

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА СИСТЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И ЭЛЕКТРОННОЙ ВОЛНЫ С КУБИЧНОЙ ФАЗОВОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

А. П. Четвериков

Методами численного эксперимента с сопутствующей статистической обработкой результатов исследована динамика однопараметрической распределенной автоколебательной системы взаимодействующих встречных электромагнитной волны и простой электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью. Показано, что при увеличении параметра связи волн происходит усложнение автоколебаний в системе вплоть до хаотических.

1. Известно, что один из типов генераторов сверхвысокочастотных электромагнитных колебаний основан на резонансном взаимодействии встречных электромагнитной волны и волны возмущений плотности и скорости частиц в потоке свободных электронов, в частности, электронов-осцилляторов (см., например, [1,2]). В линейном приближении такой системе соответствует в простейшем случае модель взаимодействия двух линейных волн с «холодными» дисперсионными характеристиками $\omega_1 = k_1$ и $\omega_2 = -k_2$, описываемая системой эволюционных уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \zeta} = -AF, \quad (1)$$

$$\frac{\partial I}{\partial \tau} + \frac{\partial I}{\partial \zeta} = -AF, \quad (2)$$

для которой доказано наличие абсолютной неустойчивости [3,2]. Здесь $F = |F| \exp(j\varphi_F)$ и $I = |I| \exp(j\varphi_I)$ - безразмерные медленно меняющиеся во времени и пространстве комплексные амплитуды взаимодействующих электромагнитной и электронной волн, соответственно; τ и ζ - безразмерные время и координата; A - параметр взаимодействия, физически пропорциональный плотности электронного пучка. Термином «электронная волна» обозначается любое, в том числе далее нелинейное, возмущение в потоке электронов.

Стабилизация колебаний в системе происходит за счет влияния какого-либо нелинейного явления, реализующегося в электронной волне. Одним из простейших является эффект неизохронности, выражающийся в зависимости частоты колебаний электрона-осциллятора от его энергии [4] и отражающийся в системе уравнений взаимодействующих волн в нелинейном изменении фазы электронной

волны φ_I . Действительно, переходя в (1)-(2) к системе координат со смещенным отсчетом времени заменой переменных $\tau' = (\tau - \zeta)/2$ и $\zeta' = \zeta$ (штрихи в дальнейшем опущены), перепишем уравнение в виде

$$\frac{\partial I}{\partial \zeta} + jI \frac{\partial \varphi_I}{\partial \zeta} = -AF |e^{j(\varphi_F - \varphi_I)}|. \quad (3)$$

Выражение для $\partial \varphi_I / \partial \zeta$ с учетом эффекта неизохронности может быть строго получено из исходных уравнений, описывающих взаимодействие электромагнитного поля с потоком электронов-осцилляторов (см., например, [2] и соответствующие ссылки в [2]). Однако в простейшем случае для его описания можно использовать следующие очевидные, хотя и не претендующие на строгость, соображения. Поскольку в выражение для полной фазы электронной волны в потоке частиц, излучающих на частоте Ω_e и движущихся с продольной скоростью V , обязательно входит слагаемое $(\Omega_e/V)\zeta$, определяющее сдвиг частоты излучения за счет эффекта Доплера, то при учете зависимости Ω_e от энергии частиц W в выражении для медленной фазы

$$\Omega_e \approx \Omega_{e0} + (\partial \Omega_e / \partial W)_0 W \quad (4)$$

в первом приближении появляется дополнительный член, пропорциональный W . Полагая, что «невозмущенная» частота Ω_{e0} учтена в «быстрой фазе», а энергия W в случае систем с идентичными траекториями электронов ансамбля связана с энергией волны простым соотношением $W = \alpha |I|^2$ (см., в частности, [2]), где α - коэффициент пропорциональности, получим

$$\frac{\partial \varphi_I}{\partial \zeta} = \frac{\partial \varphi_I'}{\partial \zeta} + \left(\frac{\partial \Omega_e}{\partial W} \right)_0 \frac{\alpha |I|^2}{V}; \quad (5)$$

здесь φ_I' описывает изменение фазы волны только за счет взаимодействия с электромагнитной волной. Поэтому, переопределяя амплитуду волны как $I = |I| e^{j\varphi_I'}$ и вводя новые переменные $F' = F\mu^{-1/2}$, $I' = I\mu^{-1/2}$, где $\mu = (\partial \Omega_e / \partial W)_0 \alpha / V$ - параметр неизохронности, преобразуем уравнение (3) к следующему виду:

$$\partial I / \partial \zeta + jI^2 I = -AF; \quad (6)$$

здесь и далее штрихи опущены. Уравнение (1) для электромагнитной волны при этом не изменяется.

