

ПОПЕРЕЧНАЯ ДИНАМИКА ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ: ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

А. И. Аришинов, Р. Р. Мударисов, Б. Н. Пойзнер

В рамках модели Ахманова - Воронцова численными методами исследуется поперечная пространственно-временная динамика набега фазы $u(x,y,t)$ лазерного пучка в системе (с керровской нелинейностью), охваченной двумерной обратной связью. Обсуждаются принципы анализа поперечной динамики лазерного пучка, позволяющие объяснять и предсказывать вид $u(x,y,t)$ в зависимости от параметров крупномасштабного преобразования поля лазерного пучка в цепи обратной связи, от параметра нелинейности, коэффициента диффузии и времени релаксации молекул жидкокристаллической нелинейной среды. Описаны режимы периодического изменения $u(x,y,t)$. Предложены способы количественной оценки процессов структурообразования.

Введение

В работах [1-7] описана генерация оптических структур в ходе поперечной динамики лазерного пучка (ЛП), распространяющегося в кольцевом интерферометре, предложенном С.А. Ахмановым и М.А. Воронцовым с коллегами (система на рис. 6.2 в работе [1]) и содержащем: 1) керровскую нелинейность (которая вследствие дифракции либо диффузии приводит к локальной пространственной связи оптических полей), 2) линейный преобразователь поля в контуре двумерной обратной связи (который, изменяя положение вектора напряженности электрического поля в поперечном сечении (x,y) ЛП, производит крупномасштабное преобразование оптического поля). Для изучения поперечной динамики ЛП в последнее время используют не только компьютерное моделирование, но и строгие математические методы [7-10]. Они позволяют аналитическое описание конкретных сторон структурообразования применительно к тем или иным паттернам: спиральям [7], шестиугольникам [8], бегущим волнам [9,10] и др. Тем не менее, сейчас ощущается потребность в описании, исходящем из общности физических механизмов формообразования.

Цель работы - наметить единый феноменологический подход к описанию механизмов генерации простейших статических и динамических структур (что позволило бы в будущем перейти к анализу более сложных ситуаций), уделив внимание математическим способам представления результатов обработки компьютерных экспериментов.

1. Математическая модель

Нами используется уравнение (6.3.2) из [1], описывающее поперечную динамику ЛП в кольцевом интерферометре, в следующей форме:

$$\frac{du(x,y,t)}{\partial t} = D\Delta_{\perp}u(x,y,t) - u(x,y,t)/\tau + n_2k I(x,y,t)/\tau, \quad (1)$$

$$I(x,y,t) = (1-R)I_{\text{вх}}\{1 + \gamma\cos[u(x',y',t) + f_0]\}, \quad (2)$$

где τ - время релаксации нелинейной части показателя преломления $n(x,y,t)$ среды протяженностью L ; $u(x,y,t) = kLn$ - фазовый набег; D - коэффициент диффузии; $I(x,y,t)$ - интенсивность оптического поля, возникшего в результате интерференции волны, прошедшей через контур обратной связи, с волной, поступающей на вход нелинейной среды, причем интенсивность $I_{\text{вх}}$ может соответствовать пучку с плоским волновым фронтом либо гауссову пучку; $\gamma = 2\eta R \exp(-\chi L/2)$, η - коэффициент ослабления поля в контуре обратной связи, χ - коэффициент поглощения слоя среды; $f_0 = kLn_0$ - начальный фазовый набег, $K = n_2kL(1-R)I_{\text{вх}}$ - параметр нелинейности среды. Координаты x, y нормированы к единичному радиусу входного лазерного пучка, коэффициент D - к квадрату радиуса. Связь между координатами x, y и x', y' определяется характером пространственного преобразования поля [11]

$$x' = \alpha[x\cos(\Delta) + y\sin(\Delta)] + \delta_x, \quad (3)$$

$$y' = \alpha[y\cos(\Delta) + x\sin(\Delta)] + \delta_y.$$

Диффузия частиц нелинейной среды (жидкого кристалла) учтена феноменологически - оператором Лапласа по поперечным координатам.

Модель (1)-(3) ограничена следующими предположениями:

- потери излучения в нелинейной среде велики настолько, что приемлемо однопроходное приближение для распространения немодулированного (во времени) ЛП через интерферометр;

- запаздывания поля в контуре обратной связи нет;

- распространение ЛП в интерферометре рассматривается в приближении геометрической оптики;

- ЛП не содержит некогерентной составляющей излучения.

При интегрировании (1), (2) применена абсолютно устойчивая неявная схема с постоянным шагом по t . Аппроксимация оператора Лапласа и граничных условий проведена на равномерной сетке со вторым порядком точности. Конечно-разностное уравнение, составленное для (1), (2), разбивалось в соответствии с методом чередующихся направлений на два, каждое из которых решалось методом прогонки [12,13]. Верификация моделирующей программы производилась путем сравнения конкретных ситуаций с данными натуральных экспериментов [1-6].

2. Формирование поперечного строения ЛП: принципы анализа

Опираясь на данные [1-7] и на результаты проведенных нами вычислительных экспериментов, можно предложить феноменологический подход, раскрывающий физический механизм поперечной динамики ЛП.

