



## ХАОТИЧЕСКИЙ РЕЖИМ И СИНХРОННЫЙ ОТКЛИК В АВТОГЕНЕРАТОРЕ, УПРАВЛЯЕМОМ ПО ЧАСТОТЕ

*А.А.Алексеев, А.К.Козлов, В.Д.Шалфеев*

Рассмотрена нелинейная обработка сложных сигналов с использованием эффектов хаотической генерации и синхронного отклика на основе модели автогенератора, имеющего локальную цепь управления по частоте. Определены условия работоспособности системы.

1. Генерации хаотических сигналов посвящена обширная литература. Однако специфические свойства таких колебаний и ожидаемый эффект от их использования по-прежнему оставляют эти вопросы в ряду весьма актуальных. Установление новых свойств систем, обладающих хаотической динамикой, в частности, возможности стохастической синхронизации диссипативных систем [1], стимулировало прикладные исследования в этой области [2-4]. Кроме того, появился определенный интерес к задачам синхронной обработки хаотических сигналов. Сравнительно недавно было предложено новое решение [5], отличающееся от вынужденной и взаимной синхронизации более высокой надежностью, обусловленной тем, что обработка производится с помощью устойчивых систем отклика. Преимущества синхронного хаотического отклика сделали актуальными задачи управления, передачи, фильтрации в условиях детерминированного хаоса и дали новый толчок экспериментальным и теоретическим работам в этих областях [6-10]. В данной работе решение задачи о скрытой передаче сигнала с использованием эффектов хаотической генерации и синхронного отклика [8-10] рассматривается на основе модели автогенератора, имеющего локальную цепь управления по частоте [11,12]. Наличие цепи управления по частоте существенно расширяет динамические возможности генератора, допуская большое разнообразие регулярных и хаотических режимов, и позволяет осуществлять эффективное управление режимами работы с помощью варьируемых параметров.

2. Рассмотрим автоколебательную систему, представляющую собой автогенератор с петлей обратной связи управления по частоте. Пользуясь автономной математической моделью [11] этой системы, можно записать уравнения, описывающие динамику процессов в ней при внешнем воздействии, в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y + \dot{s}(t), & \dot{y} &= z, \\ \mu \dot{z} &= \gamma - x - \Phi(x) - \lambda y - z + s(t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\Phi(x) = \frac{2\beta x}{1 + (\beta x)^2},$$

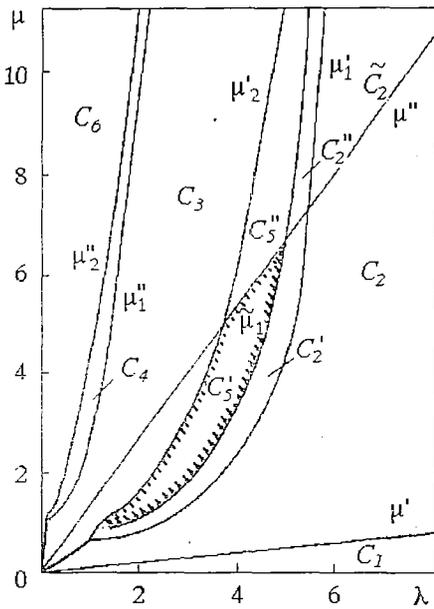


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма режимов системы (1) в плоскости параметров  $\mu, \lambda$ . Выделена рабочая область  $C_5'$

