



## СЦЕНАРИЙ ПЕРЕХОДА К МНОГОЧАСТОТНОМУ РЕЖИМУ В ЛСЭ-ГЕНЕРАТОРЕ С НИЗКОДОБРОТНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

*В.Л. Братман, А.В. Савилов*

Показана возможность использования простой двухмодовой модели и детально описан процесс конкуренции продольных мод в ситуации малого превышения надпороговости, соответствующей переходу к многочастотному режиму. Показано, что даже достаточно широкополосная (в масштабе полосы усиления) частотная дисперсия обратной связи существенно влияет на длительность переходного процесса и вид установившегося режима.

### Введение

Для ряда приложений лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) важно иметь стабильное одночастотное выходное излучение. В этой связи для ЛСЭ-генераторов, как и для других генераторов типа резонансной ЛБВ, существенную роль играет вопрос о характере взаимодействия продольных мод, усиленных из слабых шумов на линейной стадии, и, в частности, о переходе к многочастотной генерации. Эта проблема неоднократно исследовалась для генераторов, обладающих как высокодобротными, так и низкодобротными электродинамическими системами [1-7]. В случае высокодобротного резонатора, когда спектр собственных «горячих» продольных мод системы практически совпадает с «холодным» спектром и является эквидистантным, при достаточно большом токе одномодовая генерация оказывается неустойчивой к возбуждению сразу двух сателлитов, равноотстоящих по частоте от основной моды [2, 3, 5]. Анализируя результаты исследований систем с низкой добротностью, полученных в [1, 4-7] в рамках пространственно-временного подхода, можно убедиться, что из двух возможных механизмов потери устойчивости одночастотного режима - амплитудного (обусловленного модуляцией одной продольной моды [3]) и частотного (вызванного конкуренцией разных мод) - как правило, превалирует последний [7]. В данной работе на основе результатов, полученных в [6] численным моделированием уравнений пространственно-временного подхода, развит метод анализа установившегося режима генератора с неэквидистантным спектром собственных продольных мод с использованием значительно более простой двухмодовой модели. Кроме того, исследовано влияние дисперсии обратной связи на динамику возбуждения генератора.

## 1. Пространственно - временной подход

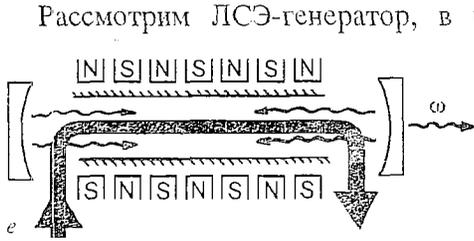


Рис. 1. Модель ЛСЭ-генератора

Рассмотрим ЛСЭ-генератор, в котором электроны взаимодействуют с синхронной им попутной волной, многократно возвращающейся рефлекторами в пространство взаимодействия (рис.1). В приближении малого КПД генерация в такой системе, подобно другим СВЧ-приборам с инерционной группировкой частиц, может быть описана системой уравнений пространственно-временного подхода [1,4-6]

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} = \text{Im} \{ a_n \exp(i\theta) \}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = u, \quad (1)$$

$$\frac{\partial a_n}{\partial \tau} + \frac{\partial a_n}{\partial \zeta} = \frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0. \quad (2)$$

Здесь  $u$  - нормированное изменение энергии частиц,  $\zeta = h_0 C z$  - нормированная координата,  $a_n$  - нормированная амплитуда волны на  $n$ -м проходе по пространству взаимодействия,  $\theta = \omega_0 t - h_0 z$  - фаза электрона относительно синхронной комбинационной волны с частотой  $\omega_0$  и продольным волновым числом  $h_0$ ,  $\tau = \omega_0 C * (t - z/v_{||}) / (c/v_{gr} - c/v_{||})$ ,  $v_{||}$  - начальная скорость частиц,  $v_{gr}$  - групповая скорость волны,  $C$  - пропорциональный кубическому корню из тока обобщенный параметр усиления Пирса.

Граничные условия к уравнениям (1)-(2) имеют вид

$$u(\zeta=0) = 0, \quad \theta(\zeta=0) = \theta_0, \quad (3)$$

$$a_{n+1}(0, \tau+T) = R a_n(L, \tau), \quad (4)$$

где начальные фазы частиц  $\theta_0$  равномерно распределены в интервале  $[0, 2\pi)$ ,  $L$  - параметр надпороговости, представляющий собой нормированную длину пространства взаимодействия,  $T$  - нормированное время обратной связи,  $R$  - коэффициент передачи. Приведенный КПД генератора определяется соотношением

$$\eta^{\wedge} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(L, \tau) d\theta_0.$$

В случае фиксированной частоты высокочастотного сигнала  $a_n(\zeta, \tau) = \alpha_n(\zeta) \exp(i\Delta\tau)$ , где расстройка  $\Delta$  определяет отстройку частоты сигнала от частоты точного синхронизма

$$\Delta(\omega) = \left( \frac{\omega}{h(\omega)v_{||0}} - 1 \right) C^{-1} \approx \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \left( 1 - \frac{v_{gr}}{v_{||0}} \right) C^{-1},$$

