

## Распределение обратной объемно-поверхностной спиновой волны по толщине касательно намагниченной ферритовой пластины

Э. Г. Локк<sup>1</sup>✉, С. В. Герус<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Россия  
E-mail: ✉edwin@fireras.ru

Поступила в редакцию 28.05.2026, принята к публикации 15.06.2026,  
опубликована онлайн 19.06.2026

**Аннотация.** Цель данной работы — исследование характеристик объемно-поверхностной спиновой волны в касательно намагниченной ферритовой пластине. **Методы.** Без использования магнитостатического и электростатического приближений аналитически решена общая задача о распространении объемно-поверхностной электромагнитной волны вдоль касательно намагниченного бигиротропного слоя в произвольном направлении и получено дисперсионное уравнение для этой волны. **Результаты.** Показано, что распределение амплитуд высокочастотных полей волны внутри бигиротропного слоя описывают два волновых числа, которые входят, соответственно, в тригонометрические и экспоненциальные функции и определяют объемное и поверхностное распределение волны. На основе полученного дисперсионного уравнения исследованы характеристики обратной объемно-поверхностной спиновой волны в ферритовой пластине, являющейся частным случаем бигиротропного слоя. Для случая распространения волны вдоль вектора внешнего магнитного поля рассчитаны дисперсионные зависимости первых мод этой волны и волновые числа, определяющие поверхностную и объемную части распределения волны по толщине феррита. Также рассчитано соотношение между коэффициентами, определяющими вклад тригонометрических и экспоненциальных слагаемых в распределении волны по толщине ферритовой пластины, что позволило установить, в какой степени волна является объемной, и в какой степени — поверхностной в зависимости от частоты и постоянной распространения. Проведено сравнение рассчитанных характеристик с аналогичными характеристиками обратной объемной магнитостатической волны. Найдено, что на частотах, лежащих вблизи ферромагнитного резонанса пластины, и при небольших значениях постоянной распространения указанные характеристики существенно различаются. **Заключение.** Представленное в работе дисперсионное уравнение может быть использовано для расчета характеристик объемно-поверхностных спиновых волн и электромагнитных волн в различных анизотропных слоях, являющихся частными случаями бигиротропного слоя. Полученные выше результаты следует учитывать при разработке устройств, использующих спиновые волны.

**Ключевые слова:** бигиротропный слой, ферритовая пластина, обратная объемно-поверхностная спиновая волна, распределение волны по толщине феррита.

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках государственного задания № 075–00395–25–00 Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

**Для цитирования:** Локк Э. Г., Герус С. В. Распределение обратной объемно-поверхностной спиновой волны по толщине касательно намагниченной ферритовой пластины // Известия вузов. ПНД. 2026. DOI: 10.18500/0869-6632-003223. EDN: BZSTDN

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

## Distribution of the backward volume-surface spin wave across the thickness of a tangentially magnetized ferrite plate

*E. H. Lock*<sup>1</sup>✉, *S. V. Gerus*<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics, Russia

E-mail: ✉edwin@fireras.su

Received 28.05.2026, accepted 15.06.2026, available online 19.06.2026

**Abstract.** The *purpose* of this work is to investigate the characteristics of a volume-surface spin wave in a tangentially magnetized ferrite plate. *Methods.* Without using magnetostatic and electrostatic approximations, the general problem of the propagation of a volume-surface electromagnetic wave along a tangentially magnetized bi-gyrotropic layer in an arbitrary direction is analytically solved, and a dispersion relation for this wave is obtained. *Results.* It is shown that the amplitude distribution of high-frequency wave fields within a bi-gyrotropic layer is described by two wavenumbers, which are included in the trigonometric and exponential functions, respectively, and determine the volume and surface distribution of the wave. Using the resulting dispersion equation, the characteristics of the backward volume-surface spin wave in a ferrite plate, a special case of a bi-gyrotropic layer, are studied. For the case of wave propagation along the external magnetic field vector, the dispersion dependencies of the first modes of this wave and the wave numbers determining the surface and volume parts of the wave distribution across the ferrite thickness were calculated. The relation between the coefficients determining the contribution of the trigonometric and exponential terms to the wave distribution across the ferrite plate thickness was also calculated, allowing us to determine the extent to which the wave is a volume wave and the extent to which it is a surface wave, depending on the frequency and propagation constant. The calculated characteristics were compared with those of a backward volume magnetostatic wave. It was found that at frequencies near the plate's ferromagnetic resonance and at low propagation constants, these characteristics differ significantly. *Conclusion.* The dispersion equation presented in this paper can be used to calculate the characteristics of volume-surface spin waves and electromagnetic waves in various anisotropic layers, which are special cases of a bi-gyrotropic layer. The results obtained above should be taken into account when developing devices using spin waves.

**Keywords:** bi-gyrotropic layer, ferrite plate, backward volume-surface spin wave, dispersion dependence.

**Acknowledgements.** This work was performed as part of a State Task № 075-00395-25-00 for the Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS.

**For citation:** Lock EH, Gerus SV Distribution of the backward volume-surface spin wave across the thickness of a tangentially magnetized ferrite plate. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2026. DOI: 10.18500/0869-6632-003223

*This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).*

### Введение

Динамичное развитие магноники, наблюдающееся в последние годы, связано как с разработкой новых экспериментальных, теоретических и численных методов для измерения и расчета характеристик спиновых волн (СВ), так и с созданием новых устройств, использующих эти волны [1–4]. Как известно, СВ имеют электромагнитную природу, представляя собой передающиеся от атома к атому колебания атомного магнитного момента в магнитоупорядоченных кристаллах [5], и могут эффективно возбуждаться и распространяться с малыми потерями в ферритовой пластине и различных структурах на ее основе [1–10]. СВ с волновыми числами  $0 < k < 10^5 \text{ см}^{-1}$ , обычно описывают в магнитостатическом приближении [11], полагая, что волновое число СВ  $k \gg k_0 = \omega/c$  (здесь  $\omega$  – циклическая частота СВ, а  $c$  – скорость света в вакууме) и, следовательно, в уравнениях Максвелла можно

пренебречь членами, содержащими множители  $\omega/c$ , то есть, использовать уравнения магнитостатики. Этот способ описания из-за математической простоты вот уже более 60 лет успешно используется при расчетах характеристик СВ с волновыми числами  $k < 10^5 \text{ см}^{-1}$  (для которых можно не учитывать обменное взаимодействие), а сами спиновые волны часто называют магнитостатическими.

Однако, примерно с 80-х годов прошлого века при исследовании СВ стали возникать вопросы, которые невозможно было решить в магнитостатическом приближении. В результате начали появляться работы, где СВ описывали без магнитостатического приближения (см., например, [6, 9, 12–27]), причем в этих работах обнаружилось, что некоторые характеристики СВ принципиально отличаются от аналогичных характеристик, рассчитанных в магнитостатическом приближении. В некоторых из этих работ исследовалось изменение характеристик СВ в области малых волновых чисел [13, 14, 17, 20], а также изучалось влияние на свойства СВ диэлектрических проницаемостей прилегающих к ферриту сред [15, 18]. В работе [16] было рассмотрено распространение СВ в плоскости произвольно намагниченной ферритовой пластины, а также изучены характеристики СВ для частных случаев этой геометрии, когда пластина, обе поверхности которой металлизированы, намагничена либо продольно, либо касательно. В статье [17], было показано, что расчеты вектора Пойнтинга СВ в магнитостатическом приближении приводят к ошибочным результатам. В работах [21, 22] исследовались векторные линии высокочастотных полей поверхностной СВ, распространяющейся в различных ферритовых структурах перпендикулярно вектору однородного магнитного поля.

Отметим, что в большинстве работ, перечисленных выше, характеристики СВ исследовались для случая, когда волна распространяется либо вдоль направления внешнего магнитного поля, либо перпендикулярно этому направлению.

Лишь недавно было получено аналитическое описание характеристик электромагнитных волн (в том числе СВ) на основе уравнений Максвелла (без использования магнитостатического приближения) для неограниченной бигиротропной среды [28, 29] и для касательно намагниченного бигиротропного слоя [24–27]. В этих работах также было рассмотрено распространение СВ в касательно намагниченной ферритовой пластине (являющейся частным случаем бигиротропного слоя) и были рассчитаны различные характеристики СВ, в том числе дисперсионные и изочастотные зависимости. Отметим, что описание СВ с произвольным волновым вектором в ферритовой пластине без магнитостатического приближения было впервые предпринято в [12, 18]. Однако, в отличие от этих работ, где решение системы уравнений Максвелла предлагалось искать в виде  $\sim \exp(-ik_x x - ik_y y - ik_z z)$ , в работах [24–27] использовался другой, математически более корректный подход, когда зависимость волны от координаты  $x$  (нормальной к плоскости слоя или пластины) определялась на основе решения дифференциальных уравнений в соответствии с геометрией задачи.

