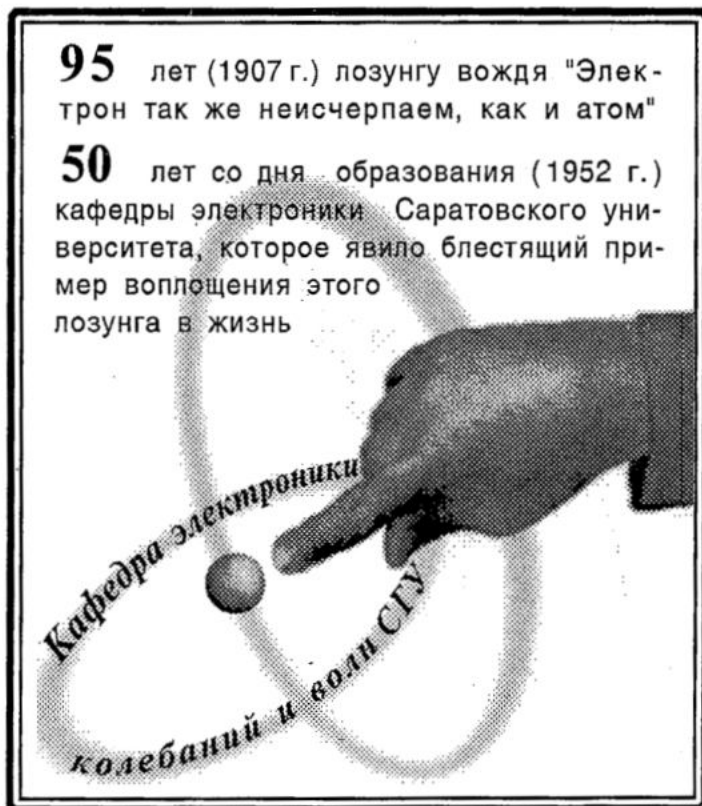
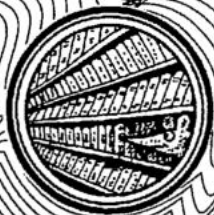
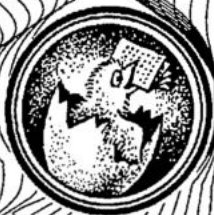


# Трикладная Делнейная Динамика

**95** лет (1907 г.) лозунгу вождя "Электрон так же неисчерпаем, как и атом"

**50** лет со дня образования (1952 г.) кафедры электроники Саратовского университета, которое явило блестящий пример воплощения этого лозунга в жизнь





#### ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

*Ю.В. Гуллев*, академик РАН, Институт радиотехники и электроники РАН, Москва

#### ЗАМ. ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

*Д.И. Трубецков*, член-корреспондент РАН, Саратовский государственный университет

*Д.А. Усанов*, академик МАНВШ, Саратовский государственный университет

#### ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

*Б.П. Безручко*, профессор, Саратовский государственный университет, ведущий научный сотрудник, СО ИРЭ РАН

#### ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

*В.С. Анищенко*, профессор, Саратовский государственный университет

*Ю.А. Данилов*, ведущий научный сотрудник, Курчатовский научный центр, Москва

*А.С. Дмитриев*, ведущий научный сотрудник, Институт радиоэлектроники РАН, Москва

*С.П. Кузнецов*, профессор, ведущий научный сотрудник, СО ИРЭ РАН

*П.С. Ланда*, профессор, Московский государственный университет

*Г.Г. Малинецкий*, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт прикладной математики РАН, Москва

*Ю.М. Романовский*, профессор, Московский государственный университет

*О.В. Руденко*, профессор, Московский государственный университет

*Э.Е. Сон*, профессор, Московский физико-технический институт, Долгопрудный

*В.В. Тучин*, профессор, Саратовский государственный университет

*В.Д. Шалфеев*, член-корреспондент Академии инженерных наук РФ, Нижегородский государственный университет