система уравнений (1)-(4) редуцируется к известным уравнениям ЛБВ [8]. При этом спектр собственных «горячих» мод генератора определяется следующим из (4) условием

$$\arg K(\Delta_j) = \Delta_j T + 2\pi j, \quad j=0, \pm 1, \pm 2 \dots, \quad (5)$$

$$|K(\Delta_j)| = R^{-1},$$

где  $K(\Delta_j) = \alpha(L, \Delta_j) / \alpha(0, \Delta_j)$  - отношение выходной и входной комплексных амплитуд. В случае высокой добротности резонатора ( $R^{-1} \ll 1$ ), когда  $\arg K$  мал, спектр  $\Delta_j$  близок к «холодному» спектру электродинамической системы, является дискретным и практически эквидистантным. С уменьшением  $R$ , когда  $\arg K$  становится сравнимым с  $\pi$ , спектр становится неэквидистантным, но остается (если величина  $R$  не слишком мала) квазидискретным, что позволяет рассматривать высокочастотное поле как сумму продольных мод.

При заданном коэффициенте обратной связи  $R$  решение краевой задачи (1)-(4) определяется главным образом значением параметра надпороговости  $L$  (время обратной связи  $T$  определяет лишь время возбуждения генератора и густоту спектра мод). Генератор возбуждается, когда  $L$  превышает определенное стартовое значение  $L_{st}$ , которое находится из линеаризованной краевой задачи. В таком приближении продольные моды независимы, и для возбуждения любой из них ее линейное усиление за проход должно превысить потери

$$|K_{lin}(\Delta_j, L)| > R^{-1}. \quad (6)$$

Как правило, при  $L=L_{st}$  стартовое условие (6) выполняется лишь для одной моды. С превышением параметром  $L$  стартового значения условие (6) становится выполненным для многих мод. При малых коэффициентах передачи и, соответственно, большой надпороговости, когда  $e^L \gg 1$ , амплитуда каждой из них в линейном режиме увеличивается с длиной практически экспоненциально  $\alpha(\zeta, \Delta) \sim \exp(\Gamma(\Delta)\zeta)$ , где добавка к волновому числу  $\Gamma$  определяется дисперсионным уравнением [8]

$$\Gamma^2(\Gamma + i\Delta) = -i, \quad (7)$$

и имеет максимальную реальную часть при  $\Delta=0$ . Таким образом, в низкодобротных системах частота моды с максимальным линейным усилением («основной» моды) оказывается близкой к частоте точного синхронизма  $\omega_0$ .

При небольшом превышении стартового значения  $L_{st}$  в процессе конкуренции продольных мод выживает лишь основная мода [6], которая, возбуждаясь быстрее остальных и первой достигая нелинейной стадии, подавляет своих конкурентов. С увеличением  $L$  динамика системы усложняется (для наглядности приводим заимствованный из [6] рис.2). При больших  $L$  выходное излучение, вырабатываясь в сложном процессе взаимодействия многих продольных мод с электронным пучком и между собой, имеет хаотический характер.

## 2. Приближение двух продольных мод

Исследуем вопрос о критическом значении параметра надпороговости  $L_{cr}(R)$ , при превышении которого установившийся режим становится многомодовым. При небольшом превышении критического значения в установившемся режиме возбуждены, кроме основной, лишь одна или несколько «паразитных» мод с малыми амплитудами (см. рис. 2, б). В этом случае при анализе нелинейной стадии возбуждения генератора можно существенно ограничить количество рассматриваемых мод и считать амплитуды паразитных мод малыми.

Будем считать, что в полосу усиления генератора попадает много неэквидистантно расположенных продольных мод. В этом случае можно, во-первых, считать спектр мод непрерывным и, во-вторых, пренебречь исследованным в [2,3] четырехфотонным процессом распада основной моды на два сателлита, полагая, что усиление каждой паразитной моды определяется только полем основной моды и слабо зависит от других паразитных мод. Таким образом,

