



## ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ\*

*В.Г. Анфиногентов*

При помощи численного моделирования методом частиц в ячейке изучены нелинейные колебания электронного потока с виртуальным катодом в диоде Пирса. Выявлены различные динамические режимы, включая хаотические колебания электронного потока. Получены количественные (корреляционная размерность и максимальный показатель Ляпунова) и качественные (автокорреляционная функция, неустойчивые периодические орбиты) характеристики хаотических колебаний. Исследованы физические процессы в диоде, показано, что в потоке наряду с виртуальным катодом может формироваться вторая область, отражающая электроны, - вторичный виртуальный катод. Обнаружено, что один из механизмов возникновения хаотической динамики электронного потока связан с интенсивным нелинейным взаимодействием виртуальных катодов.

Диод Пирса [1] представляет собой одну из простейших моделей ограниченных плазменных систем. Многие реальные приборы включают в себя элементы, аналогичные диоду Пирса, например, термоконверторы и электронные пушки [2].

Диод Пирса состоит из двух параллельных бесконечно широких эквипотенциальных сеток, пронизываемых моноэнергетическим электронным потоком. Плотность заряда и скорость потока на входе в систему поддерживаются постоянными. Пространство между сетками заполнено однородным фоном неподвижных ионов. Пространственный заряд ионного фона компенсирует невозмущенный пространственный заряд электронного потока.

Управляющим параметром системы является параметр Пирса

$$\alpha = \omega_p L / v_0,$$

где  $\omega_p = \sqrt{e\rho_0/\epsilon m}$  - плазменная частота,  $\rho_0$  - плотность заряда в электронном потоке на входе в систему,  $v_0$  - скорость потока на входе в систему,  $L$  - расстояние между сетками.

Как было показано Пирсом [1], равномерное движение потока со скоростью  $v(x)=v_0$  становится неустойчивым при  $\alpha > \pi$ . Флуктуации плотности заряда в потоке приводят к перераспределению зарядов во внешней цепи, связывающей сетки, и появлению наведенных зарядов на ограничивающих систему сетках. В результате потенциал на сетках сохраняется постоянным, а однородное поле этих зарядов

\* Материалы данной статьи были использованы в докладе на Второй международной школе-семинаре «Динамические и стохастические волновые явления» (Н.Новгород-Москва-Н.Новгород, 21—28 июня 1994г.)

сильно возмущает движение потока. При  $\alpha > \pi$  это возмущение приводит к росту флуктуации плотности заряда. Развитие возмущения продолжается до тех пор, пока в системе не возникнет виртуальный катод (ВК) - область с потенциалом пространственного заряда, близким к потенциалу катода. При этом ВК отражает часть поступающего электронного потока ко входной сетке.

Несмотря на свою простоту, диод Пирса может демонстрировать богатую динамику, развивающуюся на нелинейной стадии неустойчивости Пирса [3]. Одним из наиболее интересных объектов исследования является сложная динамика электронного потока, включающая возникновение динамического хаоса. Подобные процессы наблюдались при  $\alpha > \pi$  без возникновения потоков отраженных частиц в узкой области значений параметра  $\alpha$  [4-6].

Представляет интерес исследовать динамику электронного потока с ВК в широкой области изменения параметра  $\alpha$  с целью выяснения возможных динамических состояний, особенно режимов со сложным поведением электронного потока, проанализировать физические процессы, сопровождающие такое поведение.

Практический интерес данной задачи прежде всего связан с тем, что в последнее время колебания ВК с частотой порядка  $\omega_p$  предполагается использовать для получения сверхмощного СВЧ излучения [7, 8].

## 1. Схема численного решения

После образования ВК в потоке начинаются отражения частиц, что делает аналитическое описание невозможным. Поэтому в настоящей работе было использовано численное моделирование при помощи РС - метода [9].

Электронный поток представляется в виде совокупности крупных частиц (в одномерном случае - заряженных листов), инжектируемых через равные промежутки времени с постоянной скоростью в пространство взаимодействия. Для каждого листа решалось нерелятивистское уравнение движения

$$d^2x_i/dt^2 = -E(x_i),$$

где  $x_i$  - координата  $i$ -го листа,  $E(x_i)$  - напряженность поля пространственного заряда в точке с координатой  $x_i$ .

Для вычисления напряженности и потенциала поля пространственного заряда и плотности заряда вводилась равномерная пространственная сетка с шагом  $\Delta x$ . Потенциал поля пространственного заряда в электростатическом приближении определялся при помощи уравнения Пуассона

$$\partial^2\phi/\partial x^2 = \alpha^2(\rho - 1).$$

Для вычисления плотности заряда использовалась процедура линейного взвешивания частиц на пространственной сетке, снижающая сеточный шум [9]

$$\rho_j = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^N S(x_i - x_j),$$

где  $\rho_j$  - плотность заряда в узле сетки с координатой  $x_j$ ,  $x_i$  - координата  $i$ -ой частицы,  $N$  - число частиц,  $n_0$  - число частиц на ячейку в невозмущенном состоянии,

$$S(x) = \begin{cases} 1 - |x/\Delta x|, & \text{если } |x| < \Delta x, \\ 0, & \text{если } |x| \geq \Delta x \end{cases}$$

- функция, определяющая форму частицы. Напряженность поля пространствен-

ного заряда определялась дифференцированием полученных значений потенциала.

Были определены такие параметры численной схемы, как число ячеек сетки  $N_x$  и число частиц на ячейку в невозмущенном состоянии  $n_0$ , обеспечивающие адекватное описание физических процессов в системе. Вид временных реализаций напряженности поля пространственного заряда на выходной сетке перестал зависеть от этих параметров при  $N_x=128$  и  $n_0=4$ . Дальнейшие вычисления проводились с этими значениями  $N_x$  и  $n_0$ .