*В.К. Юлатов*, старший научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

*В.Г. Яхно*, ведущий научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

научно-технический журнал

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год

Том 10, № 5, 2002, Саратов

СОДЕРЖАНИЕ

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС

- Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Влияние сигнала сложной формы на колебания в активной среде «винтовой электронный поток - встречная электромагнитная волна» . . . . . 3
- Селезнев Е.П., Захаревич А.М.* Фрактальные свойства синхронного хаоса в связанных отображениях . . . . . 19
- Короновский А.А., Стародубов А.В., Храмов А.Е.* Методика определения длительности переходного процесса для динамической системы с дискретным временем, находящейся в режиме хаотических колебаний . . . . . 25
- Калинин Ю.А., Кузнецов Н.Н., Украинская Т.Н.* Исследование широкополосных шумоподобных колебаний в интенсивных пучках заряженных частиц в режиме образования виртуального катода . . . . . 32
- Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Кижяева К.К., Клокотов Д.В., Рыскин Н.М., Шигаев А.М.* Сложная динамика многорезонаторных клистронных автогенераторов с запаздывающей обратной связью . . . . . 37

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ. СОЛИТОНЫ

- Фролова Н.Б., Четвериков А.П.* Автоколебания в распределенной системе взаимодействующих встречных волн в присутствии флуктуаций . . . . . 50

НОВОЕ В ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКЕ

- Андрушкевич В.С., Гамаюнов Ю.Г.* Физические эффекты при формировании и транспортировке интенсивных электронных пучков с большой сходимостью . . . . . 60
- Григорьев М.А., Толстиков А.В., Навроцкая Ю.Н.* О влиянии акустического затухания в слоях преобразователя при возбуждении объемных упругих волн пьезоэлектриками класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 . . . . . 71
- Зюрюкин Ю.А., Павлова М.В.* Осесимметричные сферические электромагнитные волны в изотропной среде с отражающим идеально проводящим «ядром» в центре и концентрические сферические резонаторы на их основе . . . . . 84

КОНФЕРЕНЦИИ. СЕМИНАРЫ. СИМПОЗИУМЫ. ШКОЛЫ

- Научная школа-конференция «Нелинейные дни в Саратове для молодых - 2002», 30.09.-5.10.2002, Саратов, Россия . . . . . 93

DEPARTMENT OF EDUCATION OF RUSSIAN FEDERATION

Izvestiya VUZ

APPLIED NONLINEAR DYNAMICS

scientific-technical journal

published since 1993

Published 6 times a year

Vol.10, № 5, 2002, Saratov

CONTENTS

DETERMINISTIC CHAOS

- The influence of a complex signal on the dynamics of the active medium «spiral electron beam - backward electromagnetic wave». *A.A. Koronovskii, D.I. Trubetskoy, A.E. Hramov* . . . . . 3
- Fractal properties of synchronous chaos in coupled maps. *Ye.P. Seleznev, A.M. Zakharevich* . . . . . 19
- Technique of definition of transient process duration for dynamic system with discrete time at chaotic oscillation mode. *A.A. Koronovskii, A.V. Starodubov, A.E. Hramov* . . . . . 25
- Investigation of wide-band stochastic oscillations produced by virtual cathode in intensive beams of charged particles. *Yu.A. Kalinin, N.N. Kuznetsov, T. N. Ukrainskaya* . . . . . 32
- Complex dynamics of multiple-cavity klystron oscillators with delayed feedback. *B.S. Dmitriev, Yu.D. Zharkov, K.K. Kizhaeva, D.V. Klokotov, N.M. Ryskin, A.M. Shigaev* . . . . . 37

NONLINEAR WAVES. SOLITONS

- Oscillations in the distributed system of interacting backward waves at the presence of fluctuations. *N.B. Frolova, A.P. Chetverikov* . . . . . 50

INNOVATIONS IN APPLIED PHYSICS

- Physical effects at formation and transportation of intensive electron beams with high convergence. *V. S. Andrushkevich, Y.G. Gamayunov* . . . . . 60
- On the influence of acoustic attenuation in the transducer layers under the excitation of the volume elastic waves by 6mm class piezoelectric with arbitrary orientation of axis 6. *M.A. Grigor'ev, A.V. Tolstikov, Ju.N. Navrotskaja* . . . 71
- Axially symmetric spherical electromagnetic waves in isotropic space with ideally conducting reflecting «core» at the center and concentric spherical cavities on their basis. *Yu.A. Zyuryukin, M.V. Pavlova* . . . . . 84