Система уравнений (1), (6) должна быть дополнена граничными условиями

$$I|_{\zeta=0} = 0, \quad F|_{\zeta=1} = 0, \quad (7)$$

соответствующими отсутствию волн на входных для них концах пространства взаимодействия $0 \leq \zeta \leq 1$, и начальными условиями

$$F|_{\tau=0} = F^0 f^0(\zeta), \quad I|_{\tau=0} = I^0 i^0(\zeta), \quad (8)$$

описывающими «старт» системы с уровня слабых начальных шумовых возмущений обеих волн ($f^0(\zeta)$, $i^0(\zeta)$ - случайные функции, F^0 , $I^0 \ll 1$). Получившаяся однопараметрическая модель, описывающая взаимодействие встречных бездисперсных линейной и нелинейной с кубичной фазовой нелинейностью волн (в дальнейшем - МФН) является, по-видимому, одной из простейших в классе электронно-волновых моделей и играет роль асимптотической модели для многих электронных генераторов на встречной волне с так называемыми силовыми механизмами взаимодействия [4,2]. Более того,

можно полагать, что она может рассматриваться как одна из базовых моделей данного класса с типичной динамикой. В настоящей статье излагаются результаты исследования автоколебательных режимов и процессов их установления в МФН.

2. Поскольку в реальных системах, соответствующих рассматриваемой модели, уровень начальных колебаний всегда мал, будем рассматривать здесь только такие типы процессов, у которых существует длинная линейная стадия переходного процесса. В этом случае, как показано в [1], см. также [2], независимо от вида функций $f^0(\zeta)$, $i^0(\zeta)$, а также F^0 и I^0 , поведение системы определяется значением единственного бифуркационного параметра A : при $A < A_{st} = \pi/2$ система находится в состоянии устойчивого равновесия $|F| \approx |I| \approx 0$, а при превышении стартового значения A_{st} происходит ее мягкое возбуждение, причем асимптотическое поведение к концу линейной стадии переходного процесса определяется динамикой основной линейной моды

$$F(\zeta) \sim f_1(\zeta) \sim e^{\alpha_1 \zeta} \sin[\sqrt{A^2 - \alpha_1^2}(1 - \zeta)], \quad (9)$$

$$I(\zeta) \sim i_1(\zeta) \sim -e^{\alpha_1 \zeta} \sin[\sqrt{A^2 - \alpha_1^2} \zeta], \quad (10)$$

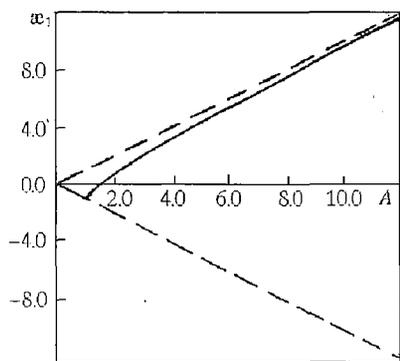


Рис. 1. Зависимость временного инкремента линейной моды от параметра A

где $\alpha_1 = \alpha_1(A)$ - временной инкремент ($F, I \sim e^{2\alpha_1 \tau}$) основной линейной моды (рис. 1). Поэтому будем полагать, что начальные пространственные распределения амплитуд волн для нелинейных колебаний определяются соотношениями (9), (10), причем при численном моделировании будем считать значение $\tau=0$ примерно соответствующим концу линейной стадии переходного процесса.

3. В общем случае нелинейная система уравнений типа (1), (6) аналитического решения не имеет и должна решаться либо численно, либо приближенно после упрощения, например, с помощью разложения с ограниченным количеством членов ряда по какой-либо системе ортогональных функций, удовлетворяющих граничным условиям сформулированной краевой задачи. Однако в стационарном режиме одночастотных колебаний, который, как было найдено, устанавливается в системе при небольшом превышении бифуркационным параметром порогового значения, удается получить аналитическое решение системы (1), (6)-(8) [5, 6]. Действительно, в этом случае $F(\tau, \zeta) = \mathcal{F}(\zeta) \exp(j\Delta\tau)$, $I(\tau, \zeta) = \mathcal{I}(\zeta) \exp(j\Delta\tau)$, поэтому, сделав в них замену переменных $\xi = \zeta A$, $\mathcal{F} = \mathcal{F}' \sqrt{A}$, $\mathcal{I} = \mathcal{I}' \sqrt{A}$, подставим эти выражения в уравнения (1), (6) и получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\mathcal{F}}{d\xi} - j \frac{\Delta}{A} \mathcal{F} = \mathcal{J}, \quad \mathcal{F}|_{\xi=A} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\xi} + j \mathcal{I}^2 \mathcal{J} = -\mathcal{F}, \quad \mathcal{I}|_{\xi=0} = 0 \quad (12)$$