Чтобы раскрыть содержание подхода, зададимся произвольными крупномасштабными преобразованиями поля ЛП в цепи обратной связи и произвольным начальным распределением фазового набегу $u(x,y,0)$, предполагая, что масштаб его неоднородности больше длины диффузионного пробега молекул жидкого кристалла. Тогда для различных точек поперечного сечения ЛП знак

градиента фазового набега в их окрестности может быть различен. Следовательно, изменение фазового набега в этих точках, обусловленное диффузией, может приводить либо к увеличению, либо к уменьшению набега фазы $u(x,y,t)$. Из физических соображений ясно, что процессы релаксации уменьшают $u(x,y,t)$, в то время как нелинейный электрооптический эффект, наоборот, увеличивает его. Поэтому в каждый момент времени существуют три разновидности точек (x,y) , в которых:

- набег фазы увеличивается за счет дисбаланса влияния нелинейного электрооптического эффекта, диффузии и релаксации;
- указанные процессы сбалансированы;
- набег фазы уменьшается за счет дисбаланса влияния нелинейного электрооптического эффекта, диффузии и релаксации.

Ясно, что баланс влияния нелинейного электрооптического эффекта, диффузии и релаксации во всех точках (x,y) обеспечит неизменность набега фазы в поперечном сечении ЛП. В противном случае имеет место поперечная динамика ЛП. Ход изменений $u(x,y,t)$ в каждой точке (x,y) задается величиной первоначального набега фазы $u(x,y,0)$ и набором крупномасштабных преобразований в цепи обратной связи. Каждому из таких наборов соответствует определенное пространственное строение $u(x,y,t)$.

Опираясь на развиваемый подход или на результаты компьютерного моделирования, можно показать, что для определенных комбинаций параметров Δ , α , δ отсутствует зависимость строения стационарной структуры от вида $u(x,y,0)$, что выходит за рамки данной работы.

Таким образом, поперечную динамику ЛП можно предсказать:

- учитывая две противоположные тенденции, задающих скорости изменения набега фазы: с одной стороны, нелинейного электрооптического эффекта, с другой - релаксации, диффузия же способна усиливать или ту, или другую тенденцию;
- выявляя зависимости преобладания той или иной тенденции от вида $u(x,y,0)$;
- принимая во внимание конкретный набор крупномасштабных преобразований поля ЛП.

Возможность описания эволюции той или иной структуры в поперечном сечении ЛП имеет определенные рамки. Они заданы выбором некоторой комбинации параметров крупномасштабного преобразования поля. Если оно предусматривает только поворот поля в поперечной плоскости, то существует ограничение на число устойчивых состояний нелинейной оптической системы - не более двух. Если же производится сдвиг зеркала и/или изменение масштаба ЛП, то формулировка ограничений требует специального анализа. Так как соответствующие структуры (из-за их статичности) здесь не рассматриваются, то приводить этот анализ не имеет смысла. Однако общим остается ограничение на интервал значений параметров нелинейной жидкокристаллической среды, в пределах которого вклады нелинейного электрооптического эффекта, релаксации и диффузии в поперечную динамику ЛП соизмеримы. Сделанные нами оценки показали, что данное условие реализуется в следующих областях параметров уравнений (1), (2): 0.1-0.001 с для времени релаксации τ ; 0.1-10.0 с⁻¹ для коэффициента диффузии D .

3. Структуры, формирующиеся при повороте поля в контуре обратной связи

Как было сказано выше, в данном случае число устойчивых стационарных состояний нелинейной оптической системы должно быть не более двух. Заданному числу устойчивых стационарных состояний соответствуют два интервала значений параметра нелинейности K , ширину которых определяет, в свою очередь, величина

γ . В первом интервале существует лишь одно устойчивое стационарное состояние, во втором - два. Границей интервалов служит график, состоящий из точек, соответствующих значениям γ и K , обеспечивающим наступление бифуркации, который логично назвать бифуркационным портретом. Для первой и второй бифуркаций он изображен кривыми 1 и 2, соответственно, на рис. 1 при неизменных значениях τ и D для $\alpha=1$, $\Delta=180$, $\delta=0$.

В случае, когда существует лишь одно устойчивое стационарное состояние, интенсивность в поперечном сечении ЛП оказывается одинаковой при любых начальных распределениях $u(x,y,0)$ и любом угле поворота поля Δ , то есть формируется структура типа моностабильность. Такой случай не отличается разнообразием вариантов поперечной динамики ЛП и в контексте данной работы мало интересен.

Обратимся к ситуации, когда существует два устойчивых стационарных состояния. Введем некоторые понятия. Пусть $\Delta \neq 0$, тогда в пренебрежении локальными поперечными взаимодействиями полей в системе может реализоваться поточечное преобразование поля. В результате чего поля в конечном числе точек $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$ поперечного сечения ЛП окажутся связанными. Причем, если координаты точек (x_1, y_1) и (x_{N+1}, y_{N+1}) совпадают, то принято говорить о вырожденной двумерной обратной связи N -го порядка [1]. Следуя нашей терминологии [11], логично назвать эти точки транспозиционными, а число N - порядком транспозиционной точки. Поскольку предполагается, что имеет место диффузия (дифракция), снимающая вырождение, то в ходе изложения подхода без риска его искажения можно оперировать не с изолированной транспозиционной точкой, а с ее окрестностью конечного размера, зависящего от величины D .