CONFERENCES. MEETINGS. SYMPOSIUMS. SCIENTIFIC SCHOOLS . . . 93



## **ВЛИЯНИЕ СИГНАЛА СЛОЖНОЙ ФОРМЫ НА КОЛЕБАНИЯ В АКТИВНОЙ СРЕДЕ «ВИНТОВОЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК - ВСТРЕЧНАЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА»**

*А.А. Короновский, Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов*

В работе изучено влияние хаотического детерминированного сигнала на систему «винтовой электронный пучок - встречная электромагнитная волна». Исследовано усложнение хаотического сигнала при прохождении через гиро-усилитель со встречной волной. Впервые показана возможность хаотической синхронизации гирогенератора на встречной волне внешним хаотическим сигналом. Выяснены условия, при которых имеет место хаотическая синхронизация в такой распределенной системе.

### **Введение и исследуемая модель**

Одной из актуальных задач современной радиофизики и сверхвысокочастотной электроники является рассмотрение вопросов влияния сигнала сложной формы (например, порождаемого детерминированным хаотическим процессом) на активные радиоэлектронные устройства СВЧ-диапазона.

В современной нелинейной теории колебаний и волн достаточно большое число работ посвящено проблеме прохождения и усложнения хаотического сигнала через инерционные цепи и среды [1-5]. Одновременно вызывает большой интерес исследование хаотической синхронизации нелинейных систем и сред (см., например, монографии [6,7], обзоры [8,9], а также список литературы к ним). Поэтому представляется интересным рассмотрение задачи о воздействии детерминированного хаотического сигнала на распределенные нелинейные среды типа «ансамбль электронов-осцилляторов - электромагнитное поле». В работе [10] было проведено исследование прохождения регулярного многочастотного сигнала через гирорезонансный усилитель на прямой волне (гино-ЛБВ) и показано, что при определенных значениях управляющих параметров имеет место существенное искажение такого сложного сигнала. В работе [11] было рассмотрено искажение узкополосного хаотического сигнала при прохождении через усилитель обратной волны О-типа.

В последнее время интерес исследователей вернулся к генераторам и усилителям, использующим в качестве активной среды винтовой электронный пучок, взаимодействующий с прямой или встречной волной, - МЦР с прямой и

встречной волной. Об этом свидетельствует большое число публикаций по данной тематике за последние несколько лет (см., например, [12-19]). В представленной работе исследуется влияние внешнего хаотического сигнала на колебания в системе винтовой электронный пучок - встречная электромагнитная волна. Рассматривается как усиление хаотического сигнала в гироусилителе со встречной волной, так и влияние хаотического сигнала на режимы развитой хаотической генерации в гиро-ЛВВ.

Для исследования прохождения хаотического сигнала используется простейшая модель, описывающая взаимодействие цилиндрического слаборелятивистского винтового пучка со встречной волной, которая имеет вид [18,19]

$$d\beta/d\xi - j\mu(1-|\beta|^2)\beta = F, \quad (1)$$

$$\partial F/\partial\tau - \partial F/\partial\xi = -1/(2\pi) \int_0^{2\pi} \beta d\theta_0 \quad (2)$$

с начальными и граничными условиями

$$F(\xi, \tau=0) = f^0(\xi), \quad \beta(\xi=0) = \exp(j\theta_0), \quad \theta_0 \in [0, 2\pi], \quad (3)$$

$$F(\xi=A, \tau) = F_{\text{ext}}(\tau). \quad (4)$$

Уравнение (1) есть уравнение движения электронов слаборелятивистского винтового пучка [20], уравнение (2) - нестационарное уравнение возбуждения встречной волны электронным потоком [21]. Граничное условие (4) отражает тот факт, что на правую границу системы подается входной сигнал  $F_{\text{ext}}(\tau)$ .

