



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2025. Т. 33, № 1  
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2025;33(1)

Научная статья  
УДК 517.9

DOI: 10.18500/0869-6632-003129  
EDN: FFUEBY

## Переменяющееся поведение вблизи границы обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах с запаздыванием

О. И. Москаленко<sup>✉</sup>, В. А. Ханадеев

Саратовский национальный исследовательский государственный университет  
имени Н. Г. Чернышевского

E-mail: ✉o.i.moskalenko@gmail.com, v.a.hanadeev@gmail.com

Поступила в редакцию 15.06.2024, принята к публикации 11.09.2024,  
опубликована онлайн 2.10.2024, опубликована 31.01.2025

**Аннотация.** Целью работы является анализ характеристик переменяющегося поведения, имеющего место вблизи границы обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных генераторах с запаздыванием. Рассмотрен случай взаимодействия систем, характеризующихся различным числом положительных показателей Ляпунова. Для определения длительностей характерных фаз поведения систем использован метод вспомогательной системы. Результатом работы является определение типа переменяемости, имеющего место вблизи границы обобщенной синхронизации. В данном случае путем расчета статистических характеристик длительностей ламинарных фаз (распределений длительностей ламинарных фаз и зависимостей средних длительностей ламинарных фаз от параметров надкритичности) установлено, что на границе синхронного режима имеет место переменяемость типа on-off. Показано, что для переменяющейся обобщенной синхронизации в системах с запаздыванием характерна мультистабильность. Для этого произведен расчет усредненной по времени меры мультистабильности от величины параметра связи между системами и осуществлено ее сравнение с поведением спектра показателей Ляпунова. Обнаружено, что мера мультистабильности может использоваться для диагностики обобщенной синхронизации в системах с запаздыванием.


**Ключевые слова:** системы с запаздыванием, однонаправленная связь, обобщенная синхронизация, переменяемость типа on-off, мультистабильность, вероятность наблюдения турбулентной фазы.

**Благодарности.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-22-00033, <https://rscf.ru/project/24-22-00033>.


**Для цитирования:** Москаленко О. И., Ханадеев В. А. Переменяющееся поведение вблизи границы обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах с запаздыванием // Известия вузов. ПНД. 2025. Т. 33, № 1. С. 9–18. DOI: 10.18500/0869-6632-003129. EDN: FFUEBY

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

## Intermittent behavior near the boundary of generalized synchronization in unidirectionally coupled time-delayed systems

O. I. Moskalenko , V. A. Khanadeev

Saratov State University, Russia

E-mail: o.i.moskalenko@gmail.com, v.a.khanadeev@gmail.com

Received 15.06.2024, accepted 11.09.2024, available online 2.10.2024, published 31.01.2025

**Abstract.** The *aim* of the work is an analysis of characteristics of intermittent behavior taking place near the boundary of generalized synchronization in unidirectionally coupled time-delayed generators. The case of interaction of systems characterized by different numbers of positive Lyapunov exponents is considered. To determine the lengths of characteristic phases of the system behavior the auxiliary system *method* has been used. The *result* of the work is the determination of the type of intermittency taking place near the boundary of generalized synchronization. In this case by calculation the statistical characteristics of the laminar phase lengths (distributions of the laminar phase lengths and the dependencies of the mean lengths of the laminar phases on the criticality parameters) it has been found that near the boundary of the synchronous regime the on-off intermittency is observed. It has been shown that the intermittent generalized synchronization in time-delayed systems is characterized by multistability. For these purposes a time-averaged measure of multistability depending on the value of the coupling parameter between systems has been calculated and compared with the behavior of the spectrum of Lyapunov exponents. It has been found that the multistability measure can be used to detect the generalized synchronization in time-delayed systems.

**Keywords:** time-delayed systems, unidirectional coupling, generalized synchronization, on-off intermittency, multistability, probability of observation the turbulent phase.

**Acknowledgements.** This work was supported by the Russian Science Foundation (project N. 24-22-00033, <https://rscf.ru/project/24-22-00033>).

**For citation:** Moskalenko OI, Khanadeev VA. Intermittent behavior near the boundary of generalized synchronization in unidirectionally coupled time-delayed systems. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2025;33(1):9–18. DOI: 10.18500/0869-6632-003129

*This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).*

Обобщенная синхронизация является широко распространенным явлением, которое представляет большой интерес в современном мире [1, 2]. Данное явление может найти своё применение в задачах передачи информации, в том числе скрытой [3], при контроле хаоса в СВЧ-генераторах [4], а также при диагностике динамики некоторых биологических систем [5].

Режим обобщенной синхронизации подразумевает установление функциональной связи между состояниями взаимодействующих систем [6, 7] и может возникать при взаимодействии систем различной природы и с разным фазовым пространством [8].

