



Модуляционная неустойчивость и формирование солитонов при взаимодействии электромагнитной волны с потоком невозбужденных неизохронных электронов-осцилляторов

Н. С. Гинзбург¹, В. Ю. Заславский¹, И. В. Зотова¹, А. А. Ростунцова^{1,2,3}✉,
Н. М. Рыскин^{2,3}, А. С. Сергеев¹, Л. А. Юрковский¹

¹ФИЦ Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород, Россия

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Россия

³Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского, Россия

E-mail: ginzburg@ipfran.ru, zas-vladislav@ipfran.ru, zotova@appl.sci-nnov.ru,
✉rostuncova@mail.ru, ryskinnm@info.sgu.ru, sergeev@ipfran.ru, leo@ipfran.ru

Поступила в редакцию 14.05.2025, принята к публикации 10.06.2025,
опубликована онлайн 9.07.2025, опубликована 28.11.2025

Аннотация. В работе развивается теория модуляционной неустойчивости (МН) при взаимодействии электромагнитной волны со встречным потоком невозбужденных электронов-осцилляторов в условиях циклотронного резонанса. Цель настоящего исследования состоит в установлении картины возможных режимов распространения волны в такой системе. **Методы.** Теоретический анализ проводится на основе нелинейного уравнения Шредингера, которое позволяет установить условия возникновения МН и получить простое аналитическое выражение для границы перехода МН от абсолютной к конвективной на плоскости параметров частота – амплитуда волны. Теоретические выводы о возможных режимах распространения волны верифицируются прямым 3D-моделированием электронно-волнового взаимодействия методом частиц в ячейке (particle-in-cell, PIC). **Результаты.** Показано, что выше границы полосы циклотронного поглощения имеют место нестационарные режимы автомодуляции, связанные с развитием МН абсолютного характера, которые могут приводить к формированию последовательностей солитоноподобных импульсов. При повышении частоты входного сигнала автомодуляция сменяется стационарным одночастотным прохождением сигнала, что обусловлено сменой характера МН с абсолютного на конвективный. Результаты прямого 3D PIC-моделирования согласуются с выводами, полученными на основе анализа системы усредненных уравнений. При увеличении частоты входного сигнала наблюдается одна и та же последовательность переходов между различными динамическими режимами. **Заключение.** Проведённое 3D PIC-моделирование позволило исследовать ситуацию, близкую к условиям возможного эксперимента. Продемонстрирована возможность преобразования сигнала с частотой 241.3 ГГц в последовательность наносекундных импульсов, которая близка к периодической. Такой эффект представляет интерес для генерации частотных гребёнок в микроволновом диапазоне.

Ключевые слова: модуляционная неустойчивость, самоиндукционная прозрачность, микроволновые солитоны, циклотронный резонанс.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-12-00291.

Для цитирования: Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Ростунцова А. А., Рыскин Н. М., Сергеев А. С., Юровский Л. А. Модуляционная неустойчивость и формирование солитонов при взаимодействии электромагнитной волны с потоком невозбужденных неизохронных электронов-осцилляторов // Известия вузов. ПНД. 2025. Т. 33, № 6. С. 823–842. DOI: 10.18500/0869-6632-003187. EDN: CDEQIR

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Article

DOI: 10.18500/0869-6632-003187

Modulation instability and soliton formation under interaction of an electromagnetic wave with a beam of unexcited non-isochronous electron-oscillators

N. S. Ginzburg¹, V. Yu. Zaslavsky¹, I. V. Zotova¹, A. A. Rostuntsova^{1,2,3}✉,
N. M. Ryskin^{2,3}, A. S. Sergeev¹, L. A. Yurovskiy¹

¹FRC A. V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the RAS, Nizhny Novgorod, Russia

²Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radioelectronics and Electronics of the RAS, Russia

³Saratov State University, Russia

E-mail: ginzburg@ipfran.ru, zas-vladislav@ipfran.ru, zotova@appl.sci-nnov.ru,

✉rostuncova@mail.ru, ryskinnm@info.sgu.ru, sergeev@ipfran.ru, leo@ipfran.ru

Received 14.05.2025, accepted 10.06.2025, available online 9.07.2025, published 28.11.2025

Abstract. This paper develops the theory of modulation instability (MI) in the interaction of an electromagnetic wave with a counterpropagating beam of unexcited electron-oscillators under the cyclotron resonance conditions. The *purpose* of this study is to establish the pattern of possible wave propagation regimes in such a system. *Methods.* The theoretical analysis is based on the nonlinear Schrödinger equation, which enables to determine the conditions for occurrence of MI and obtain a simple analytical expression for the boundary between the absolute and convective MI on the wave frequency — wave amplitude parameter plane. The theoretical conclusions about possible regimes of wave propagation are verified by direct 3D particle-in-cell (PIC) simulation of the electron-wave interaction. The obtained *results* show that above the boundary of cyclotron absorption band non-stationary self-modulation regimes occur. These regimes are caused by absolute MI and can lead to the formation of soliton-like pulse trains. As the frequency of the input signal increases, self-modulation is replaced by a stationary single-frequency regime of wave propagation. This transition is due to the change of MI character from absolute to convective. The results of 3D PIC simulation are consistent with the theoretical analysis of the averaged equations, and the same sequence of transitions between different dynamic regimes occurs as the input frequency increases. *Conclusion.* 3D PIC simulation provided an opportunity to study a model that approximates the conditions of a potential experiment. The possibility of converting the 241.3-GHz signal into a close-to-periodic train of nanosecond pulses was demonstrated. Such an effect is useful for the generation of microwave frequency combs.

Keywords: modulation instability, self-induced transparency, microwave solitons, cyclotron resonance.

Acknowledgements. This work was supported by Russian Science Foundation under Grant No. 23-12-00291.

For citation: Ginzburg NS, Zaslavsky VYu, Zotova IV, Rostuntsova AA, Ryskin NM, Sergeev AS, Yurovskiy LA. Modulation instability and soliton formation under interaction of an electromagnetic wave with a beam of unexcited non-isochronous electron-oscillators. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2025;33(6):823–842. DOI: 10.18500/0869-6632-003187

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

В нелинейной физике весьма плодотворным оказывается подход, опирающийся на аналогии между явлениями, которые наблюдаются в системах разной физической природы. В частности, хорошо известно, что многие эффекты в системах типа «электронный поток — электромагнитное поле» имеют аналоги в нелинейной оптике [1, 2]. Одним из подобных эффектов является самоиндуцированная прозрачность (СИП), которая возникает при распространении в двухуровневой

Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Ростунцова А. А.,
Рыскин Н. М., Сергеев А. С., Юровский Л. А.
Известия вузов. ПНД, 2025, т. 33, № 6

пассивной (неинвертированной) среде короткого светового импульса с длительностью гораздо меньшей, чем времена релаксации [3]. В условиях резонанса, когда частота волны близка к частоте перехода, невозбужденные частицы, поглощая энергию поля, переходят на возбужденный уровень и ослабляют передний фронт импульса. В таких условиях задний фронт импульса распространяется в уже возбужденной среде, вызывая обратные переходы частиц, сопровождающиеся усилением соответствующих участков профиля импульса. В результате импульс приобретает равновесную солитоноподобную форму и распространяется с постоянной скоростью как стационарная уединенная волна [4]. Более того, импульс с достаточно большой энергией может распадаться на несколько СИП-солитонов.

Как было показано в [5–8], в классической СВЧ-электронике явление, аналогичное СИП, имеет место при резонансном взаимодействии электромагнитной волны (ЭМВ) с потоком невозбужденных циклотронных электронов-осцилляторов. В потоке электронов, движущемся в продольном магнитном поле, поперечное движение электронов представляет собой вращение с циклотронной частотой ω_H . Такой поток электронов можно трактовать как совокупность циклотронных осцилляторов, которые неизохронны в силу релятивистской зависимости циклотронной частоты от энергии [9]. Если поток изначально прямолинейный, то есть вращательная скорость отсутствует, то такая среда является невозбужденной.

Важно отметить, что в вакуумной СВЧ-электронике, в отличие от квантовой оптики, релаксационные процессы, такие как столкновения электронов между собой или с ионным фоном, как правило, несущественны. Таким образом, возникают новые режимы, которые невозможно наблюдать в лазерных системах. В частности, результаты численного моделирования показывают, что при встречном распространении электронов и волны непрерывный сигнал постоянной амплитуды может преобразоваться в близкую к периодической последовательность микроволновых солитонов [6–8]. Данный эффект представляет очевидный интерес с точки зрения периодической генерации коротких импульсов со спектром в виде частотной гребёнки, что актуально для ряда практических приложений, в частности, в спектроскопии [10, 11]. Также в [6–8] в численном моделировании была получена генерация и более сложных, хаотических последовательностей коротких импульсов.