На основе такого подхода в работе [24] было установлено, что в касательно намагниченном бигиротропном слое компоненты СВЧ поля электромагнитной волны, направленные вдоль внешнего магнитного поля, зависят от координаты  $x$  (нормальной к плоскости слоя) в соответствии с линейным однородным дифференциальным уравнением четвертого порядка. Было показано, что все корни соответствующего биквадратного характеристического уравнения являются либо действительными, либо мнимыми, а распределение волны по толщине слоя описывают два разных волновых числа  $-k_{x21}$  и  $k_{x22}$ , определяющих, соответственно, экспоненциальные и тригонометрические функции в этом распределении. В итоге, в результате решения ряда граничных задач были получены дисперсионные уравнения для поверхностно-поверхностной электромагнитной волны в свободном [24] и в металлизированном [25] бигиротропном слое, а также в бигиротропном слое, граничащем с

магнитной стенкой [26]. Также в работе [27] для были получены выражения для вектора Пойнтинга и для потока энергии поверхностно-поверхностной волны.

Кроме того, в работе [24] было показано, что в касательно намагниченной ферритовой пластине существуют следующие типы СВ: SS-волны или поверхностно-поверхностные волны ( $k_{x21}$  и  $k_{x22}$  действительные числа), VS-волны или объемно-поверхностные волны ( $k_{x21}$  мнимое число, а  $k_{x22}$  – действительное) и VV-волны или объемно-объемные волны ( $k_{x21}$  и  $k_{x22}$  мнимые числа), что принципиально отличает описание СВ от их описания в магнитостатическом приближении.

Так как описание спиновой SS волны изложено в работе [24], ниже мы представим аналитическое описание (без использования приближений) электромагнитной (спиновой) VS волны, распространяющейся в плоскости бигиротропного (ферритового) слоя в произвольном направлении.

## 1. Основные соотношения, описывающие распространение электромагнитных волн в касательно намагниченном бигиротропном слое

Пусть у нас имеется бигиротропный (ферритовый) слой толщиной  $s$ , касательно намагниченный однородным магнитным полем  $\vec{H}_0$  (рис. 1). Такой слой, как известно [6, 9], характеризуется диэлектрической и магнитной проницаемостями, описываемыми тензорами второго ранга  $\overleftrightarrow{\epsilon}_2$  и  $\overleftrightarrow{\mu}_2$

$$\overleftrightarrow{\mu}_2 = \begin{vmatrix} \mu & iv & 0 \\ -iv & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{vmatrix}, \overleftrightarrow{\epsilon}_2 = \begin{vmatrix} \epsilon & ig & 0 \\ -ig & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Пусть полупространства 1 и 3 имеют скалярные относительные диэлектрические и магнитные проницаемости  $\epsilon_1, \mu_1$  и  $\epsilon_3, \mu_3$ .

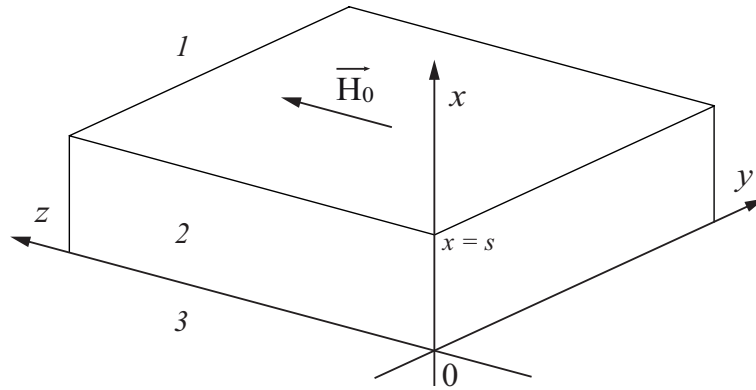


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 и 3 – полупространства изотропного диэлектрика (или вакуум), 2 – бигиротропный слой (в частном случае – ферритовая пластина) толщиной  $s$ .

Fig. 1. Problem geometry: 1 and 3 are half-spaces of isotropic dielectric (or vacuum), 2 is a bi-gyrotropic layer (a ferrite plate in particular case) of thickness  $s$ .

Электромагнитное поле с частотой  $\omega$ , распространяющееся в каждой  $j$ -той среде ( $j = 1, 2, 3$ ) и изменяющееся во времени по гармоническому закону  $\sim \exp(i\omega t)$ , должно удовлетворять системе уравнений Максвелла для комплексных амплитуд

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E}_j + i\omega \vec{B}_j/c = 0 \\ \operatorname{div} \vec{B}_j = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{H}_j - i\omega \vec{D}_j/c = 0 \\ \operatorname{div} \vec{D}_j = 0 \end{cases} \quad (2)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $\vec{E}_j$  и  $\vec{H}_j$  – комплексные амплитуды векторов напряженностей СВЧ электрического и магнитного полей, а  $\vec{D}_j$  и  $\vec{B}_j$  – комплексные амплитуды векторов напряженностей СВЧ электрической и магнитной индукций, которые связаны с  $\vec{E}_j$  и  $\vec{H}_j$  соотношениями

$$\vec{D}_j = \overleftarrow{\varepsilon}_j \vec{E}_j \text{ и } \vec{B}_j = \overleftarrow{\mu}_j \vec{H}_j. \quad (3)$$

Так как полученные результаты могут быть использованы для исследования электромагнитных волн в ряде анизотропных сред (которые являются частными случаями бигиротропной среды и характеризуются либо тензором  $\overleftarrow{\varepsilon}_2$  либо тензором  $\overleftarrow{\mu}_2$  вида (1)), то все формулы будут представлены ниже для общего случая распространения волны в бигиротропном слое и будут справедливы при любых зависимостях от частоты компонент тензоров  $\overleftarrow{\varepsilon}_2$  и  $\overleftarrow{\mu}_2$ .

В то же время, чтобы представленная теория не выглядела абстрактной, в качестве примера на основе полученных формул будут рассчитаны характеристики электромагнитных волн (то есть, СВ), распространяющихся вдоль ферритовой пластины, для которой компоненты тензора  $\overleftarrow{\mu}_2$  описываются выражениями (полученными без учета обменного взаимодействия) [9]

$$\mu = 1 + \frac{\omega_M \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad \nu = \frac{\omega_M \omega}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (4)$$

где  $\omega_H = \gamma H_0$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$ ,  $\omega = 2\pi f$ ,  $\gamma$  – гиромагнитная постоянная,  $4\pi M_0$  – намагниченность насыщения феррита,  $f$  – частота электромагнитных колебаний.

Исходя из геометрии задачи (рис. 1), будем искать решение системы (2) в виде однородной плоской волны, характеризующейся волновым вектором  $\vec{k}$  и распространяющейся в плоскости  $yz$  слоя в произвольном направлении, считая, что зависимость волны от координаты  $x$  (нормальной к плоскости слоя) определится в ходе решения системы (2) и что компоненты полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  ( $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y$  и  $H_z$ ) изменяются в плоскости слоя по гармоническому закону

$$\vec{E}_j = \overrightarrow{e}_j(x) \exp(-i \vec{k} \vec{r}') \text{ или } E_{xj,yj,zj} = e_{xj,yj,zj}(x) \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (5)$$

$$\vec{H}_j = \overrightarrow{h}_j(x) \exp(-i \vec{k} \vec{r}') \text{ или } H_{xj,yj,zj} = h_{xj,yj,zj}(x) \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (6)$$

где наряду с декартовой системой координат  $\Sigma_D$  введена полярная система координат  $\Sigma_P = \{x; r; \varphi\}$ , в которой углы  $\varphi$  отсчитываются от оси  $y$ , а за положительное направление отсчета углов принято направление против часовой стрелки. Координаты систем  $\Sigma_P$  и  $\Sigma_D$  связаны соотношениями  $y = r \cos \varphi$ ,  $z = r \sin \varphi$ , а модуль  $k$  волнового вектора  $\vec{k}$  и его компоненты  $k_y$  и  $k_z$  связаны соотношениями  $k_y = k \cos \varphi$ ,  $k_z = k \sin \varphi$ , причем  $k^2 = k_y^2 + k_z^2$ .

Как было показано в [6, 24, 28], для бигиротропной среды систему векторных уравнений (2) можно привести к двум уравнениям

$$\frac{\partial^2 E_{z2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{z2}}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon} \frac{\partial^2 E_{z2}}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon_{zz} \mu_{\perp} E_{z2} + k_0 \mu_{zz} \left( \frac{g}{\varepsilon} + \frac{\nu}{\mu} \right) \frac{\partial H_{z2}}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 H_{z2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{z2}}{\partial y^2} + \frac{\mu_{zz}}{\mu} \frac{\partial^2 H_{z2}}{\partial z^2} + k_0^2 \mu_{zz} \varepsilon_{\perp} H_{z2} - k_0 \varepsilon_{zz} \left( \frac{g}{\varepsilon} + \frac{\nu}{\mu} \right) \frac{\partial E_{z2}}{\partial z} = 0, \quad (8)$$

где введены обозначения  $\mu_{\perp} = (\mu^2 - \nu^2)/\mu$ ,  $\varepsilon_{\perp} = (\varepsilon^2 - g^2)/\varepsilon$ .