Вблизи границы обобщенной синхронизации, как правило, наблюдается перемежающееся поведение — режим перемежающейся обобщенной синхронизации [9, 10]. В данном случае функциональная связь между состояниями взаимодействующих систем наблюдается только в определенные интервалы времени, называемые ламинарными фазами поведения, в то время как на фоне ламинарных фаз имеют место кратковременные турбулентные всплески, в течение которых функциональная связь между взаимодействующими системами отсутствует. При этом для систем с малым числом степеней свободы известно, что тип перемежаемости, реализуемой в данном случае, не зависит от типа связи между системами (однонаправленной или взаимной), а существенным образом определяется топологией аттракторов взаимодействующих систем [10, 11]. В случае взаимодействия систем с относительно простой топологией аттрактора (как правило, с аттрактором ленточного типа) вблизи границы обобщенной синхронизации имеет место перемежаемость типа on-off [9, 11], в то время как в системах со сложной (двухлистной) топологией аттрактора реализуется перемежаемость перескоков (jump intermittency) [10]. Подобных исследований для систем с бесконечномерным фазовым пространством до настоящего времени проведено

не было. Исключением является лишь работа [12], где обнаружена on-off перемежаемость в однонаправленно связанных уравнениях Гинзбурга–Ландау со связью в каждой точке пространства взаимодействия, находящихся вблизи границы этого синхронного режима.

Целью настоящей работы является исследование возможности существования перемежаемости на границе режима обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах с запаздыванием. В качестве объекта исследования в работе выбрана система двух однонаправленно связанных радиотехнических генераторов с запаздыванием, описываемая следующими уравнениями [13]:

$$\begin{aligned}\varepsilon \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + k_1 f(x_1(t - \tau)), \\ \varepsilon \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + k_2 f(x_2(t - \tau)) + k_3 [f(x_1(t - \tau)) - f(x_2(t - \tau))],\end{aligned}\quad (1)$$

где  $x_1(t)$ ,  $x_1(t - \tau)$  и  $x_2(t)$ ,  $x_2(t - \tau)$  – безразмерные напряжения на входе и выходе линии задержки ведущей и ведомой систем соответственно,  $\varepsilon = 1$  – параметр, характеризующий инерционные свойства систем,  $k_1 = 1.015$ ,  $k_2 = 1.004$  – управляющие параметры, определяющие характерные масштабы колебаний в ведущем и ведомом генераторах,  $k_3$  – параметр связи,  $f(x) = a - x^2$  – передаточная функция нелинейного элемента, выбранная квадратичной по аналогии с работами предшественников [13, 14],  $a = 1.5$  – параметр нелинейности,  $\tau = 10$  – время запаздывания. Начальные условия для ведущей системы были выбраны фиксированными  $x_1(t_0) = 0.5$ , а для ведомой системы задавались случайным образом в диапазоне  $x_2(t_0) \in [-1; 1] \forall t_0 \in [0; \tau]$ . При выбранных значениях управляющих параметров во взаимодействующих системах в отсутствие связи между ними реализуются хаотические колебания с различным числом положительных показателей Ляпунова.

Для диагностики режима обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных генераторах (1) использовался метод расчета спектра показателей Ляпунова, предложенный в работе [15]. Метод представляет собой обобщение классического алгоритма Бенеттина и процедуры ортогонализации Грама–Шмидта на случай систем с отклоняющимся аргументом. Он основан на рассмотрении эволюции во времени состояния системы, определенного на интервале времени с длительностью, равной времени запаздывания, и его возмущений. Критерием обобщенной синхронизации в данном случае является переход старшего условного показателя Ляпунова в область отрицательных значений [16].

На рис. 1 приведены результаты расчета спектра показателей Ляпунова однонаправленно связанных систем с запаздыванием (1) при помощи описанного выше подхода. Из рисунка видно,

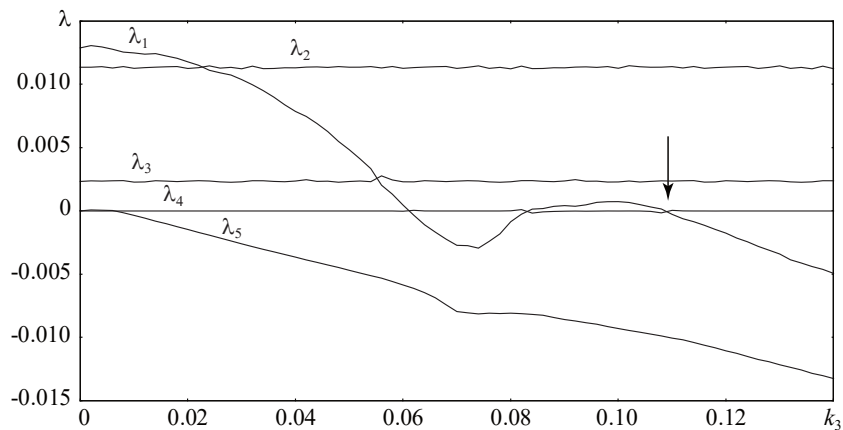


Рис. 1. Зависимости пяти старших показателей Ляпунова от параметра связи  $k_3$  для однонаправленно связанных генераторов с запаздыванием (1)

Fig. 1. Dependencies of five highest Lyapunov exponents on the coupling parameter  $k_3$  for unidirectionally coupled time-delayed generators (1)

что изначально, в отсутствие связи между взаимодействующими системами, в системе (1) присутствует три положительных показателя Ляпунова, что соответствует случаю взаимодействия систем с одним и двумя положительными показателями Ляпунова. При увеличении параметра связи  $k_3$  два положительных показателя Ляпунова, соответствующие ведущей системе, не меняют своих значений, в то время как старший условный показатель (положительный показатель Ляпунова ведомой системы) переходит в область отрицательных значений. Далее данный показатель возвращается к положительным значениям и затем опять выходит в отрицательную область. Когда остается только два положительных показателя Ляпунова, в системе окончательно устанавливается режим обобщенной синхронизации.