В наших предыдущих исследованиях [12, 13] было показано, что генерация солитонов в данной системе связана с развитием модуляционной неустойчивости (МН), которая представляет собой неустойчивость монохроматической волны с несущей частотой ω относительно медленных модуляций на боковых частотах $\omega \pm \Omega$, $\Omega \ll \omega$. МН наблюдается в системах различной природы, включая оптические волокна, электромагнитные линии передачи, волны на поверхности воды, различные типы волн в плазме и др. [14–16]. Как показали результаты теоретического анализа и численного моделирования, ситуация существенным образом зависит от того, является МН абсолютной или конвективной [13]. При конвективной неустойчивости нарастающие модуляционные возмущения сносятся вдоль системы и покидают ее, в результате чего по окончании переходного процесса устанавливается режим стационарного одночастотного распространения сигнала. Однако, если неустойчивость абсолютная, эти возмущения заполняют все пространство взаимодействия, в результате чего входной сигнал трансформируется в последовательность бегущих солитонов [12, 13]. Отметим, что в квантовой оптике, в отличие от рассматриваемой ситуации, пронаблюдать МН непрерывного сигнала не удается, поскольку релаксационные процессы неизбежно подавляют такую неустойчивость.

В данной статье излагается теория МН и формирования микроволновых СИП-солитонов в системе «встречная электромагнитная волна — поток невозмущенных неизохронных электронов-осцилляторов». При этом анализ, проводившийся ранее на основе усредненных уравнений [12, 13], дополняется прямым 3D-моделированием электронно-волнового взаимодействия методом частиц в ячейке (particle-in-cell, PIC) в программном пакете CST Studio Suite [17]. Это позволяет

не только верифицировать физическую картину, получаемую на основе упрощенного подхода, но и более детально исследовать ситуацию, близкую к условиям возможного эксперимента, включая определение основных количественных характеристик генерируемых последовательностей микроволновых солитонов.

1. Модель и основные уравнения

Исследуемая модель представлена на рис. 1. Трубчатый пучок электронов, направляемый продольным магнитным полем B_0 , взаимодействует с обратной ЭМВ в цилиндрическом волноводе. Электроны инжектируются через левую границу системы (в точке $z = 0$) с постоянной продольной скоростью V_z и нулевой вращательной скоростью. Таким образом, электронный пучок изначально является прямолинейным. Непрерывный гармонический сигнал с постоянной амплитудой подаётся на правой границе системы ($z = l$).

Эффективное взаимодействие электронов и ЭМВ имеет место в условиях циклотронного резонанса, то есть при условии синхронизма волноводной TE_{mn} -моды и быстрой циклотронной волны в электронном пучке:

$$\omega_r \approx k_z V_z + \omega_H, \quad (1)$$

где $\omega_r = \omega_r(k_z)$ — частота волны, k_z — продольное волновое число (в случае, когда волна обратная, $k_z < 0$), $\omega_H = eB_0 / (m_e \gamma)$ — циклотронная частота, $\gamma = (1 - V_z^2/c^2)^{-1/2}$, e и m_e — заряд и масса покоя электрона соответственно.

Электронный поток, движущийся в однородном магнитном поле, можно трактовать как ансамбль осцилляторов, которые неизохронны в силу релятивистской зависимости циклотронной частоты от энергии $\omega_H = \omega_H(\gamma)$ [9]. Изначально прямолинейный пучок электронов может рассматриваться как пассивная среда из невозмущенных циклотронных осцилляторов. Когда ЭМВ распространяется навстречу такому электронному пучку в условиях резонанса (1), она начинает поглощаться, вызывая поперечные колебания электронов (см. рис. 1). С ростом вращательной

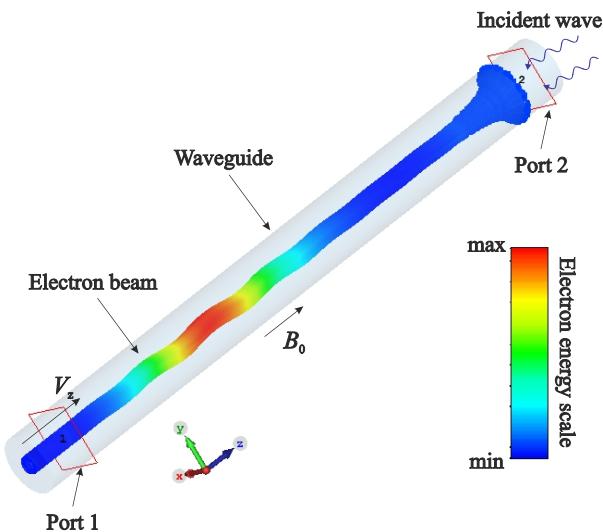


Рис. 1. Схема взаимодействия первоначально прямолинейного потока электронов со встречной ЭМВ в условиях циклотронного резонанса. Изображение траекторий электронов получено в 3D PIC-моделировании (подробнее см. раздел 4) (цвет онлайн)

Fig. 1. Schematic of the cyclotron resonance interaction of an initially rectilinear electron beam with a counterpropagating electromagnetic wave. The pattern of electron trajectories was obtained by 3D PIC simulation (see section 4 for detail) (color online)

энергии вследствие зависимости гирочастоты от энергии электронов условие (1) нарушается, и происходит насыщение циклотронного поглощения.

Если считать, что ЭМВ имеет вид квазигармонической волны с медленно меняющейся (по сравнению с $\exp(i\omega_r t - ik_z z)$) амплитудой $A(z, t)$, электронно-волновое взаимодействие в рассматриваемой модели можно описать системой усредненных уравнений, хорошо известной из литературы [5–7]:

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} - \frac{\partial a}{\partial Z} = -p, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial Z} + i|p|^2 p = a, \quad (3)$$

где

$$a = \frac{\sqrt{1 + \beta_z/\beta_{ph}}}{2\sqrt{2}G^{3/4}\beta_z^{3/2}\gamma_0} \frac{eAJ_{m-1}(v_n r_b/r_0)}{m_e c \omega_r} \quad (4)$$

— нормированная комплексная амплитуда поля волны,

$$p = \frac{\sqrt{\mu} p_\perp \exp(-i\omega_r t + ik_z z)}{G^{1/4} m_e c \gamma_0 \beta_z} \quad (5)$$

— нормированный комплексный поперечный импульс электронов $p_\perp = p_x + ip_y$,

$$Z = \frac{\sqrt{G}\omega_r z}{c} \quad (6)$$

и

$$\tau = \sqrt{G}\omega_r(t - z/V_z) \frac{\beta_g \beta_z}{\beta_z + \beta_g} \quad (7)$$

— безразмерные независимые переменные. Отметим, что, вводя переменную τ в соответствии с (7), мы фактически переходим в систему отсчета, движущуюся со скоростью пучка.

В выражениях (4)–(7)

$$\mu = \frac{\beta_z(1 - \beta_{ph}^{-2})}{2(1 + \beta_z/\beta_{ph})} \quad (8)$$

— параметр неизохронности; $\beta_z = V_z/c$, $\beta_{ph} = V_{ph}/c$ и $\beta_g = V_g/c$ — невозмущенная продольная скорость электронов, фазовая и групповая скорости волны, нормированные на скорость света c , соответственно;

$$G = \frac{eI_b}{m_e c^3} \frac{2\mu(1 + \beta_z/\beta_{ph})^2}{\gamma_0 \beta_{ph}^{-1} \beta_z^3} \frac{J_{m-1}^2(v_n r_b/r_0)}{J_m^2(v_n)(v_n^2 - m^2)} \quad (9)$$

— параметр, характеризующий связь электронов с волноводной модой TE_{mn} ; $\gamma_0 = (1 - \beta_z^2)^{-1/2}$ — фактор Лоренца невозмущённых электронов; I_b — ток электронного пучка; $J_m(x)$ — функция Бесселя порядка m , v_n — n -й корень уравнения $dJ_m(x)/dx = 0$, r_b и r_0 — радиус инжекции пучка и радиус волновода соответственно.

Уравнение (2) описывает возбуждение волны электронным пучком, а уравнение (3) — это уравнение движения электронов, усредненное по периоду циклотронных осцилляций $T_H = 2\pi/\omega_H^0$, где $\omega_H^0 = eB_0/(m_e \gamma_0)$ — невозмущенная циклотронная частота. Подробный вывод основных уравнений представлен в работе [5].

Поскольку рассматривается изначально прямолинейный электронный пучок, то на входе в пространство взаимодействия у электронов отсутствует вращательная скорость, то есть

$$p(Z = 0) = 0. \quad (10)$$

Это позволяет описывать движение всех электронов с помощью одного уравнения (3). Как известно, уравнения резонансного циклотронного взаимодействия электронов с бегущей волной допускают интеграл движения

$$|p_{\perp}| |A| \sin\theta = \text{const}, \quad (11)$$

где $\theta = \omega_r t - k_z z + \vartheta + \alpha$, $\vartheta = \arg(p_{\perp})$ и $\alpha = \arg(A)$ (см., например, [18]). Из (10) следует, что $|p_{\perp}| |A| \sin\theta = 0$. В процессе взаимодействия электроны приобретают ненулевой поперечный импульс, поэтому для выполнения условия (11) необходимо, чтобы $\sin\theta = 0$ для всех электронов. Это означает, что поперечные импульсы всех электронов в процессе взаимодействия меняются одинаковым образом. Для сравнения: в мазерах на циклотронном резонансе (гиrottрон, гиро-ЛВВ и др.) волна взаимодействует с изначально вращающимися электронами, то есть $p_{\perp}(z = 0) = p_0 e^{i\vartheta_0}$, где фазы вращения $\vartheta_0 = \vartheta(z = 0)$ равномерно распределены от 0 до 2π . Таким образом, электроны с различными ϑ_0 движутся по-разному, и необходимо решать отдельные уравнения движения (3) для каждого электрона.