## 2. Общая характеристика поведения системы при изменении управляющего параметра

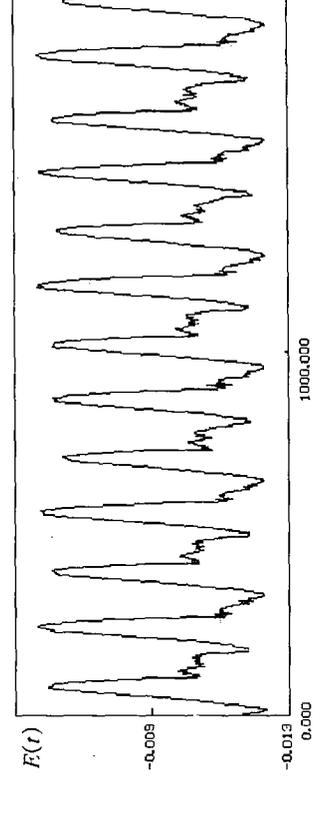
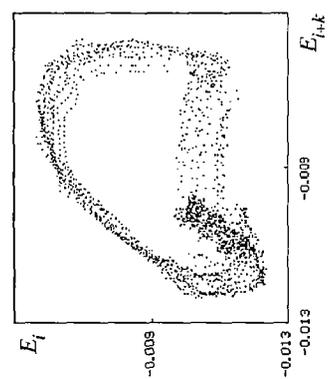
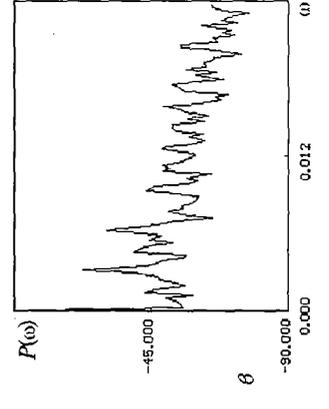
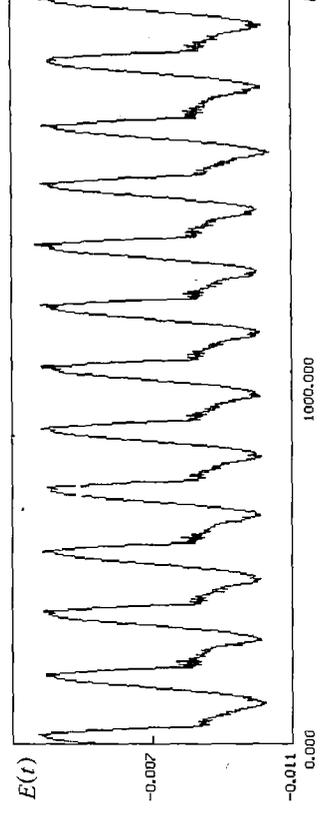
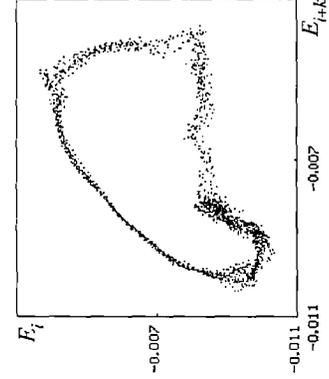
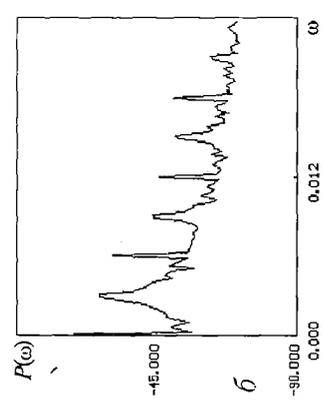
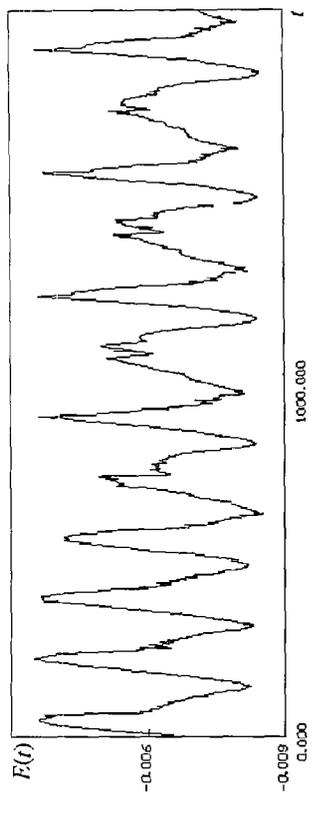
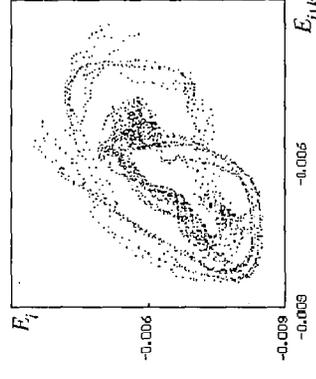
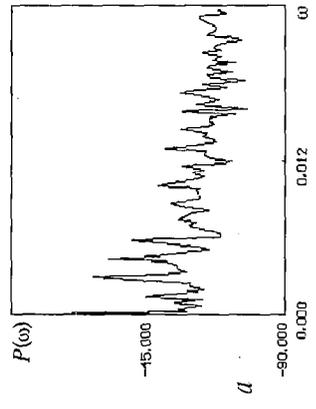
Предварительные исследования поведения системы были проведены при увеличении параметра  $\alpha$  от  $\pi$  до  $3\pi$ . При неизменной геометрии системы и постоянном ускоряющем потенциале это соответствует росту плотности пространственного заряда пучка. Управляющий параметр  $\alpha$  изменялся в этих пределах, поскольку линейная динамика системы качественно повторяется при превышении параметром  $\alpha$  значения  $\pi$  с периодом  $2\pi$  по  $\alpha$ . Кроме этого, наименьшие из возможных значений  $\alpha$ , обеспечивающие развитие неустойчивости, соответствуют реально достижимым в пучке плотностям пространственного заряда.

Предварительный анализ колебаний ВК проводился при помощи наблюдения временных реализаций поля пространственного заряда  $E$  на выходном конце системы и соответствующих этим реализациям спектров мощности. Для более полного анализа из временных реализаций по методу Такенса [10] реконструировались аттракторы в фазовом пространстве системы. Напомним, что при этом точка в  $m$ -мерном фазовом пространстве системы имеет координаты  $(E_i, E_{i+k}, \dots, E_{i+(m-1)k})$ , где  $E_i = E(i\Delta t)$ ,  $\Delta t$  - шаг интегрирования,  $\tau = k\Delta t$  - длительность задержки,  $i$  - номер отсчета. В нашем случае реализация состояла из 10000 отсчетов,  $k=25$ , а  $m$  изменялась от 2 до 8 для получения оптимальных фазовых портретов.

На рис. 1 показаны шесть характерных динамических состояний колебаний электронного потока после образования ВК. Для каждого состояния представлена часть временной реализации  $E(t)$ , соответствующий спектр мощности и проекция восстановленного аттрактора на плоскость  $(E_i, E_{i+k})$ .

Сразу после превышения током пучка предельного значения в потоке возникают нерегулярные колебания ВК. В спектре можно выделить две частоты, находящиеся в иррациональном соотношении. При этом шумовой пьедестал в спектре имеет значительную высоту. Фазовый портрет однороден и при малом превышении  $\alpha$  над  $\pi$  соответствует сильно размытому предельному циклу (см. рис.1, а). По мере роста  $\alpha$  основной цикл становится двухоборотным, степень размазанности аттрактора уменьшается. При значении  $\alpha \approx 1.28\pi$  поведение системы становится почти регулярным, аттрактор превращается в узкую ленту, а в спектре мощности выделяется только основная частота и ее гармоники (см. рис.1, б). В фазовом портрете появляется неоднородность: в области, соответствующей отсутствию ВК в системе, фазовая траектория проводит относительно больше времени. Внутри каждого периода колебаний в реализации можно выделить промежуток почти неизменяющихся значений поля и следующий за ним острый пик.

Дальнейший рост  $\alpha$  приводит к расширению ленты аттрактора, что соответствует увеличению нерегулярности колебаний. В спектре при этом растет уровень шумового пьедестала и расширяются отдельные спектральные пики.