Подставляя решения вида (5) и (6) в уравнения (7) и (8), получим систему, в которую входят лишь зависящие от координаты  $x$  амплитуды  $e_{z2}$  и  $h_{z2}$  компонент  $E_{z2}$  и  $H_{z2}$

$$\begin{cases} \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2 e_{z2}}{\partial x^2} - F_{\nu} e_{z2} - i \mu_{zz} F_{\nu g} h_{z2} = 0 \\ \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2 h_{z2}}{\partial x^2} - F_g h_{z2} + i \varepsilon_{zz} F_{\nu g} e_{z2} = 0 \end{cases}, \quad (9)$$

где безразмерные функции  $F_{\nu}$ ,  $F_g$  и  $F_{\nu g}$  имеют вид

$$F_{\nu} = \frac{k_y^2}{k_0^2} + \frac{\varepsilon_{zz} k_z^2}{\varepsilon k_0^2} - \varepsilon_{zz} \mu_{\perp} = \frac{k^2}{k_0^2} \left( \cos^2 \varphi + \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon} \sin^2 \varphi \right) - \varepsilon_{zz} \mu_{\perp}, \quad (10)$$

$$F_g = \frac{k_y^2}{k_0^2} + \frac{\mu_{zz} k_z^2}{\mu k_0^2} - \mu_{zz} \varepsilon_{\perp} = \frac{k^2}{k_0^2} \left( \cos^2 \varphi + \frac{\mu_{zz}}{\mu} \sin^2 \varphi \right) - \mu_{zz} \varepsilon_{\perp}, \quad (11)$$

$$F_{\nu g} = \frac{k_z}{k_0} \left( \frac{g}{\varepsilon} + \frac{\nu}{\mu} \right) = \frac{k}{k_0} \sin \varphi \left( \frac{g}{\varepsilon} + \frac{\nu}{\mu} \right). \quad (12)$$

Находя величину  $h_{z2}$  из первого уравнения системы (9) и подставляя её во второе уравнение, получим дифференциальное уравнение относительно  $e_{z2}$

$$\frac{\partial^4 e_{z2}}{\partial x^4} + 2\eta \frac{\partial^2 e_{z2}}{\partial x^2} + \alpha e_{z2} = 0. \quad (13)$$

Уравнению (13) соответствует биквадратное характеристическое уравнение

$$k_{x2}^4 + 2\eta k_{x2}^2 + \alpha = 0, \quad (14)$$

определяющее значения волнового числа  $k_{x2}$  внутри бигиротропного слоя. Величины  $\eta$  и  $\alpha$  в (13) и (14) определяются выражениями

$$\eta = -k_0^2 (F_{\nu} + F_g)/2, \quad (15)$$

$$\alpha = k_0^4 F_{\nu} F_g - \mu_{zz} \varepsilon_{zz} k_0^4 F_{\nu g}^2. \quad (16)$$

Уравнение (14) имеет четыре корня, определяемые соотношением

$$k_{x2}^2 = -\eta \pm \sqrt{\eta^2 - \alpha} = \frac{k_0^2}{2} \left( F_{\nu} + F_g \pm \sqrt{(F_{\nu} - F_g)^2 + 4\mu_{zz} \varepsilon_{zz} F_{\nu g}^2} \right), \quad (17)$$

причем все корни являются простыми (не кратными) [24]:

$$k_{x21} = \sqrt{-\eta - \sqrt{\eta^2 - \alpha}} = k_0 \sqrt{\frac{F_\nu + F_g}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(F_\nu - F_g)^2 + 4\mu_{zz}\varepsilon_{zz}F_{\nu g}^2}}, \quad (18)$$

$$k_{x22} = \sqrt{-\eta + \sqrt{\eta^2 - \alpha}} = k_0 \sqrt{\frac{F_\nu + F_g}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(F_\nu - F_g)^2 + 4\mu_{zz}\varepsilon_{zz}F_{\nu g}^2}}, \quad (19)$$

$$k_{x23} = -k_{x21}, k_{x24} = -k_{x22}. \quad (20)$$

## 2. Соотношения, описывающие распространение объемно-поверхностной волны

Как показано в [24], значения  $k_{x21}$  и  $k_{x22}$  могут быть действительными или мнимыми (и не могут быть комплексными) в зависимости от знаков величин  $\alpha$  и  $\eta$ . Ниже мы рассмотрим объемно-поверхностные волны, или VS волны, дисперсионные поверхности которых расположены в областях, где  $\alpha < 0$  (см. рис. 2 в [24]). Распределение VS волн (независимо от знака  $\eta$ ) характеризуется действительными значениями  $k_{x22}$  и мнимыми значениями величины  $k_{x21}$ , которую в этом случае удобно записать в виде

$$k_{x21} = iK_{x21}, \quad (21)$$

где  $K_{x21}$  – действительное число. Тогда общее решение дифференциального уравнения (13) для VS волны можно записать в виде

$$e_{z2} = A \cos(K_{x21}x) + B \sin(K_{x21}x) + C \exp(k_{x22}x) + D \exp(-k_{x22}x), \quad (22)$$

а выражение для компоненты  $E_{z2}$  VS волны в соответствии с (5) в виде

$$E_{z2} = e_{z2}(x) \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (23)$$

где  $A, B, C$  и  $D$  – произвольные коэффициенты.

С целью краткой записи всех компонент СВЧ поля VS волны от координаты  $x$ , введём безразмерные функции  $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2$  и  $\Sigma_3$  в соответствии с выражениями

$$\Sigma_0(x) = A \cos(K_{x21}x) + B \sin(K_{x21}x) + C \exp(k_{x22}x) + D \exp(-k_{x22}x), \quad (24)$$

$$\Sigma_1(x) = K_{x21} (A \sin(K_{x21}x) - B \cos(K_{x21}x)) / k_0 + k_{x22} (C \exp(k_{x22}x) - D \exp(-k_{x22}x)) / k_0, \quad (25)$$

$$\Sigma_2(x) = \beta_1 (A \cos(K_{x21}x) + B \sin(K_{x21}x)) + \beta_2 (C \exp(k_{x22}x) + D \exp(-k_{x22}x)), \quad (26)$$

$$\Sigma_3(x) = K_{x21}\beta_1 (A \sin(K_{x21}x) - B \cos(K_{x21}x)) / k_0 + k_{x22}\beta_2 (C \exp(k_{x22}x) - D \exp(-k_{x22}x)) / k_0, \quad (27)$$

где

$$\beta_1 = \frac{1}{\mu_{zz}F_{\nu g}} \left( F_\nu + \frac{K_{x21}^2}{k_0^2} \right), \quad (28)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{\mu_{zz}F_{\nu g}} \left( F_\nu - \frac{k_{x22}^2}{k_0^2} \right). \quad (29)$$

Подставляя выражение (22) в первое уравнение системы (9), найдём выражение для амплитуды  $h_{z2}$ :

$$h_{z2} = i\beta_1 (A \cos(K_{x21}x) + B \sin(K_{x21}x)) + i\beta_2 (C \exp(k_{x22}x) + D \exp(-k_{x22}x)). \quad (30)$$

Подставляя выражения (5) и (6) в систему уравнений (2), после некоторых преобразований получим выражения, связывающие  $x$ - и  $y$ -компоненты амплитуд электромагнитного поля с компонентами  $e_{z2}$  и  $h_{z2}$ :

$$e_{y2} = \frac{1}{F_2} \left[ a_0 e_{z2} - ia_2 h_{z2} + \frac{F_{\nu g}}{k_0} \frac{\partial e_{z2}}{\partial x} - i \frac{F_{\nu 2}}{k_0} \frac{\partial h_{z2}}{\partial x} \right], \quad (31)$$

$$h_{y2} = \frac{1}{F_2} \left[ ib_0 e_{z2} + b_2 h_{z2} + \frac{F_{\nu g}}{k_0} \frac{\partial h_{z2}}{\partial x} + i \frac{F_{g2}}{k_0} \frac{\partial e_{z2}}{\partial x} \right], \quad (32)$$

$$h_{x2} = \frac{k_y}{\mu k_0} e_{z2} - \frac{k_z}{\mu k_0} e_{y2} - i \frac{\nu}{\mu} h_{y2}, \quad (33)$$

$$e_{x2} = -\frac{k_y}{\varepsilon k_0} h_{z2} + \frac{k_z}{\varepsilon k_0} h_{y2} - i \frac{g}{\varepsilon} e_{y2}, \quad (34)$$

где

$$F_{\nu 2} = \frac{k_z^2}{\varepsilon k_0^2} - \mu_{\perp}, \quad (35)$$

$$F_{g2} = \frac{k_z^2}{\mu k_0^2} - \varepsilon_{\perp}, \quad (36)$$

$$F_2 = F_{\nu 2} F_{g2} - F_{\nu g}^2, \quad (37)$$

$$a_0 = \frac{k_y}{\mu k_0} \left( \frac{k_z}{k_0} F_{\nu 2} - \nu F_{\nu g} \right), \quad (38)$$

$$a_2 = \frac{k_y}{\varepsilon k_0} \left( \frac{k_z}{k_0} F_{\nu g} - g F_{\nu 2} \right), \quad (39)$$

$$b_0 = \frac{k_y}{\mu k_0} \left( \frac{k_z}{k_0} F_{\nu g} - \nu F_{g2} \right), \quad (40)$$

$$b_2 = \frac{k_y}{\varepsilon k_0} \left( \frac{k_z}{k_0} F_{g2} - g F_{\nu g} \right). \quad (41)$$