На правой границе системы, при $Z = L$, подается внешний непрерывный гармонический сигнал, то есть

$$a(Z = L) = a_0 \exp(i\delta\tau), \quad (12)$$

где a_0 — нормированная амплитуда сигнала, а

$$\delta = \frac{1 + \beta_z/\beta_{ph} - \omega_H^0/\omega_r}{\beta_z \sqrt{G}} \quad (13)$$

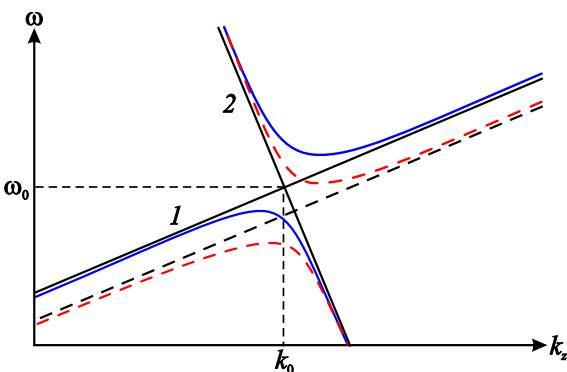


Рис. 2. Качественный вид дисперсионной диаграммы. Асимптоты — дисперсионная характеристика быстрой циклотронной волны $\omega = \omega_H + k_z V_z$ (прямая 1) и аппроксимация дисперсионной характеристики волноводной моды $\omega = \omega_0 - (k + k_0)V_g$ (прямая 2). Пунктирные кривые иллюстрируют смещение дисперсионной характеристики вниз по частоте при увеличении амплитуды волны (цвет онлайн)

Fig. 2. Qualitative picture of the dispersion diagram. Asymptotes are the dispersion characteristic of the fast cyclotron wave $\omega = \omega_H + k_z V_z$ (line 1) and the approximation of the dispersion characteristic of the waveguide mode $\omega = \omega_0 - (k + k_0)V_g$ (line 2). Dashed lines illustrate the shift of the dispersion characteristic down in frequency with increasing the wave amplitude (color online)

— нормированная отстройка несущей частоты ω_r от резонансной частоты.

Анализ решений уравнений (2), (3) в виде монохроматических волн показывает, что существует полоса непропускания, связанная с полным циклотронным поглощением падающей волны [12, 13]. Полоса непропускания возникает вследствие взаимодействия волново-водной моды с быстрой циклотронной волной в электронном пучке (см. условие циклотронного резонанса (1)), что качественно продемонстрировано на дисперсионной диаграмме, представленной на рис. 2. Ввиду зависимости циклотронной частоты от энергии электронов $\omega_H = \omega_H(\gamma)$ происходит насыщение циклотронного поглощения. Это эквивалентно тому, что границы полосы непропускания при увеличении амплитуды волны смещаются вниз по частоте. Если частота входного сигнала лежит в полосе непропускания, а входная мощность достаточно мала, падающая волна полностью поглощается. С увеличением мощности сигнала критическая частота уменьшается, и, когда

она сравнивается с частотой сигнала, становится возможным распространение волны без затухания. Однако, как было показано в [12, 13], при этом имеет место МН, то есть соответствующее монохроматическое решение неустойчиво. Развитие МН обычно приводит к образованию солитонов огибающей. Рассмотрим этот процесс подробнее.

2. Нелинейное уравнение Шрёдингера

Наиболее известным примером солитонов огибающей являются солитонные решения нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) [4, 15, 16]. НУШ является эталонным уравнением, описывающим распространение квазигармонической волны в кубично-нелинейной среде. С помощью НУШ можно приближенно описывать динамику рассматриваемой системы вблизи критических частот, где дисперсионная характеристика аппроксимируется параболой (см. рис. 2).

Получим НУШ для рассматриваемой модели, используя хорошо известный метод многих масштабов [4]. Будем искать решения уравнений (2), (3) в виде степенных рядов

$$\begin{aligned} a &= \varepsilon a_1 + \varepsilon^2 a_2 + \varepsilon^3 a_3 + \dots, \\ p &= \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \varepsilon^3 p_3 + \dots, \end{aligned} \tag{14}$$

где ε — малый параметр. Коэффициенты разложения $a_j, p_j, j = 1, 2, \dots$, являются функциями переменных $Z_n = \varepsilon^n z$ и $T_n = \varepsilon^n t, n = 0, 1, 2, \dots$, соответствующих разным пространственным и временным масштабам.

После подстановки (14) в уравнения (2) и (3) выделим члены одинаковых порядков малости по ε . Члены порядка ε дают линеаризованную систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial T_0} - \frac{\partial a_1}{\partial Z_0} &= -p_1, \\ \frac{\partial p_1}{\partial Z_0} &= a_1, \end{aligned} \tag{15}$$

которую можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} \hat{L}a_1 &= 0, \\ p_1 &= \frac{\partial a_1}{\partial Z_0} - \frac{\partial a_1}{\partial T_0}. \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь введен линейный оператор

$$\hat{L} = \frac{\partial}{\partial Z_0} \left(\frac{\partial}{\partial Z_0} - \frac{\partial}{\partial T_0} \right) - 1. \tag{17}$$

Решение уравнений (16) следует выбирать в виде квазигармонических волн, амплитуда которых зависит от медленных переменных:

$$\begin{aligned} a_1 &= Ae^{i\theta} + \text{к.с.}, \\ p_1 &= -i(\omega + k)Ae^{i\theta} + \text{к.с.}, \end{aligned} \tag{18}$$

где $A = A(Z_1, Z_2, \dots, T_1, T_2, \dots)$ — медленно меняющаяся комплексная амплитуда, к.с. — комплексно-сопряженное выражение, $\theta = \omega T_0 - kZ_0$ — фаза несущей волны, причем k и ω связаны линейным дисперсионным соотношением

$$(\omega + k)k = -1. \tag{19}$$

Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Ростунцова А. А.,

Рыскин Н. М., Сергеев А. С., Юровский Л. А.

Известия вузов. ПНД, 2025, т. 33, № 6

Напомним, что все переменные являются безразмерными и мы, введя переменную τ (7), фактически перешли в систему отсчета, движущуюся вместе с электронами.

Члены порядка ε^2 после ряда преобразований приводят к уравнениям

$$\hat{L}a_2 = -\frac{\partial p_1}{\partial Z_1} - \frac{\partial^2 a_1}{\partial Z_0 \partial Z_1} + \frac{\partial^2 a_1}{\partial Z_0 \partial T_1}, \quad (20)$$

$$p_2 = \frac{\partial a_1}{\partial Z_0} - \frac{\partial a_1}{\partial T_0} + \frac{\partial a_2}{\partial Z_0} - \frac{\partial a_2}{\partial T_0}. \quad (21)$$

Подставим выражения (18) в (20) и потребуем уничтожения секулярных членов, пропорциональных $\exp(i\theta)$, в правой части. Получим уравнение относительно переменной A :

$$\frac{\partial A}{\partial T_1} + v_g \frac{\partial A}{\partial Z_1} = 0, \quad (22)$$

где $v_g = -1 + 1/k^2$ — групповая скорость. При этом уравнение (20) примет вид $\hat{L}a_2 = 0$, что позволяет положить $a_2 = 0$. Также из уравнения (22) получим

$$p_2 = \left(\frac{\partial A}{\partial Z_1} - \frac{\partial A}{\partial T_1} \right) e^{i\theta}. \quad (23)$$

При аналогичном рассмотрении членов порядка ε^3 требование устраниния секулярных членов приведет к НУШ:

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial T_2} + v_g \frac{\partial A}{\partial Z_2} \right) = \frac{\chi}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial Z_1^2} + \beta |A|^2 A, \quad (24)$$

где $\chi = -2k^{-3}$ и $\beta = k^{-4}$ — линейные параметры дисперсии групповой скорости и нелинейности. В системе отсчета, движущейся с групповой скоростью v_g , (24) упрощается:

$$i \frac{\partial A}{\partial T_2} = \frac{\chi}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial Z_1^2} + \beta |A|^2 A. \quad (25)$$

Уравнение (25) имеет решение в виде волны с постоянной амплитудой и нелинейным сдвигом частоты:

$$A = A_0 \exp \left(-i\beta |A_0|^2 T_2 \right). \quad (26)$$

Как известно (см., например, [4, 15]), при выполнении условия

$$\chi\beta > 0 \quad (27)$$

решение (26) неустойчиво, то есть имеет место МН. Параметр нелинейности β , очевидно, всегда положителен. Это означает, что при увеличении амплитуды волны дисперсионная характеристика смещается в область более низких частот. Параметр дисперсии групповой скорости $\chi = \partial^2 \omega / \partial k^2$ положителен на верхней ветви дисперсионной характеристики и отрицателен на нижней (см. рис. 2). Таким образом, на верхней ветви имеет место МН, что согласуется с выводами, полученными в работах [12, 13] путем анализа нелинейного дисперсионного соотношения. В то же время нижняя ветвь соответствует устойчивому распространению волны.

