Журнал включен в «Перечень периодических научных и научно-технических изданий РФ, рекомендованных для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук»

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

научно-технический журнал

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год | Том 25, № 3, 2017, Саратов

С О Д Е Р Ж А Н И Е

От редактора. *Гуляев Ю.В.* 3

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И НЕЙРОНАУКА

Рабинович М., Варона П. Математика сознания 5

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Пономаренко В. П. Динамические режимы и нелинейные явления в модифицированной автогенераторной системе с частотно-фазовым управлением . . 52

НОВОЕ В ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКЕ

Фунтов А. А. Волновые процессы в электронном потоке в скрещенных статических электрических и магнитных полях при его движении в среде с комплексной проводимостью 75

PERSONALIA

Малинецкий Г. Г. Создатель Будущего 89

DEPARTMENT OF EDUCATION AND SCIENCE OF RUSSIAN FEDERATION
Izvestiya VUZ
APPLIED NONLINEAR DYNAMICS
scientific-technical journal
published since 1993

Published 6 times a year Vol. 25, № 3, 2017, Saratov

C O N T E N T S

Editorial. *Gulyaev Yu.V.* 3

NONLINEAR DYNAMICS AND NEUROSCIENCE

Rabinovich M., Varona P. Mathematics of mind 5

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY

Ponomarenko V. P. Dynamical modes and nonlinear phenomena in modified auto-oscillatory system with frequency-phase control 52

INNOVATIONS IN APPLIED PHYSICS

Funtov A. A. Wave processes in the electron beam in crossed static electric and magnetic fields as it moves in a medium with a complex conductivity 75

PERSONALIA

Malinetskii G. G. Creator of the Future 89

От редактора

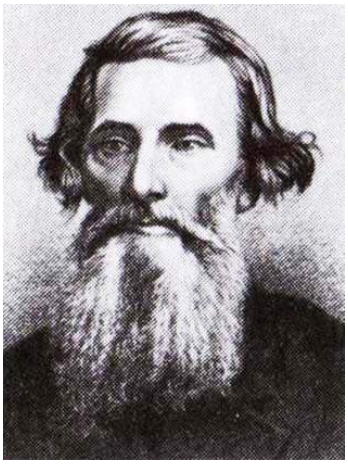
Сегодня мне хочется напомнить о двух удивительных людях, дела и мысли которых близки тем, кто читает наш журнал, и тем, кто пишет в него.

Один из них Владимир Иванович Даль – составитель знаменитого Толкового словаря живого великорусского языка. Я часто пользуюсь этим словарем, когда мне хочется дойти до самой сути. Недавно среди бумаг я нашёл газету «Комсомольская правда» от 10 ноября 2001 года. В рубрике «Негромкая дата» была опубликована статья, посвящённая двухсотлетию со дня рождения В.И. Даля. Приведу целиком раздел «Личное дело».

«Владимир Иванович родился 10 ноября 1801 года в Луганске. Окончил Морской корпус в Санкт-Петербурге, принимал участие в Войнах с Турцией и Польшей. Дружил с великим русским хирургом Николаем Пироговым. Служил ординатором Санкт-Петербургского военно-сухопутного госпиталя, где заслужил звание “молниеносного хирурга”: наркоза тогда не было, но под рукой доктора Даля ни один солдат не погиб от болевого шока. Служил также чиновником особых поручений при оренбургском генерал-губернаторе, начальником особой канцелярии МВД, управляющим Удельной конторой в Нижнем Новгороде. Знал немецкий, французский, английский, украинский, белорусский, польский языки. Автор 145 повестей и рассказов, тысячи сказок, учебников, был дважды женат. Имел пятерых детей.»

В этом номере газеты помещены 6 легенд о Дале. Приведу две наиболее известные из них – пятую и шестую.

«5. Последним, с кем разговаривал умирающий Пушкин, был доктор Даль. В подарок от Пушкина у Даля остался перстень с изумрудом. А Наталья Николаевна подарила доктору пробитый пулей сюртук. Считается, что в этом сюртуке Даль докладывал Академическому собранию о своих планах издания словаря. Но это, скорее всего, легенда. Даль, в отличие от Пушкина, был высокого роста (его друг, хирург Николай Пирогов, при знакомстве даже воскликнул: “Экая жердь!”).»



Владимир Иванович Даль
(1801–1872)

«6. Министр народного Просвещения, князь Шихматов, прослышав о собранных Далем словах, предложил продать их Академии Наук: одно слово (пропущенное в Академическом словаре) – 15 копеек. Даль отправил слова с многозначительной подписью: “Тысяча первая”. Пришел запрос: “А много еще?” ответил: “Десятки тысяч”. Торг с Академией так и не состоялся.»

© Изв. вузов «ПНД», т. 25, № 3, 2017

Григорий Саввич Сковорода
(1722–1794)

Второй герой колонки – Григорий Сковорода, которому в этом году исполнилось бы 195 лет. О нем рассказывали фантастические вещи: говорили, что он умел предрекать будущее, вел аскетический образ жизни, был последовательным женоненавистником. Однако без экзотического антуража он был интересным человеком. Этот странствующий философ обладал редким умом, знал семь языков, играл на музыкальных инструментах. Он не боялся властей, уважал людей, любил независимость, раздаривал бедным все, что имел. Последние 25 лет жизни он путешествовал по Малороссии, Приазовью, Слободской, Воронежской, Курской губерниям, по Донским землям. Он стал настолько знаменит, что с ним хотели встретиться и поговорить не только люди разных сословий, но и сильные мира сего. Легенда гласит, что Екатерина II однажды приказала привести его во дворец. Но свободный человек и мыслитель Сковорода не поклонился царице, а на ее вопрос «почему?» ответил: «Вы же хотели на меня посмотреть. Как бы Вы меня рассмотрели, если бы я согнулся?» Разумеется, философа прогнали из дворца. Путь к счастью странствующий философ-мыслитель видел в самопознании. На могильной плите Григория Сковороды выбиты слова: «Мир ловил меня, но не поймал».

Общеизвестен его афоризм, который часто использовал Петр Леонидович Капица: «Мы должны быть благодарны Богу, что он создал мир так, что все простое – правда, а все сложное – неправда» (цит. по кн. – «Все простое – правда: Афоризмы и изречения П.Л. Капицы, его любимые притчи, поучительные истории, анекдоты». М.: Изд-во МФТИ, 1994. С. 124 – *Прим. авт.*). На той же странице в книге есть сноска: «Этот афоризм, по признанию самого П.Л. Капицы, он приводил со слов Алексея Николаевича Крылова».

В сочинениях Г. Сковороды встречается немало близких по смыслу изречений, первоисточником которых служит, по-видимому, приводимый им в его переводе афоризм Эпикура: «Благодарение блаженной натуре за то, что нужное сделала нетрудным, а трудное – ненужным».

Мое пожелание уважаемым авторам журнала: «Почаще заглядывайте в словарь Даля и следуйте афоризму Г. Сковороды в своих статьях».

Научный руководитель ИРЭ РАН,
академик РАН *Ю.В. Гуляев*

УДК 514.9:612.8

МАТЕМАТИКА СОЗНАНИЯ*

Михаил Рабинович[1], *Пабло Варона*[2]

[1]BioCircuits Institute, US, UCSD, 9500 Gilman Drive, La Jolla, CA 92093-0328
[2]Universidad Autónoma de Madrid, C Francisco Tomás y Valiente, 11, 28049 Madrid, Spain
E-mail:mrabinovich@gmail.com; pablo.varona@uam.es

В данной слайдовой лекции мы предлагаем новую концепцию для построения математической теории когнитивных функций человека, включая сознание. Такие функции как творчество, принятие решений и предсказания, на основе анализа прошлого, описываются в рамках канонических динамических моделей в форме глобальных иерархических сетей. Блоки таких сетей кооперируются и конкурируют друг с другом за счет ингибирования. Активность сетей демонстрирует переходную цепочечную динамику, для описания которой мы используем гетероклинические структуры, представляющие в ментальном пространстве когнитивные компоненты на разных уровнях иерархии взаимодействия. Впервые мы строим систему кинетических экологических уравнений, описывающих взаимодействие эмоций и когнитивных функций на всех уровнях иерархии. Особенно это необходимо для описания разных этапов творчества. Мы исследуем кооперацию мозга человека и искусственного интеллекта на примере музыкальных импровизаций и создания «кооперативной» музыки. Например, когда робот комплектует информационные группы и на их основе рабочую память, а человек использует эмоции и интуицию для отбора. Уровень творчества оценивается по величине энтропии Колмогорова–Синая. Анализ совместного музыкального творчества человека и искусственного интеллекта может быть полезен для разных приложений, в частности, для диагностики некоторой группы психиатрических заболеваний.

Ключевые слова: Сознание как последовательный динамический процесс, ингибиторные сети мозга, иерархические группы информационных паттернов, многокомпонентные функции и группировка, последовательная динамика рабочей памяти, совместная ментальная активность робота и человека.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-5-51

Образец цитирования: Рабинович М., Варона П. Математика сознания // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 3. С. 5–51.

*Авторская презентация лекции «Modeling of Consciousness Dynamics: Decision Making & Creativity», озвученной на Muri Winter School 2017 «Dynamics of Multifunction Brain Networks», January 11–13, 2017, UC San Diego, US.

© *М. Рабинович, П. Варона*

MATHEMATICS OF MIND

Mikhail Rabinovich[1], *Pablo Varona*[2]

[1]BioCircuits Institute, US, UCSD, 9500 Gilman Drive, La Jolla, CA 92093-0328
[2]Universidad Autónoma de Madrid, C Francisco Tomás y Valiente, 11, 28049 Madrid, Spain
E-mail:mrabinovich@gmail.com; pablo.varona@uam.es

In this slide-lecture we formulate a novel paradigm for the mathematical description of mental functions such as consciousness, creativity, decision making and prediction of the future based on the past. Such cognitive functions are described in the framework of canonical nonlinear dynamical models that form joint global hierarchical networks. Subnetworks cooperate and compete with each other by inhibition. The suggested approach uses heteroclinic dynamics to represent transitivity and sequential interaction of different cognitive modalities at all levels of network hierarchy. For the first time we build a model of global network dynamics based on a set of kinetic ecological equations describing the interaction with emotion at each level of the hierarchy. This makes the model applicable for the description and understanding of perception, creativity and other complex cognitive processes. We discuss the creativity phenomenon, for example, in a joint «human-robot mind» considering the approximation in which the artificial partner is responsible for the binding and retrieving of multimodal perception information. The formation of chunks and the creation of working memory is a joint effort – human-robot mind. The human mind is responsible for the evaluation of the information in working memory. Creativity is estimated by Kolmogorov–Sinai entropy. As an example, we discuss joint human-robot musical improvisation, which can be generalized for many applications, in particular, in the context of artificial intelligence applications and to address several psychiatric disorders.

Keywords: Consciousness as a sequential dynamical process, inhibitory brain networks, hierarchical chunking of information patterns, multimodality and binding, working memory sequential dynamics, human-robot «joint mind».

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-5-51

Paper reference: Rabinovich M., Varona P. Mathematics of mind. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25, Iss. 3. P. 5–51.

Самое увлекательное – это размышлять
о том, как мы мыслим.

Фольклор

Сейчас кажется очевидным, что человеческое поведение представляет собой последовательность элементарных актов – операций, приемов или процедур, сменяющих друг друга во времени. Вспомним танцы, игру на музыкальных инструментах, приготовление кофе или выступление на конференции. Любой из этих процессов, если отвлечься от механизмов генерации программы элементарных действий, легко может быть смоделирован математически с помощью цепочечных моделей. Последовательные элементы, конечно, могут быть различными. Если же мы задумаемся о том каким образом создается в мозгу программа подобного поведения, то есть как организуется смена одного метастабильного состояния цепочки другим и как формируются сами эти состояния, то задача покажется очень сложной и даже невыполнимой. Это впечатление лишь усилится, если мы попытаемся объяснить воображаемые последствия наших действий в настоящем.

Именно поэтому выглядит естественной расхожая точка зрения – интеллект и само сознание это настолько интригующие и даже мистические явления, что они недоступны для формализации и математического описания. Цель данной обзорной лекции в картинках представить альтернативную точку зрения и, если не убедить читателя, то заинтересовать его настолько, что он сам начнет размышлять, как же

© *М. Рабинович, П. Варона*

мы мыслим, а данная лекция представит ему для этого экспериментальные материалы. Мы сосредоточим внимание на недавних экспериментах, моделях и эволюционных подходах, чтобы проиллюстрировать возможность описания с помощью методов нелинейной динамики таких когнитивных явлений, как творчество, принятие решений, управление вниманием и рабочей памятью.

Сознание, как известно, теряется, когда из строя выходят или попадают под анестезию основные, или центровые структуры, наиболее плотно связанные анатомически друг с другом и, возможно, не напрямую со многими другими структурами. Сознание также пропадает, если нарушается нормальное динамическое взаимодействие между комплексами мозга. Например, когда они в результате чрезмерного возбуждения переходят в режим почти полной взаимной синхронизации, то есть в эпилептический припадок.

В последние пять-семь лет под влиянием впечатляющих экспериментальных данных, в первую очередь, исследования пространственно-временной активности мозга в процессе выполнения когнитивных функций (анализ функциональных магнитно-резонансных паттернов) практически установлено, что функциональная активность мозга это переходный процесс, к которому применимы такие динамические характеристики, как структурная устойчивость, бифуркации, энтропия Колмогорова–Синая, размерность и т.д.

Считается, что сознание есть результат взаимно скоординированной (иногда еще говорят интегральной) активности большинства когнитивных структур мозга. Разные когнитивные функции выполняются разными иерархическими сетями (networks), каждая из которых объединяет большое число субструктур мозга. Подобную сеть можно рассматривать как нерегулярную дискретную решетку, активность которой представляется набором мод или возбуждений. Переходная динамика, отвечающая когнитивному процессу, есть не что иное, как последовательная смена мод в результате из взаимного подавления по принципу «конкуренция без победителя».

В английском языке помимо слова brain (мозг), есть еще слово mind, которое переводится по разному – разум, интеллект и даже сознание. Мы используем это слово в смысле «пространство когнитивных функций мозга». Для построения математической теории сознания это пространство очень естественно, нужно только удачно ввести динамические переменные.

Психологи на основании огромного количества эмпирических данных разделяют следующие стадии творчества. 1. Предварительная формулировка проблемы и подсознательное набрасывание идей. 2. Инкубационная стадия, когда отбираются наиболее интересные идеи, осознаются детали. 3. Инновационная стадия, где центральным является момент озарения, то есть бифуркация «Эврика». 4. Проверка и оценка сгенерированного решения (мысли, способа и т.д.). Здесь согласованно работают такие когнитивные нетворки, как автобиографическая память (эпизодическая и семантическая), внимание, эмоциональная поддержка, рабочая память и принятие решений. Все вместе эти нетворки образуют иерархическую сеть, динамика которой на разных стадиях решения задачи различна. От случайного блуждания (стадия 1) система переходит в режим регулярной инспекции рабочей памяти – гетероклинические циклы (стадия 2). Затем при взаимодействии рабочей памяти с квазипериодической динамикой внимания в момент «Эврика» рождается хаос или новое метастабильное состояние (стадия 3). Далее принимается решение – то ли мы получили, что нам нужно (стадия 4).

Даже такое шаржированное описание дает представление о далеко идущих возможностях применения нелинейной динамики к описанию процесса творчества и сознания в целом.

© *М. Рабинович, П. Варона*

MURI Winter School 2017

Modeling of consciousness dynamics: Decision making & Creativity

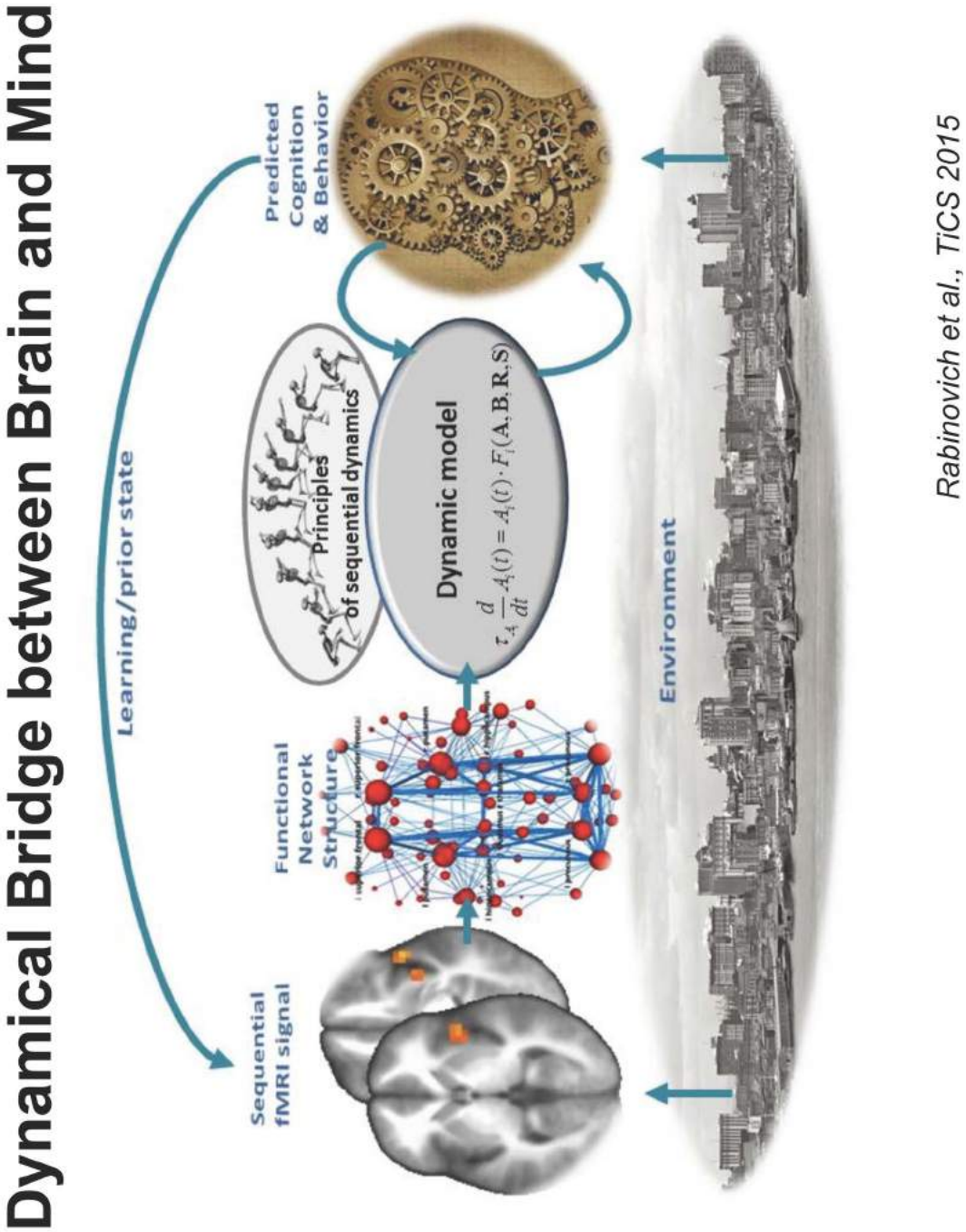
Mikhail Rabinovich BCI at UCSD

with **Pablo Varona** Madrid, **Alan Simmons** WG and Cognitive Dpt UCSD, and **Shlomo Dubnov** Music Dpt UCSD

January 12

PLAN

- What we are going to model: From brain to mind − global networks dynamic. Consciousness
- Principles of the modeling supported by behavioral and imaging experiments
- Sequential dynamics of WLC networks
- We focuses on two conscious processes − creativity & decision making
- Hierarchy in brain and mind
- Attention & memory are dynamical processes



© М. Рабинович, П. Варона

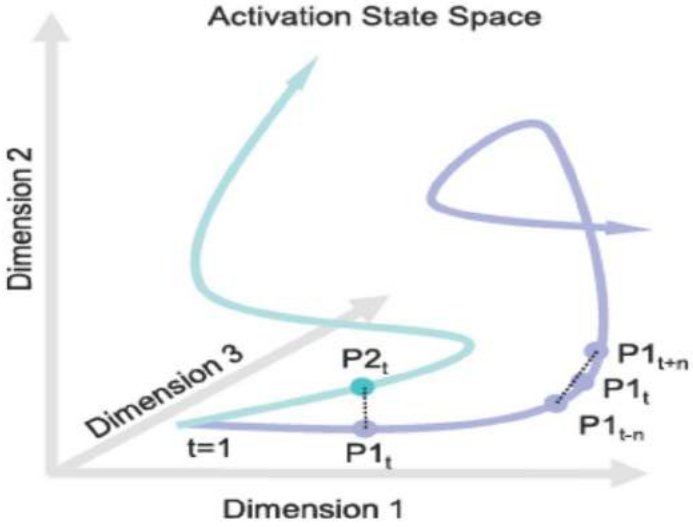
CONSCIOUSNESS

Is a continuous process of inference of the world and any aspects of our life – mechanism of updating our memory and beliefs

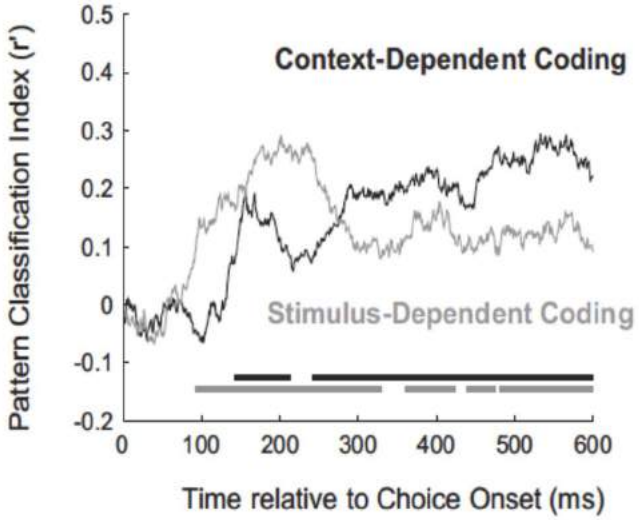
© *М. Рабинович, П. Варона*

SERIAL TRASIENT CODING IN MONKEY PREFRONTAL CORTEX

(multielectrode recordings)



Two different trajectories (corresponding to different strategies) in a 3D "phase space". Time t reflects the multidimensional distance in the population response

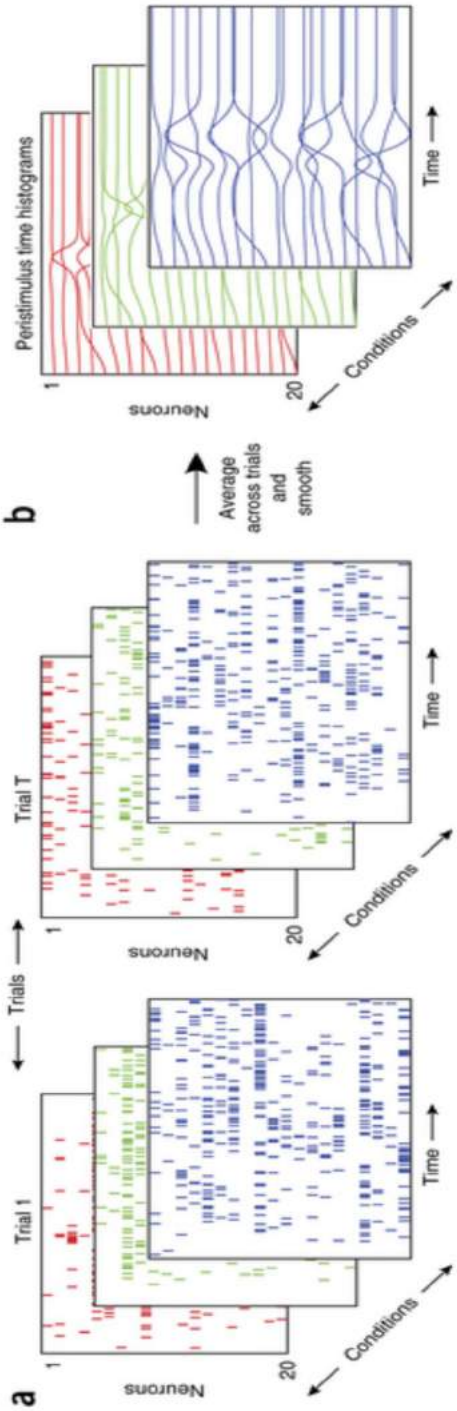


(Stokes et al., Neuron, 2013)

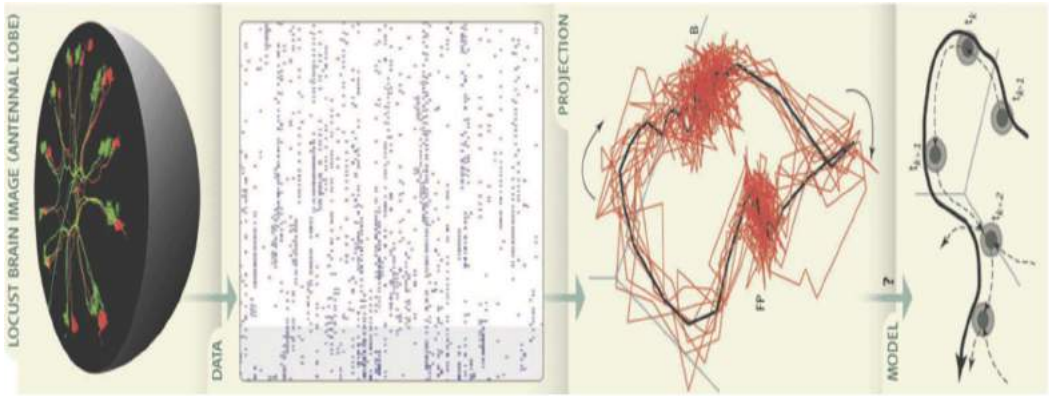
During decision making, the response to a choice stimulus is characterized by an initial stimulus-specific population response but evolves to different final decision related states depending on the current rule

© М. Рабинович, П. Варона

Population analyses and dimensionality reduction

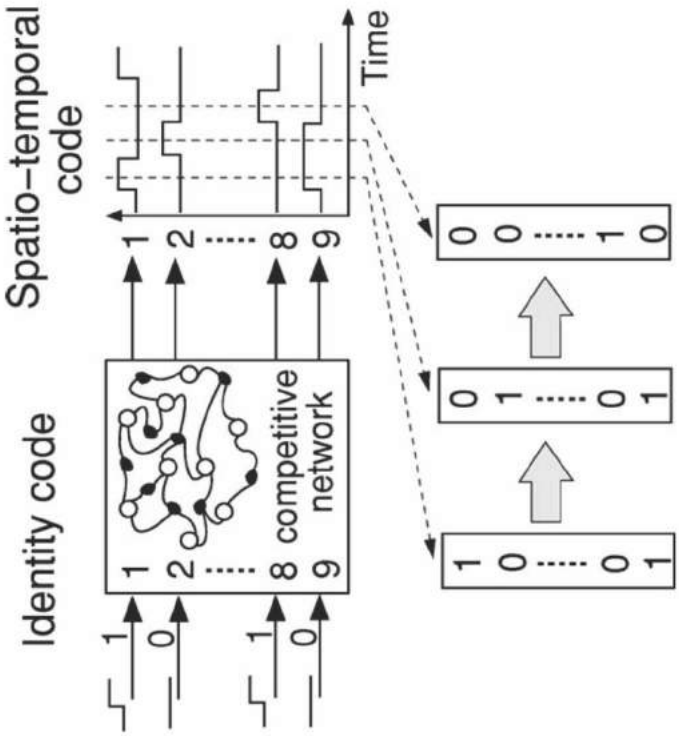


Rabinovich, Huerta & Laurent, *Science*, 2008:
Cunningham & Byron, *Nature Neuroscience*, 2014



ODOR ENCODING OF INSECTS

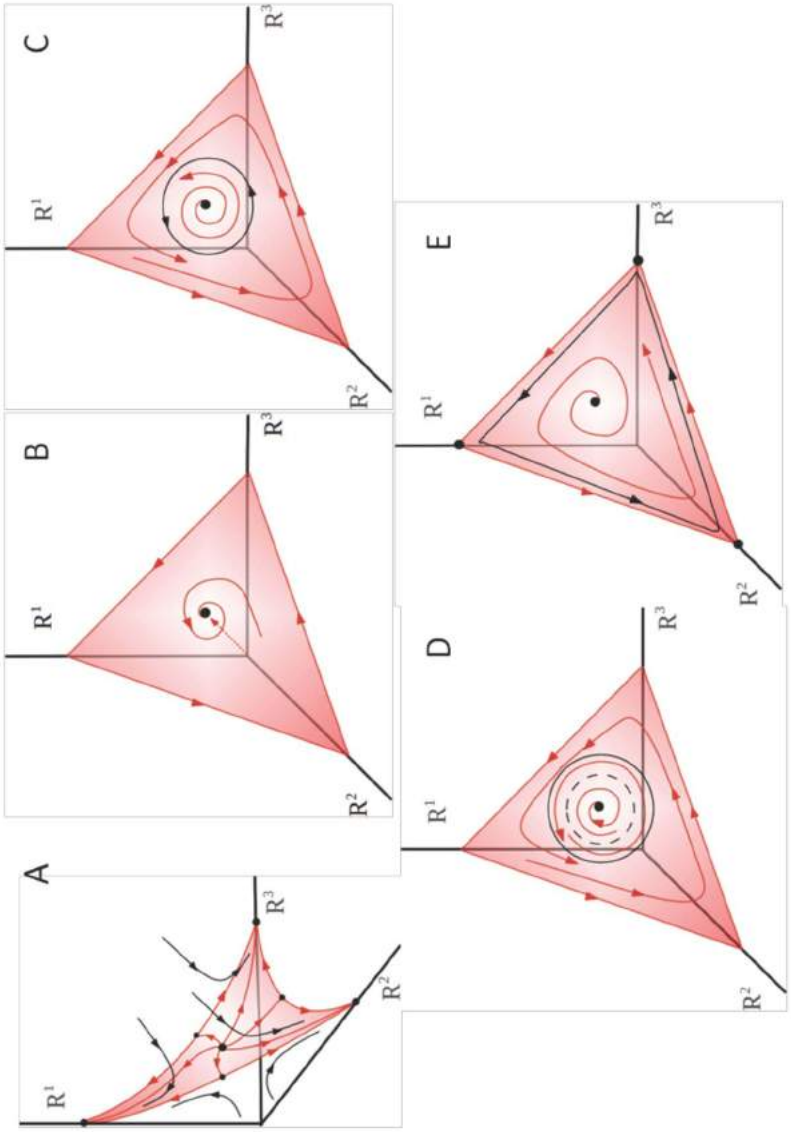
ODOR ENCODING BY WLC NETWORK

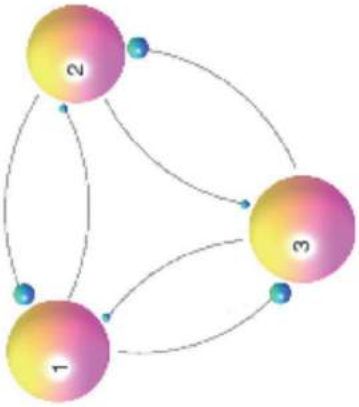


Rabinovich et al., PRL 2001; SCIENCE 2008

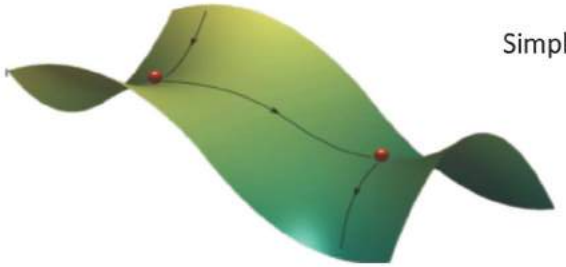
© *М. Рабинович, П. Варона*

Winnerless Competition is the dynamical origin of a stable heteroclinic chain – sequence of metastable states

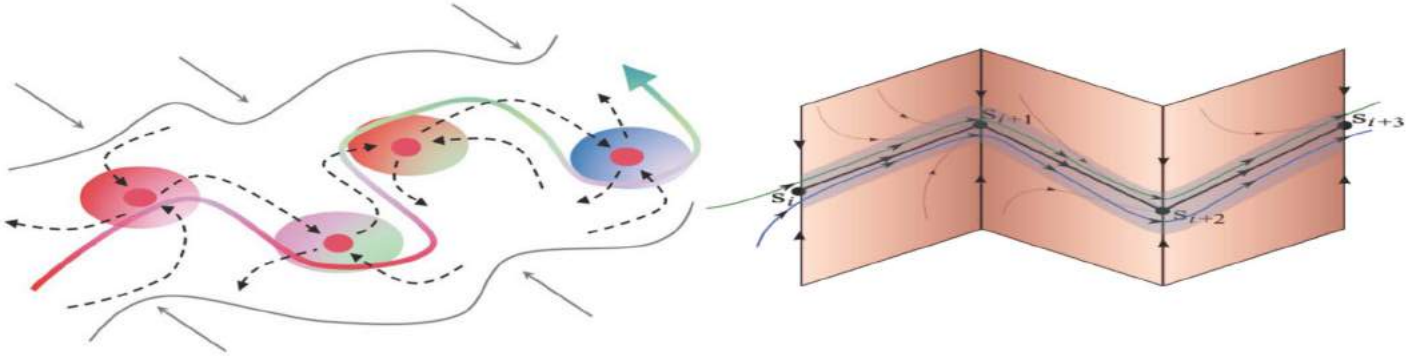




COGNITIVE DYNAMICS ARE COMPETITIVE AND TRANSIENT —
Stable Heteroclinic Channel



Simple Heteroclinic Chain – Landscape Metaphor



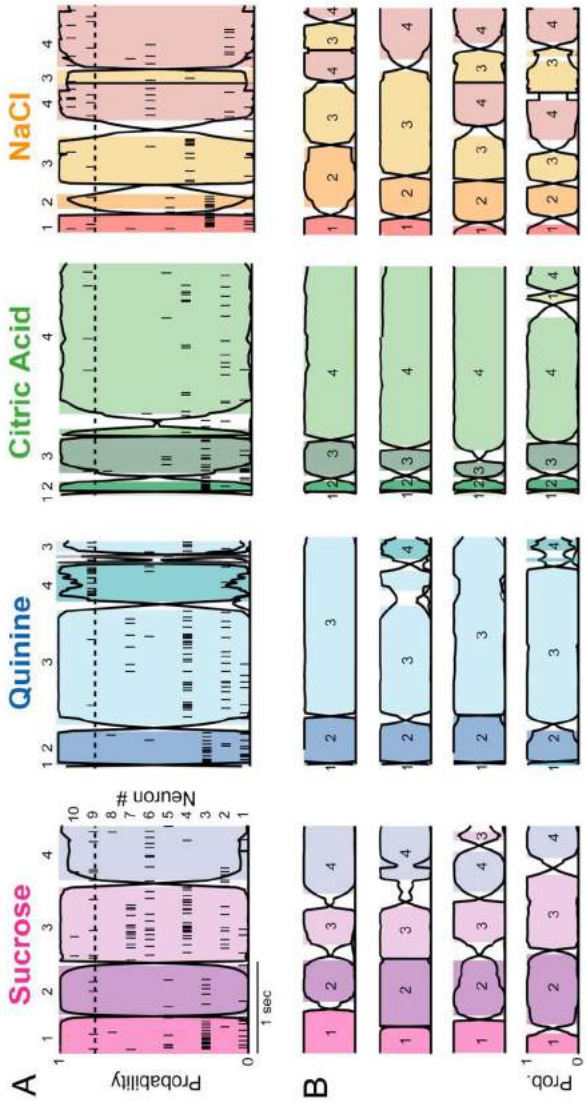
A set of dissipative saddles that are sequentially connected by unstable separatrices. The stability of a channel means that trajectories in the channel do not leave it until the end of the channel is reached.

