



**СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА АВТОГЕНЕРАТОРА
НА ВАКУУМНОМ МИКРОТРИОДЕ:
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ И АНАЛОГОВЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТЫ
НА РАДИОТЕХНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

В.И. Пономаренко, Д.И. Трубецков

В работе проанализирована возможность создания автогенератора на вакуумном микротриоде. Предложена радиотехническая модель-аналог такого автогенератора и ее математическая модель. Представлены результаты вычислительного и аналогового эксперимента для моделей под внешним гармоническим воздействием. Показано существование сложных режимов, включая хаотические. Приведено экспериментально полученное разбиение плоскости параметров «амплитуда - частота внешнего воздействия» на характерные режимы. В вычислительном эксперименте проведено исследование возможных переходов к хаосу. Продемонстрировано качественное соответствие результатов вычислительного и натурального эксперимента.

Введение

Появление нового активного элемента в радиофизике всегда влекло за собой построение на его основе новых приборов. Реализация последних зависит от свойств элементов (вид нелинейности, частотный диапазон, инерционные свойства), на базе которых создается новое устройство. Одним из таких новых элементов является микротриод с автоэмиссионным катодом. Его нелинейные свойства определяются законом автоэлектронной эмиссии - законом Фаулера - Нордгейма [1]. Построение автогенератора на основе такого элемента представляет особый интерес для быстро развивающейся вакуумной микроэлектроники в частности потому, что микротриоды могут работать на сверхвысоких частотах.

Автогенератор можно построить, вводя в схему усилителя на микротриоде положительную обратную связь (подобно обычному ламповому генератору). Однако из-за отсутствия насыщения нелинейной характеристики автоколебания в таком генераторе будут бесконечно нарастать, приводя при больших значениях токов к разрушению катода. Для компенсации роста сигнала необходимо в цепь обратной связи ввести диссипативный элемент с нелинейной характеристикой, при которой возможно возникновение стационарных колебаний с некоторой амплитудой A . При амплитудах меньших некоторого значения A нелинейная

¹ Работа представляет собой расширенный вариант доклада авторов, включенного в программу 7th International Vacuum Microelectronics Conference (Гренобль, Франция, 4-7 июля 1994 г.).

диссипация не компенсирует нарастания колебаний, обусловленных нелинейностью активного элемента, а при амплитудах больших A диссипация приводит к уменьшению амплитуды колебаний.

Анализ подобного генератора интересен и с точки зрения создания модели активной нелинейной среды, поскольку известно, что простейший вариант среды-модели - цепочка (или решетка) из связанных автогенераторов (см., например, [2,3]).

Есть два пути исследования такого автогенератора. Первый - создание математической модели и проведение в ее рамках вычислительного эксперимента. Второй - создание радиотехнической модели-аналога. Именно на последнем пути в модельных экспериментах с LC -линиями передачи были экспериментально исследованы многие нелинейные явления в активных средах: пространственная конкуренция волн, взрывное взаимодействие волн, образование стационарных волн при взаимодействии ВЧ и НЧ волн и др. (см., например, [3]).

В настоящей работе приводятся результаты вычислительного эксперимента для математической модели генератора на микротриоде [4] в автономном и неавтономном режимах. Предложена также радиотехническая модель-аналог генератора; излагаются результаты ее экспериментального исследования.

Описание моделей. Результаты аналогового и вычислительного экспериментов

Схема предлагаемого генератора приведена на рис. 1. Она содержит вакуумный микротриод с включенным в цепь сетки нелинейным колебательным контуром (нелинейность определяется резистором R) и индуктивной обратной связью. Анодный ток зависит от напряжения на сетке в соответствии с законом Фаулера - Нордгейма, записанном в виде [5,6]

$$I_a = AF^2(aU + b)^2 \exp[-B\Phi^{3/2}/(F(aU + b))], \quad (1)$$

где I_a - анодный ток, U - напряжение на сетке, A и B - почти постоянные параметры, Φ - работа выхода, F - фактор усиления поля, a и b - геометрические константы. Можно показать, что для значений $U > -b/a$ функция $I_a(U)$ ведет себя с ростом U подобно экспоненте.

Нелинейная диссипация определяется нелинейным резистором R , имеющим характеристику вида

$$I = I_0[\exp(U/U_0) - 1], \quad (2)$$

где I - ток через резистор, U - напряжение на резисторе, I_0 и U_0 - некоторые параметры, характеризующие резистор. Заметим, что теоретическая вольтамперная характеристика полупроводникового диода имеет вид выражения (2), в котором I_0 - теоретический обратный ток диода, $U_0 = kT/e$ - термический потенциал, k - постоянная Больцмана, T - температура в градусах Кельвина, e - заряд электрона.

