеличивается, а другого - убывает с ростом  $\zeta$  (рис. 3, *a*). Их величины больше амплитуды собственных колебаний. Фазовый портрет  $\mathcal{E}(V)$  характеризует механизм сильного рассеяния и ограничение амплитуды колебаний скорости (рис. 3, *б*). Кроме субгармоники  $FN(0.5r)$ , а также  $FN(1.5r)$ ,  $FN(2.5r)$ , в спектре содержатся высшие гармоники  $FN(lr)$ ,  $l=2,3,\dots$  Основная гармоника  $FN(r)$ , соответствующая частоте синхронизации  $r=1$ , максимальна (рис. 3, *в*).

В режимах движения А, В выполняется соотношение  $v_b < v_D$ . Рассмотрим режим движения С при  $v_b = v_D$ . В этих вариантах для уменьшения выбросов от переходного процесса вблизи  $\zeta=0$  величина  $\mathcal{E}_b$  подобрана близкой к  $\mathcal{E}^{eq}$ . В отличие от режимов А, В, здесь значение  $d\eta_R^2/dV$  при  $V=V_D$  сравнительно мало, и действие сильного рассеяния меньше, чем в предыдущих вариантах. При  $h=0$  решения для  $N, V, \mathcal{E}$  не зависят от координаты, они характеризуют равновесное однородное состояние. При  $h \neq 0$  ( $r=1$ ), даже для самых малых значений  $h$  возникают колебания. Расчеты проведены с  $h=10^{-3}$  и представлены на рис. 4. Динамический процесс является сложным и представляет суперпозицию двух видов колебаний, различающихся масштабами. Присутствуют крупномасштабные колебания с основным периодом  $4\pi/r$ , соответствующим генерации субгармоники  $FN(0.5r)$ . Они представляют серию импульсов с одинаковыми интервалами, равными  $4\pi/r$  ( $r=1$ ). На длине реализации укладывается более 20 целых периодов. Амплитуды таких импульсов отличаются друг от друга, и среди них практически нет совпадений.

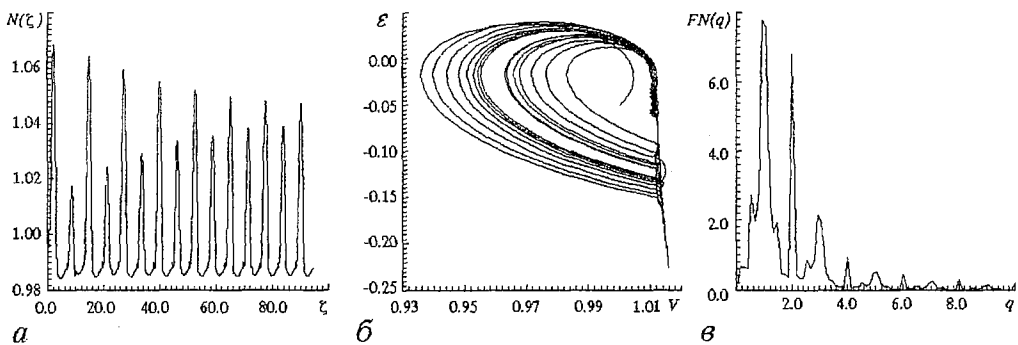


Рис. 3. Влияние сильного рассеяния на динамику электронов при  $h=0.1$ ,  $r=1$ : *a* - реализация  $N(\zeta)$ ; *b* - фазовый портрет  $\mathcal{E}(V)$ ; *c* - фурье-спектр  $FN(q)$

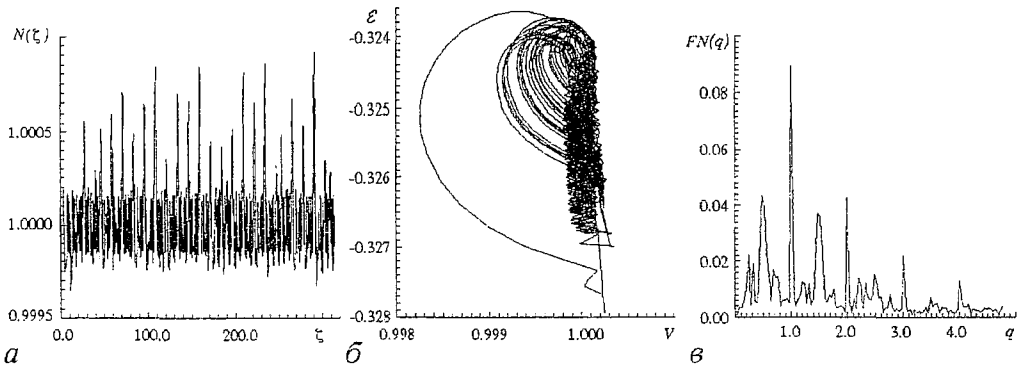


Рис. 4. Стохастизация при слабой неоднородности,  $h = 10^{-3}$ : *a* - реализация  $N(\zeta)$ ; *b* - фазовый портрет  $E(V)$ ; *c* - фурье-спектр  $FN(q)$

Наряду с крупномасштабными, существуют и мелкомасштабные колебания, заполняющие пространство между соседними импульсами крупномасштабной серии. Мелкомасштабные колебания имеют релаксационный характер; их период составляет малую долю периода крупномасштабных колебаний. Эти колебания возникают в результате действия сильного рассеяния на продольных оптических фонах, в точках, где выполняются пороговые условия  $V(\zeta) > V_D$  включения этого механизма.