Afraimovich et al., *Chaos*, 2004; Rabinovich et al., *SCIENCE* 2008

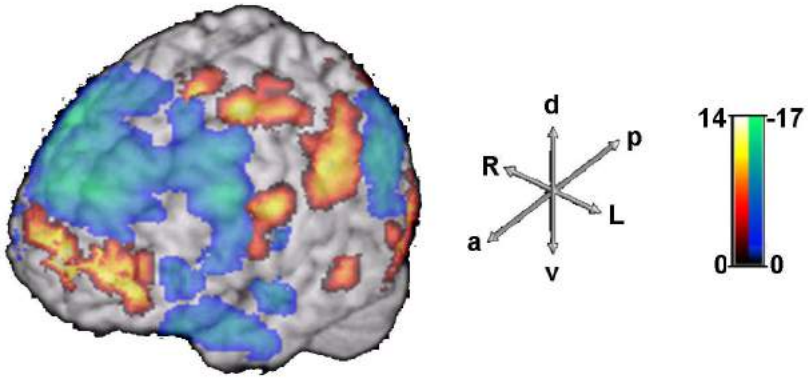
TASTES ENCODING BY TRANSIENT ENVELOPE DYNAMICS

A. Stimulus-specific sequences in GC for 4 different tastes ;

B. The sequences of metastable states are reproducible in spite of the irregularity in their switching times *(Jones et al PNAS 2007)*.

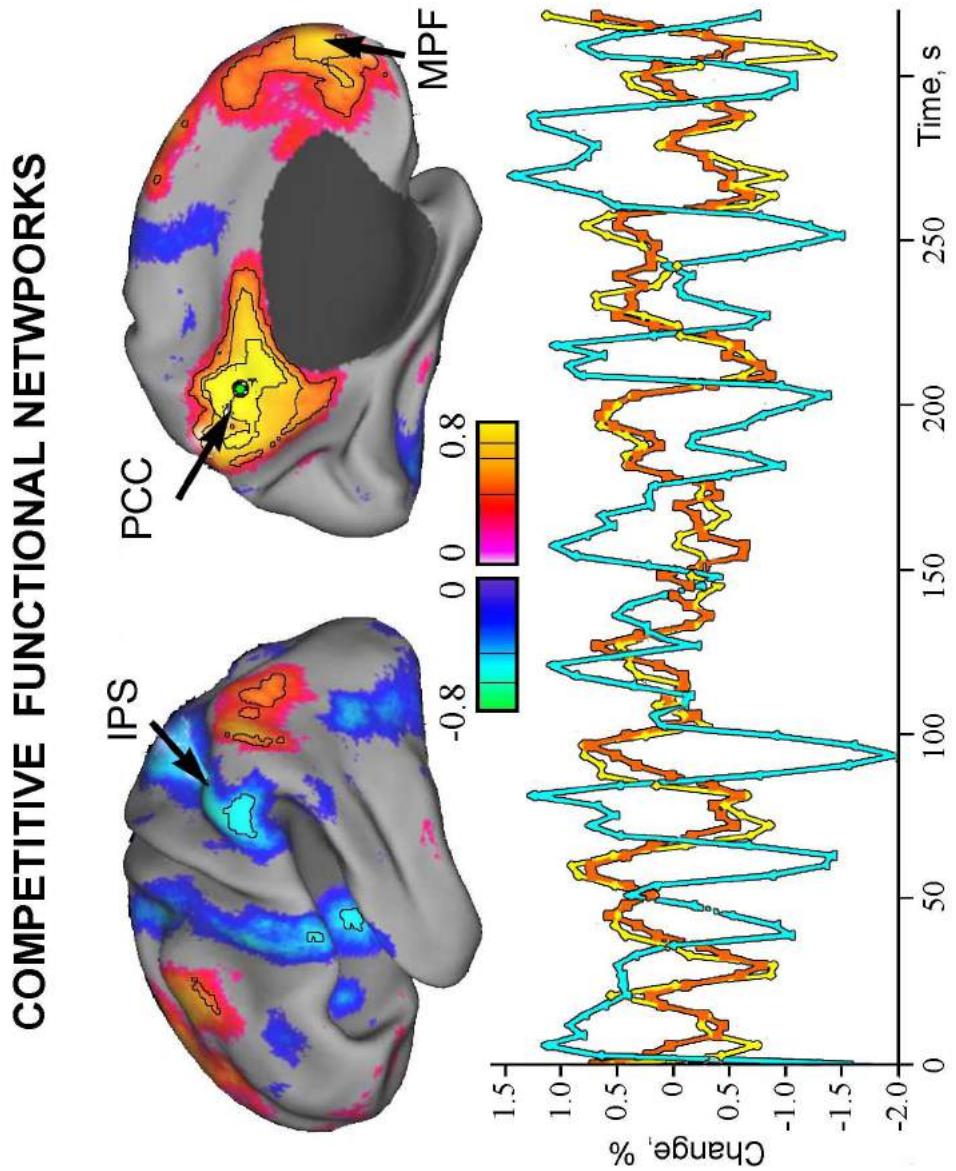


Jazz musician in an fMRI scanner



Limb CJ, Braun AR (2008) PLoS ONE 3:e1679

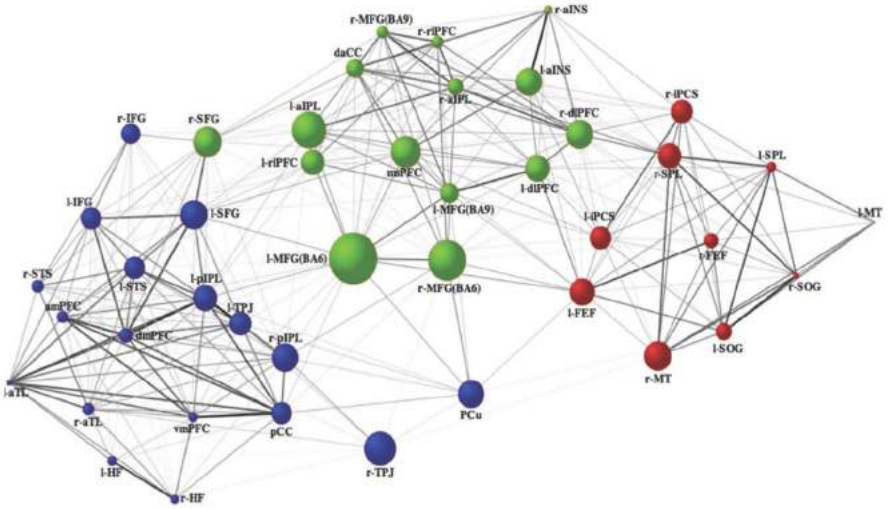
fMRI predicts mental states from local patterns of blood oxygen-level-dependent (BOLD) signal across voxels



Fox et al., PNAS, 2005; see also Yuste & Fairhall "Temporal dynamics in fMRI resting state activity", PNAS, 2015

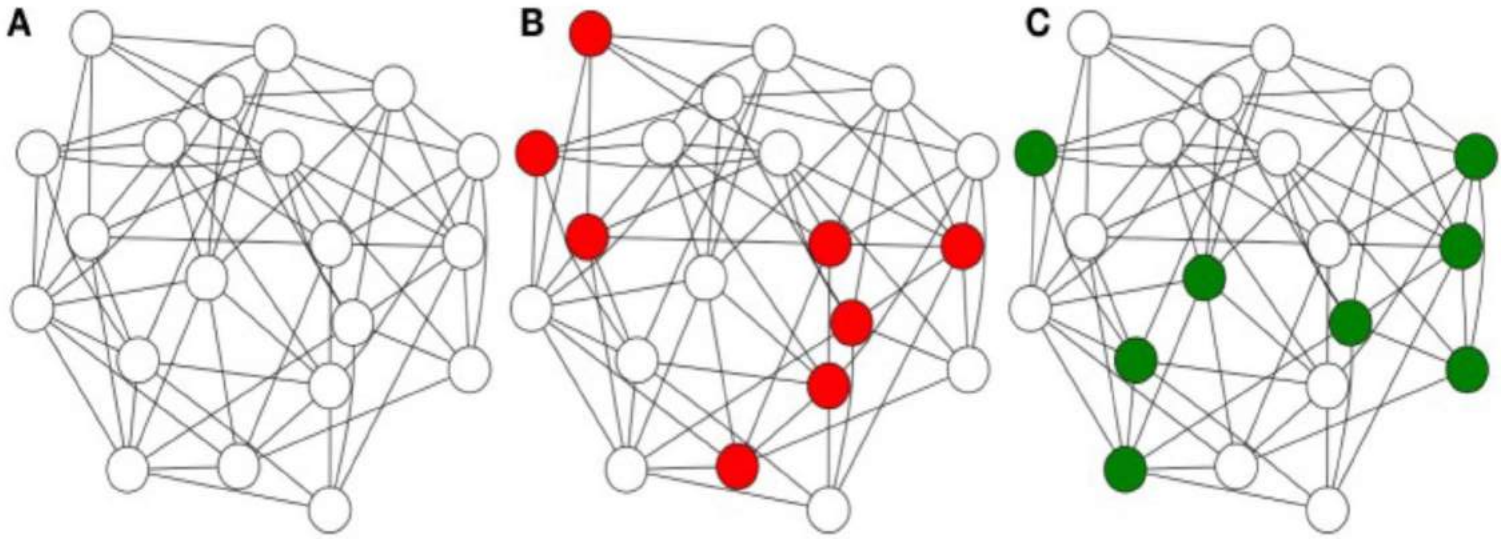
COGNITION RESULTS FROM DYNAMIC INTERACTIONS OF DISTRIBUTED BRAIN AREAS

Specialized global brain network interaction

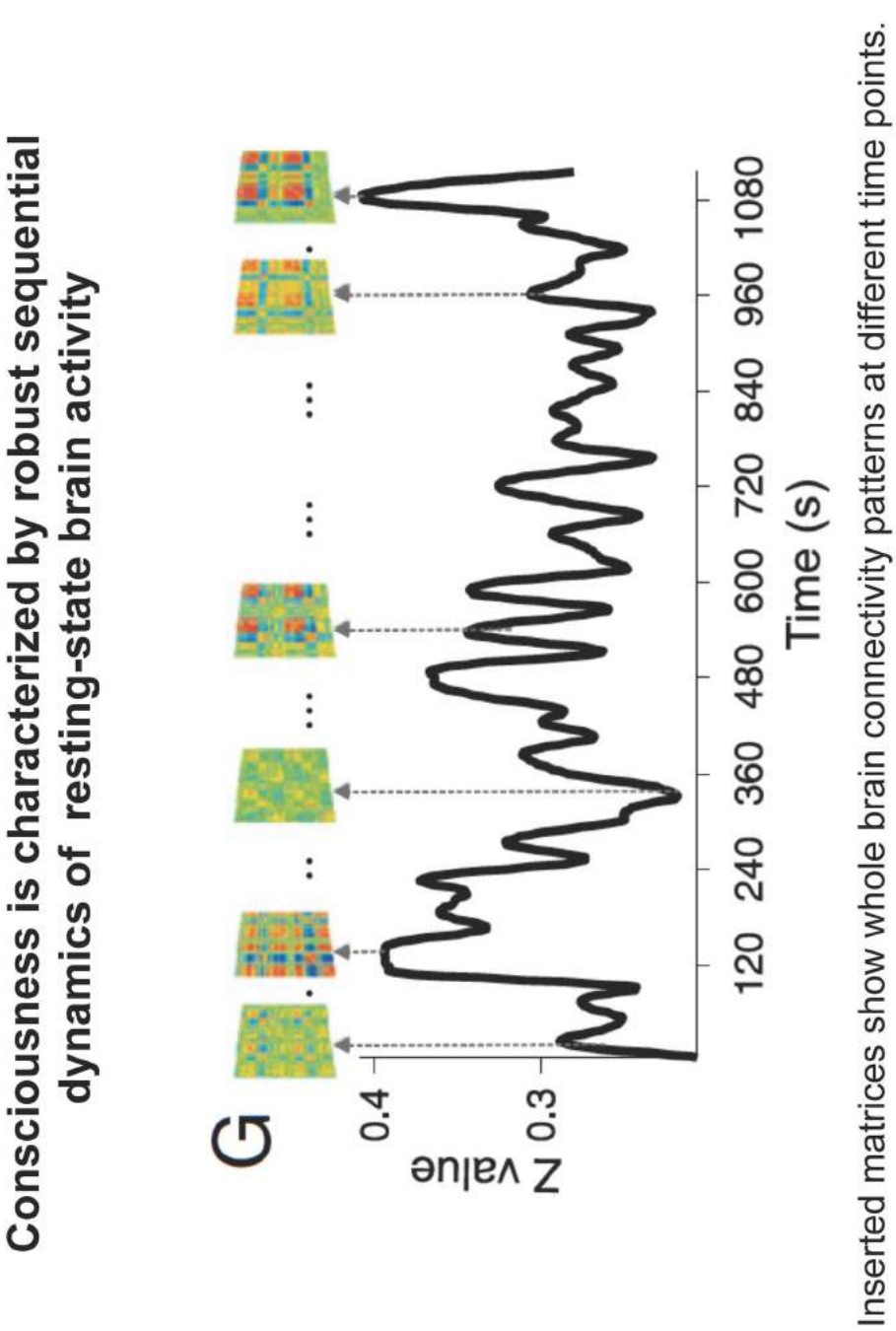


The ‘dreaming-creativity’ – the default network and attention-control networks connections; interregional pairwise connectivity graph within and between the default (blue), dorsal attention (red), and frontoparietal control (green) networks are shown. (see Spreng et al., 2013 *J. Cogn. Neurosci.* 25: 74–86).

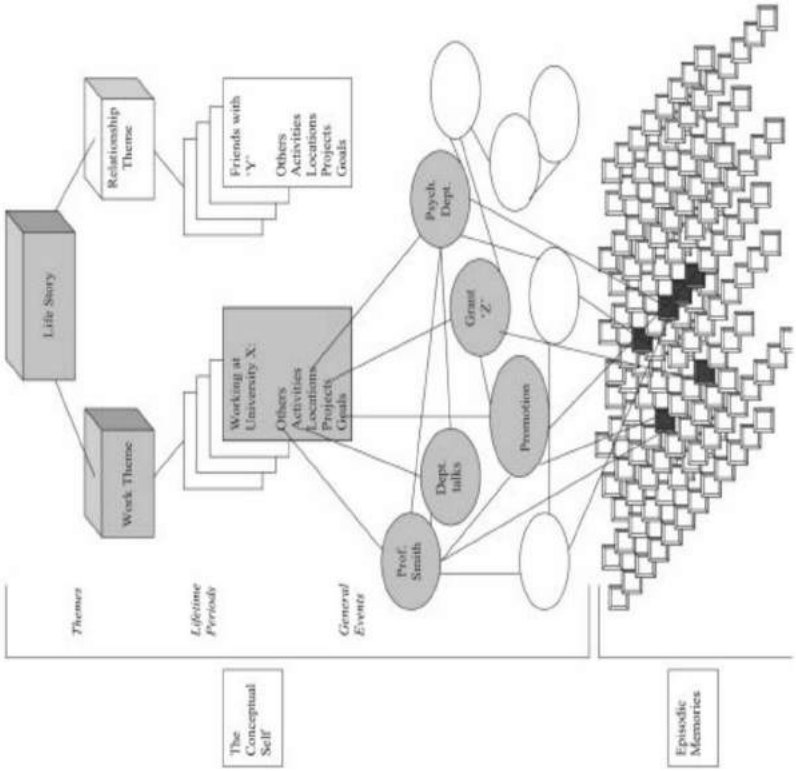
SPATIOTEMPORAL CODE FOR INFORMATION PROCESSING IN THE BRAIN



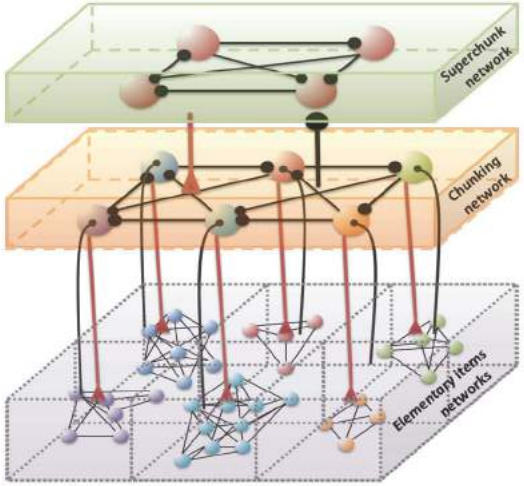
Colored nodes form different modes of functional network that are sequentially switching


Consciousness is characterized by robust sequential dynamics of resting-state brain activity
G
Z value
0.4
0.3
120 240 360 480 600 720 840 960 1080
Time (s)
Inserted matrices show whole brain connectivity patterns at different time points.
Barttfeld et al., 2015. Signature of consciousness, PNAS 112, #3

Hierarchical Architecture of Autobiographic Memory. Chunks



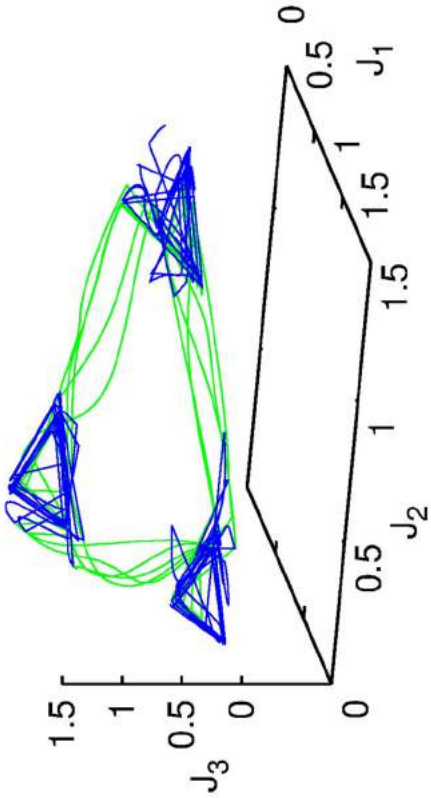
Three Levels Hierarchy of an Autobiographic Memory: Chunk Networks



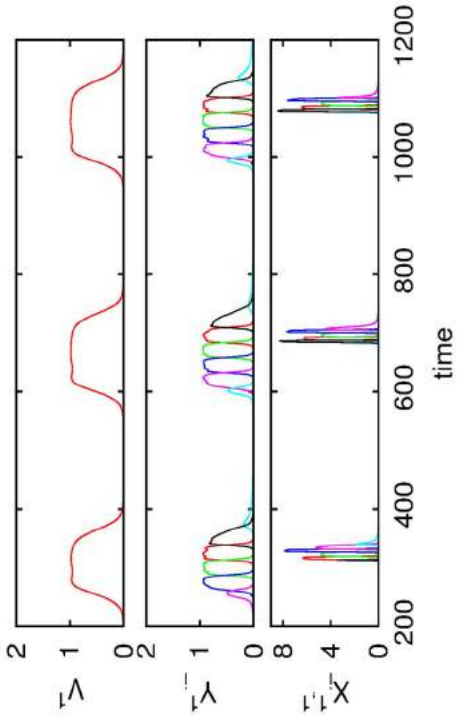
Each level of chunking (grouping) is described by its own equations connected with other levels of hierarchy

M.I. Rabinovich, P. Varona, I. Tristan, V.S. Afraimovich. Chunking dynamics: heteroclinics in mind. *Frontiers in Computational Neuroscience* 8: 22, 2014.

CHUNKING DYNAMICS

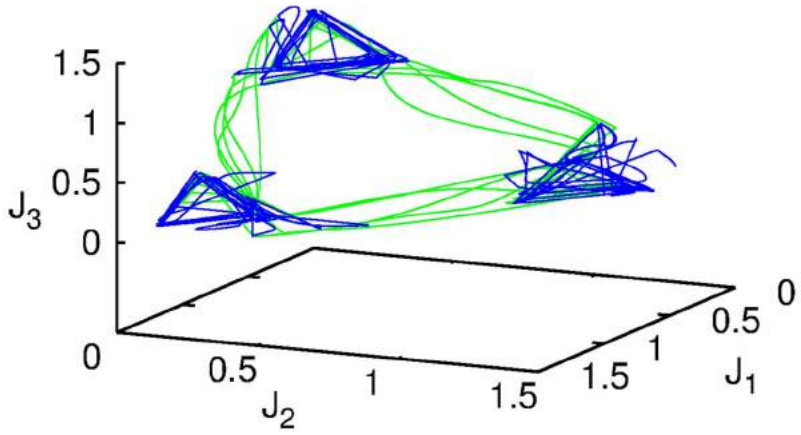


The projection of a nine-dimensional phase portrait of two-levels chunking dynamics in the space of three-dimensional auxiliary variables

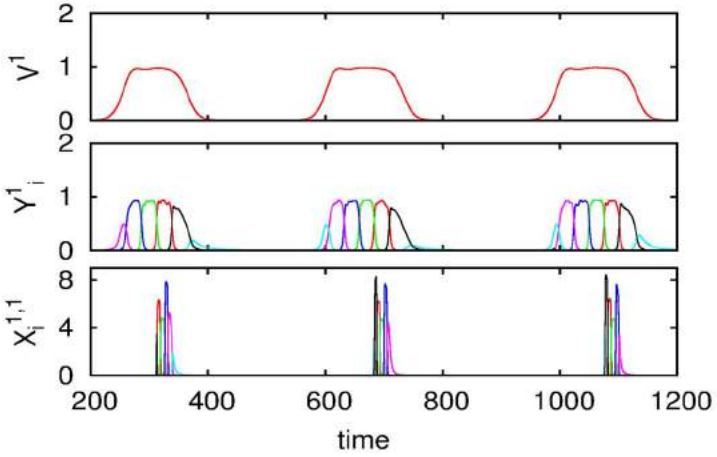


Temporal hierarchy of chunking-superchunking dynamics: time series of the sequences of the three-level hierarchy - 108 items grouped in 18 chunks of 6 items; these chunks form 3 superchunks of 6 elements each displaying reproducible dynamics

CHUNKING DYNAMICS

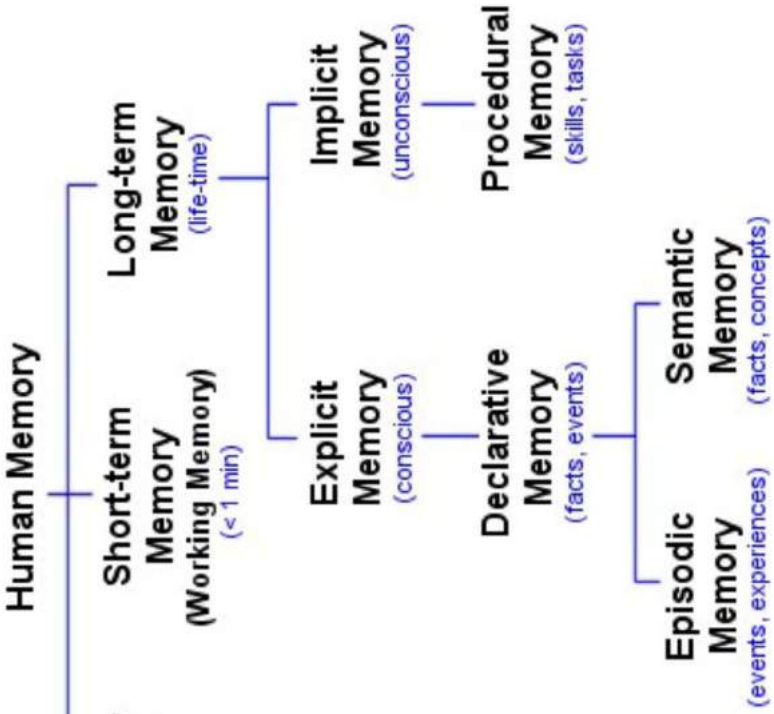


The projection of a nine-dimensional phase portrait of two-levels chunking dynamics in the space of three-dimensional auxiliary variables



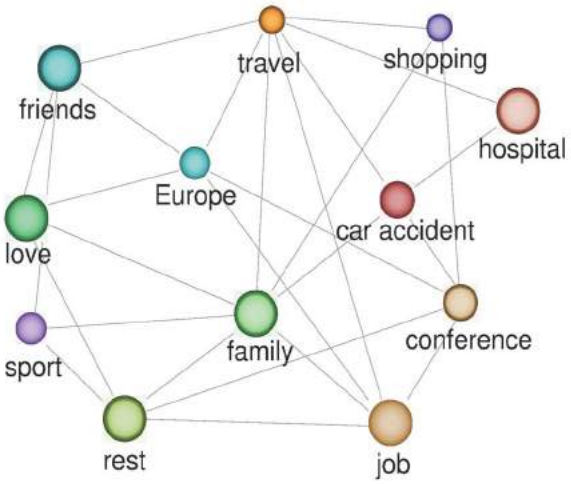
Temporal hierarchy of chunking-superchunking dynamics: time series of the sequences of the three-level hierarchy - 108 items grouped in 18 chunks of 6 items; these chunks form 3 superchunks of 6 elements each displaying reproducible dynamics

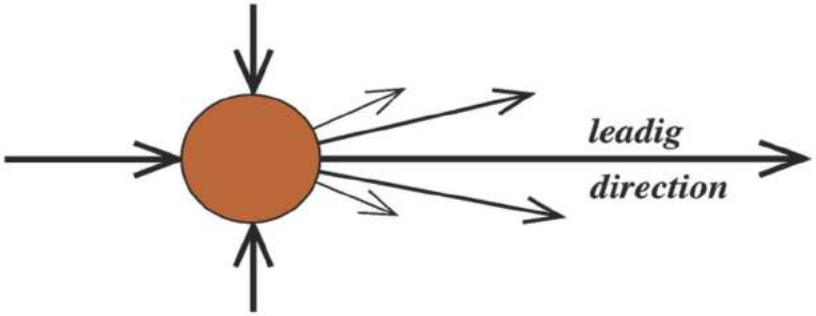
DIFFERENT MEMORY –DIFFERENT RETRIVIAL DYNAMICS



Semantic Chunks Instability: Origin of Creativity is a Chaotic Walk

Left panel: conceptual network of topic-chunks in the cognitive semantic space.
Right panel: metastable state with a multi dimensional unstable separatrix in the phase space of chunk dynamics.



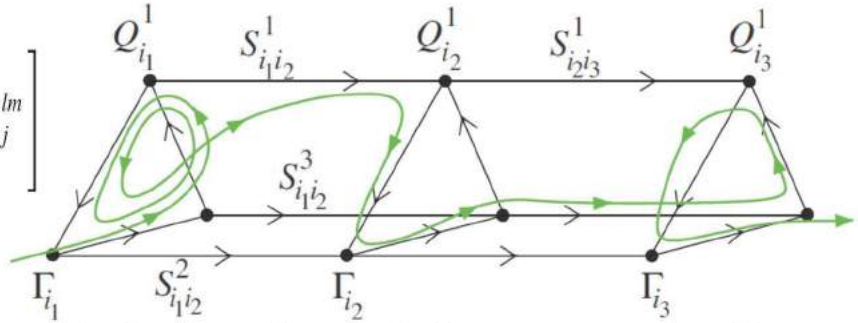


Binding dynamics

Figure skater has to coordinate:

- ***Skate details***
- ***Music***
- ***Personal emotions***

$$\tau_i \dot{X}_i^{lm} = X_i^{lm}\left[\sigma_i^m - \sum_{j=1}^{N_{events}} \rho_{ij}^m X_j^{lm} - \sum_{j=1}^{N_{events}} \sum_{m=1}^{M} \xi_{ij}^m X_j^{lm}\right]$$

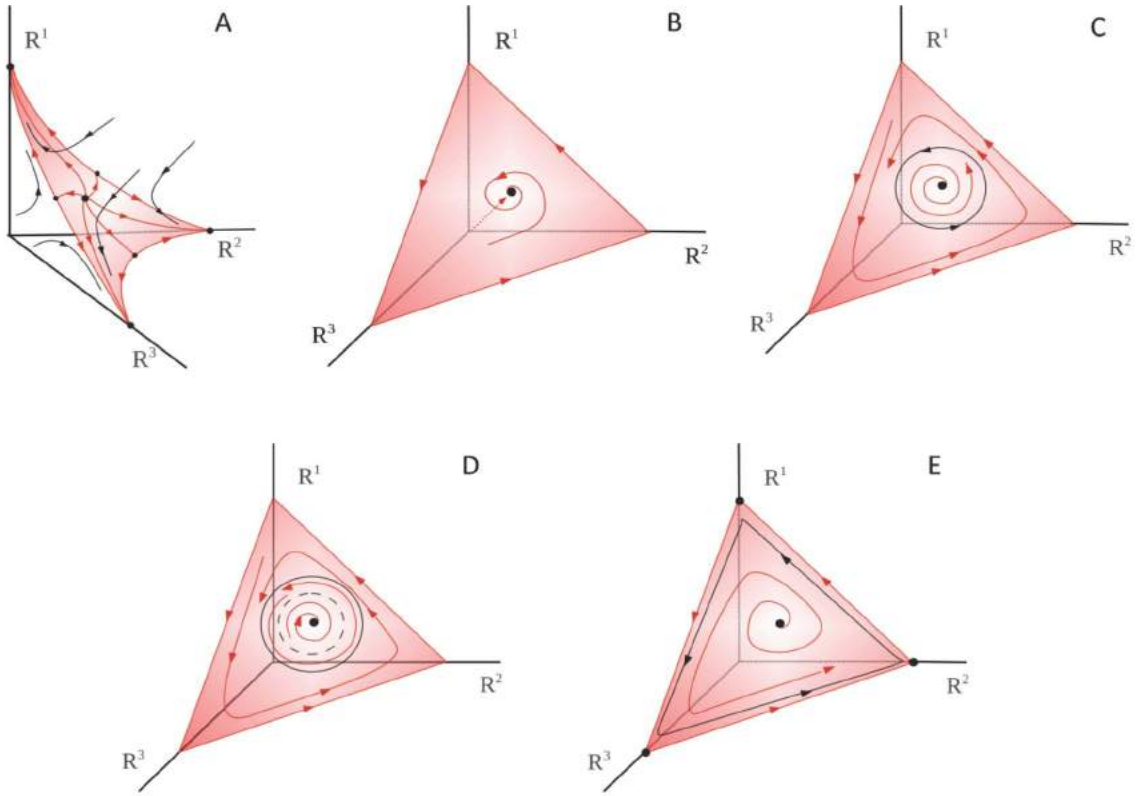


Hierarchical channel and a trajectory corresponding to the three-modality binding (Rabinovich et al., 2010)

Attention sharing

Sharing between voluntary (goal driven) and automatic attention

Cross-Modality Attention Sharing Regimes



Rabinovich, Tristan, Varona *Neuroscience and Biobehavioral Reviews* 55: 18–35, 2015.
Rabinovich, Tristan, Varona. *PLoS ONE* 8(5): e64406, 2013.

Principal components – mode's dynamics
The model does not depend on the specific informational content

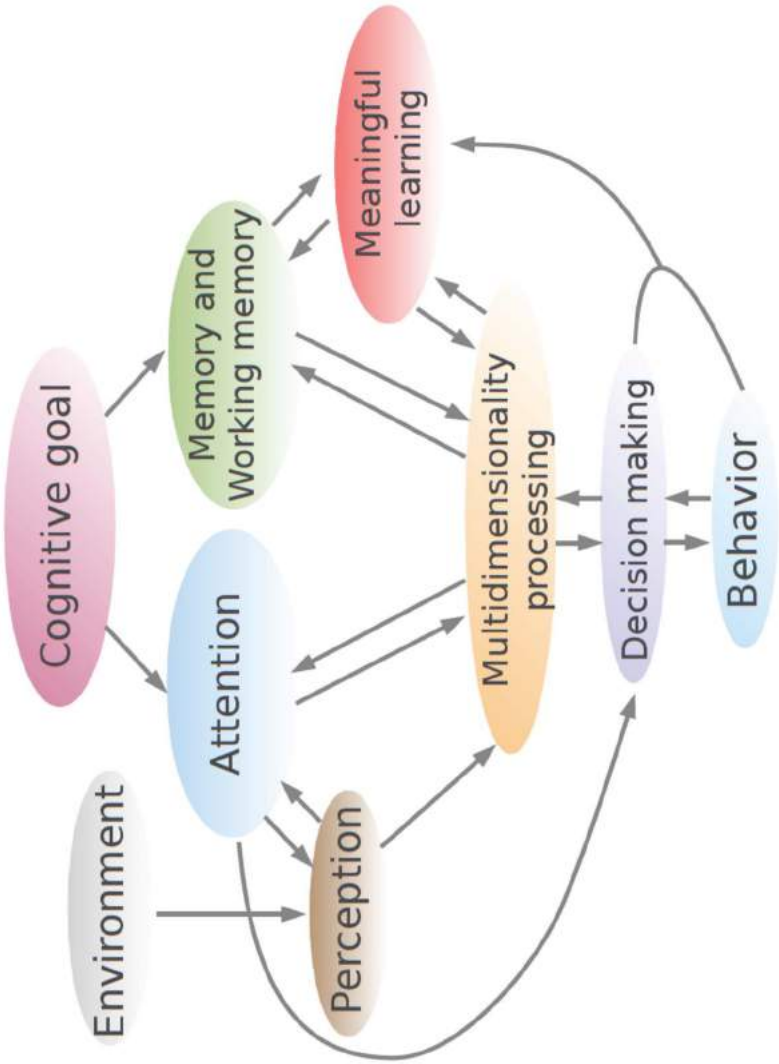
$$R(l,t)=\sum_{m=1}^{M} P^{m}\ (l,t)$$

$$\frac{dP^{m}}{dt} = P^{m}\ (l,t)\cdot\left[\tilde{\gamma}^{m} - \sum_{k=1}^{M}\tilde{\varsigma}^{mk} P^{k}\ (l,t)\right],$$

$P^m(l,t)=R^m(t)Q^m(l)$ is the m-th spatio-temporal mode that depends on time and is based on the set of discrete coordinates in the brain space (voxels coordinates), $R^m(t)$ represents the temporal evolution of the m–th mode whose temporal structure is represented by $Q^m(l)$, the projection function of the m-th mode, and M is the number of modes.