Как уже отмечалось выше, принципиальную роль играет характер неустойчивости (абсолютная или конвективная). Для НУШ (24) анализ характера МН был выполнен в работах [19, 20], где был получен критерий абсолютной МН:

$$|A_0|^2 > \frac{v_g^2}{8\chi\beta}. \quad (28)$$

Подставляя сюда выражения для v_g , β и χ , получаем

$$|A_0|^2 > -\frac{k^7}{16}(-1 + k^{-2})^2. \quad (29)$$

В совокупности с дисперсионным соотношением (19) неравенство (29) параметрически определяет границу смены характера МН на плоскости параметров (ω, A_0) , показанную на рис. 3. В [13] аналогичная задача решалась на основе анализа асимптотической формы неустойчивых возмущений методом перевала. Такой подход является более строгим, однако положение точек перевала в комплексной плоскости приходится рассчитывать численно. В данном случае мы получаем простое аналитическое соотношение. Результаты, полученные с помощью этих подходов, достаточно близки друг к другу, а в области малых амплитуд практически совпадают.

Таким образом, на плоскости параметров (ω, A_0) имеем следующую картину (см. рис. 3). В области 1 имеет место циклотронное поглощение волн. Границы полосы непропускания построены в соответствии с формулами, полученными в [12]. Отметим, что верхняя граница полосы непропускания соответствует зависимости

$$|A_0|^2 = 2(2 - \omega), \quad (30)$$

что в точности совпадает с зависимостью амплитуды неподвижного солитона от частоты (подробнее см. раздел 3). В области 2 имеет место абсолютная МН, и сигнал разбивается на последовательность солитонов огибающей. Однако при увеличении частоты МН меняет характер с абсолютного на конвективный. В этом случае по окончании переходного процесса устанавливается стационарное одночастотное распространение сигнала (область 3).

3. Решения в виде солитонов

В работах [5–8] были найдены решения уравнений (2), (3) в виде солитонов для случая точного циклотронного резонанса, то есть при $\delta = 0$. Поскольку в дальнейшем мы будем исследовать динамические режимы, наблюдающиеся при изменении частоты входного сигнала, необходимо рассмотреть более общие решения с ненулевой отстройкой от частоты резонанса.

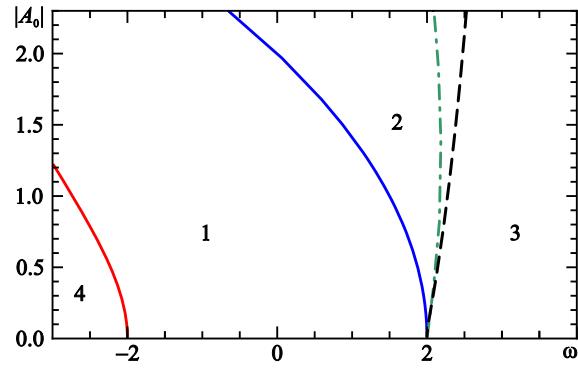


Рис. 3. Области различных режимов распространения волн на плоскости параметров частота – амплитуда волн: 1 – полоса непропускания, 2 – область абсолютной МН, 3 – область конвективной МН, 4 – область, где МН отсутствует. Штриховая линия – граница смены характера МН, построенная согласно критерию (29). Штрихпунктирная линия – граница смены характера МН, полученная на основе анализа асимптотической формы неустойчивых возмущений (цвет онлайн) [13]

Fig. 3. Domains of different regimes of the wave propagation on the frequency – amplitude parameter plane: 1 – non-transmission, 2 – absolute MI, 3 – convective MI, 4 – no MI. The dashed line is the boundary of changing character of MI according to the condition (29). The dashed dotted line represents the boundary obtained by the analysis of the asymptotic form of unstable perturbations [13] (color online)

Итак, будем искать решение в виде

$$\begin{aligned} a(Z, \tau) &= a(\zeta) e^{i\delta\tau}, \\ p(Z, \tau) &= p(\zeta) e^{i\delta\tau}, \end{aligned} \quad (31)$$

где $\zeta = Z - U\tau$, U — скорость распространения волны. Подстановка (31) в исходную систему дифференциальных уравнений в частных производных (2), (3) сводит её к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} s \frac{da}{d\zeta} - i\delta a &= p, \\ \frac{dp}{d\zeta} + i|p|^2 p &= a, \end{aligned} \quad (32)$$

где $s = \sqrt{U + 1}$. Уравнения (32) можно представить в гамильтоновой форме

$$\begin{aligned} \frac{da}{d\zeta} &= i \frac{\partial H}{\partial a^*}, \\ \frac{dp}{d\zeta} &= -i \frac{\partial H}{\partial p^*}, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$H = \delta_s |a|^2 + \frac{|p|^4}{2} + i(ap^* - a^*p) \quad (34)$$

— гамильтониан, $\delta_s = \delta/s$. Помимо гамильтониана, который всегда является интегралом движения, у системы (33) есть ещё один очевидный интеграл

$$s^2 |a|^2 - |p|^2 = \text{const}, \quad (35)$$

который отражает тот факт, что в системе происходит перекачка энергии между ЭМВ и поперечными колебаниями электронов.

Предположим, что $p(\zeta_0) = 0$ и $|a(\zeta_0)|^2 = I_0$ в некоторой точке пространства $\zeta = \zeta_0$. С учетом данного условия из (35) следует, что

$$|p|^2 = s^2(I - I_0). \quad (36)$$

Здесь $I = |a|^2$. Также в соответствии с граничным условием имеем $H = \delta_s I_0$. Тогда из (34) следует, что

$$\sin\psi = \frac{2\delta_s(I - I_0) + s^3(I - I_0)^2}{4\sqrt{I(I - I_0)}}, \quad (37)$$

где $\psi = \arg(a) - \arg(p)$. Учитывая соотношения (36) и (37), систему уравнений (32) можно свести к одному обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка:

$$\frac{dI}{d\zeta} = \pm \frac{1}{2s} \sqrt{I - I_0} \sqrt{16I - (I - I_0)(2\delta_s + s^3(I - I_0))^2}. \quad (38)$$

Решения уравнения (38) могут быть выражены через эллиптические функции Якоби (подробнее см. [12]). При $\delta > -2s$, полагая $I_0 \rightarrow 0$, можно получить решения в виде солитона [12]

$$I = \frac{8 - 2\delta_s^2}{s^3\delta_s + 2s^3\cosh[s^{-1}(\zeta - \zeta_{\max})\sqrt{4 - \delta_s^2}]}, \quad (39)$$

где ζ_{\max} обозначает положение максимума солитона. Отметим, что при $\delta = 0$ решения (39) совпадают с решениями, которые были получены в [5–8]. Примеры решений при различных значениях δ и s представлены на рис. 4.

Амплитуда солитона $I_{\max} = I(\zeta_{\max})$ равна

$$I_{\max} = (4 - 2\delta_s)/s^3. \quad (40)$$

Определим ширину солитона как $D = 2\zeta_{1/2}$, где при $\zeta = \zeta_{\max} \pm \zeta_{1/2}$ интенсивность составляет половину от максимального значения, то есть $I(\zeta_{\max} \pm \zeta_{1/2}) = I_{\max}/2 = (2 - \delta_s)/s^3$. Учитывая (39), можно получить, что

$$D = \frac{2s}{\sqrt{4 - \delta_s^2}} \operatorname{arccosh}\left(\frac{4 + \delta_s}{2}\right). \quad (41)$$

Решение (39) существует, когда параметр частотной расстройки удовлетворяет неравенству $-2s < \delta < 2s$. При $\delta \rightarrow 2s$ I_{\max} стремится к нулю, а характерная ширина солитона при этом стремится к бесконечности. При $\delta \rightarrow -2s$ I_{\max} достигает своего максимального значения $I_{\max} \rightarrow 8/s^3$, а ширина, соответственно, минимального, $D = s$.

Случай $s = 1$ соответствует неподвижному солитону. Решение в виде неподвижного солитона существует при $-2 < \delta < 2$, то есть когда частота входного сигнала лежит в линейной полосе непропускания (см. рис. 3). В соответствии с (40) амплитуда неподвижного солитона равна

$$I_{\max} = 2(2 - \delta). \quad (42)$$

Как было показано в разделе 2, это выражение определяет верхнюю границу полосы непропускания на плоскости параметров частота — амплитуда входного сигнала (см. (30)).