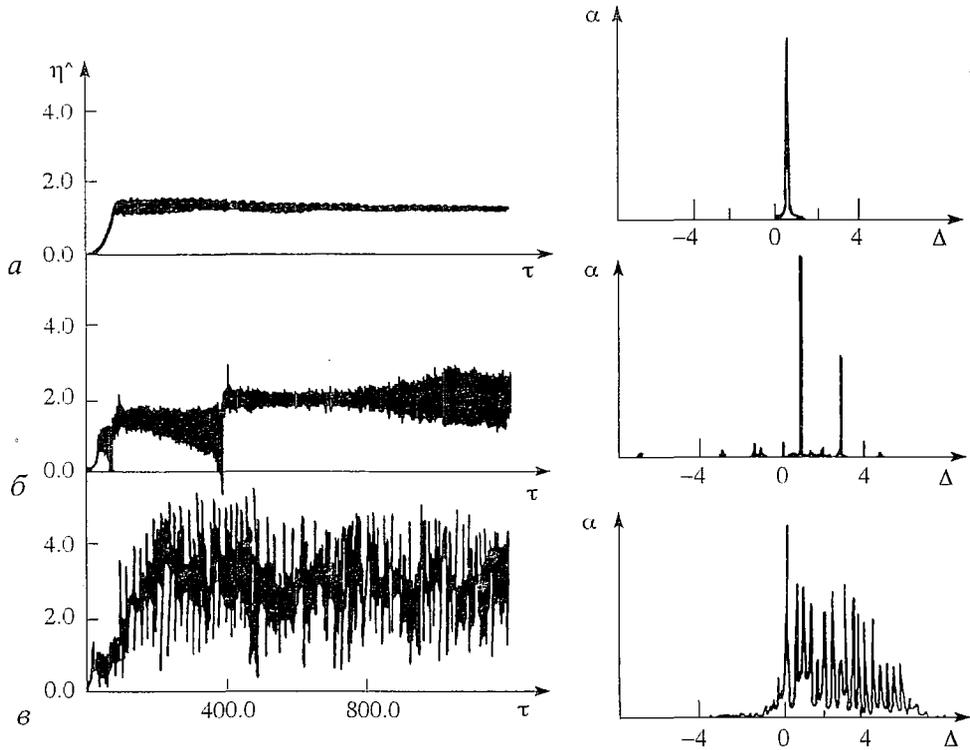


Рис. 2. Зависности приведенного КПД от времени и соответствующие спектры установившихся режимов для коэффициента передачи  $R=0.5$  и значений параметра надпороговости  $L$ , равных:  $a - 2.5$ ;  $b - 3.2$ ;  $c - 4.5$  [6]

при небольшом превышении критического значения  $L_{cr}$  и достаточно низкой добротности генератора анализ системы сводится к попарному анализу двухмодового взаимодействия основной моды с каждой паразитной модой. Это взаимодействие описывается системой уравнений

$$\frac{du}{d\zeta} = \chi_1(\zeta) \operatorname{Im}\{\alpha_n \exp(i\varphi + i\Phi) + \alpha_n^- \exp(i\varphi^- + i\Phi)\}, \quad \frac{d\Phi}{d\zeta} = u, \quad (8)$$

$$\frac{d\alpha_n}{d\zeta} + i\Delta\alpha_n = \frac{i}{\pi} \chi_2(\zeta) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\varphi - i\Phi) d\varphi d\varphi^-, \quad (9)$$

$$\frac{d\alpha_n^-}{d\zeta} + i\Delta^-\alpha_n^- = \frac{i}{\pi} \chi_2(\zeta) \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\varphi^- - i\Phi) d\varphi^- d\varphi, \quad (10)$$

с граничными условиями

$$u(\zeta=0, \varphi, \varphi^-) = 0, \quad \Phi(\zeta=0, \varphi, \varphi^-) = 0, \quad (11)$$

$$\alpha_{n+1}(0) = R\alpha_n(L), \quad \alpha_{n+1}^-(0) = R\alpha_n^-(L). \quad (12)$$

Здесь  $\alpha$  и  $\alpha^-$  - амплитуды основной и паразитной мод,  $\Delta$  и  $\Delta^-$  - их расстройки,  $\varphi, \varphi^- \in [0, 2\pi)$  - независимые начальные фазы электрона относительно каждой из мод,  $\Phi(\zeta, \varphi, \varphi^-)$  - изменение фаз электронов.

В правые части уравнений (8)-(10) введены структурные факторы  $\chi_{1,2}(\zeta)$ , с помощью которых можно при необходимости описать изменение связи пучка с волнами вдоль координаты. Проинтегрируем систему (8)-(12) аналитически, используя так называемое клистронное приближение (см., например, [3,5]), когда взаимодействие пучка с волной происходит только на двух коротких участках, расположенных в начале и конце пространства взаимодействия, и, соответственно, структурные функции равны

$$\chi_1(\zeta) = L[\delta(\zeta) + \delta(\zeta - L)]/2, \quad \chi_2(\zeta) = L\delta(\zeta - L).$$

Подбирая затем расстройки мод таким образом, чтобы усиление их амплитуд было максимальным, получим два трансцендентных уравнения

$$R^{-1} x_{n+1} - x_n = L^3 |J_0(x_n^-) J_1(x_n)|, \quad (13)$$

$$R^{-1} x_{n+1}^- - x_n^- = L^3 |J_0(x_n) J_1(x_n^-)|, \quad (14)$$

где  $x_n = \alpha_n(0)L^2/2$ ,  $x_n^- = \alpha_n^-(0)L^2/2$  - приведенные амплитуды мод,  $J_0$  и  $J_1$  - функции Бесселя. В этом приближении возбуждение моды в отсутствие конкурента описывается функцией  $J_1$ , а влияние на нее конкурента - функцией  $J_0$ . Предположим, что быстро возбуждающаяся основная мода находится вблизи своего одномодового стационарного режима  $x_{n+1} \approx x_n$ , а паразитная мода возбуждается из шумов с малой амплитудой  $x_n^- \ll 1$ . Тогда амплитуда одномодовой генерации  $x^*$  определяется уравнением

$$\lambda x^* = |J_1(x^*)|, \quad (15)$$

где  $\lambda = (R^{-1} - 1)L^{-3}$ . При малом  $x_n^-$  условие возбуждения паразитной моды  $x_{n+1}^- > x_n^-$  сводится к неравенству

$$2\lambda < |J_0(x^*)|. \quad (16)$$

Как правило, параметр  $\lambda$  мал по сравнению с единицей (например, для рис.2, б  $\lambda \approx 0.03$ ). Поэтому решение  $x^*$  уравнения (15) лежит вблизи первого корня  $v_1$  функции Бесселя  $J_1$  (рис. 3). Для оценок можно аппроксимировать  $J_0$  и  $J_1$  вблизи  $v_1$  линейными функциями

