

Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2025. Т. 33, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2025;33(6)

Научная статья
УДК 621.385.6

DOI: 10.18500/0869-6632-003173
EDN: SZZNTG

О планарных моделях резистивного усилителя (теория и моделирование)

В. Н. Титов^{1,2}, А. А. Фунтов¹ ✉

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Россия

E-mail: titovvn1974@gmail.com, ✉aafuntov@mail.ru

Поступила в редакцию 15.01.2025, принята к публикации 11.03.2025,

опубликована онлайн 22.04.2025, опубликована 28.11.2025

Аннотация. Цель настоящей работы — исследование планарного резистивного усилителя с метаматериалом и обоснование применимости его простых моделей для первичных оценок. **Методы.** Рассматриваются две двумерные модели. Первая модель — ленточный пучок, бесконечно широкий по одной из осей, в сильном продольном магнитном поле летит между слоями метаматериала, плоскость симметрии проходит по середине пучка, параллельно ему; над и под метаматериалом через вакуумный промежуток располагаются металлические пластины, которые являются границами электродинамической системы. Вторая — периодическая структура из тонких ленточных пучков, бесконечно широких по одной из осей, разделенных толстыми слоями метаматериала. В обоих случаях частотные свойства метаматериала учитываются по модели Друде. Выводятся дисперсионные уравнения для этих моделей. Показан предельный переход к одномерной линейной теории. Проводится анализ и сравнение результатов линейной теории и численного моделирования в CST Particle Studio для каждой модели. В численных экспериментах проводится модуляция пучка по плотности. В линейном режиме оценивается коэффициент усиления по отношению максимумов амплитуд Фурье-преобразования тока на коллекторе к току эмиссии. **Результаты и заключение.** Полученные теоретические результаты показывают чувствительность модели к геометрическим размерам и свойствам среды. Показано, что за счет использования метаматериала можно получить существенное увеличение переменного тока. Показано качественное соответствие результатов планарной линейной теории и численного эксперимента для обеих моделей. Сформулирована иерархия моделей.

Ключевые слова: резистивный усилитель, метаматериал, теория, численный эксперимент.

Для цитирования: Титов В. Н., Фунтов А. А. О планарных моделях резистивного усилителя (теория и моделирование) // Известия вузов. ПНД. 2025. Т. 33, № 6. С. 860–872. DOI: 10.18500/0869-6632-003173. EDN: SZZNTG

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

On planar models of resistive wall amplifier (theory and simulations)

V. N. Titov^{1,2}, A. A. Funtov¹✉

¹Saratov State University, Russia

²Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics, Russia

E-mail: titovvn1974@gmail.com, ✉aafuntov@mail.ru

Received 15.01.2025, accepted 11.03.2025, available online 22.04.2025, published 28.11.2025

Abstract. The purpose of this paper is to investigate a metamaterial-based planar resistive wall amplifier and to demonstrate the applicability of simplified models for preliminary evaluations. *Methods.* Two two-dimensional models are considered. The first model constitutes of an infinitely wide sheet beam immersed in a strong longitudinal magnetic field propagating between two identical layers of metamaterial, with the symmetry plane placed along the beam center; the layers of metamaterial and an envelope of parallel metal plates are separated by vacuum gaps. The second model is a periodic structure of thin sheet beams immersed in a strong longitudinal magnetic field propagating through drift channels in an infinite slab of metamaterial. In both cases, the frequency properties of the metamaterial are accounted by the Drude model. The dispersion equations for these models are derived. The transition to one-dimensional linear theory is demonstrated and discussed. The results of linear theory and numerical simulations in CST Particle Studio for each model are compared and analyzed. In numerical simulation, the initial beam density modulation is utilized. In the linear regime, the gain is evaluated by the ratio of the maximum amplitudes of the Fourier transform of the collector current to the emission current. *Results and conclusion.* The obtained theoretical results show the sensitivity of the metamaterial-based planar resistive wall amplifier performance to geometrical dimensions and properties of the medium. It is shown that by using metamaterial it is possible to obtain a significant increase of the initial beam modulation. A qualitative correspondence between the results of planar linear theory and numerical simulation for both models is shown. The hierarchy of models is formulated.

Keywords: resistive wall amplifier, metamaterial, theory, simulations.

For citation: Titov VN, Funtov AA. On planar models of resistive wall amplifier (theory and simulations). Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2025;33(6):860–872. DOI: 10.18500/0869-6632-003173

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

В предыдущей публикации одного из авторов в ПНД [1] рассматривалась модель гибрида ЛБВ – метаматериал – ЛБВ, где ЛБВ-секции служили также в качестве модулятора и съемника сигнала. В той работе исследовалась в основном одномерная модель пучка в каждой из секций, причем в секции с метаматериалом пучок хорошо перемешан со средой. Хотя эта модель пучка проста и удобна в теоретическом описании, её физическая реализация, которая представляется как множество узких пролетных каналов в среде, вероятно, не будет пригодна для практической реализации, особенно при продвижении в субмиллиметровый диапазон. Вследствие этого возникает вопрос о дальнейшем развитии теории и определении места развитой ранее теории.

Целью настоящей работы является демонстрация применимости сравнительно простых моделей резистивного усилителя к описанию взаимодействия пучка с метаматериалом.

1. Вывод дисперсионных уравнений

Выведем дисперсионное уравнение по методике, изложенной в работе [2]. Предположим, что ограниченный сильным продольным магнитным полем предварительно промодулированный¹

¹Аналогично статье [5] в настоящей работе ограничимся исследованием режимов конвективной неустойчивости при усилении ВЧ-модуляции пучка. Мы не рассматриваем вопросы распространения электромагнитных волн в замедляющих системах, так как величина эффективной проводимости при введении ее для ЗС существенно зависит от параметра рассинхронизма.

