



ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУКТУРЫ ПОЛЯ В ЛАЗЕРЕ

Л.А. Мельников, И.В. Вешнева, А.И. Конюхов

Представлены результаты расчетов динамики поперечной структуры поля в однонаправленном кольцевом лазере с быстрорелаксирующей активной средой произвольной оптической толщины. В расчетной модели учитывается конфигурация резонатора, содержащего сферические зеркала и диафрагмы; численные результаты даны для симметричного резонатора. Модовое разложение поля включало моды с радиальным и азимутальным индексом до 10 и 9 соответственно. Получены режимы стационарной генерации с деформированными модами, режимы квазипериодических осцилляций, а также режимы синхронизации, при которых изменение усиления и оптической силы зеркал не приводило к изменению частоты биений поперечных мод. Продемонстрированы фазовые сингулярности (оптические вихри) в поперечном профиле поля и их динамика.

Введение

Формирование поперечных структур и соответствующая пространственно-временная динамика выходного излучения с момента создания лазеров являются предметом многочисленных публикаций. Особенности пространственно-временной динамики в основном исследовались в рамках теорий, оперирующих понятиями конкуренции, синхронизации и деформации поперечных мод [1], самофокусировки и самодиафрагмирования, вызванных поперечно-неоднородным насыщением усиления и дисперсии активной среды и волноводными эффектами [2-6].

В последнее время теоретические исследования поперечной динамики в лазерах проводятся на фоне развития концепций нелинейной динамики, турбулентности, нелинейных волн [7], а также под влиянием экспериментальных работ по использованию лазерных систем с большой апертурой (большими числами Френеля) для моделирования и исследования рождения и динамики сложных поперечных структур [8-22], аналогичных линейным вихрям и ячейкам Бенара в термоконвекции, гидродинамическим вихрям [10], а также кольцевым волнам [22].

Следует отметить, что численное моделирование в нелинейной динамике и, в частности, в нелинейной динамике лазеров является одной из составных частей исследований наряду с теорией и экспериментом. Адекватная модель позволяет провести детальную проверку предположений теории, промоделировать необходимые экспериментальные ситуации и, во многих случаях, построить качественную модель динамических явлений. Таким образом, разработка моделей сложных динамических режимов является важной задачей.

Большинство теоретических и численных результатов цитируемых работ были получены в рамках двух моделей. Первая модель (см., например [8]) основывается на пространственно-временном представлении скалярного светового поля в некоторой плоскости резонатора $\psi(x,y,z)$, $z=\text{const}$ и использует следующие предположения: 1) усиление G за проход мало ($G \ll 1$); 2) коэффициент отражения зеркал достаточно высок ($1-R \ll R$, где R - эффективный коэффициент отражения); 3) изменение поля за проход за счет дифракции и фокусировки зеркалами мало ($LF \ll 1$, где L - периметр резонатора, F - эффективная оптическая сила). Тогда полное изменение поля за обход, деленное на время обхода $T=L/c$, может быть заменено на производную по времени $\partial\psi/\partial t$, что позволяет получить уравнение для поля.

Это уравнение совместно с уравнениями для элементов матрицы плотности, определяющими динамику заселенностей уровней и поляризации среды, описывает динамику лазера. Отметим, что условия 1 и 2 в модели лазера с плоскими волнами составляют так называемый mean-field-limit [23], при котором амплитуда поля в любой точке резонатора одинаково изменяется во времени. Таким образом, условия 1-3 являются обобщением этого предела на случай учета поперечной структуры поля и учета дифракции пучка в свободном пространстве и изменения его параметров за обход из-за отражений от сферических зеркал. Отметим, что условие 1 эквивалентно приближению оптически тонкой активной среды.

Вторая модель [12,14-16] основана на разложении поля по локальному набору поперечных мод Гаусса - Лагерра пустого резонатора в плоскости $z=\text{const}$. При условиях 1-3, можно получить уравнения для амплитуд мод и соответствующих амплитуд разложений заселенностей и поляризации, не содержащие интегрирование по z .

По-существу обе модели эквивалентны, но в работах [8,9] основное внимание уделено многомодовым режимам, в то время как в [12-18] более подробно рассматриваются маломодовые стационарные и динамические состояния. Очевидно, что условия 1-3 соответствуют резонатору с малым частотным расстоянием между поперечными модами (режим генерации одной продольной моды в резонаторе с вырождением - см., например, [19]), оптически тонкой активной среде и узкой линии усиления.

Исследование динамики поперечной структуры поля в лазерах с большим усилением и большой шириной линии (твердотельные лазеры и лазеры на красителях) требует развития моделей, не содержащих условий 1 и 2. Это означает переход к режимам генерации многих продольных мод, что приводит к режимам с заметным изменением поля на интервале, соответствующем времени обхода резонатора. В этих режимах возможна синхронизация мод с образованием коротких световых импульсов. Было показано, что перспективными для получения импульсов являются режимы быстрого изменения поперечного профиля пучка при его самовоздействии в нелинейной среде [24]. При этом оказывается удобным использование резонаторов, близких к неустойчивым, например, концентрического [25], а также упомянутых выше резонаторов с вырождением [19,26], в которых нарушается условие 3. В этом случае возникает задача о моделировании полной пространственно-временной структуры поля. С целью упрощения задачи можно воспользоваться некоторыми приближениями. Для активной среды с широкой линией усиления возможно адиабатическое исключение поляризации среды. Если дисперсия активной среды пренебрежимо мала по сравнению с дисперсией других элементов, то возможно с помощью простой модели исследовать динамику световых импульсов [27]. Для среды с быстрой релаксацией инверсии возможно дальнейшее упрощение исходных лазерных уравнений. Эти приближения эквивалентны описанию влияния активной среды с помощью нелинейной поперечно и продольно неоднородной восприимчивости, определяемой локальным полем. Такая модель применялась для исследования динамики штенсивности и параметров пучка в лазере с быстрорелаксирующей активной средой в рамках представления поля в виде разложения по «гибким» (адаптивным) модам Гаусса -

модам Гаусса - Лагерра, где параметры пучка, также как и амплитуды мод, являлись динамическими переменными [28,29].

В данной работе излагаются результаты численного моделирования динамики поперечной структуры поля в лазере с большим усилением и произвольным эффективным отражением зеркал при произвольном соотношении частотного расстояния между продольными и поперечными модами, когда влияние активной среды проявляется только через нелинейную восприимчивость. В отличие от [28,29], рассмотрены режимы общего вида в отсутствие аксиальной симметрии. Используемая схема позволила учесть существование более чем 200 поперечных мод с радиальным n и азимутальным m индексами $0 \leq n \leq 10$, $|m| \leq 9$.

Работа имеет следующую структуру. В разделе 1 вводятся локальные моды и соответствующие выражения для полей незаполненного резонатора, записаны уравнения динамической модели лазера. Рассмотрены численные методы, использованные для моделирования динамики поперечной структуры поля. Раздел 2 посвящен динамике структуры поля в случае аксиально-симметричных полей и для протяженной активной среды. В разделе 3 изложены результаты исследования динамики лазера в отсутствие аксиальной симметрии, включая динамику фазовых сингулярностей (дефектов). В заключении суммированы результаты работы.

Задача ставится следующим образом. Рассмотрим схему однонаправленного кольцевого лазера, показанную на рис. 1. Тонкая линза L моделирует сферические зеркала, ограничение поля производится при помощи диафрагмы D . Двухуровневая с однородноуширенной линией усиления активная среда A с длиной l расположена симметрично относительно линзы и может, в принципе, заполнять весь резонатор ($l \leq L$). Скорости релаксации разности заселенности γ и поляризации Γ будем считать большими по сравнению с частотой биений продольных мод: $\Gamma T \gg 1$, $\gamma T \gg 1$. При этих условиях возможна генерация большого числа продольных мод, что приводит к существенным изменениям поля на интервале $[0, T]$. Предположим, что в резонаторе находятся дисперсионный элемент и модулятор потерь (не показанные на рисунке), осуществляющие синхронизацию мод. В этом случае будут существовать световые импульсы, форма и длительность которых определяются дисперсией групповой скорости и глубиной модуляции потерь, и слабо зависят от параметров активной среды и амплитуды поля. Таким образом, можно считать, что форма и длительность световых импульсов от прохода к проходу постоянны, в то время как амплитуда их в каждой точке поперечной плоскости изменяется. Динамику поперечной структуры поля будем изучать на интервалах времени, больших или равных T .