DECSION MAKING:

Cognitive modes interaction

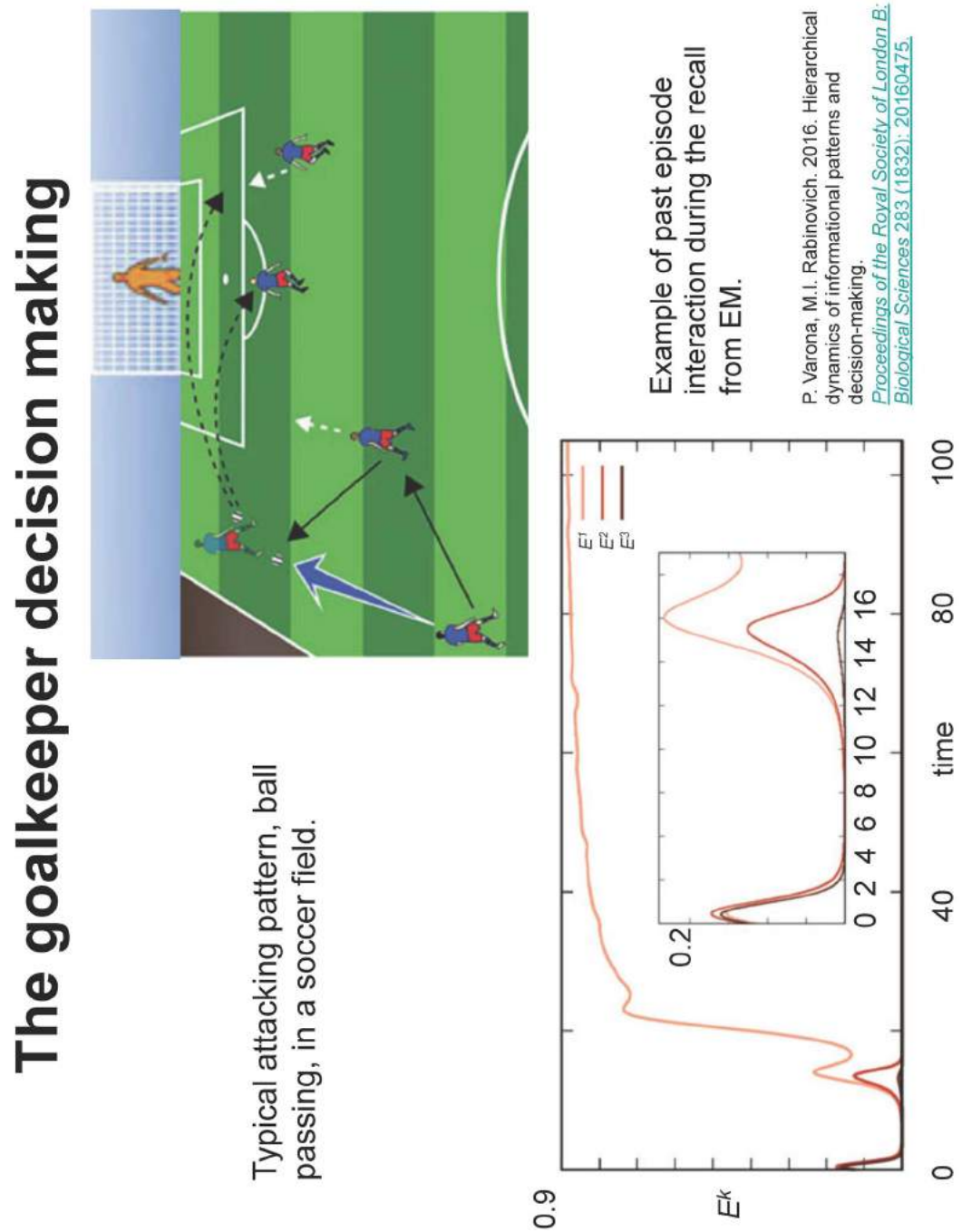


Episodic Memory Dynamics – Traveling in Time

- *Traveling in the Past* – Association with episodes: The successful retrieval of memory depends on a match between encoding information and retrieval cue

- *Traveling in the Future* – Future steps in the present are predicted by the similar experience in the past

- *When remembering the past* - or envisioning the future - events often come to mind in organized sequences or stories rather than in isolation from one another


The goalkeeper decision making
Typical attacking pattern, ball passing, in a soccer field.
Example of past episode interaction during the recall from EM.
P. Varona, M.I. Rabinovich. 2016. Hierarchical dynamics of informational patterns and decision-making.
Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences 283 (1832): 20160475.
0.9
E^k
0.2
E^1
E^2
E^3
0 2 4 6 8 10 12 14 16
0
40
time
80
100

Events & Episodes Dynamics

$$\dot{e}_i^0 = e_i^0 \left(\sigma_i^0 - \sum_{j=1}^{N_{events}^0} \rho_{ij}^0 e_j^0 \right)$$

$$\tau_e \dot{e}_i^k = e_i^k \left(\sigma_i^k \cdot E^k - \sum_{j=1}^{N_{events}^k} \rho_{ij}^k e_j^k \right) \qquad k = 1 \ldots N_{episodes}$$

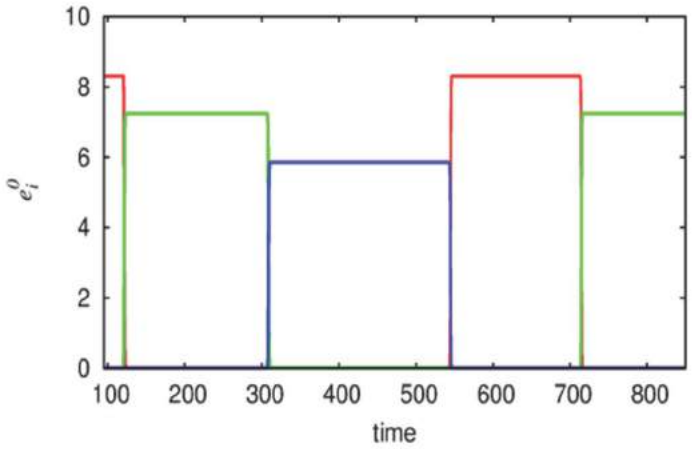
$$\tau_E \dot{E}^k = E^k \left(1 - b \sum_{i=1}^{N_{events}^k} e_i^k - Z^k \right) \qquad k = 1 \ldots N_{episodes}$$

$$\theta \dot{Z}^k = \sum_{l=1}^{N_{episodes}} \xi^{kl} E^l - Z^k + \sum_{l \neq k}^{N_{episodes}} \sum_{i=1}^{N_{events}^0} \beta^l e_i^0 e_i^l \qquad k = 1 \ldots N_{episodes}$$

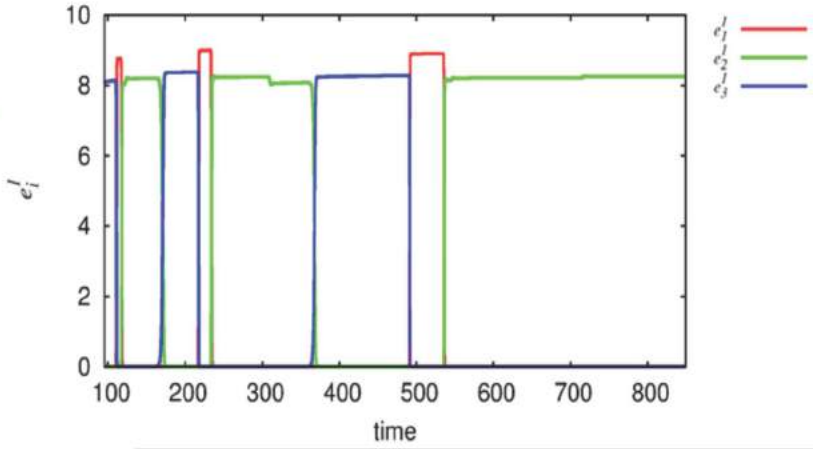
Varona & Rabinovich, *Proc. Royal Soc.* 2016

©*М. Рабинович, П. Варона*

Computational results of Action-Based Decision-Making



Time series of the event dynamics for the non-finished present episode (eq. (3)).



Event dynamics for the winning episode from the episodic memory.

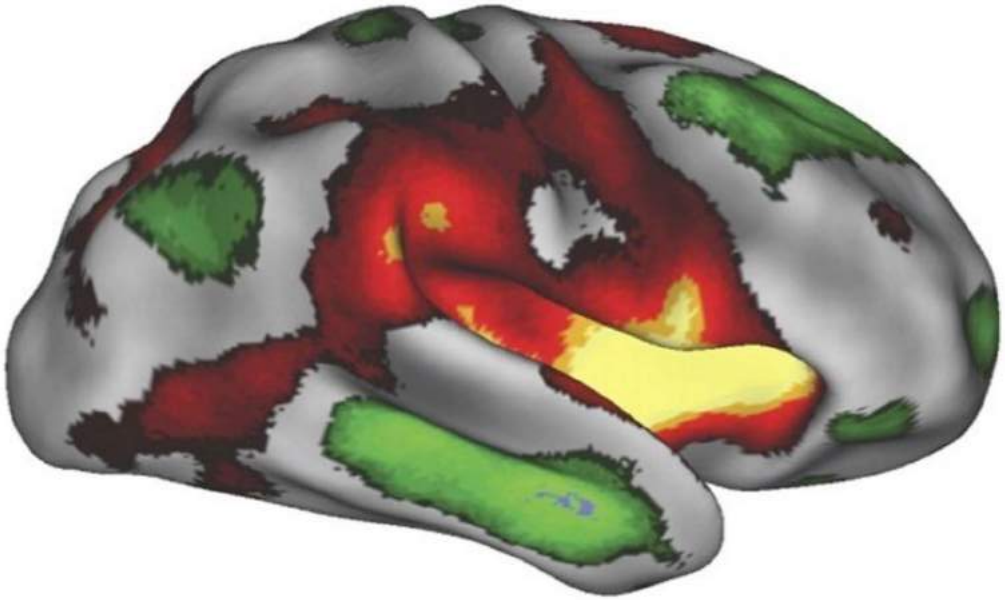
Creativity

is a self-generation of new thoughts, melody and other patterns characterized by a finite value of information

- Interaction between default modes network, autobiographical memory network and emotion: model of complex WLC networks with sequential dynamics

- Two mechanisms of new pattern generation:
  (i) changing the architecture of global networks when new connections appear; the new network demonstrate new patterns or engrams, and
  (ii) a pure dynamical mechanism related to an “a-ha” bifurcation in mental phase space when the dynamics of one mental network modulate the dynamics of another one. As a result in phase space new metastable states appear. New mental network based on them is a mathematical image of creativity

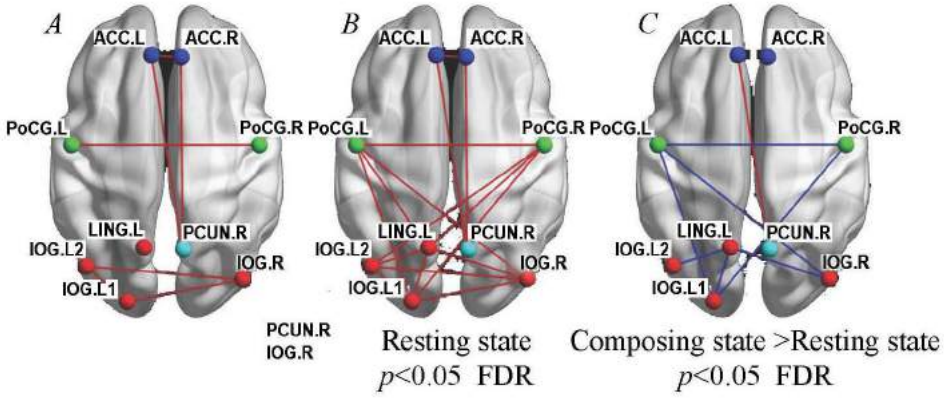
CREATIVITY NETWORKS



Green = The Executive Attention Network; Red = The Imagination Network; Yellow = The Salience Network. (*National Academy of Sciences*)

Goal dependent reorganization of functional networks

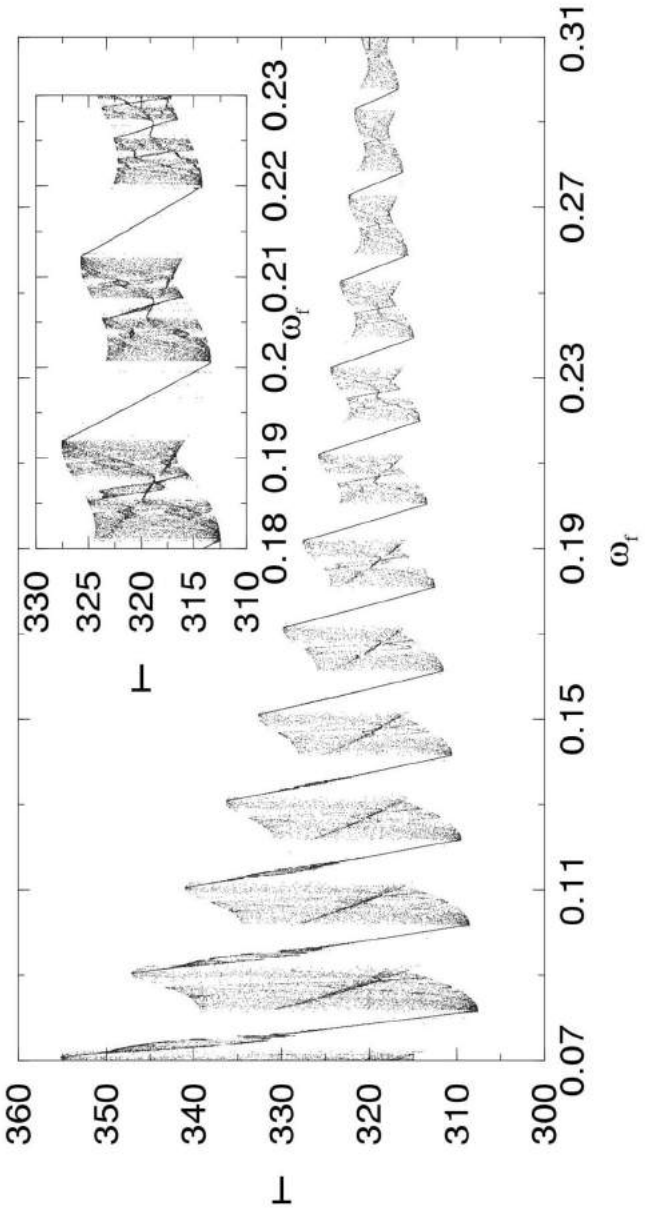
The specific brain state of musical creation is formed when professional composers are composing, in which the integration of the primary visual and motor areas is not necessary. Instead, the neurons of these areas are recruited to enhance the functional connectivity between the anterior cingulate cortex (ACC) and the default mode network (DMN) to plan the integration of musical notes with emotion.



'**A**' and '**B**' show the layout of nodes and undirected edges of networks during different states, respectively. '**C**' shows the different functional connectivity between the composing state and the resting state. The functional connectivity between visual and motor areas in primary networks has decreased (blue lines), whereas the functional connectivity between the ACC and the DMN increased (red line) in the composing state.

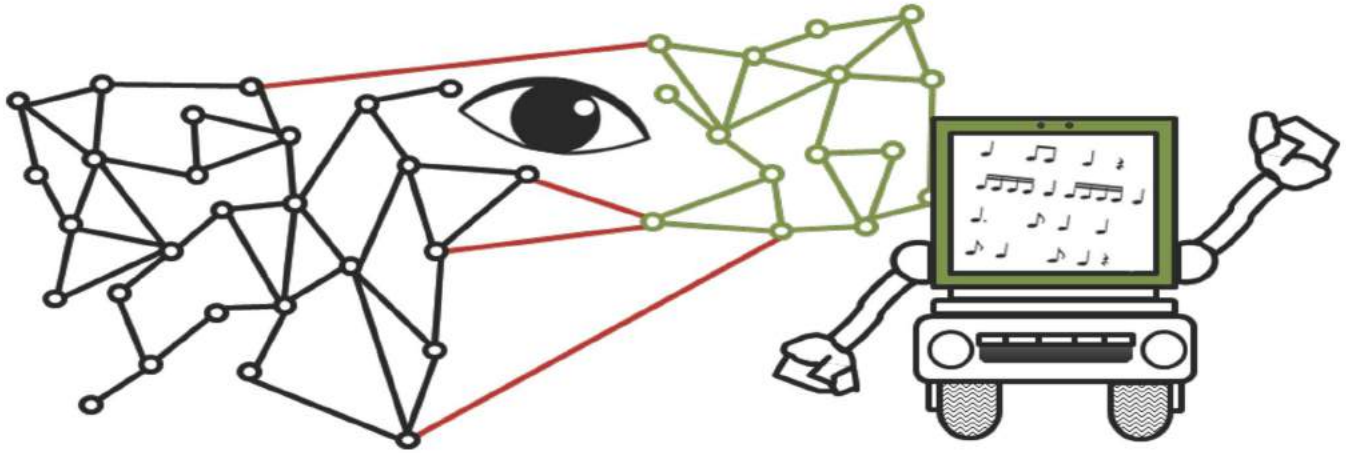
Lu et al., 2015, The Brain Functional State of Music Creation: an fMRI Study of Composers. Scientific **Reports** | 5:12277

New informational patterns generation by rhythmic modulation of WLC activity



Rabinovich et al., PRL 2006

Sharing of Functions Between Partners: robot is keeping autobiographic memory & human performs consciousness functions



Cartoon architecture of joint human-robot brain networks. Human subnetworks are represented in black, robot subnetworks are represented in green.

Rabinovich & Varona, *Frontiers in Neuroscience- Neuroprostetic*, 2016 (subm.)

HIERARCHICAL DYNAMICS OF MUSIC IMPROVISATION

$$\tau_i \dot{X}_i^{lm} = X_i^{lm}\left(\sigma_i^m(1+e_i^l) - \sum_{j=1}^{N_{events}} \rho_{ij}^{lm} X_j^{lm} - \sum_{j=1}^{N_{events}} \sum_{k=1}^{M} \xi_{ij}^{lmk}(1+e_i^l) X_j^{lk}\right)$$

memory retrieving and binding

$$\tau \dot{Y}^l = Y^l\left(1 - b\sum_{j=1}^{N_{events}} \sum_{m=1}^{M} X_j^{lm} - Z^l\right)$$

chunking

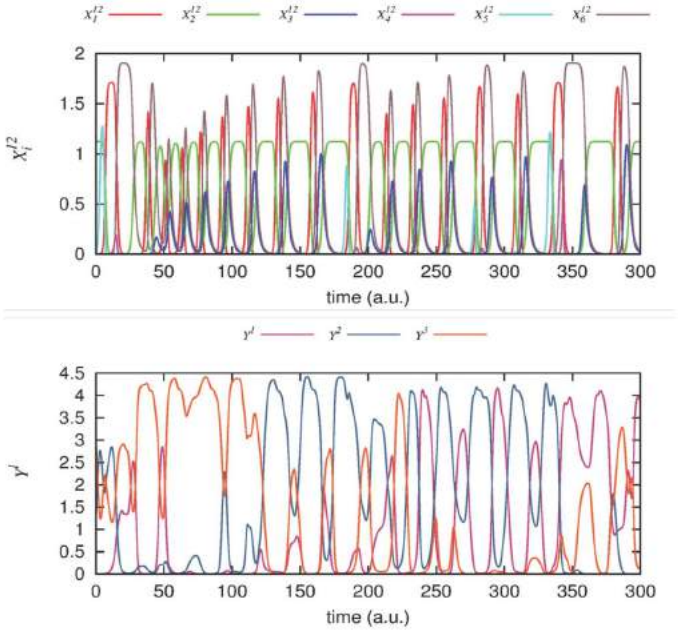
$$\nu \dot{Z}^l = \sum_{l=1}^{N_{episodes}} \zeta_l Y^l - Z^l + \sum_{j=1}^{N_{events}} \mu_j e_j^l$$

$$\dot{e}_i^l = e_i^l\left(\eta_i^l(X_i^{l2}) - \sum_{j=1}^{N_{events}} \theta_{ij}^l e_j^l - \sum_{j=1}^{N_{events}} \sum_{k=1}^{L} \alpha_j^{lk} e_j^k\right)$$

emotion-attention control

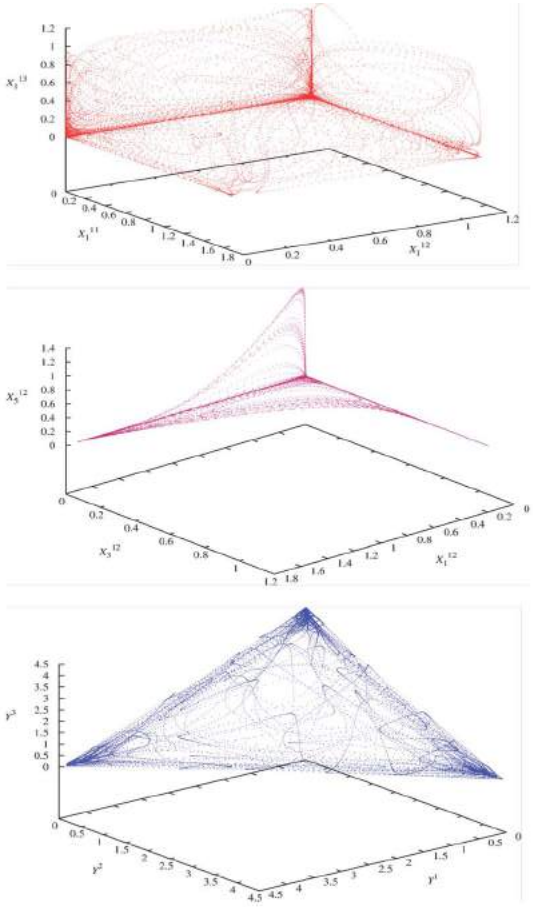
Emotion is a cultural and psychobiological adaptation mechanism which allows each individual to react flexibly and dynamically to environmental contingencies

Modeling results

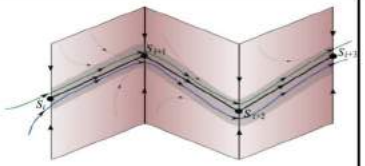
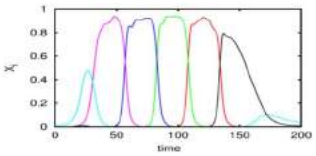
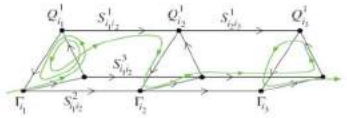
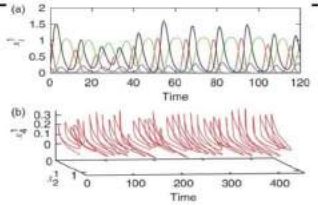
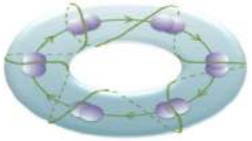
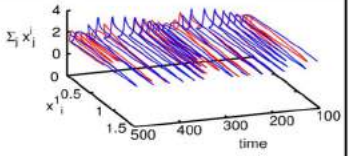
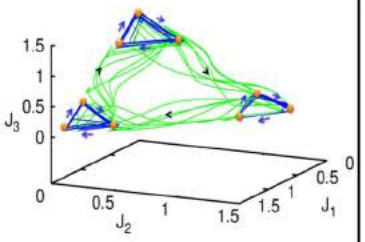
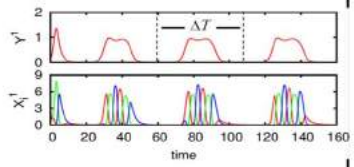


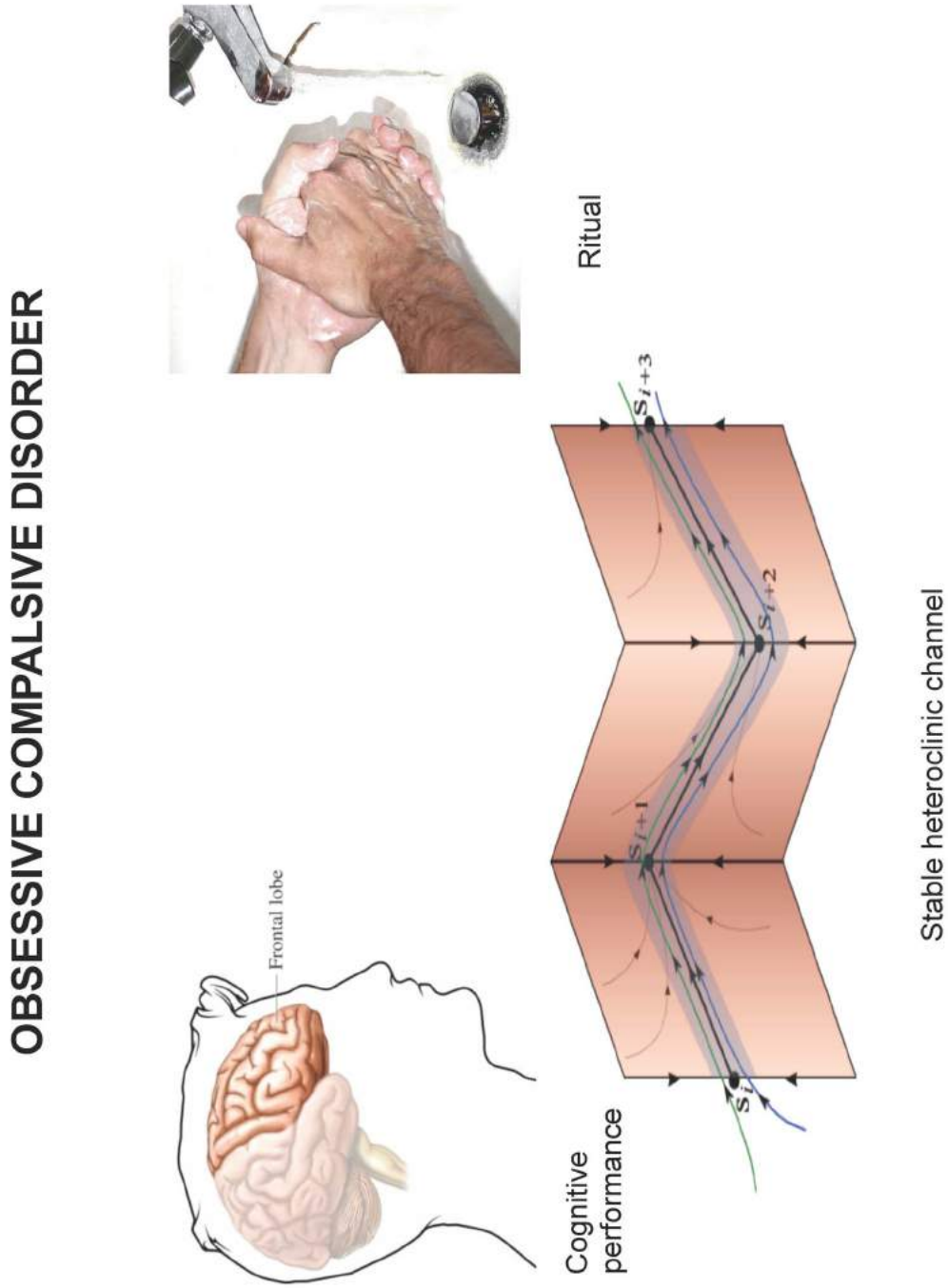
Upper panel: Example of the event dynamics –sequential time series– corresponding to the rhythm modality X_i^{12}; each musical unit (event) is represented by a different color. Lower panel: associated time series for three competitive episodes Y^l (*l*=1,2,3), displayed in different colors presented by a different color. Lower panel: associated time series for three competitive episodes Y^l (*l*=1,2,3), displayed in different colors. Kolmogorov-Sinai entropy $K = \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i$ for system (1-4) gives the value *K*=0.045, which is a quantitative measure of the creativity level.

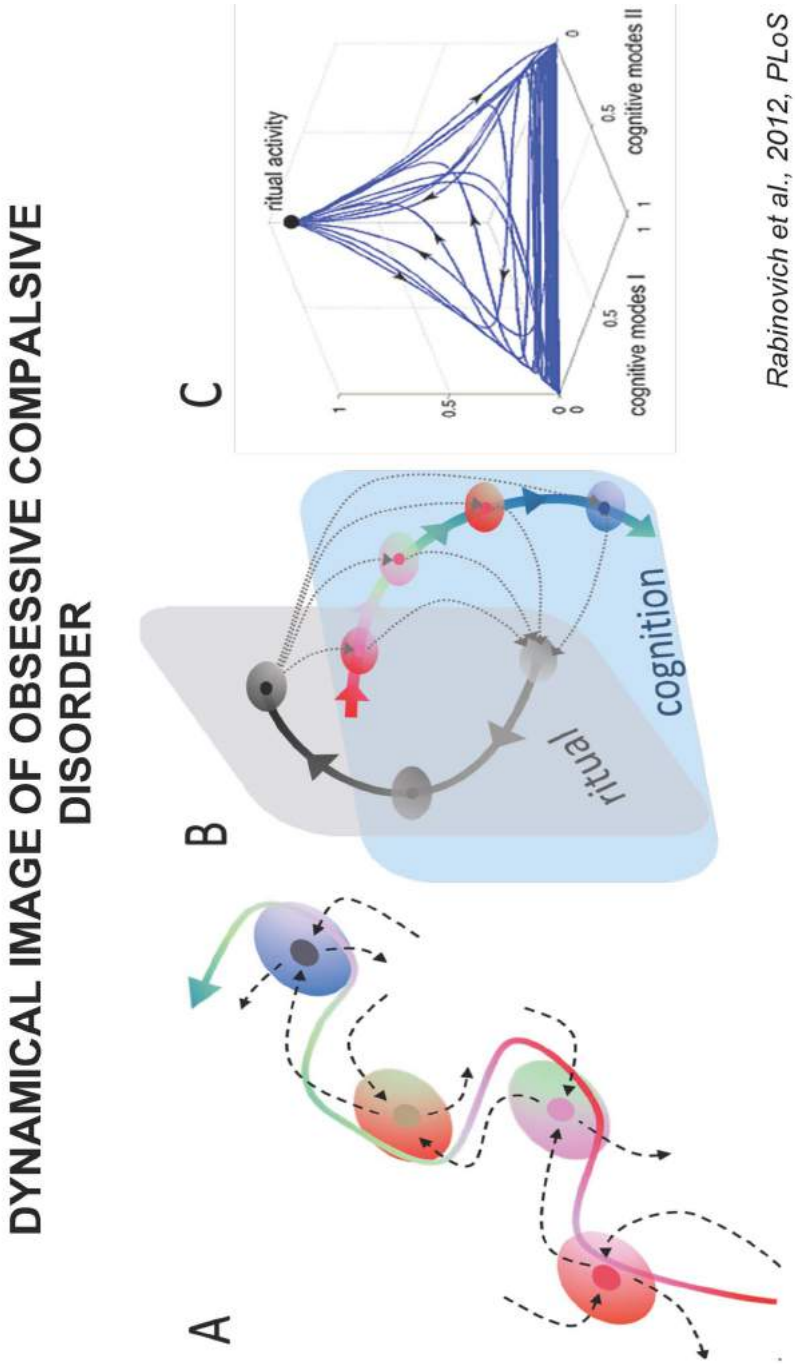
Phase Portraits



Upper panel: phase portrait trajectory of corresponding units from different modalities X_1^{1m}. Middle panel: phase portrait trajectory for odd units in the second modality. Bottom panel: episode phase portrait.

Phenomenon	Network formalism*	Phase portrait	Time series
Sequential heteroclinic switching	$\dot{X}_i = X_i\left(\sigma_i - \sum_{j=1}^{N} \rho_{ij} X_j\right)$		
Sequential heteroclinic binding and information flow	$\dot{X}_i^l = X_i^l\left(\sigma_i^l - \sum_{j=1}^{N} \rho_{ij}^l X_j^l - \sum_{m=1}^{L}\sum_{j=1}^{N} \xi_{ij}^{lm} X_j^m\right)$		
Heteroclinic cooperation	$\tau_i^m \dot{X}_i^m = X_i^m \cdot \left[\sigma_i^m - \sum_{j=1}^{K^m} \rho_{ij}^m X_j^m + \sum_{k=1}^{M}\sum_{j=1}^{K^m} \xi_{ij}^{mk} X_j^k\right]$		
Hierarchical chunking memory and learning	$\dot{X}_i^k = X_i^k\left(\sigma_i^k \cdot Y^k - \sum_{j}^{N^k} \rho_{ij}^k X_j^k\right)$ $\tau\, \dot{Y}^k = Y^k\left(\left(1 - \beta \sum_{i}^{N^k} X_i^k\right) - Z^k\right)$ $\theta\, \dot{Z}^k = \sum_{m}^{M} \xi^{km} Y^m - Z^k$		


OBSESSIVE COMPALSIVE DISORDER
Frontal lobe
Cognitive performance
Ritual
Stable heteroclinic channel



© *М. Рабинович, П. Варона*

В дополнение к литературе, указанной на слайдах (см.References [1–28]), рекомендуем ознакомиться с недавними публикациями по данному направлению [29–48].

References

1. Rabinovich M.I., Simmons A.N., Varona P. Dynamical bridge between brain and mind. *Trends in Cognitive Sciences.* 2015. Vol. 19(8). Pp. 453–461.
2. Stokes M., Kusunoki M., Sigala N., Nili H., Gaffan D., Duncan J. Dynamic coding for cognitive control in prefrontal cortex. *Neuron*. 2013. Vol.78(2). Pp. 364–375.
3. Rabinovich M, Huerta R, Laurent G. Transient dynamics for neural processing. *Science*. 2008. Vol. 321(5885). Pp. 48–50.
4. Cunningham J.P., Yu B.M. Dimensionality reduction for large-scale neural recordings. *Nature Neuroscience*. 2014. DOI: 10.1038. nn.3776.
5. Rabinovich M., Volkovskii A., Lecanda P., Huerta R., Abarbanel H.D.I.; Laurent G. Dynamical encoding by networks of competing neuron groups: Winnerless competition. *Physical Review Letters*. 2001. Vol. 87(6): 068102.
6. Afraimovich V.S, Zhigulin V.P, Rabinovich M.I. On the origin of reproducible sequential activity in neural circuits. *Chaos*. 2004. Vol. 14(4). Pp. 1123–1129
7. Jones L.M., Fontanini A., Sadacca B.F., Miller P., Katz D. B. Natural stimuli evoke dynamic sequences of states in sensory cortical ensembles. *PNAS*. 2007. Vol. 104(47).
8. Limb C.J., Braun A.R. Neural substrates of spontaneous musical performance: An fMRI study of jazz improvisation. *PLoS ONE*. 2008. 3(2). doi:10.1371/journal.pone.0001679.
9. Fox M.D., Snyder A.Z., Vincent J.L., Corbetta M., Van Essen D.C., Raichle M.E. The human brain is intrinsically organized into dynamic, anticorrelated functional networks. *PNAS*. 2005. Vol. 102. Pp. 9673–9678.
10. Yuste R., Fairhall A.L. Temporal dynamics in fMRI resting state activity. *PNAS*. 2015. Vol. 112(17).
11. Spreng R.N, Sepulcre J., Turner G.R., Stevens W.D., Schacter D.L. Intrinsic architecture underlying the relations among the default, dorsal attention, and frontoparietal control networks of the human brain. *J. Cogn. Neuroscience*. 2013. Vol. 25. Pp. 74–86.
12. Barttfeld P., Uhrig L., Sitt J.D., Sigman M., Jarraya B., Dehaene S. Signature of consciousness in the dynamics of resting-state brain activity. *PNAS*. 2015. Vol. 112(3). Pp. 887–892.
13. Rabinovich M.I., Varona P., Tristan I., Afraimovich V.S. Chunking dynamics: Heteroclinics in mind. *Frontiers in Computational Neuroscience*. 2014. Vol. 8(22).
14. Rabinovich MI, Afraimovich VS, Varona P. Heteroclinic binding. *Dynamical Systems*. 2010. Vol. 25(3). Pp. 433–442.
15. Rabinovich M.I., Muezzinoglu M.K., Strigo I., Bystritsky A. Dynamical principles of emotion-cognition interaction: mathematical images of mental disorders. *PLOS ONE*. 2010. Vol. 5(9): e12547.
16. Rabinovich M.I., Muezzinoglu M.K. Nonlinear dynamics of the brain: Emotion and cognition. *Physics-Uspekhi*. 2010. Vol. 53(4). Pp. 357–372.
17. Muezzinoglu M.K., Tristan I., Huerta R., Afraimovich V.S., Rabinovich M.I. Transient versus attractors in complex networks. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2010. Vol. 20(6). Pp. 1–23.
18. Muezzinoglu M.K., Vergara A., Huerta R., Rabinovich M.I. A sensor conditioning principle for odor identification. *Sensors and Actuators B-Chemical*. 2010. Vol. 146. Pp. 472–476.