с интегралом $|\mathcal{I}|^2 + |\mathcal{J}|^2 = \eta$, где $\eta = |\mathcal{F}(\xi=0)|^2 = \mathcal{F}_0^2 = \text{const}$ (в реальных системах η характеризует эффективность энергообмена между волнами). Преобразуя (11)-(12) к одному уравнению

$$\frac{d^2 \mathcal{F}}{d\xi^2} - j\left(\frac{\Delta}{A} - \eta\right) \frac{d\mathcal{F}}{d\xi} + \left(1 + \frac{\Delta}{A} (\eta - |\mathcal{F}|^2)\right) = 0 \quad (13)$$

и разделяя в нем действительную и мнимую части, нетрудно получить соотношение

$$\Delta = -A\eta/2, \quad (14)$$

определяющее частоту генерации, а также уравнение

$$\left(\frac{d|\mathcal{F}|}{d\xi}\right)^2 = (\eta - |\mathcal{F}|^2) \left[1 - \frac{\mathcal{F}^2}{4} (\eta - |\mathcal{F}|^2)\right], \quad (15)$$

описывающее пространственное распределение амплитуды электромагнитной волны. Полагая, что в простейшем случае решение последнего уравнения топологически подобно основной («одногорбой») линейной моде, будем иметь из (15) неявное соотношение $\eta = \eta(A)$ в виде

$$A = K(\eta/8), \quad (16)$$

а также формулу, описывающую распределение амплитуды волны вдоль координаты (рис. 2)

$$|\mathcal{F}(\xi)| = \mathcal{F}_0 \frac{\text{cn}\xi}{\sqrt{1 - 4(\mathcal{F}_0 \text{sn}\xi/4)^4}}; \quad (17)$$

здесь $K(x)$ - полный эллиптический интеграл первого рода, $\text{sn}\xi$ и $\text{cn}\xi$ - эллиптические функции Якоби.

Из (17) формально следует, что предельное значение $\eta_{\max} = 8$ и достигается при $A \rightarrow \infty$. Однако судить о возможности реализации этого решения при наличии флуктуаций, всегда существующих в реальных системах, можно только после его исследования на устойчивость. В принципе это можно сделать, представляя решение исходной задачи в виде $F(\tau, \zeta) = \mathcal{F}'(\zeta) \exp(j\Delta\tau) +$

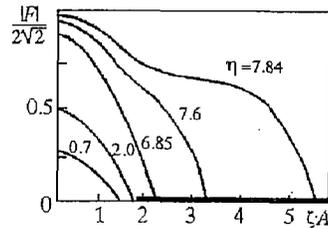


Рис. 2. Распределения амплитуды электромагнитной волны $|F(\zeta)|$, рассчитанные в приближении одночастотного сигнала. Отмечена область неустойчивых решений

$f_n(\tau, \zeta)$, $I(\tau, \zeta) = \mathcal{f}'(\zeta) \exp(j\Delta\tau) + i_n(\tau, \zeta)$, где f_n и i_n описывают малые возмущения стационарного решения. Получив систему уравнений

$$\frac{\partial f_n}{\partial \tau} - \frac{\partial f_n}{\partial \zeta} = -A i_n, \quad (18)$$

$$\frac{\partial i_n}{\partial \zeta} + j[2|\mathcal{f}'|^2 i_n + \mathcal{f}'^2 i_n^*] = -A f_n, \quad (19)$$

нетрудно сформулировать линейную краевую задачу с переменными коэффициентами для определения закона эволюции возмущений. Однако ее решение не проще, чем численное решение исходной системы уравнений. Последнее же показывает, что одночастотный режим колебаний устойчив только в узком интервале значений бифуркационного параметра $A_{st} < A < A_a \approx 1.83$, причем предельное значение $\eta_{\max} \approx 5.3$. Одночастотные же режимы с пространственными распределениями амплитуд, топологически подобными второй и более высоким

(«многогорбым») линейным модам, не реализуются вообще. При превышении параметром A бифуркационного значения A_c одночастотный режим теряет устойчивость и сменяется режимом периодической автомодуляции.