(например, по плотности) пучок толщиной $2b$ летит вдоль Oz посередине между двух проводящих поверхностей на расстоянии s от каждой (рис. 1, *a*). Тогда из волнового уравнения пучка, уравнения непрерывности и уравнения движения в случае слабого сигнала для ТМ-моды нетрудно получить для продольной компоненты напряженности электрического поля

$$\nabla_{\perp}^2 E_z + T^2 E_z = 0, \quad (1)$$

где $T^2 = \psi^2 \left[\frac{\beta_p^2}{(\beta - \beta_e)^2} - 1 \right]$, $\psi^2 = \beta^2 - k_0^2$, $k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$, c — скорость света в вакууме, ω — круговая рабочая частота, $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$, $\beta_p = \frac{\omega_p}{v_0}$, v_0 — средняя скорость пучка, ω_p — плазменная частота пучка.

Полагая пучок бесконечно широким вдоль Ox , очевидно, что в случае ТМ-моды из уравнения (1) легко получить

$$E_z = A \cos(Ty) e^{j(\omega t - \beta z)}, \quad H_x = -A \frac{j\omega\epsilon_0}{\beta^2 - k_0^2} T \sin(Ty) e^{j(\omega t - \beta z)}, \quad (2)$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость (ДП) вакуума.

Тангенциальные компоненты полей E_z и H_x должны быть непрерывны при переходе через границу раздела сред (в том числе и пучка), следовательно, проводимость

$$Y_b = -\frac{H_x}{E_z} \quad (3)$$

также должна быть непрерывна.

Проводимость пучка определяется из уравнений (2) и (3), в которых она приравняется при $y = b$ к проводимости стенки Y_w , и дает дисперсионное уравнение для T . Так как в большинстве случаев поток не заполняет весь пролетный канал, то проводимость Y_b , наблюдаемая в пучке, равна проводимости стенки Y_w , преобразованной через пространство между стенкой и потоком, как в линии передачи в режиме отсечки. В простейшей планарной модели

$$Y_b = \frac{j\omega\epsilon_0}{\psi} \frac{Y_w + \frac{j\omega\epsilon_0}{\psi} \operatorname{th} \psi s}{\frac{j\omega\epsilon_0}{\psi} + Y_w \operatorname{th} \psi s}. \quad (4)$$

Таким образом, дисперсионное уравнение такой модели примет вид

$$Tb \operatorname{tg}(Tb) = \frac{(\psi b)^2 Y_b}{j\omega\epsilon_0 b}. \quad (5)$$

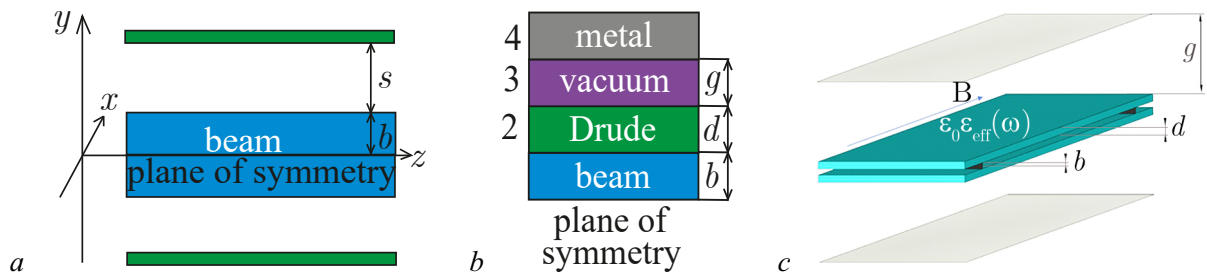


Рис. 1. Рассматриваемая модель: *a* — иллюстративная модель; *b* — первая теоретическая модель; *c* — рассматриваемая в численном моделировании трехмерная электродинамическая система, соответствующая теоретической

Fig. 1. The model considered: *a* — illustrative model; *b* — the first theoretical model; *c* — the three-dimensional electrodynamic system in the simulation, corresponding to the theoretical one

В случае наличия нескольких сред (см. рис. 1, b), также симметрично расположенных относительно пучка, используя уравнение (4) для сшивания проводимостей через промежуточную среду, получим

$$Y_b = Y_2 \frac{Y_a + Y_2 \operatorname{th} \tau d}{Y_2 + Y_a \operatorname{th} \tau d}, \quad (6)$$

где $Y_a = Y_3 \frac{Y_4 + Y_3 \operatorname{th} \varphi g}{Y_3 + Y_4 \operatorname{th} \varphi g}$, $Y_2 = \frac{\sigma_2 + j\omega \varepsilon_2}{\tau}$, $\tau = \sqrt{\beta^2 + j\omega \mu_2 (\sigma_2 + j\omega \varepsilon_2)}$, $Y_3 = \frac{\sigma_3 + j\omega \varepsilon_3}{\varphi}$, $Y_4 = \frac{\sigma_4 + j\omega \varepsilon_4}{\chi}$, $\varphi = \sqrt{\beta^2 + j\omega \mu_3 (\sigma_3 + j\omega \varepsilon_3)}$, $\chi = \sqrt{\beta^2 + j\omega \mu_4 (\sigma_4 + j\omega \varepsilon_4)}$.

Предполагая, что вторая среда с толщиной d обладает частотной зависимостью относительной ДП по модели Друде

$$\varepsilon_{\text{eff}}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pM}^2}{\omega^2 + j\gamma\omega},$$

где γ — параметр затухания/потерь в среде², ω_{pM} — плазменная частота среды³; третья среда толщиной g — вакуумный зазор, а четвертая — идеальный металл, толщина которого не учитывается, тогда $\mu_2 = \mu_0$, $\sigma_2 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{eff}}(\omega)$, $\mu_3 = \mu_0$, $\sigma_3 = 0$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_0$, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.

Заметим, что используемый в настоящей работе подход справедлив в случае произвольной частотной зависимости ДП от частоты. Модель Друде была выбрана, потому что она сравнительно проста и используется в работах по исследуемой тематике (см., например, работу [3], в которой представлен метаматериал с ДП с частотной зависимостью по модели Друде — диоксид ванадия, который дает $\operatorname{Re} \text{ДП} < 0$ в ТГц-диапазоне частот). Также модель Друде входит в набор стандартных моделей, реализованных в CST Studio Suite разработчиками. Отметим также, что не каждый метаматериал может быть описан моделью Друде и существуют метаматериалы со сложной зависимостью ДП от частоты, не сводимой к модели Друде (см., например, работу [4]).