где  $x, y, z$  – безразмерные переменные,  $\mu, \lambda, \gamma, \beta$  – безразмерные параметры,  $s(t)$  – информационный сигнал. В работе [12] методами аналогового и численного моделирования изучались возможные регулярные и хаотические режимы, реализуемые в системе (1) в автономном случае ( $s(t) \equiv 0$ ). На рис. 1 приведена бифуркационная диаграмма в плоскости параметров  $\mu, \lambda$ ; параметры  $\gamma$  и  $\beta$  – фиксированы:  $\gamma = 1, \beta = 8$ . Отмечено существование областей, отвечающих как регулярной (состояния равновесия, предельные циклы), так и хаотической (странные аттракторы) динамике. Устойчивые состояния равновесия отвечают режимам синхронизации; при этом в случае двух устойчивых состояний равновесия различают режимы эффективной и неэффективной синхронизации, соответствующие режимам с малой и большой остаточной расстройкой частот управляемого генератора и опорного сигнала. Особый интерес представляют режимы нерегулярных автоколебаний. Для системы (1) им отвечают значения параметров  $\mu$  и  $\lambda$  из областей  $C_5', C_5''$  и  $C_4$ . В области  $C_4$  имеют место хаотические автоколебания текущей расстройки частот управляемого генератора и опорного сигнала в окрестности режима неэффективной синхронизации  $A_3$ . Странный аттрактор  $P_s''$ , существующий в фазовом пространстве системы (1), в этом случае является единственным притягивающим множеством, так как режим эффективной синхронизации  $A_1$  – неустойчив. При разрушении  $P_s''$  на линии  $\mu_2''$  все траектории системы уходят на бесконечность – область  $C_6$ . На рис. 2 приведены проекция аттрактора  $P_s'$  системы (1) на плоскость  $(x, y)$  и спектр мощности сигнала для значений параметров  $\lambda = 3, \mu = 1.5$  из области  $C_5'$ . В данном случае, рождение странного аттрактора происходит по сценарию удвоения периода автоколебаний в окрестности режима эффективной синхронизации  $A_1$ . Аттрактор имеет однопетлевую структуру и при увеличении параметра  $\mu$  разрушается на линии  $\mu_2'$ . Механизм разрушения, возможно, связан с бифуркацией петли сепаратрисы седло–фокуса  $A_2$  с положительной седловой величиной [13]. После чего режим  $A_1$  становится неустойчивым, и единственным аттрактором системы является режим  $A_3$  (область  $C_5$ ). В области  $C_5''$  в окрестности  $A_3$  существует устойчивый предельный цикл, мягко рождающийся на прямой  $\mu''$ . В остальной динамике в  $C_5''$  аналогична динамике в  $C_5'$ .

Таким образом, система (1) в автономном случае ( $s(t) \equiv 0$ ) обладает разными аттракторами, в том числе хаотического типа. Области регулярной и хаотической динамики достаточно протяженны, что дает некоторую свободу в выборе

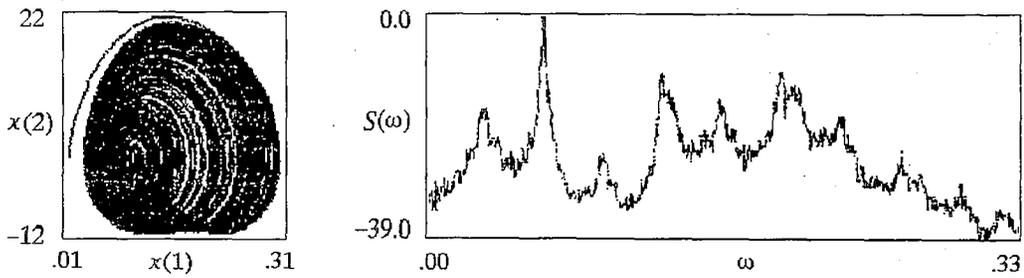


Рис. 2. Проекция аттрактора  $P_s'$  системы (1) ( $x(1) = x$ ,  $x(2) = y$ ) и спектр мощности сигнала для  $\lambda = 3$ ,  $\mu = 1.5$  (область  $C_5'$ )

параметров системы и обеспечивает возможность управления характеристиками режима заданного типа. Наличие непрерывной составляющей в спектре хаотического процесса (см. рис. 2) приводит к мысли об использовании его для маскировки сообщения  $s(t)$  при передаче. В этом случае основной задачей приема будет выделение информационной компоненты из хаоса.