4. Многочастотные автоколебания в МФН исследовались методами вычислительного эксперимента, который включал два относительно независимых этапа, а именно: 1) этап собственно моделирования процессов в системе данного типа и 2) этап статистической обработки результатов, если режимы колебаний оказываются сложными. Отметим особенности их применительно к МФН.

4.1. Моделирование проводилось на основе хорошо зарекомендовавшей себя двухслойной разностной схемы порядка $O((\Delta\tau)^2 + (\Delta\xi)^2)$ [7]. Здесь $\Delta\tau$ и $\Delta\xi$ - шаги дискретизации по времени и координате, соответственно. Целью моделирования в принципе должно являться изучение эволюции во времени комплексных функций $F(\xi)$ и $I(\xi)$, рассматриваемых как «точки» бесконечномерного фазового пространства анализируемой динамической системы. Практически же в качестве основного количественного результата численного эксперимента накапливалась временная реализация «амплитуды выходного сигнала» $F_0(\tau) = |F(\tau)|_{\xi=0}$, поскольку подразумевается, что она, являясь интегральной характеристикой процессов, происходящих на всей длине пространства взаимодействия, характеризует систему в целом. Анализ пространственных распределений амплитуд волн проводился качественными методами, главным образом для построения качественной картины явлений в системе и объяснения причин появления тех или иных пространственно-временных структур.

Особо следует отметить используемую форму записи уравнений в частных производных. В системе (1), (6) параметр связи A в явном виде входит в правые части уравнений, описывающих взаимодействие волн в пространстве фиксированной длины $0 \leq \xi \leq 1$. Традиционно же (см., например, [1,3]) используется запись уравнений, когда фиксируется локальная связь между волнами, взаимодействующими в пространстве, длина которого изменяется с изменением бифуркационного параметра: $0 \leq \xi \leq A$. Эти записи эквивалентны, однако при фиксированных величинах шагов аппроксимации в первом случае результатом ее является цепочка с фиксированным числом элементов с изменяющейся при изменении параметра A связью между ними, причем величина связи может быть задана с любой точностью. Во втором же случае связь между элементами цепочки постоянна, но изменяется количество звеньев цепи при изменении параметра A , который может меняться только дискретным образом: $\Delta A = \Delta \xi$. При очень малых значениях шагов и использовании схем высокой точности результаты моделирования процессов в обеих цепочках одинаковы. На практике же количество звеньев цепочки выбирается ограниченным (примерно 50-100), в результате чего естественным образом ограничиваются предельные пространственные и временные масштабы возникающих в системе структур. Специально проведенный сравнительный анализ данных моделирования показал, что качественно результаты моделирования обеих цепочек идентичны. Это прежде всего свидетельствует о грубости исходной модели и возможности ее изучения методами вычислительного эксперимента. Однако в деталях результаты слегка отличаются: мелкомасштабная структура распределений амплитуд может быть неодинаковой, значения бифуркационных параметров могут отличаться, поскольку, как оказалось, система чувствительна к воздействию мелких деталей пространственно-временных структур вблизи бифуркационных переходов. Последнее, вообще говоря, затрудняет сопоставление данных экспериментов, выполненных с различной точностью. Поэтому основное внимание в исследованиях уделялось качественным характеристикам поведения системы и механизмам возникновения различных режимов колебаний.

4.2. Обработка результатов численных экспериментов проводилась на основе анализа временных последовательностей $F_{0k} = F_0(\Delta\tau(k-1))$, $k = 1, 2, \dots$ и включала вычисление таких стандартных характеристик [8], как спектральная плотность S

мощности выходного сигнала (спектра функции $F_0(\tau)$), автокорреляционная функция ACF , плотность P вероятности значений $F_0(\tau)$, а также построение двумерных проекций «фазового пространства» системы $(F_0(\tau), F_0(\tau+\tau_d))$, где τ_d - время задержки. Графики некоторых из этих функций вместе с коротким отрезком временной реализации $F_0(\tau)$ приведены на рис. 3-4. Полная длина $F_0(\tau)$ для сложных режимов колебаний составляла 50-200 при основном (характерном) периоде колебаний $T_a \sim 1$ и шаге дискретизации $\Delta\tau \sim 0.005-0.002$. Как правило, анализ этих характеристик вместе с качественным анализом пространственных распределений $|F(\zeta)|$, $|I(\zeta)|$, $\varphi_I(\zeta)$, $\varphi_F(\zeta) = \varphi_F - \varphi_I$ давал достаточные основания для идентификации типа пространственно-временного поведения системы.

5. Результаты проведенных численных экспериментов можно обобщить следующим образом.