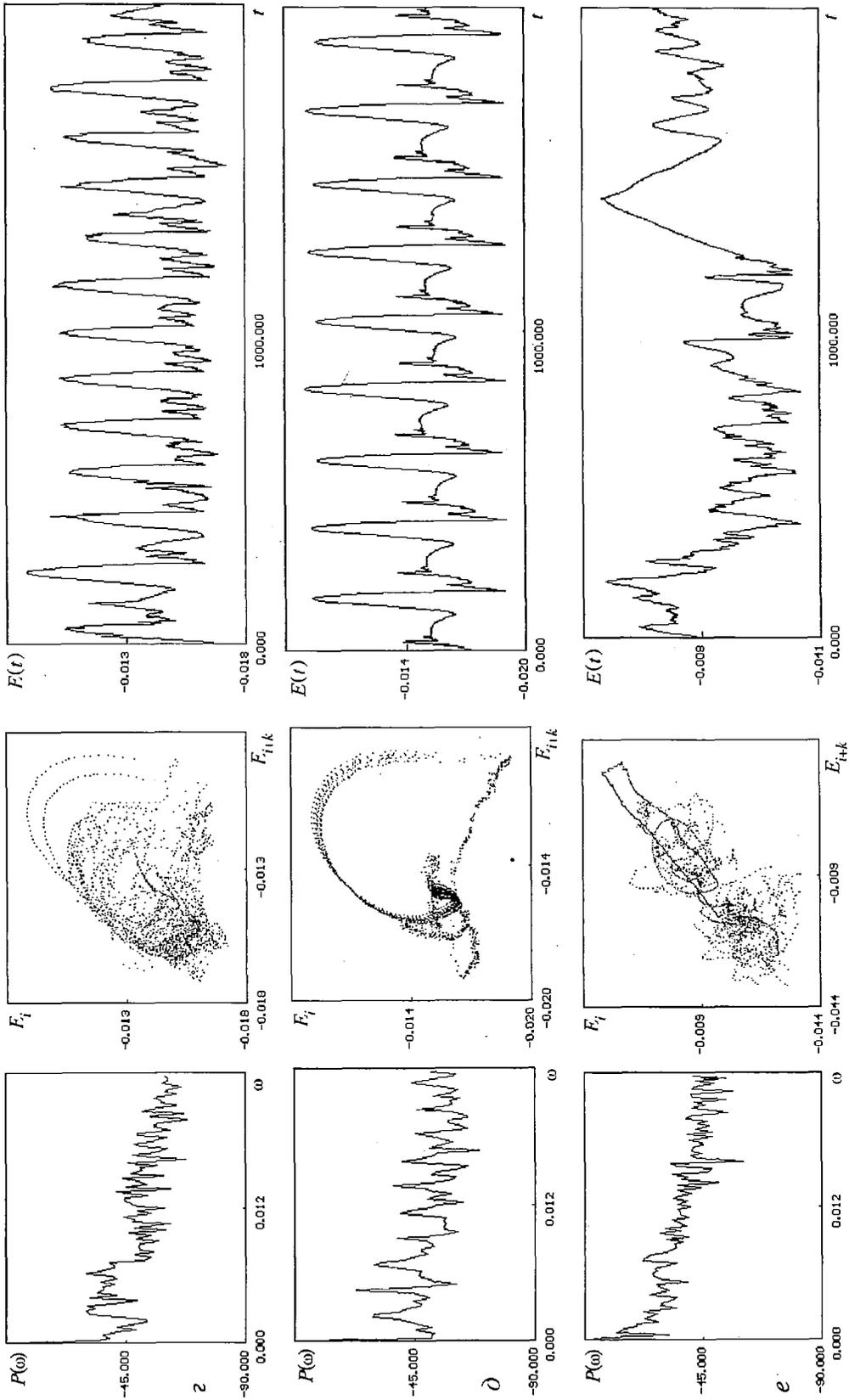


Рис.1. Спектры мощности, восстановленные фазовые портреты и реализации характерных режимов колебаний в электронном потоке с виртуальным катодом:  $a - \alpha/\pi = 1.26$ ;  $b - \alpha/\pi = 1.30$ ;  $c - \alpha/\pi = 1.40$ ;  $z - \alpha/\pi = 1.62$ ;  $d - \alpha/\pi = 1.74$ ;  $e - \alpha/\pi = 2.65$

Аттрактор по-прежнему является неоднородным (см. рис.1, в). Увеличение  $\alpha$  выше  $1.58\pi$  приводит к полному расплыванию аттрактора. Теперь он занимает целую область в фазовом пространстве (см. рис.1, г). На проекции фазового портрета видна область разбегания близких траекторий, что характерно для хаотических аттракторов. Вместе с тем хорошо видна крупномасштабная структура фазового портрета. Спектр обладает высоким шумовым пьедесталом, что также заставляет предположить хаотическое поведение. Нерегулярность колебаний проявляется и в реализации, хотя основной временной масштаб сохраняется. По мере роста  $\alpha$  неоднородность аттрактора растет, и сужается область, занимаемая им в фазовом пространстве. При  $\alpha > 1.68\pi$  нерегулярность колебаний резко уменьшается (см. рис.1, д). Аттрактор при этом представляет собой узкую ленту сложной формы. В спектре мощности можно выделить большое число высших гармоник, имеющих почти одинаковую с гармоникой основной частоты амплитуду, что свидетельствует о сильной нелинейности процессов в системе. Дальнейший рост  $\alpha$  приводит к формированию после сложного переходного процесса неоднородного стационарного состояния. При  $\alpha > 2.48\pi$  в системе вновь возникают нерегулярные колебания, которые на фазовом портрете представляют собой блуждание изображающей точки между двумя притягивающими центрами. Спектр в этом режиме спадающий, а основная частота в нем ниже, чем в режимах с  $\alpha < 2\pi$  (см. рис.1, е).

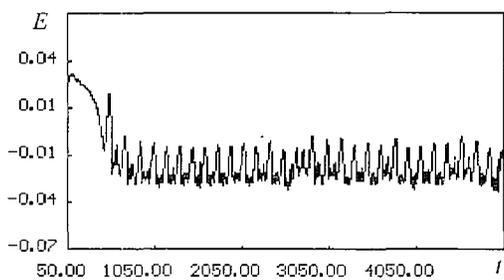


Рис. 2. Реализация вблизи границы существования хаотических колебаний при  $\alpha/\pi = 1.62$  прерываемых хаотическими всплесками (рис.2). Фазовый портрет содержит в себе хорошо видимые предельные циклы, соответствующие окружающей область нерегулярных колебаний регулярным режимам. Такое поведение в низкоразмерных системах характерно для перехода к хаосу через перемежаемость [11]. Возникновение хаотических колебаний при  $\alpha \approx 2.48\pi$  также происходит жестким образом.

Переходы из одного режима колебаний в другой анализировались при помощи реализаций  $E(t)$ . Переход от режима нерегулярных колебаний к регулярным при  $\alpha \approx 1.28\pi$  происходит жестким образом, без предварительного усложнения колебаний. В отличие от этого, режим нерегулярных колебаний при  $1.58\pi < \alpha < 1.68\pi$  возникает и исчезает при увеличении  $\alpha$  через постепенное усложнение (упрощение) колебаний. Реализация при этом состоит из областей регулярного поведения,

### 3. Количественные характеристики хаотических колебаний ВК

С целью исследования характера нерегулярных колебаний при  $\alpha < 2\pi$  из временных реализаций вычислялась автокорреляционная функция (АКФ). Было обнаружено, что АКФ в этих режимах является спадающей, что свидетельствует о случайных колебаниях ВК в электронном потоке (см., например, [12]). Для количественного сравнения скорости спадаания зависимость локальных максимумов АКФ от времени  $K(t)$  аппроксимировалась экспонентой

$$K(t) = e^{-dt},$$

где  $t$  - время,  $d$  - величина, показывающая скорость спадаания АКФ. Было обнаружено, что в первом режиме нерегулярных колебаний  $d \approx 0.3$  и почти постоянна. Во второй области нерегулярных колебаний скорость спадаания максимальна при  $\alpha \approx 1.55\pi$  (рис. 3). Снижение АКФ на краях второго режима