Записывая выражения (22) и (30) для амплитуд  $e_{z2}$  и  $h_{z2}$  через функции  $\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2$  и  $\Sigma_3$ , описываемые выражениями (24) – (27), подставим выражения для амплитуд  $e_{z2}$  и  $h_{z2}$  в соотношения (31) – (34), а затем последние подставим в формулы (5) и (6). В итоге получим выражения для всех компонент электромагнитного поля внутри бигиротропного слоя:

$$E_{x2} = \frac{i}{F_2} (a_{x0} \Sigma_0 + a_{x1} \Sigma_1 + a_{x2} \Sigma_2 + a_{x3} \Sigma_3) \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (42)$$

$$H_{x2} = \frac{1}{F_2} (b_{x0} \Sigma_0 + b_{x1} \Sigma_1 + b_{x2} \Sigma_2 + b_{x3} \Sigma_3) \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (43)$$

$$E_{y2} = \frac{1}{F_2} [a_0 \Sigma_0 + F_{\nu g} \Sigma_1 + a_2 \Sigma_2 + F_{\nu 2} \Sigma_3] \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (44)$$

$$H_{y2} = \frac{i}{F_2} [b_0 \Sigma_0 + F_{g2} \Sigma_1 + b_2 \Sigma_2 + F_{\nu g} \Sigma_3] \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (45)$$

$$E_{z2} = \Sigma_0(x) \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (46)$$

$$H_{z2} = i \Sigma_2(x) \exp(-ik_y y - ik_z z), \quad (47)$$

где

$$a_{x0} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{k_z}{k_0} b_0 - g a_0 \right), \quad (48)$$

$$a_{x1} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{k_z}{k_0} F_{g2} - g F_{\nu g} \right), \quad (49)$$

$$a_{x2} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{k_z}{k_0} b_2 - \frac{k_y}{k_0} F_2 - g a_2 \right), \quad (50)$$

$$a_{x3} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{k_z}{k_0} F_{\nu g} - g F_{\nu 2} \right), \quad (51)$$

$$b_{x0} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{k_y}{k_0} F_2 - \frac{k_z}{k_0} a_0 + \nu b_0 \right), \quad (52)$$

$$b_{x1} = \frac{1}{\mu} \left( \nu F_{g2} - \frac{k_z}{k_0} F_{\nu g} \right), \quad (53)$$

$$b_{x2} = \frac{1}{\mu} \left( \nu b_2 - \frac{k_z}{k_0} a_2 \right), \quad (54)$$

$$b_{x3} = \frac{1}{\mu} \left( \nu F_{\nu g} - \frac{k_z}{k_0} F_{\nu 2} \right). \quad (55)$$

Точно также можно получить выражения для СВЧ компонент электромагнитного поля волны в средах 1 и 3 (эти выражения приведены в [24]).

Удовлетворяя условиям непрерывности тангенциальных компонент  $E_y, E_z, H_y$  и  $H_z$  при  $x = 0$  и  $x = s$ , можно составить систему из восьми уравнений, которую можно упростить и свести к следующей системе для коэффициентов  $A, B, C$  и  $D$

$$\begin{cases} d_{11}A + d_{12}B + d_{13}C + d_{14}D = 0 \\ d_{21}A + d_{22}B + d_{23}C + d_{24}D = 0 \\ d_{31}A + d_{32}B + d_{33}C + d_{34}D = 0 \\ d_{41}A + d_{42}B + d_{43}C + d_{44}D = 0 \end{cases} \quad (56)$$

Дисперсионное уравнение для VS волны представляет собой определитель четвертого порядка для системы однородных уравнений (56), элементы которого вычисляются в соответствии с выражениями

$$d_{11} = \left[ a_0 + a_2 \beta_1 + \frac{F_2}{q_1^2} (\mu_1 k_{x1} k_0 \beta_1 - k_y k_z) \right] \cos(K_{x21} s) + \frac{K_{x21}}{k_0} (F_{\nu g} + F_{\nu 2} \beta_1) \sin(K_{x21} s), \quad (57)$$

$$d_{12} = \left[ a_0 + a_2 \beta_1 + \frac{F_2}{q_1^2} (\mu_1 k_{x1} k_0 \beta_1 - k_y k_z) \right] \sin(K_{x21} s) - \frac{K_{x21}}{k_0} (F_{\nu g} + F_{\nu 2} \beta_1) \cos(K_{x21} s), \quad (58)$$

$$d_{13} = \left[ a_0 + a_2 \beta_2 + \frac{F_2}{q_1^2} (\mu_1 k_{x1} k_0 \beta_2 - k_y k_z) + \frac{k_{x22}}{k_0} (F_{\nu g} + F_{\nu 2} \beta_2) \right] \exp(k_{x22} s), \quad (59)$$

$$d_{14} = \left[ a_0 + a_2 \beta_2 + \frac{F_2}{q_1^2} (\mu_1 k_{x1} k_0 \beta_2 - k_y k_z) - \frac{k_{x22}}{k_0} (F_{\nu g} + F_{\nu 2} \beta_2) \right] \exp(-k_{x22} s), \quad (60)$$

$$d_{21} = \left[ b_0 + b_2 \beta_1 + \frac{F_2}{q_1^2} (\varepsilon_1 k_{x1} k_0 - k_y k_z \beta_1) \right] \cos(K_{x21} s) + \frac{K_{x21}}{k_0} (F_{\nu g} \beta_1 + F_{g2}) \sin(K_{x21} s), \quad (61)$$

$$d_{22} = \left[ b_0 + b_2\beta_1 + \frac{F_2}{q_1^2}(\varepsilon_1 k_{x1} k_0 - k_y k_z \beta_1) \right] \sin(K_{x21} s) - \frac{K_{x21}}{k_0} (F_{\nu g} \beta_1 + F_{g2}) \cos(K_{x21} s), \quad (62)$$

$$d_{23} = \left[ b_0 + b_2\beta_2 + \frac{F_2}{q_1^2}(\varepsilon_1 k_{x1} k_0 - k_y k_z \beta_2) + \frac{k_{x22}}{k_0} (F_{\nu g} \beta_2 + F_{g2}) \right] \exp(k_{x22} s), \quad (63)$$

$$d_{24} = \left[ b_0 + b_2\beta_2 + \frac{F_2}{q_1^2}(\varepsilon_1 k_{x1} k_0 - k_y k_z \beta_2) - \frac{k_{x22}}{k_0} (F_{\nu g} \beta_2 + F_{g2}) \right] \exp(-k_{x22} s), \quad (64)$$

$$d_{31} = a_0 + a_2\beta_1 - \frac{F_2}{q_3^2}(\mu_3 k_{x3} k_0 \beta_1 + k_y k_z), \quad (65)$$

$$d_{32} = -\frac{K_{x21}}{k_0} (F_{\nu g} + F_{\nu 2} \beta_1), \quad (66)$$

$$d_{33} = a_0 + a_2\beta_2 - \frac{F_2}{q_3^2}(\mu_3 k_{x3} k_0 \beta_2 + k_y k_z) + \frac{k_{x22}}{k_0} (F_{\nu g} + F_{\nu 2} \beta_2), \quad (67)$$

$$d_{34} = a_0 + a_2\beta_2 - \frac{F_2}{q_3^2}(\mu_3 k_{x3} k_0 \beta_2 + k_y k_z) - \frac{k_{x22}}{k_0} (F_{\nu g} + F_{\nu 2} \beta_2), \quad (68)$$

$$d_{41} = b_0 + b_2\beta_1 - \frac{F_2}{q_3^2}(\varepsilon_3 k_{x3} k_0 + k_y k_z \beta_1), \quad (69)$$

$$d_{42} = \frac{K_{x21}}{k_0} (F_{g2} - F_{\nu g} \beta_1), \quad (70)$$

$$d_{43} = b_0 + b_2\beta_2 - \frac{F_2}{q_3^2}(\varepsilon_3 k_{x3} k_0 + k_y k_z \beta_2) + \frac{k_{x22}}{k_0} (F_{\nu g} \beta_2 + F_{g2}), \quad (71)$$

$$d_{44} = b_0 + b_2\beta_2 - \frac{F_2}{q_3^2}(\varepsilon_3 k_{x3} k_0 + k_y k_z \beta_2) - \frac{k_{x22}}{k_0} (F_{\nu g} \beta_2 + F_{g2}). \quad (72)$$

Сравнивая выражения (57) – (72) с аналогичными выражениями для элементов SS волны в свободной ферритовой пластине (см. раздел 12 в [24]), легко заметить, что выражения для элементов  $d_{11}, d_{12}, d_{21}, d_{22}, d_{31}, d_{32}, d_{41}$  и  $d_{42}$  отличаются, тогда как выражения для остальных элементов совпадают.