Для удобства вводя безразмерные величины $\Omega = \beta_e / \beta_p = \omega / \omega_p$, $\eta = v_0 / c$, $b' = \beta_p b$, $d' = \beta_p d$, $g' = \beta_p g$, $T' = \frac{T}{\beta_p}$, $\tau'(\omega) = \frac{\tau}{\beta_p} = \sqrt{\left(\frac{\beta}{\beta_p}\right)^2 - \Omega^2 \eta^2 \varepsilon_{\text{eff}}(\omega)}$ и предполагая, что β близка к β_e , подставляя уравнение (6) в (5), получим (опуская штрихи) дисперсионное уравнение

$$T \operatorname{tg}(Tb) = \Omega^2 \frac{\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)}{\tau(\omega)} \frac{\operatorname{cth} \Omega g + \Omega \frac{\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)}{\tau(\omega)} \operatorname{th} \tau(\omega) d}{\Omega \frac{\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)}{\tau(\omega)} + \operatorname{cth} \Omega g \operatorname{th} \tau(\omega) d}, \quad (7)$$

которое решается относительно T , откуда несложно получить искомую постоянную распространения

$$\frac{\beta}{\beta_p} = \Omega \pm \left[1 + \frac{T^2}{\Omega^2} \right]^{-0.5} \quad (8)$$

или найти коэффициент усиления по формуле

$$G(z) \approx 8.69 \beta_p z \operatorname{Im} \left[1 + \frac{T^2}{\Omega^2} \right]^{-0.5} [dB].$$

²Заметим, что величина, характеризующая затухание в среде, вводится в модели Друде как частота столкновений, то есть имеет размерность «Гц».

³Напомним, что эти параметры определяются составом и способом изготовления среды и могут варьироваться в достаточно широком диапазоне.

Заметим, что если третья среда отсутствует ($g = 0$), а четвертая — магнитная стенка, что соответствует

$$Y_4 = 0 \Rightarrow Y_a|_{g=0} = 0 \Rightarrow Y_b = Y_2 \operatorname{th} \tau(\omega) d = \frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)}{\tau(\omega)} \operatorname{th} \tau(\omega) d,$$

и дисперсионное уравнение (7) примет вид

$$T \operatorname{tg}(Tb) = \Omega^2 \frac{\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)}{\tau(\omega)} \operatorname{th} \tau(\omega) d, \quad (9)$$

которое в случае $d \rightarrow \infty$ упростится до

$$T \operatorname{tg}(Tb) = \Omega^2 \frac{\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)}{\tau(\omega)}. \quad (10)$$

В классической работе [5] была представлена одномерная модель резистивного усилителя, в которой пучок хорошо перемешан со средой. В качестве физической реализации такой модели предполагается среда со множеством узких пролетных каналов. В той же работе была также рассмотрена многослойная модель (которая является частным случаем модели с рис. 1, *b*), где пучок летит между изолированными слоями диэлектрика с постоянной относительной ДП ε_2 , причем толщина слоев мала по сравнению с длиной волны, то есть $s, g \ll \lambda$ и $d \ll g$.

Корни дисперсионного уравнения (которое выводится из уравнения (5) с учетом (6)) для такой модели имеют вид

$$\beta = \beta_e \pm \beta_p \left[1 + \frac{g\varepsilon_2}{s} \right]^{-1/2} \left[1 - j \frac{2\sigma d}{\omega\varepsilon_0(s + g\varepsilon_2)} \right]^{-1/2}. \quad (11)$$

Если рассматривать одномерную модель, в которой пучок хорошо перемешан со средой с $\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)$, то для этого случая первое слагаемое в (1), очевидно, тождественный ноль. Следовательно, для выполнения равенства необходимо условие $T = 0$. Поскольку ψ показывает отличие постоянной распространения волны в пучке от постоянной распространения света в вакууме, дисперсионное уравнение получается из второго множителя T , то есть

$$\frac{\beta_p^2}{\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)(\beta - \beta_e)^2} - 1 = 0,$$

из которого следует

$$\beta = \beta_e \pm \frac{\beta_p}{\sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)}}.$$

Если расписать $\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)$ для среды с проводимостью σ и постоянной относительной ДП ε_2 , то получим

$$\beta = \beta_e \pm \frac{\beta_p}{\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_2} \right)^{-1/2}, \quad (12)$$

причем уравнение (11) формально можно получить из (12), заменив в последнем $\varepsilon_2 \rightarrow 1 + \frac{g\varepsilon_2}{s}$ и $\sigma \rightarrow \frac{2\sigma d}{s}$.

Заметим, что корни (11) и (12) по структуре также соответствуют корням (8), то есть отличие между корнями дисперсионных уравнений, соответствующим одномерной и планарной моделям, сводится к разным множителям при β_p , причем вид функций множителя от частоты входного сигнала качественно (во всяком случае в рассмотренном примере) не меняется, и, следовательно, качественные выводы обеих моделей будут одинаковы.

Авторы [5] сделали оценку наибольшего инкремента неустойчивости ($q = \text{Im} \frac{\beta}{\beta_p}$) на частоте 3 ГГц. Для очень тонкого изолированного листа $(g/s) \varepsilon_2 \ll 1$ $q_{\text{max}} = 0.351$ и для довольно толстого изолированного листа $(g/s) \varepsilon_2 = 1$ $q_{\text{max}} = 0.248$. Очевидно, что в таком случае характер частотной зависимости происходящих процессов не будет существенно изменяться с изменением толщины диэлектрического слоя.

Авторы [5] также отмечают, что многослойная модель применима даже в случаях, когда s и g не малы по сравнению с λ и число слоев является конечным, а не бесконечным.

Таким образом, вышеуказанные соображения и оценки позволяют при моделировании многослойной модели качественно сравнивать полученные результаты с одномерной моделью без существенного нарушения общности, хотя и усиление в многослойной модели меньше, чем в одномерной ($q_{\text{max}} \approx 0.354$) модели.

Заметим, что в этой теории предполагается, что бегущие волны вдоль пучка не распространяются, а с пучком взаимодействуют только поля, возбуждаемые в результате резистивной неустойчивости. То есть можно сказать, что возмущения в среде наблюдаются только из-за воздействия пучка.