3. Рассмотрим способ выделения сигнала из хаоса, использующий явление синхронного отклика, и в этой связи обсудим возможности применения хаотических режимов системы (1). Пусть хаотический процесс  $x(t)$ , являющийся решением системы (1) при некотором информационном сигнале  $s(t)$ , действует на следующую систему отклика:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= v, \\ \dot{v} &= w, \\ \mu w &= \gamma - \Phi(x(t)) - u - \lambda v - w. \end{aligned} \quad (2)$$

С помощью подстановки  $u = x(t) - s$  нетрудно убедиться, что системы (1) и (2) эквивалентны при равенстве значений одноименных параметров. Следовательно, в результате синхронного отклика значения исходного сигнала  $s(t)$  для достаточно больших  $t$  могут быть восстановлены из двух хаотических реализаций:

$$s(t) \cong x(t) - u(t), \quad (3)$$

причем

$$v(t) \cong y(t), \quad w(t) \cong z(t). \quad (4)$$

Укажем условия, при которых синхронный отклик осуществим. Необходимым условием является устойчивость линейной системы (2) в отсутствие внешнего воздействия ( $x(t) \equiv 0$ ), то есть при

$$\mu < \lambda \quad (5)$$

и любых значениях параметров  $\gamma$  и  $\beta$ . В рассматриваемом примере это условие является также и достаточным. В самом деле, асимптотическая устойчивость режима синхронного отклика (3), (4) следует из устойчивости линейной системы