Диагностику режима обобщенной синхронизации можно произвести также при помощи метода вспомогательной системы [17]. Согласно данному подходу необходимо ввести в рассмотрение еще одну систему  $x_3(t)$ , называемую вспомогательной, которая полностью идентична ведомой системе из (1) по управляющим параметрам, но начальные условия для нее отличаются от последних для ведомой системы. Тогда в режиме обобщенной синхронизации, ввиду наличия функциональной связи между состояниями как ведущей и ведомой, так и ведущей и вспомогательной систем, состояния ведомой и вспомогательной систем должны быть полностью идентичными, в то время как в отсутствие синхронного режима состояния этих систем будут достаточно сильно отличаться друг от друга. Вышесказанное иллюстрирует рис. 2, где представлены плоскости состояний взаимодействующих ведущей и ведомой, а также ведомой и вспомогательной систем при различных значениях параметра связи. Видно, что в режиме обобщенной синхронизации (рис. 2, *h*) все точки на плоскости  $(x_2, x_3)$  выстраиваются вдоль главной диагонали, в то время

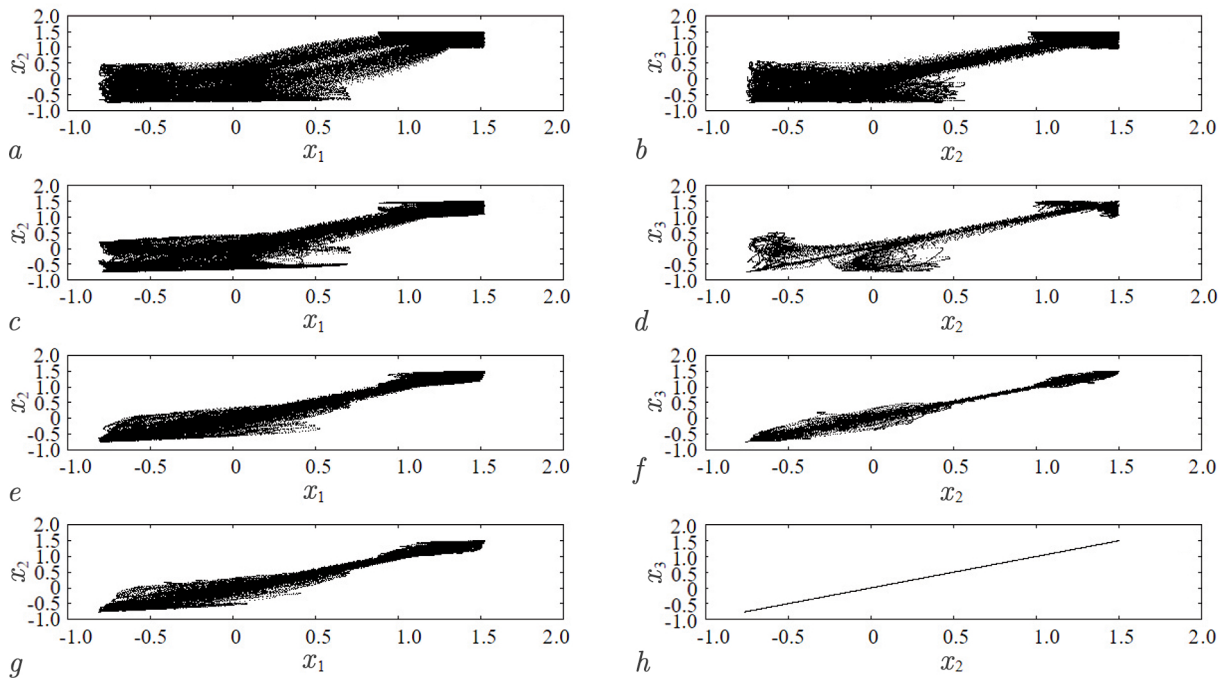


Рис. 2. Плоскости состояний ведущего и ведомого  $(x_1, x_2)$  (*a, c, e, g*) и ведомого и вспомогательного  $(x_2, x_3)$  (*b, d, f, h*) генераторов с запаздыванием (1) при различных значениях параметра связи  $k_3$ :  $k_3 = 0.02$  — асинхронный режим (*a, b*),  $k_3 = 0.06$  — режим перемежающейся обобщенной синхронизации (*c, d*),  $k_3 = 0.106$  — режим перемежающейся обобщенной синхронизации (*e, f*),  $k_3 = 0.12$  — режим обобщенной синхронизации (*g, h*)

Fig. 2. State planes of the drive and response  $(x_1, x_2)$  (*a, c, e, g*) as well as the response and auxiliary  $(x_2, x_3)$  (*b, d, f, h*) time-delayed generators (1) for different values of the coupling parameter  $k_3$ :  $k_3 = 0.02$  — asynchronous regime (*a, b*),  $k_3 = 0.06$  — intermittent generalized synchronization regime (*c, d*),  $k_3 = 0.106$  — intermittent generalized synchronization regime (*e, f*),  $k_3 = 0.12$  — generalized synchronization regime (*g, h*)

как в отсутствие этого режима точки достаточно сильно распределены по плоскости  $(x_2, x_3)$  (рис. 2, *b*). Важно отметить, что на плоскости  $(x_1, x_2)$  (рис. 2, *a, c, e* и *g*) состояния систем в отсутствие и при наличии обобщенной синхронизации качественно аналогичны друг другу, что говорит о невозможности диагностирования этого режима только по временным реализациям ведущей и ведомой систем, а также об отличии этого режима от режимов полной синхронизации и синхронизации с запаздыванием.