Пользуясь введенными понятиями, можно утверждать, что при наличии двух устойчивых стационарных состояний справедливы следующие предсказания:

а) если существует транспозиционная точка первого порядка, то формируется структура типа моностабильность;

б) если существует транспозиционная точка второго порядка, то, в зависимости от начального распределения $u(x,y,0)$, возникает структура типа мультистабильность либо бистабильность;

в) если существует транспозиционная точка порядка $N > 2$, то формируется многолепестковая структура, при определенных условиях способная вращаться в поперечной плоскости ЛП (рис. 2).

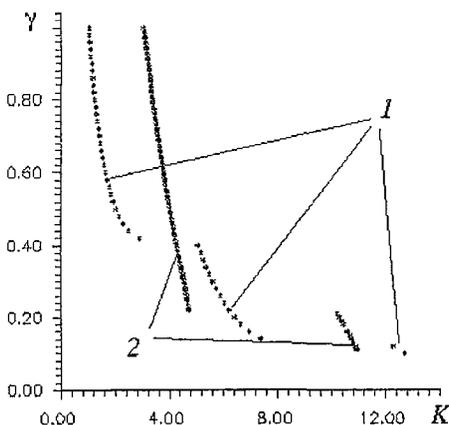


Рис. 1. Бифуркационный портрет нелинейной оптической системы: зависимость параметра γ от величины параметра K , при которой наступает первая (кривая «1») либо вторая (кривая «2») бифуркация стационарного решения уравнений (1), (2) при повороте поля ЛП в контуре обратной связи на угол $\Delta=180^\circ$

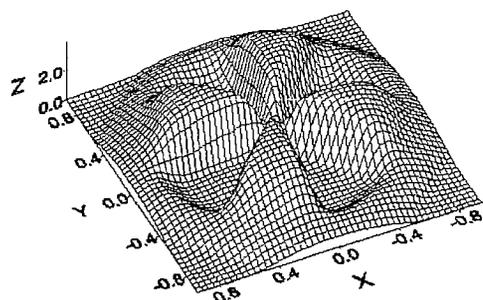


Рис. 2. Когда число транспозиционных точек четное ($N=8$), то распределение фазового набега в поперечной плоскости ЛП - статическая многолепестковая структура

Так как в пп. а), б) упоминаются статичные структуры, то с учетом тематики статьи ограничимся доказательством п. в). Из результатов натуральных [1,2] и вычислительных [7] экспериментов известно, что при повороте поля в контуре обратной связи ($\Delta \neq 0$) возникает многолепестковая структура. В зависимости от угла поворота Δ после завершения формирования она будет либо вращаться вправо или влево, либо оставаться неподвижной. Предложенный феноменологический подход позволяет объяснить такое поведение структуры.

Из определения транспозиционной точки следует, что для ее существования угол поворота поля должен иметь определенную величину $\Delta_T = 2\pi/N$. Тогда возникает вопрос, к какому типу из наблюдавшихся в натурном эксперименте многолепестковых структур (вращающихся или статических) относится структура, возникающая при повороте поля в контуре обратной связи на Δ_T ?

Выведем предположение о том, что, если N четное, то при угле поворота Δ_T формируется статическая многолепестковая структура. Причем ее формирование проходит за минимальный промежуток времени, когда фазовые набег $u(x,y,t)$ в транспозиционных точках (x_1, y_1) , (x_3, y_3) , ..., (x_{2m-1}, y_{2m-1}) , ..., (x_{N-1}, y_{N-1}) одинаковы и близки к нижнему/верхнему устойчивому состоянию на диаграмме стационарных состояний $u(x,y)$ в зависимости от K (рис. 6.9, 6.22 в [1]), а фазовые набег в точках (x_2, y_2) , (x_4, y_4) , ..., (x_{2m}, y_{2m}) , ..., (x_N, y_N) также одинаковы и близки к верхнему/нижнему устойчивому стационарному состоянию. Условимся называть первую совокупность транспозиционных точек $(2m-1)$ -точками, а вторую - $2m$ -точками.

Обоснуем выдвинутые предположения. Пусть фазовый набег в транспозиционных $2m$ -точках близок к верхнему устойчивому стационарному состоянию, а фазовый набег в $(2m-1)$ -точках - к нижнему. Тогда интенсивность интерференционных полей $I(x,y,t)$ в $2m$ -точках, определяемая величиной фазовых набегов в $(2m-1)$ -точках, в силу поведения функции косинуса, входящей в (2), и вследствие поворота поля на угол Δ , выше интенсивности интерференционных полей $I(x,y,t)$ в $(2m-1)$ -точках. Интерференционное поле создает распределение интенсивности в $2m$ -точках, которому вследствие электрооптического эффекта соответствует большой набег фазы. Большой - в том смысле, что он или не успевает за время одного прохода излучения через систему заметно уменьшиться вследствие релаксации и, возможно, диффузии или - в зависимости от силы электрооптического эффекта и, возможно, диффузии - не изменяется вовсе.

Наоборот, в $(2m-1)$ -точках вследствие поворота поля интенсивность интерференционного поля ниже, согласно (2). Соответственно мала и добавка к набегу фазы, обусловленная электрооптическим эффектом, вызванным воздействием малоинтенсивного интерференционного поля и, возможно, диффузией. Эта малая добавка или не успевает за время одного прохода заметно возрасти вследствие уменьшения ее за счет действия релаксации, или - в зависимости от силы электрооптического эффекта и, возможно, диффузии - не изменяется вообще.