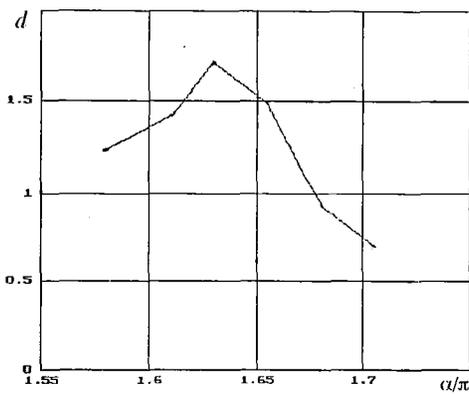


Рис. 3. Зависимость параметра  $d$  от скорости спада АКФ колебаний виртуального катода от значения параметра  $\alpha$  в режиме нерегулярных колебаний

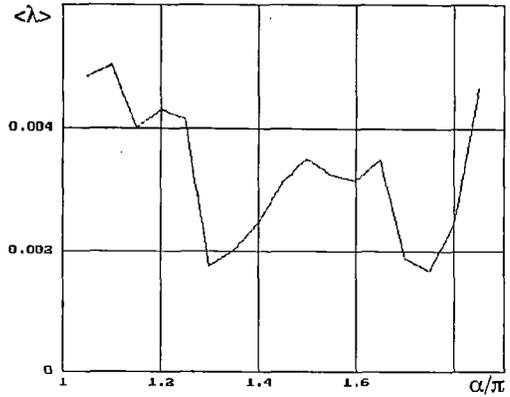


Рис. 4. Зависимость усредненного по аттрактору максимального ЛХП  $\langle \lambda \rangle$  от значения управляющего параметра  $\alpha$

объясняется увеличением длительности регулярных участков в реализациях.

Количественной мерой скорости разбегания близлежащих фазовых траекторий является максимальный ляпуновский характеристический показатель  $\lambda$  (ЛХП) [13]

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{D(t)}{D(0)},$$

где  $D(t)$  - расстояние в момент времени  $t$  между двумя изображающими точками в фазовом пространстве. Предполагается, что в начальный момент времени эти точки близки, то есть  $D(0) \ll R$ , где  $R$  - размер аттрактора в фазовом пространстве. Положительное значение  $\lambda$  свидетельствует о хаотической динамике системы. При этом через промежуток времени  $T \approx \ln(R/D(0))/\lambda$  поведение системы становится непредсказуемым.

Для определения  $\lambda$  необходимо измерять расстояния в фазовом пространстве системы. В нашем случае фазовое пространство - бесконечномерное и каждому состоянию электронного потока соответствует набор безразмерных функций  $E(x,t)$ ,  $\varphi(x,t)$ ,  $j(x,t)$ ,  $\rho(x,t)$ , где  $E$ ,  $\varphi$  - напряженность и потенциал поля пространственного заряда,  $j$ ,  $\rho$  - плотность тока и плотность заряда потока. Для измерения расстояний в этом бесконечномерном пространстве мы использовали величину

$$D(t) = \int_0^L [(\rho(x,t) - \tilde{\rho}(x,t))^2 + (j(x,t) - \tilde{j}(x,t))^2 + (\varphi(x,t) - \tilde{\varphi}(x,t))^2 + (E(x,t) - \tilde{E}(x,t))^2]^{1/2} dx,$$

где функции с тильдой и без нее соответствуют двум близким состояниям системы. Возмущение вносилось в положение и скорости частиц, затем определялось значение  $D(t)$  через время  $\Delta T$  после возмущения системы. Для определения среднего по аттрактору значения максимального ЛХП процедура повторялась  $M$  раз до достижения величины

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{M\Delta T} \sum_{m=1}^M \ln \frac{D(t_0 + m\Delta T)}{D(t_0 + (m-1)\Delta T)}$$

асимптотического значения. Результаты в виде зависимости  $\langle \lambda \rangle$  от  $\alpha$  представлены на рис. 4. Как оказалось,  $\langle \lambda \rangle$  слабо зависит от вида возмущения и

длительности  $\Delta T$  при достаточно малых значениях  $\Delta T$ . В каждом режиме колебаний  $\langle \lambda \rangle$  положителен, что свидетельствует о хаотическом поведении электронного потока с ВК. В режимах сильнонерегулярных колебаний ( $\alpha < 1.28\pi$ ,  $1.58\pi < \alpha < 1.68\pi$ )  $\langle \lambda \rangle$  значительно больше, чем в областях с близким к регулярному поведением. Внутри областей с нерегулярным поведением  $\langle \lambda \rangle$  почти постоянен, что свидетельствует о неизменности механизма неустойчивости в каждой области. При приближении к границам этих областей  $\langle \lambda \rangle$  резко уменьшается.

Для реконструированных аттракторов определялась их корреляционная размерность с помощью алгоритма Грассбергера и Прокачиа [14]. При этом корреляционная размерность

$$D_c(\epsilon) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(C(\epsilon))}{\ln(\epsilon)},$$

где  $\epsilon$  - масштаб наблюдения, а  $C(\epsilon)$  - число пар точек, расстояние между которыми в фазовом пространстве меньше  $\epsilon$ ,

$$C(\epsilon) = \frac{1}{NM} \sum_{j=1}^M \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \Theta(|\bar{x}_i - \bar{x}_j| - \epsilon),$$

где  $M$  - число точек редукции,  $N$  - число точек в реализации,  $\Theta$  - функция Хэвисайда,  $\bar{x}$  - вектор состояния в фазовом пространстве. В нашем случае использовалось около 25 000 отсчетов, а число точек редукции было равно 1000.

На рис. 5 представлены зависимости  $D_c(\epsilon)$  от  $\ln \epsilon$  для двух значений  $\alpha$ , соответствующих первому и второму режиму нерегулярных колебаний при увеличивающихся значениях размерности пространства вложения  $m$ . В первом режиме хорошо видна область неизменного значения размерности  $D_c$  при изменении масштаба наблюдения - так называемая область скейлинга. Выше и ниже этой области значения  $D_c(\epsilon)$  сильно зависят от  $\epsilon$  в силу конечных размеров аттрактора и ошибок метода. Во втором режиме такую область выделить не удается из-за неоднородности аттрактора. На рис. 6 показана зависимость среднего наклона в области скейлинга от размерности пространства

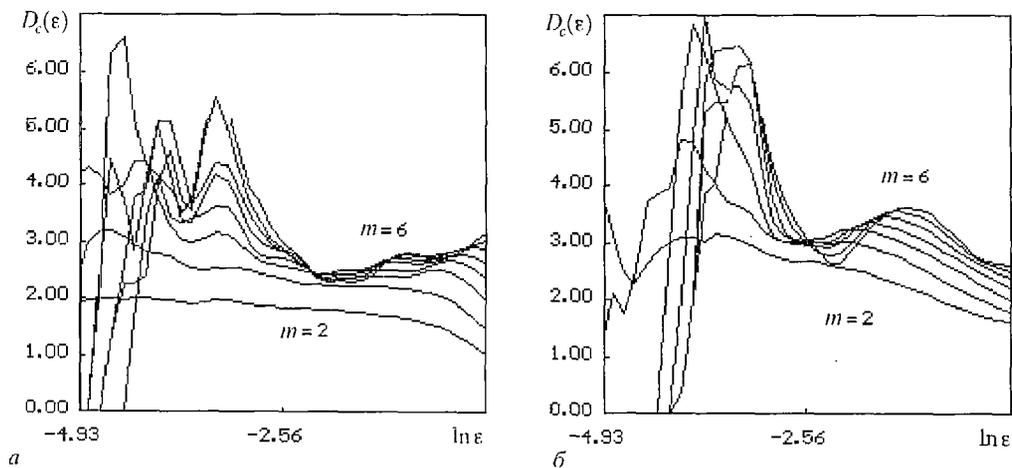


Рис.5. Зависимость размерности  $D_c$  восстановленных аттракторов от масштаба наблюдения  $\epsilon$  при различных значениях размерности пространства вложения  $m$  в двух режимах нерегулярных колебаний: а -  $\alpha/\pi=1.26$ ; б -  $\alpha/\pi=1.68$