© *М. Рабинович, П. Варона*

19. Bick C., Rabinovich M.I. On the occurrence of stable heteroclinic channels in Lotka-Volterra models. *Dynamical Systems*. 2010. Vol. 25. Pp. 95–110.
20. Rabinovich M.I., Tristan I., Varona P. Hierarchical nonlinear dynamics of human attention. *Neuroscience and Biobehavioral Reviews*. 2015. Vol. 55. Pp. 18–35.
21. Rabinovich M.I., Tristan I., Varona P. Neural dynamics of attentional cross-modality control. *PLOS ONE*. 2013. Vol. 8(5): e64406.
22. Varona P., Rabinovich M.I. Hierarchical dynamics of informational patterns and decision-making. *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*. 2016. Vol. 283 (1832): 20160475. DOI: 10.1098/rspb.2016.0475.
23. Lu J., Yang H., Zhang X., He H., Lu C., Yao D. The brain functional state of music creation: an fMRI study of composers. *Scientific Reports*. 2015. Vol. 5:12277
24. Rabinovich M.I., Huerta R., Afraimovich V.I. Dynamics of sequential decision making. *Phys. Rev Lett.* 2006. Vol. 97(18): 188103.
25. Rabinovich M.I., Huerta R., Varona P. Heteroclinic synchronization: ultrasubharmonic locking. *Phys Rev Lett*. 2006. Vol. 96(1): 014101.
26. Rabinovich M.I., Varona P. Frontiers in neuroscience-neuroprosthetic. 2016 (paper submitted.)
27. Rabinovich M.I., Afraimovich V.S., Bick C., Varona P. Information flow dynamics in the brain. *Physics of Life Reviews*. 2012. Vol. 9(1). Pp. 51–73.
28. Rabinovich M.I., Afraimovich V.S., Bick C., Varona P. Instability, semantic dynamics and modeling brain data. *Physics of Life Reviews*. 2012. Vol. 9(1). Pp. 80–83.
29. Jun Tani. Exploring Robotic Minds: Actions, Symbols, and Consciousness as Self Organizing Dynamic Phenomena. Oxford University Press, 2017.
30. Barron A.B., Klein C. What insects can tell us about the origins of consciousness. *PNAS*. 2016. May 3. Vol. 113, No. 184900-4908.
31. Key B., Arlinghaus R., Browman H.I. Insects cannot tell us anything about subjective experience or the origin of consciousness. *PNAS*. 2016. July 5. Vol.113, No. 27E3813.
32. Koch C., Massimini M., Boly M., Tononi G. Neural correlates of consciousness: Progress and problems. *Nat. Rev. Neurosci*. 2016. Apr. Vol. 17, No. 5, Pp. 307–321.
33. Dehaene S., Consciousness and the Brain: Deciphering How the Brain Codes Our Thoughts. Penguin, 2014.
34. Dehaene S., Charles L., King J.R., Marti S. Toward a computational theory of conscious processing. *Curr. Opin. Neurobiol*. 2014. Vol. 25. Pp. 76-84.
35. Varona P., Rabinovich M.I. Hierarchical dynamics of informational patterns and decision making. *Proc. R. Soc. B*. 2016. Vol. 283. P. 20160475.
36. Beaty R.E., Benedek M., Silvia P.J., Schacter D.L. Creative cognition and brain network Dynamics. *Trends Cogn. Sci*. 2016. Vol. 20, No. 2. Pp. 87–95.
37. Schurger A., Gale S., Gozel Olivia, Blanke Olaf. Performance monitoring for brain-computer-interface actions. *Brain and Cognition*. 2017. Feb. Vol. 111. Pp. 44–50.
38. Sharma Shivani, Babu Nandita. Interplay between creativity, executive function and working memory in middle-aged and older adults. *Creativity Research Journal*. 2017. Vol 29. Pp. 71–77.
39. Silva Rui, Louro Luís, Malheiro Tiago, Erlhagen Wolfram, Bicho Estela. Combining intention and emotional state inference in a dynamic neural field architecture for human-robot joint action. *Adaptive Behavior*. 2016. Vol. 24(5). Pp. 350–372.
40. Beaty R.E., Silvia P.J., Benedek M. Brain networks underlying novel metaphor produc-

© *М. Рабинович, П. Варона*

tion. *Brain and Cognition*. 2017. Vol. 111. Pp. 163–170.

41. First M., Williams J., Karg R., Spitzer R. Structured clinical interview for DSM-5. Research Version. SCID-5 for DSM-5, Research Version (SCID-5-RV). American Psychiatric Association. Arlington, VA, 2015.
42. Rabinovich M.I., Simmons A.N., Varona P. Dynamical bridge between brain and mind. *Trends Cogn. Sci.* 2015. Vol. 19, No. 8. Pp. 453–461.
43. Rabinovich M.I., Sokolov Y., Kozma R. Robust sequential working memory recall in heterogeneous cognitive networks. *Front. Syst. Neurosci*. 2014. Jan. Vol. 8. P. 220.
44. Rabinovich M.I., Varona P. Functional dynamical networks in joint human-robot creativity. *Front. Comput. Neurosci*. 2017 (paper submitted).
45. Barttfeld P., Uhrig L., Sitt J.D., Sigman M., Jarraya B., Dehaene S. Signature of consciousness in the dynamics of resting-state brain activity. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* 2015. Jan. Vol. 112, No. 3. Pp. 887–892.
46. Lu J., Yang H., Zhang X., He H., Luo C., Yao D. The brain functional state of music creation: An fMRI study of composers. *Sci. Rep*. 2015. Jan. Vol. 5. P. 12277.
47. Bajaj S., Adhikari B. M., Friston K. J., Dhamala M. Bridging the gap: Dynamic causal modeling and granger causality analysis of resting state functional magnetic resonance imaging. *Brain Connect*. 2016. Jan. Vol. 6, No. 8. Pp. 652–661.
48. Andrews-Hanna J.R., Smallwood J., Spreng R.N. The default network and self-generated thought: Component processes, dynamic control, and clinical relevance. *Ann. N.Y. Acad. Sci*. 2014. 1316. Pp. 29–52.

Поступила в редакцию 20.02.2017

Михаил Израилевич Рабинович (род. 20 апреля 1941, Горький, Горьковская область, РСФСР) – советский и американский учёный-физик, доктор физико-математических наук, специалист по теории колебаний и волн, динамическому хаосу и теории турбулентности, физике классических нелинейных полей. Пишет стихи. Доктор физ.-мат. наук (1974), профессор (1980), чл.-корр. АН СССР (1991). В 1990 работал в качестве приглашенного профессора в Чикагском университете, с 1991 – профессор Калифорнийского университета в Сан-Диего. Основатель и Президент Международного центра Перспективных Исследований (Нижний Новгород, 1994-2002). С 2004 года живет в США. Область научных интересов – прикладная математика, динамический хаос и теория турбулентности, нелинейная динамика классических полей, нейродинамика и динамика когнитивных процессов. Автор более двухсот научных работ и пяти монографий.

US, UCSD, 9500 Gilman Drive, La Jolla, CA 92093-0328
BioCircuits Institute
E-mail: mrabinovich@gmail.com

Pablo Varona received his degree in Theoretical Physics in 1992 and the PhD in Computer Science in 1997 from Universidad Autonoma de Madrid (UAM). He was a postdoc and later an assistant research scientist at the Institute for Nonlinear Science, University of California, San Diego. Since 2002 he is an associate professor at the Escuela Politecnica Superior, UAM. Among his main research interests are transient dynamics in neural systems, the design of novel activity-dependent stimulation protocols for neuroscience research, and bio-inspired neural networks, robotics and devices.

C Francisco Tomás y Valiente, 11, 28049 Madrid, Spain
Universidad Autónoma de Madrid
E-mail: pablo.varona@uam.es

© *М. Рабинович, П. Варона*

УДК 621.391.01

ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ АВТОГЕНЕРАТОРНОЙ СИСТЕМЕ С ЧАСТОТНО-ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В. П. Пономаренко

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
Россия, 603950 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
E-mail: ponomarenko@vmk.unn.ru

В работе исследуются режимы динамического поведения модифицированной системы с частотно-фазовым управлением, в которой используются двухканальный дискриминатор в цепи фазового управления и многочастотный дискриминатор с периодической нелинейностью в цепи частотного управления. Рассмотрен случай одинаковых фильтров низких частот третьего порядка в цепях управления. Математическая модель исследуемой частотно-фазовой системы представляется нелинейной динамической системой в четырехмерном цилиндрическом фазовом пространстве и характеризуется множеством состояний равновесия. Цель работы состоит в выявлении новых динамических режимов и нелинейных явлений, обусловленных указанной модификацией системы.

При изучении динамики системы интерес представляет рассмотрение режима фазовой синхронизации, являющегося основным рабочим режимом в традиционных приложениях систем с фазовым управлением, и несинхронных режимов, которые служат основными рабочими процессами в новых, нетрадиционных приложениях, связанных с генерацией хаотических колебаний. Решение этих задач выполнено с применением компьютерного моделирования, которое базируется на качественных и численных методах нелинейной динамики. Определены условия синхронизации, выяснено, что в системе может реализоваться множество разнообразных (как периодических, так и хаотических) несинхронных режимов. Численный анализ показал существование в системе качественно новых квазисинхронных и асинхронных режимов, интересных для прикладных задач генерации колебаний с хаотической модуляцией их частоты и фазы.

В процессе численного моделирования проанализированы бифуркации, приводящие к возникновению и исчезновению несинхронных режимов. Обнаружено наличие высокой степени мультистабильности несинхронных режимов частотно-фазовой системы. Рассмотрены особенности динамики системы, обусловленные параметрами, характеризующими инерционность цепей управления и степень влияния цепи частотной автоподстройки. Результаты представлены в виде одно- и двухпараметрических бифуркационных диаграмм, проекций фазовых портретов и сечения Пуанкаре, реализаций колебательных процессов. Выявленные новые несинхронные режимы модифицированной системы

© *В.П. Пономаренко*

с частотно-фазовым управлением представляют интерес при решении прикладных задач построения генераторов хаотических сигналов на основе систем с фазовым управлением.

Ключевые слова: Системы с фазовым и частотно-фазовым управлением, динамическое поведение, синхронный и несинхронные режимы, устойчивость, бифуркации, аттракторы периодических и хаотических режимов, фазовые портреты, динамический хаос.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-52-74

Образец цитирования: Пономаренко В.П. Динамические режимы и нелинейные явления в модифицированной автогенераторной системе с частотно-фазовым управлением // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 3. С. 52–74.

DYNAMICAL MODES AND NONLINEAR PHENOMENA IN MODIFIED AUTOOSCILLATORY SYSTEM WITH FREQUENCY-PHASE CONTROL

V. P. Ponomarenko

Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod – National Research University
Prospect Gagarina, 23, 603950 Nizhny Novgorod, Russia
E-mail: ponomarenko@ vmk.unn.ru

In the proposed paper, we investigate the dynamical behavior of the modified system with frequency-phase control, which uses two-channel discriminator in the circuit of phase control and multi-frequency discriminator with periodic nonlinearity in the circuit of frequency control. We consider the case of identical low-pass filters of the third order in the both control circuits. Mathematical model of analyzed frequency-phase system is presented by a nonlinear dynamical system in the four-dimensional cylindrical phase space. The model is characterized by a great number of equilibrium states. The aim of this work is to reveal new dynamical modes and nonlinear phenomena due to the specified modification.

The study of the system under consideration dynamics consists in analysis of the phase synchronous mode, which is the main operating state in traditional applications of the systems with phase control, and non-synchronous modes of the frequency-phase system that serve as the basic working process in a new, non-traditional applications associated with the generation of chaotic oscillations. For solving these problems, we use computer modeling that based on qualitative and numerical methods of nonlinear dynamics. The conditions of the synchronous mode realization are determined. The existences of a great number various periodic and chaotic non-synchronous modes are established. Numerical analysis showed the existence in the system of qualitatively new quasi-synchronous and asynchronous modes, which are interesting for applied problems of generation of oscillations with chaotic modulation of their frequency and phase.

In the process of numerical simulation, we have analyzed the bifurcations leading to the emergence and disappearance of non-synchronous modes. High level of the non-synchronous modes multistability of frequency-phase system is discovered. The peculiarities of the dynamics of the system caused by the parameters that characterize the inertia of the control circuits and the degree of influence of the circuit frequency control are studied. The results are presented in the form of one- and two-parameter bifurcation diagrams, phase portraits, Poincare sections and waveforms of oscillations.

The revealed new non-synchronous modes of the modified system with frequency-phase control are of interest in the solution of applied problems of constructing generators of chaotic signals on the base of the systems with phase control.

Keywords: System with phase and frequency-phase control, dynamical behavior, synchronous and non-synchronous modes, stability, bifurcations, attractors of periodic and chaotic modes, phase portraits, dynamical chaos, multi-scroll chaotic attractors.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-52-74

Paper reference: Ponomarenko V.P. Dynamical modes and nonlinear phenomena in modified autooscillatory system with frequency-phase control. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25. Issue 3. P. 52–74.

© *В.П. Пономаренко*

Введение

Автогенераторные системы с фазовым и комбинированным частотным управлением частотой генерируемых колебаний широко применяются в современных инфокоммуникационных системах [1–6]. Наличие цепей фазового и частотного управления и возможность объединения систем путем организации различных связей между ними обеспечивают решение как традиционных задач синхронизации и слежения, так и новых задач генерации разнообразных периодических и хаотических автомодуляционных колебаний. К тому же возможна модификация таких систем, способствующая увеличению набора возможных автомодуляционных колебаний различной сложности. В связи с этим исследование нелинейной динамики различных вариантов систем с фазовым и частотным управлением сохраняет актуальность.

Объектом исследования в данной работе является система с комбинированным частотно-фазовым управлением, иначе называемая системой частотно-фазовой автоподстройки (ЧФАП) [2, 7]. Система ЧФАП отличается наличием в цепях управления двух дискриминаторов рассогласований – фазового и частотного. Автоматическая подстройка частоты колебаний управляемого (перестраиваемого) генератора к частоте колебаний эталонного (внешнего) генератора в такой системе осуществляется в результате суммарного корректирующего воздействия на управляемый генератор со стороны фазовой и частотной цепей управления. Для традиционных приложений систем ЧФАП, в которых основной задачей является обеспечение и поддержание синхронного режима с совпадением частот колебаний эталонного и управляемого генераторов, частотно-фазовые системы интересны тем, что они позволяют частично разрешить предъявляемые противоречивые требования по обеспечению широкой области захвата в синхронный режим и помехоустойчивости [7, 8]. Для теории колебаний и нелинейной динамики системы ЧФАП представляют интерес как сложные автоколебательные системы, в которых могут возникать различные динамические состояния и нелинейные явления (синхронизация, развитие неустойчивости синхронного режима и переходы по различным сценариям к несинхронным режимам различной сложности с периодической, квазипериодической или хаотической автомодуляцией частоты колебаний управляемого генератора, бифуркации колебательных режимов, мультистабильность и др.). Этот интерес в значительной степени стимулирован перспективой создания на основе систем с фазовым и частотным управлением устройств генерирования сложных регулярных и хаотических сигналов для использования в коммуникационных системах [2, 4, 5].

В работах [2, 7, 9–14] исследованы динамические режимы и бифуркации в моделях частотно-фазовых систем с фильтрами различной сложности в цепях управления при синусоидальной характеристике фазового дискриминатора и непериодической нелинейной характеристике частотного дискриминатора. В данной работе, продолжающей исследования [9–12], изучаются особенности динамического поведения модифицированной системы ЧФАП, в которой используются двухканальный фазовый дискриминатор в цепи фазового управления и многочастотный дискриминатор с периодической характеристикой в цепи частотного управления.

Многочастотный дискриминатор с периодической характеристикой реализуется на основе фазового дискриминатора и линии задержки [3, 15–17], его характеристика имеет бесконечное число нулей, которые могут быть использованы в качестве множества частот настройки этого дискриминатора. Двухканальный фазовый

© *В.П. Пономаренко*

дискриминатор реализуется параллельным включением двух парциальных фазовых дискриминаторов с характеристиками $F_1(\varphi) = \sin\varphi$ и $F_2(\varphi) = \sin(m\varphi)$ с суммированием их выходных сигналов (φ – фазовое рассогласование колебаний эталонного и управляемого генераторов системы ЧФАП, m – умножающий коэффициент, $m > 1$) [18, 19]. Рассматриваемая модификация фазового дискриминатора привлекательна тем, что приводит к увеличению числа состояний равновесия в моделях системы ЧФАП, а следовательно, к появлению новых типов периодических и хаотических автомодуляционных режимов управляемого генератора. Изучение динамических режимов и бифуркаций, возникающих в системе ЧФАП с такой модификацией частотного и фазового дискриминаторов, является целью и основным содержанием данной работы.

1. Математическая модель исследуемой системы

Общее уравнение динамики системы ЧФАП, записанное в операторной форме ($p \equiv d/dt$) для разности фаз φ, имеет вид [7]

$$p\varphi + \Omega_1 K_1(p) F(\varphi) + \Omega_2 K_2(p) \Phi(p\varphi) = \delta\omega, \tag{1}$$

где $K_1(p)$ и $K_2(p)$ – коэффициенты передачи фильтров низких частот в цепях фазового и частотного управления, $F(\varphi)$ и $\Phi(p\varphi)$ – характеристики фазового и частотного дискриминаторов, Ω_1 и Ω_2 – максимальные частотные рассогласования, которые могут быть скомпенсированы цепями управления, $\delta\omega$ – начальная расстройка частот колебаний эталонного и управляемого генераторов. Для рассматриваемой модификации дискриминаторов системы ЧФАП будем аппроксимировать их характеристики функциями [16–18]

$$F(\varphi) = a\sin\varphi + d\sin(m\varphi), \quad \Phi(p\varphi) = \sin(\beta_1\varphi), \tag{2}$$

где a и d – амплитуды выходных сигналов парциальных фазовых дискриминаторов, β_1 – параметр многочастотного дискриминатора.

Конкретный вид математических моделей рассматриваемой системы ЧФАП, получаемых из уравнения (1), определяются коэффициентами передачи $K_1(p)$ и $K_2(p)$. В данной работе будем рассматривать случай, когда в цепях управления системы используются одинаковые фильтры низких частот третьего порядка ($K_1(p) = K_2(p) = 1/(1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3)$), где a_1, a_2 и a_3 – постоянные времени. В этом случае математическая модель исследуемой системы ЧФАП, полученная на основании уравнения (1), представляется динамической системой

$$\begin{gathered} \frac{d\varphi}{d\tau} = u, \quad \frac{du}{d\tau} = y, \quad \frac{dy}{d\tau} = z, \\ \mu_1 \frac{dz}{d\tau} = \gamma - a\sin\varphi - d\sin(m\varphi) - u - \varepsilon y - \mu z - b\sin(\beta u) \end{gathered} \tag{3}$$

с четырехмерным фазовым пространством $U = \{\varphi(\mathrm{mod}\,2\pi), u, y, z\}$. В уравнениях (3) введено безразмерное время $\tau = \Omega_1 t$ и параметры $\varepsilon = a_1\Omega_1$, $b = \Omega_2/\Omega_1$, $\mu = a_2\Omega_1^2$, $\mu_1 = a_3\Omega_1^3$, $\gamma = \delta\omega/\Omega_1$, $\beta = \beta_1\Omega_1$. Система (3) инвариантна относительно замены $(\varphi, u, y, z, \gamma) \to (-\varphi, -u, -y, -z, -\gamma)$, поэтому достаточно ее рассматривать при значениях относительной начальной расстройки $\gamma \geq 0$.

© *В.П. Пономаренко*

Исследование модели (3) проведено с применением компьютерного моделирования, которое базируется на качественных и численных методах нелинейной динамики [20–24] и использовании программного комплекса «ДНС» [25], обеспечивающего решение задач обнаружения периодических и хаотических движений и исследование бифуркаций в динамических моделях с цилиндрическим фазовым пространством. В качестве характеристик исследуемых движений системы (3) используем реализации колебательных процессов, проекции фазовых портретов аттракторов, мультипликаторы периодических движений, сечение Пуанкаре, ляпуновские характеристические показатели.

2. Состояния равновесия системы (3)

Уравнения для определения состояний равновесия имеют вид

$$u = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad \gamma - a\,\sin\varphi - d\,\sin(m\varphi) = 0. \tag{4}$$

Число состояний равновесия, расположенных в области $-\pi \le \varphi \le \pi$ фазового пространства U, зависит от параметров γ, a, d и m. Рассмотрим уравнения (4) в случаях, когда $m = 2$ и $m = 3$, в которых удается получить аналитические выражения для бифуркационных значений параметра γ, при переходе через которые происходит изменение числа состояний равновесия системы (3).

В случае $m = 2$ система (3) не имеет состояний равновесия при значениях $\gamma > \gamma_1(a, d)$, где

$$\gamma_1(a,d) = \left(3a + \sqrt{a^2 + 32d^2}\right)\sqrt{1 - \left(\sqrt{a^2 + 32d^2} - a\right)^2 \Big/ 64d^2}\,\Big/ 4; \tag{5}$$

имеет два состояния равновесия $A_1(\varphi_1, 0, 0, 0)$ и $A_2(\varphi_2, 0, 0, 0)$ при значениях $d < a/2$, $0 < \gamma < \gamma_1(a, d)$. Координаты φ_1 и φ_2, определяемые из последнего уравнения в (4), удовлетворяют неравенствам $0 < \varphi_1 < \varphi_{m1}$, $\varphi_{m1} < \varphi_2 < \pi$, где $\varphi_{m1} = \arccos\left(\left(-a + \sqrt{-a + 32d^2}\right)\Big/ 8d\right)$. При значениях $d > a/2$, $0 < \gamma < \gamma_2(a, d)$, где

$$\gamma_2(a,d) = \left(-3a + \sqrt{a^2 + 32d^2}\right)\sqrt{1 - \left(\sqrt{a^2 + 32d^2} + a\right)^2 \Big/ 64d^2}\,\Big/ 4, \tag{6}$$

система (3) имеет четыре состояния равновесия $A_1(\varphi_1, 0, 0, 0)$, $A_2(\varphi_2, 0, 0, 0)$, $A_3(\varphi_3, 0, 0, 0)$ и $A_4(\varphi_4, 0, 0, 0)$; координаты φ_1,φ_2,φ_3 и φ_4 удовлетворяют неравенствам $0 < \varphi_1 < \varphi_{m1}$, $\varphi_{m1} < \varphi_2 < \pi$, $-\pi < \varphi_3 < -\varphi_{m2}$, $-\varphi_{m2} < \varphi_4 < -\varphi_{m1}$, где $\varphi_{m2} = \pi - \arccos\left(\left(a + \sqrt{a + 32d^2}\right)\Big/ 8d\right)$. Значения $\gamma = \gamma_1(a, d)$ и $\gamma = \gamma_2(a, d)$, определяемые (5) и (6), являются бифуркационными – при $\gamma = \gamma_1(a, d)$ сливаются состояния равновесия A_1 и A_2 ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{m1}$), а при $\gamma = \gamma_2(a, d)$ сливаются состояния равновесия A_3 и A_4 ($\varphi_3 = \varphi_4 = -\varphi_{m2}$).

В случае $m = 3$ система (3) не имеет состояний равновесия, если $d < a/9$, $\gamma > a - d$; имеет два состояния равновесия $A_1(\varphi_1, 0, 0, 0)$ и $A_2(\varphi_2, 0, 0, 0)$, где $0 < \varphi_1 < \pi/2$, $\pi/2 < \varphi_2 < \pi$, если $d < a/9$, $0 < \gamma < a - d$. При значениях $a/9 < d < a$ система (3) не имеет состояний равновесия, когда $\gamma > \gamma_3(a, d)$, где

$$\gamma_3(a,d) = \left((a + 3d)\sqrt{(a + 3d)/3d}\right)\Big/ 3; \tag{7}$$

© В.П. Пономаренко

имеет четыре состояния равновесия $A_1(\varphi_1, 0, 0, 0)$, $A_2(\varphi_2, 0, 0, 0)$, $A_3(\varphi_3, 0, 0, 0)$ и $A_4(\varphi_4, 0, 0, 0)$, где $0 < \varphi_1 < \varphi_{m3}$, $\varphi_{m3} < \varphi_2 < \pi/2$, $\pi/2 < \varphi_3 < \varphi_{m4}$, $\varphi_{m4} < \varphi_4 < \pi$, $\varphi_{m3} = \arcsin\left(\sqrt{(a+3d)/3d}\,/\,2\right)$, $\varphi_{m4} = \pi - \varphi_{m3}$, когда $(a-d) < \gamma < \gamma_3(a,d)$; имеет два состояния равновесия A_1 и A_4, когда $0 < \gamma < a - d$. При значениях $d > a$ система (3) не имеет состояний равновесия, когда $\gamma > \gamma_3(a,d)$; имеет четыре состояния равновесия A_1, A_2, A_3 и A_4, когда $(d-a) < \gamma < \gamma_3(a,d)$; имеет шесть состояний равновесия, когда $0 < \gamma < (d-a)$ – к A_1, A_2, A_3 и A_4 добавляются состояния равновесия $A_5(\varphi_5, 0, 0, 0)$ и $A_6(\varphi_6, 0, 0, 0)$, где $-\varphi_{m4} < \varphi_5 < -\pi/2$, $-\pi/2 < \varphi_6 < -\varphi_{m3}$. Значения $\gamma = \gamma_3(a,d)$, определяемые (7), где $d < a/9$, $\gamma = (a-d)$ и $\gamma = (d-a)$, являются бифуркационными – когда $\gamma = \gamma_3(a,d)$, сливаются состояния равновесия A_1 и A_2 ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{m3}$), а также состояния равновесия A_3 и A_4 ($\varphi_3 = \varphi_4 = \varphi_{m4}$); когда $\gamma = a - d$, где $d < a/9$, сливаются состояния равновесия A_1 и A_4 ($\varphi_1 = \varphi_4 = \pi/2$); когда $\gamma = (a-d)$, где $a/9 < d < a$, сливаются состояния равновесия A_2 и A_3 ($\varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$); когда $\gamma = d - a$, где $d > a$, сливаются состояния равновесия A_5 и A_6 ($\varphi_5 = \varphi_6 = -\pi/2$).

При возрастании параметра m увеличивается число состояний равновесия системы (3) – например, когда $m = 4$, система может иметь, в зависимости от величин параметров γ, a и d, два, четыре, шесть или восемь состояний равновесия в области $-\pi \le \varphi \le \pi$ фазового пространства, а когда $m = 15$, максимальное число состояний равновесия в области $-\pi \le \varphi \le \pi$ равно 30. Отметим, что система (3) с традиционной нелинейностью $F(\varphi) = \sin\varphi$ может иметь не более двух состояний равновесия в области $-\pi \le \varphi \le \pi$.

Исследуя корни характеристического уравнения

$$\lambda^4 + \frac{\mu}{\mu_1}\lambda^3 + \frac{\varepsilon}{\mu_1}\lambda^2 + \frac{1+b\beta}{\mu_1}\lambda + \frac{F'(\varphi_i)}{\mu_1} = 0, \quad i = 1, 2, 3, ..., \tag{8}$$

где $\varphi_i(\gamma, a, d, m)$ – координата анализируемого состояния равновесия системы (3), устанавливаем, что состояния равновесия, для которых $F'(\varphi_i) < 0$, являются неустойчивыми (в рассмотренных выше случаях, когда $m = 2$ и $m = 3$, это состояния равновесия A_2,A_4 и A_6); состояния равновесия, для которых $F'(\varphi_i) > 0$, являются устойчивыми при значениях $\mu_1 < \mu_{1i}^0(\gamma, b, \beta, \mu, \varepsilon, a, d, m)$, где

$$\mu_{1i}^0 = \frac{\mu}{1+b\beta}\left(\varepsilon - \frac{\mu F'(\varphi_i)}{1+b\beta}\right), \tag{9}$$

и неустойчивыми при значениях $\mu_1 > \mu_{1i}^0$ (в рассмотренных выше случаях, когда $m = 2$ и $m = 3$, это состояния равновесия A_1, A_3 и A_5).

На плоскости параметров (b, μ_1) при фиксированных значениях остальных параметров системы (3) кривые $\mu_1 = \mu_{1i}^0$, определяемые (9), расположены в области значений $b > b_{0i}$, где $b_{0i} = 1/\beta\ (\mu F'(\varphi_i)/\varepsilon - 1)$, $\mu_{1i}^0 = 0$ при $b = b_{0i}$; кривые $\mu_1 = \mu_{1i}^0$ имеют максимумы при $b = b_{mi} = 1/\beta\ (2\mu F'(\varphi_i)/\varepsilon - 1)$, максимальные значения μ_{1i}^0 равны $\varepsilon^2/(4F'(\varphi_i))$.

Каждое из устойчивых состояний равновесия системы (3) соответствует синхронному режиму системы ЧФАП, в котором разность частот колебаний эталонного и управляемого генераторов равна нулю, а стационарное значение разности фаз φ_i^0 находится из последнего уравнения в (4). Области $C_{0i} : \{\mu_1 < \mu_{1i}^0\}$ являются областями удержания синхронных режимов, отличающихся величиной стационарного

© *В.П. Пономаренко*

значения φ_i^0. При переходе с изменением параметров через границы областей C_{0i} в фазовом пространстве U происходит, в соответствии с [26], либо появление устойчивых предельных циклов S_i вокруг ставших неустойчивыми состояний равновесия (предельных циклов колебательного типа), либо стягивание седловых предельных циклов C_i к устойчивым состояниям равновесия с последующим мягким или жестким переходом системы к устойчивым предельным циклам S_i. Циклы S_i соответствуют квазисинхронным режимам системы ЧФАП с периодической модуляцией частоты управляемого генератора.

3. Квазисинхронные режимы системы

Рассмотрим особенности возникновения и развития квазисинхронных режимов системы ЧФАП, обратившись к результатам однопараметрического исследования системы (3) при значениях параметров $\gamma = 0.65$, $b = 0.2$, $\mu_1 = 0.02$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 0.5$, $m = 3$, $a = 1$, $d = 0.75$ и вариации параметра μ. При рассматриваемых значениях параметров система (3) имеет четыре состояния равновесия в области $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ фазового пространства $A_1(0.21, 0, 0, 0)$, $A_2(1.17,\ 0, 0, 0)$, $A_3(1.97, 0, 0, 0)$ и $A_4(2.93, 0, 0, 0)$.

Состояние равновесия A_1 устойчиво при значениях $\mu \in M_s$, где $M_s : (0.158 \leq \mu \leq 0.307)$, и неустойчиво при значениях $\mu \in M_{u1}$ и $\mu \in M_{u2}$, где $M_{u1} : (0 < \mu < 0.158)$, $M_{u2} : (\mu > 0.307)$. В интервале M_s при значениях $0.158 \leq \mu \leq 0.241$ в фазовом пространстве U существуют, кроме устойчивого состояния равновесия A_1, два предельных цикла колебательного типа вокруг A_1 – внешний C_1 устойчивый и внутренний C_2 седловой. При уменьшении параметра μ наблюдается следующая динамика системы (3). Когда значение μ переходит в интервал M_{u1} (через μ =0.158), в системе реализуется суперкритическая бифуркация Андронова–Хопфа [20,23,24], в результате которой из состояния равновесия A_1 при потере его устойчивости рождается устойчивый предельный цикл S_1, расположенный внутри предельного цикла C_2. В интервале значений $0.104 \leq \mu < 0.158$ в фазовом пространстве существуют неустойчивое состояние равновесия A_1 и три предельных цикла – S_1,C_1 и C_2. Циклы S_1 и C_1 отвечают квазисинхронным режимам системы ЧФАП, какой из них реализуется в системе – это зависит от начальных условий. При дальнейшем уменьшении μ и переходе через значение 0.104 в системе наблюдается седло-узловая бифуркация [20,23,24] – предельные циклы C_1 и C_2 сливаются и исчезают, и в окрестности неустойчивого состояния равновесия A_1 остается устойчивый предельный цикл S_1.

При обратном движении по параметру μ из интервала M_{u1} в интервал M_s в фазовом пространстве вначале возникает пара предельных циклов C_1 и C_2, когда $\mu > 0.104$, затем исчезает устойчивый предельный цикл S_1, стягиваясь к неустойчивому состоянию равновесия A_1, когда μ превышает значения 0.158. В интервале M_s при значениях $0.158 \leq \mu < 0.241$ в окрестности ставшего устойчивым состояния равновесия A_1 остаются предельные циклы C_1 и C_2. Теперь, в зависимости от начальных условий, в системе ЧФАП реализуется либо синхронный режим, либо квазисинхронный режим цикла C_1. При дальнейшем возрастании μ вначале (с превышением значения 0.241) в системе наблюдается бифуркация удвоения периода [20,23,24] предельного цикла C_1. В интервале значений $0.241 < \mu \leq 0.307$ в фазовом пространстве в окрестности устойчивого состояния равновесия A_1 существу-

© В.П. Пономаренко

ют устойчивый двухоборотный предельный цикл C_1^2 и неустойчивый предельный цикл C_2. Далее при выходе из интервала M_s (с превышением параметром μ значения 0.307) в системе реализуется субкритическая бифуркация Андронова–Хопфа, когда неустойчивый предельный цикл C_2 исчезает, стягиваясь к устойчивому состоянию равновесия A_1. При значениях $\mu \in M_{u2}$, когда $0.307 < \mu \leq 0.351$, в фазовом пространстве существуют неустойчивое состояние равновесия A_1 и устойчивый предельный цикл C_1^2. Затем в интервале значений $0.351 < \mu \leq 0.388$ при возрастании μ наблюдаются обратная и затем прямые бифуркации удвоения периода предельного цикла C_1, которые при переходе через значение $\mu = 0.388$ завершаются возникновением в фазовом пространстве колебательного хаотического аттрактора P_1. Далее, когда значение параметра μ превышает 0.392, в системе происходит жесткий переход от квазисинхронного режима хаотического аттрактора P_1 к периодическому квазисинхронному режиму предельного цикла C_3, локализованного в фазовом пространстве в окрестности устойчивого состояния равновесия A_3.

Состояние равновесия A_3 устойчиво при значениях $0.125 \leq \mu \leq 0.636$. При переходе с уменьшением μ через граничное значение 0.125 в системе наблюдается суперкритическая бифуркация Андронова–Хопфа, в результате которой из состояния равновесия A_3 в фазовом пространстве рождается устойчивый предельный цикл S_3. При дальнейшем уменьшении μ цикл S_3 исчезает, фазовые траектории системы (3) уходят из окрестности состояния равновесия A_3. Если же в квазисинхронном режиме цикла S_3 двигаться по параметру μ в сторону его увеличения, тогда с превышением значения 0.124 предельный цикл S_3 исчезает, стягиваясь к состоянию равновесия A_3, которое становится устойчивым. При переходе через значение $\mu = 0.243$ наблюдается седло-узловая бифуркация с рождением в фазовом пространстве U устойчивого C_3 и седлового C_4 предельных циклов вокруг состояния равновесия A_3. В интервале значений $0.243 < \mu \leq 0.606$ в фазовом пространстве существуют устойчивое состояние равновесия A_3 и пара предельных циклов C_3 и C_4.