Возможны два варианта эволюции, зависящие от четности N .

1. При четном числе N транспозиционных точек в секторах пучка, соответствующих $2m$ -точкам и $(2m-1)$ -точкам, динамика набегов фазы будет продолжаться до тех пор, пока в каждой из $2m$ - и $(2m-1)$ -точках не сравняются скорости противоположно направленных изменений фазы: за счет релаксации, диффузии и электрооптического эффекта. Такое выравнивание скоростей сопровождается разведением значений фазы в секторах, соответствующих $2m$ -точкам и $(2m-1)$ -точкам, то есть формируется статическая многолепестковая структура. Тем самым становится ясна физическая основа того, что в заданном интервале γ и K существуют лишь два устойчивых стационарных состояния. Из вышеизложенного следует заключение о том, что максимально быстро данная структура сформируется при значениях фазовых набегов в $2m-1$ - и $2m$ -точках, близких к верхнему и нижнему стационарным состояниям. Одинаковый уровень

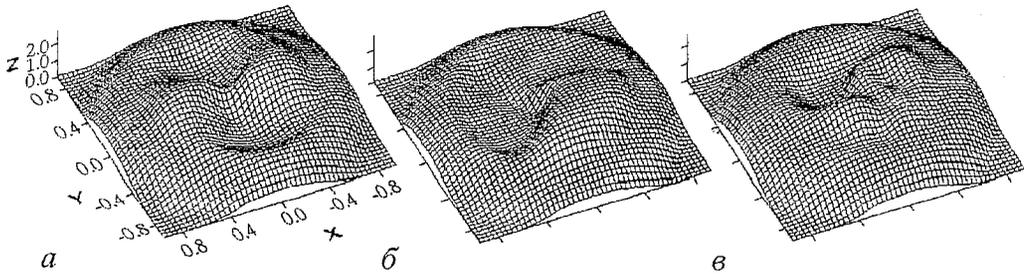


Рис. 3. Когда число транспозиционных точек нечетное ($N=3$), то, в зависимости от начального распределения $u(x,y,0)$, формируется стационарно вращающаяся структура: двойная спираль (а), одиночная спираль (б), паттерн с текучими внутренними границами (в)

набегов фазы в $(2m-1)$ - и $2m$ -точках также позволяет структуре сформироваться как можно быстрее.

2. При нечетном числе N принципиальным оказывается тот факт, что соседние транспозиционные точки не могут принадлежать одному и тому же стационарному состоянию. Поэтому выравнивания скорости противоположно направленных изменений фазы не происходит, то есть структура обречена на динамику. Результат структурообразования существенно зависит от начального распределения $u(x,y,0)$. Например, при $\Delta=120^\circ$, то есть при $N=3$, если $u(x,y,0) = 0.5 \text{sign}(x)\text{sign}(y)+1$, то формируется стационарно вращающаяся структура в виде двух спиралей (рис. 3, а). А если начальный фазовый набег максимален в $(2m-1)$ -точках и минимален в $2m$ -точках, то формируется одна вращающаяся спираль (рис. 3, б). При случайном распределении $u(x,y,0)$ можно наблюдать в поперечном сечении ЛП вращательные движения отдельных слабо оформленных областей с текучими очертаниями (рис. 3, в).

Пусть теперь угол поворота отличен от Δ_T . Тогда, как показывают натурные эксперименты [2], в интерферометре формируется движущаяся многолепестковая структура, направление вращения которой зависит от угла поворота поля. Возникновение движущейся многолепестковой структуры можно объяснить, опираясь на наш подход.

Для простоты предположим, что исходное состояние сложилось, когда выполнялось условие $\Delta=\Delta_T$ (то есть существует статическая многолепестковая структура), и будем отсчитывать углы против часовой стрелки от горизонтальной оси, на которой лежит граница между секторами. Сектор с большим набегом фазы лежит выше оси, сектор с малым - ниже оси. На рис. 4 в системе координат (x,y) рассматривается фазовый набег $u(x,y,t)$, а система координат (x',y') соответствует повороту оптического пучка, испытавшего преобразование в контуре обратной связи (3). Рассмотрим случай, когда угол поворота поля Δ_T изменен на малый положительный угол ϕ . Убедимся, что в таком случае в точках, принадлежащих секторам, образованным углами $2n\Delta$, $2n\Delta+\phi$, где n - целое, фазовый набег имеет тенденцию к уменьшению, а в точках, принадлежащих секторам, образованным углами $(2n-1)\Delta$, $(2n-1)\Delta+\phi$, фазовый набег имеет тенденцию к увеличению, приводя в итоге к вращению структуры.