вложения  $m$  при  $\alpha=1.26\pi$ . Видно, что при  $m > 4$  значение  $D_c(\epsilon)$  достигает насыщения. Это свидетельствует о динамической природе случайных процессов в системе, так как для шумовых колебаний  $D_c$  пропорциональна размерности пространства вложения  $m$ . Величина  $D_c$  при насыщении является нецелой, что характерно для хаотических аттракторов [15]. Несмотря на то, что электронный поток представляет собой систему с бесконечным числом степеней свободы, в нашем случае возбуждается только небольшое их число. Динамика системы, следовательно, может быть в принципе описана небольшим числом уравнений.

Для сравнения различных режимов колебаний определялась средняя в области скейлинга размерность аттракторов, соответствующих различным значениям  $\alpha$ . Во втором режиме определялась средняя размерность при изменении масштаба наблюдения  $\ln \epsilon$  от  $-3$  до  $-2$ . В первом режиме нерегулярных колебаний размерность почти постоянна и возрастает с ростом  $\alpha$  (рис.7, а), а во втором - она уменьшается с ростом  $\alpha$  по мере приближения к границе нерегулярного режима, чему соответствует вытягивание аттрактора в широкую ленту (рис.7, б).

Как известно (см., например, [16]), динамика изображающей точки на хаотическом аттракторе определяется небольшим числом неустойчивых периодических орбит (НПО), если аттрактор порождается динамическим процессом. Эти орбиты дают представление о том, на основе какого движения возникла хаотическая динамика. НПО выделялись из реконструированных аттракторов при помощи алгоритма Латропа - Костелича [17]. Этот алгоритм состоит в следующем: выбирается точка  $\bar{x}_i$  на аттракторе и задается некоторое малое по сравнению с размером аттрактора расстояние  $\epsilon$ . Затем последовательно перебираются точки по фазовой траектории, пока расстояние  $|\bar{x}_m - \bar{x}_{i+k}|$  не станет

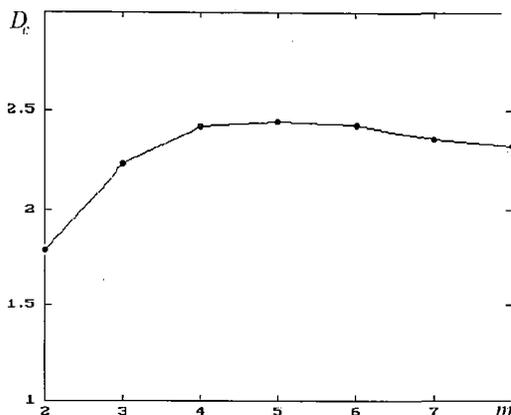


Рис.6. Зависимость средней в области скейлинга размерности  $D_c$  от размерности пространства вложения  $m$  в первом режиме нерегулярных колебаний,  $\alpha/\pi = 1.26$

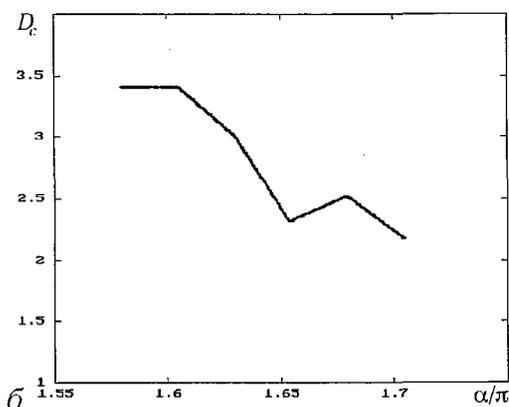
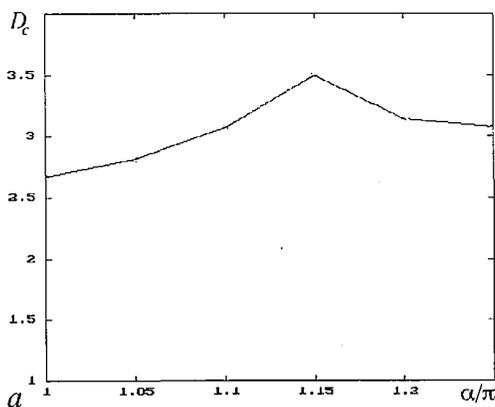
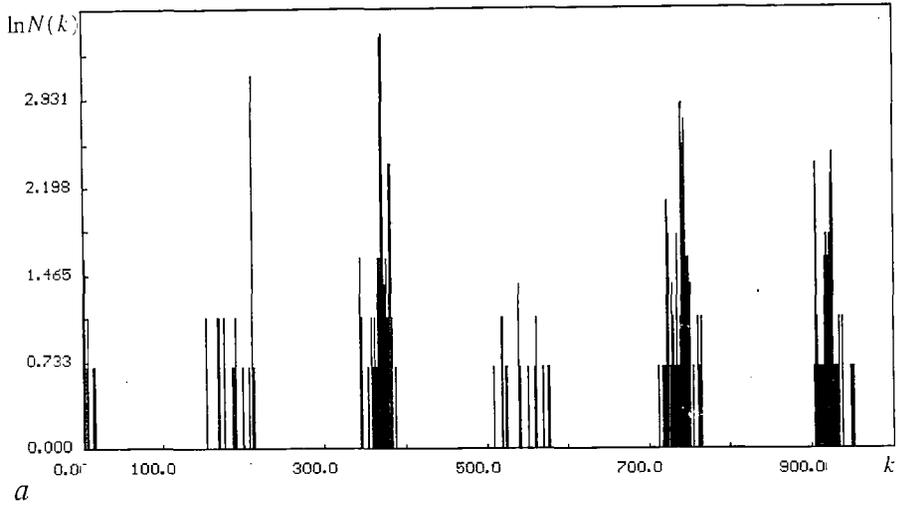
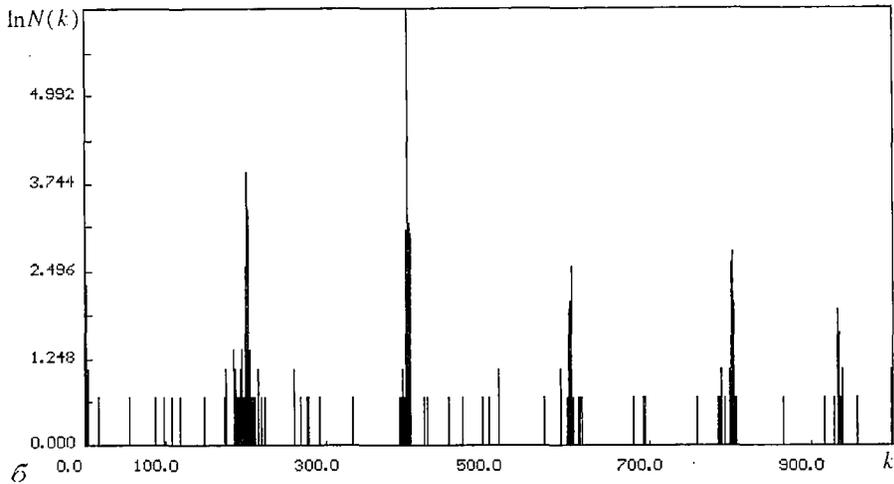