Установлению режима обобщенной синхронизации предшествует режим перемежающейся обобщенной синхронизации. В данном случае часть точек на плоскости  $(x_2, x_3)$  выстраивается вдоль главной диагонали, в то время как другая часть остается разбросанной по всей плоскости. Первая часть точек соответствует реализации фаз синхронного поведения (ламинарным фазам), а вторая часть — асинхронным (турбулентным) фазам. Эта ситуация проиллюстрирована также на рис. 2, *d* и 2, *f*). Для определения типа перемежаемости, реализуемого в данном случае, были рассчитаны статистические характеристики перемежаемости: распределения длительностей ламинарных фаз  $N(l)$  при нескольких фиксированных значениях параметра связи  $k_3$  (рис. 3, *a*) и зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности  $k_3^c - k_3$ , где  $k_3^c = 0.11$  соответствует порогу обобщенной синхронизации (близко к моменту перехода старшего условного показателя Ляпунова в область отрицательных значений) (рис. 3, *b*). Видно, что и распределения длительностей ламинарных фаз, и зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности в высокой степени точности соответствуют теоретическим закономерностям

$$N(l) \sim l^{-3/2} \quad (2)$$

и

$$\langle l \rangle \sim (k_3^c - k_3)^{-1}, \quad (3)$$

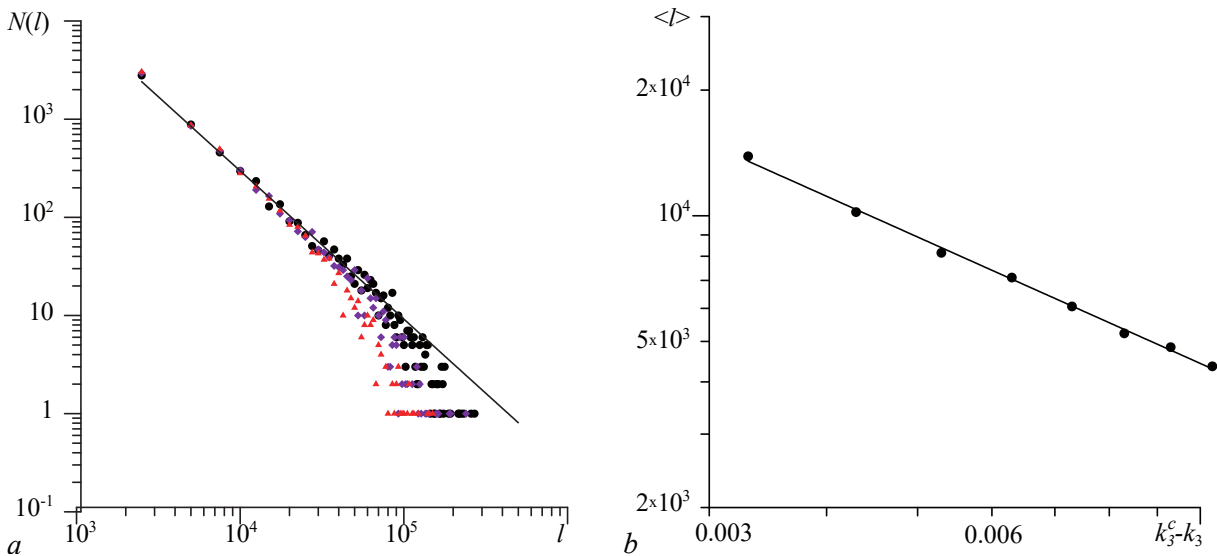


Рис. 3. Распределения длительностей ламинарных фаз  $N(l)$  (*a*) и зависимость средней длительности ламинарных фаз  $\langle l \rangle$  от параметра надкритичности  $k_3^c - k_3$  (*b*), полученные для однонаправленно связанных генераторов с запаздыванием (1), находящихся в режиме перемежающейся обобщенной синхронизации, и их аппроксимации теоретическими законами (2) и (3) соответственно. Данные численного моделирования показаны символами, теоретические аппроксимации — сплошными линиями: (*a*)  $\bullet$  —  $k_3 = 0.106$ ,  $\blacklozenge$  —  $k_3 = 0.104$ ,  $\blacktriangle$  —  $k_3 = 0.102$ , (*b*)  $k_3^c = 0.11$  (цвет онлайн)

Fig. 3. Distributions of the laminar phase lengths  $N(l)$  (*a*) and dependence of the mean length of the laminar phases  $\langle l \rangle$  on the criticality parameter  $k_3^c - k_3$  (*b*) obtained for the unidirectionally coupled time-delayed generators (1) being in the regime of intermittent generalized synchronization and their approximations by theoretical laws (2) and (3), respectively. The numerically obtained data are marked by symbols, theoretical approximations are shown by solid lines: (*a*)  $\bullet$  —  $k_3 = 0.106$ ,  $\blacklozenge$  —  $k_3 = 0.104$ ,  $\blacktriangle$  —  $k_3 = 0.102$ , (*b*)  $k_3^c = 0.11$  (color online)

характерным для перемежаемости типа on-off [9, 18]. Аналогичное поведение с аналогичными характеристиками предшествует первому переходу условного положительного показателя Ляпунова в область отрицательных значений (рис. 4), а также имеет место на границе обобщенной синхронизации при изменении управляющих параметров взаимодействующих систем. Можно утверждать, что независимо от выбора управляющих параметров взаимодействующих систем на границе обобщенной синхронизации в автогенераторах с запаздыванием наблюдается перемежаемость типа on-off.