Так как детальная форма импульса в данной постановке задачи не существенна, то будем считать, что импульсы имеют прямоугольную форму с произвольной, но не изменяющейся от прохода к проходу длительностью.

Поле в резонаторе будем описывать как суперпозицию мод Гаусса - Лагерра с параметром пучка P , зависящим от продольной координаты z . Выбор зависимости $P(z)$ определяется во многом соображениями удобства построения числовой схемы. При большом числе поперечных мод можно считать, что изменение $P(z)$ соответствует дифракции пучка в свободном пространстве, включая и активную среду. При не слишком большом числе мод удобно выбирать $P(z)$ так, чтобы минимизировалось число существенных для описания поля мод (метод «гибкого»

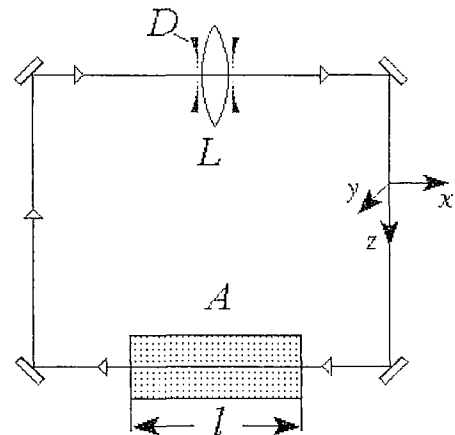


Рис. 1. Оптическая схема лазера. L - тонкая линза, D - диафрагма, A - активная среда

базиса или модифицированный обобщенный метод моментов [5,30,31]). В данной работе будем использовать оба варианта.

1. Динамическая модель

1.1. Моды незаполненного резонатора. Поле в резонаторе в некоторой плоскости $z=\text{const}$ может быть представлено в виде разложения по собственным модам резонатора:

$$E(z, \mathbf{r}, t) = \sum_{m,n} A_n^m(z, t) \Psi_{m,n}(r, t), \quad (1a)$$

$$A_n^m = (1/2\pi) N_{m,n}^{-1} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty r dr E(z, \mathbf{r}, t) \Psi_{m,n}^*(r, \varphi), \quad (1b)$$

где $E(z, \mathbf{r}, t)$ - скалярная, медленно меняющаяся во времени и в пространстве амплитуда электрического поля; $\mathbf{r}=(r, \varphi)$, r , φ - поперечные координаты, z - аксиальная координата; A_n^m - амплитуды мод; m - азимутальный индекс; n - радиальный индекс.

Воспользуемся общепринятым набором мод Гаусса - Лагерра

$$\Psi_{m,n}(r, \varphi) = L_n^{|m|}(\eta(z)r^2)(\eta^2)^{|m|/2} \exp(-P(z)r^2/2 + im\varphi), \quad (2)$$

$$\langle \Psi_{m,n} \Psi_{m',n'} \rangle = N_{m,n} \delta_{mm'} \delta_{nn'}, \quad N_{nm} = n!/(n+m)!, \quad \eta = \eta(z),$$

где L_n^m - полиномы Лагерра, $P(z) = \eta(z) + i\xi(z)$ - обратный комплексный параметр пучка.

Мы используем нормированные координаты z/L , $r/(\lambda L/2\pi)^{1/2}$. Преобразование поля в свободном пространстве от плоскости $z=0$ до плоскости z задано выражениями [32]

$$A_n^m(z, t - z/c) = A_n^m(0, t) [1 + izP(0)]^{-1} \exp(i\varphi_{m,n}),$$

$$P(z) = P(0) [1 + izP(0)]^{-1}, \quad (3)$$

$$\varphi_{m,n} = (2n + |m| + 1) \arctan[\eta(0)z / (1 - \xi(0)z)],$$

где $A_n^m(0, t)$ - амплитуды мод в точке $z=0$.

Преобразование поля на зеркале может быть записано как

$$P(2) = P(1) + iF, \quad A_n^m(2, t) = A_n^m(1, t) R^{1/2}, \quad (4)$$

где 1,2 - обозначают входные и выходные плоскости, F - оптическая сила зеркала, R - коэффициент отражения по мощности.

Влияние диафрагмы может быть представлено как

$$E(2, \mathbf{r}, t) = [T(\mathbf{r})]^{1/2} E(1, \mathbf{r}, t), \quad (5)$$

где $T(\mathbf{r})$ - коэффициент передачи по мощности. Очевидно, что присутствие диафрагмы приводит к изменению параметра пучка P и к перемешиванию различных мод. Если мы предположим, что $T(\mathbf{r}) = \exp(-\eta_d r^2)$, где $\eta_d = 1/w_d^2$, w_d - характерный радиус апертуры, то

$$P(2) = P(1) + \eta_d, \quad (6)$$

$$A_n^m(2, t) = \sum_{n'} A_n^m(1, t) T_{nn'} [\eta(1)/\eta(2)],$$

где матрица $T_{nm'}$ определяется, как

$$T_{nm'}(x) = N_{nm'}^{-1} [(-1)^n (|m| + n')! / n! (n')!] (-n')_n (1-x)^{n-n'} x^{n-|m|-1}, \quad (7)$$

$$(-n')_n = (-n')(-n'+1) \dots (-n'+n-1), \quad (-n')_0 = 1.$$

Для астигматической диафрагмы или для оптической системы с вращением изображения преобразование мод включает моды с различными азимутальными индексами. Как хорошо известно [32], параметр пучка P в любой точке z является решением уравнения

$$P(z+1) = P(z), \quad P(z+1) = [A(z)P(z) + B(z)] / [C(z)P(z) + D(z)], \quad (8)$$

где $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ - матрица кругового обхода резонатора, вычисленная как произведение элементарных матриц распространения в свободном пространстве, матриц зеркала и апертуры, взятых в необходимом порядке. Определим мультипликатор $\mu = dP(z+1)/dP(z) = -(CP(z)+D)^{-2}$. Тогда период биений поперечных мод равен $T_B = (T/2\pi) \arg(\mu)$. Условие стабильности пустого резонатора запишется в виде $|\mu| \leq 1$ ($|\mu| < 1$ соответствует диссипативной устойчивости, $|\mu| = 1$ - гамильтонову типу устойчивости).

1.2. Динамическая модель лазера. Распространение светового импульса в активной среде задано уравнениями Максвелла-Блоха [33]:

$$2i(\partial E/\partial z + (1/c)\partial E/\partial t) + \nabla_{\perp}^2 E = \mathcal{P}(z, \mathbf{r}, t)g, \quad (9)$$

$$\partial D/\partial t = -\gamma [D - 1 - 2i(E^* \mathcal{P} - E \mathcal{P}^*)], \quad (10)$$

$$\partial \mathcal{P}/\partial t = -(\Gamma + i\Delta)\mathcal{P} - (i/2)\Gamma D E, \quad (11)$$

где ∇_{\perp}^2 - поперечный лапласиан; g - усиление на единице длины; γ, Γ - скорости релаксации заселенности и поляризации; $D(z, \mathbf{r}, t)$ - инверсия, нормализованная на ненасыщенную величину; \mathcal{P} - медленно меняющаяся амплитуда поляризации; Δ - отстройка несущей частоты от центра линии. E и \mathcal{P} нормированы так, что $|E|^2$ является безразмерной интенсивностью [33]. Решение этих уравнений при заданном поле $E(1, \mathbf{r}, t)$ на входе в среду определяет выходное поле $E(2, \mathbf{r}, t)$.