Уравнение генератора в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (g_0 \exp kx - \mu(2x + 2\sigma + 1) \exp -(x + \sigma) - 1) \frac{dx}{dt} + x = \begin{cases} 0 & \text{автономный режим} \\ V \sin(p\tau) & \text{неавтономный режим} \end{cases} \quad (3)$$

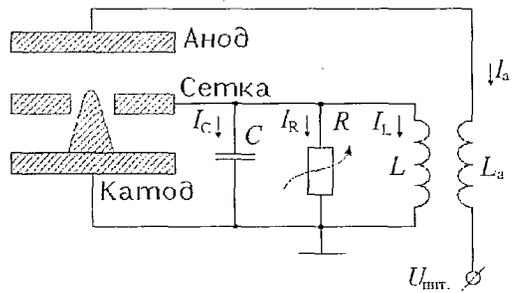


Рис. 1. Схема генератора на вакуумном микротриоде с индуктивной обратной связью и нелинейным диссипативным элементом в цепи сетки

В уравнении (3) введены следующие безразмерные переменные: x - динамическая переменная, соответствующая напряжению на сетке; g_0 и k - параметры нелинейного резистора; μ - коэффициент связи; σ - параметр нелинейности; V и p - амплитуда и частота внешнего гармонического воздействия; τ - время. Вывод уравнения (3) и связь безразмерных переменных с размерными приведены в Приложении.

Нетрудно видеть, что полученное уравнение существенно отличается от классических уравнений автоколебаний - уравнений Ван-дер-Поля и Рэля (см., например, [2, гл.14]).

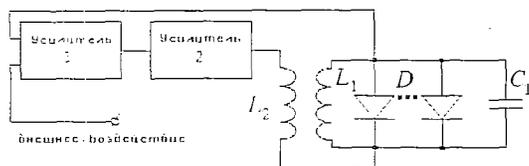


Рис. 2. Радиотехническая модель генератора на вакуумном микротриоде

Радиотехническая модель (рис. 2) содержит колебательный контур $L_1 C_1$ с нелинейной диссипацией (диоды D) и нелинейный усилитель 2 с экспоненциальной характеристикой (мы упоминали выше, что в определенном диапазоне напряжений кривая, выражаемая законом Фаулера - Нордгейма, ведет себя как экспонента). Обратная связь замыкается

через трансформатор L_1, L_2 . Линейный усилитель 1 служит для согласования и введения внешнего воздействия. Параметр нелинейности регулируется изменением коэффициента усиления экспоненциального усилителя, параметр диссипации - изменением числа диодов в контуре. Коэффициент связи остается постоянным.

В натурном эксперименте с моделью-аналогом характер режима работы определялся по виду временных реализаций, фазовых портретов и спектров. Временные реализации и фазовые портреты визуализировались на экране осциллографа; спектры изучались с помощью анализатора спектра. При получении фазового портрета на один вход осциллографа подавалась временная реализация напряжения с выхода нелинейного усилителя, а на второй вход - этот же сигнал, прошедший через RC -фильтр (то есть тот же, но задержанный на определенное время сигнал).

Регистрация временных реализаций и фазовых портретов на компьютере проводилась при помощи аналого-цифрового преобразователя, управляемого компьютером и соединенного с ним линией связи. Временная реализация запоминалась с некоторым шагом дискретизации во внешнем запоминающем устройстве и передавалась в компьютер. С помощью временной реализации строились фазовые портреты, причем по одной оси откладывались дискретные значения временной реализации, а по другой - сдвинутые на некоторое число шагов дискретизации.

Экспериментальные исследования автономного генератора показали, что в нем возможно мягкое и жесткое возникновение автоколебаний (появление предельного цикла). С ростом параметра нелинейности предельный цикл увеличивается в размерах и искажается.

В неавтономном режиме радиотехнический аналог был исследован при изменении амплитуды и частоты внешнего гармонического воздействия для различных значений параметра нелинейности.