### 3. Характеристики объемно-поверхностной спиновой волны в ферритовой пластине

В качестве примера, рассчитаем на основе полученного дисперсионного уравнения некоторые характеристики обратной спиновой волны VS-типа (VS-ОСВ) в ферритовой пластине, окруженной полупространствами вакуума. В отличие от описания обратной объемной МСВ (ООМСВ) в магнитостатическом приближении [11], распределение VS-ОСВ внутри ферритовой пластины вдоль координаты  $x$  описывают два волновых числа –  $K_{x21}$  и  $k_{x22}$ : в соответствии с (22) волновое число  $K_{x21}$  входит в тригонометрические функции и определяет объемное распределение волны, а волновое число  $k_{x22}$  входит в экспоненциальные функции и определяет поверхностное распределение волны. Отметим, что ранее подобное распределение обратной СВ было описано также в работе [19], в которой было получено (без использования магнитостатического приближения) дисперсионное уравнение этой волны для случая ее распространения вдоль вектора  $\vec{H}_0$ .

Рассмотрим, как объемно-поверхностный характер распределения СВ отражается на ее характеристиках. Прежде всего, представляет интерес выяснить соотношение между волновыми числами  $K_{x21}$  и  $k_{x22}$ , а также установить в какой степени волна является объемной,

и в какой степени – поверхностной. Расчёты характеристик СВ проведем для величины поля  $H_0 = 300$  Э и ферритовой пластины, имеющей толщину  $s = 40$  мкм, диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon_2 = 15$  и намагниченность насыщения  $4\pi M_0 = 1750$  Гс. Поскольку за прошедшее время большинство работ, посвящённых ООМСВ, выполнено для случая распространения волны вдоль вектора  $\vec{H}_0$ , рассмотрим прежде всего различные характеристики двух первых мод СВ для этого случая (см. рис. 2–5).

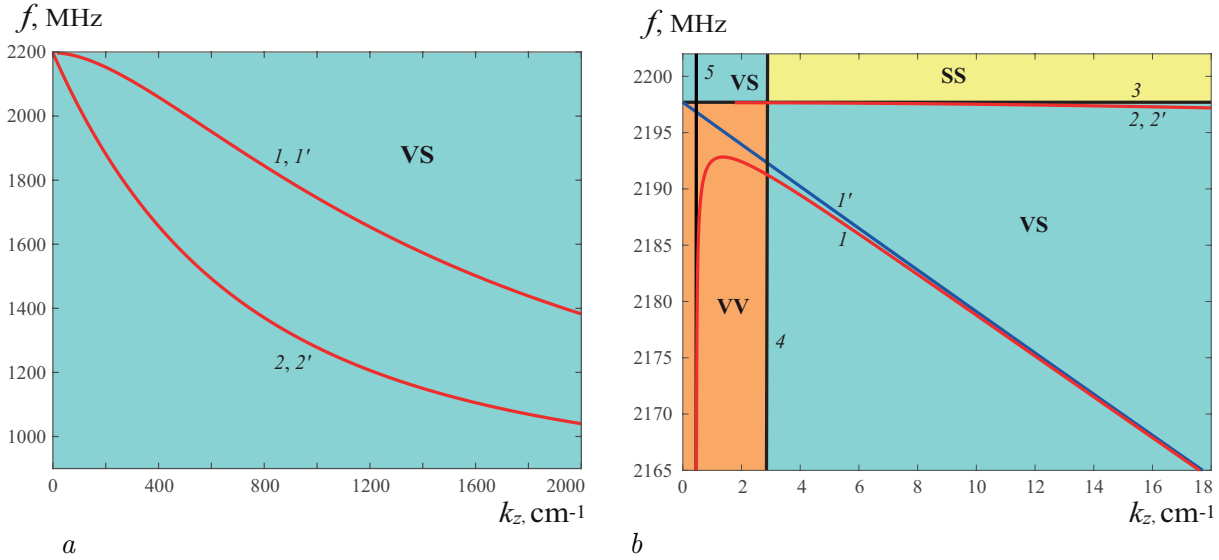


Рис. 2. Дисперсионные зависимости  $f(k_z)$  первой и второй мод СВ (кривые 1 и 2) и ООМСВ (кривые 1' и 2'); а – общий вид, б – вид в области малых значений  $k_z$ . Кривые 1' и 2' рассчитаны в магнитоэстатическом приближении, а кривые 1 и 2 – без него. Показаны граничные прямая 3  $f = f_{\perp} = \omega_{\perp}/2\pi = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_H\omega_M}/2\pi = 2197,7$  МГц и кривая 4  $\alpha = 0$ , которая отделяет на кривых 1 и 2 участки, соответствующие VS-волне и VV-волне; 5 – прямая  $f = ck_0/2\pi$ .

Fig. 2. Dispersion dependences  $f(k_z)$  for the first two modes of SW and BVMSW (curves 1, 2 and 1', 2' respectively); а – general view, б – view in the region of small  $k_z$  values. Curves 1' and 2' were calculated in the magnetostatic approximation, and curves 1 and 2 – without it. Here also are shown the boundary straight line 3  $f = f_{\perp} = \omega_{\perp}/2\pi = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_H\omega_M}/2\pi = 2197,7$  MHz and the curve 4  $\alpha = 0$ , which separates on curves 1 and 2 the sections corresponding to the VS-wave and VV-wave; 5 – straight line  $f = ck_0/2\pi$ .

На рис. 2 представлены дисперсионные зависимости  $f(k_z)$  для первой и второй мод СВ (кривые 1 и 2), рассчитанные на основе представленной теории, а также зависимости  $f(k_z)$  для первой и второй мод ООМСВ (кривые 1' и 2'), рассчитанные в магнитоэстатическом приближении. Также на рис. 2 показаны прямая  $f = f_{\perp} = \omega_{\perp}/2\pi = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_H\omega_M}/2\pi = 2197,7$  МГц (3) и кривая  $\alpha = 0$  (4), которые отделяют на плоскости  $(f, k_z)$  и на зависимостях  $f(k_z)$  области, соответствующие VS, VV и SS типам волн.

Как видно из рис. 2, рассчитанные дисперсионные зависимости для обеих мод при больших значениях  $k_z$  совпадают с известными кривыми, полученными Дэймоном и Эшбахом для обратной объемной магнитоэстатической волны [11]. Кроме того, точные зависимости  $f(k_z)$  для первых мод СВ в области, соответствующей VS волне, имеют обратный характер, тогда как в области, соответствующей VV волне, эти зависимости имеют еще и участок с прямым характером волны. Отметим, что в области VV волн дисперсионная зависимость  $f(k_z)$  для второй моды СВ (кривая 2) практически совпадает с кривыми 3 и 5. Также из рис. 2 видно, что ниже частоты  $f_{\perp}$  имеется частотный интервал  $\Delta f_1$  шириной  $\sim 4,87$  МГц, в котором не может существовать первая мода СВ. Как показывают расче-

ты, с увеличением толщины пленки  $s$  ширина интервала  $\Delta f_1$  также возрастает, причем зависимость  $\Delta f_1(s)$  практически линейная и достаточно точно аппроксимируется прямой  $\Delta f_1 = \xi s$ , где коэффициент  $\xi$  (при данных параметрах  $H_0$ ,  $4\pi M_0$  и  $\varepsilon_2$ ) равен  $0,122$  МГц/мкм. То есть, например, в пластине ЖИГ толщиной  $s = 400$  мкм, первая мода СВ не будет возбуждаться ниже частоты  $f_{\perp}$  в широком интервале частот –  $48,7$  МГц! В то же время для наиболее распространенных пленок ЖИГ толщиной до  $20$  мкм величина  $\Delta f_1$  мала и не превышает  $2,5$  МГц.

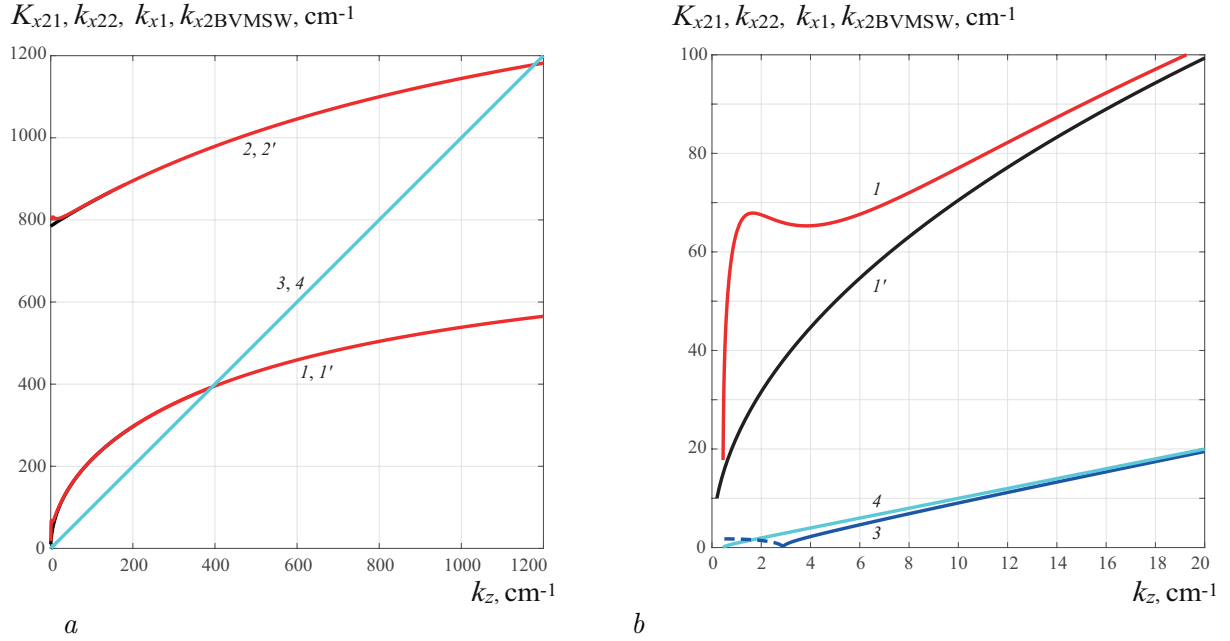


Рис. 3. Зависимости  $K_{x21}(k_z)$  для первой и второй мод СВ (кривые 1 и 2),  $k_{x22}(k_z)$  (кривая 3) и  $k_{x1}(k_z)$  (кривая 4), а также зависимостей  $k_{x2BVMSW}(k_z)$  для первой и второй мод ООМСВ (кривые 1' и 2'): *a* – общий вид, *b* – вид в области малых значений  $k_z$ . Кривые 1' и 2' рассчитаны в магнитостатическом приближении, а кривые 1 – 4 – без него. Зависимость  $k_{x22}(k_z)$ , описываемая сплошным участком кривой 3 является общей для всех мод VS волны; штриховой участок кривой 3 соответствует VV-волне, характеризующейся мнимыми значениями  $k_{x22}$ .