Считая, что среда быстрорелаксирующая, мы можем использовать адиабатическое исключение и положить

$$\partial \mathcal{P}/\partial t = 0, \quad \partial D/\partial t = 0. \quad (12)$$

Введем соответствующие обозначения и перейдем в систему координат $z, t - z/c$. Получим

$$2i\partial E/\partial z + \nabla_{\perp}^2 E = [-g(\delta + i)E] / [1 + \delta^2 + |E|^2], \quad (13)$$

где $\delta/\Gamma = \Delta$ - отстройка несущей частоты от центра линии усиления.

Так как t входит в (13) как параметр, то форма импульса в среде не изменяется, однако амплитуда импульса в каждой точке поперечной плоскости будет различна. Представим решение уравнения (13) в виде суперпозиции мод Гаусса - Лагерра

$$E(r, \varphi) = \sum_{nm} A_n^m(z) L_n^{|m|}(\eta(z)r^2) (\eta r^2)^{|m|/2} \exp(-P(z)r^2/2 + im\varphi). \quad (14)$$

В модели гибкого базиса [5,30,31] комплексный параметр пучка основной моды является динамической переменной, также как и амплитуды мод. Уравнения для неизвестных комплексных амплитуд A_n^m могут быть записаны в виде

$$2idA_n^m/dz + \sum_{lk} (L_{nl}^{mk} + \chi_{nl}^{mk})A_l^k = 0, \quad (15)$$

где

$$L_{nl}^{mk} = \langle mn | 2i\partial/\partial z + \nabla_{\perp}^2 | kl \rangle = \delta_{mk} [(|m|+n+1)V\delta_{l,n} + 1 + [-2P + (2iV'' - 4\eta)(|m|/2+n) + V(2n+|m|+1)]\delta_{m+n} V^* \delta_{l,n-1}], \quad (16)$$

$$\chi_{nl}^{mk} = g(\delta+i) \int_0^{2\pi} d\varphi / 2\pi \int_0^{\infty} dx \{ \exp[-x - i(k-m)\varphi] L_n^{|m|} L_l^{|k|} / [1 + \delta^2 + |E(x,\varphi)|^2] \}, \quad (17)$$

$$V = (idP/dz - P^2)/[2\eta(z)], \quad V = V' + iV''. \quad (18)$$

Таким образом, распространение импульса в свободном пространстве описывается выражениями (3), преобразование поля на линзах и диафрагме выражениями (4), (5) и (6), преобразование поля в активной среде - (15)-(17). Следовательно, решение уравнений (16), включающих (17), (18), совместно с выражениями (3)-(6) дает преобразование поля в резонаторе за один проход. Пространственно-временная динамика поля в лазере определяется последовательностью этих преобразований.

Для численного решения уравнения (13) использовались следующие методы.

А. Модовые уравнения. Система уравнений (15) включает матричные элементы восприимчивости χ_{nl}^{mk} , вычисление которых требует двухкратного интегрирования. Аналитические выражения для χ_{nl}^{mk} возможно получить лишь для режимов с малым числом генерируемых поперечных мод. Значительного уменьшения времени вычислений удастся достичь с помощью следующей процедуры, использующей особенности явного выражения для восприимчивости $\chi = g(\delta+i)/(1+\delta^2+|E|^2)$ из (13).

Умножим обе части уравнения (13) на $(1+\delta^2+|E|^2)$, воспользуемся представлением для поля (14) и разложим обе части полученного уравнения по модам. Нетрудно получить

$$\begin{aligned} & 2iN_{kl}dA_k^l/dz + [2i\delta_{m+q,i+s}/(1+\delta^2)] \sum_{nmklpqrs} (dA_n^m/dz) A_p^q A_r^s J_{nkp}^{mlqs} = \\ & = -\delta_{ml} \sum_{nmr} A_n^m N_{mr} \{ [g(\delta-i) - 2P - |m|(2+n)(4\eta+2iV'') + V(2n+|m|+1)] \delta_{kn} - \\ & - nV^* \delta_{k,n-1} - (n+|m|+1)V\delta_{k,n+1} \} - \delta_{m+q,i+s} \sum_{nmklpqrs} A_n^m A_p^q A_r^s \{ [-2P - (|m|/2+n)(4\eta+2iV'' + \\ & + V(2n+|m|+1))] J_{nkp}^{mlqs} - (n+1)VJ_{n+1,kpr}^{mlqs} - (n+|m|)V^* J_{n-1,kpr}^{mlqs} \}, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$N_{mm} = (n+|m|)!/n!, \quad J_{nkp}^{mlqs} = \int_0^{\infty} dx L(x)_n^{|m|} L(x)_k^{|l|} L(x)_p^{|q|} L(x)_r^{|s|} x^{|m|+|q|+|s|} 2e^{-2x}.$$

Система (19) задает производные dA_n^m/dz неявно. Отметим, что все матричные элементы J_{nkp}^{mlqs} , $J_{n,k}^{m,l}$ выражаются в явном виде через интегралы от произведений двух или четырех полиномов Лагерра и вычисляются точно. Таким образом, для интегрирования системы следует вычислить соответствующие произведения амплитуд, решить линейную систему относительно производных, а затем воспользоваться, например, методом Рунге - Кутты для нахождения A_n^m .

Б. Метод расщепления. Следуя [34], разделим активную среду на «тонкие» слои, чередующиеся с участками свободного пространства. В активных слоях можно пренебречь дифракцией, в то время как в свободном пространстве $g=0$. В произвольной точке \mathbf{r} поперечной плоскости в активной среде изменение поля $E(\mathbf{r},z)$ определяется решением уравнений

$$dE/dz = -[i(i+\delta)gE]/[2(1+\delta^2+y)], \quad (20)$$

$$dy/dz = -gy/(1+\delta^2+y).$$

Распространение на участке свободного пространства задано выражениями (3). Таким образом, попеременно используя разложение (14), обратное преобразование (16), (3) и (20), можно определить преобразование поля в активной среде произвольной оптической толщины.

При вычислениях использовались оба метода **A** и **B**; результаты практически совпали и поэтому в дальнейшем не указывается метод расчета.

2. Приближение аксиально-симметричных мод и оптически плотной активной среды

В случае аксиально-симметричных мод решение уравнения (13) запишем в виде

$$E(z,r) = \sum_n^N A_n L_n(\eta r^2) \exp(-P(z)r^2/2). \quad (21)$$

В данном случае правильный выбор зависимости $P=P(z)$ обеспечивает сокращение требуемого числа мод N . В частности, если выбрать $P(z)$ так, чтобы

$$V = [FA^*_0 - F^*A_2]/[|A_0|^2 - |A_2|^2] = (2idP/dz - P^2)/\eta, \quad (22)$$

где

$$F = -(\chi_{10}A_0 + \chi_{12}A_2/2),$$

то можно ограничиться всего тремя модами [31].

Из системы (18) в этом случае мы получаем систему уравнений для амплитуд трех мод.

$$\begin{aligned} 2idA_0/dz &= (L_{00} + \chi_{00})A_0 + (L_{01} + \chi_{01})A_1 + \chi_{02}A_2, \\ 2idA_1/dz &= (L_{10} + \chi_{10})A_0 + (L_{11} + \chi_{11})A_1 + (L_{12} + \chi_{12})A_2, \\ 2idA_2/dz &= \chi_{20}A_0 + (L_{21} + \chi_{21})A_1 + (L_{22} + \chi_{22})A_2. \end{aligned} \quad (23)$$

Численное моделирование динамики лазера проводилось при следующих значениях параметров: $\delta = 0$, $\eta_d = 0.005$, $F = 0 \dots 4$, $G = gl = 0 \dots 4$, $l = L = 1$.