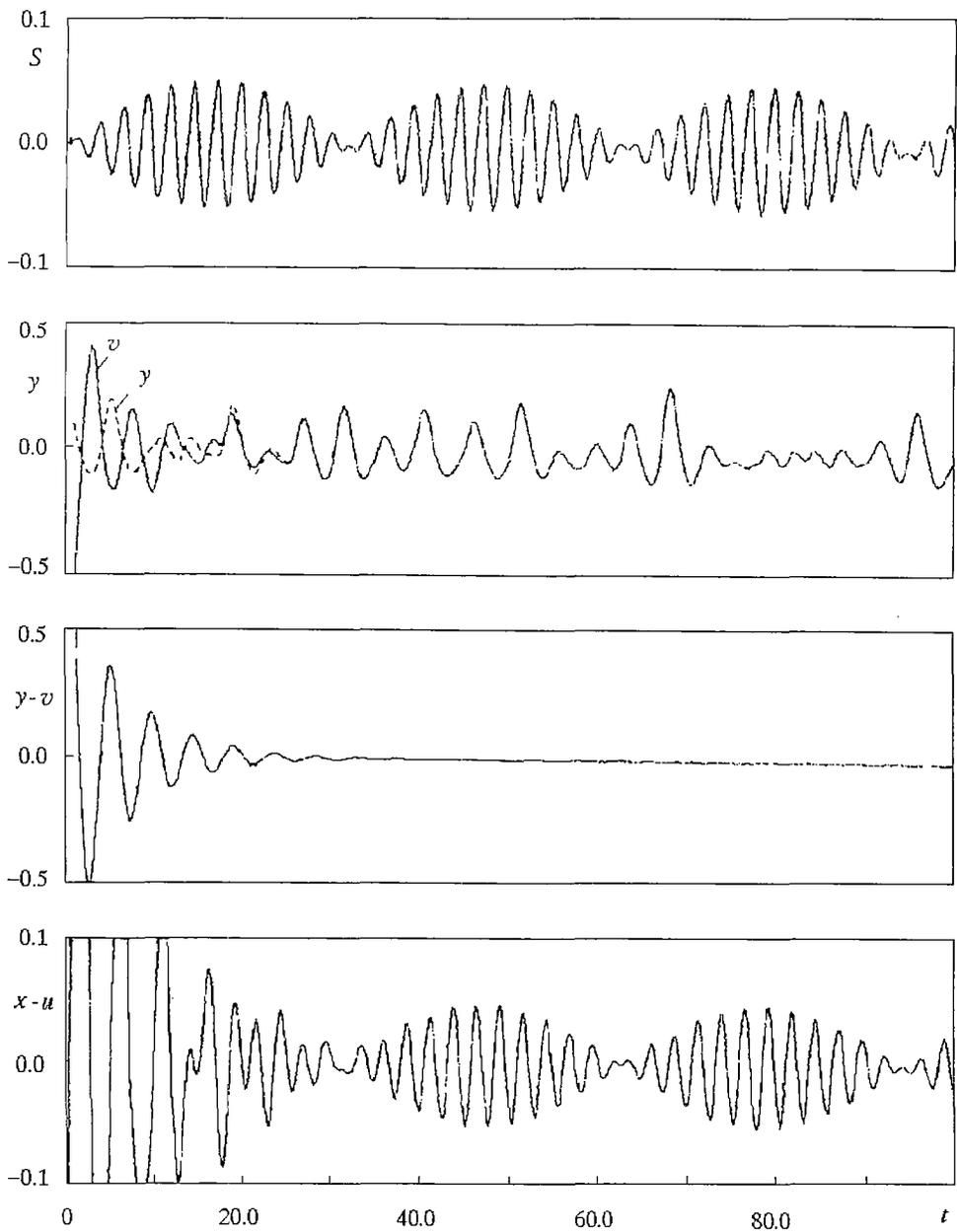


Рис. 3. Синхронный отклик системы (2) на хаотическое воздействие со стороны системы (1) и выделение информационного сигнала из хаотической реализации

$$\begin{aligned}
 \dot{\Delta}_1 &= \Delta_2, \\
 \dot{\Delta}_2 &= \Delta_3, \\
 \mu \dot{\Delta}_3 &= -\Delta_1 - \lambda \Delta_2 - \Delta_3,
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

где  $\Delta_1 = x - u - s(t)$ ,  $\Delta_2 = y - v$ ,  $\Delta_3 = z - w$ . Система (6) устойчива при выполнении того же неравенства (5). Следовательно, в системе (2) синхронный режим (3), (4)

устанавливается при любых начальных условиях, если справедливо неравенство (5). Переходные процессы, как следует из (6), спадают экспоненциально, и скорость затухания определяется только параметрами  $\lambda$  и  $\mu$ .

Условие устойчивости синхронного отклика (5) ограничивает возможности использования хаотических режимов системы (1). При выбранных значениях параметров  $\gamma$  и  $\beta$  наиболее эффективным является режим  $P'_s$ , (см. рис. 2), существующий в области  $C'_5$  (см. рис. 1). На рис. 3 приведены результаты численного эксперимента, проведенного при значениях параметров  $\gamma = 1$ ,  $\beta = 8$ ,  $\lambda = 3$ ,  $\mu = 1.5$ , соответствующих режиму  $P'_s$  начальных условиях  $x(0) = y(0) = z(0) = 0.1$  для (1) и  $u(0) = v(0) = w(0) = 0.5$  для (2), информационном сигнале  $s(t) = 0.05 \sin(0.1t) \sin(2.4t)$ . Для выбранных значений параметров и начальных условий при  $t \geq 40$  в системе (2) устанавливается синхронный отклик, в результате чего становится возможным выделение из хаотической реализации, являющейся решением системы (1), исходного информационного сигнала.

4. Данная работа продолжает исследования в направлении практического использования детерминированного хаоса [5,7,8,10] и представляет пример регулярного конструирования хаотических систем с заданными характеристиками. Для модели управляемого по частоте генератора установлены следующие свойства: 1) многообразие регулярных и хаотических режимов, 2) возможность построения системы отклика и асимптотическая устойчивость режима синхронного отклика, 3) возможность раздельного управления режимами хаотической генерации и синхронного отклика с помощью независимых параметров. Эти особенности позволяют рассматривать данную модель в качестве удобного объекта для исследования закономерностей синхронного отклика. Перспективными для дальнейшего исследования являются не только задачи управления характеристиками хаоса, но и задачи управления системами при помощи хаотических процессов. Актуальными остаются вопросы поиска путей построения устойчивых систем отклика, а также новых способов синхронной обработки сложных сигналов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-03-15424).*

## Библиографический список

1. Афраймович В.С., Веричев Н.Н., Рабинович М.И. Стохастическая синхронизация колебаний в диссипативных системах //Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т.29, № 9. С. 1050.
2. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Постнов Д.Э., Сафонова М.А. Вынужденная и взаимная синхронизации хаоса //Радиотехника и электроника. 1991. Т.36, № 2. С. 338.
3. Волковский А.Р., Рульков Н.Ф. Пороговая синхронизация релаксационных хаотических генераторов //Письма в ЖТФ. 1992. Т.18. Вып.13. С. 22.
4. Алексеев А.А., Шалфеев В.Д. Стохастическая синхронизация в ансамбле автоколебательных систем с обратной связью //Письма в ЖТФ. 1993. Т.19, №21. С.12.
5. Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems //Phys.Rev.Lett. 1990. Vol.64. P. 821.