Рис.7. Зависимость размерности аттракторов от управляющего параметра системы  $\alpha$  в двух режимах нерегулярных колебаний: а -  $1.00 < \alpha/\pi < 1.28$ ; б -  $1.58 < \alpha/\pi < 1.72$



*a*



*б*

Рис.8. Гистограммы числа  $N_k$  точек возврата порядка  $k$  для аттракторов, соответствующих нерегулярным режимам колебаний: *a* -  $\alpha/\pi = 1.08$ ; *б* -  $\alpha/\pi = 1.68$

меньше  $\epsilon$ . Тогда точка  $\bar{x}_i$  считается точкой возврата порядка  $k$ . Характерные для двух режимов гистограммы точек возврата приведены на рис. 8. Отметим, что большинство точек возврата имеют близкие порядки, соответствующие характерным временным масштабам нашей задачи. На гистограмме это отражается в существовании узких пиков. Число этих пиков невелико, что соответствует возбуждению небольшого числа активных степеней свободы в системе. В первом режиме можно выделить два характерных пика с временами возвращения около 220 и 370. Им соответствуют топологически неэквивалентные НПО (рис. 9, *a*), в виде однооборотного и двухоборотного циклов. Вид гистограммы мало изменяется при изменении  $\alpha$ , что связано с сохранением структуры аттрактора. Во втором режиме нерегулярных колебаний группирование точек возврата также очевидно, но теперь пику с наименьшим временем возврата соответствует предельный цикл сложной формы, а высшим пикам - тот же цикл, но удвоенный, утроенный и т.д. (рис. 9, *б*). По мере изменения  $\alpha$  гистограмма и внешний вид НПО значительно изменяются: наименьшее время возврата растет в соответствии с уменьшением основной частоты в спектре, а НПО низшего порядка трансформируется из предельного цикла, соответствующего  $\alpha \approx 1.40\pi$ , в предельный цикл сложной формы, характерной для

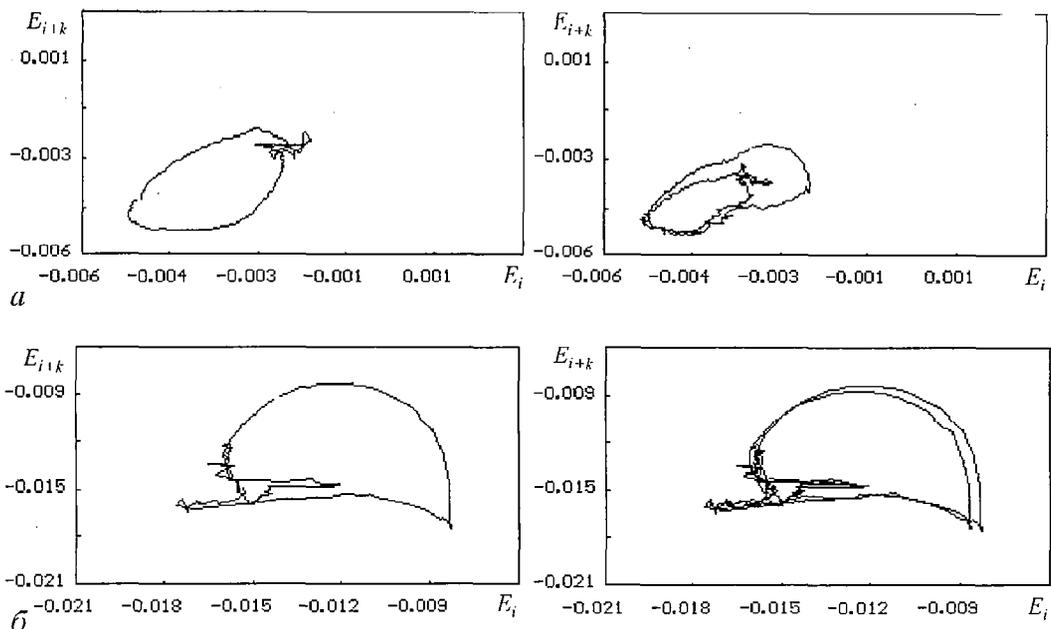


Рис. 9. Неустойчивые периодические орбиты шизшего порядка, выделенные из аттракторов, соответствующих нерегулярным колебаниям электронного потока: а -  $\alpha/\pi = 1.08$ ; б -  $\alpha/\pi = 1.68$

$\alpha \approx 1.70\pi$ . Таким образом, анализ НПО в этом случае показывает, что хаотизация происходит в результате потери устойчивости существующим в системе предельным циклом без предварительного его усложнения, что характерно для перемежаемости.

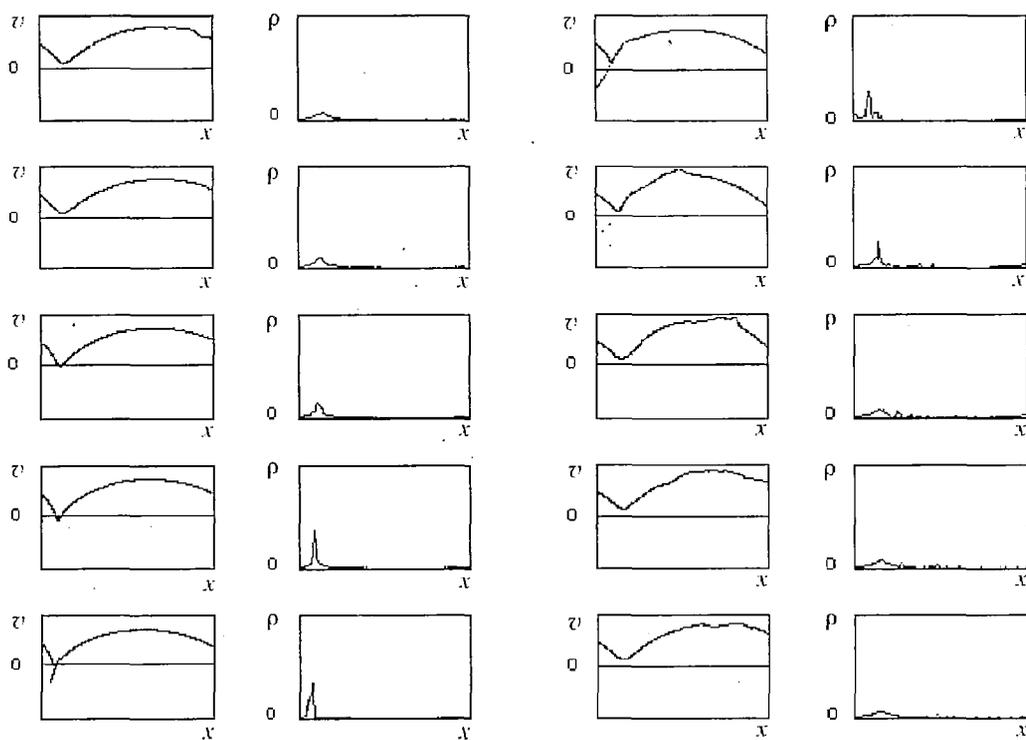


Рис. 10. Зависимости скорости  $v$  крупных частиц от их координаты и распределения плотности заряда  $\rho$  по пространству в последовательные моменты времени при регулярных колебаниях виртуального катода

#### 4. Физические процессы в электронном потоке с ВК

На рис.10 представлены зависимости скорости заряженных листов от их местоположения и плотности заряда в узлах сетки в последовательные моменты времени. Рассмотрим с их помощью механизм регулярных колебаний виртуального катода в электронном потоке.