Выберем, например, сектор (S2+), образованный углами $2\Delta, 2\Delta+\phi$, в точках которого - в силу названного выше исходного состояния и выбора системы

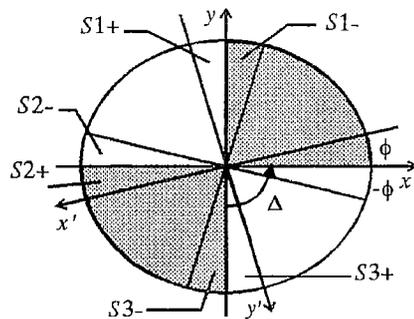


Рис. 4. Схема, поясняющая физический механизм, приводящий к вращению многолепестковых структур. Система штрихованных координат задается соотношениями (3), $N=4$

координат - набег фазы велик (см. рис. 4). В этот сектор после прохода через контур обратной связи попадают лучи, пришедшие из сектора (S1-), образованного углами Δ - ϕ , Δ и содержащего точки со столь же большими фазовыми набегам. Поскольку набег фазы в секторе (S1-) велик, то в силу (2) нелинейный электрооптический эффект в секторе (S2+) проявляется слабо. Поэтому основными механизмами, определяющими динамику $u(x,y,t)$ в секторе (S2+), служат релаксация и диффузия [1], что приводит к уменьшению набег фазы в этом секторе. Подобные процессы протекают и в секторах, образованных углами $2n\Delta, 2n\Delta+\phi$.

Наоборот, в сектор (S3+), образованный углами $3\Delta, 3\Delta+\phi$, в точках которого - в силу названного выше исходного состояния и выбора системы координат - набег фазы мал (рис. 4), попадают - после прохода через контур обратной связи - лучи, пришедшие из сектора (S2-), образованного углами 2Δ - $\phi, 2\Delta$ и содержащего точки со столь же малыми фазовыми набегам. Поскольку набег фазы в секторе (S2-) мал, то в силу (2) нелинейный электрооптический эффект в секторе (S3+) проявляется заметно, что приводит к росту набег фазы в секторе (S3+). Подобные процессы протекают и в секторах, образованных углами $(2n+1)\Delta, (2n+1)\Delta+\phi$.

Итак, в секторах, окаймляющих лепестки структуры, тенденции изменения $u(x,y,t)$ противоположны. Поэтому границы $n\Delta$ лепестков структуры поворачиваются против часовой стрелки.

Если же ϕ - малый отрицательный угол, то, рассуждая аналогично, можно показать, что в точках, принадлежащих секторам, образованным углами $2n\Delta, 2n\Delta+\phi$, $u(x,y,t)$ имеет тенденцию к увеличению, а в точках, принадлежащих секторам, образованным углами $(2n-1)\Delta, (2n-1)\Delta+\phi$, - к уменьшению. В итоге это приведет к вращению структуры, но теперь уже по часовой стрелке.

При исследовании поперечной динамики ЛП встает задача ее наглядного представления с учетом его принципиально временного характера. Имеющийся у авторов опыт свидетельствует о целесообразности применения для этого компьютерного «нелинейного кино» [14] аналогично видеосъемке натурного эксперимента, осуществленной С. А. Ахмановым, С. А. Воронцовым, А. В. Ларичевым, А.Н. Рахмановым [5].

С этой целью функциональную зависимость $u(x,y,t)$ от переменных x, y авторы передавали градацией интенсивности белого (либо другого) цвета в изображении. Каждое решение, соответствующее данному моменту времени (очередному шагу), подвергалось процедуре записи на жесткий диск. Последовательность таких решений (изображений) синтезировалась в «кино» с помощью известных анимационных сервисных программ. В роли последней авторы использовали autodesk animator v. 1.0.

4. Количественный анализ поперечной динамики ЛП

Для количественного изучения поперечной динамики ЛП предлагается оперировать следующими характеристиками. Во-первых, динамическим пространственным фурье-спектром $F(f_x, f_y, t)$ фазового набег $u(x,y,t)$, полученным в результате двумерного дискретного преобразования Фурье. Во-вторых, динамическими центральными моментами второго порядка $I_{f_x}(t), I_{f_y}(t)$ типа

$$I_{f_x}(t) = (1/M) \iint F(f_x, f_y, t) (f_x - f_{x0})^2 df_x df_y, \quad (4)$$

$$I_{f_y}(t) = (1/M) \iint F(f_x, f_y, t) (f_y - f_{y0})^2 df_x df_y,$$

то есть с моментами инерции относительно осей пространственных частот $f_x f_y$, где

$$M(t) = \iint F(f_x f_y, t) df_x df_y \quad (5)$$

(интегрирование ведется по области определения функции $F(f_x f_y, t)$), f_{x0} , f_{y0} - координата эволюционирующего центра масс подвижной фигуры, ограниченной поверхностью $F(f_x f_y, t)$,

$$f_{x0}(t) = (1/M) \iint f_x F(f_x f_y, t) df_x df_y, \quad (6)$$

$$f_{y0}(t) = (1/M) \iint f_y F(f_x f_y, t) df_x df_y,$$

либо с обобщенной характеристикой центральных моментов второго порядка - углом поворота (относительно оси f_x) эллипса, полуоси которого определяются значениями $I_{f_x}(t)$, $I_{f_y}(t)$,

$$\beta(t) = 1/2 \arctg(2I_{f_x f_y} / (I_{f_x} - I_{f_y})), \quad (7)$$

где момент инерции относительно начала координат $I_{f_x f_y}(t)$ задается выражением:

$$I_{f_x f_y}(t) = (1/M) \iint F(f_x f_y, t) (f_x - f_{x0})(f_y - f_{y0}) df_x df_y. \quad (8)$$

В-третьих, представлением динамических центральных моментов второго порядка по принципу фазового портрета, что можно было бы назвать «спектральным» фазовым портретом в пространстве центральных моментов: $I_{f_x}(t)$ относительно $I_{f_y}(t)$ либо $I_{f_x f_y}(t)$ относительно $I_{f_y}(t)$.