Эволюцию квазисинхронного режима предельного цикла C_3 при дальнейшем возрастании параметра μ характеризуют однопараметрическая бифуркационная диаграмма (μ, u), (φ, u)-проекции фазовых портретов и фрагменты реализаций $\varphi(\tau)$, соответствующие аттракторам системы (3) и приведенные на рис. 1. В соответствии с (μ, u)-диаграммой на рис. 1, *а* при возрастании μ в фазовом пространстве U образуется, в результате бифуркаций удвоения периода предельного цикла C_3 (рис. 1, *б*), хаотический аттрактор P_3 колебательного типа (рис. 1, *г*), то есть происходит мягкий переход к хаотическому квазисинхронному режиму системы ЧФАП. Интересно, что при дальнейшем возрастании μ аттрактор P_3 при $\mu > 0.729$ преобразуется в хаотический двухспиральный аттрактор V колебательного типа (рис. 1, *д*), называемый в литературе double-scroll аттрактором [27, 28]. Траектории на аттракторе V имеют витки как вокруг каждого из неустойчивых состояний равновесия A_1 и A_3, так и вокруг трех состояний равновесия A_1,A_2 и A_3, то есть квазисинхронный режим хаотического аттрактора V характеризуется нерегулярными переключениями колебаний относительно A_1 и A_3.

При продолжении увеличения параметра μ в структуре аттрактора V появляются витки вращательных фазовых траекторий, число таких витков растет при возрастании μ. В результате в фазовом пространстве при $\mu > 0.805$ формируется хаотический аттрактор W колебательно-вращательного типа (рис. 1, *е*). Для движений на аттракторе W характерно чередование неограниченного возрастания (вращения)

© *В.П. Пономаренко*

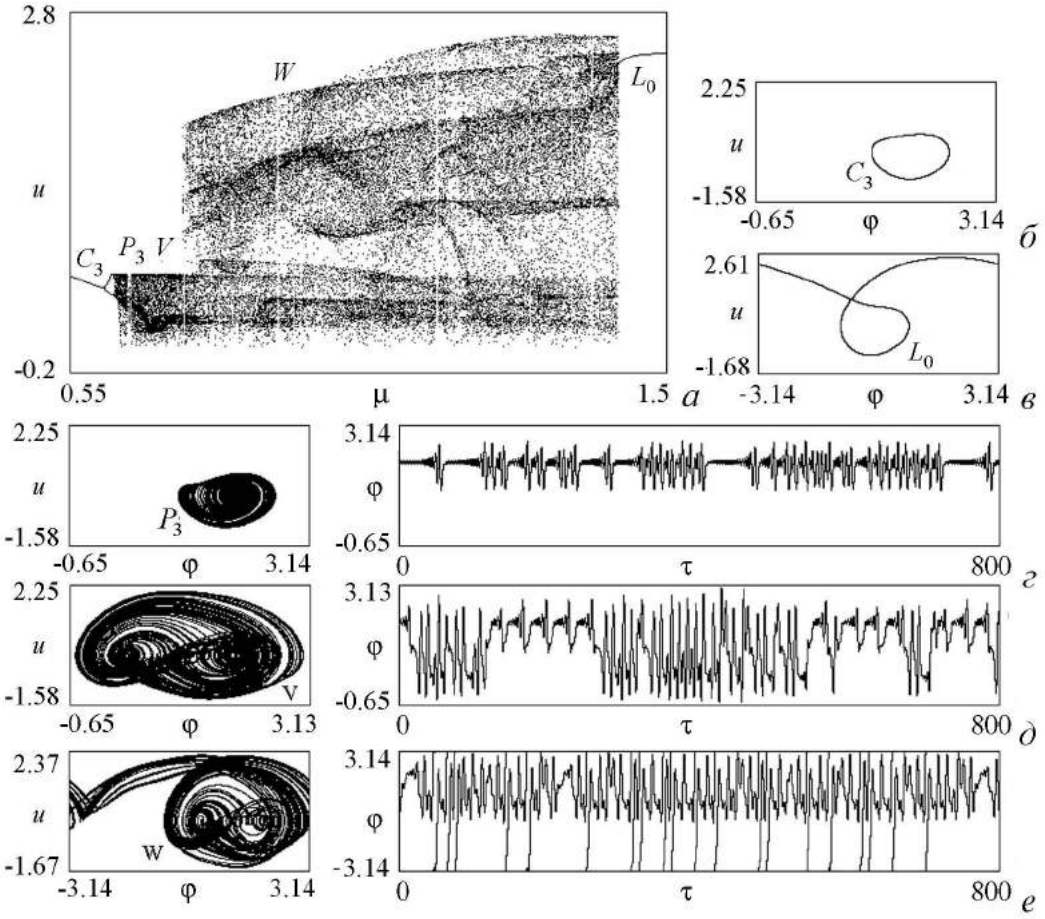


Рис. 1. Диаграмма развития квазисинхронного режима предельного цикла C_3 при изменении параметра μ (*а*) и аттракторы системы (3) (*б–е*) при $\mu = 0.58$ (*б*), 1.5 (*в*), 0.65 (*г*), 0.76 (*д*), 0.95 (*е*) и значениях параметров $\gamma = 0.65$, $b = 0.2$, $\mu_1 = 0.02$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 0.5$, $m = 3$, $a = 1$, $d = 0.75$

разности фаз φ и ее колебательного поведения на хаотическом аттракторе V. Возникновение в системе ЧФАП квазисинхронного режима хаотического двухспирального аттрактора V и асинхронного режима колебательно-вращательного аттрактора W обусловлено применением двухканального фазового дискриминатора с характеристикой $F(\varphi)$, определяемой (2). В системе ЧФАП с одноканальным фазовым дискриминатором, имеющим синусоидальную характеристику, такие режимы не реализуются. Когда значение параметра μ превышает 1.423, наблюдается жесткий переход системы к асинхронному режиму вращательного предельного цикла L_0 (рис. 1, *в*). При дальнейшем возрастании μ в системе ЧФАП наблюдается чередование периодических и хаотических асинхронных режимов.

Численное исследование системы (3) показало, что с увеличением числа состояний равновесия в области $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ фазового пространства U могут формироваться хаотические многоспиральные (multi-scroll) аттракторы колебательного типа с переходами между неустойчивыми состояниями равновесия, аналогичные аттракторам в моделях электронных генераторов Чуа [28, 29], и хаотические аттракторы колебательно-вращательного типа с колебательной стадией на многоспиральных хаотических аттракторах. На рис. 2 приведены примеры аттракторов такого типа:

© *В.П. Пономаренко*

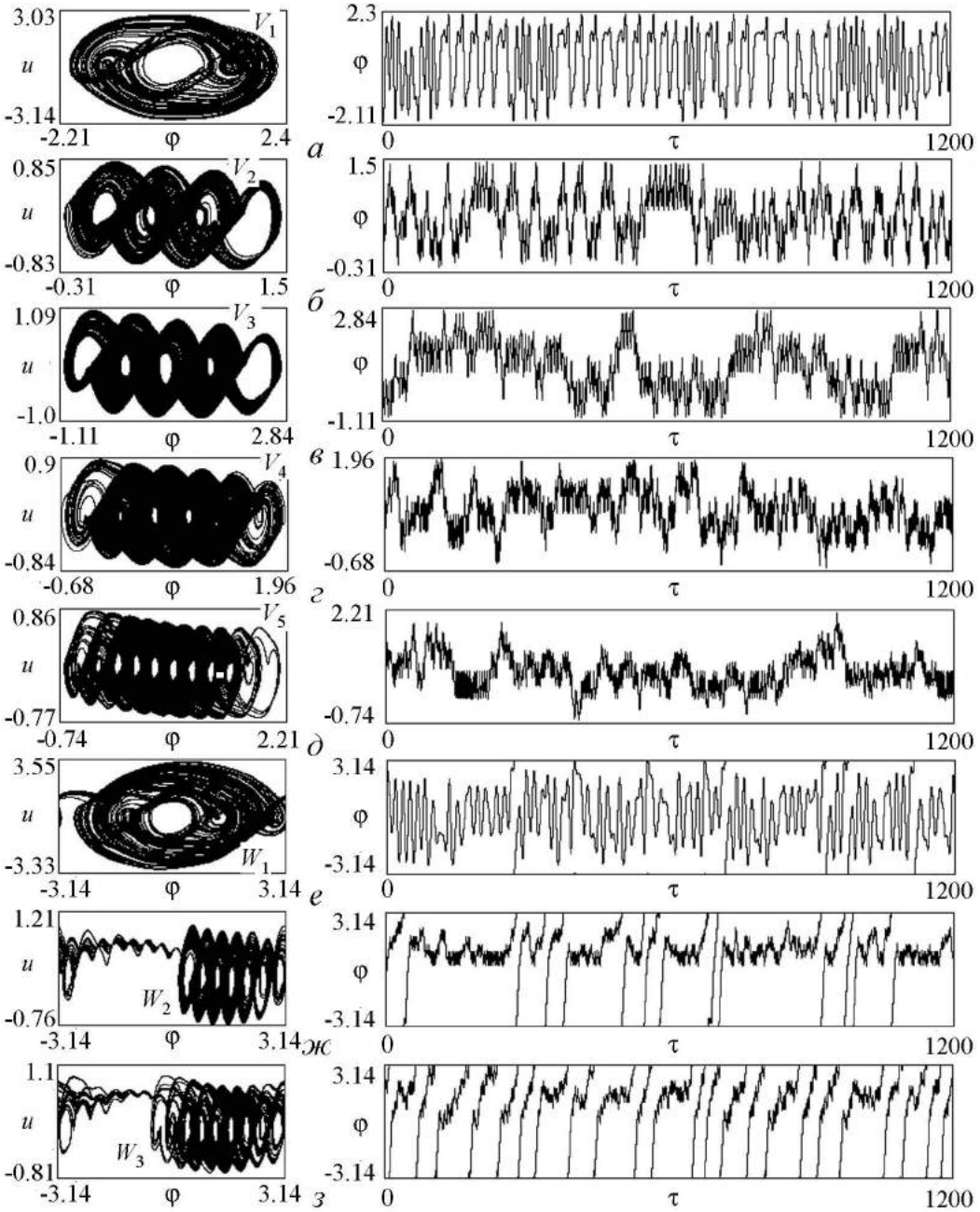


Рис. 2. Аттракторы сложных квазисинхронных и асинхронных режимов, наблюдаемые в фазовом пространстве системы (3) при следующих значениях параметров:

	γ	b	μ_1	β	ε	m	a	d	μ
а	0.1	0.2	0.02	8	0.5	4	1	2	0.45
б	0.1	0.21	0.02	4	0.5	15	0.2	0.8	0.19
в	0.1	0.2	0.02	8	0.5	8	0.2	0.8	0.35
г	0.1	0.2	0.025	4	0.5	15	0.2	0.8	0.27
д	0.1	0.2	0.02	8	0.5	25	0.2	0.8	0.17
е	0.1	0.2	0.02	8	0.5	4	1	2	0.65
ж	0.25	0.2	0.02	8	0.5	15	0.2	0.8	0.13
з	0.2	0.2	0.02	8	0.5	15	0.2	0.8	0.28

© *В.П. Пономаренко*

трех-, четырех-, пяти-, шести- и десятиспиральных хаотических аттракторов колебательного типа V_1, V_2, V_3, V_4 и V_5 (рис. 2, *а–д*) и колебательно-вращательных хаотических аттракторов W_1, W_2 и W_3 с колебательной стадией на трех-, семи- и девятиспиральных хаотических аттракторах (рис. 2, *е–з*).

4. Асинхронные режимы системы

Как показали результаты численного исследования системы (3), в фазовом пространстве U может существовать большое число вращательных предельных циклов, обусловленное периодической характеристикой $\Phi(u) = \sin(\beta u)$ частотного дискриминатора системы ЧФАП. Такие предельные циклы располагаются как в области $u > 0$, так и в области $u < 0$ фазового пространства. С целью получения представления о динамике таких режимов системы была построена двухпараметрическая бифуркационная диаграмма на плоскости параметров (b, μ_1) при значениях параметров $\gamma = 0.25$, $\varepsilon = 25$, $\beta = 8$, $\mu = 4.8$, $m = 3$, $a = 0.2$, $d = 0.8$, когда в системе ЧФАП наблюдаются как периодические, так и хаотические несинхронные режимы. При рассматриваемых значениях параметров γ, m, a и d система (3) имеет в области $-\pi \le \varphi \le \pi$ фазового пространства шесть состояний равновесия A_1–A_6. Диаграмма (b, μ_1) приведена на рис. 3, на ней представлены кривые, соответствующие бифуркациям состояния равновесия A_1, колебательного предельного цикла S_1 и четырех вращательных предельных циклов, локализованных в области $u > 0$ фазового пространства U. Охарактеризуем эти кривые.

Кривая *1* на рис. 3, *а* – это граница $\mu_1 = \mu_{11}^0$ области устойчивости состояния равновесия A_1, определяемая (9). В малой окрестности кривой *1* проходят границы $\mu_1 = \mu_{13}^0$ и $\mu_1 = \mu_{15}^0$ областей устойчивости состояний равновесия A_3 и A_5, также определяемые (9), не изображенные на рис. 3, *а*, причем $\mu_{11}^0 < \mu_{13}^0 < \mu_{15}^0$. Состояния равновесия A_1, A_3 и A_5 являются устойчивыми при значениях $\mu_1 < \mu_{11}^0$, $\mu_1 < \mu_{13}^0$ и $\mu_1 < \mu_{15}^0$, соответственно. При пересечении границ $\mu_1 = \mu_{11}^0$, $\mu_1 = \mu_{13}^0$ и $\mu_1 = \mu_{15}^0$ с возрастанием параметров μ_1 или b в фазовом пространстве U появляются устойчивые колебательные предельные циклы S_1, S_3 и S_5, соответственно.

Кривая *2* на рис. 3, *а* отвечает бифуркации рождения в фазовом пространстве устойчивого двумерного тора T_0^1 колебательного типа из предельного цикла S_1. В малой окрестности кривой *2* проходят кривые, не изображенные на рис. 3, *а*, от-

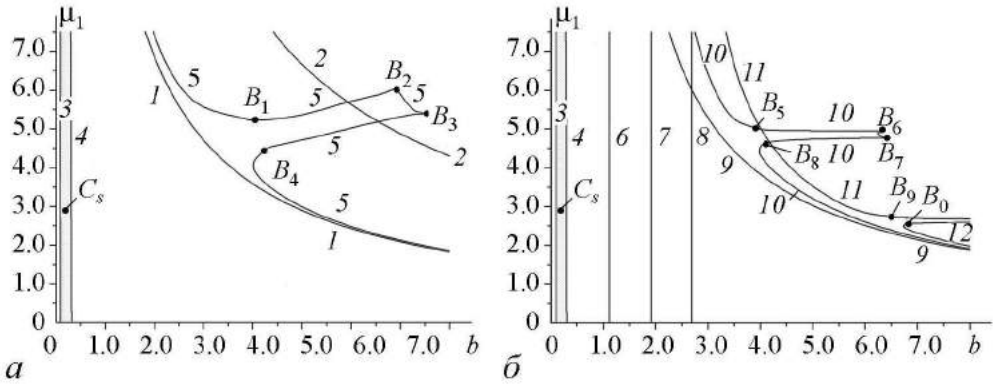


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма (b, μ_1) динамических режимов модели (3) при значениях параметров $\gamma = 0.25$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 25$, $m = 3$, $a = 0.2$, $d = 0.8$, $\mu = 4.8$

вечающие бифуркациям рождения в фазовом пространстве устойчивых двумерных торов T_0^1 колебательного типа из предельных циклов S_3 и S_5. При пересечении этих бифуркационных кривых с возрастанием μ_1 или b вначале возникает тор T_0^1, затем – торы T_0^3 и T_0^5. На рис. 4, *а, б* приведены (φ, u)-проекции фазовых портретов циклов S_1, S_3 и S_5 и торов T_0^1, T_0^3 и T_0^5.

Кривая *3* на рис. 3, *а, б* соответствует образованию в фазовом пространстве U устойчивой петли Π_φ сепаратрисы седло-фокуса A_4 (седловая величина $\sigma = \lambda_4 + \mathrm{Re}\lambda_j < 0$, $j = 1, 2, 3$, где λ_1, λ_2, λ_3 и λ_4 – корни характеристического уравнения (8) для состояния равновесия A_4). При пересечении кривой *3* с уменьшением b из петли Π_φ рождается устойчивый [20, 24] вращательный предельный цикл L_0^+. Соответствующие этому циклу (φ, u)-проекция фазового портрета и фрагмент реализации $u(\tau)$ приведены на рис. 4, *в*. Таким образом, в области значений параметров между кривой *3* и линией $b = 0$ в системе ЧФАП одновременно существуют режим синхронизации и асинхронный режим предельного цикла L_0^+. В области C_s (между кривыми *3* и *4* на рис. 3, *а*) существует только режим синхронизации.

Кривая *4* на рис. 3, *а* и кривые *6, 7, 8* на рис. 3, *б* соответствуют седло-узловым бифуркациям вращательных (2π-периодических по φ) предельных циклов, расположенных в области $u > 0$ фазового пространства U. При пересечении на плоскости (b, μ_1) кривых *4, 6, 7* и *8* в фазовом пространстве появляются устойчивые предельные циклы L_1^+, L_2^+, L_3^+ и L_4^+, соответственно. На рис. 5, *а–д* приведены (φ, u)-проекции фазовых портретов этих циклов. Режим цикла L_1^+ существует в области значений μ_1 и b между кривыми *4* и *5* (см. рис. 3, *а*), режим цикла L_2^+ – в области значений μ_1 и b между кривыми *6* и *9* (см. рис. 3, *б*). Область существования режима цикла L_3^+ заключена между кривыми *7* и *10* (см. рис. 3, *б*), область значений μ_1 и b, при которых существует режим цикла L_4^+, ограничена кривой *8* и кривыми *11* и *12* (см. рис. 3, *б*).

Части кривой *5* выше точки B_1 и ниже точки B_4 (см. рис. 3, *а*) отвечают бифуркации рождения в фазовом пространстве устойчивого двумерного вращательного тора T_1^+ из предельного цикла L_1^+ при пересечении этих частей кривой *5* с

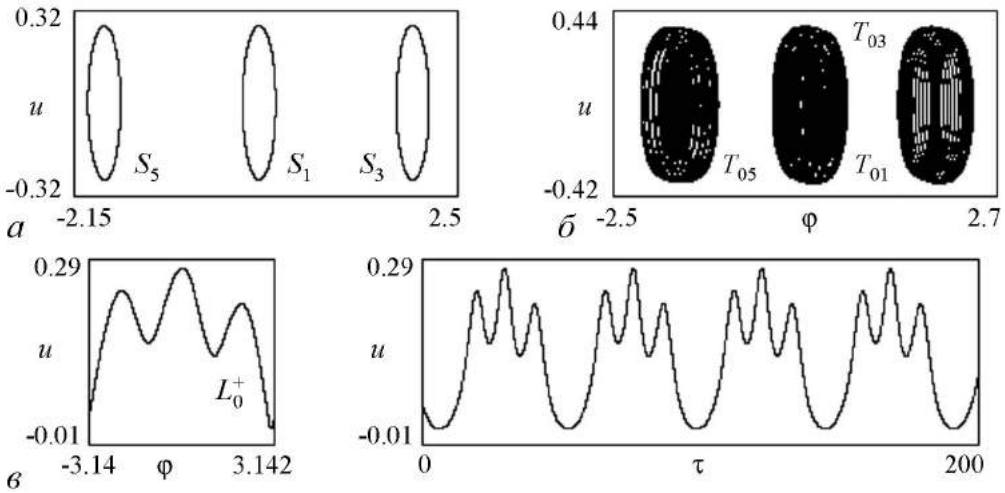


Рис. 4. Аттракторы квазисинхронных и асинхронного режимов, наблюдаемые при изменении параметра b: $b = 4.0$ (*а*); 5.5 (*б*); 0.095 (*в*) ($\gamma = 0.25$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 25$, $m = 3$, $a = 0.2$, $d = 0.8$, $\mu = 4.8$, $\mu_1 = 6.5$)

© *В.П. Пономаренко*

возрастанием b. Части B_1B_2 и B_3B_4 кривой *5* соответствуют седло-узловой бифуркации предельного цикла L_1^+, эта бифуркация приводит к исчезновению цикла L_1^+ и прекращению соответствующего ему асинхронного режима при пересечении частей B_1B_2 и B_3B_4 кривой *5* соответственно с возрастанием и уменьшением параметра μ_1. При пересечении части B_2B_3 кривой *5* наблюдается потеря устойчивости режима предельного цикла L_1^+ в результате бифуркации удвоения периода.

Кривая *9* на рис. 3, *б* отвечает потере устойчивости предельного цикла L_2^+ через бифуркацию рождения в фазовом пространстве устойчивого двумерного тора T_2^+ вращательного типа при возрастании параметра b. Части кривой *10* выше точки B_5 и точки B_8 (см. рис. 3, *б*) отвечают рождению в фазовом пространстве устойчивого двумерного вращательного тора T_3^+ из предельного цикла L_3^+. Тор T_3^+ рождается при переходе через эти части кривой *10* с возрастанием b. Части B_5B_6 и B_7B_8 кривой *10* соответствуют исчезновению предельного цикла L_3^+ в результате седло-узловой бифуркации при пересечении кривых B_5B_6 и B_7B_8 соответственно при возрастании и уменьшении параметра μ_1. Часть B_6B_7 кривой *10* отвечает бифуркации удвоения периода предельного цикла L_3^+.

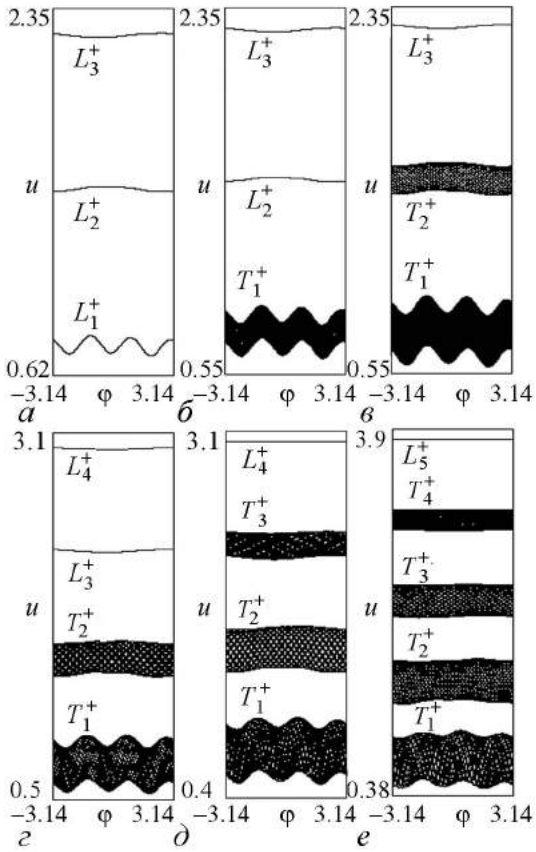


Рис. 5. Аттракторы асинхронных режимов, наблюдаемые в фазовом пространстве при изменении параметра b: $b = 2.25$ (*а*), 2.45 (*б*), 2.65 (*в*), 2.9 (*г*), 3.3 (*д*), 4.0 (*е*) ($\gamma = 0.25$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 25$, $m = 3$, $a = 0.2$, $d = 0.8$, $\mu = 4.8$, $\mu_1 = 6.5$)

Часть кривой *11* выше точки B_9 и часть кривой 12 ниже точки B_0 (см. рис. 3, *б*) соответствуют бифуркации рождения устойчивого двумерного тора T_4^+ вращательного типа из предельного цикла L_4^+. Тор T_4^+ рождается при пересечении указанных кривых с возрастанием параметров μ_1 или b. Часть кривой *11* ниже точки B_9 и часть кривой *12* выше точки B_0 отвечают седло-узловой бифуркации предельного цикла L_4^+, в результате которой он исчезает при пересечении этих частей кривых *11* и *12* соответственно с возрастанием и уменьшением параметра μ_1.

На рис. 5 даны (φ, u)-проекции фазовых портретов торов T_1^+, T_2^+, T_3^+ и T_4^+. Результаты, приведенные на рис. 5, показывают развитие режимов предельных циклов L_1^+, L_2^+, L_3^+ и L_4^+ при изменении параметра b в интервале (2.25;4.0) при фиксированном значении параметра $\mu_1 = 6.5$. Видно, что при возрастании b, кроме появления режимов торов T_1^+, T_2^+, T_3^+ и T_4^+, в области $u > 0$ фазового пространства возникает еще один устойчивый вращательный предельный цикл L_5^+, расположенный выше предельного цикла L_4^+ (рис. 5, *е*). Численное исследование системы (3) показало, что при возрастании параметра b реали-

© *В.П. Пономаренко*

зуются седло-узловые бифуркации, в результате которых в фазовом пространстве появляются устойчивые и седловые вращательные предельные циклы, локализованные выше предельного цикла L_5^+. Эти предельные циклы при возрастании b испытывают бифуркации рождения устойчивых двумерных вращательных торов, седло-узловые бифуркации и бифуркации удвоения периода. Кроме этого, выяснено существование, наряду с вращательными предельными циклами, расположенными в области $u > 0$ фазового пространства U, аналогичных предельных циклов, локализованных в области $u < 0$ фазового пространства, и бифуркаций этих циклов, аналогичных

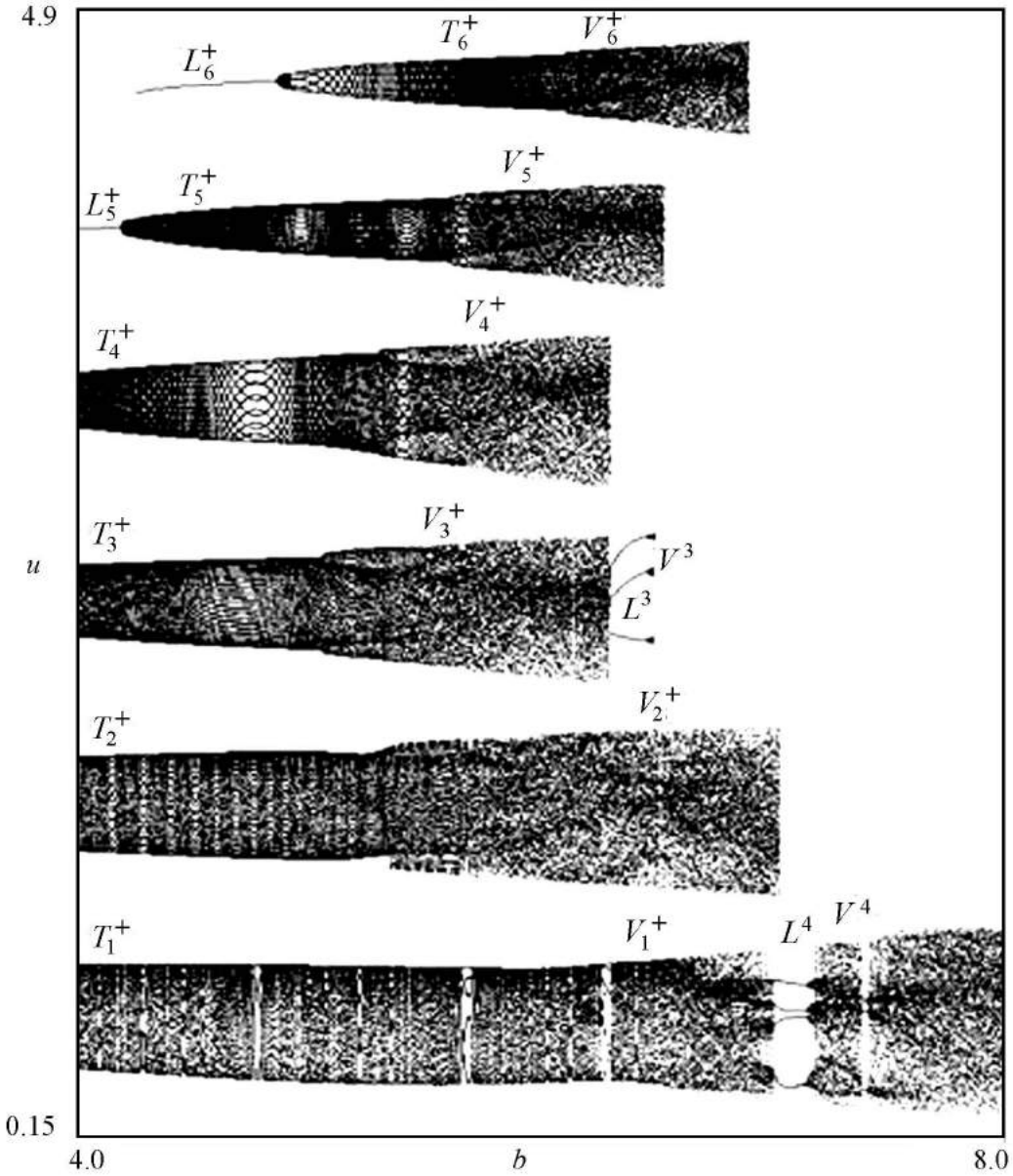


Рис. 6. Эволюция асинхронных режимов, развивающихся в системе на базе предельных циклов L_5^+, L_6^+ и торов T_1^+, T_2^+, T_3^+, T_4^+ при увеличении параметра b ($\gamma = 0.25$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 25$, $m = 3$, $a = 0.2$, $d = 0.8$, $\mu = 4.8$, $\mu_1 = 6.5$)

бифуркациям вращательных предельных циклов, расположенных в области $u > 0$. Примечательно, что область устойчивости состояний равновесия и области с вращательными предельными циклами пересекаются на плоскости (b, μ_1), то есть режим синхронизации и периодические асинхронные режимы, а также периодические квазисинхронные и асинхронные режимы могут существовать в системе ЧФАП одновременно. От начальных значений фазовых переменных зависит, какой из этих режимов реализуется в системе.

Полученные результаты о возможных динамических состояниях системы (3) свидетельствуют о высокой степени мультистабильности системы, которая увеличивается при возрастании параметра b. Рассмотрим особенности динамики системы (3), обусловленные вращательными движениями, локализованными в области $u > 0$ фазового пространства. Развитие асинхронных режимов системы ЧФАП при возрастании параметра b в интервале $(2.25; 4.0)$ характеризуют проекции фазовых портретов аттракторов, приведенные на рис. 5. Эволюцию асинхронных режимов при значениях $b > 4.0$ характеризует однопараметрическая бифуркационная диаграмма (b, u), построенная при $\mu_1 = 6.5$ и вариации параметра b и приведенная на рис. 6. На рис. 7–9 даны примеры (u, y)-проекций отображения Пуанкаре плоскости $\varphi = -\pi$ в плоскость $\varphi = \pi$, порождаемого фазовыми траекториями системы (3), (φ, u)-проекций фазовых портретов и реализаций колебаний $u(\tau)$, соответствующих аттракторам системы (3), развивающимся в фазовом пространстве U при возрастании b. Анализ диаграммы (b, u) позволил выяснить следующие сценарии развития режимов торов T_1^+, T_2^+, T_3^+, T_4^+ и предельного цикла L_5^+ (см. рис. 5) при изменении параметра b от 4.0 до 8.0.

Картина эволюции режима тора T_1^+ (соответствующая этому тору инвариантная замкнутая кривая Γ_1 сечения Пуанкаре приведена на рис. 7, *а*) характеризуется следующими явлениями: бифуркацией удвоения периода кривой Γ_1 (с образованием двухпетлевой инвариантной замкнутой кривой Γ_1^2), адекватной бифуркации удвоения тора T_1^+ с последующей потерей гладкости [24, 30] кривой Γ_1^2 и возникновением вращательного хаотического аттрактора V_1^+ (рис. 7, *б*); прекращением хаотических колебаний в режиме аттрактора V_1^+ и жестким переходом к режиму четырехобо-

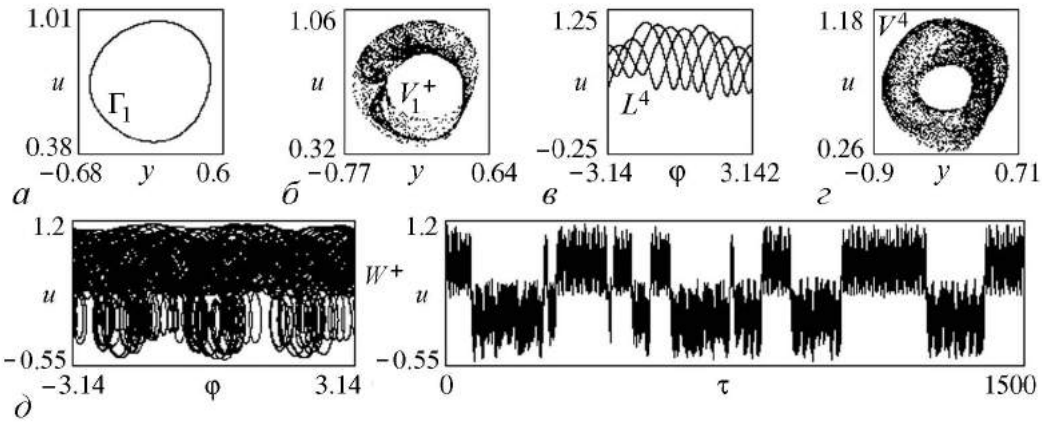


Рис. 7. Примеры аттракторов асинхронных режимов, развивающихся в системе на базе тора T_1^+, наблюдаемых при изменении параметра b: $b = 6.45$ (*а*), 6.9 (*б*), 7.05 (*в*), 8.15 (*г*), 8.35 (*д*) ($\gamma = 0.25$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 25$, $m = 3$, $a = 0.2$, $d = 0.8$, $\mu = 4.8$, $\mu_1 = 6.5$)

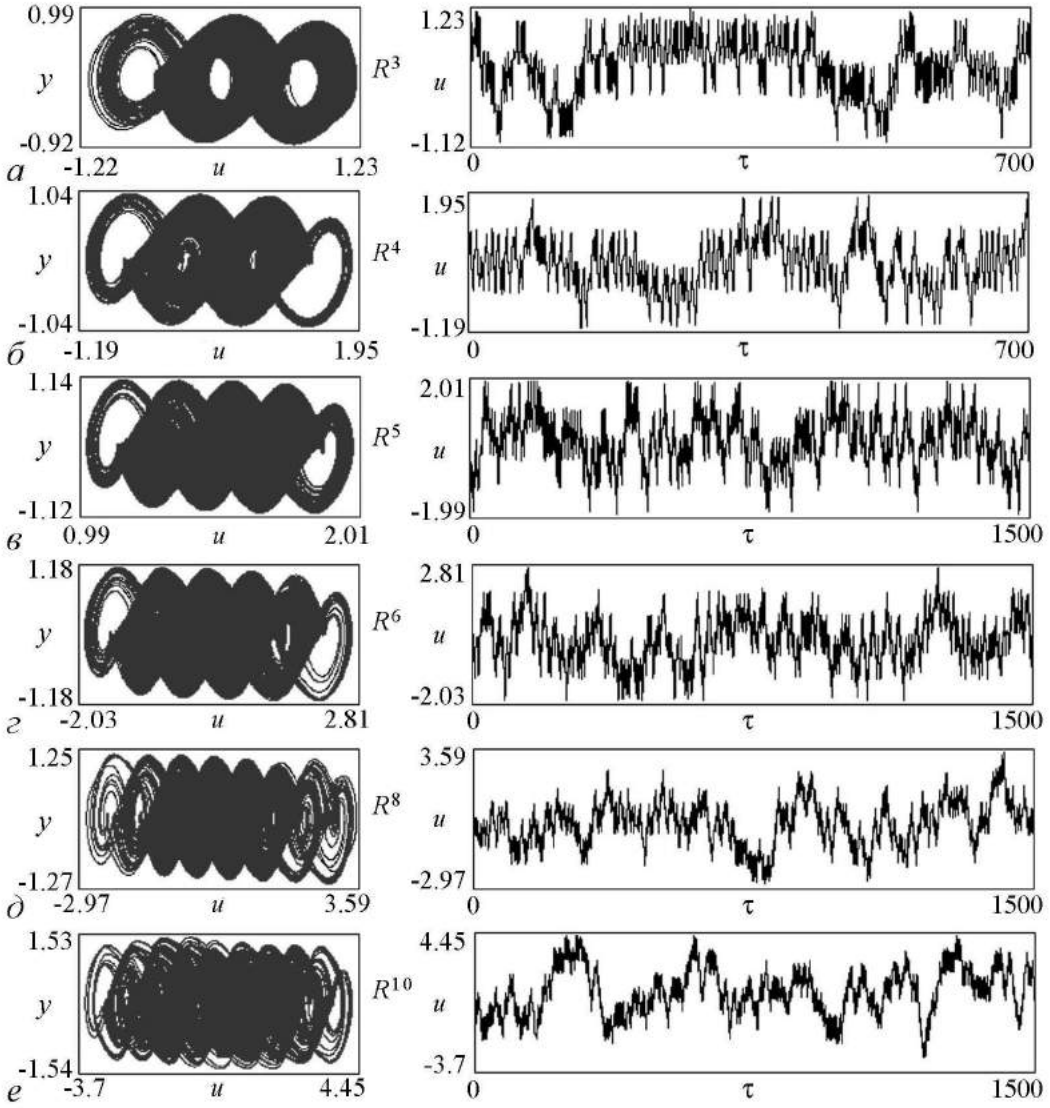


Рис. 8. Примеры сложных хаотических асинхронных режимов с переключениями колебаний, соответствующих аттракторам R^n с $n = 3, 4, 5, 6, 8, 10$, при $\mu_1 = 6.5$; $b = 9.8$ (*а*), 13.0 (*б*), 15.0 (*в*), 16.3 (*г*), 16.8 (*д*), 20.0 (*е*) и значениях параметров $\gamma = 0.25$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 25$, $m = 3$, $a = 0.2$, $d = 0.8$, $\mu = 4.8$

ротного (8π-периодического по φ) вращательного предельного цикла L^4 (рис. 7, *в*); бифуркациями удвоения периода цикла L^4 и образованием вращательного хаотического аттрактора V^4 (рис. 7, *г*); преобразованием аттрактора V^4 в хаотический аттрактор W^+ колебательно-вращательного типа (рис. 7, *д*). Для режима аттрактора W^+ характерны нерегулярно переключающиеся хаотические движения колебательного и вращательного типа. Интересно, что вид реализации $u(\tau)$ и (u, y)-проекции фазового портрета хаотического аттрактора W^+ напоминают двухспиральный хаотический аттрактор с переключениями переменной u.