Для режима перемежающейся обобщенной синхронизации характерна мультистабильность, под которой в данном контексте подразумевается существование в фиксированные моменты времени фаз различного поведения в зависимости от выбора начальных условий одной из взаимодействующих систем [19, 20]. Мультистабильность на границе обобщенной синхронизации достаточно хорошо изучена в системах с малым числом степеней свободы, однако вопрос о существовании мультистабильности в системах с запаздыванием до настоящего времени не рассматривался.

Для расчета меры мультистабильности использовался подход, предложенный в работе [21]. Для этого рассматривался ансамбль из  $M = 100$  ведомых систем с запаздыванием, находящихся под воздействием одной и той же ведущей системы. При этом значения начальных условий ведомых систем отличались, а значения управляющих параметров были одинаковыми. Согласно методу проводилось сравнение состояний ведомых систем между собой и вычислялось

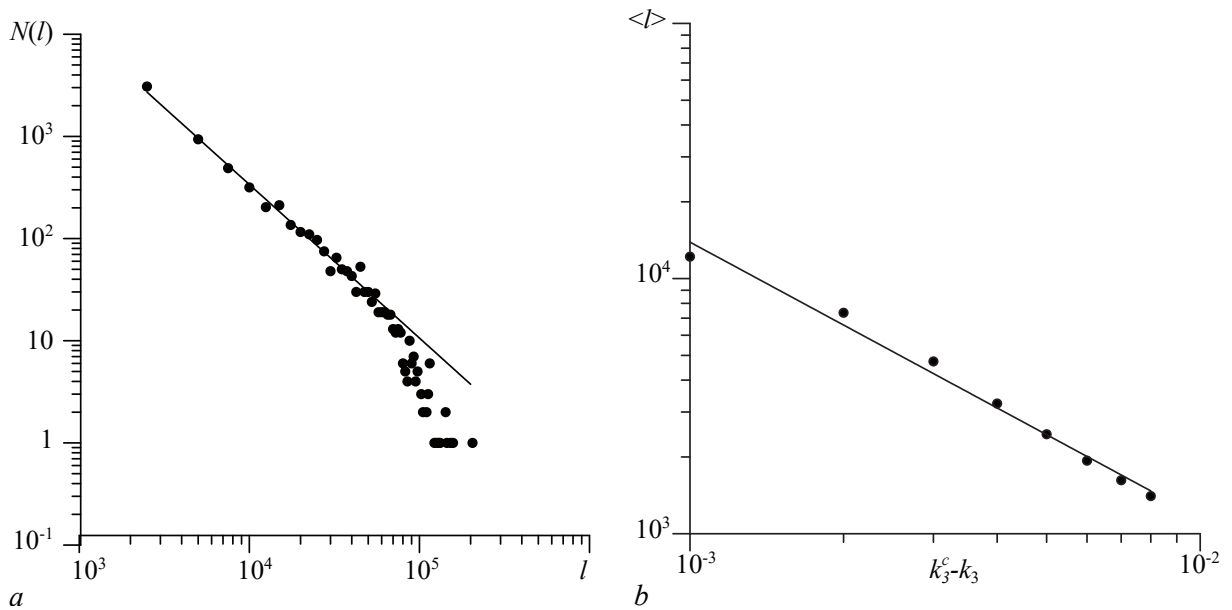


Рис. 4. Распределение длительностей ламинарных фаз  $N(l)$  при  $k_3 = 0.06$  (a) и зависимость средней длительности ламинарных фаз  $\langle l \rangle$  от параметра надкритичности  $k_3^c - k_3$  (b), полученные для однонаправленно связанных генераторов с запаздыванием (1), находящихся в режиме перемежающейся обобщенной синхронизации, и их аппроксимации теоретическими законами (2) и (3) соответственно. Данные численного моделирования показаны символами, теоретические аппроксимации — сплошными линиями,  $k_3^c = 0.062$  — момент первого перехода старшего условного показателя Ляпунова в область отрицательных значений

Fig. 4. Distribution of the laminar phase lengths  $N(l)$  for  $k_3 = 0.06$  (a) and dependence of the mean length of the laminar phases  $\langle l \rangle$  on the criticality parameter  $k_3^c - k_3$  (b) obtained for the unidirectionally coupled time-delayed generators (1) being in the regime of intermittent generalized synchronization and their approximations by theoretical laws (2) and (3), respectively. The numerically obtained data are marked by symbols, theoretical approximations are shown by solid lines,  $k_3^c = 0.062$  is the moment of the first transition of highest conditional Lyapunov exponents in the field of the negative values