В системе уравнений (1)-(4) введены следующие обозначения:  $\beta = r \exp(j\theta)$  - комплексный радиус траекторий электронов ансамбля, первоначально равномерно распределенных по фазе относительно ВЧ поля;  $F = F(\xi, \tau)$  - медленно меняющаяся комплексная безразмерная амплитуда поля в сечении пучка;  $\xi = \beta_0(\hat{\omega}) \epsilon z$  - безразмерная продольная координата;  $\tau = \hat{\omega} \epsilon (t - z/v_{\parallel}) (1 + v_{\parallel}/v_g)^{-1}$  - безразмерное время в движущейся с продольной скоростью пучка  $v_{\parallel}$  системе координат;  $\hat{\omega}$  - частота, по которой производится усреднение. Частота  $\hat{\omega}$  удовлетворяет условию синхронизма

$$\hat{\omega} + \beta_0(\hat{\omega}) v_{\parallel} - \omega_c = 0. \quad (5)$$

Здесь  $\beta_0(\hat{\omega})$  - постоянная распространения встречной волны с частотой  $\hat{\omega}$  в системе без электронного пучка. Кроме этого введены следующие параметры:  $\mu = (v_{\parallel}/c)/2\epsilon$  - параметр неизохронности, характеризующий меру инерционности системы, то есть скорость изменения фазы электрона при изменении скорости его движения;  $\epsilon = [I_0 K / (4V_0)(1 + v_{\perp 0}^2/v_g^2)]^{1/2} \ll 1$  - параметр взаимодействия;  $\omega_c = eB_0/(m_0 c) [1 - 1/2(v_{\parallel}^2 + v_{\perp 0}^2)/c^2]$  - циклотронная частота при  $\xi=0$ ;  $K$  - сопротивление связи;  $v_{\perp 0}$  - начальная поперечная скорость электронов;  $I_0$  и  $V_0$  - постоянные составляющие тока и напряжения винтового пучка.

Модель, описываемая уравнениями (1)-(3), справедлива при выполнении следующих условий: поле в поперечном сечении электронного пучка должно быть однородно; продольная скорость  $v_{\parallel} \approx \text{const}$  (то есть пренебрегаем взаимодействием электронов-осцилляторов с ВЧ составляющими магнитного поля); нестационарный процесс предполагается узкополосным, вследствие чего в рабочей полосе частот необходимо учитывать взаимодействие винтового пучка только со встречной волной. Кроме этого модель идеализирована в том смысле, что в реальных устройствах для эффективной перестройки частоты генерации вводят одновременное изменение геометрии волновода и величины магнитного поля вдоль длины пространства взаимодействия, в данном случае это не учитывается [22-23].

Система уравнений (1)-(4) решалась численно с использованием метода «крупных частиц», двухшаговой схемы «предиктор - корректор» для интегрирования уравнений движения и схемы Лакса - Вендроффа для интегрирования уравнения возбуждения (уравнения в частных производных), которые имеют второй порядок точности.

В работах [18-19] исследована динамика рассматриваемой системы в автономном режиме и показано наличие в ней различных режимов пространственно-временных колебаний. При заданной длине системы  $A$  с увеличением параметра неизохронности  $\mu$  имеет место последовательная смена различных режимов МЦР со встречной волной. При  $\mu > \mu_{st}$  имеет место самовозбуждение лампы и возникновение режима стационарной генерации. При  $\mu > \mu_{am}$  возникает автомодуляция выходного сигнала, сначала периодическая, а с дальнейшим ростом  $\mu$  - хаотическая. Это иллюстрирует рис. 1, на котором представлена бифуркационная диаграмма колебаний медленно меняющейся амплитуды выходного поля  $|F(\xi=0, \tau)|$  с изменением параметра неизохронности  $\mu$  при безразмерной длине системы  $A=3.0$ . На рисунке приведены положения максимумов  $F_{max}$  амплитуды выходного сигнала в зависимости от параметра  $\mu$ . С увеличением неизохронности электронов-осцилляторов в системе наблюдается возбуждение автоколебаний с постоянной амплитудой (режим стационарной генерации). При некотором  $\mu = \mu_{am} \approx 3.77$  возникает периодическая автомодуляция. Максимумы поля на бифуркационной диаграмме откладываются, начиная с этого значения параметра неизохронности  $\mu_{am}$ . С дальнейшим ростом параметра неизохронности имеет место удвоение периода автомодуляции, и далее генератор переходит в режим хаотической автомодуляции выходного сигнала.