Общая картина динамики сводится к следующему. При малом значении параметра нелинейности с изменением амплитуды и частоты внешнего воздействия в генераторе возникают квазипериодические колебания с двумя несоизмеримыми частотами и резонансы на торе (языки синхронизации) [4]. С увеличением параметра нелинейности имеет место перекрытие языков синхронизации. Поведение в областях перекрытия соответствует сценарию перехода к хаосу через перемежаемость. Внутри языков синхронизации с ростом параметра нелинейности имеет место последовательность бифуркаций удвоения периода и переход к хаосу.

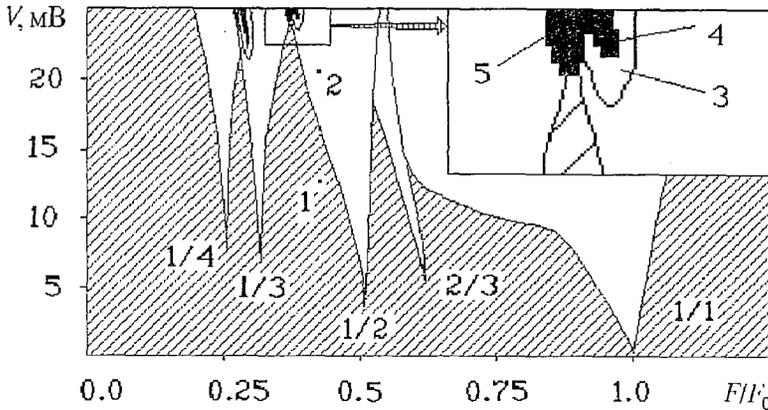


Рис. 3. Разбиение плоскости параметров амплитуда - частота внешнего воздействия на характерные режимы

На рис. 3 приведены экспериментальные результаты разбиения плоскости параметров амплитуда - частота внешнего воздействия на характерные режимы при достаточно большом параметре нелинейности. По горизонтальной оси отложена частота внешнего воздействия, нормированная на частоту собственных колебаний радиотехнической модели генератора при фиксированном параметре нелинейности. По вертикальной оси отложена амплитуда внешнего воздействия в милливольтках. Заштрихованы области квазипериодических движений. Сплошными линиями показаны границы резонансных циклов (языки синхронизации). Дробные числа соответствуют номерам резонансов. Сплошные линии внутри языков синхронизации представляют собой границы областей, где имеют место бифуркации удвоения периода и переход к хаосу. Черным закрасены области хаоса.

На рис. 4 представлены дискретные временные реализации процессов в радиотехнической модели (зависимость $U_i = U_i(t)$) и проекции фазовых портретов (зависимость $U_{i+1} = f(U_i)$), где U_i - дискретные значения из временной реализации напряжения на выходе нелинейного усилителя радиотехнической модели-аналога, введенные в компьютер при помощи аналого-цифрового преобразователя; U_{i+1} - значения напряжения, сдвинутые на шаг дискретизации.

Рис. 4, а соответствует квазипериодическому режиму с двумя несоизмеримыми частотами (см. рис. 3, точка 1). Проекция фазового портрета при этом имеет вид, характерный для квазипериодических движений. Из временной реализации следует, что анализируемый процесс двухчастотный, соответствующий наличию частоты автоколебаний радиотехнической модели-аналога (частота заполнения) и частоты модуляции (частота огибающей сигнала).

Рис. 4, б, в иллюстрируют возникновение резонансного цикла на торе с числом вращения $1/2$ и его удвоение (см. рис.3, точки 2, 3). На рис. 4, б период внешнего воздействия обозначен T . Из временной реализации видно, что отношение частоты внешнего воздействия к собственной частоте модели-аналога является рациональным и равно $1/2$. Период сигнала на рис. 4, б равен периоду внешнего воздействия. Период сигнала, приведенного на рис. 4, в (временная реализация и проекция фазового портрета) соответствуют удвоенному резонансному циклу $1/2$), составляет $2T$.

В эксперименте уверенно наблюдается лишь одна бифуркация удвоения, после чего имеет место переход к хаосу (см. рис. 4, г) и слияние лент аттрактора (см. рис. 4, д). Временная реализация, представленная на рис. 4, г, носит непериодический характер (см. рис. 3, точка 4). Это проявляется также в «утолщении» проекции фазового портрета, однако грубая структура резонансного цикла все еще сохраняется. При слиянии лент аттрактора (см. рис. 4, д) эта структура разрушается. Не исключено, что причиной перехода к хаосу после наблюдения лишь одной бифуркации удвоения резонансного цикла может быть