Также отметим, что решение в виде солитона (39) существует при условии $s > 0$, то есть при $U > -1$. Таким образом, солитоны могут двигаться как в положительном направлении

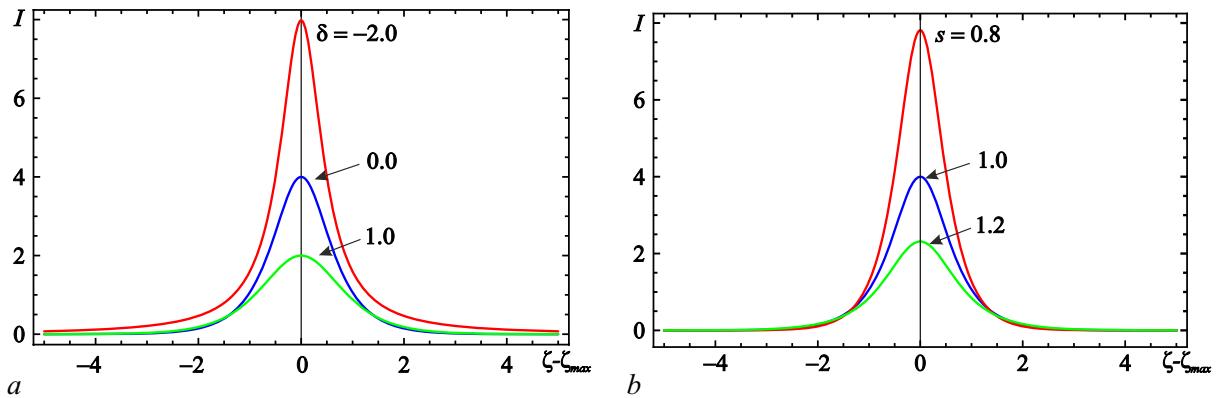


Рис. 4. Решения в виде солитона (39) при различных значениях параметра δ и $s = 1$ (a) и при различных значениях параметра s и $\delta = 0$ (b) (цвет онлайн)

Fig. 4. Bright solitons (39) at different values of δ and $s = 1$ (a) and at different values of s and $\delta = 0$ (b) (color online)

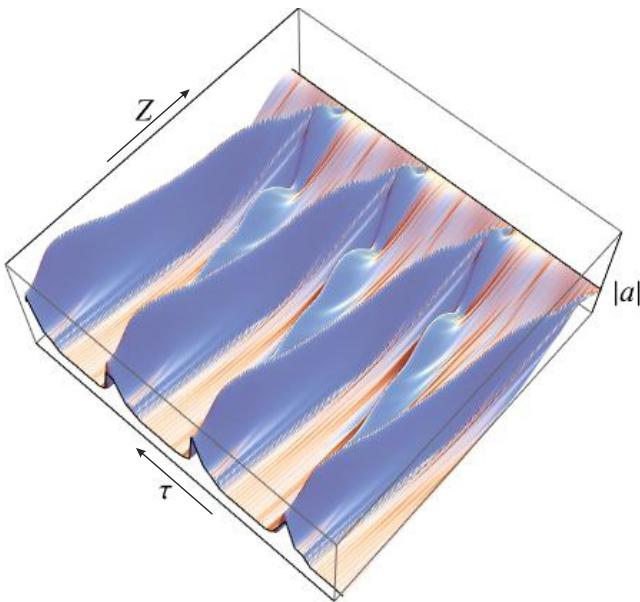


Рис. 5. Пример пространственно-временного распределения нормированной амплитуды поля в режиме генерации последовательности солитонов ($a_0 = 1$ и $\delta_0 = 1.48$), полученный в результате численного интегрирования усредненных уравнений (цвет онлайн)

Fig. 5. Example of the spatio-temporal pattern of the normalized field amplitude in the regime of soliton train generation ($a_0 = 1$ and $\delta_0 = 1.48$), calculated by numerical integration of the averaged equations (color online)

($U > 0$), так и в отрицательном ($-1 < U < 0$). Как следует из (40), при одной и той же несущей частоте δ солитоны, бегущие в обратном направлении, имеют более высокую интенсивность, чем солитоны, распространяющиеся вдоль электронного потока, см. рис. 4, b.

Условие $U > -1$ означает, что скорость солитона не должна (по абсолютной величине) превышать фазовую скорость линейных волн (подробнее см. [12, 13]). Действительно, хорошо известно [21], что скорость распространения солитона не может совпадать с фазовой скоростью $v_{ph}(\omega)$. Если же на какой-либо частоте $v_{ph}(\omega) = U$, то солитон неустойчив: он распадается, излучая волны на частоте ω , что можно интерпретировать как аналог черенковского излучения.

Как показывает численное моделирование [12, 13], когда частота входного сигнала достигает верхней границы полосы непропускания, в результате развития МН абсолютного характера непрерывный входной сигнал распадается на близкую к периодической последовательность бегущих солитонов. Пример такого процесса иллюстрирует рис. 5. Видно, что солитоны формируются вблизи правой границы системы и распространяются в обратном направлении, то есть навстречу электронам. Дойдя до левой границы системы, они частично отражаются и начинают движение в положительном направлении. Интенсивность солитонов, движущихся навстречу пучку, существенно больше, чем у отраженных, что согласуется с найденным аналитическим решением (39).

4. Трехмерное PIC-моделирование формирования микроволновых СИП-солитонов

Наиболее строгим подходом к исследованию электронно-волнового взаимодействия является прямое 3D-моделирование методом частиц в ячейке (“Particle in Cell”, PIC). В данном разделе представлены результаты 3D PIC-моделирования в программном пакете CST Studio Suite [17]. Данный программный пакет позволяет непосредственно численно интегрировать

Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Ростунцова А. А.,
 Рыскин Н. М., Сергеев А. С., Юровский Л. А.
 Известия вузов. ПНД, 2025, т. 33, № 6

уравнения Максвелла в совокупности с релятивистскими уравнениями движения частиц с учётом реальной геометрии пространства взаимодействия.

Схема системы, моделируемой с помощью CST Studio Suite, представлена на рис. 1. Непрерывный гармонический сигнал постоянной амплитуды подаётся с правого конца системы (порт 2). Вблизи правой границы пространства взаимодействия магнитное поле плавно спадает до нуля, и электроны осаждаются на внутренние стенки волновода, который выполняет роль коллектора. Выходной сигнал снижается на левой границе системы (порт 1). На рис. 1 показано изображение траекторий электронов в пространстве взаимодействия, полученное в 3D PIC-моделировании в некоторый фиксированный момент времени.

Моделирование проводилось для цилиндрического волновода с радиусом $r_0 = 0.4$ мм и длиной пространства взаимодействия $l = 26$ мм при продольном магнитном поле $B_0 = 8.9$ Тл. Вдоль системы распространяется прямолинейный пучок электронов с радиусом инжекции $r_b = 0.1$ мм, начальной энергией $E = 1.828$ кэВ и током $I_b = 0.1$ А. С коллекторного конца в систему подается сигнал постоянной мощности $P_0 = 140$ Вт с частотой, варьирующейся в диапазоне 240...242 ГГц.

Пучок электронов взаимодействует с циркулярно поляризованной TE₁₁-модой цилиндрического волновода. Циклотронная частота составляет $f_H = \omega_H/2\pi = 248.5$ ГГц, частота отсечки волноводной TE₁₁-моды $f_c = c/(3.41r_0) = 219.8$ ГГц. Продольная скорость электронов на входе в пространство взаимодействия равна $V_z = \sqrt{2E/m_e} = 2.5 \cdot 10^7$ м/с (Лоренц-фактор $\gamma = 1.0036$). На рис. 6 представлена дисперсионная характеристика TE₁₁-моды

$$f^2 = f_c^2 + \frac{ck_z}{2\pi}^2 \quad (43)$$

и дисперсионная характеристика быстрой циклотронной волны

$$f = f_H + V_z \frac{k_z}{2\pi}. \quad (44)$$

Условие циклотронного резонанса соответствует пересечению линии пучка (44) и дисперсионной кривой (43). При выбранных параметрах резонансная частота составляет $f_0 = 240.3$ ГГц.

Для того чтобы задать циркулярную поляризацию падающей волны, в порте 2 возбуждались две ортогональных линейно-поляризованных TE₁₁-моды с одинаковыми амплитудами и разностью фаз 90°. Средняя мощность входного сигнала фиксировалась равной $P_0 = 140$ Вт. Современные суб-ТГц гиротроны способны обеспечить мощность такого порядка в непрерывном режиме [22].

В численных экспериментах увеличивалась частота входного сигнала f , начиная со значения f_0 , соответствующего точному циклотронному резонансу. Рис. 7 иллюстрирует характерные режимы колебаний при различных значениях f . На нем показаны зависимости выходного сигнала в порте 1 и отражённого сигнала в порте 2 от времени. Эти сигналы, так же как и входной сигнал, представляют собой сумму двух линейно-поляризованных TE₁₁-мод. Для определенности на рис. 7 представлены осциллограммы для компоненты электрического поля, линейно-поляризованной вдоль оси x .