Fig. 3. Dependences  $K_{x21}(k_z)$  for the first two modes of the VS wave (curves 1 and 2),  $k_{x22}(k_z)$  (curve 3) and  $k_{x1}(k_z)$  (curve 4); here also are shown dependences  $k_{x2BVMSW}(k_z)$  for the first two BVMSW modes (curves 1' and 2'): *a* – general view, *b* – view in the region of small  $k_z$  values. Curves 1' and 2' were calculated in magnetostatic approximation, and curves 1 – 4 – without it. The dependence  $k_{x22}(k_z)$  described by the solid section of curve 3, is common for all VS wave modes; the dashed section of curve 3 corresponds to the VV wave, characterized by imaginary values of  $k_{x22}$ .

На рис. 3, *a* приведены зависимости  $x$ -компонент волнового числа  $K_{x21}$ ,  $k_{x22}$  и  $k_{x1}$  от постоянной распространения  $k_z$  для первой и второй мод СВ (кривые 1 – 4) а также зависимости  $k_{x2BVMSW}(k_z)$ , описывающие распределение магнитного потенциала  $\Psi$  для первых двух мод ООМСВ по толщине феррита (кривые 1' и 2'), причем на рис. 3, *b* показаны эти же зависимости для малых значений  $k_z < 20$  см<sup>-1</sup>. Здесь  $k_{x1} = \sqrt{k_z^2 + k_y^2 - k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1}$  –  $x$ -компонента волнового числа, описывающая экспоненциальное спадание СВЧ поля СВ в полупространствах 1 и 3 в соответствии формулами (68) – (71) в [24]. Как видно из рис. 3, зависимости  $K_{x21}(k_z)$  и  $k_{x2BVMSW}(k_z)$  (см. кривые 1, 2 и 1', 2') значительно различаются для обеих мод при  $k_z < \sim 20$  см<sup>-1</sup> (для второй моды это различие заметно на рис. 3, *a* вблизи значения  $K_{x21} \sim 800$  см<sup>-1</sup>).

Как следует из представленной теории, зависимость  $k_{x22}(k_z)$  (кривая 3 на рис. 3) соответствует одновременно каждой из бесконечного числа мод СВ, причем значения  $k_{x22}$  практически совпадают со значениями постоянной распространения  $k_z$  за исключением области малых волновых чисел (см. рис. 3, б). Как видно из рис. 3, б величина  $k_{x22}$  становится равной нулю при  $k_z = 2,8 \text{ см}^{-1}$ , что соответствует значению  $k_z$  в точке пересечения зависимости  $f(k_z)$  с граничной кривой  $\alpha = 0$  (то есть, в точке пересечения кривой 1 и кривой 4 на рис. 2). При  $k_z < 2,8 \text{ см}^{-1}$  величина  $k_{x22}$  принимает мнимые значения, а СВ становится волной VV типа (этим значениям  $k_{x22}$  соответствует штриховой участок кривой 3 на рис. 3, б).

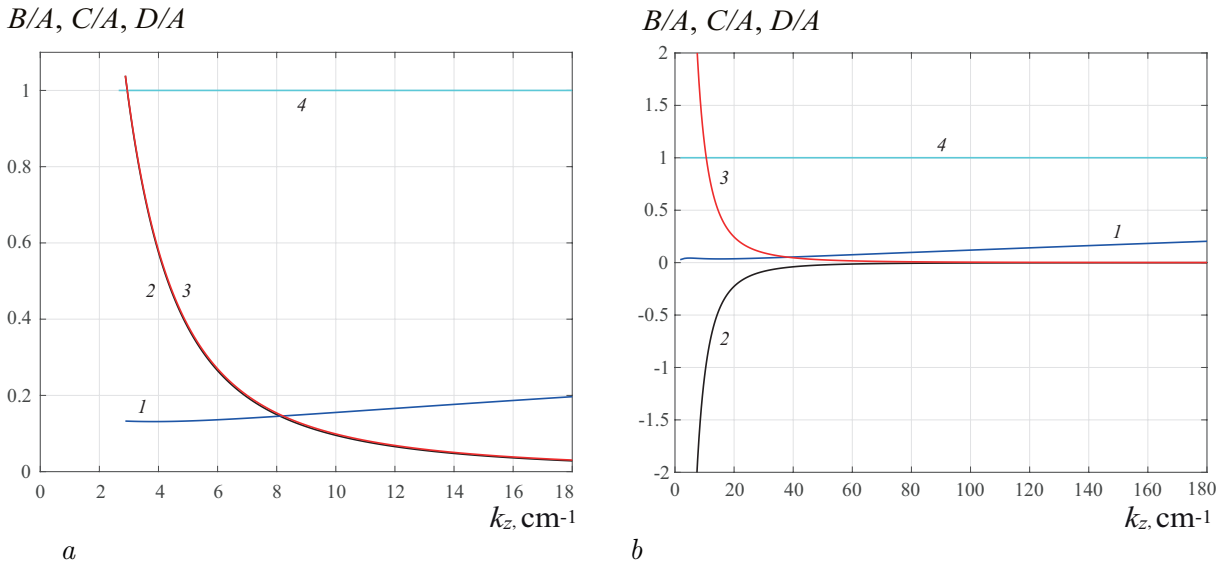


Рис. 4. Зависимости отношений коэффициентов  $B/A, C/A$  и  $D/A$  (кривые 1–3 соответственно) от постоянной распространения  $k_z$  для первой (а) и второй (б) мод VS СВ в касательно намагниченной ферритовой пластине. Прямая 4 соответствует величине коэффициента  $A$  (т. е., отношению  $A/A \equiv 1$ ).

Fig. 4. Dependences of the ratios of the coefficients  $B/A, C/A$  and  $D/A$  (curves 1–3, respectively) on the propagation constant  $k_z$  for the first (a) and second (b) modes of the VS SW in a tangentially magnetized ferrite plate. Straight line 4 corresponds to the value of the coefficient  $A$  (i.e., the ratio  $A/A \equiv 1$ ).

Рассчитаем теперь соотношения между коэффициентами  $A, B, C$  и  $D$ , которые определяют вклад тригонометрических и экспоненциальных слагаемых в выражениях (22) и (30), описывающих распределение VS волны по координате  $x$ . Для этого выразим коэффициенты  $B, C$  и  $D$  через коэффициент  $A$  в уравнениях системы (60). Рассчитанные соотношения  $B/A, C/A$  и  $D/A$  для первых двух мод спиновой VS волны представлены на рис. 4 и 5.

Как видно из рис. 4 и 5, экспоненциальные слагаемые в выражениях (22) и (30) (амплитуду которых определяют коэффициенты  $C$  и  $D$ ) могут вносить заметный вклад в распределение СВ по толщине ферритовой пластины: для первой моды СВ этот вклад заметен в интервале значений  $k_0 < k_z < \sim 10 \text{ см}^{-1}$  (и в интервале частот  $\sim 2180 \text{ МГц} < f < f_{\perp}$ ), а для второй моды СВ – в интервале значений  $k_0 < k_z < \sim 20 \text{ см}^{-1}$  (и в интервале частот  $\sim 2195 \text{ МГц} < f < f_{\perp}$ ).