5.1. Как уже отмечалось, при $A < 1.83$ стационарный режим колебаний является одночастотным с частотой, определяемой соотношением (14), и характерными распределениями амплитуд волн $|F(\zeta)|$, $|I(\zeta)|$ (рис.3) и разности фаз $\varphi(\zeta) \approx \text{const} = \pi$, топологически подобными распределениям их в основной линейной моде. Отметим, что именно фаза φ определяет главным образом структуру пространственного распределения амплитуд, поскольку

$$\frac{\partial |F|}{\partial \zeta} = A |I| \cos \varphi + \frac{\partial |F|}{\partial \tau}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial |I|}{\partial \zeta} = -A |F| \cos \varphi. \quad (21)$$

5.2. При $A > A_a$ этот режим теряет устойчивость и возникает автомодуляция выходного сигнала. При небольшом превышении порогового значения $((A - A_a)/A_a \ll 1)$ она имеет синусоидальную форму: $F_0(\tau) = \mathcal{F}_0 + \alpha \sin \Omega_a \tau$, где $\mathcal{F}_0 = \text{const}$ определяется одночастотным решением, $\alpha \ll \mathcal{F}_0$, $\Omega_a = 2\pi/T_a$, $T_a \sim 1$ - период автомодуляции. В размерном виде период автомодуляции примерно равен времени $T/v_0 + T/v_{gr}$ прохода сигнала по цепи обратной связи системы «электронная волна плюс встречная электромагнитная волна». Распределение $|F(\zeta)|$ в отдельные моменты времени становится «двугорбым», поскольку именно при $A > 1.83$ правая часть в уравнении (20) может принимать положительные значения. Действительно, несмотря на нелинейное изменение φ_I согласно уравнению

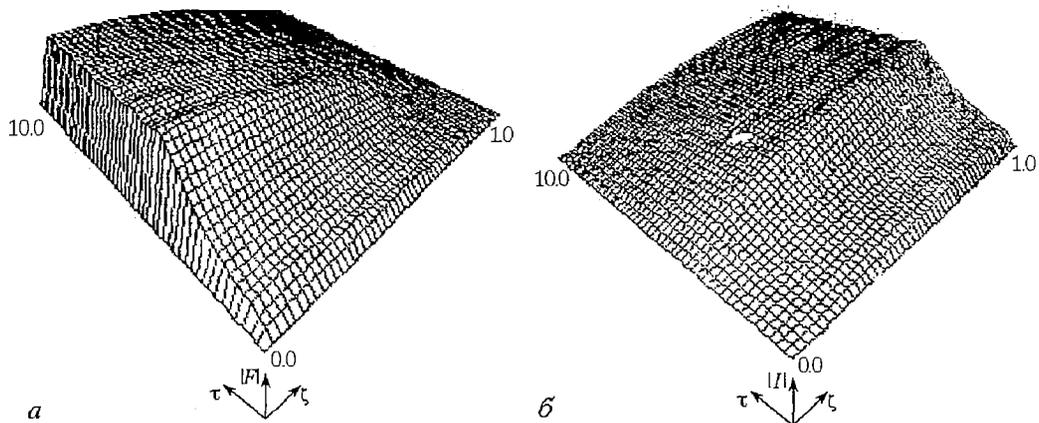


Рис. 3. Пространственно-временные распределения амплитуд электромагнитной $|F(\tau, \zeta)|$ - (а) и электронной $|I(\tau, \zeta)|$ - (б) волн при $A = 1.8$