$$|J_0(x)| \approx b_0 [1 - (v_1 - x)/(v_1 - v_0)],$$

$$J_1(x) \approx b_1(1 - x/v_1), \quad (17)$$

где  $v_0$  - первый корень функции  $J_0$ ,  $b_0 \approx -J_0(v_1) \approx 0.4$ ,  $b_1 \approx 1.1$ . Тогда для амплитуды основной моды имеем

$$x^* \approx v_1(1 + \lambda v_1/b_1)^{-1}, \quad (18)$$

а из (16) получаем условие возбуждения паразитной моды  $\lambda < 0.04$ , дающее оценку для критического значения параметра надпороговости

$$L_{cr} \approx 2.9(R^{-1} - 1)^{1/3}, \quad (19)$$

которая при любом  $R$  оказывается больше стартового значения (рис.4).

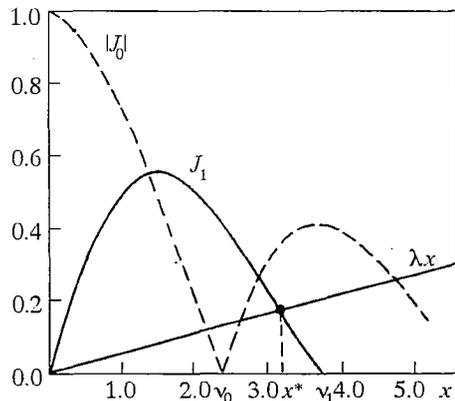


Рис. 3. Нахождение стационарной амплитуды основной моды  $x^*$  и условия возбуждения паразитной моды в рамках клистронной модели

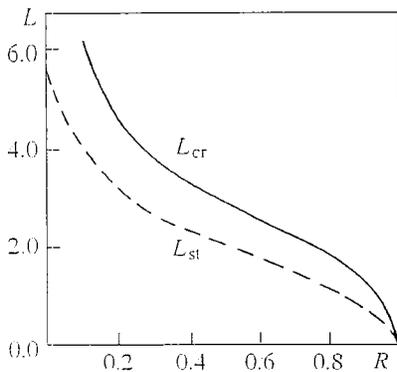


Рис. 4. Зависимость стартового  $L_{st}$  и критического  $L_{cr}$  значений параметра надпороговости от коэффициента передачи  $R$

моды, поскольку начальные фазы частиц относительно каждой из них независимы). Рассмотрим состояние, наступившее в результате одновременного достижения этими модами нелинейной стадии. Предполагая близость их амплитуд, получим уравнение для величины этой амплитуды  $x^*$  и уравнение возбуждения третьей, медленно растущей моды,

$$\lambda x^* = |J_0(x^*) J_1(x^*)|, \quad (20)$$

$$2\lambda < |J_0(x^*)|^2. \quad (21)$$

Сравнивая эти уравнения с (15) и (16), легко заметить, что механизм достижения стационарного режима двух быстрорастущих мод отличен от одномодового стационарного режима: ему соответствует подавление быстрорастущими модами друг друга. При этом величина  $x^*$  оказывается вблизи первого корня  $v_0$  функции Бесселя  $J_0$ , а не вблизи  $v_1$ . В этом случае, как видно из (21), возбуждение паразитной моды существенно затрудняется. Таким образом, состояние с генерацией двух быстрорастущих мод более устойчиво по отношению к возбуждению третьей, паразитной моды, чем одномодовый стационарный режим.

Учитывая полученные результаты и анализируя зависимость мощности выходного излучения от времени (см. рис.2, б), можно выделить пять стадий процесса возбуждения генератора в случае малого превышения критической надпороговости (рис. 5).

**1. Линейная стадия.** Возбуждение широкого спектра всех продольных мод, лежащих в полосе усиления.

**2. Подавление медленно растущих мод.** Несколько быстрорастущих мод с частотами, близкими к частоте точного синхронизма  $\omega_0$ , достигают нелинейной стадии и подавляют медленно растущие моды.

**3. Конкуренция быстрорастущих мод.** В начале третьей стадии остаются лишь моды с близкими к  $\omega_0$  частотами, после чего одна из этих мод подавляет остальные.

**4. Возбуждение паразитной моды.** В начале четвертой стадии генератор находится вблизи одномодового режима моды, имеющей максимальное линейное усиление. Однако при небольшом превышении критической надпороговости  $L_{cr}$  этот режим неустойчив по отношению к возбуждению одной или нескольких паразитных мод, частоты которых достаточно сильно отличаются от  $\omega_0$ . Одна из таких мод, имеющая наибольшее усиление, начинает возбуждаться (эта мода была подавлена на стадии 2 группой быстрорастущих мод, но теперь единственная «выжившая» основная мода уже не в состоянии препятствовать ее возбуждению).

Как ясно из (18), амплитуда одномодовой генерации  $x^*$  растет с увеличением  $L$ , приближаясь к соответствующему максимуму функции  $|J_0|$  - значению  $v_1$ . При этом, начиная с некоторого значения  $x^*$ , начинает расти и величина  $|J_0(x^*)|$  и, соответственно, подавление конкурента ослабевает. Таким образом, неустойчивость одномодовой генерации вызвана слишком большой амплитудой генерируемого поля.