Отметим здесь, что у читателей может возникнуть вопрос: какие измерения позволили бы однозначно отличить VS-моду от классической ООМСВ в эксперименте? Отвечая на такой вопрос, заметим, что в *реальном* эксперименте *всегда* возбуждается (и ранее *всегда* возбуждалась!) *реальная* СВ, дисперсионная зависимость которой соответствует VV и VS

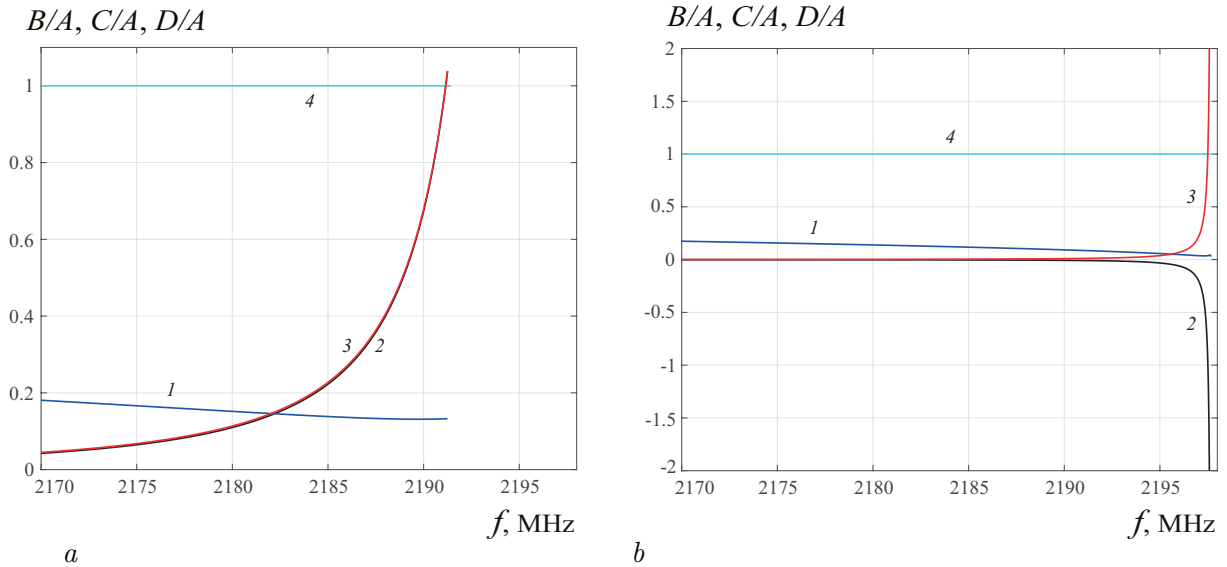


Рис. 5. Зависимости отношений коэффициентов  $B/A, C/A$  и  $D/A$  (кривые 1–3 соответственно) от частоты  $f$  для первой (а) и второй (б) мод VS СВ в касательно намагниченной ферритовой пластине. Прямая 4 соответствует величине коэффициента  $A$  (т. е., отношению  $A/A \equiv 1$ ).

Fig. 5. Dependences of the ratios of the coefficients  $B/A, C/A$  and  $D/A$  (curves 1–3, respectively) on the frequency  $f$  for the first (a) and second (b) modes of the VS CB in a tangentially magnetized ferrite plate. Straight line 4 corresponds to the value of the coefficient  $A$  (i.e., the ratio  $A/A \equiv 1$ ).

волнам, а не ООМСВ, у которой, в соответствии с теорией Дэймона–Эшбаха [11]  $k \rightarrow 0$  при  $f \rightarrow f_{\perp}$ . Как видно из рис. 2, дисперсионные зависимости первой моды VV и VS волн и дисперсионная зависимость первой моды ООМСВ сильно различаются для интервала волновых чисел  $k < 5 \text{ см}^{-1}$ , где магнитостатическое приближение и теория [11] не справедливы. Однако, именно для этого интервала волновых чисел дисперсионная зависимость *реальных* СВ никогда не измерялась. Если же поставить эксперимент по измерению дисперсионной зависимости *реальных* СВ, возбуждающихся ниже частоты  $f_{\perp}$ , то такой эксперимент покажет, что на дисперсионной зависимости первой моды *реальной* СВ *всегда* будет наблюдаться максимум, имеющийся на кривой 1 рис. 2, б при значении  $k \sim 1,5 \text{ см}^{-1}$ , и, следовательно, докажет справедливость представленной выше теории.

## Заключение

Аналитически, без использования приближений получено дисперсионное уравнение для объемно-поверхностной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль касательно намагниченного бигиротропного слоя в произвольном направлении. Показано, что распределение амплитуд СВЧ полей волны внутри бигиротропного слоя описывают два волновых числа  $K_{x21}$  и  $k_{x22}$ , которые входят, соответственно, в тригонометрические и экспоненциальные функции и определяют объемное и поверхностное распределение волны. Представленное в работе дисперсионное уравнение может быть использовано для расчета характеристик объемно-поверхностных электромагнитных волн в различных анизотропных слоях, являющихся частными случаями бигиротропного слоя.

На основе полученных результатов исследованы характеристики обратной объемно-поверхностной спиновой волны в ферритовой пластине (являющейся частным случаем би-

гиротропного слоя). Для случая распространения волны вдоль внешнего магнитного поля рассчитаны дисперсионные зависимости двух первых мод этой волны, а также коэффициенты и волновые числа, определяющие поверхностную и объемную части распределения волны по толщине феррита. Проведено сравнение этих характеристик с аналогичными характеристиками для обратной объемной магнитостатической волны, распределение которой по толщине феррита характеризует одно волновое число. Найдено, что на частотах, лежащих вблизи ферромагнитного резонанса пластины, и при малых значениях постоянной распространения  $k_z \ll 10 \text{ см}^{-1}$  указанные характеристики существенно различаются.

### Список литературы

1. *Нижитов С. А., Сафин А. Р., Калябин Д. В. и др.* Диэлектрическая магноника — от гигагерцев к терагерцам // *Успехи физических наук.* 2020. Т. 190, № 10. С. 1009–1040. DOI: 10.3367/UFN.2019.07.038609
2. *Pirro P., Vasyuchka V. I., Serga A. A., Hillebrands B.* Advances in coherent magnonics // *Nat Rev Mater.* 2021. Vol. 6, №. 12. P. 1114–1135. DOI: 10.1038/s41578-021-00332-w
3. *Chumak A., Kabos P., Wu M. et al.* Advances in Magnetism roadmap on spin-wave computing // *IEEE Transactions on Magnetics.* 2022. Vol. 58, №. 6. P. 0800172. DOI: 10.1109/TMAG.2022.3149664
4. *Нижитов С. А., Филимонов Ю. А.* Спиновые волны в магнитных микроструктурах: магنونная логика и обработка информации // *Радиотехника и электроника.* 2025. Т. 70. № 4. С. 292–331. DOI: 10.7868/S3034590125040017
5. *Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г.* Спиновые волны. М: Наука, 1967. 368 с.
6. *Гуревич А. Г.* Ферриты на сверхвысоких частотах. М: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1960. 407 с.
7. *Ваннэ Г. М.* СВЧ устройства на магнитостатических волнах // *Обзоры по электронной технике. Серия. 1. Электроника СВЧ. Вып. 8 (1060).* – М.: ЦНИИ "Электроника" 1984. 80 с.
8. *Вашковский А. В., Стальмахов В. С., Шараевский Ю. П.* Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Изд-во Саратов. гос. ун-та, 1993. 312 с.
9. *Гуревич А. Г., Мелков Г. А.* Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994. 464 с.
10. *Stancil D. D., Prabhakar A.* Spin Waves. Theory and applications. New-York: Springer Science + Business Media, 2009. 355 с.
11. *Damon R. W., Eshbach J. R.* Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // *J. Phys. Chem. Solids.* 1961. Vol. 19, №. 3–4. P. 308–320. DOI: 10.1016/0022-3697(61)90041-5.
12. *Ruppin R.* Electromagnetic modes of a ferromagnetic slab // *Journal of Applied Physics.* 1987. V. 62, № 1. P. 11.
13. *Вашковский А. В., Локк Э. Г.* Влияние диэлектрической подложки и магнитных потерь на дисперсию и свойства поверхностной магнитостатической волны // *Радиотехника и электроника.* 2001. Т. 46, № 6. С. 729–738.
14. *Вашковский А. В., Локк Э. Г.* Характеристики поверхностной магнитостатической волны в структуре феррит-диэлектрик, помещенной в медленно меняющееся неоднородное магнитное поле // *Радиотехника и электроника.* 2001. Т. 46, № 10. С. 1257–1265.
15. *Вашковский А. В., Локк Э. Г.* Поверхностные магнитостатические волны в структуре феррит-диэлектрик, окруженной полупространствами с отрицательной диэлектрической проницаемостью // *Радиотехника и электроника.* 2002. Т. 47. № 1. С. 97–102.
16. *Гришин С. В.* Распространение и взаимодействие сигналов при возбуждении магнитостатических волн в нелинейных линиях передачи. Дисс. канд. физ.-мат. наук:

01.04.03. Саратов: СГУ, 2006. 173 с.