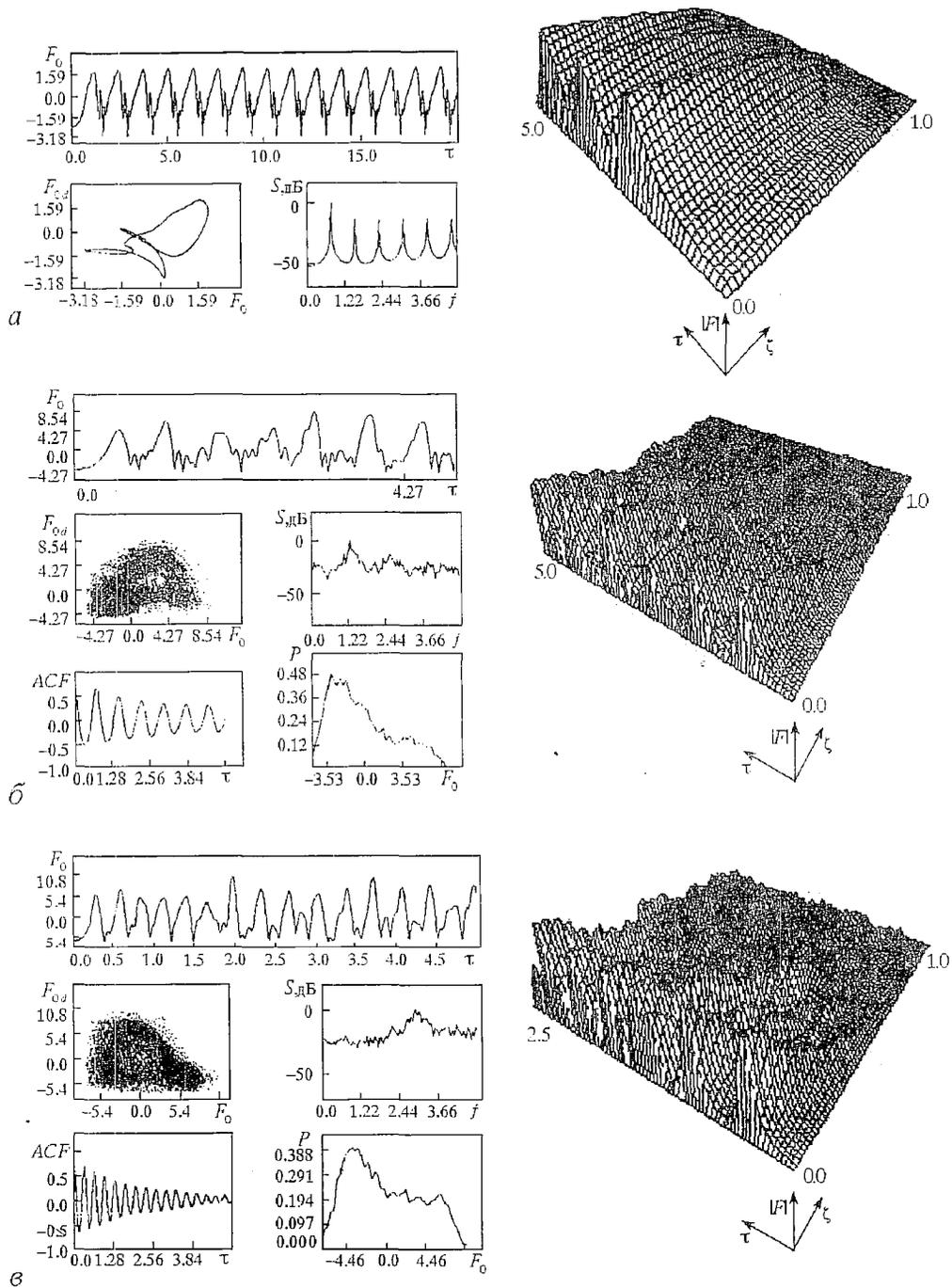


Рис. 4. Временная зависимость (отрезок) $F_0(\tau)$, проекция фазового портрета ($F_0(\tau)$, $F_{0d}=F_0(\tau+\tau_d)$), спектральная плотность мощности S , автокорреляционная функция ACF , плотность P вероятности значений F_0 амплитуды электромагнитной волны и пространственно-временное распределение $|F(\tau, \zeta)|$ при значениях параметра λ : а - 2.15; б - 4.7; в - 10.0

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial \zeta} = -|I|^2 - A \frac{|F|}{|I|} \sin \varphi, \quad (22)$$