Предположим теперь, что в начале возбуждается не одна, а одновременно две имеющие близкие частоты быстрорастущие моды (суммарное поле этих мод не эквивалентно полю одной

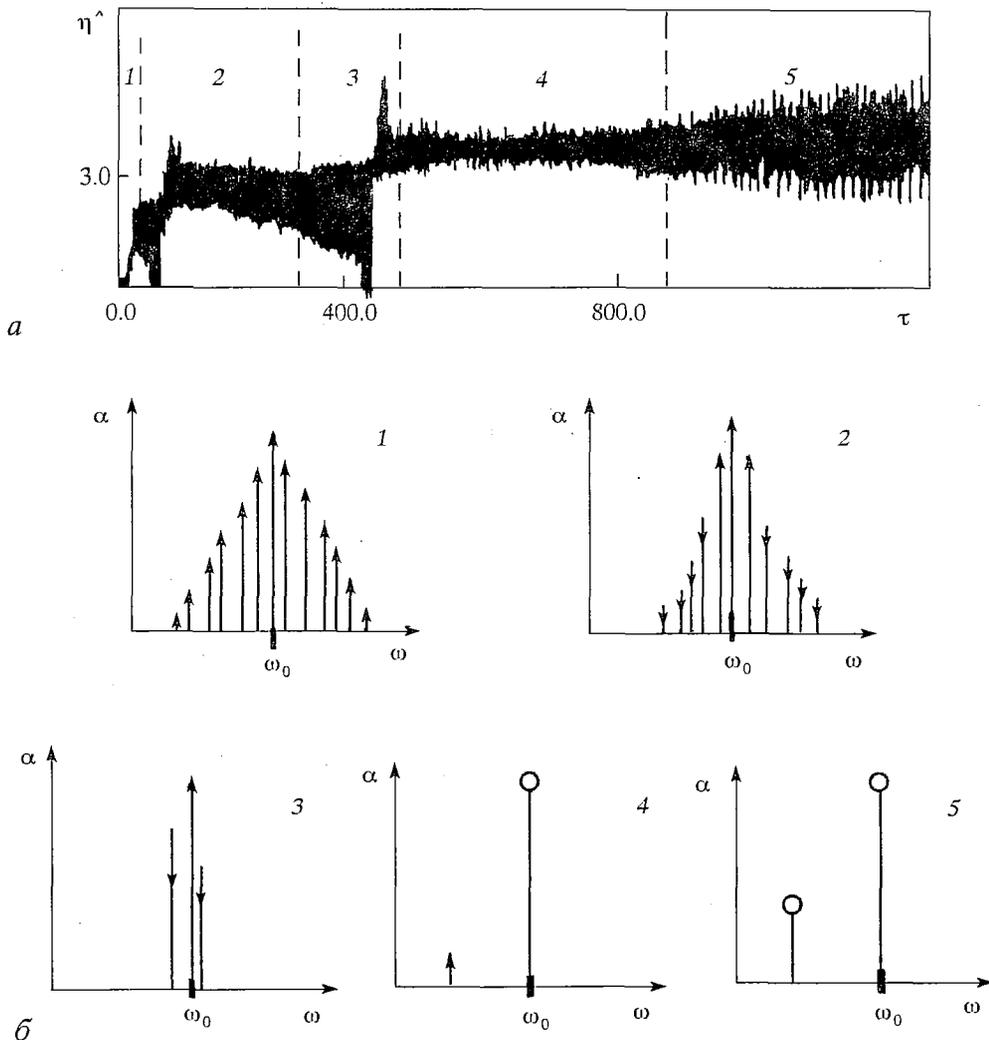


Рис. 5. Возбуждение ЛСЭ-генератора при малом превышении критической надпороговости,  $R=0.5$ ,  $L=3.2$ : *a* - фрагмент рис.2 в увеличенном масштабе; *б* - схематическое изображение текущих спектров в процессе конкуренции продольных мод

**5. Двухмодовый режим.** Установившийся режим с генерацией главным образом двух продольных мод.

При таком сценарии спектр установившегося режима определяется стадией 4, то есть устойчивостью одночастотной генерации основной моды по отношению к возбуждению какой-либо паразитной моды. Это позволяет использовать для анализа установившегося режима двухмодовую модель (8)-(12). Введем усиление  $G(\Delta^-)$  паразитной моды с расстройкой  $\Delta^-$  в режиме, близком к одномодовой генерации основной моды (расстройка которой  $\Delta$  определяется условием максимального линейного усиления), когда амплитуда конкурента  $\alpha^-$  мала

$$G(\Delta^-) = |\alpha^-(L)/\alpha^-(0)|; \quad \alpha^- \ll \alpha, \quad \alpha(L) = R^{-1}\alpha(0). \quad (22)$$