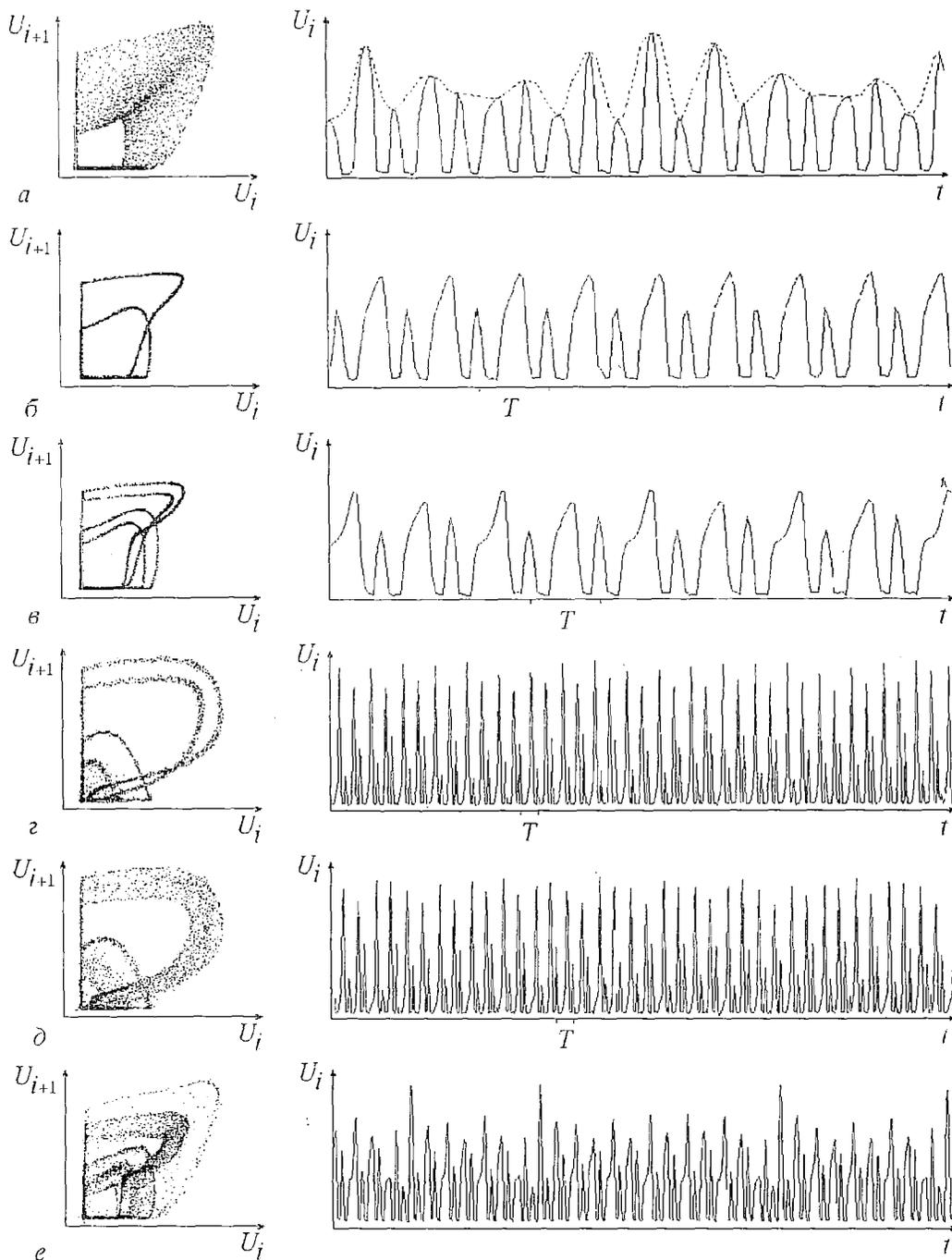
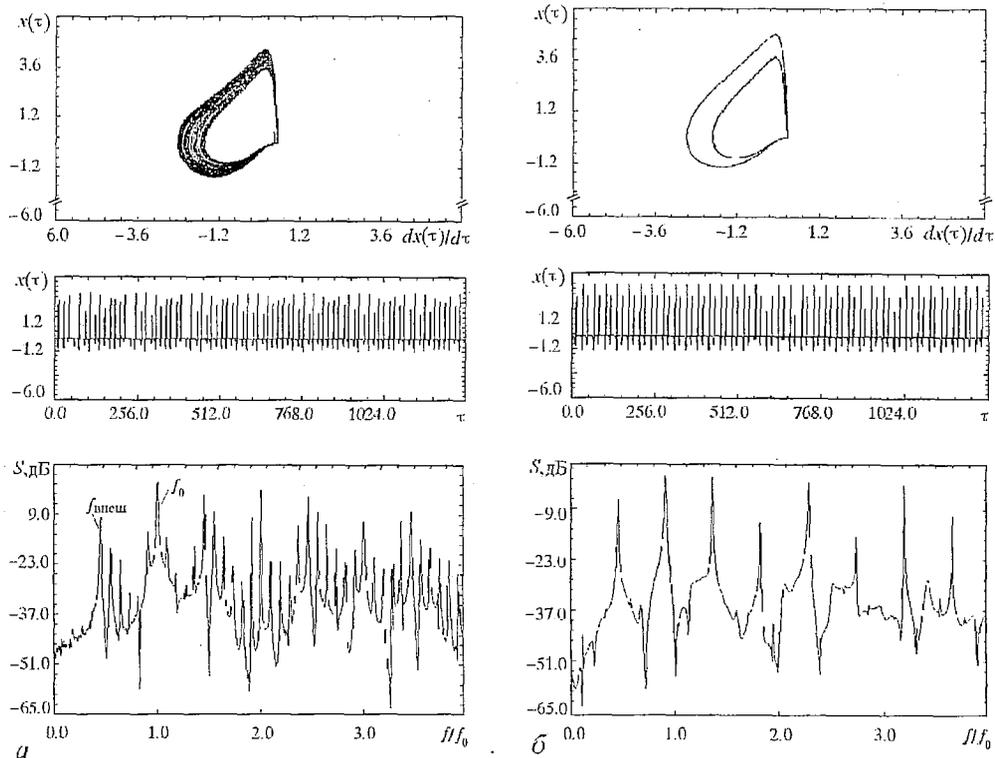