Реализация пространственных колебаний представлена на рис. 4, *a*. Проекция фазовых траекторий на плоскость  $E(V)$  имеют вид, показанный на рис. 4, *б*. Фазовый портрет состоит из двух областей, соответствующих различным видам колебаний. Мелкомасштабные колебания «стохастизируют» крупномасштабные. Их роль становится более существенной при уменьшении неоднородности, то есть при  $h < 10^{-3}$ . И наоборот, при  $h > 10^{-3}$  их влияние резко ослабевает. Фурье-спектр рассматриваемых процессов приведен на рис. 4, *в*. Он содержит субгармонические относительно широкие спектральные линии  $FN(0.5r)$ ,  $FN(1.5r)$ ,  $FN(2.5r)$  и более узкие линии гармоник  $FN(lr)$ ,  $l=1, 2, 3, \dots$

Несмотря на сложность динамического процесса здесь, как и раньше, внешнее воздействие с частотой  $r$  синхронизирует колебания. Вместе с тем, происходят качественные изменения в эволюции процессов, формах (профилях) колебаний (структур) при  $h \neq 0$ . В зависимости от величины  $h$  в условиях рассеяния на продольных оптических фонах имеют место качественные перестройки, или реконструкции структур тока. Представленные здесь отдельные результаты выбраны из больших серий расчетных данных и отражают типичную картину динамических процессов в системе.

## Выводы

Проведен качественный анализ и численное моделирование совместного действия различных механизмов рассеяния на колебания и резонансы баллистических электронов. При слабой диссипации в неоднородном полупроводнике возможны интенсивные резонансные колебания. Резонансы имеют место и в случае, когда диссипация является слабой на одной части периода колебаний и сильной на другой части его. Однако действие сильного рассеяния ограничивает секулярный рост и амплитуду колебаний. При таких режимах движения имеет место генерация субгармоник и высших гармоник. Эти процессы синхронизируются с периодом модуляции плотности доноров и формируют нелинейный динамический отклик.

При слабых неоднородностях и больших  $n_b$  становится существенным действие мелкомасштабных релаксационных колебаний на динамические процессы



в системе. Внешняя неоднородность реконструирует токковые структуры в условиях нелинейного механизма рассеяния на продольных оптических фононах.

### Библиографический список

1. Ермолаев Ю.Л., Санин А.Л. Электронная синергетика. Л., 1989. 250 с.
2. Санин А.Л., Ермолаев Ю.Л., Мизандронцев Д.Б. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 1-2. С. 102.
3. Cheng M.C., Huang L. // J.Appl. Phys. 1992. Vol. 72. P. 3539.
4. Barunger H., Wilkins J. // Phys. Rev. B. 1987. Vol. 36. P. 1487.
5. Krowne C.M., Blakey P.A. // J.Appl. Phys. 1987. Vol. 61. P. 2257.
6. Blotekjar K. // IEEE Trans. 1970. Vol. ED-17. P. 38.
7. Grubin H.L., Kreskovsky J.R. // Sol. St. Electron. 1989. Vol. 32. P. 1071.
8. Zhou J.R., Ferry D.K. // IEEE Trans. 1992. Vol. ED-39. P. 473.
9. Конуэлл Э. // Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М., 1970.
10. Кокин А.А., Толстихин В.И. // Микроэлектроника. 1984. Т. 13. P. 24.
11. Hinata S. // J.Appl. Phys. 1990. Vol. 68. P. 5205.
12. Jalabert R., Das Sarma S. // Sol. St. Electron. 1989. Vol. 32. P. 1259.

Государственный технический  
университет, Санкт-Петербург

Поступила в редакцию 6.10.94  
после переработки 9.03.95

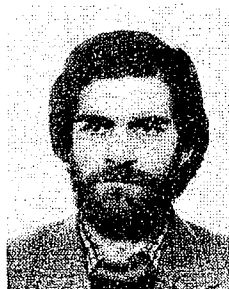
## CURRENT STRUCTURE RECONSTRUCTION UNDER ELECTRON SCATTERING BY IONIZED DONORS AND PHONONES IN INHOMOGENEOUS SEMICONDUCTOR

A.L.Sanin, Yu.L.Ermolaev

By using the moments of Boltzman's equation the analysis of the electron response in n-type GaAs with the space-periodic donor density modulation was carried out. The computer calculations are performed for the different scattering mechanisms and their joint action to the oscillations and structure reconstruction. Under threshold conditions the strong longitudinal optical phonone scattering dominates. The generation of sub-harmonics, high harmonics and small scale relaxation oscillation define the nonlinear dynamics of the electrons.



Санин Андрей Леонардович - родился в 1935 году в Ленинграде, окончил Ленинградский политехнический институт с квалификацией инженера-физика. Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Теоретическая физика» Санкт-Петербургского государственного технического университета. Область научных интересов: транспорт и структуры электронного газа, уравнения квантовой гидродинамики, методы нелинейной математики, фундаментальное образование. Автор и соавтор монографий «Структуры и хаос - проблемы физики», «Электронная синергетика», имеет 80 публикаций в различных журналах, сборниках и трудах конференций.



Ермолаев Юрий Леонидович - родился в 1959 году, окончил Ленинградский политехнический институт (1985). В настоящее время - старший научный сотрудник НИИ электрофизической аппаратуры (НИИЭФА СПб). Автор учебного курса по нелинейной вычислительной физике в Государственном техническом университете. В отечественных и зарубежных изданиях опубликовал более 20 работ, посвященных численному моделированию мощных импульсных систем, коротковолновых лазеров, явлений самоорганизации и хаоса в электронных потоках. Соавтор монографии «Электронная синергетика». Занимается также исследованием микровозрэнческих проблем науки.