Было обнаружено, что установившееся распределение поля, мощность, размер пятна $1/\eta$ и кривизна пучка ξ могут несколько отличаться при различных начальных условиях, в связи с чем использовались стандартные начальные условия: $A_0=0.1$, $A_1=0$ и $A_2=0$. На рис. 2, а показана карта динамических состояний на плоскости параметров G, F . Показаны стационарные состояния с нулевой St и ненулевой St интенсивностью, состояния с периодической и квазипериодической модуляцией интенсивности от прохода к проходу. Так как изучались достаточно короткие (до 1500 проходов) реализации, то характер квазипериодической модуляции не указывается. Линии бифуркаций строились как линии, на которых один из мультипликаторов становился равным 1 по модулю. В данном случае мы имеем 7 независимых действительных переменных после исключения фазы поля на оси пучка. Значения мультипликаторов вычислялись как собственные значения якобиана преобразования от «вектора» $(A_1 \exp(-i\psi_n), A_2 \exp(-i\psi_n), A_3 \exp(-i\psi_n), P)$ на n -ом проходе к «вектору» $(A_1 \exp(-i\psi_{n+1}), A_2 \exp(-i\psi_{n+1}), A_3 \exp(-i\psi_{n+1}), P)$ на следующем, $(n+1)$ -ом проходе, где $\psi_n = \arg(A_1 + A_2 + A_3)_n$, $\psi_{n+1} = \arg(A_1 + A_2 + A_3)_{n+1}$. При исследовании циклов $2T, 3T, \dots$ вычислялись соответствующие мультипликаторы за два, три, ... прохода. Было обнаружено, также как и в [28,29], что существуют узкие области синхронизации вблизи тех значений F , при которых $\arg(\mu) = 2\pi(p/q)$, где p и q - целые. В частности, на рис. 2, б показана структура такой области синхронизации при $p=1$, $q=2$ (цикл $2T$). При больших значениях усиления наблюдалась бифуркация удвоения цикла 2, то есть цикл $4T$. Штриховой линией показана граница области синхронизации, полученная из анализа последовательности итераций, так как из-за близости нескольких мультипликаторов к (-1) используемый алгоритм давал неоднозначные

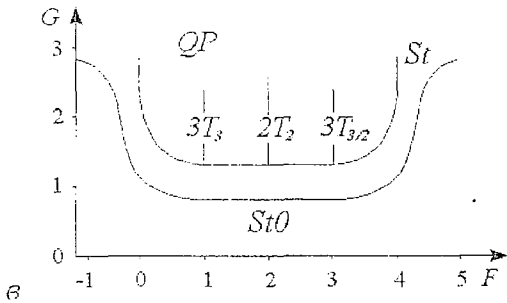
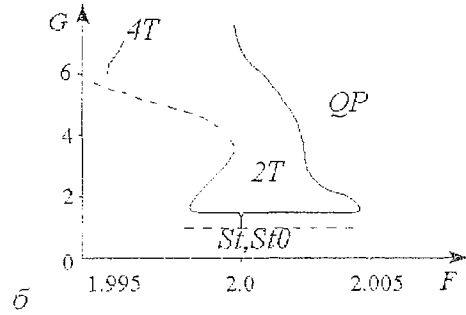
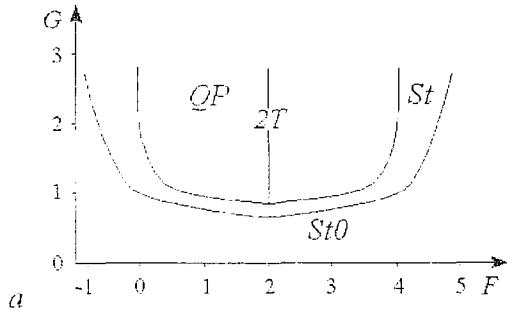


Рис. 2. Диаграмма оптических состояний на плоскости параметров усиления по мощности G и оптической силы линзы F : a - случай генерации трех аксиально-симметричных мод; b - область синхронизации вблизи цикла $2T$ (отмеченного на рис. 2, a линией) в увеличенном масштабе. Линия, обозначенная итрихами, проведена с использованием результатов итераций отображения для амплитуд мод и параметров пучка, так как в этой области происходила потеря устойчивости при вычислении мультипликаторов; b - неаксиально-симметричный случай. Линиями $2T$ и $3T$ схематически показаны режимы периодических колебаний (циклы $2T$ и $3T$)

результаты. Для исключения гистерезиса начальные значения параметров выбирались внутри зоны, а затем изменялось либо значение G , либо F до выхода из режима синхронизации.

Отметим, что при $F=0$ и $F=4$ (эти значения соответствуют резонатору с плоскими зеркалами и концентрическому резонатору) поперечное ограничение поля происходит только из-за диафрагмы. При этом резко увеличиваются потери п. соответственно, пороговое значение усиления. Отметим также, что хотя стационарная генерация возможна при $F < 0$ и $F > 4$, режимов с модуляцией интенсивности не наблюдается. Также, как и в [28], стационарные режимы соответствуют генерации в той или иной степени деформированной основной моды, в то время как режимы с квазипериодической модуляцией характеризуются существенным присутствием высших мод.

Переход от режима стационарной генерации к режиму модуляции мощности можно интерпретировать как выход из-под порога высших мод и возникновение соответствующих интерференционных структур в поперечном профиле поля. Вследствие различных набегов фаз мод за обход возникает квазипериодическая модуляция мощности генерации. Так как $\delta=0$, то дополнительный набег фазы из-за линейной или нелинейной дисперсии отсутствует, что объясняет практически вертикальный ход линий резонансов nT и узость областей синхронизации.

3. Динамика поперечной структуры поля в отсутствие аксиальной симметрии

В общем случае в лазере могут существовать моды с $m \neq 0$, что существенно усложняет динамику и поперечную структуру поля. Для численного моделирования использовалась конфигурация лазера с тонкой активной средой ($l \ll 1$) при условии $G = gl \sim 1$ и с учетом мод $n \leq 10$, $m \leq 9$. Динамика параметра пучка основной моды соответствовала поведению пучка в свободном пространстве, а значение $P(z=0)$ равнялось параметру пучка основной моды незаполненного

резонатора ($V=0$). Для исключения зависимости от начальных условий также использовались стандартные условия $A_0^0=0.1$, $A_n^0=0$, $|m| > 0$. Вычисления проводились при тех же значениях параметров, что и в разделе 2.

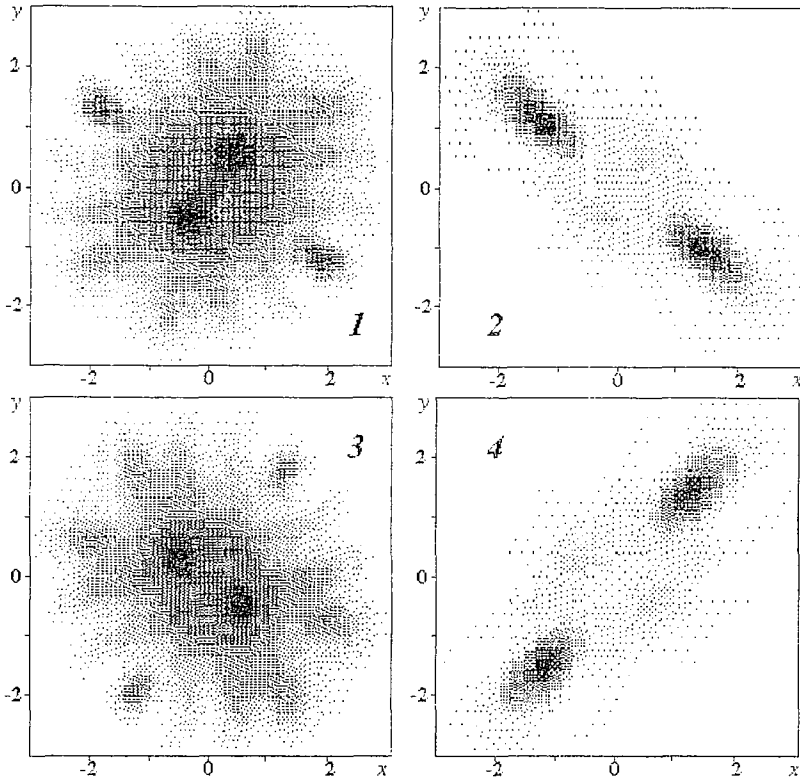
Следует отметить, что в данной системе существует по крайней мере два уровня нарушения симметрии. Первый связан с разрушением радиальной симметрии поля при возникновении мод с $m \neq 0$. При радиальной симметрии активной среды моды с индексами $m=\pm 1, \pm 2$ равноправны, и нарушение радиальной симметрии тем не менее приводит к структурам, симметричным относительно оси $\varphi=0$ [8,9]. Нарушение этой симметрии будет происходить на втором уровне. Установление определенных соотношений между амплитудами мод будет характеризовать другие уровни динамической симметрии, в то время как первые два уровня связаны с симметрией исходных модовых функций.