При дальнейшем возрастании параметра b в фазовом пространстве формируются сложные хаотические аттракторы вращательного типа R^n ($n = 3, 4, 5, \ldots$) с n областями сосредоточения вращательных движений и нерегулярными переключе-

© *В.П. Пономаренко*

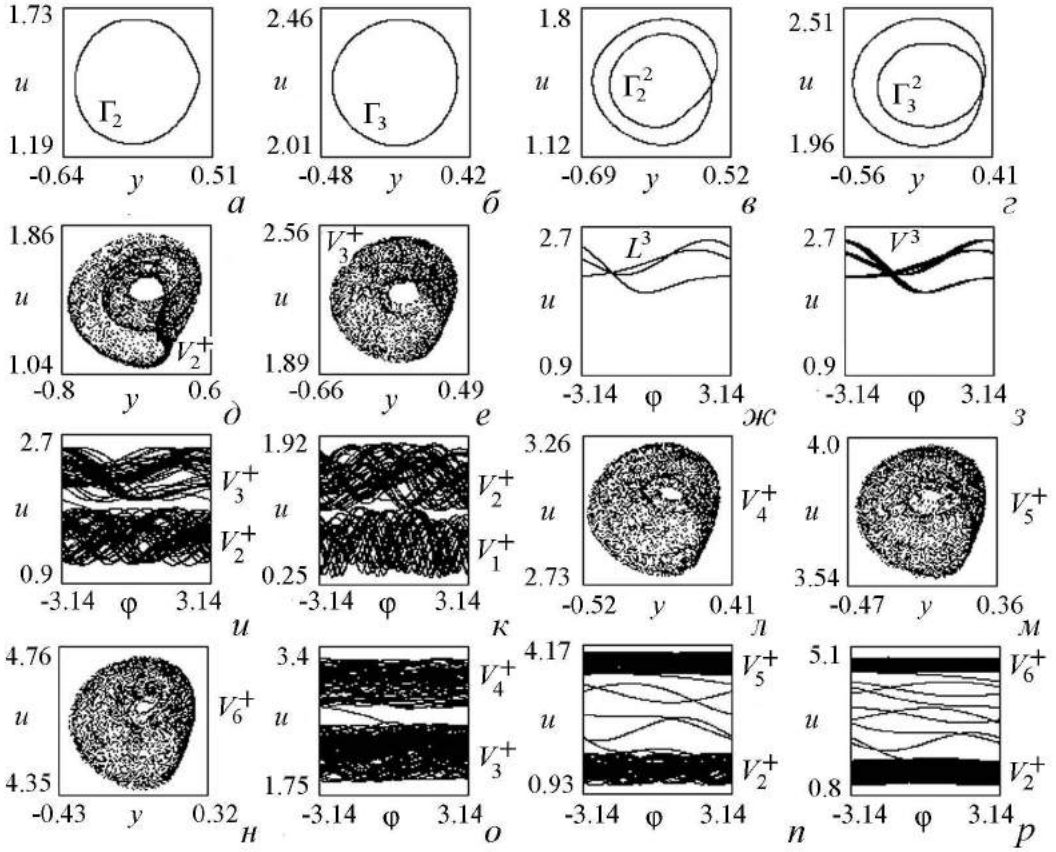


Рис. 9. Аттракторы асинхронных режимов и переходы между режимами, наблюдаемые при изменении параметра b: $b = 5.25$ (*а*), 5.0 (*б*), 5.55 (*в*), 5.3 (*г*), 6.95 (*д*), 5.8 (*е*), 6.35 (*ж*), 6.483 (*з*), 6.484 (*и*), 7.01 (*к*), 5.85 (*л*), 6.13 (*м*), 6.55 (*н*), 6.279 (*о*), 6.515 (*п*), 6.887 (*р*) ($\gamma = 0.25$, $\beta = 8$, $\varepsilon = 25$, $m = 3$, $a = 0.2$, $d = 0.8$, $\mu = 4.8$, $\mu_1 = 6.5$)

ниями между этими областями. Примечательно, что аттракторы R^n по виду (u, y)-проекций фазовых портретов и реализаций колебаний $u(\tau)$ похожи на хаотические многоспиральные аттракторы колебательного типа, изображенные на рис. 2, *а–д*. На рис. 8 приведены примеры хаотических аттракторов R^n с $n = 3, 4, 5, 6, 8, 10$. Видно, что на (u, y)-проекциях фазовых портретов этих аттракторов четко выделяются n областей сосредоточения вращательных движений, между которыми совершаются нерегулярные перебросы. Видно также, как усложняется структура хаотического аттрактора при возрастании параметра b. Об этом усложнении свидетельствуют вычисленные величины максимальных ляпуновских характеристических показателей ρ_m аттракторов R^n, приведенных на рис. 8, – эти показатели имеют значения 0.44, 0.45, 0.75, 0.9, 0.97, 1.07, соответственно. Как известно, возрастание максимального ляпуновского характеристического показателя свидетельствует об увеличении скорости разбегания близких фазовых траекторий на аттракторе R^n. Отметим, что возможность формирования в системе ЧФАП асинхронных режимов с нерегулярными переключениями колебаний на вращательных хаотических аттракторах R^n обусловлена периодической характеристикой $\Phi(u)$ многочастотного дискриминатора, определяемой (2).

© *В.П. Пономаренко*

Рассмотрим особенности эволюции режимов торов T_2^+ и T_3^+ при возрастании параметра b (см. рис. 6). Они характеризуются бифуркациями удвоения этих торов, когда соответствующие торам T_2^+ и T_3^+ инвариантные замкнутые кривые Γ_2 и Γ_3 сечения Пуанкаре (рис. 9, *а, б*) становятся двухпетлевыми Γ_2^2 и Γ_3^2 (рис. 9, *в, г*), и переходом к режимам вращательных хаотических аттракторов V_2^+ и V_3^+ (рис. 9, *д, е*) в результате потери гладкости кривых Γ_2^2 и Γ_3^2. Режим аттрактора V_3^+ жестко сменяется режимом трехоборотного (6π-периодического по φ) предельного цикла L^3 (рис. 9, *ж*), на базе которого в фазовом пространстве формируется вращательный хаотический аттрактор V^3 (рис. 9, *з*). От режима аттрактора V^3 система жестко переходит к режиму хаотического аттрактора V_2^+ (рис. 9, *и*). В свою очередь, при дальнейшем возрастании b система от режима аттрактора V_2^+ жестко переключается на режим хаотического аттрактора V_1^+ (рис. 9, *к*).

Эволюция режимов тора T_4^+ и торов T_5^+ и T_6^+, возникающих из предельных циклов L_5^+ и L_6^+ (см. рис. 6) при возрастании b, имеет характер, похожий на характер развития режимов торов T_2^+ и T_3^+. Отличие состоит в том, что, во-первых, при возрастании b наблюдаются две бифуркации удвоения периода инвариантных замкнутых кривых Γ_4, Γ_5 и Γ_6 в сечении Пуанкаре с образованием четырехпетлевых инвариантных замкнутых кривых Γ_4^2, Γ_5^2 и Γ_6^2, а во-вторых, переходы к режимам вращательных хаотических аттракторов V_4^+,V_5^+ и V_6^+ (рис. 9, *л, м, н*) происходят через разрушение кривых Γ_4^2, Γ_5^2 и Γ_6^2 в результате потери гладкости. При дальнейшем возрастании b последовательно реализуются (см. рис. 6) жесткие переходы от режима аттрактора V_4^+ к режиму аттрактора V_3^+ (рис. 9, *о*), от режима аттрактора V_5^+ к режиму аттрактора V_2^+ (рис. 9, *п*) и от режима аттрактора V_2^+ к режиму аттрактора V_2^+ (рис. 9, *р*).

Представленные результаты исследования динамики системы (3) показывают, что в системе ЧФАП с двухканальным фазовым дискриминатором и многочастотным дискриминатором с характеристиками, определяемыми (2), и одинаковыми фильтрами третьего порядка в цепях фазового и частотного управления создаются возможности для реализации множества разнообразных периодических, квазипериодических и хаотических автомодуляционных колебательных режимов управляемого генератора.

Заключение

В данной работе представлены результаты исследования режимов динамического поведения и нелинейных явлений в модификации автогенераторной частотно-фазовой системы, в которой используются двухканальный фазовый дискриминатор и многочастотный дискриминатор с периодической характеристикой. Исследование проведено на основе математической модели (3) с двумя степенями свободы в цилиндрическом фазовом пространстве. Выяснено, что указанная модификация системы ЧФАП, которая отражается в появлении в системе периодических нелинейностей, определяемых (2), приводит к качественно новым эффектам в динамике системы – увеличению числа состояний равновесия в области $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ фазового пространства, возможности возникновения сложных квазисинхронных режимов на хаотических многоспиральных аттракторах, характерных для многоустойчивых динамиче-

© *В.П. Пономаренко*

ских систем, и асинхронных режимов на колебательно-вращательных хаотических аттракторах с колебательной стадией движений на многоспиральных хаотических аттракторах, а также возможности возникновения асинхронных режимов на вращательных хаотических аттракторах с нерегулярными переходами между различными колебательными состояниями.

Получены условия существования синхронного режима, определяющие границу области его удержания при изменении параметров системы. Выяснено, что поведение системы вне области удержания синхронного режима является достаточно сложным и разнообразным. Выявлено одновременное существование в рассматриваемой системе ЧФАП множества периодических, квазипериодических и хаотических автомодуляционных режимов, в том числе и таких, которые невозможны в традиционной системе ЧФАП, которое обусловливает высокую степень мультистабильности системы. Обнаружены разнообразные сценарии развития автомодуляционных режимов управляемого генератора при изменении параметров системы. Примечательно, что явления сложной динамики наблюдаются в системе, в том числе и при относительно небольших величинах параметра инерционности μ_1 и параметра b, характеризующего степень влияния частотной цепи управления.

Представленные в работе данные о динамических режимах модифицированной системы ЧФАП могут быть полезными при решении задач управления характеристиками генерируемых в системе колебательных процессов и перевода в колебательный режим с желаемыми свойствами. Новые квазисинхронные и асинхронные режимы модифицированной системы ЧФАП представляют практический интерес для получения имеющих равномерный спектр широкополосных колебаний с хаотической модуляцией их неэнергетических параметров: частоты и фазы и применения таких сигналов в информационно-коммуникационных системах с прямохаотической передачей данных [4, 5, 31].

Библиографический список

1. *Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М.* Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука, 1984. 320 с.
2. *Шалфеев В.Д., Матросов В.В.* Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. 366 с.
3. *Каганов В.И.* Радиоэлектронные системы автоматического управления. Компьютеризированный курс: Учебное пособие для вузов. М.: Горячая линия–Телеком, 2009. 432 с.
4. *Дмитриев А.С., Широков М.Е.* Выбор генератора для прямохаотической системы связи // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 7. С. 840–849.
5. *Дмитриев А.С., Клецов А.В., Кузьмин Л.В.* Генерация сверхширокополосного хаоса в дециметровом диапазоне // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54, № 6. С. 709–718.
6. *Шахтарин Б.И., Кобылкина П.И., Сидоркина Ю.А., Кондратьев А.В., Митин С.В.* Генераторы хаотических колебаний: Учебное пособие. М.: Гелиос АРВ, 2007. 248 с.

© *В.П. Пономаренко*

7. *Капранов М.В.* О полосе захвата при частотно-фазовой автоподстройке // Науч. докл. высш. школы. Сер. «Радиотехника и электроника». 1958. Т. 2, № 9. С. 162.
8. *Каганов В.И., Терещенко С.В.* Помехоустойчивость двухкольцевой системы автоматического управления // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57, № 3. С. 353.
9. *Пономаренко В.П., Тихонов Е.А.* Динамика автогенератора с частотно-фазовым управлением при инверсии характеристики частотного дискриминатора // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. Т. 11, № 6. С. 75–91.
10. *Пономаренко В.П., Тихонов Е.А.* Хаотическая и регулярная динамика автогенераторной системы с нелинейной петлей частотно-фазового управления // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 2. С. 205–214.
11. *Пономаренко В.П.* Динамические режимы в моделях автогенераторных систем с частотным и частотно-фазовым управлением // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15, № 3. С. 33–51.
12. *Пономаренко В.П.* Динамические режимы и нелинейные эффекты в автогенераторе с частотно-фазовым управлением // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008. Т. 16, № 6. С. 18–40.
13. *Матросов В.В.* Динамические свойства генератора с частотно-фазовым управлением // Известия вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 4. С. 334–342.
14. *Матросов В.В.* Моделирование динамики системы частотно-фазовой автоподстройки с фильтрами первого порядка // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Сер. «Математическое моделирование и управление». 2006. Вып. 2(31). С. 17–28.
15. *Капранов М.В., Романов Е.В.* Линейные модели системы ЧАП с дискриминатором на линии задержки // Радиотехника. 1988. № 11. С. 34–38.
16. *Пономаренко В.П.* Нелинейные эффекты в автогенераторной системе с частотно-фазовым управлением // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 4. С. 66–84.
17. *Пономаренко В.П.* Динамические режимы и бифуркации в системе частотно-фазовой автоподстройки с многочастотным дискриминатором // Радиотехника и электроника. 2015. Т. 60, № 2. С. 186–200.
18. *Chernobayev V.G., Kapranov M.V.* Investigation of multi channel phase discriminator phase locked loops // Proceedings of 2nd International Conference «Control of Oscillations and Chaos». July 5–7, St. Petersburg, Russia. 2000. Vol. 1. P. 130–132.
19. *Chernobayev V.G., Kapranov M.V.* Chaos in two-channel phase locked loops with multi-frequency discriminators // Perspective Technologies in Information. Vladimir: IENR, 1999. Vol. 2. P. 282–285.
20. *Шильников Л.П., Шильников А.Л., Тураев Д.В., Чуа Л.* Методы качественной теории в нелинейной динамике. Часть 2. Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2009. 548 с.
21. Системы фазовой синхронизации / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982. 288 с.
22. *Ермолаев Ю.Л., Санин А.Л.* Электронная синергетика. Ленинград: Изд-во ЛГУ, 1989. 248 с.

© *В.П. Пономаренко*

23. *Неймарк Ю.И.* Динамические системы и управляемые процессы. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2014. 336 с.
24. *Анищенко В.С.* Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990. 312 с.
25. Динамика нелинейных систем. Программный комплекс для исследования нелинейных динамических систем с непрерывным временем: Учебно-методическая разработка / Сост. В.В. Матросов. Н. Новгород: ННГУ, 2002. 54 с.
26. *Баутин Н.Н.* Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука, 1984. 176 с.
27. *Madan R.N.* (Editor). Chua's Circuits: A Paradigm for Chaos // World Scientific Series on Nonlinear Science, series B. 1993. Vol. 1. World Scientific, Singapore. 1043 p.
28. *Suykens J.A.K., Vanderwalle J.* Generation of n-double scrolls ($n = 1, 2, 3, 4, ...$) // IEEE Transaction on Circuits and Systems-1: Fundamental Theory and Applications. 1993. Vol. 40, No 11. P. 861–867.
29. *Bilotta E., Pantano P., Stranges F.* A gallery of Chua attractors: Part 1 // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2007. Vol. 17, No 1. P. 1–60.
30. *Кузнецов А.П., Сатаев И.Р., Станкевич Н.М., Тюрюкина Л.В.* Физика квазипериодических колебаний. Саратов: Издательский центр «Наука», 2013. 252 с.
31. *Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Максимов Н.А., Панас А.И.* Генерация хаоса / Под общ. ред. А.С. Дмитриева. М.: Техносфера, 2012. 424 с.

References

1. Kapranov M.V., Kuleshov V.N., Utkin G.M. Theory of Oscillations in Radio Engineering. Moscow: Nauka, 1984. 320 p. (in Russian).
2. Shalfeev V.D., Matrosov V.V. Nonlinear Dynamics of Phase-Locked Systems. Nizhny Novgorod: Izdatel'stvo Nizhegorodskogo Universiteta, 2013. 366 p. (in Russian).
3. Kaganov V.I. Radio Electronics Automatic Control Systems: Computerized course. Train aid for institutions of higher learning. Moscow: Hot line-Telecom, 2009. 432 p. (in Russian).
4. Dmitriev A.S. Shirokov M.E. Choice of Generator for a Direct Chaotic Communication System. *Journal of Communication Technology and Electronics*. 2004. Vol. 49, No7. P. 790.
5. Dmitriev A.S., Kletsov A.V., Kuz'min L.V. Generation of Ultrawideband Phase Chaos in the Decimeter Band. *Journal of Communication Technology and Electronics.* 2009. Vol. 54, No6. P. 675.
6. Shakhtarin B.I., Kobylkina P.I., Sidorkina Yu.A., Kondrat'ev A.V., Mitin S.V. Generators of Chaotic Oscillations: Train aid. Moscow: Gelios ARV, 2007. 248 p. (in Russian).
7. Kapranov M.V. About the capture range at the automatic frequency-phase control. *Nauchnye Doklady Vyshei Shkoly. Seriya «Radiotekhnika i Elektronika»*. 1958. Vol. 2, No9. P. 162. (in Russian).
8. Kaganov V.I., Tereshenko S.V. Noise-Immunity of the Double-Loop System of Automatic Control. *Journal of Communication Technology and Electronics*. 2012. Vol. 57. № 3. P. 323.

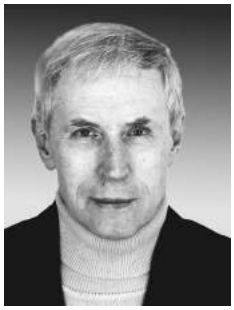
© *В.П. Пономаренко*

9. Ponomarenko V.P., Tikhonov E.A. Dynamics of a phase-frequency-feedback oscillator with an inverted frequency discriminator characteristic. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2003. Vol. 11, No6. P. 75–91. (in Russian).
10. Ponomarenko V.P., Tikhonov E.A. Chaotic and regular dynamics of a self-oscillator system with a nonlinear frequency-phase control loop. *Journal of Communication Technology and Electronics*. 2004. Vol. 49, No2. P. 187.
11. Ponomarenko V.P. Dynamical regimes in models of autooscillatory systems with frequency and frequency-phase control. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2007. Vol. 15, No3. P. 33–51. (in Russian).
12. Ponomarenko V.P. Dynamical regimes and nonlinear phenomena in generator with frequency-phase control. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2008. Vol. 16, No 6. P. 18–40. (in Russian).
13. Matrosov V.V. The dynamics of a frequency- and phase-controlled oscillator. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2004. Vol. 47, No 4. P. 297–304.
14. Matrosov V.V. Modeling of dynamics of the frequency-phase control system with the first-order filters. *Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod. Seriya «Mathematical Modeling and Control»*. 2006. Vol. 2(31). P. 17–28. (in Russian).
15. Kapranov M.V., Romanov E.V. Linear models of the automatic frequency control system with a discriminator constructed with the use of a delay line. *Radiotekhnika*. 1988. No11. P. 34–38. (in Russian).
16. Ponomarenko V.P. Nonlinear effects in autooscillatory system with frequency-phase control. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2012. Vol. 20, No4. P. 66–84. (in Russian).
17. Ponomarenko V.P. Dynamic modes and bifurcations in the frequency-phase lock system with a multiple-frequency discriminator. *Journal of Communication and Electronics*. 2015. Vol. 60, No 2. P. 179–192.
18. Chernobayev V.G., Kapranov M.V. Investigation of multi channel phase discriminator phase locked loops. *Proceedings of 2nd International Conference «Control of Oscillations and Chaos».* July 5–7, St. Petersburg, Russia. 2000. Vol. 1. P. 130–132.
19. Chernobayev V.G., Kapranov M.V. Chaos in two-channel phase locked loops with multi-frequency discriminators. *Perspective Technologies in Information*. Vladimir: IENR, 1999. Vol. 2. P. 282–285.
20. Shilnikov L.P., Shilnikov A.L., Turaev D.V., Chua L.O. Methods of Qualitative Theory in Nonlinear Dynamics. World Scientific. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 2009. 548 p.
21. Sistemu Fazovoi Sinchronizatcii. Eds V.V. Shakhgildyan, L.N.Belustina. Moscow: Radio and Svyaz, 1982. 288 p. (in Russian).
22. Ermolayev Yu.L., Sanin A.L. Electronic Synergetics. Leningrad: Izdatel'stvo Leningradskogo Universiteta, 1989. 248 p. (in Russian).
23. Neimark Yu.I. Dynamic Systems and Controlled Processes. Moscow: Knizhny Dom «LIBROCOM», 2014. 336 p. (in Russian).
24. Anishchenko V.S. Complex Oscillations in the Simple Systems. Moscow: Nauka, 1990. 312 p. (in Russian).

© *В.П. Пономаренко*

25. Dynamics of Nonlinear Systems. Complex of the Programs for Research of Nonlinear Dynamical Systems with Continuous Time/ Comp. by V.V. Matrosov. N. Novgorod: Izdatel'stvo Nizhegorodskogo Universiteta, 2002. 54 p. (in Russian).
26. Bautin N.N. Behavior of the Dynamic Systems Near-by the Boundaries of Stability Domain. Moscow: Nauka, 1984. 176 p. (in Russian).
27. R.N. Madan (Editor). Chua's Circuits: A Paradigm for Chaos. World Scientific Series on Nonlinear Science, series B. 1993. Vol. 1. World Scientific, Singapore. 1043 p.
28. Suykens J.A.K, Vanderwalle J. Generation of n-double scrolls ($n = 1, 2, 3, 4, ...$). *IEEE Transaction on Circuits and Systems-1: Fundamental Theory and Applications.* 1993. Vol. 40. No 11. P. 861–867.
29. Bilotta E., Pantano P., Stranges F. A gallery of Chua attractors: Part 1. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2007. Vol. 17, No 1. P. 1–60.
30. Kuznetsov A.P., Sataev I.R., Stankevich N.M., Turukina L.V. Physics of Quasiperiodic Oscillations. Saratov: Nauka, 2013. 252 p. (in Russian).
31. Dmitriev A.S., Efremova E.V., Maksimov N.A., Panas A.I. Generation of Chaos / Ed. A.S. Dmitriev. Moscow: Tekhnosfera, 2012. 424 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 31.03.2017



Пономаренко Валерий Павлович – родился в Мурманске (1941), окончил Горьковский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (1963). В 1968–2015 годах работал в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (НИИ ПМК ННГУ). С 2015 года работает в Институте информационных технологий, математики и механики (ИИТММ) ННГУ им. Н.И. Лобачевского. Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1972) и доктора физико-математических наук (1993) в области теории синхронизации, теории колебаний и динамики систем. С 1991 года – заместитель директора НИИ ПМК при ННГУ. С 2013 года – учёный секретарь НИИ ПМК ННГУ. С 2015 года профессор кафедры прикладной математики ИИТММ. Разработал курсы «Качественные методы нелинейной динамики», «Нелинейная динамика и ее приложения». Область научных интересов – теория колебаний, нелинейная динамика, применение нелинейной динамики в радиоавтоматике, синхронизация автоколебательных систем, математическое моделирование. Один из авторов монографий «Фазовая синхронизация», «Системы фазовой синхронизации» и «Взаимодействующие системы с фазовым управлением: регулярная и хаотическая динамика», автор монографии «Нелинейная динамика систем с частотно-фазовым управлением: модели, регулярные и хаотические режимы». Опубликовал много научных статей по направлениям, указанным выше.

603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (ННГУ)
E-mail: ponomarenko@vmk.unn.ru

© *В.П. Пономаренко*

УДК 621.385.6

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ В СКРЕЩЕННЫХ СТАТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ ПРИ ЕГО ДВИЖЕНИИ В СРЕДЕ С КОМПЛЕКСНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

А. А. Фунтов

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
E-mail: aafuntov@mail.ru

Рассматривается резистивный усилитель – вакуумный СВЧ-прибор, в котором усиление происходит благодаря сдвигу фаз между переменным током электронного потока и переменными составляющими поля, возникающего из-за присутствия поглощающих стенок. Интересен он тем, что отсутствует необходимость в замедляющей системе, что важно, например, для освоения субмиллиметрового диапазона. В рассматриваемом приборе также почти полностью отсутствует обратная связь между выходом и входом.

В последнее время к резистивному усилителю вновь проявлено внимание в связи с возможностью использования метаматериалов, заметно увеличивающих коэффициент усиления.

Построена двумерная линейная адиабатическая теория устройства с электронным потоком конечной толщины, который движется в скрещенных статических электрическом и магнитном полях (поток магнетронного типа) между двумя плоскими поверхностями с комплексной проводимостью. В работе впервые изложена последовательная теория для усилителя на поглощении М-типа с пучком конечной толщины при движении электронного потока магнетронного типа в среде с комплексной проводимостью.

Рассмотрены случаи, когда обе поверхности металлические, и когда одна из поверхностей металлическая, а другая – имеет активную, емкостную или индуктивную проводимость. Исследованы случаи тонкого и толстого пучка. Показано, что комплексная проводимость поверхностей увеличивает область неустойчивости, и при емкостной проводимости возникает неустойчивость толстых пучков, невозможная только из-за диокотронной неустойчивости. Показано увеличение коэффициента усиления при приближении потока к плоским поверхностям с комплексной проводимостью.

Ключевые слова: Резистивный усилитель, М-тип, линейная теория, толстый пучок.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-75-88

Образец цитирования: Фунтов А.А. Волновые процессы в электронном потоке в скрещенных статических электрических и магнитных полях при его движении в среде с комплексной проводимостью // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 3. С. 75–88.

© *А.А. Фунтов*

WAVE PROCESSES IN THE ELECTRON BEAM IN CROSSED STATIC ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS AS IT MOVES IN A MEDIUM WITH A COMPLEX CONDUCTIVITY

A. A. Funtov

Saratov State University
Russia, 410012 Saratov, Astrakhanskaya str., 83
E-mail: aafuntov@mail.ru

Resistive wall amplifier is vacuum microwave device. The gain is due to the phase shift between a.c. of electron beam and the alternating field components. The absorbing device walls influence on the alternating field components is considered. It is interesting that there is no need for a slowing system that is important to learn the submillimeter range. Furthermore the feedback is completely absent between the output and the input.

Recently, attention has been paid to resistive wall amplifier in connection with the possibility of using metamaterials that significantly increases the gain.

It is worked out (developed) two-dimensional linear adiabatic theory of a device with an electron beam moving in crossed static electric and magnetic fields (magnetron-type flux). The electron beam of finite thickness is inserted between two flat surfaces with complex conductivity.

In this paper, a consistent theory for an M-type absorption amplifier with a beam of finite thickness, and for the motion of an electron beam of a magnetron type in a medium with complex conductivity is present for the first time.

The cases, when both surfaces are metallic, and when one of the surfaces is metallic, and the other has active, capacitive or inductive conductivity, are considered. The cases of a thin and thick beam are investigated. It is shown that the complex conductivity of surfaces increases the instability region, and with capacitive conductivity, an instability of thick beams is created, which is impossible only because of the diocotron instability. An increase in the gain as the flow approaches the flat surfaces with complex conductivity is shown.

Keywords: Resistive wall amplifier, linear theory, M-type, thick beam.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-75-88

Paper reference: Funtov A.A. Wave processes in the electron beam in crossed static electric and magnetic fields as it moves in a medium with a complex conductivity // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2017. Vol. 25. Issue 3. P. 75–88.

Введение

Резистивный усилитель – один из вакуумных СВЧ-приборов, не получивших распространения. Однако в последнее время он снова привлек внимание из-за своих особенностей: почти полное отсутствие обратной связи между выходом и входом и исключение необходимости в замедляющей системе. Усиление происходит благодаря сдвигу фаз между переменным током электронного потока и переменными составляющими поля, возникающего из-за присутствия поглощающих стенок.

В данной работе строится теория усилителя на поглощении М-типа с пучком конечной толщины, движущимся в пространстве дрейфа со стенками с комплексной проводимостью. Решение данной задачи инициировано следующими причинами.

© *А.А. Фунтов*

1. Возвращение интереса к усилителю на поглощении (резистивному усилителю) в связи с появлением метаматериалов [1–5].
2. Отсутствие теории резистивного усилителя, в котором используется электронный поток, движущийся в статических электрическом и магнитном полях (поток магнетронного типа). О возможности осуществления такого прибора есть лишь краткое упоминание в [6].
3. Отсутствие последовательной теории волновых процессов в различных моделях электронного потока магнетронного типа при его движении в среде с комплексной проводимостью.

Полученное дисперсионное уравнение исследуется при различных проводимостях среды для различной конечной толщины пучка; также рассчитывается коэффициент усиления.

1. Модели и основные уравнения. Дисперсионное уравнение

Рассмотрим двумерную плоскую модель усилителя на поглощении М-типа в приближении слабого сигнала. Начнем с модели потока конечной толщины, который движется в положительном направлении оси x между двумя плоскими поверхностями, имеющими в общем случае комплексные проводимости

$$jY_{1,2} = \left.\frac{E_y}{E_x}\right|_{y=0,d},$$

где индексы «x», «y» означают соответствующую компоненту поля. Поток движется между плоскими поверхностями в вакууме, внешнее ВЧ поле отсутствует (рис. 1).

В общем случае проводимость можно представить в виде [7]

$$Y = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} + j\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0},$$

где $j = \sqrt{-1}$, ω – рабочая частота, σ – действительная погонная проводимость, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, ε – диэлектрическая проницаемость среды; формально индуктивную проводимость можно сопоставить с метаматериалом с $\varepsilon < 0$.

Считаем, что $\omega_p^2 \ll \omega_c^2$, где $\omega_p^2 = \eta\rho_0/\varepsilon_0$ – квадрат плазменной частоты, η – удельный заряд электрона, ρ_0 – средняя плотность электронного потока, $\omega_c = \eta B$ – циклотронная частота. Воспользуемся адиабатическим приближением.

На границах пучка x-компоненты поля непрерывны, то есть

$$E_{x2}^- = E_{x2}^+ = E_{x2},$$
$$E_{x1}^- = E_{x1}^+ = E_{x1}, \qquad (*)$$

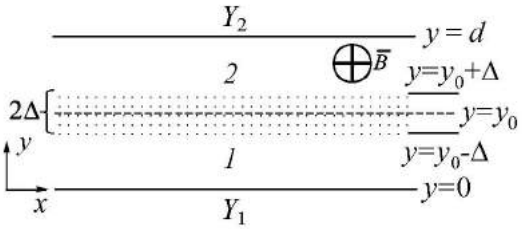


Рис. 1. Двумерная плоская модель усилителя на поглощении М-типа. Здесь: y_0 – координата оси пучка; 2Δ – толщина пучка; d – расстояние между поверхностями; B – индукция статического магнитного поля

© А.А. Фунтов

где верхние индексы «+», «−» означают, что поле берется над и под границей пучка, соответственно; нижние индексы «1», «2» означают, что поле берется на нижней или верхней границе, соответственно.

Условия разрыва нормальной составляющей напряженности поля пространственного заряда имеют вид

$$\begin{aligned} E_y^+(y_2) - E_y^-(y_2) &= \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\tilde{y}_2, \\ E_y^+(y_1) - E_y^-(y_1) &= -\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\tilde{y}_1, \end{aligned} \qquad (**)$$

где $y_1 = y_0 - \Delta + \tilde{y}_1$ – координата нижней границы пучка, а $y_2 = y_0 + \Delta + \tilde{y}_2$ координата верхней границы пучка; $y_0 \gg \tilde{y}_{1,2}$, где $\tilde{y}_{1,2}$ – смещения соответствующих границ.

На входе в пространство между пластинами (см. рис. 1) пучок имеет толщину 2Δ. В результате действия наведенных на поверхностях зарядов возникает продольное $\tilde{x}$ и поперечное $\tilde{y}$ смещения границ пучка. В представлении полей в пространстве между проводящими поверхностями будем следовать методики, описанной в [8].