Для проверки предложенных приемов количественного анализа поперечной динамики был выбран случай вращения четырехлепестковой структуры, когда входной ЛП имеет плоский профиль интенсивности. Визуальное наблюдение вращения структуры по часовой стрелке дает период ротации $T_4 = 32 \pm 4\tau$. Количественная зависимость момента $I_{f_x}(t)$ (рис. 5, а) позволяет определить $T_4 = 28 \pm 2\tau$ (с учетом того, что период графика соответствует четверти периода ротации). Авторы не ставили задачу оценки T_4 с максимальной точностью, однако

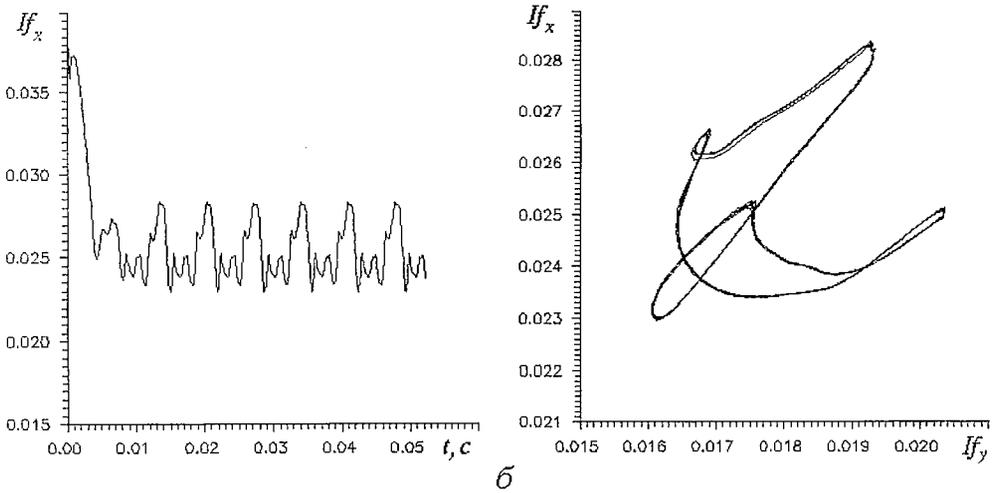


Рис. 5. Ротация четырехлепестковой структуры в поперечной плоскости ЛП: $\alpha=1$, $K\gamma=2.19$, $\Delta=50^\circ$, $D=10 \text{ с}^{-1}$. а - изменение центрального момента второго порядка относительно оси пространственных частот отличается переходным процессом ($t < 0.01 \text{ с}$), составляющим около трети периода ротации; б - «спектральный» фазовый портрет в плоскости моментов $I_{f_x}(t)$, $I_{f_y}(t)$

она достижима стандартными вычислительными приемами. Стационарному режиму ротации структуры соответствует «спектральный» фазовый портрет (рис. 5, б), имеющий вид относительно простого предельного цикла.

Интересным режимом поперечной динамики ЛП является периодическое повторение серий оптических структур, названное нами циклической самореорганизацией [14]. В отличие от обычной ротации этот режим, как правило, имеет место, когда $\alpha < 1$, $K\gamma \approx 4$, $\Delta = 360^\circ/N$, где N - целое нечетное число. При этом сложный процесс трансформации пространственных оптических структур может включать их ротацию с одновременным изменением строения, инверсию направления вращения, несовпадение скоростей процессов в центре и на периферии ЛП (наличие темпомиров, по терминологии Е. Н. Князевой и С. П. Курдюмова [15]). Сравнение циклической самореорганизации с режимом ротации структуры можно провести на основе рис. 5, б ($\tau = 10^{-3}$ с в обоих случаях). Несмотря на вариацию форм оптических структур, четко проявляющуюся в эволюции $I_f(t)$, легко выделить период «возвращения» той структуры, с которой начинается цикл самореорганизации. Из рис. 6, а следует, что этот период равен $T = 7 \pm 0.5\tau$. Циклической самореорганизации оптических структур соответствует «спектральный» фазовый портрет (рис. 6, б). Его сложный вид обусловлен наличием не только ротации внутренней и периферийной областей структуры (идущей с различными скоростями), но и спиральных движений в ней, а также периодических «пульсаций» величины фазового набега в некоторых ее частях.

При увеличении произведения $K\gamma$, например, до значений порядка 10 (при тех же прочих условиях, что и в случае рис. 6) вместо вышеописанного регулярного поведения оптических структур возможно возникновение такого динамического режима, когда изменения размеров и форм структур в поперечном сечении ЛП носят непериодический характер. На рис. 7, а до некоторого момента времени имеет место переходный процесс, отличающийся высокой степенью «беспорядка» в изменении $I_f(t)$. После момента времени порядка 800τ процесс остается непериодическим, но со значительно меньшей дисперсией. Обращает на себя внимание изломанность линий «спектрального» фазового портрета (рис. 7, б) по контрасту с их конфигурацией в случае циклической самореорганизации (см. рис. 6, б).