Диаграмма динамических состояний показана на рис. 2, в. Линиями $3T$ и $2T$ показаны зоны синхронизации соответствующих циклов, причем нижние индексы показывают значение числа вращений $\nu=2\pi/\arg(\mu)=T/T_B$. Очевидно, что при выводе картины поля на каждом проходе цикл с числом вращений ($3/2$) проявляется как цикл 3.

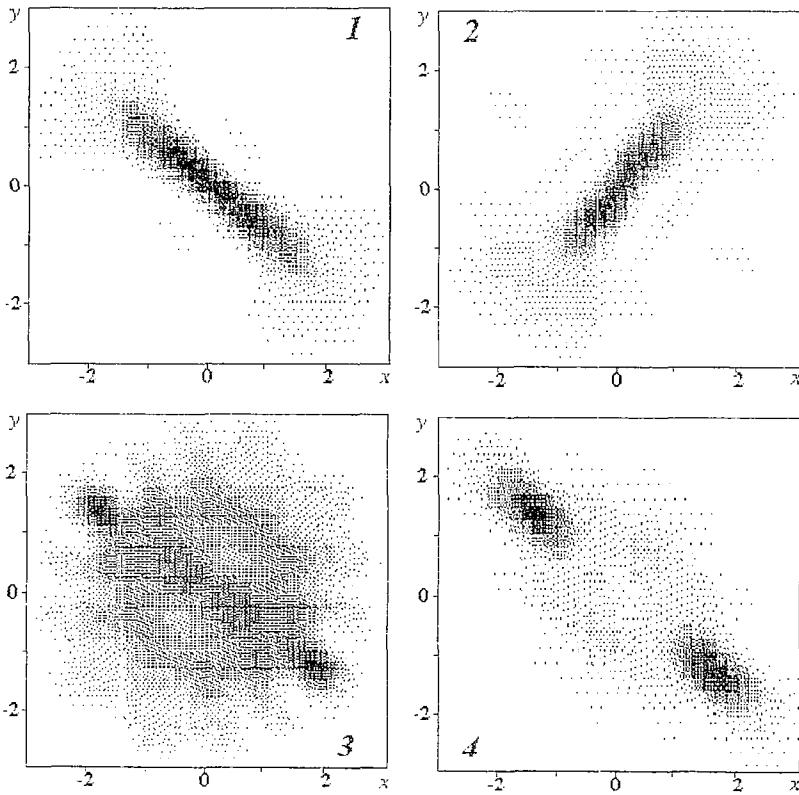
Видно, что диаграмма в целом подобна диаграмме на рис. 2, а за исключением некоторых количественных различий. В то же время есть и принципиальные отличия, в частности, области синхронизации оказались чрезвычайно узкими. Это, по-видимому, связано с данной конфигурацией резонатора, в которой набег фазы основной моды φ_0^0 меняется от 0 до 2π при изменении F от 0 до 4. Резонанс (и области синхронизации) следует ожидать здесь при $F \rightarrow 4$, так как набег фаз высших мод пропорциональны φ_0 , $\varphi_n^m=(2n+|m|+1)\varphi_0^0$, и $\varphi_n^m \rightarrow 2\pi k$ ($k=1,2,\dots$) только при $\varphi_0^0 \rightarrow 2\pi$. В том месте, где был цикл $2T$ при $m=0$, $\varphi_0^0=\pi/2$. Так как разность фаз соседних поперечных мод при $m \neq 0$ составляет $\pi/2$, π , $3\pi/2,\dots$, то должен существовать цикл $4T$ в поперечном профиле. В то же время полная мощность поля определяется $\sum_{n,m}|A_n^m|^2$, и при соответствующем (противофазном) изменении амплитуд мод с индексом $m=\pm 1, \pm 2,\dots$ может наблюдаться цикл $2T$, что и происходило в численном эксперименте. Результаты расчетов при $\delta \neq 0$ показывают, что ширины областей синхронизации существенно увеличиваются.

На рис. 3, а, б показана эволюция структуры пучка от прохода к проходу при $G=1.5$, $F=2$ в режиме цикла $4T$ (по мощности $2T$) (а) и при $G=1.6$, $F=3$ (цикл $6T$ по профилю и $3T$ по мощности) (б). Показаны двумерные распределения интенсивности во входной плоскости линзы от прохода к проходу, пронумерованные в порядке возрастания. Более детальное рассмотрение динамики поля внутри резонатора показывает, что эволюция поля происходит сложным образом (рис. 3, в). При данной конфигурации резонатора и активной среды преобразование поля в резонаторе связано в основном с дифракцией в свободном пространстве. Очевидно, что вследствие дифракции пучок, вытянутый вдоль одной из осей, на определенном расстоянии вытягивается вдоль ортогонального направления, как это видно из рисунка. При $\delta=0$ роль активной среды сводится к нелинейно пропускающему пространственному фильтру, меняющему только амплитуду волны в данной точке. Из рис. 3, а, б видно, что качественная картина эволюции пучков в режимах циклов $2T(4T)$ и $3T(6T)$ подобна.

Несколько иная картина наблюдается в режимах квазипериодических осцилляций мощности. На рис. 4, а, б показана эволюция структуры поля (а) и временные зависимости для интенсивности основной моды $I_{00}=|A_0^0|^2$, следующей моды с $m=1$ $I_{01}=|A_0^1|^2$ и полной мощности W (б) при $G=1.5$, $F=2.5$. Видно, что амплитуды мод приблизительно постоянны, в то время как полная мощность модулирована на частоте, соответствующей частоте биений поперечных мод. Видно также, что характер изменения структуры поля соответствует с хорошей точностью вращению картины как целого, с соответствующим незначительным