Установившийся режим будет одномодовым, если для любой паразитной моды усиление  $G$  оказывается меньше потерь

$$G(\Delta^-) < R^{-1}. \quad (23)$$

Для иллюстрации рассмотрим приведенный на рис. 2 пример с

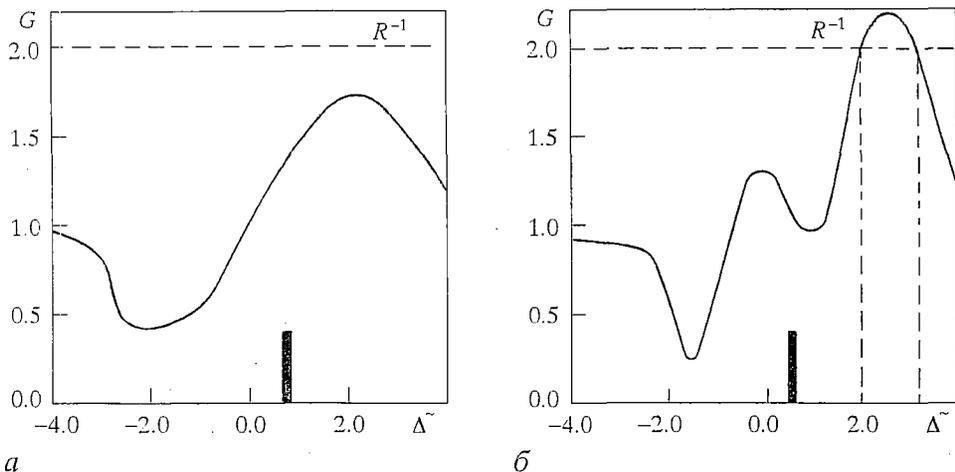


Рис. 6. Усиление паразитных мод на фоне стационарной генерации основной моды  $G$  в зависимости от их расстройек  $\Delta^-$  (вертикальной чертой указана расстройка основной моды),  $R = 0.5$ : а -  $L = 2.5$ ; б -  $L = 3.2$

коэффициентом обратной связи  $R = 0.5$ . Как и следовало ожидать, при  $L < L_{cr}$  условие (23) выполняется для всех паразитных мод (рис. 6, а). Однако с увеличением  $L$  появляются моды, для которых  $G > R^{-1}$ . Как видно из рис. 6, б, при небольшом превышении параметром  $L$  порогового значения  $L_{cr}$  эти моды лежат в достаточно узкой полосе частот. При этом расстройка моды с максимальным усилением  $G$  близка к расстройке паразитной моды двухмодового режима, найденной расчетом нестационарных уравнений в [6] (см. рис. 2, б).

### 3. Учет дисперсии обратной связи

Выше считалось, что коэффициент передачи  $R$  одинаков для всех продольных мод. Однако, как правило,  $R$  зависит от частоты, причем при полосе обратной связи, сравнимой с полосой усиления генератора, эта зависимость существенно влияет на динамику возбуждения генератора. Влияние дисперсии обратной связи  $R(\omega)$  на спектр установившегося режима может быть легко учтено в рамках двухмодовой модели путем очевидной модификации условия подавления паразитных мод (23)

$$G(\Delta^-) < R^{-1}(\Delta^-). \quad (24)$$

При надпороговости, не сильно превышающей критическое значение, «опасные» паразитные моды (усиление которых превышает потери основной моды) сосредоточены в узкой частотной полосе, достаточно далеко отстоящей от частоты основной моды (см. рис. 6, б). Это означает, что даже при полосе дисперсии обратной связи, сравнимой с полосой усиления, происходит установление одномодового режима.

В то время как тип установившегося режима можно определить в случае малой надпороговости на основе двухмодовой модели, влияние дисперсии обратной связи на длительность и характер переходного процесса надо исследовать в рамках более строгих пространственно-временных уравнений (1)-(4) с модифицированным граничным условием. При учете дисперсии  $R(\Delta)$  «в лоб» это требует нахождения «мгновенного» спектра выходного поля в течение всего переходного процесса, что оказывается достаточно сложной вычислительной задачей. Более простым методом является моделирование отражения сигнала от

конкретного рефлектора. Рассмотрим, например, рефлектор, основанный на эффекте мультипликации квазиоптических волновых пучков [9], который представляет собой скачкообразный переход к широкому (по сравнению с поперечными размерами рабочего волновода) волноводу с двумя зеркалами на выходе (рис. 7). При определенном соотношении между длиной  $l$  и шириной  $b$  этого волновода ( $l=b^2/2\lambda$ , где  $\lambda$  - длина волны) поступающий на вход рефлектора из рабочего волновода узкий волновой пучок делится на выходе рефлектора на два пучка, которые отражаются зеркалами с некоторым фазовым сдвигом  $\Psi$  один относительно другого. При  $\Psi=0$  на входе в рабочий волновод эти два отраженных пучка сходятся в один, что соответствует коэффициенту отражения рефлектора 100%. При отличном от нуля сдвиге  $\Psi$  на входе в рабочий волновод оказывается три волновых пучка, из которых лишь один (центральный) возвращается в рабочий волновод, а два других представляют собой выходное излучение. Таким образом, сдвиг фаз  $\Psi$  определяет коэффициент отражения такого рефлектора.