Возникающее возмущение плотности заряда (рис.10, *a*) приводит к торможению поступающего в систему потока, что увеличивает плотность заряда в той области, где возмущение возникло (рис.10, *b - z*). Когда потенциал поля пространственного заряда в этой области по абсолютной величине становится больше ускоряющего, возникает отраженный от нее поток электронов и плотность заряда в области ВК уменьшается (рис.10, *d - ж*). Уменьшение плотности заряда в области ВК приводит к уменьшению тормозящего поля и прекращению отражений частиц (рис.10, *ж*). После этого система возвращается в исходное состояние (рис.10, *з - к*) и цикл повторяется.

На рис. 11 представлена зависимость максимальной плотности заряда в электронном потоке от времени для режима регулярных колебаний. Можно видеть, что плотность заряда в потоке достигает

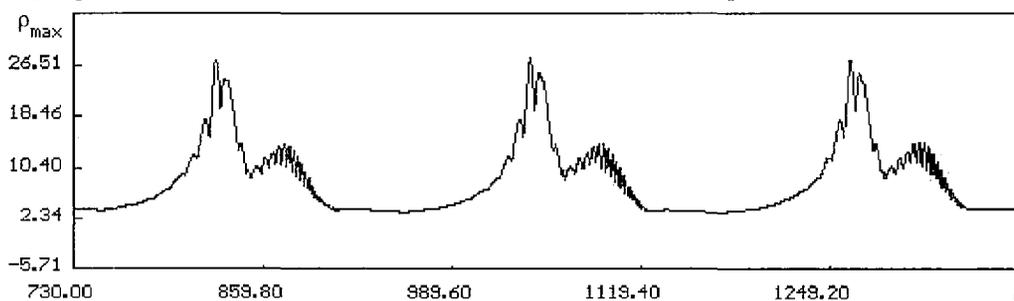


Рис. 11. Зависимость максимальной плотности заряда в потоке от времени для режима регулярных колебаний

максимума дважды за период. Физическая причина возникновения первого максимума - развитие неустойчивости Пирса. Причиной второго увеличения плотности заряда является кинематический эффект - превращение модуляции по скорости в модуляцию по плотности в электронном потоке.

Рассмотрим пространственно-временную диаграмму электронного потока

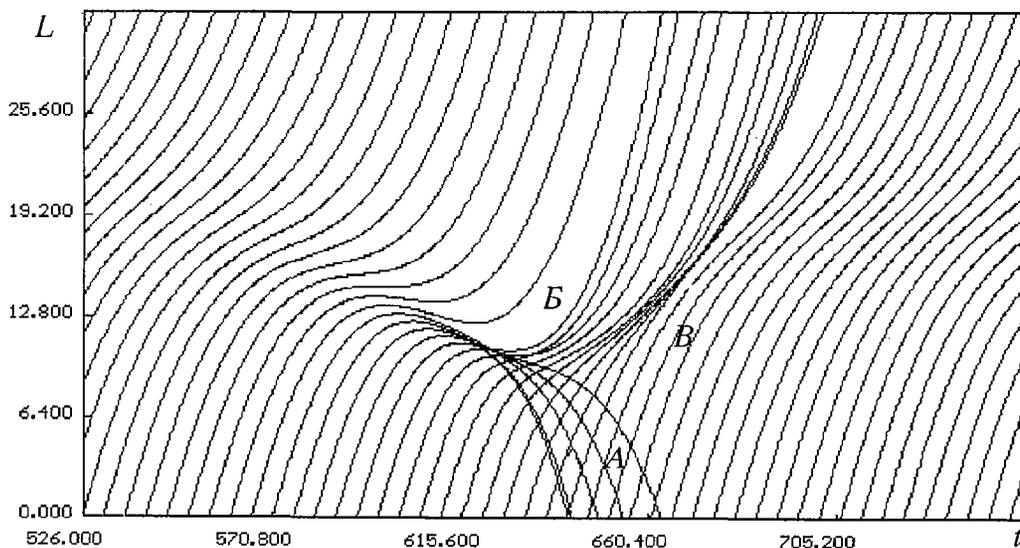


Рис. 12. Пространственно-временная диаграмма электронного потока в течение одного периода колебаний: *A* - отраженный от виртуального катода поток; *B* - часть потока, прошедшая виртуальный катод; *B'* - сгусток, формирующийся при распаде виртуального катода

для одного периода колебаний (рис. 12). Каждому листу на ней соответствует кривая, показывающая зависимость координаты листа от времени. Сгущению кривых соответствует сгусток в электронном потоке. Когда плотность заряда в области ВК достаточна, ВК перестает существовать, поскольку часть потока отражается (на рис.12 эта часть потока обозначена буквой А), а затормозившиеся в области ВК электроны уходят к выходной сетке (Б). В процессе распада ВК плотность заряда в нем падает, и уменьшается напряженность создаваемого им тормозящего поля. Поэтому на электроны, поступающие в систему позже, действует меньшее тормозящее поле и их скорость изменяется на меньшую величину, чем у влетевших ранее. В результате образуется сгусток электронов, проходящий по системе. На пространственно-временной диаграмме формированию сгустка соответствует сближение кривых (В). Образование сгустка приводит к второму увеличению плотности заряда в потоке.

Рассмотрим зависимость величины второго максимума плотности заряда от управляющего параметра системы  $\alpha$ , представленную на рис. 13 (отметим, что для хаотических режимов использовалось среднее по времени значение второго максимума за несколько периодов колебаний). Очевидно, что величина второго максимума определяет характер динамики электронного потока: хаотическим режимам соответствует значение плотности заряда во втором максимуме, большее 20, а его уменьшение приводит к регулярным режимам. При значениях второго максимума, больших 20, в потоке могут возникать отражения некоторых частиц от формирующегося сгустка.

Связь между этими отражениями и возникновением хаотической динамики в потоке подтверждает рис. 14, на котором представлены зависимости от времени напряженности поля на выходной сетке  $E$  и числа отраженных частиц  $N_r$  (частиц с  $v < 0$ ) при значении параметра  $\alpha = 1.62\pi$ , соответствующем режиму хаотических колебаний. При этом значении параметра реализация представляет собой регулярные колебания, прерываемые хаотическими всплесками. В зависимости числа отраженных частиц от времени хорошо виден его периодический быстрый рост и резкое уменьшение, соответствующее отражению от ВК. Вместе с тем, при  $t \approx 1200$  существует слабый отраженный поток, возникающий, когда плотность заряда в формирующемся сгустке превысит критическое значение. Как видно, именно в этот момент колебания электронного потока становятся нерегулярными.

В фазовом пространстве системы отражению от формирующегося сгустка соответствует уход изображающей точки в редко посещаемую часть аттрактора.