a



b

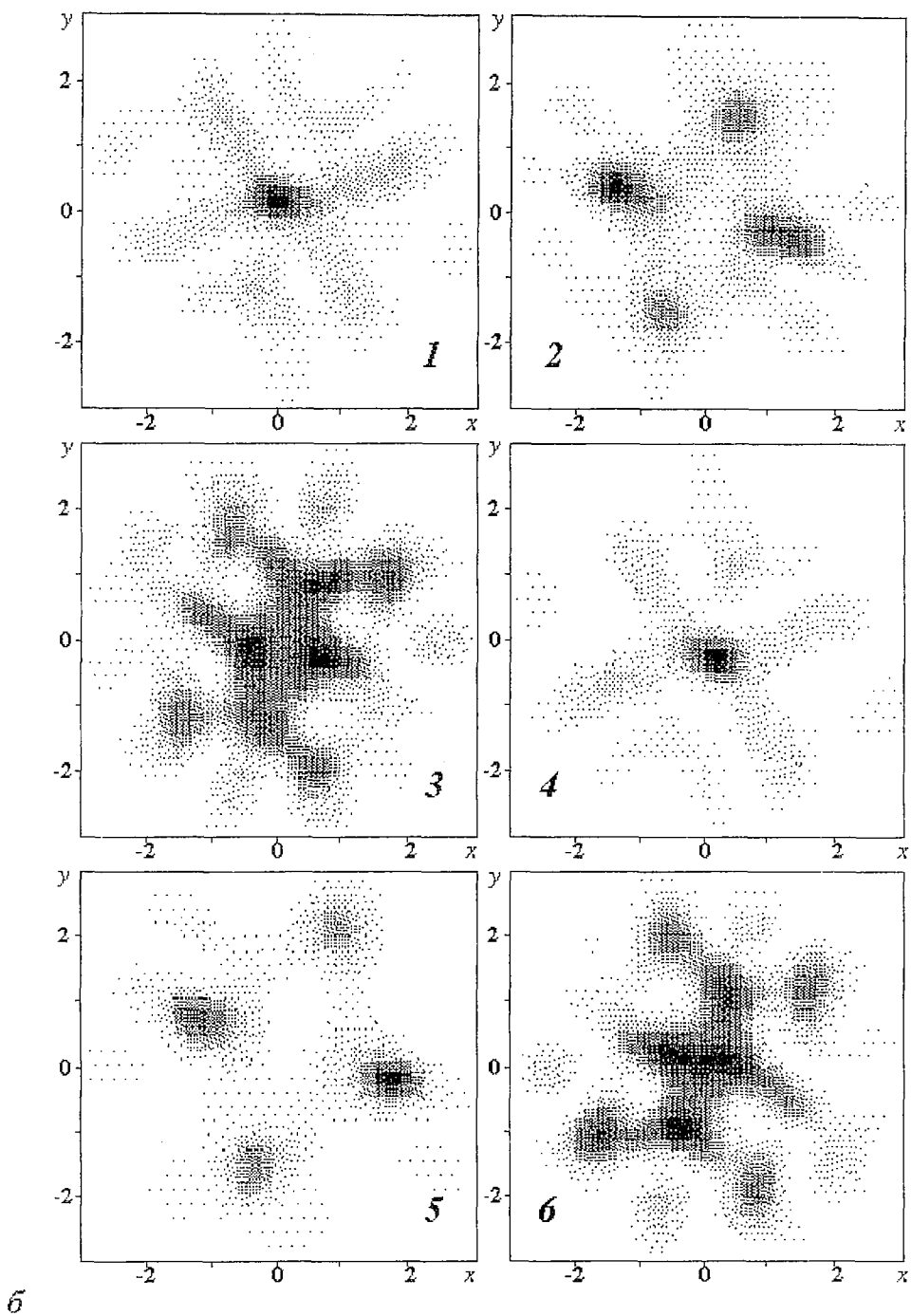


Рис. 3. Эволюция распределения мощности непосредственно перед линзой: *a* - за 4 прохода при $F=2$, $G=1.5$; *б* - за 6 проходов при $F=3$, $G=1.6$, соответствующая режимам колебаний мощности $2T$ (*a*) и $3T$ (*б*); *в* - динамика структуры поля внутри резонатора, показывающая преобразование пучка от изображенного на картинке 1 рис. 3, *a* к картинке 2

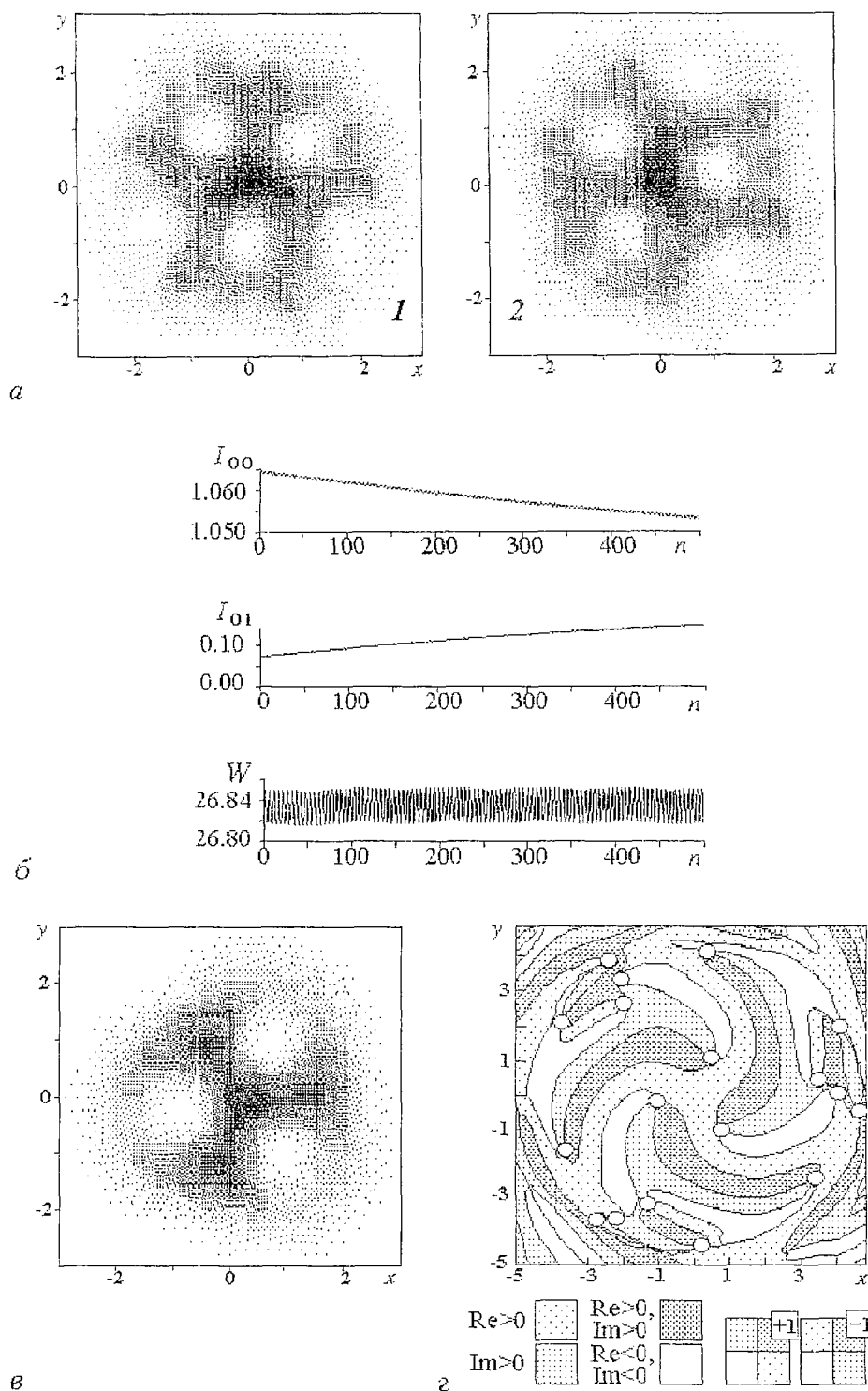


Рис. 4. Динамика в режиме квазипериодических колебаний $F=2.5$, $G=1.5$: а - эволюция распределения поля перед линзой за 2 прохода; б - эволюция полной мощности пучка W и интенсивности мод с $m=0$, $n=0$ и $m=1$, $n=0$ (I_{00} и I_{01} соответственно) от прохода к проходу; в - структура пучка и г - положение фазовых сингулярностей в режиме квазипериодической осцилляции $F=2.5$, $G=1.3$