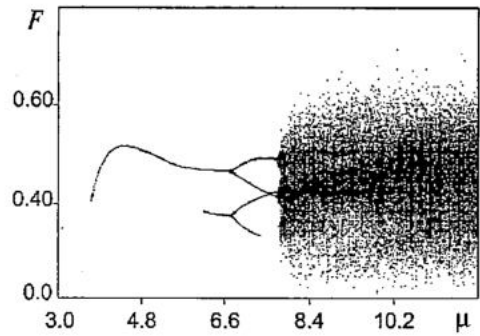


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма колебаний амплитуды выходного сигнала МЦР со встречной волной при изменении параметра неизохронности  $\mu$  для фиксированной длины системы  $A=3.0$

При  $\mu > \mu_{st}$  имеет место самовозбуждение лампы и возникновение режима стационарной генерации. При  $\mu > \mu_{am}$  возникает автомодуляция выходного сигнала, сначала периодическая, а с дальнейшим ростом  $\mu$  - хаотическая. Это иллюстрирует рис. 1, на котором представлена бифуркационная диаграмма колебаний медленно меняющейся амплитуды выходного поля  $|F(\xi=0, \tau)|$  с изменением параметра неизохронности  $\mu$  при безразмерной длине системы  $A=3.0$ . На рисунке приведены положения максимумов  $F_{max}$  амплитуды выходного сигнала в зависимости от параметра  $\mu$ . С увеличением неизохронности электронов-осцилляторов в системе наблюдается возбуждение автоколебаний с постоянной амплитудой (режим стационарной генерации). При некотором  $\mu = \mu_{am} \approx 3.77$  возникает периодическая автомодуляция. Максимумы поля на бифуркационной диаграмме откладываются, начиная с этого значения параметра неизохронности  $\mu_{am}$ . С дальнейшим ростом параметра неизохронности имеет место удвоение периода автомодуляции, и далее генератор переходит в режим хаотической автомодуляции выходного сигнала.

### Усиление хаотического сигнала в МЦР-усилителе со встречной волной

Рассмотрим усиление хаотического сигнала в исследуемой активной среде. Самовозбуждение МЦР со встречной волной при малых параметрах неизохронности  $\mu$  происходит при больших длинах  $A$  системы. Поэтому рассмотрим систему с малой безразмерной длиной  $A=1.0$ , при которой самовозбуждение не возникает при больших значениях  $\mu$ . На рис. 2 представлены амплитудно-частотные характеристики МЦР-усилителя со встречной волной для различных значений параметра неизохронности. Они получены при анализе усиления гармонического сигнала  $F_{ext} = F_0 \exp(j\Omega t)$ . При большом параметре неизохронности  $\mu$  (рис. 2, б) коэффициент усиления  $G$  в линейном режиме ( $F_0=0.01$ ) достигает величины 15 дБ на частоте  $\Omega = -3.6$ . Отрицательные значения частоты связаны с тем, что в принятой нами нормировке частота  $\Omega$  определяет поправку к частоте «холодного» синхронизма  $\hat{\omega}$ . При переходе в нелинейный режим (с ростом  $F_0$ ) коэффициент усиления  $G$  падает, а ширина полосы усиления увеличивается.

При малой степени фазовой нелинейности  $\mu(1-|\beta|^2)\beta$  коэффициент усиления существенно меньше ( $G_{max} \approx 3.3$  дБ).