Рис. 4. Временные реализации и фазовые портреты характерных режимов генератора на микротриоде (физический эксперимент на радиотехнической модели): *a* - двумерный тор; *б* - резонанс $1/2$; *в* - удвоение резонансного цикла; *г* - двухленточный хаос; *д* - слияние лент (одноленточный хаос); *е* - режим перемежаемости

сильная зависимость поведения системы от внутренних шумов. Последняя связана с формой характеристики нелинейного элемента (быстрое экспоненциальное нарастание).

На рис. 4, *е* представлены временная реализация и проекция фазового портрета, которые можно интерпретировать как переход системы к хаосу через перемежаемость (см. рис. 3, точка 5). Во временной реализации при этом наблюдаются неперiodические всплески. Проекция фазового портрета содержит



две ясно различимые части: внешнюю, отражающую всплески во временной реализации, и внутреннюю, близкую по структуре к проекции фазового портрета аттрактора, соответствующего сценарию перехода к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода.

Обратимся теперь к результатам вычислительного эксперимента с моделью, описываемой уравнением (3)².

В численном эксперименте на основе уравнения (3) при $V=0$ (автономный режим) в системе рождается предельный цикл, размеры и форма которого зависят от ее параметров.

Неавтономные режимы работы генератора (см. уравнение (3)) были

Рис. 5. Проекция фазовых портретов, временные реализации и спектры (численный эксперимент) при фиксированных $\rho=0.18$, $\sigma=4.5$, $k=10.0$, $g_0=0.54$, $\mu=0.2$ и следующих значениях параметра V : $a - 0.05$, двумерный тор; $b - 0.18$, резонанс на торе $1/2$; $v - 0.2$, удвоение резонанса $1/2$

² В данной работе не проводится количественное сопоставление результатов патурного и численного эксперимента: приведено лишь качественное сопоставление и детализация сценариев перехода к хаосу на основе результатов вычислительного эксперимента.

исследованы в зависимости от параметров V и p при различных фиксированных наборах остальных параметров (соответствующих различной степени нелинейности предельного цикла). Показано, что для малых значений параметра нелинейности при вариации параметров V и p имеют место квазипериодические и синхронные движения системы. При достаточно большой нелинейности происходит усложнение динамики. Как и в натурном эксперименте с радиотехнической моделью генератора, внутри клювов синхронизации наблюдается последовательность бифуркаций удвоения периода, оканчивающаяся переходом к хаосу, а в перекрытиях клювов синхронизации система переходит к хаосу через перемежаемость. На рис. 5 представлены проекции фазовых портретов, временные реализации и спектры колебаний в системе при изменении V и фиксированных остальных параметрах. Проекция фазовых портретов на рис. 5 получены на плоскости $(x(\tau), dx(\tau)/d\tau)$, временные реализации есть зависимости $x=x(\tau)$, спектры представляют собой зависимость спектральной плотности мощности в логарифмическом масштабе от частоты, приведенной к частоте f_0 автономного генератора. Рис. 5, а соответствует квазипериодическим колебаниям с двумя несоизмеримыми частотами. В спектре выделяются две составляющих с частотами f_0 и $f_{\text{внеш}}$ (частота внешнего воздействия). Остальные составляющие спектра суть комбинационные частоты.