Таким образом, дисперсионные уравнения (7)–(10), полученные в настоящей работе, являются расширением модели из статьи [2] на случай частотно-зависимой ДП. Заметим, что нечто подобное предпринималось в работе [6], в которой проводилось и моделирование, и аналитический расчет. Однако там исследовалась другая геометрия структуры (пучок, вакуумный зазор, среда Дрude, металл), причем среда Дрude обладала анизотропной дисперсией, то есть зависимостью Дрude обладала только вертикальная компонента ДП. В качестве модулирующего устройства использовался резонатор.

Следует также отметить работы [7] и [8], в которых рассматривается линейная и нелинейная квазиоптическая теория резистивной неустойчивости в планарной модели. В отличие от настоящей работы (ср. с симметричным рис. 1, а) вторая удаленная от пучка параллельная пластина не оказывает влияния на процесс взаимодействия, поскольку расположена достаточно далеко от пучка и первой пластины. Таким образом, описываемая система является сверхразмерным планарным волноводом.

Помимо отличий в геометрии, подчеркнем следующее. В работах [7] и [8] изначально предполагается, что относительные проницаемости импедансной пластины удовлетворяют условию $|\sqrt{\varepsilon\mu}| \gg 1$. Решение волнового уравнения ищется в виде электромагнитного поля, амплитуда которого спадает по поперечной к пучку оси при удалении от пучка и импедансной пластины, и в линейной теории выбирается решение с наименьшим положительным инкрементом.

2. Результаты линейной теории

Параметры среды выбраны того же порядка, как в работе [6]⁴. Для расчетов использовались следующие параметры: потенциал пучка 10 кВ, плазменная частота среды 4.19 ГГц, параметр затухания 4.5 ГГц, ширина вакуумного зазора (g) 40 мм, продольная (вдоль Oz) длина⁵ 390 мм, плотность тока 0.3 А/см².

Будем рассматривать корни трансцендентного уравнения (7), соответствующие наибольшему инкременту. Из рис. 2, а и б видно, что настройкой отношения величины пролетного канала и толщины среды можно добиться как узкополосной, так и широкополосной зависимости коэффициента усиления от частоты. Широкополосная зависимость коэффициента усиления соответствует

⁴Плазменная частота среды 2.05 ГГц, авторы настоящей работы предполагают значение частоты столкновений 1 ГГц как соответствующее конечным потерям.

⁵В численном моделировании — расстояние между катодом и коллектором.

наличию минимума и двух максимумов указанной функции при достаточно малых толщинах среды. Это происходит из-за поведения удельной комплексной проводимости Y_b на границе пучка: для приемлемых значений коэффициента усиления компоненты Y_b должны находиться в определенном интервале. В пределе большой толщины среды Y_b — монотонна от частоты, а коэффициент усиления сравнительно узкополосен по частоте. С утончением среды появляются максимумы на частотной зависимости компонент Y_b , которые ставятся всё отчетливее, а при малой толщине среды подобные значения Y_b достигаются при двух значениях частоты. Заметим, что без затухания в среде в окрестности минимума коэффициента усиления компоненты Y_b терпят разрыв, а когда пролетный канал узок по сравнению с толщиной среды, то частотная зависимость коэффициента усиления качественно начинает приближаться к таковой по одномерной теории (см. рис. 2, *c*).

Из рис. 2, *d* видно, что с увеличением плотности тока пучка коэффициент усиления резистивного усилителя растет.