6. Chua L.O., Kocarev Lj., Eckert K. Experimental chaos synchronization in Chua's circuit //Int.J.Bifurcation and Chaos. 1992. Vol.2, №3. P. 705.

7. de Sousa Vieira M., Khoury P., Lichtenberg A.J., Lieberman M.A., Woncho-ba W., Gullicksen J., Huang J.Y., Sherman R., Steinberg M. Numerical and experimental studies of self-synchronization and synchronized chaos //Int.J.Bifurcation and Chaos. 1992. Vol.2, № 3. P. 645.

8. Kocarev Lj., Halle K.S., Eckert K., Chua L.O. Experimental demonstration of secure communications via chaotic synchronization //Int.J.Bifurcation and Chaos. 1992. Vol.2, № 3. P. 709.

9. Волковский А.Р., Рульков Н.Ф. Синхронный хаотический отклик нелинейной колебательной системы как принцип детектирования информационной компоненты хаоса //Письма в ЖТФ. 1993. Т.19. Вып.3. С. 71.

10. Бельский Ю.Л., Дмитриев А.С. Передача информации с помощью детерминированного хаоса //Радиотехника и электроника. 1993. Т.38, №7. С. 1310.

11. Заулин И.А., Пономаренко В.П. Динамические режимы и бифуркационные явления в нелинейных статических системах синхронизации // Радиотехника и электроника. 1993. Т.38, № 5. С. 889.

12. Алексеев А.А. Регулярные и хаотические режимы управляемого по частоте генератора // Письма в ЖТФ. 1993. Т.19, № 21. С. 16.

13. Шильников Л.П. Теория бифуркаций и модель Лоренца // Мардсен Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М., 1980. С. 317.

Нижегородский государственный  
университет

Поступила в редакцию 17.12.93.  
после переработки 22.03.94

## CHAOTIC REGIME AND SYNCHRONOUS RESPONSE IN GENERATOR WITH FREQUENCY FEEDBACK CONTROL LOOP

A.A. Alekseyev, A.K. Kozlov, V.D. Shalfeev

The nonlinear complex signal processing based on the phenomena of chaotic generation and synchronous response is considered in application to the model of generator with the local frequency control feedback loop. The conditions for the perfect system's functioning are defined.



Алексеев Александр Александрович – родился в 1971 году в Горьком, окончил Нижегородский государственный университет в 1993 году. Инженер кафедры теории колебаний ННГУ. Работает в области исследования нелинейной динамики сложных автоколебательных систем, систем синхронизации и управления.



*Козлов Александр Константинович* – родился в 1964 году в Горьком, окончил Горьковский государственный университет в 1989 году. Младший научный сотрудник НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ. Работает в области исследования нелинейной динамики систем управления колебаниями, в том числе с запаздывающими обратными связями.



*Шалфеев Владимир Дмитриевич* – родился в 1941 году, окончил Горьковский университет в 1963 году. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук в ГГУ (1969) и доктора физико–математических наук в СГУ (1990) в области нелинейной динамики систем синхронизации, профессор ННГУ. Заведует кафедрой теории колебаний Нижегородского университета. Области научных интересов: динамика нелинейных систем, теория синхронизации, пространственно–временной хаос, структуры. Соавтор монографий «Системы фазовой синхронизации», «Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации».



**В издательстве Нижегородского университета вышла в свет в 1993 году книга**

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ОБРАЗОВАНИИ.**

Программные средства: Межвуз. тематич. сб. науч. тр. / Под ред. Р.Г. Стронгина. Нижний Новгород: Нижегород. гос. ун–т., 1993. 171 с.

В сборнике публикуется ряд лабораторных работ по математическому моделированию объектов, явлений и процессов, используемых в Нижегородском государственном университете в составе лабораторных практикумов для студентов, обучающихся по специальности естественно–научного цикла. Часть тиража снабжена приложением – записанной на дискеты документацией для немедленного включения работ в учебный процесс вуза с преподаванием на русском языке. Дискеты могут быть высланы по запросу. Сборник рассчитан на преподавателей и студентов вузов.