На рис. 5, б представлены проекция фазового портрета, временная реализация и спектр для режима, соответствующего резонансу $1/2$ на торе. В спектре имеется максимум на частоте f_0 и, кроме того, появляется субгармоника на частоте $f_0/2$.

Следующее удвоение (рис. 5, в) находит отражение в увеличении в два раза числа линий на проекции фазового портрета, в удвоении периода временной реализации и в появлении субгармоники $f_0/4$ в спектре.

Дальнейшую эволюцию проекции фазового портрета при изменении параметра V иллюстрирует рис. 6: последовательность бифуркаций удвоения периода приводит к хаосу, в хаосе имеет место слияние лент аттрактора.

Рис. 7 иллюстрирует переход к хаосу через перемежаемость. Так же как и в

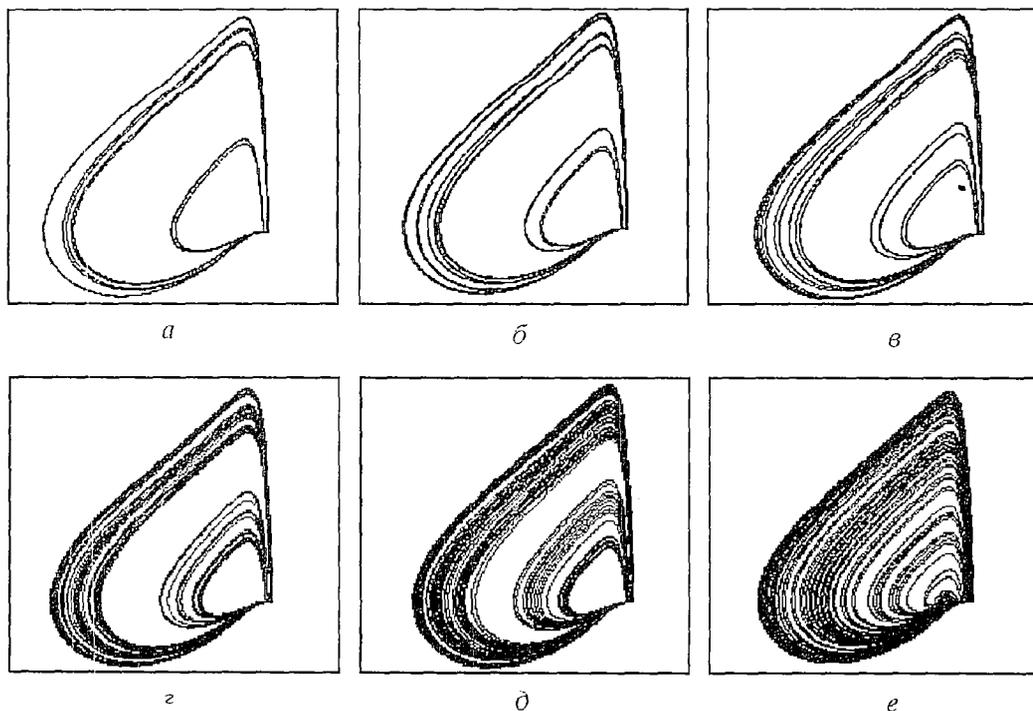


Рис. 6. Эволюция фазового портрета при фиксированных $p=0.18$, $\sigma=4.5$, $k=10.0$, $g_0=0.54$, $\mu=0.2$ и изменении параметра V , равного: а - 0.214; б - 0.216; в - 0.22; г - 0.222; д - 0.224; е - 0.228

натурном эксперименте, в проекции фазового портрета угадываются две различные части аттрактора. Временная реализация имеет характерный вид для сценария перемежаемости; кроме того, в спектре наблюдается подъем на низких частотах.