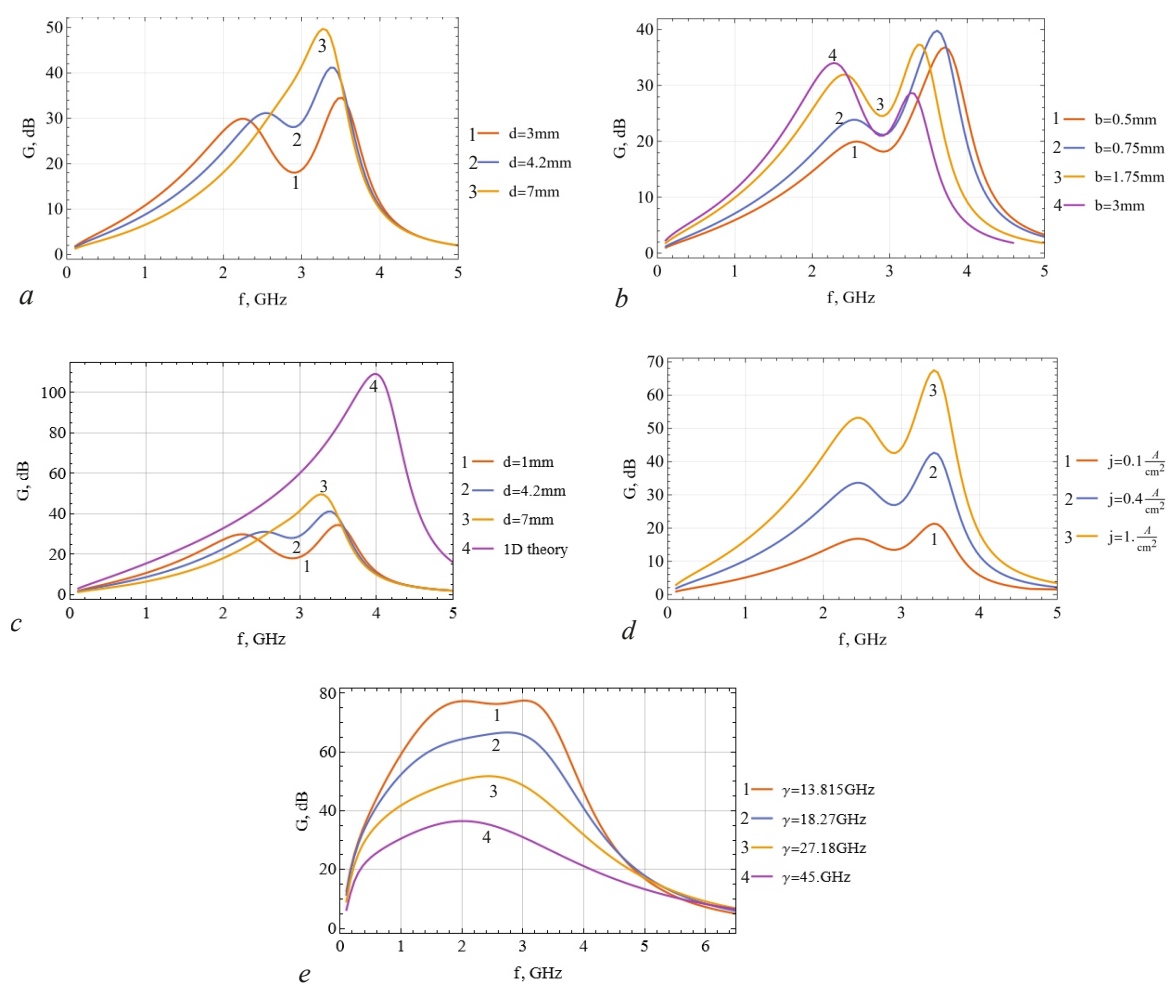


Рис. 2. Зависимости коэффициента усиления от рабочей частоты. *a*, *c* — при $b = 1.5$ мм, $j = 0.3$ А/см²; *b* — при $j = 0.3$ А/см², $d = 3.75$ мм; *d* — при $d = 3.75$ мм, $b = 1.5$ мм; *e* — при потенциале пучка 5 кВ, $j = 3$ А/см², $d = 1.875$ мм

Fig. 2. Dependences of the gain on the operating frequency. *a*, *c* — at $b = 1.5$ mm, $j = 0.3$ A/cm²; *b* — at $j = 0.3$ A/cm², $d = 3.75$ mm; *d* — at $d = 3.75$ mm, $b = 1.5$ mm; *e* — at beam potential 5 kV, $j = 3$ A/cm², $d = 1.875$ mm

Из рис. 2, *e* видно, что подбором параметров модели можно добиться слабого изменения коэффициента усиления почти на целой октаве. В данном случае это достигается не только подбором геометрических размеров, но и увеличением втрое параметра затухания в среде, что можно воспринимать как уменьшение добротности, что, в свою очередь, приходится компенсировать увеличением на порядок плотности тока пучка.

Заметим, что выбранные в настоящей работе параметры вполне согласуются с современными техническими возможностями. Например, в работе [9], в которой указывались параметры экспериментального планарного оротрона, работающего в импульсном режиме, потенциал пучка менялся от 0.5 до 4.5 кВ, а плотность тока 44.4 А/см^2 , а в работе [10], в которой указывались параметры экспериментальной планарной ЛОВ, работающей в режиме непрерывной генерации, потенциал пучка менялся от 0.5 до 5 кВ, а плотность тока от 4.57 до 57.1 А/см^2 . В частности, как показано в работах [9] и [10], что на практике достижимы значительно большие плотности тока, чем использованные на рис. 2, *e*, что с увеличением параметра потерь γ может позволить получить более широкую частотную полосу.

3. Численное моделирование

При указанных выше параметрах, а именно потенциале пучка 10 кВ, плазменной частоте среды 4.19 ГГц, параметре затухания 4.5 ГГц, ширине вакуумного зазора (g) 40 мм, полутолщине пролетного канала (b) 1.5 мм, толщине среды (d) 3.75 мм, продольной (вдоль Oz) длине 390 мм, плотности тока 0.3 А/см^2 , был проведен численный эксперимент. В соответствии с теоретической моделью для представления однородных по оси x полей в планарной структуре использовалась структура (см. рис. 3, *a*) конечной ширины по оси x с граничными условиями типа «магнитная стенка»⁶ (Ht). Изменение ширины модельной системы по оси x не влияет на исследуемые режимы. То есть структура на рис. 3, *a* эквивалентна моделям на рис. 1, *b* и *c*.

Самосогласованное численное моделирование проводилось в CST Particle Studio во временной области по методу FIT [11]. Для описания среды с частотной зависимостью ДП использовалась реализованная в пакете модель среды Друде (см. рис. 3, *b*).

Для упрощения модели и ускорения вычислений вместо устройства, обеспечивающего модуляцию пучка по скорости, проводилась модуляция пучка по плотности (см. рис. 3, *c* и *d*). Ток эмиссии состоял из двух компонент: постоянной и переменной, причем последняя была в виде последовательности гауссовых импульсов, параметры которых подобраны для аппроксимации гармонического сигнала (см. рис. 3, *c*). Переменный ток много меньше постоянного (модуль амплитуды переменного меньше постоянного тока в 10^3 раз).

На рис. 3, *e* представлена зависимость коэффициента усиления от частоты модуляции. Коэффициент усиления в численном эксперименте оценивался как $20 \lg \left| \frac{i_{\max \text{ of collector}}}{i_{\max \text{ of cathode}}} \right|$ в линейном режиме работы. Видно, что результаты теории и численного эксперимента качественно совпадают. Тем не менее заметно меньшее усиление, полученное при численном моделировании, можно объяснить дискретностью представления тока в пучке и особенностями реализации начальной модуляции пучка (модуляция по плотности, наличие «гармоник» основной частоты в усиливаемом сигнале).

Тем не менее была рассмотрена и другая модель (см. правую часть рис. 4, *a*). Эта модель эквивалентна наличию множества пролетных каналов в среде. Пучки (с такой же, как в предыдущей модели, геометрией) разделены слоями среды с дисперсией Друде толщиной 15 мм. В моделировании рассматривается период структуры, «вырезанный» посередине блоков среды. Вследствие периодичности системы и взаимной нейтрализации вихревых токов от соседних пучков

⁶Металл представлялся в виде идеального проводника (PEC).