Волны, которые могут распространяться ниже и выше пучка (области *1* и *2* на рис. 1, соответственно), а также в пучке, возьмем в виде $\bar{E} = \bar{E}(y)\, e^{j(\omega t - \beta x)}$, где $E_x(y) = a \operatorname{sh}\beta y + b \operatorname{ch}\beta y$, β – искомая постоянная распространения. Если известны поля на плоскостях $y = y_1'$ и $y = y_2'$, то поля между ними можно записать в виде

$$\begin{aligned} E_x(y) &= \frac{1}{\operatorname{sh}\beta(y_2' - y_1')}\left[E_x(y_1')\operatorname{sh}\beta(y_2' - y) + E_x(y_2')\operatorname{sh}\beta(y - y_1')\right], \\ E_y(y) &= \frac{j}{\operatorname{sh}\beta(y_2' - y_1')}\left[-E_x(y_1')\operatorname{ch}\beta(y_2' - y) + E_x(y_2')\operatorname{ch}\beta(y - y_1')\right]. \end{aligned} \qquad (1)$$

Если известны поля на границах пучка (то есть при y_1 и y_2), то из (1) следует

$$E_y^-(y_2) = \frac{j}{\operatorname{sh}2\beta\Delta}\left[-E_{x1} + E_{x2}\operatorname{ch}2\beta\Delta\right],$$

$$E_y^+(y_1) = \frac{j}{\operatorname{sh}2\beta\Delta}\left[-E_{x1}\operatorname{ch}2\beta\Delta + E_{x2}\right].$$

Подставив граничные условия (*) в (1), получим

$$E_y|_{y=d} = \frac{j}{\operatorname{sh}\beta(y_0 - \Delta)}\left[-E_{x2} + E_x|_{y=d}\operatorname{ch}\beta(d - y_0 - \Delta)\right] = jY_2\, E_x|_{y=d},$$

$$E_y|_{y=0} = \frac{j}{\operatorname{sh}\beta(y_0 - \Delta)}\left[-E_x|_{y=0}\operatorname{ch}\beta(y_0 - \Delta) + E_{x1}\right] = jY\, E_x|_{y=0}.$$

Из этих соотношений, используя (1), легко найти выражение

$$E_y^-(y_1) = jE_{x1}\frac{Y_1 + \operatorname{th}\beta(y_0 - \Delta)}{Y_1\operatorname{th}\beta(y_0 - \Delta) + 1}$$

и

$$E_y^+(y_2) = -jE_{x2}\frac{Y_2 - \operatorname{th}\beta(d - y_0 - \Delta)}{Y_2\operatorname{th}\beta(d - y_0 - \Delta) - 1}.$$

Тогда условия разрыва (**) примут вид

$$\frac{\rho_0}{j\varepsilon_0}\tilde{y}_2 = \frac{E_{x1}}{\operatorname{sh} 2\beta\Delta} - E_{x2}S_2 \operatorname{cth} 2\beta\Delta,$$

$$-\frac{\rho_0}{j\varepsilon_0}\tilde{y}_1 = \frac{E_{x2}}{\operatorname{sh} 2\beta\Delta} - E_{x1}S_1 \operatorname{cth} 2\beta\Delta,$$

где $S_1 = 1 + \operatorname{th} 2\beta\Delta \dfrac{Y_1 + \operatorname{th}\beta\,(y_0 - \Delta)}{Y_1 \operatorname{th}\beta\,(y_0 - \Delta) + 1}$, $S_2 = 1 + \operatorname{th} 2\beta\Delta \dfrac{Y_2 - \operatorname{th}\beta\,(d - y_0 - \Delta)}{Y_2 \operatorname{th}\beta\,(d - y_0 - \Delta) - 1}$.

После простых алгебраических преобразований получим

$$\begin{cases} E_{x1} = \dfrac{\rho_0}{j\varepsilon_0} \operatorname{sh} 2\beta\Delta \dfrac{\tilde{y}_2 - \tilde{y}_1 S_2 \operatorname{ch} 2\beta\Delta}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta\Delta} \\ E_{x2} = \dfrac{\rho_0}{j\varepsilon_0} \operatorname{sh} 2\beta\Delta \dfrac{\tilde{y}_2 S_1 \operatorname{ch} 2\beta\Delta - \tilde{y}_1}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta\Delta} \end{cases} \tag{2}$$

В указанных приближениях уравнения движения на границах пучка можно записать как систему уравнений

$$\begin{cases} j\left(\omega - \beta\left(v_0 - \Delta\omega_p^2/\omega_c\right)\right)\tilde{y}_1 = -\dfrac{\eta}{\omega_c}E_{x1}, \\ j\left(\omega - \beta\left(v_0 + \Delta\omega_p^2/\omega_c\right)\right)\tilde{y}_2 = -\dfrac{\eta}{\omega_c}E_{x2}, \end{cases} \tag{3}$$

где v_0 – средняя скорость на оси пучка, так как скорости на нижней и верхней границах равны $v_1 = v_0 - \Delta\omega_p^2/\omega_c$ и $v_2 = v_0 + \Delta\omega_p^2/\omega_c$, соответственно.

Подставив соотношения (2) в уравнения (3), из условий совместности полученной системы находим дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} &(\omega - \beta v_0)^2 - (\omega - \beta v_0)(S_1 - S_2)\frac{\omega_p^2}{\omega_c}\frac{\operatorname{ch} 2\beta\Delta sh 2\beta\Delta}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta\Delta} = \\ &= -\left(\frac{\omega_p^2}{\omega_c}\right)^2 \left[\frac{\operatorname{sh} 2\beta\Delta}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta\Delta}\left(\operatorname{sh} 2\beta\Delta - (S_1 + S_2)\beta\Delta \operatorname{ch} 2\beta\Delta\right) - \beta^2\Delta^2\right]. \end{aligned} \tag{4}$$

Заменим в правой части (4) и в тригонометрических функциях β на β_e (адиабатическое приближение $\beta \approx \beta_e$) и решим (4) относительно $(\omega - \beta v_0)$. Тогда корни дисперсионного уравнения запишутся в виде

$$\beta = \beta_e\left(1 - \frac{\Omega}{2}\left(X \pm jM\right)\right), \tag{5}$$

где

$$jM = \sqrt{(S_1 - S_2)^2 \chi^2 \operatorname{ch}^2 2\beta_e\Delta - 4\chi\left(\operatorname{sh} 2\beta_e\Delta - (S_1 + S_2)\beta_e\Delta \operatorname{ch} 2\beta_e\Delta\right) + 4\beta_e^2\Delta^2},$$

$$X = (S_1 - S_2)\chi \operatorname{ch} 2\beta_e\Delta, \quad \chi = \frac{\operatorname{sh} 2\beta_e\Delta}{1 - S_1 S_2 \operatorname{ch}^2 2\beta_e\Delta}, \quad \Omega = \frac{\omega_p^2}{\omega_c\omega}.$$

© *А.А. Фунтов*

При $Y_{1,2} \to \infty$ (металлические стенки) S_1 и S_2 примут вид

$$S_1 = 1 + \frac{\operatorname{th} 2\beta_e\Delta}{\operatorname{th}\beta_e\,(y_0 - \Delta)}, \quad S_2 = 1 + \frac{\operatorname{th} 2\beta_e\Delta}{\operatorname{th}\beta_e\,(d - y_0 - \Delta)}. \tag{6}$$

Подставим выражения (6) в уравнение (4), с учетом замены β на β_e после несложных преобразований (4) с точностью до обозначений переходит в уравнение работы [9, ур-ие (121)]

$$(\omega - \beta v_1)\,(\omega - \beta v_2) + (\omega - \beta v_1)\,\frac{\omega_p^2}{\omega_c} a_{22} - (\omega - \beta v_2)\,\frac{\omega_p^2}{\omega_c} a_{11} = -\left(\frac{\omega_p^2}{\omega_c}\right)^2 \left(a_{12}^2 - a_{11}a_{22}\right),$$

где $a_{ij} = \dfrac{\operatorname{sh}\beta_e z_i \operatorname{sh}\beta_e\,(d - z_j)}{\operatorname{sh}\beta_e d}$, $z_{1,2} = y_0 \mp \Delta$.

При $Y_{1,2} \to \infty$ и бесконечно удаленных стенках ($d \to \infty$) имеем

$$S_1 = S_2 = 1 + \operatorname{th} 2\beta_e\Delta.$$

Тогда уравнение (4) в случае $\beta \approx \beta_e$ с точностью до обозначений переходит в уравнение работы [10, ур-ие (V.8)]

$$(\beta - \beta_e)^2 = -\left(\frac{\omega_p^2}{\omega_c}\frac{\beta_e\Delta}{v_0}\right)^2 \frac{e^{-4\beta_e\Delta} + 4\beta_e\Delta - 1 - 4\beta_e^2\Delta^2}{4\beta_e^2\Delta^2}. \tag{7}$$

Если предположить ещё и очень малую толщину пучка, то есть $\beta_e\Delta \ll 1$, то уравнение (7) сведется к хорошо известному (см., например, [8, 10, 11]) дисперсионному уравнению

$$(\beta - \beta_e)^2 = -\left(\frac{\omega_p^2}{\omega_c}\frac{\beta_e\Delta}{v_0}\right)^2.$$

2. Анализ дисперсионного уравнения

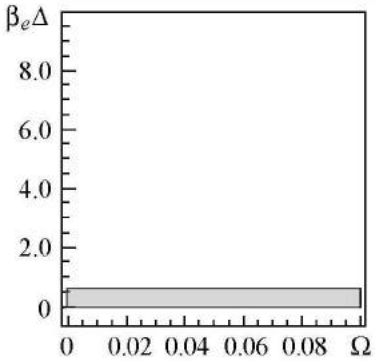


Рис. 2. Область (здесь и далее отмечена серым цветом) существования неустойчивости корней уравнения (7) на карте параметров Ω и $\beta_e\Delta$ в случае бесконечно удаленных стенок пространства дрейфа

2.1. Толстый пучок. Прежде всего, рассмотрим область существования неустойчивости для корней уравнения (7) (рис. 2). Так как уравнение (7) получено при условии бесконечно удаленных стенок, неустойчивость возможна только при $\beta_e\Delta \ll 1$.

Найдем границы существования неустойчивости, используя выражение (5). Нетрудно видеть, что для этого достаточно использовать условие

$$M = 0.$$

Введем для удобства фактор заполнения

$$F = \frac{2\Delta}{d}.$$

©А.А. Фунтов

На рис. 3 представлена область существования неустойчивости на карте параметров Ω и F в случаях, когда одна из поверхностей металлическая, а другая имеет индуктивную $(\operatorname{Im} Y_2 < 0)$ (*а*) или емкостную $(\operatorname{Im} Y_2 > 0)$ (*б*) проводимость. Видно, что при емкостной проводимости появляется неустойчивость для толстых пучков, чего не было при индуктивной проводимости и в случае бесконечно удаленных поверхностей [9].

Таким образом, неустойчивость толстых пучков, невозможная при наличии обеих металлических поверхностей (диокотронная неустойчивость отсутствует), возникает из-за емкостной проводимости одной из поверхностей, что можно объяснить появлением резистивной неустойчивости.

Рассмотрим также область неустойчивости на карте параметров F и $\beta_e d$. На рис. 4, *а* показаны результаты в случае, когда обе поверхности металлические. Нетрудно видеть, что для толстого пучка, как и на рис. 2, неустойчивости не существует, а для сохранения неустойчивости нужно уменьшать фактор заполнения с увеличением расстояния между поверхностями. На рис. 4, *б* представлена область неустойчиво-

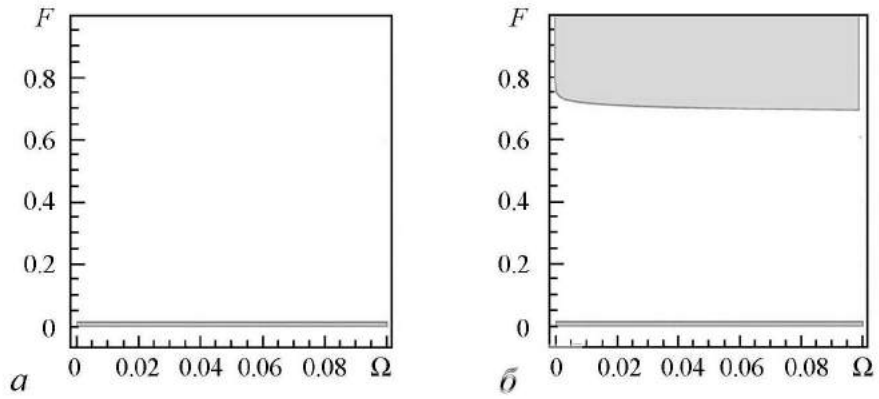


Рис. 3. Область существования неустойчивости корней (5) на карте параметров Ω и F при $2\beta_e y_0 = \beta_e d = 100$, когда одна из поверхностей пространства дрейфа металлическая $Y_1 \to \infty$, а другая имеет индуктивную или емкостную проводимость: *а* – $Y_2 = -j$, *б* – $Y_2 = j$

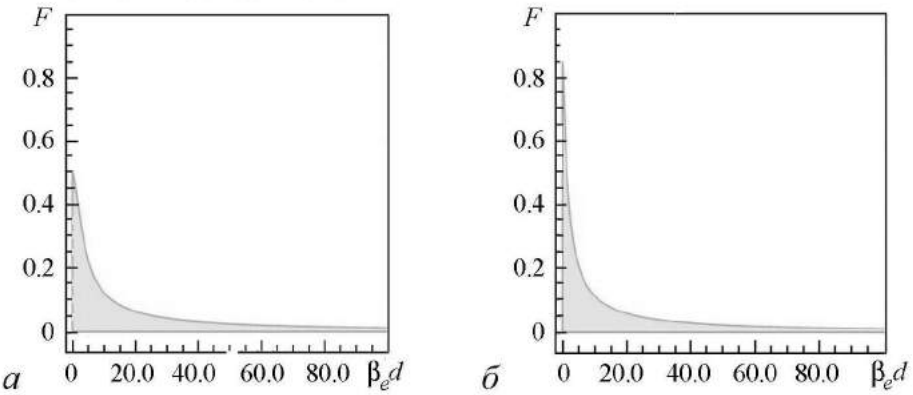


Рис. 4. Область существования неустойчивости корней (5) на карте параметров F и $\beta_e d$ при $y_0 = d/2$, $\Omega = 10^{-6}$ и металлической поверхности $Y_1 \to \infty$: *а* – $Y_2 \to \infty$; *б* – $Y_2 = 0$

© *А.А. Фунтов*

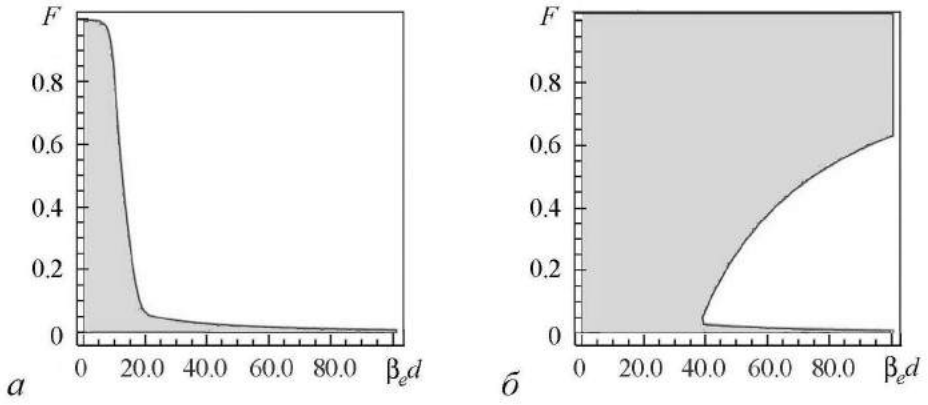


Рис. 5. Область существования неустойчивости корней (5) на карте параметров F и $\beta_e d$ при $\beta_e y_0 = \beta_e d/2$, $\Omega = 10^{-6}$, когда одна из поверхностей пространства дрейфа металлическая $Y_2 \to \infty$, а другая имеет индуктивную или емкостную проводимость: *а* – $Y_1 = -j$; *б* – $Y_1 = j$

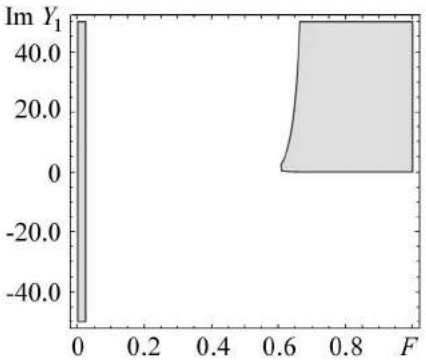


Рис. 6. Область существования неустойчивости корней (5) на карте параметров F и $\mathrm{Im}Y_1$ при $\beta_e d = 50$, $\beta_e y_0 = \beta_e d/2$, $\Omega = 10^{-6}$, $\mathrm{Re}Y_1 = 0$, $Y_2 \to \infty$

сти, когда одна из поверхностей металлическая, а другая – диэлектрик. В этом случае область неустойчивости больше при малых $\beta_e d$, и неустойчивость возможна для толстого пучка.

На рис. 5 показаны области неустойчивости, когда одна из поверхностей металлическая, а другая имеет индуктивную (*а*) или емкостную (*б*) проводимость. В случае индуктивной проводимости область неустойчивости при малых $\beta_e d$ увеличивается ещё больше, чем на рис. 4, *б*, а в случае емкостной – увеличивается и для толстых пучков.

На рис. 6 приведена область неустойчивости корней (5) на карте параметров F и $\mathrm{Im}\,Y_1$, в случае, когда одна из поверхностей металлическая. Видно, что для тонкого пучка неустойчивость существует для обоих типов проводимостей, а для толстого – только при емкостной проводимости.

Исследуем корни дисперсионного уравнения. В случае $Y_{1,2} \to \infty$ в [9] показано, что зависимость мнимой части одного из корней дисперсионного уравнения от толщины пучка имеет максимум, а затем обращается в 0 с увеличением толщины (рис. 7), что также наблюдалось и в настоящей работе.

Рассмотрим детальное поведение корней (5) от различных параметров. На рис. 8 представлена зависимость $\mathrm{Im}(\beta/\beta_e)$ от фактора заполнения в случаях, когда одна из поверхностей металлическая, а другая с индуктивной (*а*) или емкостной (*б*) проводимостью. Как и обсуждалось выше, зависимость имеет максимум, а в случае емкостной проводимости возможна неустойчивость для толстого пучка, причем при $F \to 1$ $\mathrm{Im}(\beta/\beta_e)$ принимает большие значения, чем в максимуме.

©*А.А. Фунтов*

Можно было бы заподозрить, что резкое возрастание $\mathrm{Im}(\beta/\beta_e)$ при $F \to 1$ происходит из-за выхода теории за пределы допущений, однако значения $\mathrm{Re}(\beta/\beta_e)$ на рис. 8, *в* отличаются от 1 только в 6-ом знаке после запятой, то есть нарушения допущений не произошло.

На рис. 9 показаны зависимости $\mathrm{Im}(\beta/\beta_e)$ от $\mathrm{Im}Y_2$ в случае, когда толстый пучок расположен посередине между поверхностями. Видно, что в этом случае максимум $\mathrm{Im}(\beta/\beta_e)$ имеет место при емкостной проводимости.

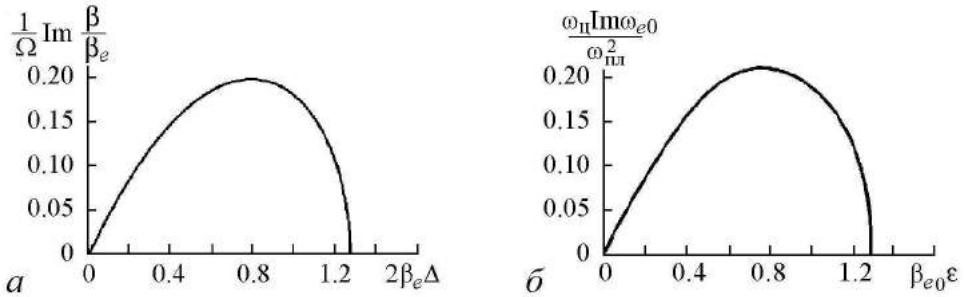


Рис. 7. *а* – зависимость мнимой части корня (5) от толщины пучка при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$ в случае обеих металлических поверхностей; *б* – аналогичная зависимость из работы [9] (здесь $\omega_ц = \omega_c$, $\omega_{пл} = \omega_p$, $\omega_{e0} = \beta v_0$, $\varepsilon = \Delta$)

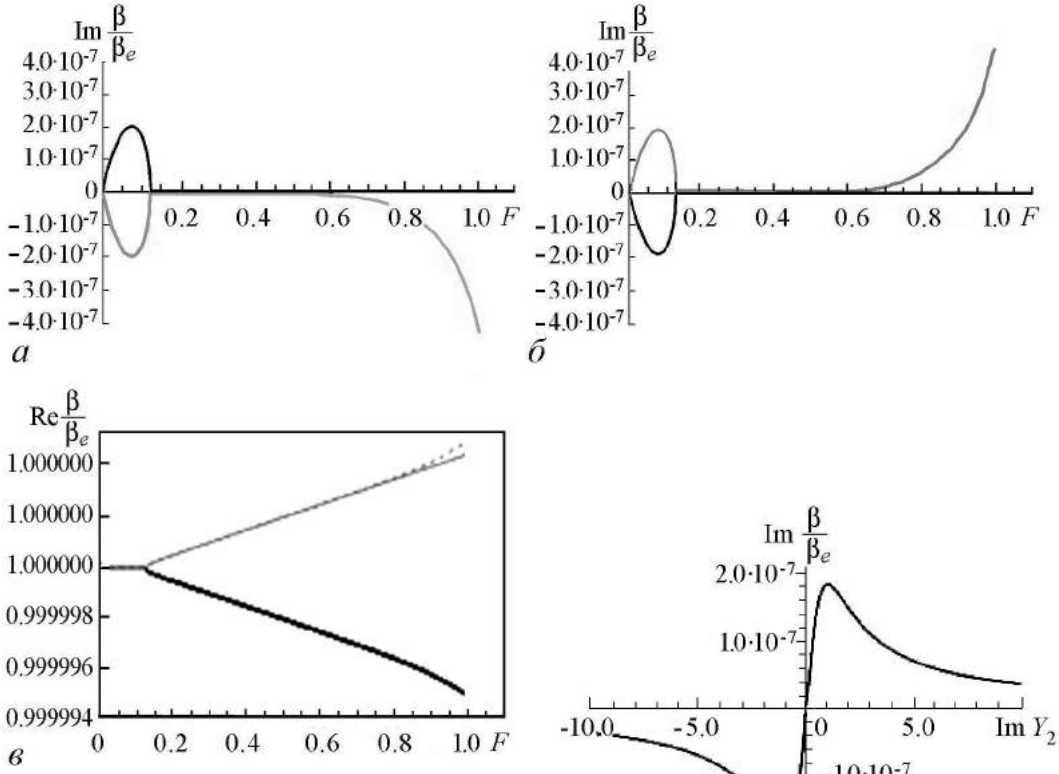


Рис. 8. Зависимости $\mathrm{Im}\,(\beta/\beta_e)$ и $\mathrm{Re}\,(\beta/\beta_e)$ от фактора заполнения F при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e\Delta = 10^{-3}$, $Y_2 \to \infty$: *а* – $Y_1 = -j$; *б, в* – $Y_1 = j$. На фрагменте «*в*» пунктиром показаны результаты в случае обеих металлических поверхностей. Здесь и далее черные и серые линии соответствуют разным корням дисперсионного уравнения

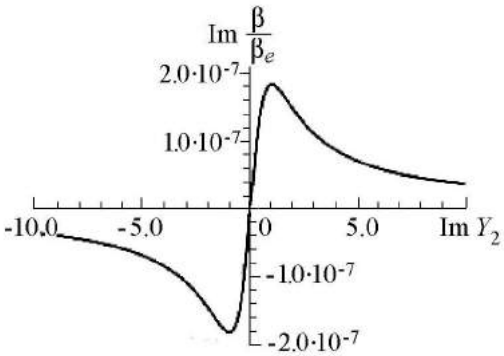


Рис. 9. Зависимость $\mathrm{Im}\,(\beta/\beta_e)$ от $\mathrm{Im}\,Y_2$ для толстого пучка, расположенного посередине между поверхностями, при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$, $Y_1 \to \infty$, $\mathrm{Re}\,Y_2 = 0$, $\beta_e y_0 = 5$, $F = 0.9$

© *А.А. Фунтов*

2.2. Тонкий пучок. Исследуем корни (5) в случае тонкого пучка. Из рис. 10 видно, что в случае, когда одна из поверхностей металлическая, а другая имеет чисто мнимую проводимость, отличие от случая обеих металлических поверхностей возникает только вблизи проводящей поверхности. Причем, если проводимость емкостная (рис. 10, *в* и *г*), $\mathrm{Im}(\beta/\beta_e)$ увеличивается по мере приближения к поверхности. Из рис. 11 видно, что $\mathrm{Im}(\beta/\beta_e)$ почти не зависит от проводимости посередине между поверхностями и имеет максимум вблизи поверхности с емкостной проводимостью.

Итак, емкостная и индуктивная проводимости увеличили область существования неустойчивости, в первую очередь, для толстых пучков. Для тонких пучков, по сравнению с одной только диокотронной неустойчивостью, появилась заметное изменение мнимой части корней дисперсионного уравнения у поверхности с конечной проводимостью.

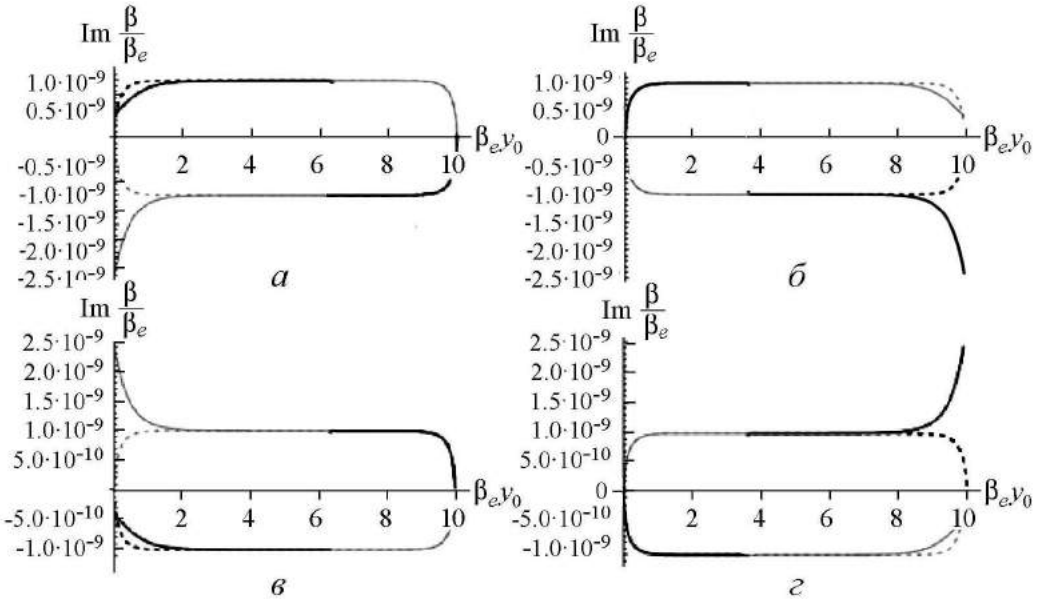


Рис. 10. Зависимости $\mathrm{Im}\,(\beta/\beta_e)$ от $\beta_e y_0$ для очень тонкого пучка при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e\Delta = 10^{-3}$, *а* – $Y_1 = -j$, $Y_2 \to \infty$; *б* – $Y_1 =\to \infty$, $Y_2 = -j$; *в* – $Y_1 = j$, $Y_2 \to \infty$; *г* – $Y_1 =\to \infty$, $Y_2 = j$. Пунктиром показаны результаты в случае обеих металлических поверхностей

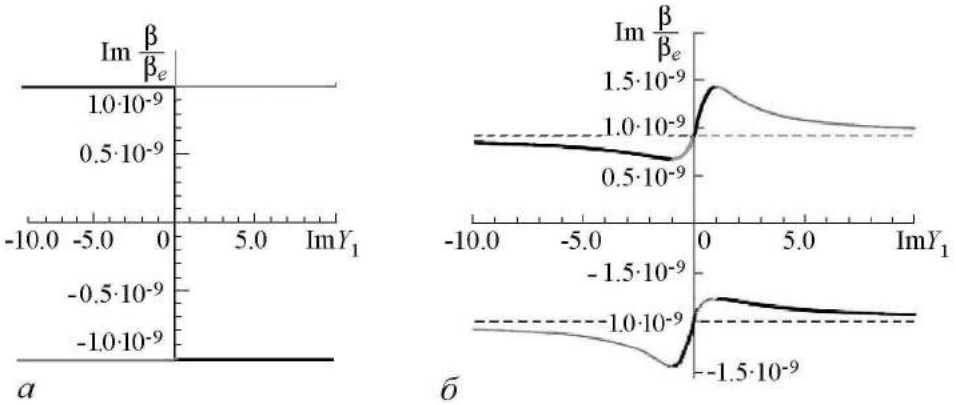


Рис. 11. Зависимость $\mathrm{Im}\,(\beta/\beta_e)$ от $\mathrm{Im}\,Y_1$ при $\beta_e d = 10$, $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e\Delta = 10^{-3}$, $Y_2 \to \infty$, $\mathrm{Re}\,Y_1 = 0$: *а* – $\beta_e y_0 = 5$, *б* – $\beta_e y_0 = 0.5$. Пунктиром показаны результаты в случае двух металлических поверхностей

3. Расчёт коэффициента усиления

Для расчета коэффициента усиления рассмотрим модель усилителя с пространством дрейфа, имеющим комплексную проводимостью стенок (рис. 12). Входная и выходная секции представляют собой отрезки линий передачи с длинами l_1 и l_2, соответственно. Электронный пучок конечной толщины модулируется полями отрезка линии передачи во входной секции, проходит через секцию с комплексной проводимостью и наводит поле в отрезке линии передачи в выходной секции.

Во входную секцию с сопротивлением связи K поступает входной сигнал E_{in} и невозмущенный электронный поток с полным током I_0 при ускоряющем напряжении V_0. Для расчета возмущений границ электронного потока во входной секции используем теорию, изложенную в статье [12].

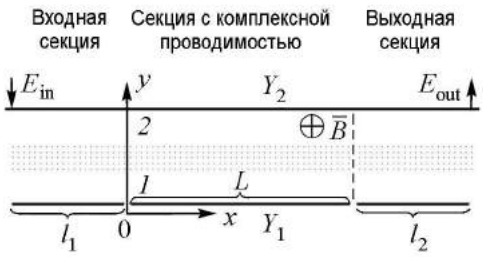


Рис. 12. Модель резистивного усилителя для расчета коэффициента усиления

В приближении заданного поля с учетом использованных выше допущений уравнение для возмущений примет вид

$$\frac{\partial^2 \tilde{y}^0_{1,2}}{\partial x^2} + j\beta_e \left(2 - \frac{\Omega Q}{\operatorname{sh}\beta_e d}\right) \frac{\partial \tilde{y}^0_{1,2}}{\partial x} + \beta_e^2 \left(-1 + \frac{\Omega Q}{\operatorname{sh}\beta_e d} + \frac{\Omega^2 W}{\operatorname{sh}^2 \beta_e d}\right) \tilde{y}^0_{1,2} = \frac{g_{1,2}}{v_0^2} E_{\text{in}} e^{-j\beta_0 l_1},$$

где β_0 – постоянная распространения в отрезке линии передачи без пучка;

$$Q = \operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 - \Delta) \operatorname{sh}\beta_e (y_0 + \Delta) - \operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 + \Delta) \operatorname{sh}\beta_e (y_0 - \Delta);$$

$$W = \operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 - \Delta) \operatorname{sh}\beta_e (y_0 + \Delta) \operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 + \Delta) \operatorname{sh}\beta_e (y_0 - \Delta);$$

$$g_1 = -j\frac{\eta(\omega - \beta_0 v_0)}{\omega_c} + j\frac{\eta\omega_p^2}{\omega_c^2} \frac{\operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 - \Delta)}{\operatorname{sh}\beta_e d} \left(\operatorname{sh}\beta_e (y_0 + \Delta) - \operatorname{sh}\beta_e (y_0 - \Delta)\right);$$

$$g_2 = -j\frac{\eta(\omega - \beta_0 v_0)}{\omega_c} + j\frac{\eta\omega_p^2}{\omega_c^2} \frac{\operatorname{sh}\beta_e (y_0 - \Delta)}{\operatorname{sh}\beta_e d} \left(\operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 - \Delta) - \operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 + \Delta)\right).$$

При начальных условиях

$$\begin{cases} \tilde{y}^0_{1,2}(x = -l_1) = 0, \\ \dfrac{\partial \tilde{y}^0_{1,2}}{\partial x}(x = -l_1) = 0 \end{cases}$$

с помощью простых, но громоздких вычислений найдем искомые возмущения

$$\tilde{y}^0_{1,2}(x = 0) = \frac{g_{1,2} E_{\text{in}}}{v_0^2 \text{H}} \left(\frac{-k_2 - j\beta_0}{k_2 - k_1} e^{k_1 l_1} + \frac{k_1 + j\beta_0}{k_2 - k_1} e^{k_2 l_1} + e^{-j\beta_0 l_1}\right), \qquad (8)$$

где $H = -(\beta_0 - \beta_e)^2 + \beta_e \dfrac{\Omega Q}{\operatorname{sh}\beta_e d}(\beta_e - \beta_0) + \dfrac{\Omega^2 W \beta_e^2}{\operatorname{sh}^2 \beta_e d}$, $k_{1,2} = j\beta_e \left(-1 + \dfrac{\Omega(Q \pm Q')}{2\operatorname{sh}\beta_e d}\right)$,
$Q' = \operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 - \Delta) \operatorname{sh}\beta_e (y_0 + \Delta) + \operatorname{sh}\beta_e (d - y_0 + \Delta) \operatorname{sh}\beta_e (y_0 - \Delta)$.

© *А.А. Фунтов*

Так как дисперсионное уравнение, полученное в разделе 1, имеет два корня, то возмущения границ в секции с комплексной проводимостью можно записать как

$$\tilde{y}_{1,2} = A_{1,2}e^{-j\beta_1 x} + C_{1,2}e^{-j\beta_2 x},$$

которые с использованием уравнения (8) в качестве начальных условий примут вид

$$\tilde{y}_{1,2} = \frac{1}{jM\Omega}\left(\left[\left(1-\frac{\Omega}{2}(X-jM)\right)\tilde{y}^0_{1,2} - \frac{j}{\beta_e}\frac{\partial\tilde{y}^0_{1,2}}{\partial x}\right]e^{-j\beta_e x\left(1-\frac{\Omega}{2}(X+jM)\right)} + \right.$$
$$\left. + \left[\frac{j}{\beta_e}\frac{\partial\tilde{y}^0_{1,2}}{\partial x} - \left(1-\frac{\Omega}{2}(X+jM)\right)\tilde{y}^0_{1,2}\right]e^{-j\beta_e x\left(1-\frac{\Omega}{2}(X-jM)\right)}\right).$$

В выходной секции наведенное пучком поле найдем из работы [12, ур-ие (8)]

$$E_{\text{out}} = -\frac{\beta_0^2\beta_e K I_0}{4\beta_0\Delta\,\text{sh}\,\beta_e d}\int\limits_0^{l_2}\left[\tilde{y}_2(L)\,\text{sh}\,\beta_e(y_0+\Delta) - \tilde{y}_1(L)\,\text{sh}\,\beta_e(y_0-\Delta)\right]\text{e}^{-j\beta_0(l_2-\zeta)}d\zeta,$$

где L – длина секции с комплексной проводимостью (длина пространства дрейфа), l_2 – длина выходной секции. Это выражение в уже сделанных допущениях и в приближении заданных возмущений $(\tilde{y}_{1,2}(L) = \tilde{y}_{1,2}(L+\zeta))$ примет вид

$$\frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \frac{j\left(1-\text{e}^{-j\beta_0 l_2}\right)D^2}{4\beta_e\Delta}\frac{\beta_0}{\beta_e}\left[\tilde{y}_2'(L)\,\text{sh}\,\beta_e(y_0+\Delta) - \tilde{y}_1'(L)\,\text{sh}\,\beta_e(y_0-\Delta)\right],$$

где $\tilde{y}_{1,2} = \dfrac{\eta\omega}{v_0^2\omega_c\beta_e^2}E_{\text{in}}\tilde{y}'_{1,2}$, $D^2 = \dfrac{KI_0}{2V_0\,\text{sh}\,\beta_e d}\dfrac{\omega}{\omega_c}$ – параметр усиления отрезка линии передачи.