Заключение

Генератор на вакуумном микротриоде в неавтономном режиме демонстрирует широкий спектр нелинейных динамических явлений, подобно ставшим уже классическими: нелинейному колебательному контуру [7], генератору с инерционной нелинейностью [8], генератору Кияшко - Пиковского - Рабиновича [2] и др. Это позволяет рассматривать предлагаемую систему как элемент со сложным поведением, на базе которого могут быть построены системы с большим числом степеней свободы и активные нелинейные среды - модели (например, цепочки и решетки генераторов). Такие многомерные системы могут обеспечить обработку изображений и решение других задач, связанных с искусственным интеллектом и обработкой больших объемов информации на принципах нейродинамики.

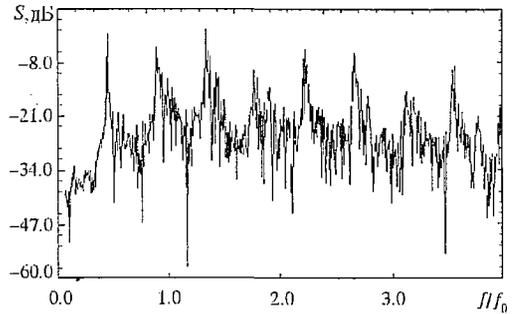
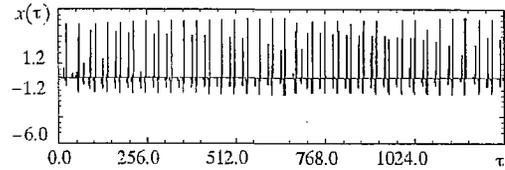
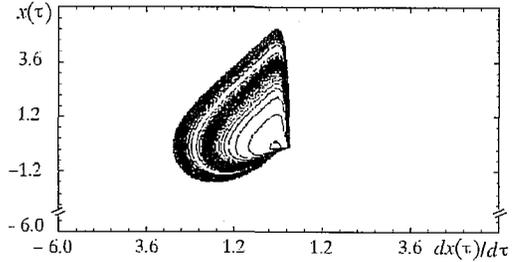


Рис. 7. Переход к хаосу через перемежаемость; проекция фазового портрета, временная реализация и спектр: $V=0.13$, $\rho=0.174$, $\sigma=4.5$, $k=10.0$, $g_0=0.54$, $\mu=0.2$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-16171).

Приложение

Уравнение (3) выведено для схемы генератора, приведенной на рис.1. Используются обозначения такие же, как на рисунке.

В соответствии с законом Кирхгофа для токов

$$I_C = I_R + I_L. \quad (\text{П.1})$$

Напряжение U на сетке определяется соотношением

$$U = L \frac{dI_L}{dt} + M \frac{dI_a}{dt}, \quad (\text{П.2})$$

где M -коэффициент взаимоиנדукции катушек L и L_a .

Для токов в колебательном контуре имеем

$$I_L = \frac{1}{L} \int U dt - \frac{M}{L} I_a, \quad (\text{П.3})$$

$$I_C = -C \frac{dU}{dt}, \quad (\text{П.4})$$

$$I_R = I_0(\exp(U/U_0) - 1). \quad (\text{П.5})$$

Анодный ток зависит от напряжения на сетке в соответствии с законом Фаулера - Нордгейма

$$I_a = A_1(aU + b)^2 \exp(-B_1/(aU + b)),$$

где $A_1 = AF^2$, $B_1 = B\Phi^{3/2}/F$.

Подставляя соотношения (П.3)-(П.5) в формулу (П.1), после некоторых преобразований приходим к уравнению

$$LC \frac{d^2U}{dt^2} + L \left[\frac{I_0}{U_0} \exp\left(\frac{U}{U_0}\right) - \frac{M}{L} A_1 a (2aU + 2b + B_1) \exp\left(-\frac{B_1}{aU + b}\right) \right] - \frac{dU}{dt} + U = 0.$$

Уравнение в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \left[g_0 \exp(kx) - \mu(2x + 2\sigma + 1) \exp\left(-\frac{1}{x + \sigma}\right) \right] \frac{dx}{d\tau} + x = 0,$$

где $x = \frac{a}{B_1} U$ - динамическая переменная, соответствующая напряжению на сетке; $\tau = t/(LC)^{1/2}$ - время; $g_0 = I_0(L/C)^{1/2}/U_0$ и $k = B_1/(aU_0)$ - параметры нелинейного резистора, $\mu = M(L/C)^{1/2}A_1a/B_1L$ - параметр связи, $\sigma = b/B_1$ - параметр нелинейности.