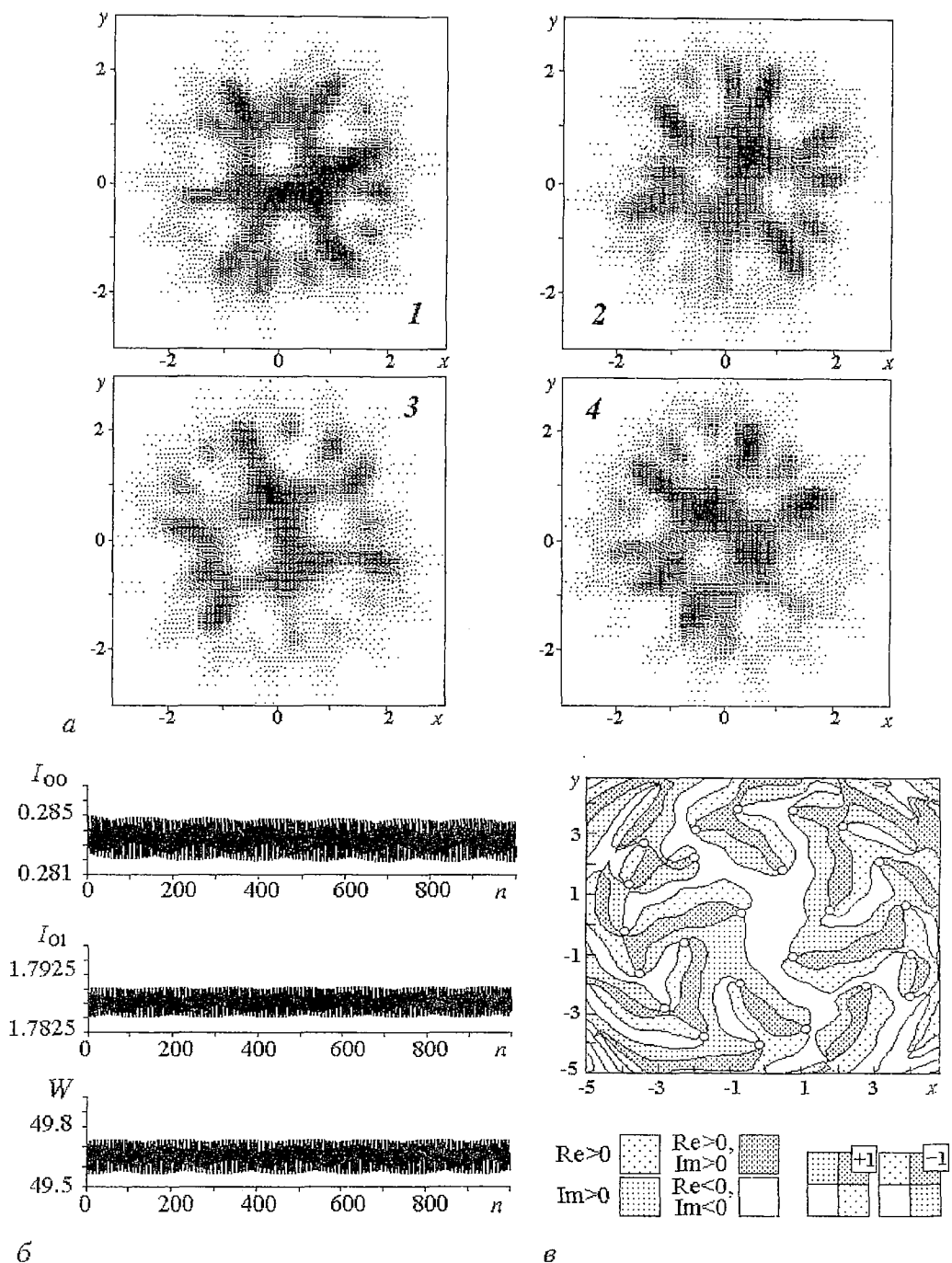


Рис. 5. Динамика в режиме квазипериодических колебаний $F=2.5$, $G=1.8$: а - эволюция распределения поля перед линзой за 4 прохода; б - эволюция полной мощности пучка W и интенсивности мод с $m=0$, $n=0$ и $m=1$, $n=0$ (I_{00} и I_{01} соответственно) от прохода к проходу; в - положение дефектов

изменением ее яркости. Считая, что амплитуды мод постоянны, и учитывая набег фазы, можно определить угол поворота картины за обход $\varphi_n^m = -(2n+|m|)\varphi_0/m$, $m \neq 0$, из чего следует, что при $n=0$ угловая скорость вращения не зависит от m . Таким образом, суперпозиция мод $\{0,0\}$ и $\{m,0\}$ соответствует картине, вращающейся как целое с постоянной угловой скоростью. На рис. 4, в показано распределение

интенсивности при $G=1.3$, $F=2.5$. Нетрудно показать, что подобные картины получаются при возмущении моды с $m=3$, $n=0$: $E(\mathbf{r})=A_0^3\Psi_0^3+A_0^0\Psi_0^0$. Как известно [16], если поле в поперечной плоскости содержит изолированный нуль, то при обходе точки нуля по замкнутому контуру криволинейный интеграл от градиента фазы дает $2\pi q$, где $q=\pm 1, \pm 2, \dots$ - «топологический заряд» фазовой сингулярности «дефекта» [8,9,16]. В данном случае мы имеем дефект с $q=+3$ при $A_0^0=0$ в точке $\mathbf{r}=0$, который распадается на три дефекта с зарядами $+1$ при $A_0^0 \neq 0$.

Более подробная картина фазовых сингулярностей показана на рис. 4, 2, где кроме упомянутых выше трех дефектов в центре можно найти еще несколько на периферии пучка. Очевидно, что их местоположение определяется пересечением линий $\text{Re}E=0$ и $\text{Im}E=0$, а заряд - чередованием областей $\text{Re}E>0$, $\text{Im}E>0$ («шаблон» для определения знака дефекта также показан на рисунке). Их существование определяется присутствием мод с $m>3$, $n=0$. Из рисунка видно, что знаки периферийных дефектов определены однозначно знаками центральных, так как они находятся на одних и тех же кривых $\text{Re}E=0$, $\text{Im}E=0$. Это свойство полей в линейном случае отмечалось в [35]. В лазере динамика дефектов определяется дифракцией и нелинейностью среды. При дифракции пучка амплитуды мод меняются одинаково, а фазовые набегги приводят к вращению картины.

В тонкой нелинейной среде положение дефекта практически не изменяется, так как при любом значении усиления нулевое значение поля остается нулевым (спонтанное излучение приводит лишь к небольшому сдвигу дефекта). Отметим, что начальные условия соответствовали заряду $q=0$, и полный заряд $\Sigma q=0$, по крайней мере в области, содержащей почти 100 % мощности пучка ($r/w \leq 5$). Это может характеризовать возникновение дефектов через рождение пар с $q \neq \pm 1$ и последующий распад образовавшейся пары, аналогично тому, как это наблюдалось в [16] при небольшом числе поперечных мод. С ростом усиления вследствие включения высших мод картина усложняется (рис. 5). Вращение картины (рис. 5, а) сопровождается более выраженными изменениями яркости и модуляцией амплитуд мод и мощности (рис. 5, б) с частотой биений, вследствие возбуждения мод с $n>0$. Соответствующая картина дефектов достаточно сложна и их положение становится частично неупорядоченным (рис. 5, в).

Заключение

В статье представлена динамическая модель лазера, которая может быть применена для исследования динамики поперечной структуры поля. В отличие от большинства работ, в которых в той или иной степени использовалось приближение «mean-field-limit» или приближение небольшого числа поперечных мод, в данной работе использована модель без ограничения на число поперечных мод и параметры резонатора в приближении, когда активная среда задана через нелинейную восприимчивость, а ее дисперсией можно пренебречь. Модель легко обобщается на случай медленной релаксации инверсии [27].

Представленные результаты численного моделирования показывают, что в ряде случаев возможно существование режимов захвата, когда частота биений поперечных мод есть субгармоника частоты $c/(2L)$. В этом режиме небольшие изменения кривизны зеркал или их расположения не влияют на частоту биений поперечных мод. Для данной системы характерна также генерация деформированных стационарных мод (кооперативный захват [15]) и режимы с квазипериодической модуляцией мощности в пучке, сопровождающиеся вращением картины или более сложными явлениями. Динамика поперечной структуры поля при умеренных усилениях за проход $G \leq 1.2$ в большой степени определяется интерференцией мод резонатора при медленно изменяющихся амплитудах мод. В этих режимах эволюция фазовых сингулярностей поля (дефектов) происходит практически как в линейном случае. Сравнение результатов данной работы с [8,9,16,18], а также с опубликованными в последнее

время результатами [36-39] показывает, что динамика установления инверсии и поляризации в активной среде не оказывает решающего влияния на динамику поперечной структуры поля в режимах, соответствующих устойчивой конфигурации резонатора, и результаты, полученные для лазеров с малым числом продольных мод, могут быть также применены к исследованию поперечной динамики в лазерах, генерирующих короткие или сверхкороткие импульсы.