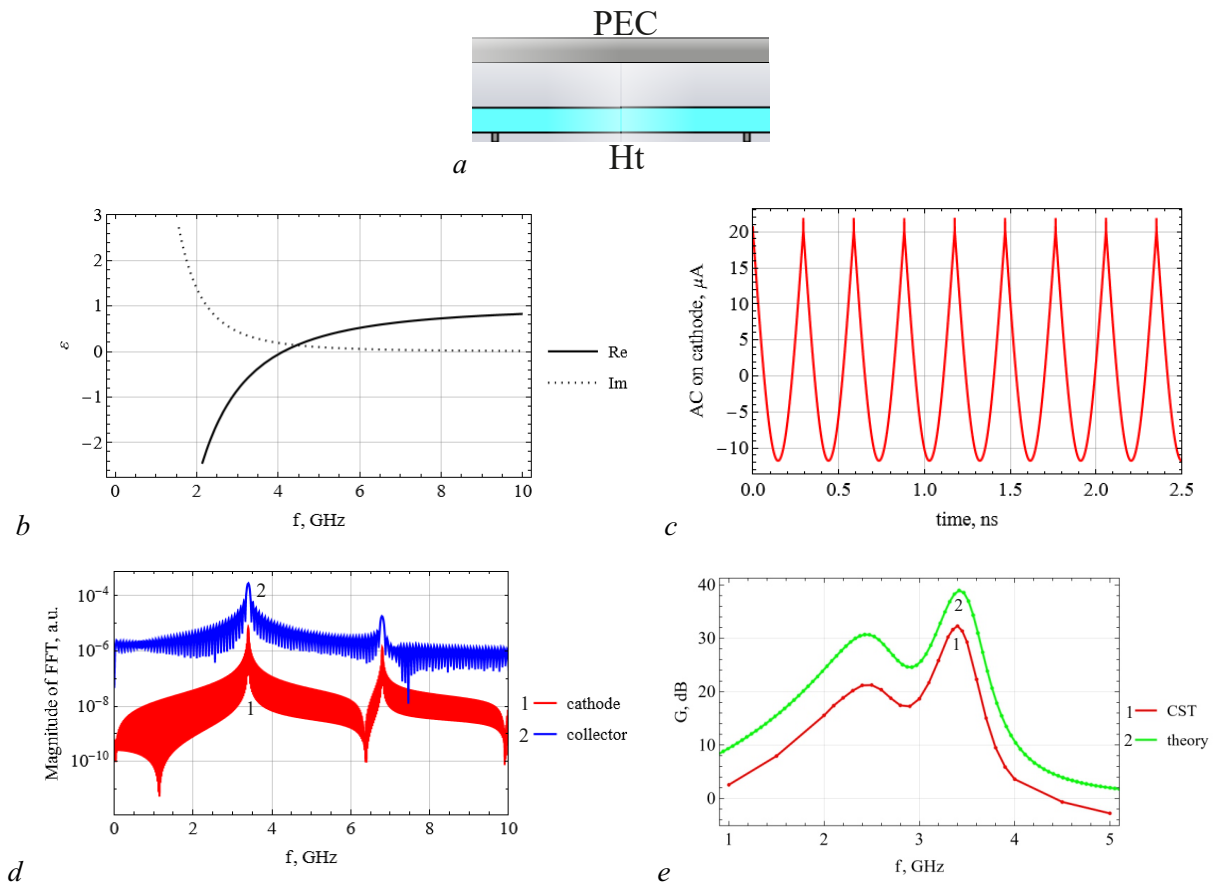


Рис. 3. *a* — Первая модельная система численного моделирования; *b* — зависимость компонент ДП от частоты; *c* — пример типичной временной реализации переменного тока эмиссии; *d* — типичные спектры (FFT) тока на катод и коллекторе; *e* — зависимость коэффициента усиления от частоты модуляции по теории и численному эксперименту

Fig. 3. *a* — First model of simulation; *b* — frequency dependence of the permittivity components; *c* — example of a typical time realisation of the alternating emission current; *d* — typical FFT spectra of the current at the cathode and collector; *e* — dependence of the gain on the modulation frequency as given theory and numerical experiment

на вертикальных границах используются граничные условия — «магнитные стенки». Граничные условия по Ox такие же, как ранее.

На рис. 4, *b* представлена зависимость коэффициента усиления от частоты модуляции для этой модели. Как и ожидалось по результатам линейной теории, увеличение толщины среды привело к наличию только одного максимума, причем соответствие теории и численного эксперимента значительно улучшилось.

На рис. 4, *c–e* представлены распределения полей в линейном режиме. Заметим любопытную особенность в поведении компоненты E_y поперечного электрического поля (см. на рис. 4, *d*): она в среде почти в противофазе по отношению к ПЗ в пучке, что характерно для резистивной неустойчивости при активно-индуктивной проводимости среды [12].

Отметим, что в одномерной теории предполагаются однородные в поперечном сечении и строго продольные поля, в то время как в моделировании можно говорить о том, что они поверхностные и имеют ненулевые поперечные компоненты электрического поля. Тем не менее качественное описание особенностей поведения инкремента нарастания возмущений тока — плавный рост с увеличением частоты и достижение максимального значения до частоты, на которой $\text{Re } \varepsilon_{\text{eff}} = 0$ (см. рис. 2, *e* и рис. 3, *b*), а затем спад с ростом частоты — сохраняется как