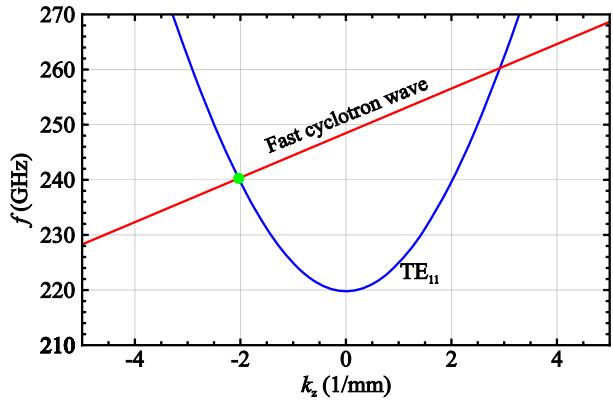


Рис. 6. Дисперсионная диаграмма быстрой циклотронной волны в электронном пучке и TE₁₁-моды волновода при параметрах, используемых при 3D PIC-моделировании. Точкой отмечено положение точного циклотронного резонанса (цвет онлайн)

Fig. 6. Dispersion diagram of the fast cyclotron wave of the electron beam and the TE₁₁ waveguide mode at parameters used in 3D PIC simulations. Point of the exact cyclotron resonance is shown by circle (color online)

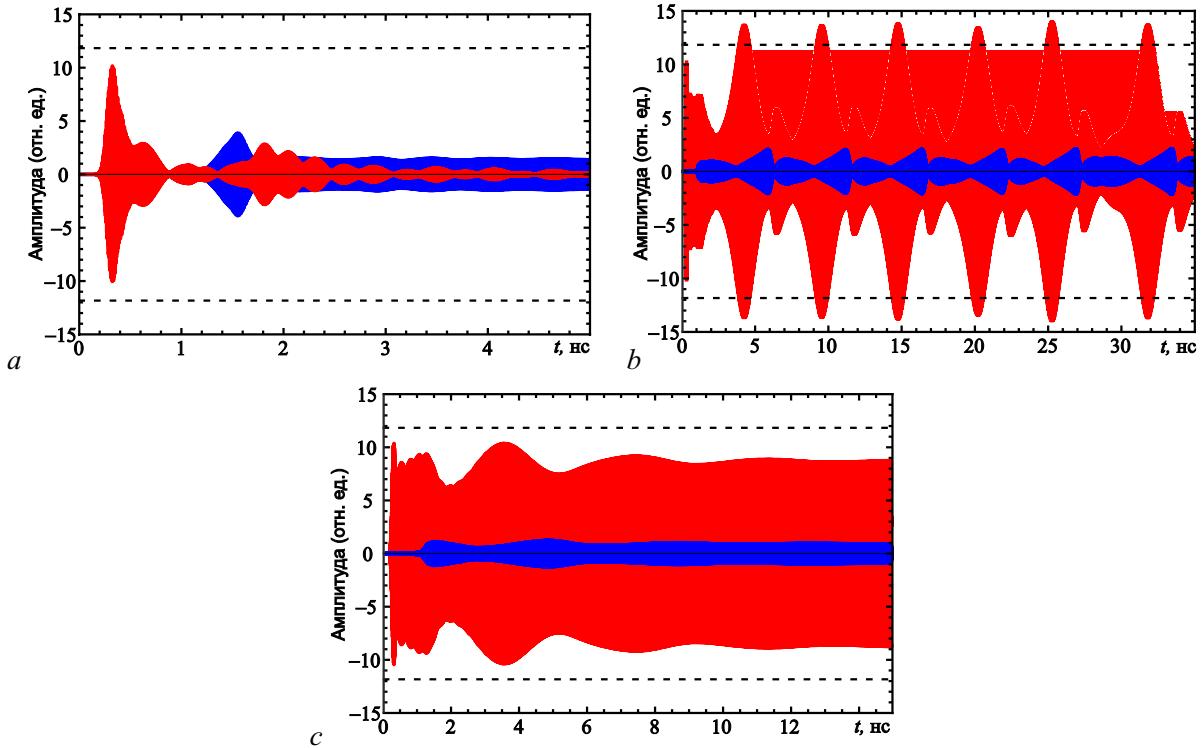


Рис. 7. Результаты 3D PIC-моделирования. Осциллограммы выходного сигнала в порте 1 (красные кривые) и отражённого сигнала в порте 2 (синие кривые) в различных режимах распространения волн: *a* – $f = 240.3$ ГГц (точный циклотронный резонанс), режим циклотронного поглощения; *b* – $f = 241.3$ ГГц, режим генерации последовательности импульсов (абсолютная МН), *c* – $f = 241.65$ ГГц, режим стационарного прохождения волн (конвективная МН). Горизонтальными пунктирными линиями показан уровень входного сигнала (цвет онлайн)

Fig. 7. Results of 3D PIC simulation. Waveforms of the output signal in port 1 (red curves) and the reflected signal in port 2 (blue curves) in different regimes of the wave propagation: *a* – $f = 240.3$ GHz (the exact cyclotron resonance), the regime of cyclotron absorption; *b* – $f = 241.3$ GHz, the regime of soliton train generation (absolute MI), *c* – $f = 241.65$ GHz, the regime of stationary signal transmission (convective MI). Horizontal dashed lines show the input signal level (color online)

При точном циклотронном резонансе, когда $f = f_0 = 240.3$ ГГц, наблюдается поглощение волны (см. рис. 7, *a*). При этом входной сигнал, проходя через систему, практически полностью затухает, и мощность выходного сигнала в порте 1 после переходного процесса стремится к нулю. С ростом частоты входного сигнала поглощение волны сменяется нестационарной автомодуляцией. Генерацию близкой к периодической последовательности импульсов демонстрирует рис. 7, *b*. В соответствии с теоретическим анализом этот режим распространения волны соответствует абсолютной МН. Длительность генерируемых импульсов составляет 3–4 нс. Отметим, что пиковая амплитуда импульсов превышает амплитуду входного сигнала (штриховые линии на рис. 7). Пиковая мощность выходного сигнала составляет около 200 Вт при входной мощности 140 Вт.

Наконец, при ещё более высоких частотах происходит переход от абсолютной МН к конвективной. На рис. 7, *c* видно, что после нескольких затухающих осцилляций устанавливается стационарное распространение волны. Установившееся значение выходной мощности составляет примерно 75% мощности входного сигнала, поскольку часть сигнала отражается (см. осциллограмму отраженного сигнала на рис. 7, *c*). Спектр выходного сигнала в установленном режиме содержит только частоту входного сигнала (рис. 8, *a*).

В то же время при абсолютной неустойчивости, когда устанавливается режим автомодуляции, то есть режим многочастотных колебаний, спектр выходного сигнала обогащается новыми

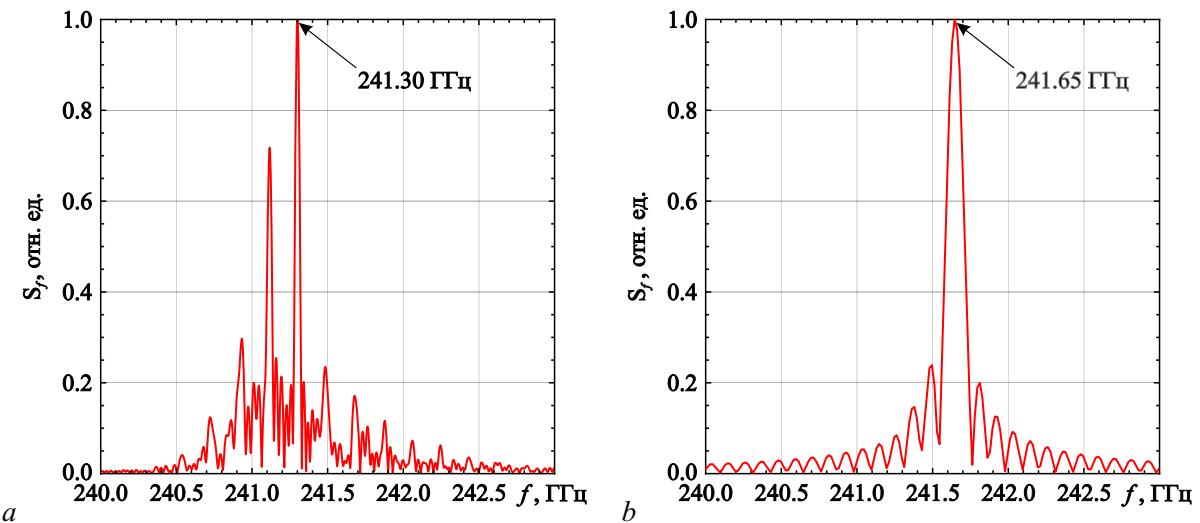


Рис. 8. Спектры выходного сигнала в порте 2: *a* – режим стационарного распространения волны ($f = 241.65$ ГГц), *b* – режим генерации последовательности солитонов ($f = 241.3$ ГГц)

Fig. 8. Spectra of the output signal in port 2: *a* – the regime of stationary transmission of the wave ($f = 241.65$ GHz), *b* – the regime of soliton train generation ($f = 241.3$ GHz)

независимыми спектральными компонентами, как показано на рис. 8, *b*. Частота модуляции, то есть расстояние между соседними пиками в спектре сигнала, составляет 0.19 ГГц, что примерно равно $1/T$, где $T \approx 5.25$ нс – период следования импульсов (см. осциллограмму выходного сигнала на рис. 7, *b*).

Заключение

В данной работе развивается теория МН при взаимодействии ЭМВ со встречным потоком невозбужденных электронов-осцилляторов в условиях циклотронного резонанса. Получено нелинейное уравнение Шредингера, описывающее динамику медленно меняющейся амплитуды волны, частота которой лежит в окрестности границы полосы непропускания. Анализ показывает, что в окрестности верхней границы имеет место МН, которая может приводить к образованию солитонов огибающей. Также по аналогии с результатами работ [19, 20] получено простое аналитическое выражение для границы перехода от абсолютной неустойчивости к конвективной. Исследование характера МН позволяет определить условия трансформации непрерывного сигнала постоянной амплитуды в последовательность СИП-солитонов.