Уравнение, описывающее поведение генератора в неавтономных режимах работы, имеет вид

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \left[g_0 \exp(kx) - \mu(2x + 2\sigma + 1) \exp\left(-\frac{1}{x + \sigma}\right) \right] \frac{dx}{d\tau} + x = V \sin(p\tau),$$

где V и p - безразмерные амплитуда и частота внешнего воздействия.

Библиографический список

1. Spindt C.A., Holland G.E., Stowell R.D. Field emission cathode array development for high-current density applications // Appl. of Surface Science 16. 1983. P. 168.
2. Работович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн // М.: Наука, 1984.
3. Кияшко С.В. Исследование нелинейных волновых взаимодействий в распределенных системах радиодиапазона. Автореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Горький, 1980. 16 с.
4. Astakhov V.V., Bezruchko B.P., Ponomarenko V.I., Trubetskov D.I., Cherniavskaya L.I. Oscillation regimes of a radiotechnical analogue of the oscillator based on vacuum field emitter microtriode // IVMC'93. Technical digest. P. 66.
5. Orvis W.J., McConaghy C.F., Ciarlo D.R., Yee J.H., Hee E.W. Modeling and fabricating micro-cavity integrated vacuum tubes // IEEE Trans. Electron Devices. 1989. Vol. 36, № 11. P. 2651.
6. Asano T. Simulation of geometrical change effects on electrical characteristics of micrometer-size vacuum triode with field emitters // IEEE Trans. Electron Devices. 1991. Vol. 38, № 10. P. 2392.
7. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности / Пер. с франц. Ю.А. Данилова. М.: Мир, 1991.

8. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. Гл. 9.

Саратовский филиал института
радиотехники и электроники РАН
Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 1.07.94 г.
после переработки 12.10.94 г.

COMPLEX DYNAMICS OF VACUUM MICROTRIODE OSCILLATOR: NUMERICAL AND ANALOG EXPERIMENTS ON THE RADIOTECHNICAL MODEL

V.I. Ponomarenko, D.I. Trubetskov

The possibility of designing a vacuum microtriode oscillator is analyzed. The radiotechnical model-analog of such oscillator and its mathematical model are proposed. The results of numerical and experimental investigations on non-autonomous models are presented. The existence of complex regimes, including the chaotic one, is shown. For the experimental investigations, the structure of the «amplitude - frequency of external force» parameter plane is demonstrated. In the numerical experiment, possible routes to chaos are studied. The qualitative agreement of numerical and experimental results is reported.



Трубецков Дмитрий Иванович родился в Саратове в июне 1938 года. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета в 1960 г. и с этого времени работает на кафедре электроники и волновых процессов СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники и волновых процессов СГУ, профессор. В 1991 году избран членом-корреспондентом Российской Академии наук. Область научных интересов - радиофизика в той ее части, которая связана с взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями и теорией сверхвысокочастотных электронных приборов; теория колебаний и волн; применение методов нелинейной динамики в различных областях науки; история науки.

Автор и соавтор одиннадцати монографий и учебных пособий по сверхвысокочастотной электронике, теории колебаний и волн и истории электронных ламп сверхвысоких частот, в том числе монографии «Аналитические методы расчета в электронике СВЧ» (М.: Сов. радио, 1970; совместно с В.Н. Шевчком), коллективной монографии «Электроника лампы с обратной волной» (Изд-во. Сарат. ун-та, 1975), учебного пособия «Введение в теорию колебаний и волн» (первое издание, М.: Наука, 1984; второе - М.: Наука, 1992 совместно с М.И. Рабиновичем); книги «Формирование радиотехники» (М.: Наука, 1988, раздел «История электронных ламп сверхвысоких частот»). В 1989 году книга «Введение в теорию колебаний и волн» в Нидерландах переведена на английский язык и вышла под названием «Oscillations and waves in linear and nonlinear systems» (The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1989). Опубликовал четыре книги лекций по электронике СВЧ и истории электронных ламп и много научных статей по указанным выше направлениям. Зам. главного редактора журнала «Прикладная нелинейная динамика».



Пonomarenko Владимир Иванович родился в ноябре 1960 года в Саратове. В 1982 году окончил физический факультет Саратовского государственного университета. В 1992 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Работает старшим научным сотрудником в Саратовском филиале института радиотехники и электроники РАН. Автор и соавтор 20 научных работ. Область научных интересов - нелинейная динамика, экспериментальное моделирование сложных систем, методы параллельной обработки информации.