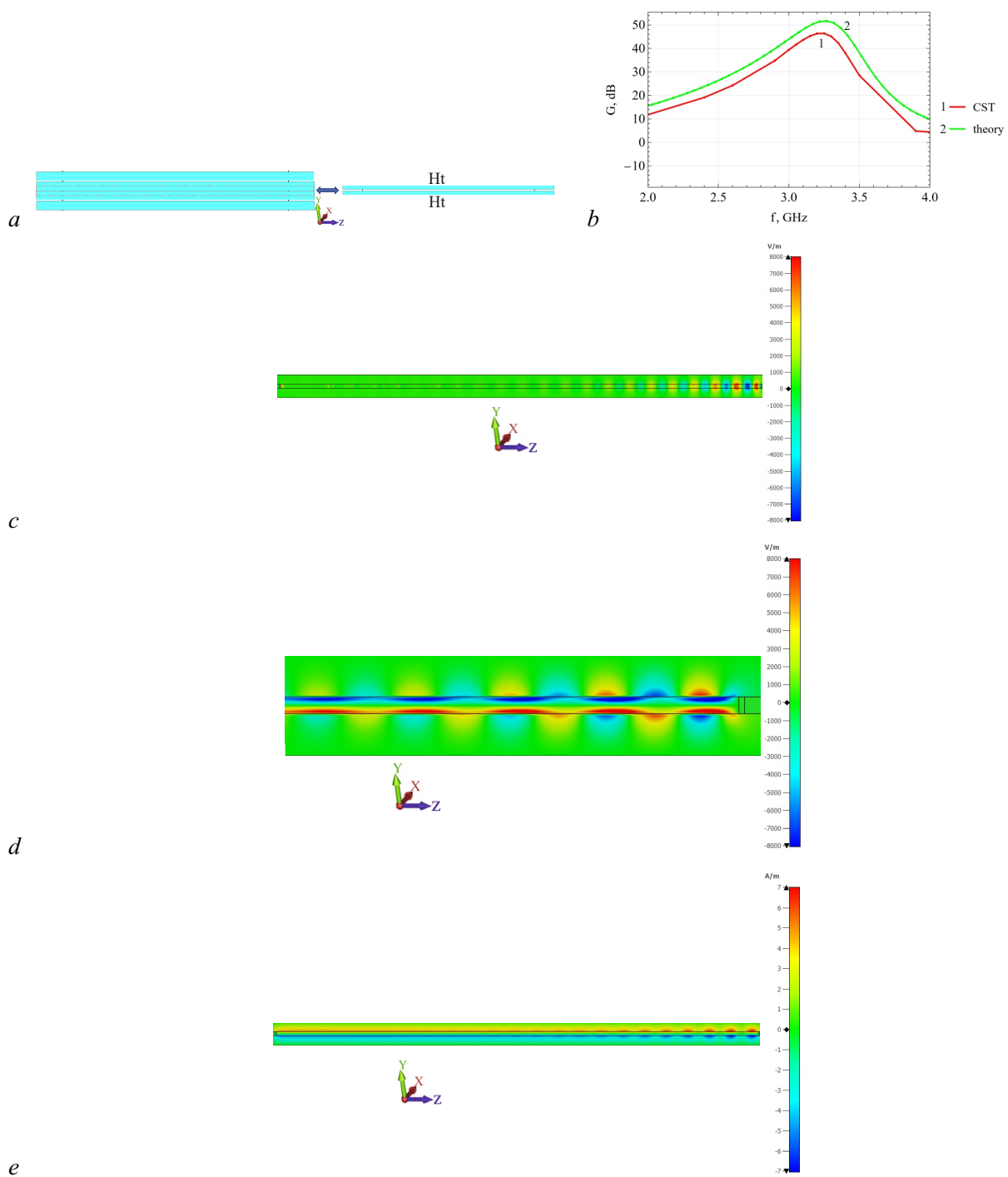


Рис. 4. *a* — Вторая модельная система численного моделирования; *b* — зависимость коэффициента усиления от частоты модуляции по теории и моделированию; *c* — распределение напряженности продольного электрического поля в фиксированный момент времени (12 нс); *d* — распределение напряженности поперечного электрического поля в фиксированный момент времени (12 нс) вблизи коллектора; *e* — распределение напряженности поперечного магнитного поля в фиксированный момент времени (12 нс) (цвет онлайн)

Fig. 4. *a* — Second model of simulation; *b* — dependence of gain on modulation frequency by theory and simulation; *c* — distribution of longitudinal electric field strength at a fixed time instant (12 ns); *d* — distribution of transverse electric field strength at a fixed time instant (12 ns) near the collector; *e* — distribution of transverse magnetic field strength at a fixed time instant (12 ns) (color online)

в одномерной теории, так и в планарной, причем результаты последней близки с результатами моделирования (см. рис. 3, *e* и рис. 4, *b*).

Таким образом, можно (опираясь также на [5]) сформулировать следующую иерархию моделей для резистивного усилителя. Одномерная модель позволяет оценить влияние параметров среды на группировку пучка и определить частотный диапазон усиливаемого сигнала. Планарная модель дополнительно позволяет сделать предварительный выбор геометрии (для заданного типа топологии), а также оценить влияние размеров элементов и их взаимного отношения. Численное моделирование позволяет раскрыть детали физики взаимодействия (пространственную картину распределения полей, группировки пучка).

Заключение

По результатам данной работы можно сделать следующие выводы.

1. В планарной модели резистивного усилителя можно получить увеличение переменного тока за счет использования метаматериала.
2. Развита приближенная методика оценки в планарной модели резистивного усилителя с метаматериалом.
3. Проведено сравнение теории с результатами моделирования.
4. Показано, что подбором параметров модельной системы, таких как свойства среды, топология и геометрические размеры системы, можно реализовать как режимы с большим усилением возмущений плотности тока в пучке, так и режимы достаточно широкополосного усиления.
5. Сформулирована иерархия моделей резистивного усилителя с метаматериалом.

Список литературы

1. Фунтов А. А. О теории гибрида ЛБВО и усилителя с комплексной диэлектрической проницаемостью // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 4. С. 452–468. DOI: 10.18500/0869-6632-003050.
2. Birdsall C. K., Whinnery J. R. Waves in an electron stream with general admittance walls // J. Appl. Phys. 1953. Vol. 24, no. 3. P. 314–323. DOI: 10.1063/1.1721272.
3. Zhuo Sh., Liu Zh., Zhou F., Qin Y., Luo X., Ji C., Yang G., Yang G., Xie Y. THz broadband and dual-channel perfect absorbers based on patterned graphene and vanadium dioxide metamaterials // Opt. Express 2022. Vol. 30, no. 26. P. 47647–47658. DOI: 10.1364/OE.476858.
4. Guo Z., Li A., Sun Zh., Yan Zh., Liu H., Qian L. Negative permittivity behavior in microwave frequency from cellulose-derived carbon nanofibers // Adv. Compos. Hybrid Mater. 2022. Vol. 5. P. 50–57. DOI: 10.1007/s42114-021-00314-0.
5. Birdsall C. K., Brewer O. R., Haeff A. V. The resistive-wall amplifier // Proceedings of the IRE. 1953. Vol. 41, no. 7. P. 865–875. DOI: 10.1109/JRPROC.1953.274425.
6. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifier design using periodically spaced inductive meandered lines // IEEE Trans. Plasma Sci. 2016. Vol. 44, no. 10. P. 2476–2484. DOI: 10.1109/TPS.2016.2599144.
7. Гинзбург Н. С., Малкин А. М., Железнов И. В., Сергеев А. С., Кочаровская Е. Р. Усиление коротковолнового излучения на основе резистивной неустойчивости релятивистского электронного потока (квазиоптическая теория) // ЖТФ. 2017. Т. 87, № 8. С. 1230–1237. DOI: 10.21883/JTF.2017.08.44732.2111.
8. Malkin A. M., Zheleznov I. V., Sergeev A. S., Zaslavsky V. Yu., Makhalov P. B., Ginzburg N. S. Unified quasi-optical theory of short-wavelength radiation amplification by relativistic electron

beams moving near the impedance surfaces // *Phys. Plasmas*. 2020. Vol. 27, no. 11. P. 113106. DOI: 10.1063/5.0030914.