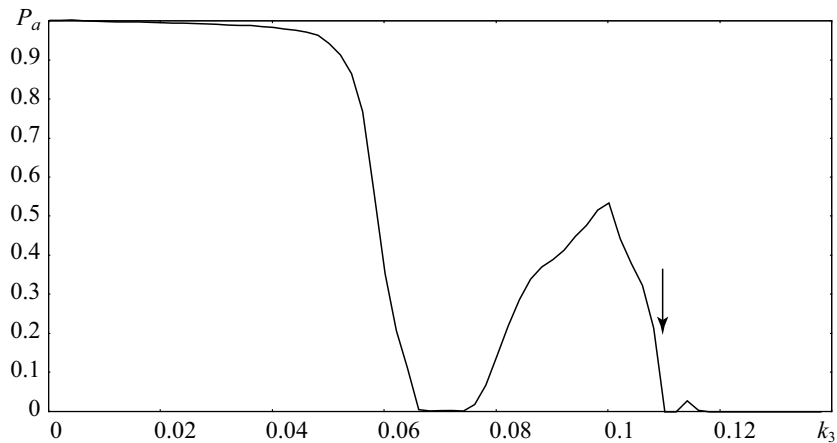


Рис. 5. Зависимость меры мультистабильности  $P_a$  от параметра связи  $k_3$ , полученная для ансамбля систем с запаздыванием (1)

Fig. 5. Dependence of multistability measure  $P_a$  on the coupling parameter  $k_3$  obtained for the ensemble of time-delayed systems (1)

количество систем, состояния которых оказывались идентичными друг другу. Таким образом, мера мультистабильности рассчитывалась по следующей формуле:

$$P_a = 1 - \sum_{i=1}^M \frac{m}{M(M-1)}, \quad (4)$$

где  $m$  — число пар, для которых состояния ведомых систем совпадают,  $M$  — общее число пар осцилляторов в ансамбле. Совпадение состояний ведомых систем, согласно методу вспомогательной системы [17], означает, что система находится в режиме обобщенной синхронизации. Соответственно,  $P_a = 0$  является критерием наличия обобщенной синхронизации.

На рис. 5 представлена зависимость меры мультистабильности от управляющего параметра  $k_3$ , полученная для системы (1). Данная зависимость представляет собой усреднение по времени вероятности  $P_a$  нахождения систем в асинхронном режиме. Видно, что при увеличении параметра связи значения меры плавно уменьшаются от 1 до 0, затем мера снова возрастает (что соответствует выходу старшего условного показателя Ляпунова в положительную область) с последующим уменьшением до нулевых значений. При этом вблизи границы обобщенной синхронизации мера мультистабильности оказывается положительной, что свидетельствует о наличии мультистабильности в данном случае. Когда  $P_a$  становится равной нулю, в системе диагностируется режим обобщенной синхронизации.

Из сопоставления рис. 1 и рис. 5 видно, что границы обобщенной синхронизации, полученные при помощи обоих методов, с высокой степенью точности совпадают друг с другом (критические значения параметра связи показаны стрелками на обоих рисунках), что говорит о возможности использования меры мультистабильности для определения границы обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах с запаздыванием.

Таким образом, в настоящей работе обнаружена перемежаемость на границе обобщенной синхронизации в двух однонаправленно связанных генераторах с запаздыванием. Показано, что независимо от выбора значений управляющих параметров взаимодействующих систем, данный тип перемежаемости можно классифицировать как перемежаемость типа on-off. Установлено, что по аналогии с системами с малым числом степеней свободы для данного режима характерна мультистабильность.