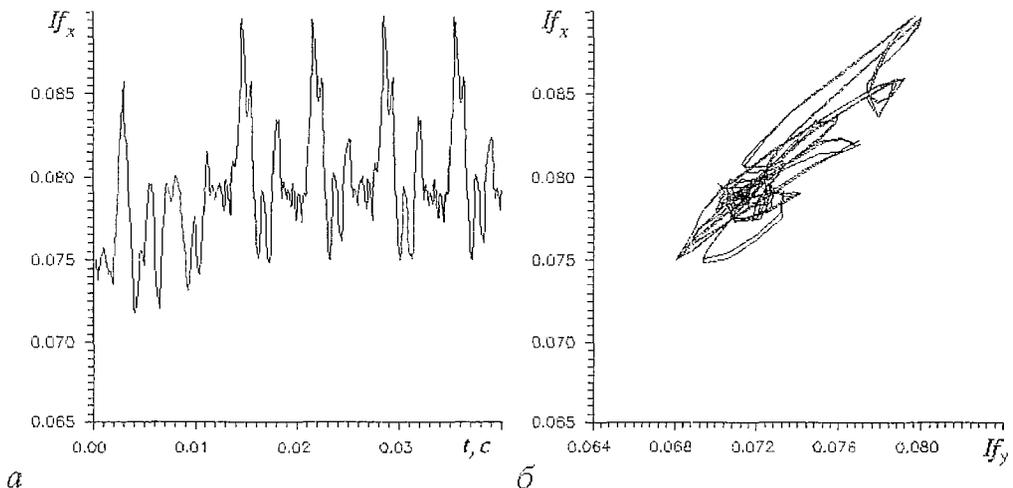


Рис. 6. Циклическая самореорганизация структур при увеличении размера ЛП в контуре обратной связи: $\alpha = 0.8$; $K\gamma = 4.08$; $\Delta = 40^\circ$; $D = 2 \text{ с}^{-1}$. После завершения переходного процесса ($t > 0.011 \text{ с}$), в 1.5 раза более длительного, чем период циклической самореорганизации, поперечная динамика носит сложный характер, которая выражается обилием экстремумов функции $I_f(t)$ (а). В строении «спектрального» фазового портрета легко выделяется часть, соответствующая периодической динамике (б)

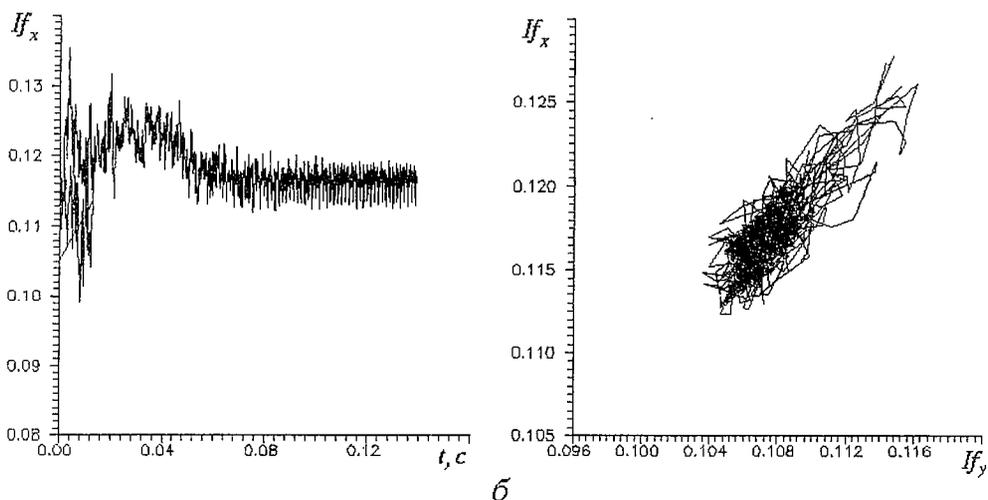


Рис. 7. Непериодическая самореорганизация структур при относительно высокой степени нелинейности: $K\gamma=9.42$. Остальные параметры те же, что и на рис. 6. Установившийся процесс ($t > 0.08$ с), не будучи вполне стационарным, обладает большей упорядоченностью, чем длительный переходный (а), придающий «спектральному» фазовому портрету ломаные очертания (б)

Заключение

В рамках действия модели (1),(2) предложен подход к объяснению механизмов поперечной динамики ЛП в нелинейной оптической системе с двумерной обратной связью, основой которого является учет неравенства вкладов нелинейного электрооптического эффекта, релаксации и диффузии в скорость изменения набега фазы $u(x,y,t)$. Подход ограничен рассмотрением значений параметра нелинейности K , при которых система имеет не более двух стационарных состояний.

В случае вырожденной обратной связи введено понятие транспозиционных точек N -го порядка. Данный подход позволяет предсказать выравнивание либо дифференциацию набега фазы в этих точках - в зависимости от характера преобразования светового поля в контуре обратной связи (значений параметров α , Δ , δ) и от начальных условий $u(x,y,0)$. Указанное поведение набега фазы приводит к формированию структур типа моностабильность ($N=1$), бистабильность ($N=2$) либо мультистабильность (в зависимости от начальных условий) и многолепестковых структур ($N>2$).

Для изучения закономерностей поперечной динамики ЛП удобно строить фигуру, названную бифуркационным портретом системы (1), (2).

Количественный анализ процессов установления структур в поперечном сечении ЛП удобно выполнять, оперируя зависимостями от времени величин (5)-(7), а также центральных моментов второго порядка (4), (8), и в их пространстве строить «спектральный» фазовый портрет. Эти временные функции целесообразно использовать при решении задач оптической обработки информации.