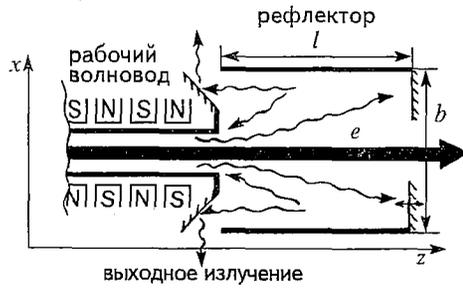


Рис. 7. Схема рефлектора, основанного на квазиоптической мультипликации волновых пучков в сверхразмерном волноводу

Выведем граничное условие для уравнений (1)-(3), которое описывает отражение от такого рефлектора в двумерной модели, когда система имеет бесконечный размер по одной из поперечных координат. Поле на входе рефлектора имеет вид

$$A(t, x, z=0) = a_{\rightarrow}(t) g(x) \exp(i\omega_0 t),$$

где  $a_{\rightarrow}(t) = a(\tau, \zeta=L)$  - амплитуда поля на выходе рабочего волновода,  $\tau = \omega_0 C t / (c/v_{gr} - c/v_{||})$ , функция  $g(x)$  описывает распределение сигнала по поперечной координате  $x$ . Поле внутри рефлектора разложим по поперечным модам широкого волновода

$$A(t, x, z) = a(t, x, z) \exp(i\omega_0 t) = \exp(i\omega_0 t) \sum_m a_m(t, z) \exp(-ik_m z) \sin(\alpha_m x),$$

где  $\alpha_m = \pi m / b$  - поперечные волновые числа,  $k_m = (\omega_0^2 / c^2 - \alpha_m^2)^{1/2}$  - продольные волновые числа, соответствующие частоте точного синхронизма  $\omega_0$ . При этом на входе в рефлектор имеем

$$a_m(t, z=0) = a_{\rightarrow}(t) g_m, \quad (25)$$

где  $g_m = \int_0^b g(x) \sin(\alpha_m x) dx$ . Если спектр сигнала  $a_{\rightarrow}(t)$  не слишком широк, распространение каждой моды внутри широкого волновода описывается приближенным уравнением

$$\frac{\partial a_m}{\partial t} - v_m \frac{\partial a_m}{\partial z} = 0, \quad (26)$$

где  $v_m = c^2 k_m / \omega_0$  - групповая скорость моды на частоте  $\omega_0$ . Решение (26) имеет вид  $a_m(t - z/v_m)$ , что с учетом (25) дает поле на выходе рефлектора

$$a(t, x, z=l) = \sum_m g_m a_{\rightarrow}(t - T_m) \exp(-i\vartheta_m) \sin(\alpha_m x), \quad (27)$$

где  $T_m = l/v_m$ ,  $\vartheta_m = k_m l$ . Введем далее функцию  $r(x)$ , которая описывает отражение сигнала от двух расположенных на выходе зеркал

$$r(x) = \begin{cases} 1, & 2b/3 \leq x \leq b; \\ 0, & b/3 < x < 2b/3; \\ \exp(i\Psi), & 0 \leq x \leq b/3. \end{cases}$$

Разлагая отраженный от зеркал сигнал  $r(x)a(t, x, z=l)$  по модам широкого волновода и вновь используя уравнение (26), получим поле, отраженное рефлектором в рабочий волновод

$$a_{\leftarrow}(t) = \sum_{m,p} g_m r_{m,p} a_{\rightarrow}(t - T_m - T_p) \exp(-i\vartheta_m - i\vartheta_p) \sin(\alpha_p b/2), \quad (28)$$

где  $r_{m,p} = 2/b \int_0^b r(x) \sin(\alpha_m x) \sin(\alpha_p x) dx$ . Выражение (28) может быть использовано в качестве граничного условия к уравнениям пространственно-временного подхода (1)-(4).

Для иллюстрации вернемся к примеру  $L=3.2$ ,  $R=0.5$  (см. рис. 2, б) и исследуем влияние дисперсии обратной связи на переходный процесс и установившийся режим. Параметры рефлектора выбраны так, что условие (28) дает полосу дисперсии  $R(\Delta)$ , сравнимую с полосой усиления (рис. 8, а). В то же

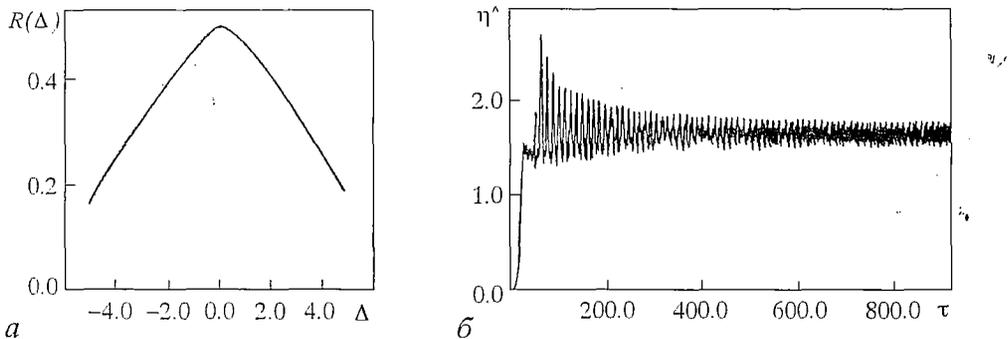


Рис. 8. Влияние дисперсии обратной связи на динамику возбуждения генератора: а - зависимость коэффициента обратной связи от расстройки  $\Delta$ ; б - приведенный КПД  $\eta^{\wedge}$  как функция времени  $\tau$  при  $R=0.5$ ,  $L=3.2$