9. Братман В.Л., Гинцбург В.А., Гришин Ю.А., Думеш Б.С., Русин Ф.С., Федотов А.Э. Импульсные широкодиапазонные оротроны миллиметровых и субмиллиметровых волн // *Изв. вузов. Радиофизика*. 2006. Т. 49, № 11. С. 958–963.
10. Xi H., Wang J., He Zh., Zhu G., Wang Y., Wang H., Chen Z., Li R., Liu L. Continuous-wave Y-band planar BWO with wide tunable bandwidth // *Sci. Rep.* 2018. Vol. 8. P. 348. DOI: 10.1038/s41598-017-18740-w.
11. Marklein R. The finite integration technique as a general tool to compute acoustic, electromagnetic, elastodynamic, and coupled wave fields // In: Stone W.R. (ed) *Review of Radio Science*. N.Y.: Wiley, 2002. P. 201–244.
12. Касаткин Л.В. Об усилении волн пространственного заряда при прохождении пучков электронов в средах с индуктивной проводимостью // *РЭ*. 1961. Т. 6, № 2. С. 267–274.

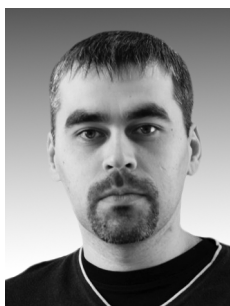
References

1. Funtov AA. About theory of hybride TWTO and an amplifire with a complex permittivity. *Izvestiya VUZ.Applied Nonlinear Dynamics*. 2023;31(4):452–468. DOI: 10.18500/0869-6632-003050.
2. Birdsall CK, Whinnery JR. Waves in an electron stream with general admittance walls. *J. Appl. Phys.* 1953;24(3):314–323. DOI: 10.1063/1.1721272.
3. Zhuo Sh, Liu Zh, Zhou F, Qin Y, Luo X, Ji C, Yang G, Yang G, Xie Y. THz broadband and dual-channel perfect absorbers based on patterned graphene and vanadium dioxide metamaterials. *Opt. Express*. 2022;30(26):47647–47658. DOI: 10.1364/OE.476858.
4. Guo Z, Li A, Sun Zh, Yan Zh, Liu H, Qian L. Negative permittivity behavior in microwave frequency from cellulose-derived carbon nanofibers. *Adv. Compos. Hybrid Mater.* 2022;5:50–57. DOI: 10.1007/s42114-021-00314-0.
5. Birdsall CK, Brewer OR, Haeff AV. The resistive-wall amplifier. *Proceedings of the IRE*. 1953;41(7):865–875. DOI: 10.1109/JRPROC.1953.274425.
6. Rowe T, Behdad N, Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifier design using periodically spaced inductive meandered lines. *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2016;44(10):2476–2484. DOI: 10.1109/TPS.2016.2599144.
7. Ginzburg NS, Malkin AM, Zheleznov IV, Sergeev AS, Kocharovskaya ER. Amplification of short-wave radiation based on the resistive instability of a relativistic electron beam (quasi-optical theory). *Tech. Phys.* 2017;62(8):1242–1249. DOI: 10.1134/S1063784217080114.
8. Malkin AM, Zheleznov IV, Sergeev AS, Zaslavsky VYu, Makhalov PB, Ginzburg NS. Unified quasi-optical theory of short-wavelength radiation amplification by relativistic electron beams moving near the impedance surfaces. *Phys. Plasmas*. 2020;27(11):113106. DOI: 10.1063/5.0030914.
9. Bratman VL, Gintsburg VA, Fedotov AE, Grishin YuA, Dumesh BS, Rusin FS. Pulsed wideband orotrons of millimeter and submillimeter waves. *Radiophys. Quantum Electron.* 2006;49(11):866–871. DOI: 10.1007/s11141-006-0121-2.
10. Xi H, Wang J, He Zh, Zhu G, Wang Y, Wang H, Chen Z, Li R, Liu L. Continuous-wave Y-band planar BWO with wide tunable bandwidth. *Sci. Rep.* 2018;8:348. DOI: 10.1038/s41598-017-18740-w.
11. Marklein R. The finite integration technique as a general tool to compute acoustic, electromagnetic, elastodynamic, and coupled wave fields. In: Stone WR, editor. *Review of Radio Science*. N.Y.: Wiley; 2002. P. 201–244.
12. Kasatkin LV. On amplification of space charge waves during the passage of electron beams in media with inductive conductivity. *Radio Engineering and Electronic Physics*. 1961;6(2):267–274 (in Russian).



Титов Владимир Николаевич — родился в поселке Степное Саратовской области (1974). Окончил с отличием физический факультет СГУ (1997). Кандидат физико-математических наук по специальности «Радиофизика» (2001). В 2002–2003 годах прошел стажировку в Сеульском национальном университете (Ю. Корея). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов включает численное моделирование нестационарных процессов в приборах СВЧ-электроники, исследование нелинейной динамики в распределенных системах различной природы.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники
и электроники им. В. А. Котельникова РАН
E-mail: TitovVN@info.sgu.ru
ORCID: 0000-0001-6761-4267
AuthorID (eLibrary.Ru): 34833



Фунтов Александр Андреевич — родился в Балакове Саратовской области (1992). Окончил Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского (2014). В настоящее время — старший преподаватель кафедры электроники, колебаний и волн. Область научных интересов — вакуумная СВЧ-электроника.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: aafuntov@mail.ru
ORCID: 0000-0002-9121-1449
AuthorID (eLibrary.Ru): 920783