все еще $\cos\varphi < 0$ в течение всего периода автомодуляции, хотя и приближается к границе зоны $\cos\varphi(\zeta) < 0$. Однако величина производной $\partial|F|/\partial\tau$ становится большой и в отдельные моменты времени превышает $A/l\cos\varphi$. При увеличении A глубина автомодуляции увеличивается, зависимость $F_0(\tau)$ приобретает вид периодической последовательности импульсов, в спектре появляются гармоники частоты Ω_a . Затем, при $A \approx 2.05$ между двумя соседними большими импульсами появляется маленький пик, а распределение $|F(\zeta)|$ становится «трехгорбым». Зависимость $F_0(\tau)$ остается периодической, хотя при дальнейшем увеличении A между соседними большими импульсами в $F_0(\tau)$ появляются все новые мелкие осцилляции (см. рис. 3, а), отражающие усложнение пространственной структуры взаимодействующих волн вследствие быстрого изменения фаз $\varphi_l(\zeta)$ и $\varphi(\zeta)$, а следовательно и знака производной $\partial|F|/\partial\zeta$. В численных экспериментах ограничение этого процесса может быть связано с величиной шага $\Delta\zeta$, поскольку при достаточно больших A структура пространственных распределений $F(\zeta)$, $I(\zeta)$ комплексных амплитуд становится столь мелкомасштабной, что не реализуется в цепочке с достаточно большим шагом $\Delta\zeta$. В частности, в расчетах, выполненных с мелким шагом, было обнаружено, что число мелких осцилляций вблизи границы потери устойчивости периодического режима может быть равно 6-8, а количество «горбов» в распределении может равняться 10-12. Заметим, что не каждый «горб» пространственного распределения проявляется в зависимости $F_0(\tau)$, - некоторые сглаживаются по пути к выходному концу системы. Однако было установлено также, что качественно картина явлений в цепочках с достаточно большими $\Delta\zeta$, когда «улавливаются» лишь 2-3 мелких осцилляции между большими импульсами, та же, что и в исходной системе, хотя в деталях возникающие режимы могут отличаться. В частности, было обнаружено, что в диапазоне $3.6 \leq A \leq 3.8$ возникает удвоение, а затем учетверение периода колебаний. При $A \approx 4.1$ опять возникает удвоение периода, затем при $A \approx 4.3$ утроение удвоенного периода. Однако эти явления, по-видимому, не носят универсального характера, также как и появление между гармониками частоты Ω_a частотных компонент, не связанных с основной частотой. Наконец, при $A \approx 4.5$ колебания становятся хаотическими - главным образом об этом свидетельствует спадающий характер ACF , а также форма фазового портрета, ставший сплошным спектр колебаний и принимающее колоколообразную форму распределение плотности вероятности (см. рис. 4, б). При дальнейшем увеличении A степень хаотичности колебаний $F_0(\tau)$ возрастает, а пространственная структура распределений амплитуд становится все более сложной (см. рис. 4, в).

Почему возникает автомодуляция выходного сигнала? Причина ее появления в исследуемой системе, как и в других системах взаимодействующих встречных волн, обусловлена запаздывающим характером обратной связи при наличии в цепи обратной связи инерционных элементов [1]. В данном случае роль инерционного элемента играет фазовая инерционная нелинейность. Действительно, пусть вблизи границы системы $\zeta=0$ возникает локальное возмущение установившегося распределения амплитуды поля. Оно вызывает возмущение электронной волны, которое переносится вдоль системы и вызывает возмущение поля в каждой точке пространства взаимодействия через соответствующее время $t \approx z/v_0$. Наибольшее относительное возмущение поля произойдет вблизи другой границы системы, где амплитуда поля мала. Через время $T \approx 1/|v_{gr}|$ после этого возмущения поля, усиленное за счет взаимодействия с электронной волной, достигает границы $\zeta=0$ и может быть зафиксировано как реакция на первоначальное возмущение. Затем процесс должен повторяться с периодом порядка T_a . Однако обнаружено, что если в любой момент времени распределение $|F(\zeta)|$ остается топологически подобным

основному виду колебаний, то амплитуда откликов во времени уменьшается, то есть такое стационарное состояние устойчиво. Положение меняется, когда в результате действия фазовой нелинейности в конце пространства взаимодействия начинает быстро меняться фаза φ_1 и разность фаз φ в какие-то моменты времени принимает значения, при которых в $|F(\zeta)|$ появляется провал, что соответствует образованию в пространственном распределении поля компоненты, топологически адекватной второй линейной моде. Возникшая структура оказывается неустойчивой, и в результате реализуется режим, когда в системе происходит периодическая смена пространственных структур, похожих на первую и вторую моды. При увеличении A возникают все более «многогорбые» распределения амплитуд, однако до $A \approx 4.5$ процесс остается периодическим. Хаотизируется он затем опять из-за изменения фазового соотношения между волнами при увеличении $|L|$. При возрастании амплитуды электронной волны в системе возникает ее пространственное распределение с быстроменяющейся фазой, которое в свою очередь возбуждает волну поля с быстроменяющейся фазой. Распространяясь навстречу друг другу, эти «многогорбые» распределения порождают при превышении определенного порога возбуждения хаотические автоколебания (качественно этот процесс легко проследить на рис. 4, б, в). Нетрудно заметить, что бифуркационное значение A близко к стартовому значению второй линейной моды $A_{st} = (3/2)\pi$. Это дает основание для следующего объяснения механизма возникновения хаоса в рассматриваемой системе [5].