*Конфликт интересов. Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.*

## Список литературы

1. *Shen Y., Liu X.* Generalized synchronization of delayed complex-valued dynamical networks via hybrid control // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2023. Vol. 118. P. 107057. DOI: 10.1016/j.cnsns.2022.107057.
2. *Xing Y., Dong W., Zeng J., Guo P., Zhang J., Ding Q.* Study of generalized chaotic synchronization method incorporating error-feedback coefficients // *Entropy*. 2023. Vol. 25, no. 5. P. 818. DOI: 10.3390/e25050818.
3. *Короновский А. А., Москаленко О. И., Храмов А. Е.* О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации // *УФН*. 2009. Т. 179, № 12. С. 1281–1310. DOI: 10.3367/UFNr.0179.200912c.1281.
4. *Стародубов А. В., Короновский А. А., Храмов А. Е., Жарков Ю. Д., Дмитриев Б. С.* Исследование обобщенной синхронизации в системе двух связанных клистронных автогенераторов хаоса // *Письма в ЖТФ*. 2007. Т. 33, № 14. С. 58–65.
5. *Храмов А. Е., Фролов Н. С., Максименко В. А., Куркин С. А., Казанцев В. Б., Писарчик А. Н.* Функциональные сети головного мозга: от восстановления связей до динамической интеграции // *УФН*. 2021. Т. 191, № 6. С. 614–650. DOI: 10.3367/UFNr.2020.06.038807.
6. *Rulkov N. F., Sushchik M. M., Tsimring L. S. and Abarbanel H. D. I.* Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // *Phys. Rev. E*. 1995. Vol. 51. P. 980–994. DOI: 10.1103/PhysRevE.51.980.
7. *Moskalenko O. I., Koronovskii A. A., Hramov A. E., Boccaletti S.* Generalized synchronization in mutually coupled oscillators and complex networks // *Phys. Rev. E*. 2012. Vol. 86. P. 036216. DOI: 10.1103/PhysRevE.86.036216.
8. *Pyragas K.* Weak and strong synchronization of chaos // *Phys. Rev. E*. 1996. Vol. 54, no. 5. P. R4508–R4511. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.R4508.
9. *Hramov A. E., Koronovskii A. A.* Intermittent generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic oscillators // *Europhysics Letters*. 2005. Vol. 70, no. 2. P. 169–175. DOI: 10.1209/epl/i2004-10488-6.
10. *Koronovskii A. A., Moskalenko O. I., Pivovarov A. A., Khanadeev V. A., Hramov A. E., Pisarchik A. N.* Jump intermittency as a second type of transition to and from generalized synchronization // *Phys. Rev. E*. 2020. Vol. 102. P. 012205. DOI: 10.1103/PhysRevE.102.012205.
11. *Koronovskii A. A., Moskalenko O. I., Pivovarov A. A., Evstifeev E. V.* Intermittent route to generalized synchronization in bidirectionally coupled chaotic oscillators // *Chaos*. 2020. Vol. 30, iss. 8. P. 083133. DOI: 10.1063/5.0007156.
12. *Попов П. В.* Перемежающаяся обобщенная синхронизация в распределенных автоколебательных средах на примере комплексных уравнений Гинзбурга–Ландау // *Письма в ЖТФ*. 2007. Т. 33, № 18. С. 61–69.
13. *Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Выделение информационной компоненты хаотического сигнала системы с запаздыванием // *Письма в ЖТФ*. 2002. Т. 28, № 16. С. 37–44.
14. *Караваев А. С., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д.* Восстановление моделей скалярных систем с запаздыванием по временным рядам // *Письма в ЖТФ*. 2001. Т. 27, № 10. С. 43–51.
15. *Колоскова А. Д., Москаленко О. И., Короновский А. А.* Метод расчета спектра показателей Ляпунова для систем с запаздыванием // *Письма в ЖТФ*. 2018. Т. 44, № 9. С. 19–25. DOI: 10.21883/PJTF.2018.09.46061.17167.
16. *Плотникова А. Д., Москаленко О. И.* Особенности обобщенной синхронизации в системах с запаздыванием // *Письма в ЖТФ*. 2019. Т. 45, № 11. С. 31–33. DOI: 10.21883/PJTF.2019.11.47821.17779.
17. *Abarbanel H. D. I., Rulkov N. F., Sushchik M.* Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach // *Phys. Rev. E*. 1996. Vol. 53, № 5 P. 4528–4535. DOI: 10.1103/PhysRevE.53.4528.



18. Ott E., Sommerer J. C. Blowout bifurcations: the occurrence of riddled basins and on-off intermittency // *Phys. Lett. A*. 1994. Vol. 188, iss. 1. P. 39. DOI: 10.1016/0375-9601(94)90114-7.
19. Moskalenko O. I., Koronovskii A. A., Selskii A. A., Evstifeev E. V. On multistability near the boundary of generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic systems // *Chaos*. 2021. Vol. 31, iss. 8. P. 083106. DOI: 10.1063/5.0055302.
20. Moskalenko O. I., Evstifeev E. V. О существовании мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах со сложной топологией аттрактора // *Известия вузов. ПНД*. 2022. Т. 30, № 6. С. 676–684. DOI: 10.18500/0869-6632-003013.
21. Moskalenko O. I., Evstifeev E. V., Koronovskii A. A. Метод определения характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации на основе расчета локальных показателей Ляпунова // *Письма в ЖТФ*. 2020. Т. 46, вып. 16. С. 12. DOI: 10.21883/PJTF.2020.16.49846.18359.

## References

1. Shen Y, Liu X. Generalized synchronization of delayed complex-valued dynamical networks via hybrid control. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2023;118:107057. DOI: 10.1016/j.cnsns.2022.107057.
2. Xing Y, Dong W, Zeng J, Guo P, Zhang J, Ding Q. Study of generalized chaotic synchronization method incorporating error-feedback coefficients. *Entropy*. 2023;25(5):818. DOI: 10.3390/e25050818.
3. Koronovskii AA, Moskalenko OI, Hramov AE. On the use of chaotic synchronization for secure communication. *Phys. Usp.* 2009;52(12):1213–1238. DOI: 10.3367/UFNe.0179.200912c.1281.
4. Starodubov AV, Koronovskii AA, Hramov AE, Dmitriev BS. Generalized synchronization in a system of coupled klystron chaotic oscillators. *Technical Physics Letters*. 2007;33(7):612–615. DOI: 10.1134/S1063785007070218.
5. Hramov AE, Frolov NS, Maksimenko VA, Kurkin SA, Kazantsev VB, Pisarchik AN. Functional networks of the brain: from connectivity restoration to dynamic integration. *Phys. Usp.* 2021;64(6): 584–616. DOI: 10.3367/UFNe.2020.06.038807.
6. Rulkov NF, Sushchik MM, Tsimring LS, Abarbanel HDI. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. *Phys. Rev. E*. 1995;51:980–994. DOI: 10.1103/PhysRevE.51.980.
7. Moskalenko OI, Koronovskii AA, Hramov AE, Boccaletti S. Generalized synchronization in mutually coupled oscillators and complex networks. *Phys. Rev. E*. 2012;86:036216. DOI: 10.1103/PhysRevE.86.036216.
8. Pyragas K. Weak and strong synchronization of chaos. *Phys. Rev. E*. 1996;54(5):R4508-R4511. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.R4508.
9. Hramov AE, Koronovskii AA. Intermittent generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic oscillators. *Europhysics Letters*. 2005;70(2):169–175. DOI: 10.1209/epl/i2004-10488-6.
10. Koronovskii AA, Moskalenko OI, Pivovarov AA, Khanadeev VA, Hramov AE, Pisarchik AN. Jump intermittency as a second type of transition to and from generalized synchronization. *Phys. Rev. E*. 2020;102:012205. DOI: 10.1103/PhysRevE.102.012205.
11. Koronovskii AA, Moskalenko OI, Pivovarov AA, Evstifeev EV. Intermittent route to generalized synchronization in bidirectionally coupled chaotic oscillators. *Chaos*. 2020;30(8):083133. DOI: 10.1063/5.0007156.
12. Popov PV. Intermittent generalized synchronization in distributed autooscillatory media described by complex Ginzburg–Landau equations. *Technical Physics Letters*. 2007;33(9):788–791. DOI: 10.1134/S1063785007090222.
13. Ponomarenko VI, Prokhorov MD. Separation of the informative component from a chaotic signal of a time-delay system. *Technical Physics Letters*. 2002;28(8):680–683. DOI: 10.1134/1.1505549.