Работа выполнена при поддержке Института «Открытое общество» гранты а 96-2796 и а 96-2797.

Библиографический список

1. Новые физические принципы оптической обработки информации/ Под ред. С.А. Ахманова и М.А. Воронцова. М.: Наука, 1990.

2. Ахманов С. А., Воронцов М. А. Неустойчивости и структуры в когерентных нелинейно-оптических системах, охваченных двумерной обратной связью // *Нелинейные волны. Динамика и эволюция*. М., 1989. С. 228.
3. Воронцов М. А., Иванов В. Ю., Ларичев А. В. Ротационная неустойчивость поперечной структуры световых полей в нелинейных системах с оптической обратной связью // *Изв. АН СССР. Физика*. 1991. Т. 55, № 2. С. 316.
4. Воронцов М. А., Железных Н. И. Поперечная бистабильность и мультистабильность в нелинейных оптических системах с двумерной обратной связью // *Математическое моделирование*. 1990. Т. 2, № 2. С. 31.
5. Воронцов М. А. Нелинейная волновая пространственная динамика световых полей // *Изв. АН СССР. Физика*. 1992. Т. 56, № 4. С. 7.
6. Железных Н. И., Ларичев А. В. Простейшие типы автоволновых процессов в нелинейной оптической системе на основе ЖК ПВМС // *Изв. АН СССР. Физика*. 1992. Т. 56, № 8. С. 142.
7. Adachihara H., Faid H. Two-dimensional nonlinear interferometer pattern analysis and decay of spirals // *J. Opt. Soc. Am. B*. 1993. Vol. 10, № 7. P. 1242.
8. Vorontsov M. A., Firth W. J. Pattern formation and competition in nonlinear optical systems with two-dimensional feedback // *Phys. Rev. A*. 1994. V. 49, № 4. P. 2891.
9. Grigorieva E. V., Kashchenko S. A. Quasi-normal forms for nonlinear optical system with delayed feedback // *Criteria of selforganization in physical, chemical and biological systems: Abstracts of International conference (Moscow - Suzdal, June 12-18 1995)*. Suzdal. 1995. P. 126.
10. Григорьева Е. В., Кащенко С. А. Нормальные и квазинормальные формы для полуклассических лазерных уравнений с дифракцией // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 1995. Т. 3, № 1. С. 59.
11. Аршинов А. И., Мударисов Р. Р., Поизнер Б. Н. Механизм формирования простейших оптических структур в нелинейном интерферометре Физо // *Изв. вузов. Физика*. 1995. № 6. С. 77.
12. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. М.: Наука, 1979.
13. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: ИИЛ, 1963.
14. Аршинов А. И., Мударисов Р. Р., Поизнер Б. Н., Хоптяр С. А. Самореорганизация оптических структур // *Преподавание физики в высшей школе: Сб. науч. тр. М.*, 1995. № 3. С. 93.
15. Князева Е. Н., Курдюмов С. П. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. М.: Наука, 1994.

Томский государственный
университет

Поступила в редакцию 03.03.1995
после переработки 15.04.1996

TRANSVERSAL DYNAMICS OF LASER BEAM IN A NONLINEAR OPTICAL SYSTEM WITH TWO-DIMENSIONAL FEEDBACK: INTERPRETATION OF SIMULATION RESULTS

A. I. Arshinov, R. R. Mudarisov, B. N. Poizner

Transversal spatial-temporary dynamics of phase changes $u(x,y,t)$ of a laser beam, i. e. optical structures, in a system with Kerr nonlinearity, with two-dimensional feedback is investigated by numerical methods within the framework of Akhmanov - Vorontsov model. Principles of the analysis of laser beam phase changes transversal dynamics, enabling to explain and to predict a $u(x,y,t)$ kind depending on parameters large-scale transformation of laser beam field in feedback, nonlinearity parameter, diffusion coefficient and relaxation time of molecules of nonlinear liquid crystal media are dis-

cussed. Regimes of the $u(x,y,t)$ periodic change are described. Ways of quantitative valuation of structurization processes are offered. The description methods of nonlinear optical systems behavior are suggested.



Аришинов Алексей Иванович - родился в 1967 году в Томске. Аспирант радиофизического факультета Томского университета. Области научных интересов: нелинейная динамика пространственно разделенных систем, моделирование процессов оптической морфогенетики.



Мударисов Ренат Рамильевич - родился в 1967 году в Томске. Аспирант радиофизического факультета Томского университета. Области научных интересов: оптическая синергетика, нелинейная динамика лазерных систем.



Пойзнер Борис Николаевич - родился в 1941 году в Томске, окончил Томский университет в 1963 году. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ТГУ (1970) в области теории колебаний и волн. Доцент ТГУ. Область научных интересов: квантовая электроника, применение нелинейной динамики в оптике и материаловедении, прикладная наукометрия, культурологическая теория образования. Соавтор учебных пособий «Лабораторный практикум по физике лазеров», «Импульсные лазеры на плотных газах» и др. Опубликовал статьи по указанной тематике и по ряду гуманитарных проблем. Инициатор издания и редактор библиографических указателей, посвященных научному творчеству, применению компьютера в образовании, литературе и философии русской эмиграции, университетскому образованию, синергетике и сопредельным наукам. Член комиссии по творческому наследию Густава Шпета. Председатель Вольного Гуманитарного Семинара Томска.