Когда при достаточно большом значении A характерное время нарастания амплитуды $T_n \sim 1/\alpha_1$ становится меньше времени $T_{\text{р}}$ релаксации системы, амплитуда поля в конце переходного процесса «проскакивает» равновесное значение \mathcal{F}_0 , определяемое стационарной теорией, и продолжает расти некоторое время. Под ее воздействием величина $|L|$ тоже быстро растет вдоль ζ и вблизи границы системы $\zeta=1$ образуется распределение $I(\zeta)$ с быстроменяющейся фазой. Поэтому, несмотря на большую величину $|L|$, электронная волна возбуждает слабую волну поля. Эти процессы, разыгрывающиеся вблизи $\zeta=1$, не могут помешать нарастанию амплитуды поля вблизи $\zeta=0$, так как перенос возмущений происходит с конечной скоростью. Но через время $T \sim 1$ до области вблизи $\zeta=0$ доходит информация о начале действия нелинейных эффектов, и амплитуда поля резко падает. Таков механизм образования первого мощного импульса выходного сигнала.

После прохождения импульса по всей длине системы, в ней остается распределение поля с быстроменяющейся фазой, из-за чего поле не может эффективно взаимодействовать с электронной волной и поэтому амплитуда $|I(\zeta)|$ также мала. Из образовавшегося сложного распределения снова выделяется основная мода, а также при $A \geq A_{2st}$ по крайней мере вторая мода, - начинает формироваться следующий мощный импульс. В первом случае процесс является периодическим, поскольку каждый новый импульс развивается из одинакового распределения поля, соответствующего основной моде. Этот эффект лежит в основе своеобразной «структурной» устойчивости изучаемой системы - мелкомасштабные детали структуры поля, остающегося после ухода из системы мощного импульса, не важны, так как из них всегда выделится основная мода и на ее основе сформируется новый мощный импульс, в точности повторяющий предыдущий (хотя форма импульсов и время T_a , возможно, слегка будут отличаться для модельных цепочек с различным количеством звеньев).

Другая ситуация возникает при $A > A_{2st}$, когда нарастающими являются по крайней мере две моды. Распределение поля, предшествующее появлению мощного импульса, теперь определяется суперпозицией мод и зависит от соотношения их амплитуд и фаз. Поэтому различаются высота и форма импульсов, а также распределения амплитуд волн, возникающих после прохождения каждого

импульса. В целом последовательность импульсов в зависимости $|F_0(\tau)|$ будет непериодической, и с возрастанием A будет становиться все более хаотической, пока не потеряет вид последовательности импульсов, а распределение плотности вероятности амплитуд не приобретет форму, близкую к релеевской функции распределения. Представляется, что описанный механизм перехода к хаосу является основным для систем с фазовой нелинейностью, хотя не исключено, что в дальнейших исследованиях могут обнаружиться новые детали хаотического режима колебаний и механизма перехода в него в данной распределенной динамической системе.

Часть работы выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 94-02-06098).

Библиографический список

1. Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1975.
2. Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Автоколебания в распределенных системах «электронный поток - встречная (обратная) электромагнитная волна» - в настоящем выпуске
3. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
4. Высокочастотная релятивистская электроника. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1979.
5. Кузнецов С.П., Четвериков А.П. Нестационарная нелинейная теория ультрарелятивистской ЛОВ на аномальном эффекте Доплера // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1981. Т. 24, № 1. С. 109.
6. Четвериков А.П. Периодические и хаотические автоколебания в простых распределенных электронно-волновых системах // Изв. РАН. Сер. Физическая. 1994. Т. 58, № 8. С. 171.
7. Кузнецов С.П., Пищик Л.А., Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Программа численного моделирования нестационарных процессов и автоколебательных режимов в ЛОВО // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1983. Вып. 4 (352). С. 66.
8. Анищенко В.С., Сапарин П.И., Сафонова М.А. Измерительно-вычислительный комплекс для диагностики сложных режимов автоколебаний // РЭ. 1992. Т. 3, № 3. С. 4672.

*Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 31.10.94.
после переработки 28.02.95.*

NONLINEAR DYNAMICS OF A SYSTEM OF INTERACTING BACKWARD ELECTROMAGNETIC WAVE AND ELECTRON WAVE WITH CUBIC PHASE NONLINEARITY

A.P. Chetverikov

Dynamics of one parametric extended auto-oscillation system of interacting on electromagnetic wave and a simple electron wave with cubic phase nonlinearity is studied by computer modelling and statistical treatment of results. It has been shown that complication of oscillations up to chaotic takes place in the system under coupling wave parameter increasing.