14. Karavaev AS, Ponomarenko VI, Prohorov MD. Reconstruction of scalar time-delay system models. *Technical Physics Letters*. 2001;27(5):414–418. DOI: 10.1134/1.1376769.
15. Koloskova AD, Moskalenko OI, Koronovskii AA. A method for calculating the spectrum of Lyapunov exponents for delay systems. *Technical Physics Letters*. 2018;44(5):374–377. DOI: 10.1134/S1063785018050085.
16. Plotnikova AD, Moskalenko OI. Specificities of generalized synchronization in delayed systems. *Technical Physics Letters*. 2019;45(6):560–562. DOI: 10.1134/S1063785019060142.
17. Abarbanel HDI, Rulkov NF, Sushchik M. Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach. *Phys. Rev. E*. 1996;53(5):4528–4535. DOI: 10.1103/PhysRevE.53.4528.
18. Ott E, Sommerer JC. Blowout bifurcations: the occurrence of riddled basins and on-off intermittency. *Phys. Lett. A*. 1994;188(1):39. DOI: 10.1016/0375-9601(94)90114-7.
19. Moskalenko OI, Koronovskii AA, Selskii AA, Evstifeev EV. On multistability near the boundary of generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic systems. *Chaos*. 2021;31(8):083106. DOI: 10.1063/5.0055302.
20. Moskalenko OI, Evstifeev EV. On existence of multistability near the boundary of generalized synchronization in unidirectionally coupled systems with complex topology of attractor. *Izvestija VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2022;30(6):676-684. DOI: 10.18500/0869-6632-003013.
21. Moskalenko OI, Koronovskii AA, Selskii AO, Evstifeev EV. Method to detect the characteristics of intermittent generalized synchronization based on calculation of the probability the synchronous regime observation. *Technical Physics Letters*. 2022;48(1):45-48. DOI: 10.21883/TPL.2022.01.52468.18985.

*Москаленко Ольга Игоревна* — родилась в Саратове (1984). Окончила факультет нелинейных процессов СГУ (2006). Доктор физико-математических наук (2017), профессор (2024). Профессор кафедры физики открытых систем СГУ, начальник управления научной деятельности СГУ. Область научных интересов — исследование классической и хаотической синхронизации и явлений, имеющих место на ее границе, в нелинейных системах; применение непрерывного вейвлет- и фурье-анализа к проблеме хаотической синхронизации в системах с малым числом степеней свободы и в пространственно-распределенных средах; изучение обобщенной синхронизации в системах с однонаправленной и взаимной связью и ее возможных приложений; влияние шума на установление синхронных режимов и характеристики перемежаемости; применение хаотической синхронизации для скрытой передачи информации; анализ хаотической синхронизации в сложных сетях; разработка методов анализа поведения систем по временным рядам и их применение к живым системам. Автор около 200 статей в центральных реферируемых отечественных и зарубежных журналах.



Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
 Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
 E-mail: o.i.moskalenko@gmail.com  
 ORCID: 0000-0001-5727-5169  
 AuthorID (eLibrary.Ru): 150252

*Ханадеев Владислав Андреевич* — родился в Саратове (1995). Окончил бакалавриат (2017) и магистратуру (2019) факультета нелинейных процессов и аспирантуру (2023) Института физики СГУ. Кандидат физико-математических наук (2023), доцент СГМУ, старший научный сотрудник кафедры физики открытых систем СГУ. Область научных интересов — динамический хаос, хаотическая синхронизация, системы с запаздыванием, системы со сложной топологией аттрактора. Автор восьми статей в отечественных и зарубежных рецензируемых научных журналах, участник всероссийских и международных научных конференций.



Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
 Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
 E-mail: v.a.hanadeev@gmail.com  
 ORCID: 0000-0002-9669-3934  
 AuthorID (eLibrary.Ru): 1218591