Выполнение работы поддерживалось грантами NS4000 Международного научного фонда и ESPRIT CONTRACT P9282-ACTCS, EC-RUSSIA COLLABORATION.

Библиографический список

1. Волновые и флуктуационные процессы в лазерах / Ред. Ю.Л.Климонтович. М.: Наука, 1974.
2. *Firth W.E.* // *Opt. Commun.* 1977. Vol.22. P. 226.
3. *Yariv A., Yeh P.* // *Opt. Commun.* 1978. Vol. 27. P. 295.
4. *Акчурина Г.Г., Мельников Л.А., Рабинович Э.М., Тучин В.В.* // РЭ. 1981. Т.26. С. 1453.
5. *Мельников Л.А., Рабинович Э.М., Тучин В.В.* Газоразрядные лазеры с линзоподобными средами. Саратов: Изд-во СГУ, 1987.
6. *Khanin Ya.I., Kogan F.G., Novikov V.D. et al.* // *Opt. Commun.* 1980. Vol. 32. P.456.
7. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
8. *D'Angelo E.J., Green C., Tredicce J.R., Abraham N.B. et al.* // *Physica D.* 1992. Vol. 61. P. 6.
9. *Chen Z., Abraham N.B., Balle S., D'Angelo E., Tredicce J.R.* // *Proc. SPIE.* 1994. Vol. 2099. P. 2.
10. *Couillet P., Gil L., Rocca F.* // *Opt. Commun.* 1989. Vol. 73. P. 403.
11. *Tamm Chr., Weiss C.O.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1990. Vol. B7. P. 1034.
12. *Lugiato L.A., Oppo G.L., Tredicce J.R., Narducci L.M., Pernigo M.A.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1990. Vol. B7. P. 1019.
13. *Hollinger F., Jung Chr., Weber H.* // *Opt. Commun.* 1990. Vol. 75. P. 84.
14. *Brambilla M., Battipede F., Lugiato L.A., Penna V. et al.* // *Phys. Rev. A.* 1991. Vol. 43. P. 5090.
15. *Lugiato L.A., Oldano C., Narducci L.M.* // *J. Opt. Soc. Amer.* 1988. Vol. B5. P. 879.
16. *Lugiato L.A.* // *Phys. Rep.* 1992. Vol. 219. P. 293.
17. *Lugiato L.A., Prati F., Narducci L.M., Ru P. et al.* // *Phys. Rev. A.* 1988. Vol. 37. P.3847.
18. *Weiss C.O.* // *Phys. Rep.* 1992. Vol. 219. P. 311.
19. *Dangoisse D., Hennequin D., Lepers C., Louvergneaux E., Gloriex P.* // *Phys. Rev. A.* 1992. Vol. 46. P. 5955.
20. *Petrossia F., Pinfrol M., Maitre, Courtois J.Y. et al.* // *Europhys.Lett.* 1992. Vol. 16. P. 689.
21. *Swartzlander G.A., Law G.T.* // *Phys.Rev.Lett.* 1992. Vol. 69. P. 2503.
22. *Tredicce J.R., Hayet G., Mindlin G.* // *Eur.Quant.Electr.Conf., Firenze, Italy,* 1993.
23. *Bonifacio R., Lugiato L.A.* // *Lett.Nuovo Cimento.* 1978. Vol. 21. P.505.
24. *Gabetta G., Huang D., Jacobson J., Ramaswamy N., Ippen E.G., Fujimoto J.G.* // *Opt. Lett.* 1991. Vol. 16. P. 1756.
25. *Piche M.* // *Opt. Commun.* 1991. Vol. 86. P. 156.
26. *Kafka J.D., Baer T.* // *CLEO 1991, Tech. Digest Ser., (Opt. Soc. Amer., Washington DC) JMA2.*
27. *Melnikov L.A., Veshneva I.V., Konukhov A.I.* // *J. Chaos, Solitons, and Fractals.* 1994. Vol. 4. P.1535.

28. Melnikov L.A., Tatarkova S.A., Tatarkov G.N. // J. Opt. Soc. Amer. 1990. Vol. B7. P. 1286.
29. Veshneva I.V., Melnikov L.A., Sokolov A.A., Tatarkov G.N. // Nonlinear Dynamics in Optical Systems. Tech. Digest (Opt. Soc. Amer., Washington DC). 1992. Vol. 16. P. 154.
30. Вешнева И.В., Мельников Л.А. // Опт. и спектр. 1991. Т. 71. С. 175.
31. Дербов В.Л., Мельников Л.А., Новиков А.Д. // Квант. электр. 1987. Т. 14. С. 2529.
32. Маркузе Д. Оптические волноводы и резонаторы. М.: Мир, 1974.
33. Scully M.O., Sargent M., Lamb W.E. // Laser Physics. 1974
34. Feit M.D., Fleck J.A // Appl. Opt. 1979. Vol. 17. P. 3390.
35. Shvartsman N., Freud I. // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 72. P. 1008.
36. Brambilla M., Cattaneo M., Lugiato L.A., Pirovano R. et al. // Phys. Rev. A. 1994. Vol. 49. P. 1427.
37. Coates A.B., Weiss C.O., Green C., D'Angelo E.J. et al. // Phys. Rev. A. 1994. Vol. 49. P. 1452.
38. Jacobsen P.K., Lega J., Feng Q., Staley M. et al. // Phys. Rev. A. 1994. Vol. 49. P. 4085.
39. Lugiato L.A., Kaige W., Abraham N.B. // Phys. Rev. A. 1994. Vol. 49. P. 2028.

*НИИ механики и физики
Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 29.05.95
после переработки 30.11.95*

THE NUMERICAL SIMULATION OF TRANSVERSE PATTERN DYNAMICS IN A LASER

L.A. Melnikov, I.V. Vechneva, A.I. Konukhov

The results of numerical modelling of transverse pattern dynamics in a unidirectional ring laser with fast-relaxed active medium of arbitrary optical thickness are presented. The geometry of a cavity containing spherical mirrors and apertures is included in the numerical model. The results presented for the symmetric cavity. Modes with radial index up to 10 and azimuth ones up to 9 are included in the field decomposition. The stationary regimes with deformed modes, the regimes of quasiperiodic oscillations, and locking regimes were observed, in the last ones transverse-mode beat frequency is independent from the gain or mirror optical power variations. The phase singularities (optical vortices) in transverse field pattern and its dynamics are demonstrated.



Мельников Леонид Аркадьевич - родился в 1949 году, окончил физический факультет СГУ (1971). Доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики с 1992 года. Область научных интересов: физика лазеров, лазерная спектроскопия, лазерные и волоконно-оптические измерительные системы, оптическая гироскопия, нелинейная динамика лазеров и оптических систем, нелинейное распространение световых пучков и импульсов в волноводных и резонансных средах, лазеры сверхкоротких импульсов, поперечная нелинейная оптика. Автор более чем 100 научных публикаций, член Оптического Общества Америки, Международного Общества по оптической технике.



Вешева Ирина Владимировна - родилась в 1966 году, окончила физический факультет СГУ (1989). Аспирантка кафедры оптики СГУ. Стипендиат программы «Соросовские аспиранты» (1995). Подготовила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Область научных интересов: нелинейная динамика лазерных систем.



Конюхов Андрей Иванович - родился в 1972 году, окончил физический факультет СГУ. Аспирант кафедры оптики СГУ. Стипендиат программы «Соросовские аспиранты» (1995). Область научных интересов: нелинейная динамика лазерных систем.