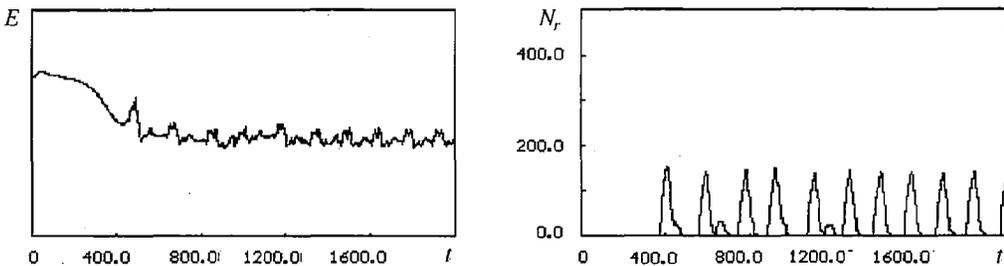


Рис. 14. Зависимости от времени поля на выходной сетке и числа отраженных частиц в потоке  $N_r$ ,

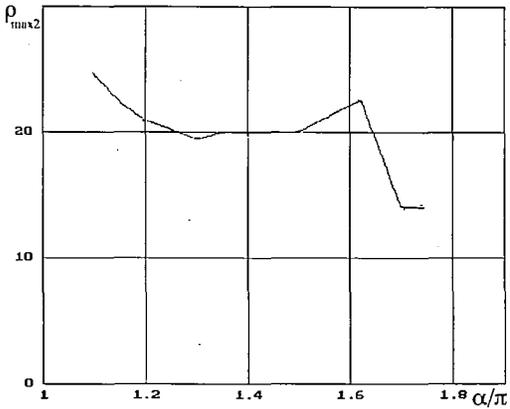


Рис. 13. Зависимость плотности заряда  $\rho_{\max 2}$  в сгустке, формирующемся после распада виртуального катода, от управляющего параметра системы  $\alpha$

Процесс возвращения при этом сильно зависит от состояния потока перед отражением и локальное значение ляпуновской экспоненты в этой области аттрактора положительно, рост амплитуды плотности заряда во втором максимуме приводит к увеличению этого значения (отметим близость зависимостей от параметра  $\alpha$  средней ляпуновской экспоненты и плотности заряда в формирующемся сгустке). Качественное различие двух хаотических режимов связано с тем, насколько плотность заряда во втором максимуме превышает критическое значение. В первом режиме нерегулярных колебаний плотность заряда во втором максимуме настолько велика, что отраженный от него поток существует постоянно, а во втором режиме - превышение небольшое и отраженный поток возникает не на каждом периоде колебаний ВК.

Значение плотности заряда во втором максимуме определяется амплитудой потенциала поля пространственного заряда в области ВК и расстоянием между входной сеткой и местом формирования ВК. При увеличении  $\alpha$  амплитуда плотности заряда в области ВК уменьшается, так как при увеличении  $\alpha$  растет плотность заряда в потоке (при прочих неизменных параметрах) и для того, чтобы остановить электронный поток, движущийся с прежней скоростью, достаточно меньшего уплотнения электронного потока. Это уменьшение наиболее резко происходит при увеличении  $\alpha$  от  $\pi$  до  $1.3\pi$ , что объясняет первое уменьшение плотности заряда во втором максимуме и возникновение регулярного режима при  $\alpha \approx 1.3\pi$ .

Расстояние между входной сеткой и виртуальным катодом также уменьшается с ростом  $\alpha$ , но неравномерно. Это расстояние сильно уменьшается при  $\alpha \approx 1.7\pi$ , что приводит к снижению плотности заряда во втором максимуме, т.к. сгусток не успевает сгруппироваться.

## Библиографический список

1. *Pierce J.* Limiting currents in electron beam in presence of ions//J.Appl.Phys. 1944. Vol.15. P. 721.
2. *Kuhn S.* Linear longitudinal oscillations in collisionless plasma diodes with thin sheaths. Part II. Application to an extended Pierce-type problem//Phys.Fluids. 1984. Vol. 27. P. 1834.
3. *Crystal T.L., Kuhn S.* Particle simulations of the low- $\alpha$  Pierce diode// Phys.Fluids. 1985. Vol.28. P. 2116.
4. *Godfrey B.B.* Oscillatory nonlinear electron flow in Pierce diode//Phys.Fluids. 1987, Vol.30. P. 1553.
5. *Lawson W.S.* The Pierce diode with an external circuit. II.Chaotic behaviour// Phys.Fluids B. 1989. Vol.1. P.1493.
6. *Анфиногентов В.Г., Трубецков Д.И.* Хаотические колебания в гидродинамической модели диода Пирса //РЭ. 1992. Т. 37. С. 2251.
7. *Brandt H.E.* The turbutron // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1985. Vol. PS—13. P.513.
8. *Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Фоменко Г.П.* Нелинейная динамика виртуального катода в высокочастотном поле // РЭ. 1990. Т. 35. С. 832.
9. *Birdsall C.K., Langdon A.B.* Plasma physics via computer simulation. NY:McGraw - Hill, 1985.
10. *Takens F.* Detecting strange attractors in turbulence // Lecture Notes in mathematics. № 898. Springer-Verlag, 1981.
11. *Pomeau Y., Manneville P.* Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems // Comm.Math.Phys., 1980. Vol.74. P.189.
12. *Crawford J.D., Cary J.R.* Decay of correlations in a chaotic measure-preserving transformation // Physica D. 1983. Vol.6D. P.223.

13. Benettin G., Galgani L., Strelcyn J.M. Kolmogorov entropy and numerical experiments // Phys.Rev.A. 1976. Vol.41. P.2338.
14. Grassberger P., Procaccia J. On the characterization of strange attractors // Phys.Rev.Lett. 1983. Vol.50. P.346.
15. Farmer J.D. Dimension, fractal measure and chaotic dynamics//H.Haken. Evolution of order and chaos. Heidelberg-New York, Springer, 1982.
16. Cvitanovic P. Invariant measurement of strange sets in terms of cycles. Phys. Rev. Lett. 1988. Vol.61. P.27.
17. Lathrop D.P., Kostelich E.J. Characterization of an experimental strange attractors by unstable orbits // Phys.Rev.A. 1989. Vol.40. P.4028.

*Саратовский государственный  
университет*

*Поступила в редакцию 12.10.94  
после переработки 1.12.94*

## CHAOTIC OSCILLATION IN THE ELECTRON BEAM WITH VIRTUAL CATHODE

*V.G. Anfinogentov*

Nonlinear oscillations of the electron beam with virtual cathode in the Pierce diode are studied by numerical simulation (PIC method). Different dynamical states including chaotic oscillations of the electron beam are recognized. Quantatively (correlation dimension and greatest Lapunov exponent) and qualitatively (autocorrelation function and unstable periodic orbits) characteristics of chaotic oscillations are obtained. Physical processes in the diode are investigated and it was shown that the second region reflecting the electrons may appear in the beam. This region was called the secondary virtual cathode. It was discovered that one mechanism of beam chaotic behavior appearance was connected with the nonlinear interaction between the virtual cathodes.



*Анфиногентов Василий Геннадиевич - родился в 1968 г. в Саратове, окончил Саратовский государственный университет в 1991 г. После окончания университета работает на кафедре электроники и волновых процессов СГУ. Область научных интересов - хаотические колебания в распределенных системах электронной природы.*