Результаты прямого 3D PIC-моделирования электронно-волнового взаимодействия согласуются с выводами, полученными на основе анализа усредненной системы уравнений. В частности, при увеличении частоты входного сигнала наблюдается одна и та же последовательность переходов между различными динамическими режимами. Выше границы полосы непропускания имеют место нестационарные режимы автомодуляции, связанные с развитием МН абсолютного характера, которые могут приводить к формированию последовательностей солитоноподобных импульсов. При повышении частоты входного сигнала автомодуляция сменяется стационарным одночастотным прохождением сигнала, что обусловлено сменой характера МН с абсолютного на конвективный. 3D PIC-моделирование демонстрирует возможность преобразования гармонического сигнала в последовательность наносекундных импульсов, которая близка к периодической. Такой эффект представляет интерес для генерации частотных гребёнок в микроволновом диапазоне.

Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Ростунцова А. А.,

Рыскин Н. М., Сергеев А. С., Юровский Л. А.

Известия вузов. ПНД, 2025, т. 33, № 6

Список литературы

1. Гинзбург Н. С., Зотова И. В., Сергеев А. С., Кочаровская Е. Р., Яландин М. И., Шунайлов С. А., Шарыпов К. А., Рыскин Н. М. Эффекты усиления, компрессии и самоиндуцированной прозрачности при распространении ультракоротких электромагнитных импульсов вдоль квазистационарных электронных потоков // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 8–9. С. 599–606.
2. Ginzburg N. S., Zotova I. V., Cross A. W., Phelps A. D. R., Yalandin M. I., Rostov V. V. Generation, amplification, and nonlinear self-compression of powerful superradiance pulses // IEEE Trans. Plasma Sci. 2013. Vol. 41, no. 4. P. 646–660. DOI: 10.1109/TPS.2013.2252369.
3. McCall S. L., Hahn E. L. Self-induced transparency by pulsed coherent light // Phys. Rev. Lett. 1967. Vol. 18, no. 21. P. 908–911. DOI: 10.1103/PhysRevLett.18.908.
4. Рыскин Н. М., Трубецков Д. И. Нелинейные волны. М.: URSS, 2021. 312 с.
5. Гинзбург Н. С., Зотова И. В., Сергеев А. С. Самоиндуцированная прозрачность, компрессия и остановка электромагнитных импульсов при взаимодействии с пучками невозбужденных классических осцилляторов // ЖЭТФ. 2011. Т. 140, № 5(11). С. 890–899.
6. Зотова И. В., Гинзбург Н. С., Железнов И. В., Сергеев А. С. Модуляция интенсивного СВЧ излучения при резонансном взаимодействии со встречным потоком невозбужденных циклотронных осцилляторов // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40, № 12. С. 1–10.
7. Zotova I. V., Ginzburg N. S., Sergeev A. S., Kocharovskaya E. R., Zaslavsky V. Yu. Conversion of an electromagnetic wave into a periodic train of solitons under cyclotron resonance interaction with a backward beam of unexcited electron-oscillators // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 113, no. 14. P. 143901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.143901.
8. Гинзбург Н. С., Зотова И. В., Кочаровская Е. Р., Сергеев А. С., Железнов И. В., Заславский В. Ю. Солитоны самоиндуцированной прозрачности и диссипативные солитоны в системах микроволновой электроники // Изв. вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63, № 9–10. С. 796–824.
9. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлтатов В. К. Индуцированное излучение возбужденных классических осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9–10. С. 1414–1453.
10. Benirschke D. J., Han N., Burghoff D. Frequency comb ptychoscropy // Nat. Commun. 2021. Vol. 12, no. 1. P. 4244. DOI: 10.1038/s41467-021-24471-4.
11. Hagmann M. J. Scanning frequency comb microscopy—A new method in scanning probe microscopy // AIP Advances. 2018. Vol. 8, no. 12. P. 125203. DOI: 10.1063/1.5047440.
12. Rostuntsova A. A., Ryskin N. M., Zotova I. V., Ginzburg N. S. Modulation instability of an electromagnetic wave interacting with a counterpropagating electron beam under condition of cyclotron resonance absorption // Phys. Rev. E. 2022. Vol. 106, no. 1. P. 014214. DOI: 10.1103/PhysRevE.106.014214.
13. Ростунцова А. А., Рыскин Н. М. Исследование характера модуляционной неустойчивости при циклотронном резонансном взаимодействии излучения со встречным прямолинейным пучком электронов // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 5. С. 597–609. DOI: 10.18500/0869-6632-003067.
14. Benjamin T. B. Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems // Proc. R. Soc. Lond. A. 1967. Vol. 299, no. 1456. P. 59–76. DOI: 10.1098/rspa.1967.0123.
15. Островский Л. А., Потапов А. И. Введение в теорию модулированных волн. М.: Физматлит, 2003. 400 с.

Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Ростунцова А. А.,
Рыскин Н. М., Сергеев А. С., Юровский Л. А.
Известия вузов. ПНД, 2025, т. 33, № 6

16. Zakharov V.E., Ostrovsky L.A. Modulation instability: The beginning // Physica D. 2009. Vol. 238, no. 5. P. 540–548. DOI: 10.1016/j.physd.2008.12.002.
17. *CST Studio Suite Electromagnetic Field Simulation Software*, Dassault Systèmes, Vélizy Villacoublay, France, 2020. [Electronic resource] // Available from: <https://www.3ds.com/products/simulia/cst-studio-suite>
18. Nusinovich G. S., Korol M., Jerby E. Theory of the anomalous Doppler cyclotron-resonance maser amplifier with tapered parameters // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59, no. 2. P. 2311–2321. DOI: 10.1103/PhysRevE.59.2311.
19. Балыкин А. А., Рыскин Н. М. Смена характера модуляционной неустойчивости вблизи критической частоты // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30, № 5. С. 6–13.
20. Balyakin A. A., Ryskin N. M. Modulation instability in a nonlinear dispersive medium near cut-off frequency // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2004. Vol. 7, no. 1. P. 34–42.
21. Захаров В. Е., Кузнецов Е. А. Оптические солитоны и квазисолитоны // ЖЭТФ. 1998. Т. 113, № 5. С. 1892–1914.
22. Глявин М. Ю., Денисов Г. Г., Запевалов В. Е., Куфтин А. Н., Лучинин А. Г., Мануилов В. Н., Морозкин М. В., Седов А. С., Чирков А. В. Терагерцевые гиротроны: состояние и перспективы // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59, № 8. С. 745–751. DOI: 10.7868/S0033849414080075.

References

1. Ginzburg NS, Zotova IV, Sergeev AS, Kocharovskaya ER, Yalandin MI, Shunailov SA, Sharypov KA, Ryskin NM. The amplification, compression, and self-induced transparency effects for the ultrashort electromagnetic pulses propagating along quasi-stationary electron beams. Radiophys. Quantum Electron. 2012;54(8–9):532–547. DOI: 0033-8443/12/5408-0532.
2. Ginzburg NS, Zotova IV, Cross AW, Phelps ADR, Yalandin MI, Rostov VV. Generation, amplification, and nonlinear self-compression of powerful superradiance pulses. IEEE Trans. Plasma Sci. 2013;41(4):646–660. DOI: 10.1109/TPS.2013.2252369.
3. McCall SL, Hahn EL. Self-induced transparency by pulsed coherent light. Phys. Rev. Lett. 1967;18(21):908–911. DOI: 10.1103/PhysRevLett.18.908.
4. Ryskin NM, Trubetskoy DI. Nonlinear Waves. M.: URSS; 2021. 312 p. (in Russian).
5. Ginzburg NS, Zotova IV, Sergeev AS. Self-induced transparency, compression, and stopping of electromagnetic pulses interacting with beams of unexcited classical oscillators. J.Exp. Theor. Phys. 2011;113(5):772–780. DOI: 10.1134/S1063776111140147.
6. Zotova IV, Ginzburg NS, Zhelezov IV, Sergeev AS. Modulation of high-intensity microwave radiation during its resonant interaction with counterflow of nonexcited cyclotron oscillators. Tech. Phys. Lett. 2014;40:495–498. DOI: 10.1134/S1063785014060285.
7. Zotova IV, Ginzburg NS, Sergeev AS, Kocharovskaya ER, Zaslavsky VYu. Conversion of an electromagnetic wave into a periodic train of solitons under cyclotron resonance interaction with a backward beam of unexcited electron-oscillators. Phys. Rev. Lett. 2014;113:143901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.143901.
8. Ginzburg NS, Zotova IV, Kocharovskaya ER, Sergeev AS, Zhelezov IV, Zaslavsky VYu. Self-induced transparency solitons and dissipative solitons in microwave electronic systems. Radiophys. Quantum Electron. 2021;63:716–741. DOI: 10.1007/s11141-021-10092-w.
9. Gaponov AV, Petelin MI, Yulpatov VK. The induced radiation of excited classical oscillators and its use in high-frequency electronics. Radiophys. Quantum Electron. 1967;10(9–10):1414–1453. DOI: 10.1007/BF01031607.
10. Benirschke DJ, Han N, Burghoff D. Frequency comb ptychoscopy. Nat. Commun. 2021;12:4244. DOI: 10.1038/s41467-021-24471-4.

Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Ростунцова А. А.,

Рыскин Н. М., Сергеев А. С., Юровский Л. А.

Известия вузов. ПНД, 2025, т. 33, № 6

11. Hagmann MJ. Scanning frequency comb microscopy—A new method in scanning probe microscopy. *AIP Advances*. 2018;8(12):125203. DOI: 10.1063/1.5047440.
12. Rostuntsova AA, Ryskin NM, Zotova IV, Ginzburg NS. Modulation instability of an electromagnetic wave interacting with a counterpropagating electron beam under condition of cyclotron resonance absorption. *Phys. Rev. E*. 2022;106:014214. DOI: 10.1103/PhysRevE.106.014214.
13. Rostuntsova AA, Ryskin NM. Study of character of modulation instability in cyclotron resonance interaction of an electromagnetic wave with a counterpropagating rectilinear electron beam. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2023;31(5):597–609. DOI: 10.18500/0869-6632-003067.
14. Benjamin TB. Instability of periodic wavetrains in nonlinear dispersive systems. *Proc. Roy. Soc. A*. 1967;299:59–75. DOI: 10.1098/rspa.1967.0123.
15. Ostrovsky LA, Potapov AI. *Modulated Waves: Theory and Applications*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press; 1999. 369 p.
16. Zakharov VE, Ostrovsky LA. Modulation instability: The beginning. *Physica D*. 2009;238(5): 540–548. DOI: 10.1016/j.physd.2008.12.002.
17. CST Studio Suite Electromagnetic Field Simulation Software, Dassault Systèmes, Vélizy Villacoublay, France, 2020. [Electronic resource]. Available from: <https://www.3ds.com/products/simulia/cst-studio-suite>
18. Nusinovich GS, Korol M, Jerby E. Theory of the anomalous Doppler cyclotron-resonance maser amplifier with tapered parameters. *Phys. Rev. E*. 1999;59(2):2311–2321. DOI: 10.1103/PhysRevE. 59.2311.
19. Balyakin AA, Ryskin NM. A change in the character of modulation instability in the vicinity of a critical frequency. *Tech. Phys. Lett.* 2004;30:175–177. DOI: 10.1134/1.1707158.
20. Balyakin AA, Ryskin NM. Modulation instability in a nonlinear dispersive medium near cut-off frequency. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2004;7(1):34–42.
21. Zakharov VE, Kuznetsov EA. Optical solitons and quasisolitons. *JETP*. 1998;86(5):1035–1046. DOI: 10.1134/1.558551.
22. Glyavin MYu, Denisov GG, Zapevalov VE, Kuftin AN, Luchinin AG, Manuilov VN, Morozkin MV, Sedov AS, Chirkov AV. Terahertz gyrotrons: state of the art and prospects. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2014;59(8):792–797. DOI: 10.1134/S1064226914080075.



Гинзбург Наум Самуилович — родился в Горьком (1952). Окончил радиофизический факультет Горьковского государственного университета (ГГУ, 1974). После окончания ГГУ работает в Институте прикладной физики РАН (ИПФ РАН). Член-корреспондент РАН (2019), доктор физико-математических наук (1993), профессор. В настоящее время — заведующий отделом высокочастотной релятивистской электроники ИПФ РАН, профессор Нижегородского государственного университета (ННГУ). Область научных интересов: лазеры на свободных электронах, мазеры на циклотронном резонансе, релятивистские генераторы поверхностной волны, многочастотные процессы в электронных СВЧ-приборах с распределенным взаимодействием, эффекты канализации и сверхизлучения, плазменные и пучковые неустойчивости. Лауреат премии им. Ленинского комсомола (1980), Государственной премии РФ (2003). Автор более 250 статей и обзоров по указанной проблематике.

Россия, 603950 Нижний Новгород, Ульянова, 46
ФИЦ Институт прикладной физики Российской академии наук
E-mail: ginzburg@ipfran.ru
ORCID: 0000-0001-7729-1035
AuthorID (eLibrary.Ru): 18645

Заславский Владислав Юрьевич — родился в Горьком (1981). Окончил радиофизический факультет ННГУ им. Н. И. Лобачевского (2004), получив степень магистра радиофизики, и аспирантуру ННГУ (2007). Кандидат физико-математических наук (2009). С 2002 года работает в ИПФ РАН, в настоящее время — старшим научным сотрудником отдела высокочастотной релятивистской электроники. Доцент радиофизического факультета ННГУ. Область научных интересов: теория релятивистских электронных СВЧ-приборов, моделирование динамики СВЧ-генераторов со сверхразмерными электродинамическими системами. Лауреат Медали РАН с премией для молодых ученых (2014). Автор более 100 статей в реферируемых научных журналах.



Россия, 603950 Нижний Новгород, Ульянова, 46
ФИЦ Институт прикладной физики имени А. В. Гапонова-Грехова РАН
E-mail: zas-vladislav@ipfran.ru
ORCID: 0000-0003-2417-645X
AuthorID (eLibrary.Ru): 153834

Зотова Ирина Валерьевна — родилась в Горьком (1968). Окончила радиофизический факультет Горьковского государственного университета (1990). После окончания ГГУ начала работать в Институте прикладной физики РАН. Доктор физико-математических наук (2014). В настоящее время — заведующая сектором теории и моделирования мощных СВЧ-приборов ИПФ РАН. Область научных интересов: эффекты сверхизлучения электронных густот и разработка методов генерации ультракоротких электромагнитных импульсов на этой основе, лазеры на свободных электронах, гиротроны.



Россия, 603950 Н. Новгород, БОКС-120, Ульянова, 46
ФИЦ Институт прикладной физики имени А. В. Гапонова-Грехова РАН
E-mail: zotova@appl.sci-nnov.ru
ORCID: 0000-0003-0350-2615
AuthorID (eLibrary.Ru): 25827

Ростунцова Алёна Александровна — родилась в Саратове (1998). Окончила с отличием бакалавриат (2019) и магистратуру (2021) Института физики СГУ. Младший научный сотрудник лаборатории вакуумной микро- и наноэлектроники Саратовского филиала ИРЭ РАН. Ассистент кафедры динамических систем на базе Саратовского филиала ИРЭ РАН Института физики СГУ. Область научных интересов: нелинейная теория колебаний и волн, вакуумная СВЧ-электроника, генерация коротких микроволновых импульсов.



Россия, 410019 Саратов, ул. Зелёная, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
Россия, 603950 Н. Новгород, ул. Ульянова, 46
ФИЦ Институт прикладной физики имени А. В. Гапонова-Грехова РАН
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: rostuncova@mail.ru
ORCID: 0000-0002-6795-2108
AuthorID (eLibrary.Ru): 1055913

Рыскин Никита Михайлович — окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1991). Доктор физико-математических наук (2005). Главный научный сотрудник, заведующий лабораторией Саратовского филиала ИРЭ РАН. Заведующий кафедрой динамических систем СГУ на базе СФ ИРЭ РАН. Область научных интересов: нелинейная теория колебаний и волн, приборы вакуумной электроники ТГц-диапазона, вакуумная микроэлектроника. Имеет более 200 научных публикаций по указанным выше направлениям.



Россия, 410019 Саратов, ул. Зелёная, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: ryskinnm@info.sgu.ru
ORCID: 0000-0001-8501-6658
AuthorID (eLibrary.Ru): 29838

Сергеев Александр Сергеевич — родился в Горьком (1957). После окончания механико-математического факультета ГГУ им. Н. И. Лобачевского (1980) был распределен в ИПФ АН СССР. Кандидат физико-математических наук (1997). В настоящее время работает в ИПФ РАН в должности заведующего лабораторией. Область научных интересов: развитие методов моделирования мощных микроволновых генераторов, исследование одномодовых режимов и сложных динамических процессов в данных системах в условиях существенной сверхразмерности. Опубликовал более двухсот статей в ведущих отечественных и зарубежных журналах.



Россия, 603950 Нижний Новгород, Ульянова, 46
ФИЦ Институт прикладной физики имени А. В. Гапонова-Грехова РАН
E-mail: sergeev@ipfran.ru
ORCID: 0000-0002-7709-9542
AuthorID (eLibrary.Ru): 25824



Юровский Лев Александрович — родился в Праге (Чешская Республика, 1995). Окончил факультет «Высшая школа общей и прикладной физики» Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (2018). После окончания ННГУ начал работать в Институте прикладной физики РАН. Кандидат физико-математических наук (2022). В настоящее время — научный сотрудник сектора теории и моделирования мощных СВЧ-приборов ИПФ РАН.

Россия, 603950 Нижний Новгород, Ульянова, 46
ФИЦ Институт прикладной физики имени А. В. Гапонова-Грехова РАН
E-mail: leo@ipfran.ru
ORCID: 0000-0002-9522-6242
AuthorID (eLibrary.Ru): 1103237

*Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Зотова И. В., Ростунцова А. А.,
Рыскин Н. М., Сергеев А. С., Юровский Л. А.
Известия вузов. ПНД, 2025, т. 33, № 6*