Коэффициент усиления будем искать в виде

$$G = 20\lg\left|\frac{E_{\text{out}}}{E_{\text{in}}}\right|.$$

На рис. 13 представлены зависимости коэффициента усиления от длины секции с комплексной проводимостью при различных положениях пучка и факторах

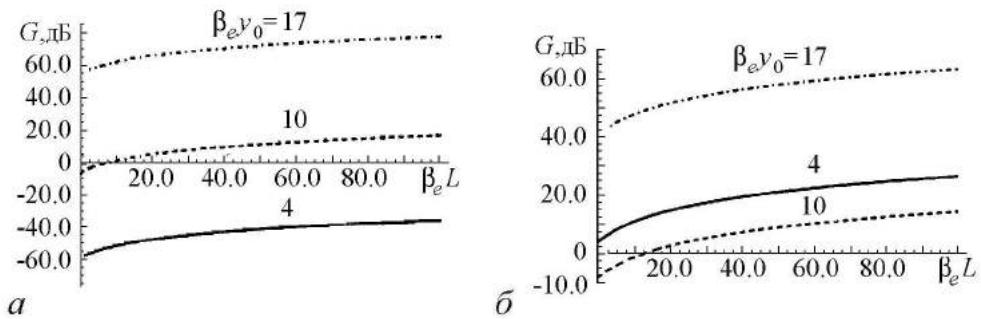


Рис. 13. Зависимости коэффициента усиления от $\beta_e L$ при $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e l_1 = \beta_e l_2 = 16$, $D = 0.63$, $\beta_0/\beta_e = 1$, $\beta_e d = 20$, $Y_2 \to \infty$, $Y_1 = -j$, (а) F=0.1, (б) $\beta_e y_0 = 10$

©А.А. Фунтов

заполнения. Видно, что усиление максимально вблизи верхней поверхности. Отметим, что зависимости не изменяются при смене типа проводимости и при наличии нижней металлической поверхности, и потому не приводятся.

Из рис. 14 видно, что наибольшее усиление достигается при большом факторе заполнения. В случае обеих металлических поверхностей это объясняется действием входной секции подобно действию ЛБВМ-усилителя [12].

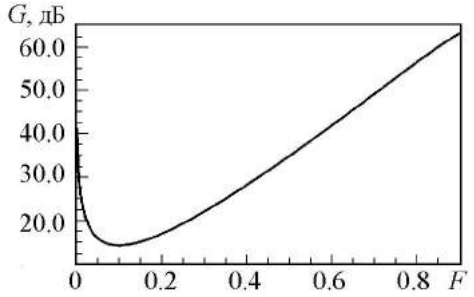


Рис. 14. Зависимости коэффициента усиления от F при $\beta_e d = 2\beta_e y_0 = 20$, $\Omega = 10^{-6}$, $\beta_e l_1 = \beta_e l_2 = 16$, $D = 0.63$, $Y_2 \to \infty$, $Y_1 = -j$, $\beta_e L = 100$

Заключение

- Изложена последовательная теория усилителя М-типа с комплексной проводимостью области дрейфа и пучком конечной толщины.
- Показано, что комплексная проводимость поверхностей увеличивает область неустойчивости, и при емкостной проводимости возникает неустойчивость толстых пучков, невозможная только из-за диокотронной неустойчивости.
- Показано увеличение коэффициента усиления при приближении потока к плоским поверхностям с комплексной проводимостью.

Библиографический список

1. *Rowe T., Behdad N., Booske J.* Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers // IVEC–2015.
2. *Rowe T., Behdad N., Booske J.* Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulation // IEEE Transactions on Plasma Science. 2015. Vol. 43, Iss. 7. Pp. 2123–2131.
3. *Rowe T., Behdad N., Booske J.* Metamaterial design for a metamaterial-enhanced resistive wall amplifier // IVEC– 2016.
4. *Rowe T., Behdad N., Booske J.* Metamaterial-enhanced resistive wall amplifier design using periodically spaced inductive meandered lines // IEEE Transactions on Plasma Science. 2016. Vol. 44, Iss. 10. Pp. 2476–2484.
5. *Фунтов А.А.* Об учете поперечных движений электронов в резистивном усилителе // Изв. вузов. «ПНД». 2016. Т. 24, № 2. С. 64–76.
6. *Варнеке Р.* Эволюция принципов действия современных электровакуумных приборов для СВЧ // Миллиметровые и субмиллиметровые волны. Под ред. Р.Г. Мириманова М.: Изд-во ИЛ, 1959.
7. *Birdsall C.K., Whinnery J.R.* Waves in an electron stream with general admittance walls. // Journal of Applied Physics. 1953. Vol. 24, Iss. 3. Pp. 314–323.
8. Лекции по электронике СВЧ. 2-я зимняя школа-семинар инженеров. Книга V. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1972.
9. *Мурье Ж.* Теория слабого сигнала // Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями. Т. 1. Под. ред. М.М. Федорова. М.: Изд–во ИЛ, 1961.

© *А.А. Фунтов*

10. *Стальмахов В.С.* Основы электроники сверхвысокочастотных приборов со скрещенными полями. М.: Советское радио, 1963.
11. *Шевчик В.Н., Трубецков Д.И.* Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Советское радио, 1970.
12. *Соколов Д.В., Сокольская Т.М.* О применении метода последовательных приближений к анализу лучевых приборов магнетронного типа с пучком конечной толщины // Вопросы электроники сверхвысоких частот. 1967. Вып. 3. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1967. С. 39–54.

References

1. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers. *IVEC–2015*.
2. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifiers: Theory and particle-in-cell simulation. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2015. Vol. 43, Iss. 7. Pp. 2123–2131.
3. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial design for a metamaterial-enhanced resistive wall amplifier. *IVEC–2016.*
4. Rowe T., Behdad N., Booske J. Metamaterial-enhanced resistive wall amplifier design using periodically spaced inductive meandered lines. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2016. Vol. 44, Iss. 10. Pp. 2476–2484.
5. Funtov A.A. About consideration electron transverse motions in resistive wall amplifier. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2016. Vol. 24, Iss. 2. Pp. 64–76.
6. Warnecke R. Convegno di Electronica Etelevisione. Milano, 2, 706, 1954.
7. Birdsall C. K., Whinnery J. R. Waves in an electron stream with general admittance walls. *Journal of Applied Physics*. 1953. Vol. 24, Iss. 3. Pp. 314–323.
8. The lectures on microwave electronics. 2-nd Winter Workshop Engineers. Vol. 5. Saratov: Izd-vo SGU, 1972 (In Russian).
9. Mourier G. Small signal theory in cross-field microwave devices. Vol. 1. New York: Academic Press, 1961. P. 393.
10. Stalmahov V.S. Basics of Electronics Microwave Devices with Crossed Fields. M.: Soviet Radio, 1963 (In Russian).
11. Shevchik V.N., Trubetskov D.I. Analytic methods of calculation in microwave electronic. M.: Soviet Radio, 1970 (In Russian).
12. Sokolov D.V., Sokolskaya T.M. Application of the method of successive approximations to the analysis beam devices magnetron type with a beam of finite thickness. *Proc. «Questions of Microwave Electronics»*. Vol. 3. Saratov: Izd-vo SGU, 1967. Pp. 39–54 (In Russian).

Поступила в редакцию 10.03.2017

Фунтов Александр Андреевич – родился в Балаково Саратовской области (1992). Окончил СГУ (2014). В настоящее время – аспирант кафедры электроники колебаний и волн. Автор пяти научных публикаций. Область научных интересов – вакуумная СВЧ-электроника.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский государственный университет
E-mail: aafuntov@mail.ru

©*А.А. Фунтов*

УДК 521.7+929 Моисеев

СОЗДАТЕЛЬ БУДУЩЕГО

Г. Г. Малинецкий

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН
Россия, 125047 Москва, Миусская пл., д. 4
E-mail: gmalin@spp.keldysh.ru

Автор делится воспоминаниями о встречах и общении на протяжении многих лет с советским, российским академиком Никитой Николаевичем Моисеевым (1917–2000) – ученым, математиком, философом, человеком энциклопедических знаний, предвидевшим будущее. В научной деятельности Н.Н.Моисеев проявил себя как научный лидер с широким кругозором, чуткий наставник научной молодежи, гражданин, переживающий проблемы науки, страны и человечества как свои личные.

Ключевые слова: Советский российский академик Н.Н. Моисеев, моисеевские научные школы, синергетика, компьютерная математика, имитационное моделирование.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-89-98

Образец цитирования: Малинецкий Г.Г. Создатель Будущего // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 3. С. 89–98.

CREATOR OF THE FUTURE

G. G. Malinetskii

Russian Academy of Sciences Keldysh Institute of Applied Mathematics
Miusskaya sq., 4, 125047 Moscow, Russia
E-mail: gmalin@spp.keldysh.ru

There are the author's reminiscences about the meetings and communication for many years with academician Nikita Nikolaevich Moiseev (1917–2000) – the scientist, the mathematician, the philosopher, the man of encyclopedic knowledges, foresaw the future. In the own scientific activities N. N. Moiseev proved himself as a scientific leader with broad-minded, empathetic mentor to young scientists, person experiencing problems of science, country and humanity as their own.

Keywords: Soviet Russian academician N.N. Moiseev, Moiseev scientific schools, synergy, computer mathematics, simulation modelling.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-3-89-98

Paper reference: Malinetskii G.G. Creator of the Future // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2017. Vol. 25. Issue 3. P. 89–98.

© *Г.Г. Малинецкий*

Вычислительному центру Академии наук СССР отечественной прикладной математики, да и всему научному сообществу нашей страны повезло – в течение многих лет в их составе активно и вдохновенно трудился выдающийся учёный и замечательный человек Никита Николаевич Моисеев (1917–2000). Многое из произошедшего после его ухода он предвидел, старался изменить к лучшему, на многое его научное творчество и само отношение к исследованиям, образованию, к будущему, наложило свой неповторимый отпечаток. О некоторых мыслях, делах и прогнозах этого удивительного человека стоит почаще вспоминать во время перелома, переживаемого сейчас российской наукой. Трудно в короткой заметке выделить главное – всего было очень много, но попробовать стоит.

Отношения, стиль, научная школа

> Мне всегда казалось, что самое главное в науке – понять сущность, основную идею, дать ее рельефную интерпретацию... Не чисто спортивный результат, не техническое преодоление трудностей, что традиционно особенно ценится математиками, а понимание «души» проблемы – вот что меня всегда привлекало в первую очередь.
>
> *Н.Н. Моисеев*

В начале 1950-х годов страна вкладывала огромные усилия в атомный и космический проекты. «Если бы тогда наши учёные не успели, то, скорее всего, мир был бы совсем иным. Гораздо более похожим на поздний Рим – одна метрополия и провинции, которые она обирает», – как-то заметил Никита Николаевич. Впрочем, этот вариант, который академик рассматривал всерьез, совсем не исключен в обозримом будущем. Однако усилия ученых той героической эпохи, да и всей советской страны, оставили миру возможность для выбора, который будет делаться в ближайшие десятилетия. И это немало.

Огромные научно-технические проекты привели к рождению «компьютерной математики». Прежде чем создавать атомную бомбу или запускать ракету следует провести детальные расчеты, невозможные без вычислительных машин, организаций, готовых взяться за эти проблемы, и людей, способных ставить такие задачи. Из школы помнится: «Беда, коль пироги начнет печи сапожник, а сапоги тачать пирожник...» и, вообще, каждый должен заниматься своим делом. Но тут понадобились совсем другие люди и коллективы.

С одной стороны, они должны уметь быстро и глубоко вникнуть в конкретную предметную область, активно взаимодействуя с людьми из «другого научного цеха». С другой стороны, – разобраться, что в поставленной задаче является главным, а чем можно пренебречь, построить на этой основе математическую модель, посчитать её с помощью методов вычислительной математики, либо создать новые, если старые не годятся.

Первый такой организацией в нашей стране стал Институт прикладной математики (ИПМ), который носит имя его первого директора, выдающегося математика,

© *Г.Г. Малинецкий*

механика, организатора науки – академика Мстислава Всеволодовича Келдыша, которого часто называли «главным теоретиком космонавтики». Второй – выделившийся из ИПМ Вычислительный центр АН СССР (ВЦ) со своими подходами, идеями, кругом актуальных проблем. Эта организация много лет носила имя ее создателя, выдающегося механика и математика, первого директора академика А.А. Дородницына. Но ВЦ, как самостоятельной организации, уже нет, да и на просьбу сотрудников сохранить имя в названии уже другой, объединенной организации, чиновник, которому попало прошение, отказал. Он объяснил, что А.А. Дородницын – исследователь, конечно, выдающийся, но «другой эпохи».

Именно в Вычислительном центре и в ту самую эпоху – взлета отечественной науки – и прошла основная часть творческой жизни Никиты Николаевича.

С Вычислительным центром я познакомился, когда поехал туда докладывать свою кандидатскую диссертацию, посвященную самоорганизации. ВЦ был моей ведущей организацией. В небольшую комнатку (кабинет Н.Н. Моисеева) набилось огромное количество людей, в основном, молодых или очень молодых. Огромное удовольствие выступать в аудитории, которой интересна обсуждаемая проблема и которая засыпает вопросами – очевидными, наивными, глубокими, парадоксальными, ставящими в тупик. Неистощим на вопросы, оригинальные формулировки и непринужденные шутки был кряжистый, улыбчивый, лысоватый человек, стремившийся узнать больше, чем я мог рассказать. Это и был Никита Николаевич. С тех пор я много выступал в разных аудиториях, но ощущение радости от занятий наукой того, как можно снять звезду с неба (только надо разобраться какую), искрометного веселья и окрыляющего чувства успеха помню до сих пор.

Это выступление имело неожиданное продолжение. Буквально через несколько месяцев я – новоиспеченный кандидат наук – получил приглашение от Никиты Николаевича прочесть цикл лекций по теории самоорганизации во Всесоюзной школе молодых ученых, которую он проводил под Ижевском.

Мне очень понравился стиль моисеевской школы в ВЦ, формат выступлений, и тогда я думал, что тут уже меня нечем не удивят. И оказался неправ.

На этой школе было два цикла лекций – один мой по синергетике, другой Игоря Поспелова (ныне член-корр. РАН) по математическим моделям развивающейся экономики. Игорь, как и я, незадолго до этой школы, защитил кандидатскую.

Заседания проходили в здании кинотеатра дома отдыха, в котором и устроили школу. И вот начало школы. Моя лекция первая. Компьютерных презентаций (да и самих персональных компьютеров) тогда не было. Зато можно было показывать «прозрачки» с помощью прибора под названием кодоскоп, который проецировал их на экран, демонстрировать диапозитивы (маленькие фотографии) с помощью другого и, наконец, с помощью третьего, редкого, проецировать целый рисунок или страницу книги. Очень удобно. Когда у меня в начале лекции спросили, чем из всего этого богатства буду пользоваться, то я, как и подобает скромному кандидату наук, ответил: «Всем». Всё сразу и включили. Видимо старенький кинотеатр не был рассчитан на всю эту продвинутую машинерию. Свет тут же погас, и мы оказались в кромешной тьме. И довольно быстро стало понятно, что проводка перегорела всерьёз и надолго и на свет в ближайшие часы надеяться не приходится.

© *Г.Г. Малинецкий*

И тут с первого ряда слышу спокойный уверенный голос Никиты Николаевича «Синергетика – это удивительно интересное и перспективное направление. И это не формулы, картинки, уравнения и прочий научный антураж, а прежде всего идеи. Идеям синергетики и будет посвящена наша первая лекция. Прошу Вас, Георгий Геннадьевич».

Наверно, первые минут 20 был мой монолог, а затем время от времени я слышал заинтересованные, дельные порой парадоксальные вопросы Н.Н. Моисеева с первого ряда. Постепенно в эту странную игру втянулся весь зал. Потом пропало ощущение времени и появилось чувство энергии, которую вкачивает в тебя огромная аудитория, знакомое многим лекторам. Полтора часа – время лекции – пролетели незаметно, и в этот самый миг зажегся свет.

Эта школа была праздничной, яркой, необычной. Никита Николаевич приходил точно к началу лекции, занимал своё место на первом ряду, задавал множество вопросов и заражал всю аудиторию своим интересом к предмету. С утра до вечера он проводил время с молодежью, приехавшей с разных уголков огромной страны, которая тянулась к нему... Он был прекрасным рассказчиком и очень веселым человеком.

Позже, когда мне самому довелось устраивать научные школы, я оценил оригинальность моисеевского замысла. Там, под Ижевском, молодые читали лекции, делали доклады, рассказывали о своих задачах молодым. Формировались новые взгляды и новое поколение специалистов по прикладной математике. В это время у Никиты Николаевича уже были маститые ученики среднего поколения. Павел Сергеевич Краснощеков (впоследствии академик), специалист по системам управления самолётами, иной боевой техники и многому другому. Александр Александрович Петров (в будущем академик), классик математической экономики. Юрий Николаевич Павловский (в будущем член-корреспондент), автор замечательных работ по имитационному моделированию. В это время в фирме «Восход» под началом Никиты Николаевича велась очень серьёзная закрытая работа по проектированию системы управления страной. Но всё это оставалось за кадром, а в кадре было яркое, интересное научное будущее с удивительно талантливыми молодыми людьми, которым всё по плечу.

Тогда же я услышал знаменитую фразу, которая была адресована мне, да, наверно, не раз говорилась и другим молодым ученым, чтобы поддержать их: «Я за вами слежу». Если классик, академик, основатель известной научной школы следит, значит, и вправду занимаемся чем-то стоящим, и надо энергично двигаться дальше.

После той замечательной школы под Ижевском постарался достать книжки и работы, которые написал Никита Николаевич. Таковых было много, их было очень интересно читать, они были удивительно разнообразны и по стилю похожи на автора. Ясность мысли, точность, конкретность, множество ярких запоминающихся примеров и отличный стиль. С тех пор постоянно перечитываю несколько его книг, глядя на них другими глазами и каждый раз открывая в них что-то новое для себя.

Разнообразие связано с принципом научной деятельности Никиты Николаевича, который он выразил в шутливой фразе (похожей на ту, которая звучала в любимой им комедии «Праздник святого Иоргена): «В профессии ученого, как и вора, главное – вовремя смыться». Время от времени Н.Н. Моисеев начинал интересоваться новыми

© *Г.Г. Малинецкий*

задачами, вникал в уже сделанное, беседовал с ведущими специалистами, высказывал яркую, парадоксальную идею («поднимал знамя», как говорили его коллеги), «зажигал» этой идеей учеников и коллег, формировал вокруг неё научное направление, а затем ... уходил из него, оставляя ученикам пожинать плоды (и лавры) этой работы и начиная заниматься чем-то новым.

Конечно, это было не просто. Ученики академика из «оставленной» области ревновали и к новому увлечению учителя, и к тем коллегам, которым он начинал уделять больше внимания, надеясь, что «старая гвардия» успешно справится с уже поставленными им задачами. Несмотря на всё это, через возникавшие трудности и непонимание ближайших учеников Никита Николаевич шел этим путем.

Оправдано ли было это? Это зависит от поставленных целей. Блестящий биолог и популяризатор науки Ричард Докинз в замечательной книге «Эгоистичный ген» выдвинул парадоксальную гипотезу – истинными субъектами эволюции являются не организмы или виды, а гены, которые стремятся быть как можно шире представленными в биосфере и на пути к этому меняют смертные тела, в геномах которых они представлены. Примерно как гребцы в лодках, которые в разных гонках могут менять команды и лодки, в которых они гребут. Лодки – это мы с вами.

По аналогии с этим в информационном пространстве конкурируют единицы содержательной информации «мемы». И с этой точки зрения научная стратегия Никиты Николаевича и Вычислительного центра, заместителем директора которого он был много лет, оказалась идеальной. Одним из ведущих центров подготовки специалистов в области моделирования является факультет прикладной математики и кибернетики МГУ. Из трех потоков факультета одним руководят в основном кафедры, развивающие идеологию и подходы ВЦ. Никита Николаевич был первым деканом, успешным и любимым, факультета управления и прикладной математики МФТИ. Сейчас этим факультетом заведует «научный внук» Никиты Николаевича, специалист в области математической экономики, избранный член-корреспондентом РАН А.А. Шананин. Направления, основы которых были заложены Н.Н. Моисеевым, и здесь занимают достойной место. «Моисеевские мемы» в большой мере сейчас определяют облик прикладной математики России.

Имитационное моделирование

> Вероятно, однажды скажут, что вся история ЭВМ до создания устройств, позволяющих реализовать диалог человек–ЭВМ, – всего лишь предыстория вычислительной техники. Настоящая история ЭВМ начинается только сейчас. Я думаю, что нечто подобное можно сказать и о математике, хотя я представляю, сколько возражений вызовут эти слова.
>
> *Н.Н. Моисеев*

«Научным сотрудникам младшего возраста» многое кажется очевидным, само собой разумеющимся, а будущее светлым и безоблачным. Примерно как на той школе в Ижевске. И кажется, что все академики примерно такие же – веселые, увле-

© *Г.Г. Малинецкий*

ченные наукой, искрящиеся идеями и живущие в будущем. С годами понимаешь, что это не так, что встреча с Никитой Николаевичем была удивительной, редкой удачей, что этот человек опередил своё время.

Почему же он видел будущее прикладной математики в «нетрадиционных областях» – экономике, истории, государственном управлении, в проектировании больших систем, в том, что начало многими активно развиваться только сейчас?

Ответ мне видится таким. Жизненный путь Н.Н. Моисеева, о котором он обычно рассказывал с улыбкой и мягким юмором, был нелегким. Человек прошёл войну и пришёл в науку, где начал с оборонных задач, с тех проблем, в которых важен не процесс, а результат, где нужно помочь людям, а цена ошибки может быть очень высока. Видимо, это и было стержнем его научного творчества и выделяло среди многих ученых, которых волновали диссертации, звания, интриги и признание их собственных заслуг.

Никита Николаевич начинал с задач, возникших при наведении артиллерийских орудий, затем была гидродинамика и проблемы, актуальные при проектировании космических систем. Большинство на этом остановилось бы и пожинало бы честно заработанные лавры всю оставшуюся научную жизнь. Но Н.Н. Моисеев шел дальше – мало построить модель, посчитать, предложить на этой основе оригинальное техническое решение. Надо, чтобы оно пошло в дело, помогло людям, а это уже экономика, управление, принятие решений. И Никита Николаевич с энергией, задором и уверенностью в успехе взялся за этот круг задач.

Это далеко не простое и не очевидное решение. Когда с подобной инициативой заняться мировой динамикой и ее приложениями в госуправлении к своему директору – выдающемуся ученому и организатору М.В. Келдышу – обратились сотрудники Института прикладной математики, то услышали в ответ категорические возражения. По мнению М.В. Келдыша, во-первых, серьёзное моделирование требует достоверных статистических данных, которые, скорее всего, недоступны. Во-вторых, даже получив отличные результаты, математики и экономисты вряд ли сумеют убедить в своей правоте руководство страны.

Страна строила светлое будущее. Но для любого строительства нужен проект, план и, конечно же, решение многих новых необычных проблем. Страна прокладывала путь по морям, ещё не нанесенным на карты. В те годы Нобелевскую премию по экономике получил выдающийся советский математик Л.В. Канторович, предложивший методы составления оптимальных планов.

Конечно, идеи планового управления экономикой СССР самым активным образом развивались и в ВЦ, и в моисеевской школе. Но одна работа, где эти идеи попытались применить на практике, изменила взгляды Никиты Николаевича на всю эту проблематику. Речь шла об оптимизации работы автобазы. Оказалось, что, оптимально организовав перевозки и предложив новые маршруты, можно намного сократить затраты и уменьшить количество машин. Казалось бы, именно то, что нужно! Но не тут-то было.

Работа по оптимизации деятельности автобазы успеха не имела. Если всё сделать так, как советуют математики, то множество людей останется без работы. И, что может быть еще важнее, директор крупного автохозяйства вмиг превратится в начальника мелкой конторы. Локальные, личные или корпоративные интересы

© *Г.Г. Малинецкий*

становятся часто непреодолимым препятствием на пути к стратегическим целям и большим проектам, а значит, ... тоже должны учитываться в моделях и постановке задач. Все это более, чем актуально и сейчас. Возможность делать не то, что надо людям, обществу, государству, а то, что удобно и привычно, или то, что позволяют творить на разных этажах социальной лестницы, делают многие сектора экономики «растратно-затратными».

Формулами и расчетами высокое начальство обычно не убедишь, особенно там, где дело касается госуправления. Но тогда, может быть, их чему-нибудь стоит научить, предоставив им «игрушечное королевство», созданное средствами моделирования? И тогда цена ошибок, на которых учатся руководители, будет измеряться не миллиардами рублей, упущенными возможностями или поломанными судьбами, а часами, которые они проведут за компьютером или в ситуационном центре, решая с коллегами учебные задачи «игрушечного королевства»?

Имитационное моделирование и должно было бы снабдить такими «королевствами» руководителей в разных областях. Никита Николаевич сумел превратить эту большую, сложную, необычную работу в увлекательную игру.

К примеру, одна из таких имитационных моделей позволяла «проиграть» геополитическое взаимодействие 5 коалиций государств, за которыми без труда угадывались США и их союзники, Россия, Китай, Восток и Европа. У каждого субъекта – экономика и ресурсы, которые довольно подробно описывались, вооруженные силы, а у некоторых и ядерное оружие... Когда главами коалиций были ведущие сотрудники ВЦ, то возникали сложные коллизии. Игроки сплошь и рядом неверно оценивали действия, намерения и цели партнеров (примерно, как в Карибском кризисе, который тоже моделировался в ВЦ). Часто они заблуждались относительно того, «кто против кого дружит». Но самое интересное состояло в том, что учёные-математики, хорошо знакомые с мировой историей и современными проблемами, *делали те же ошибки, что и реальные политики*.

Иногда роли глав геополитических субъектов исполняли студенты факультета управления и прикладной математики Московского физико-технического института – любимого детища Никиты Николаевича. Студенты довольно быстро приводили дело к обмену ядерными ударами.

Некоторые имитационные игры продолжались месяцами. Каждый день действующие лица принимали решения, вводили их в компьютер, с помощью модели рассматривалась новая ситуация, часть информации о которой (на усмотрение ведущего игры) сообщалась действующим лицам. В некоторых «государствах» были «президенты», «министры обороны», «начальники разведки» (пост последнего както предлагался мне).

С протоколами игры поступали с той же серьёзностью и тщательностью, как с результатами военных учений, разбирали, чему научила проведенная игра.

Думаю, что здесь Никита Николаевич и его научная школа опередили своё время. Чтобы освоить вождение автомобиля надо выучить правила, взять множество уроков у инструктора и сдать в ГИБДД усвоенный материал. В то же время человек, назначаемый руководителем региона (порой превосходящего по площади среднюю европейскую страну), никакими знаниями (в частности, относительно того региона, которым ему предстоит рулить) может и не обладать. Наверно, их стоит поучить.

© *Г.Г. Малинецкий*

Например, в ситуационном центре с помощью имитационных моделей, отражающих основные риски конкретного региона.

Примерно так ставил вопрос, ознакомившись с возможностями современной прикладной математики, Ю.Л. Воробьев (ныне первый зампред Совета Федерации) в бытность свою первым заместителем министра по чрезвычайным ситуациям в середине 1990-х годов. И с этим предложением все согласились. Но... воз и ныне там. Инерция системы слишком велика, тут ещё и «эффективные менеджеры» подоспели...

Недавно в одном из высоких кабинетов мне довелось услышать выражение «отстранение науки от государства». Но от образования-то её отстранили уже давно. Несколько лет назад в Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ закрыли все ситуационные центры, использовавшиеся в научной деятельности и учебном процессе. «Это просто аудитории, они должны всё время использоваться и приносить деньги», – снисходительно пояснил причину такого решения один из проректоров. Крыть нечем.

С другой стороны, недавно начата госпрограмма, рассчитанная на создание сети ситуационных центров или центров развития (которые и хочется создать) во всех субъектах Федерации и ведомствах. Идея Никиты Николаевича, как птица феникс, возрождается из пепла на российских просторах...

Экология и власть

> Мы считаем, что основной отправной позицией должна быть не экономика, а изучение собственно биосферы, фактической частью которой является человечество. Именно биосфера будет ставить те или иные ограничения человеческой деятельности.
>
> *Н.Н. Моисеев*

Влияние первых лиц на жизнь российского общества было и остается очень большим. От них зависит гораздо больше, чем, например, в США или в любой европейской стране. Чтобы изменить ситуацию к лучшему в экономике, в промышленности, в военном деле, в науке очень важно заручиться их поддержкой. С петровских времен российские ученые стремятся быть «вне политики», ограничиваясь корпоративными делами и с настороженностью относясь к тем, кто действует иначе. Именно таким и был Никита Николаевич: «Отрывать науку от политики и политику от науки – это нелепость. Без постоянной активной поддержки государства наука ничего сделать не может. Надо делать то, что дает результат», – вновь и вновь повторял он мне во время наших бесед.

Несмотря на неодобрение многих учеников и коллег он был научным советником М.С. Горбачева, а позже председателем научного совета при Б.Н. Ельцине.

У Никиты Николаевича было множество ярких, важных для России идей, опиравшихся на разработки ВЦ – от возрождения Северного морского пути и Трансевразийского транспортного коридора до экономических реформ и новых подходов к ограничению стратегических вооружений.

© *Г.Г. Малинецкий*

«Хождение во власть» принесло ему большое разочарование. «Этим людям ничего не нужно. Они слушают и не слышат. У них совсем другие цели и интересы», – так он подводил итоги этих лет жизни.

В последние годы он много бывал дома и, к счастью для нас, много писал, надеясь на будущих читателей. В его кабинете был компьютер, на котором он писал, факс и ксерокс. «Вот вам и институт Моисеева и сам Моисеев», – говорил он, показывая на всю эту машинерию. Но выражение лица и интонации, с которой это говорилось, были до и после этого периода совсем разными.

В этот период деятельности, впрочем, Никите Николаевичу удалось объяснить власть предержащим необходимость серьёзного отношения к окружающей среде, к экологической науке и образованию. Он постарался показать, проявив огромную энергию и настойчивость, что если не удастся сохранить окружающую среду в виде, пригодном для жизни, то биота нанесет ответный удар, после которого места на планете нам может не найтись. Эти соображения должны учитываться при принятии политических решений – в свои последние годы он создает Международный независимый эколого-политологический университет. «Стоило ли это делать? – ведь без Вашей поддержки, заботы, руководства университет может одичать», – спросил я как-то его. «Конечно, стоило. Одичать может. Но я надеюсь на людей, которые будут смотреть на мир, Россию и политику глазами экологов».

В этом, как и во многом другом, проявились удивительно привлекательные черты моисеевского характера – оптимизм, мудрость, интеллектуальная честность, романтическая вера в могущество научных идей, способных преобразить мир.

Ныне Академия, превращённая в «клуб», переживает не лучшие времена. В молодости хочется посмотреть «настоящего академика» – классика, основоположника, независимого ученого, способного увидеть новые горизонты. После памятной школы в Ижевске я пришел к выводу, что Никита Николаевич и является «настоящим академиком». К сожалению, людей сравнимого масштаба в Академии на моем жизненном пути оказалось на удивление мало. Да и сам Н.Н. Моисеев в этом собрании чувствовал себя «белой вороной», да и коллеги, видно, воспринимали его так же. «Мне очень хочется, чтобы этого ученого избрали в Академию, и я хочу ему помочь. Но вот беда, как только я начинаю кому-то помогать, его шансы резко падают», – с удивлением говорил он мне. Как-то раз он пришел к президенту Академии с предложениями, которые могли бы улучшить дела в стране. «Вы математик? Ну, так и идите, доказывайте свои теоремы, а в государственные дела не лезьте», – услышал он в ответ. Он много раз возвращался к этому эпизоду не столько с обидой, сколько с горечью, что возможности, открывающиеся перед страной, на которые указывают ученые, упускаются.

Намного больше настоящего его волновало будущее. Как-то раз он показал мне медаль им. В.И. Вернадского на красивой черно-белой ленте, которой его наградили за вклад в развитие междисциплинарных подходов. «По справедливости, этой медалью надо было наградить вашего учителя – Сергея Павловича Курдюмова. Он развивает синергетику в науках об обществе и о природе, стремится увидеть общее в них. За этими исследованиями будущее. Вы увидите», – так прокомментировал он награду.

«Вы, как и многие другие молодые ученые, слишком пессимистично глядите в завтрашний день. Вы линейно экстраполируете нынешние тенденции, а это неправильно. Маятник качнется в другую сторону. Всё у нас еще будет. Очень жаль, что я этого не

© *Г.Г. Малинецкий*

увижу. Но вы-то увидите! И ещё понадобитесь Отечеству», – говорил он мне во время одной из последних встреч. Десятками книг, сотнями статей и тысячами встреч он приближал это время.

Очень хочется, чтобы выдающийся ученый, пророк в нашем Отечестве Никита Николаевич Моисеев оказался прав, чтобы мы увидели взлет России – страны Будущего.

Поступила в редакцию 11.05.2017

Георгий Геннадьевич Малинецкий – родился в Уфе (1956). Окончил с отличием физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова (1979). Защитил кандидатскую диссертацию (1982), доктор физико-математических наук (1990), профессор, заведующий отделом математического моделирования нелинейных процессов Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН. Один из ведущих специалистов в области нелинейной динамики, автор более 700 научных трудов, около 100 научно-популярных статей и книг, изданных в России и США. Среди них: «Нестационарные структуры и диффузионный хаос», «Синергетика и прогнозы будущего», «Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика», «Нелинейная динамика и хаос: Основные понятия», «Нелинейная динамика: Подходы. Результаты. Надежды», «Пространство синергетики». Редактор книжной серии «Будущее прикладной математики» и председатель редакционных коллегий книжной серии «Синергетика: От прошлого к будущему» и «Будущая Россия». Наиболее известные результаты: теория диффузионного хаоса, модели системы образования, исследовательский проект создания математической истории, а также проект создания Национальной системы научного мониторинга опасных явлений и процессов в природной, техногенной и социальной сферах. Создатель и руководитель специализации «Нелинейные процессы» в Московском физико-техническом институте, профессор Московского государственного технического университета им. Н.Э.Баумана и Российского университета дружбы народов. Является вице-президентом Нанотехнологического общества России, действительным членом Академии военных наук РФ, членом Изборского клуба. Лауреат премии Правительства РФ в области образования (2002). В последние годы занимается мягким моделированием, системным анализом, прогнозом бедствий, катастроф и кризисных явлений на основе методов нелинейной динамики, а также теорией русел и джокеров, проблемами проектирования будущего.

Россия, 125047 Москва, Миусская площадь, д. 4
Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН
E-mail: gmalin@spp.keldysh.ru

© *Г.Г. Малинецкий*