время, согласно результатам двухмодового подхода (см.рис. 6, б), для «опасных» паразитных мод такая дисперсия обеспечивает коэффициент передачи, который в соответствии с (24) недостаточен для их возбуждения. Численный расчет пространственно-временных уравнений (1)-(4) с граничным условием (28) подтверждает вывод двухмодовой теории об одночастотности установившегося режима: как видно из рис. 8, б, в установившемся режиме модуляции приведенного КПД оказываются малыми, что свидетельствует о практически одномодовой генерации. Кроме того, дисперсия  $R(\Delta)$  значительно сокращает и упрощает переходный процесс, поскольку вследствие уменьшения числа конкурирующих мод сокращается стадия подавления медленно растущих мод (стадия 2, см. раздел 2) и переходный процесс останавливается на стадии конкуренции быстро растущих мод (стадия 3).

### Заключение

При надпороговости, не сильно превышающей критическую, динамика возбуждения генератора довольно проста и хорошо описывается приближением двух мод. При этом тип установившегося режима (спектр выходного излучения)

определяется устойчивостью одномодовой генерации основной моды, имеющей максимальное линейное усиление, по отношению к возбуждению какой-либо другой моды. Двухмодовый анализ показывает, что даже при превышении критической надпороговости довольно широкая (сравнимая с полосой усиления) полоса обратной связи  $R(\omega)$  совместима с одномодовым режимом генерации, что подтверждается и более точным учетом дисперсии в рамках пространственно-временного подхода. При этом оказывается, что, ограничивая число конкурирующих мод, дисперсия обратной связи значительно сокращает длительность переходного процесса.

Авторы признательны Н.С.Гинзбургу и А.С.Сергееву за помощь в работе.

### Библиографический список

1. *Bogomolov Ya.L., Bratman V.L., Ginzburg N.S., Petelin M.I., Yumakovsky A.D.* Nonstationary generation in free electron lasers // *Optics. Commun.* 1981. Vol.36. № 3, P.209.
2. *Ginzburg N.S., Petelin M.I., Shapiro M.A.* Automodulation and stochastic oscillation regimes in resonant relativistic electron masers // *Proc. of 10th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics.* Moscow, 1981. Vol.1. P. M2.
3. *Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П.* Периодические и стохастические автомодуляционные режимы в электронных генераторах с распределенным взаимодействием // *Релятивистская высокочастотная электроника.* Вып.2. Горький, 1981. С.101.
4. *Ginzburg N.S., Petelin M.I.* Multy-frequency generation in free electron lasers with quasi-optical resonator // *Int. J. Electronics.* 1985. Vol.59, № 3. P. 291.
5. *Antonsen T.M., Jr., Levush B.* Mode competition and suppression in free electron laser oscillators // *Phys. Fluids B.* 1989. Vol.1, № 5. P.1097.
6. *Гинзбург Н.С., Сергеев А.С.* Динамика ЛСЭ генераторов с резонаторами произвольной добротности // *ЖТФ.* 1991. Т.61, № 6. С.133.
7. *Блиох Ю.П., Бородкин А.В., Любарский М.Г., Онищенко И.Н., Файнберг Я.Б.* Применение метода функционального отображения для исследования ЛВВ-генератора с запаздывающей обратной связью // *Изв.вузов. Сер.Прикладная нелинейная динамика.* 1993. Т.1, № 1-2. С. 34.
8. *Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И., Сморгонский А.В.* Убитроны и скатроны // *Релятивистская высокочастотная электроника.* Вып.1. Горький, 1979. С.217.
9. *Denisov G.G., Lukovnikov D.A., Shmelev M.Yu.* Microwave systems based on the effect of image multiplication in oversized waveguide // *Conference digest of 18 Int. Conf. on Infrared and MM Waves.* Colchester, United Kindom, 1993.

*Институт прикладной физики РАН  
Нижний Новгород*

*Поступила в редакцию 4.10.94 г.  
после переработки 27.12.92 г.*

### SCENARIO OF TRANSITION TO THE MULTI-FREQUENCY REGIME IN THE FEL-OSCILLATOR WITH A LOW-Q MICROWAVE SYSTEM

*V.L. Bratman, A.V. Savilov*

Possibility of the use of the simple two-mode model is shown, and the process of the longitudinal mode competition is described for the case of a small excess over the threshold, which corresponds to the transition to the multi-frequency regime. It is shown that even a rather broadband (in the scale of the amplification band) frequency feedback dispersion effects significantly both the transient time and the generation regime.



*Братман Владимир Львович* - родился в 1945 году, в 1967 окончил радиофизический факультет Горьковского университета. Доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией Института прикладной физики РАН (Н. Новгород). Область научных интересов - релятивистская высокочастотная электроника, новые методы ускорения частиц, управляемый термоядерный синтез. Имеет более 100 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.



*Савилов Андрей Владимирович* - родился в 1968 году, в 1992 окончил Высшую школу общей и прикладной физики при Нижегородском университете. Младший научный сотрудник Института прикладной физики РАН (Н. Новгород). Область научных интересов - релятивистская высокочастотная электроника, взаимодействие мод, высокочастотный пространственный заряд. Имеет 19 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.