17. *Вашковский А. В., Локк Э. Г.* О взаимосвязи энергетических и дисперсионных характеристик магнитостатических волн в ферритовых структурах // *Успехи физических наук.* 2011. Т. 181. № 3. С. 293–304. DOI: 10.3367/UFNe.0181.201103c.0293
18. *Вяткина С. А., Бабичев Р. К., Иванов В. Н.* Электромагнитные волны в касательно намагниченной ферритовой пленке, распространяющиеся под углом к полю подмагничивания // *Электромагнитные волны и электромагнитные системы.* 2011. Т. 16. № 10. С. 64–67.
19. *Вашковский А. В., Локк Э. Г.* О физических свойствах обратной магнитостатической волны при ее описании на основе уравнений Максвелла // *Радиотехника и электроника.* 2012. Т. 57. № 5. С. 541–549.
20. *Локк Э. Г.* Спиновые волны в структуре диэлектрик-феррит-диэлектрик, граничащей с «магнитными стенками» или идеальными проводниками (на основе уравнений Максвелла) // *Радиотехника и электроника.* 2014. Т. 59. № 7. С. 711–721.
21. *Локк Э. Г.* Структура высокочастотных полей поверхностной спиновой волны в касательно намагниченной ферритовой пластине // *Радиотехника и электроника.* 2016. Т. 61. № 1. С. 35–44.
22. *Вашковский А. В., Локк Э. Г.* Влияние металлического экрана и магнитной стенки на картины векторных линий высокочастотного поля поверхностной спиновой волны // *Радиотехника и электроника.* 2016. Т. 61. № 8. С. 746–756.
23. *Гришин С. В., Богомолова А. В., Никитов С. А.* Дважды отрицательные среды на основе антиферромагнитных полупроводников для терагерцового диапазона частот // *Письма в ЖТФ.* 2022. Т. 48. № 5. С. 39–42. DOI: 10.21883/PJTf.2022.05.52156.18955
24. *Локк Э. Г., Герус С. В.* Электромагнитные волны в касательно намагниченном бигиротропном слое (с примером анализа характеристик спиновых волн в ферритовой пластине) // *Успехи физических наук.* 2024. Т. 194. № 12. С. 1330–1344. DOI: 10.3367/UFNe.2024.09.039
25. *Локк Э. Г., Герус С. В.* Электромагнитные волны в односторонне металлизированном касательно намагниченном бигиротропном слое (с примером расчета характеристик спиновых волн) // *Радиотехника и электроника.* 2023. Т. 68. № 9. С. 884–892.
26. *Локк Э. Г., Герус С. В.* Изочастотные зависимости спиновых волн в касательно намагниченной ферритовой пластине, граничащей с идеальной магнитной стенкой // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2024. Т. 88. № 11. С. 1676–1682. DOI: 10.31857/S0367676524110018
27. *Локк Э. Г., Герус С. В.* Энергетические характеристики поверхностной электромагнитной волны в касательно намагниченном бигиротропном слое на примере расчета характеристик спиновой волны в ферритовой пластине // *Радиотехника и электроника.* 2025. Т. 70. № 10. С. 956–967.
28. *Локк Э. Г., Луговской А. В., Герус С. В.* Взаимосвязь между вектором Пойнтинга и вектором групповой скорости электромагнитных волн в бигиротропной среде // *Радиотехника и электроника.* 2021. Т. 66. № 7. С. 662–672.
29. *Локк Э. Г., Герус С. В.* Relative orientations of the Poynting and group velocity vectors for electromagnetic waves propagating in an arbitrary direction in an unbounded bi-gyrotropic medium // *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2024. V. 88. No. 11. P. 1774–1781 DOI: 10.1134/S1062873824708249

## References

1. Nikitov SA, Safin AR, Kalyabin DV et al. Dielectric magnonics: from gigahertz to terahertz *Phys. Usp.* 2020;63:945–974 DOI: 10.3367/UFNe.2019.07.038609

2. Pirro P, Vasyuchka VI, Serga AA, Hillebrands B. Advances in coherent magnonics Nat Rev Mater. 2021;6(12):1114–1135. DOI: 10.1038/s41578-021-00332-w
3. Chumak A, Kabos P, Wu M. et al. Advances in Magnetics roadmap on spin-wave computing IEEE Transactions on Magnetics. 2022;58(6):0800172. DOI: 10.1109/TMAG.2022.3149664
4. Nikitov SA, Filimonov YuA. Spin waves in magnetic microstructures: magnon logic and information processing Journal of Communications Technology and Electronics. 2025;70(4):292-331. DOI: 10.7868/S3034590125040017
5. Akhiezer AI, Bar'yakhtar VG. Spin waves. North-Holland Pub; 1968. 369 p.
6. Gurevich AG. Ferrites at Microwave Frequencies. Consultants Bureau; 1963. 329 p.
7. Vapne GM. VHF Structure in Magnetostatic Waves. Reviews in Technical Electronics, Ser. 1. VHF Electronics, TsNII Elektronika, Moscow, 1984 No. 8 (1060). (in russian)
8. Vashkovsky AV, Stalmakhov VS, Sharaevsky YuP. Magnetostatic Waves in Microwave Electronics. Saratov: Publishing House of Saratov State University, 1993. 312 p. (in russian)
9. Gurevich AG, Melkov GA. Magnetic Oscillations and Waves. CRC Press, 2020.
10. Stancil D. D., Prabhakar A. Spin Waves. Theory and applications. New-York: Springer Science + Business Media, 2009. 355 p.
11. Damon RW, Eshbach JR. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab J. Phys. Chem. Solids. 1961;19,(3–4):308–320. DOI: 10.1016/0022-3697(61)90041-5
12. Ruppin R. Electromagnetic modes of a ferromagnetic slab Journal of Applied Physics. 1987;62(1):11.
13. Vashkovsky AV, Lock EG. Influence of dielectric substrate and magnetic losses on dispersion and properties of surface magnetostatic wave Journal of Communications Technology and Electronics 2001;46(6):729–738. (in russian)
14. Vashkovsky AV, Lock EG. Characteristics of a surface magnetostatic wave in a ferrite-dielectric structure placed in a slowly changing non-uniform magnetic field Journal of Communications Technology and Electronics 2001;46(10):1257–1265. (in russian)
15. Vashkovsky AV, Lock EG. Surface magnetostatic waves in a ferrite-dielectric structure surrounded by half-spaces with negative permittivity Journal of Communications Technology and Electronics 2002;47(1):97–102. (in russian)
16. Grishin SV. Propagation and interaction of signals during excitation of magnetostatic waves in nonlinear transmission lines. Dissertation Cand. of Phys. and Mathematics: 01.04.03. Saratov: Saratov State University, 2006. 173 p. (in russian)
17. Vashkovsky AV, Lock EG. On the relationship between magnetostatic wave energy and dispersion characteristics in ferrite structures Phys. Usp. 2011;54:281–290 DOI: 10.3367/UFNe.0181.201103c.0
18. Vyatkina SA, Babichev RK, Ivanov VN. Electromagnetic waves in a tangentially magnetized ferrite film propagating at an angle to the magnetization field Electromagnetic waves and electromagnetic systems. 2011;16(10):64-67 (in russian)
19. Vashkovsky AV, Lock EG. On the physical properties of the backward magnetostatic wave when describing it based on Maxwell's equations Journal of Communications Technology and Electronics 2012;57(5):541–549. (in russian)
20. Lock EG. Spin waves in a dielectric-ferrite-dielectric structure bordering on “magnetic walls” or ideal conductors (based on Maxwell's equations) Journal of Communications Technology and Electronics 2014;59(7):711–721. (in russian)
21. Lock EG. Structure of high-frequency fields of a surface spin wave in a tangentially magnetized ferrite plate Journal of Communications Technology and Electronics 2016;61(1):35-44. (in russian)
22. Vashkovsky AV, Lock EG. Influence of a Metal Screen and a Magnetic Wall on the Patterns of Vector Lines of a High-Frequency Field of a Surface Spin Wave Journal of

- Communications Technology and Electronics 2016;61(8):745-756. (in russian)
23. Grishin SV, Bogomolova AV, Nikitov SA. Double Negative Media Based on Antiferromagnetic Semiconductors for the Terahertz Frequency Range. *Tech. Phys. Lett.* 2024;50:182–185. DOI: 10.1134/S1063785023180049
  24. Lock EG, Gerus SV. Electromagnetic waves in a tangentially magnetized bi-gyrotropic layer (with an example of analysis of spin wave characteristics in a ferrite plate) *Phys. Usp.* 2024;67:1257-1270. DOI: 10.3367/UFNe.2024.09.039768
  25. Lock EG, Gerus SV. Electromagnetic waves in a one-sided metallized tangentially magnetized bigyrotropic layer (with an example of calculating the characteristics of spin waves) *Journal of Communications Technology and Electronics* 2023;68(9):884–892. (in russian)
  26. Lock EG, Gerus SV. Isofrequency dependences of spin waves in a tangentially magnetized ferrite plate bordering an ideal magnetic wall *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics* 2024;88(11):1676-1682. (in russian) DOI: 10.31857/S0367676524110018
  27. Lock EG, Gerus SV. Energy characteristics of a surface electromagnetic wave in a tangentially magnetized bigyrotropic layer using the example of calculating the characteristics of a spin wave in a ferrite plate *Journal of Communications Technology and Electronics* 2025;70(10):956-967. (in russian)
  28. Lock EG, Lugovskoy AV, Gerus SV. Relationship between the Poynting vector and the group velocity vector of electromagnetic waves in a bigyrotropic medium *Journal of Communications Technology and Electronics* 2021;66(7):662-672. (in russian)
  29. Lock EG, Gerus SV. Relative orientations of the Poynting and group velocity vectors for electromagnetic waves propagating in an arbitrary direction in an unbounded bi-gyrotropic medium *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2024;88(11):1774–1781. DOI: 10.1134/S1062873824708249