Фазо-частотные характеристики МЦР-усилителя со встречной волной близ-

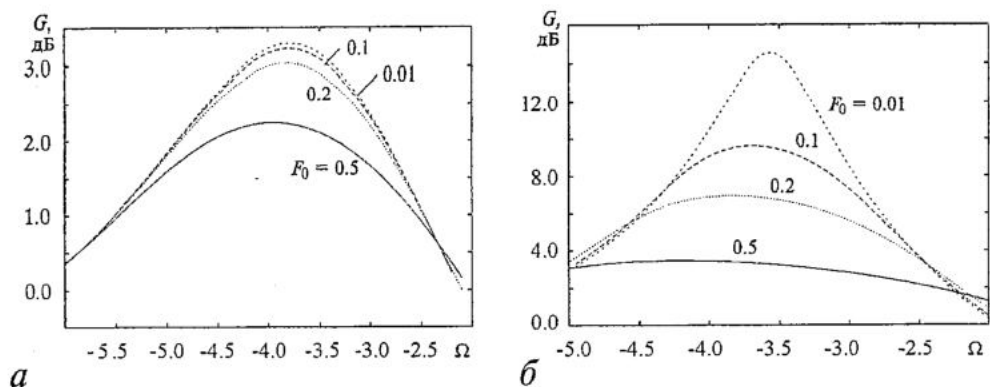


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики МЦР-усилителя со встречной волной при параметре неизохронности  $\mu$ , равном: а - 2.0; б - 8.0

ки к линейным, практически не меняются при изменении параметра неизохронности  $\mu$  и амплитуды входного сигнала  $F_0$  и не приводятся здесь для экономии места.

Для анализа усиления детерминированного хаотического сигнала рассматривается сигнал, генерируемый системой Рёсслера [24], которая является одной из наиболее полно и глубоко изученных нелинейных потоковых конечномерных систем

$$\dot{x} = -(y + z), \quad \dot{y} = x + ey, \quad \dot{z} = w - mz + xz. \quad (6)$$

Управляющие параметры были выбраны следующими:  $e=w=0.2$ ,  $m=4.6$ , что соответствует режиму ленточного хаоса.

Предположим, что на вход гироусилителя со встречной волной подается входной многочастотный сигнал, который формируется в виде

$$F_{\text{ext}} = F_0(1 + Mx(t))\exp j\Omega t, \quad (7)$$

где  $M$  - глубина модуляции;  $x(t)$  - сигнал, порождаемый системой Рёсслера (6) при вышеуказанных управляющих параметрах;  $F_0$  и  $\Omega$  - амплитуда и частота несущего гармонического сигнала.

Проанализируем прохождение хаотического усиливаемого сигнала (7) вдоль длины пространства взаимодействия. Рассмотрим случай параметра неизохронности  $\mu=8.0$ . Амплитуда управляющего сигнала  $F_0=0.01$ , частота  $\Omega$  выбиралась равной частоте максимального усиления (см. рис. 2).

На рис. 3 представлены спектры мощности, проекции фазовых портретов, восстановленные по методу Такенса [25,26]. На рис. 4 - отображения последования, построенные по колебаниям амплитуды поля  $|F(\xi, \tau)|$  в четырех последовательных сечениях лампы  $\xi$ . Отображения последования представляют собой нанесенные на плоскость точки  $(P_i, P_{i+1})$ , полученные из последовательности локальных максимумов  $\{P_i\} = \min\{|F(\tau)|\}$ . Рисунки были построены при  $F_0=0.01$  (линейный режим) и большом параметре неизохронности  $\mu=8.0$ .

Из рисунков видно, что по мере продвижения вдоль пространства взаимодействия МЦР-усилителя со встречной волной усиливаемый сложный сигнал искажается. Отображение последования уже в сечении  $\xi=0.9A$  (рис. 4, б) становится неоднозначным, однако его вид в сравнении с исходной параболой изменяется не сильно. При  $\xi < 0.6A$  имеет место существенное искажение отображения последования (рис. 4, в). Оно приобретает вид кривой, составленной из нескольких кусков. Далее в области  $\xi < 0.5A$  характеристики усиливаемого



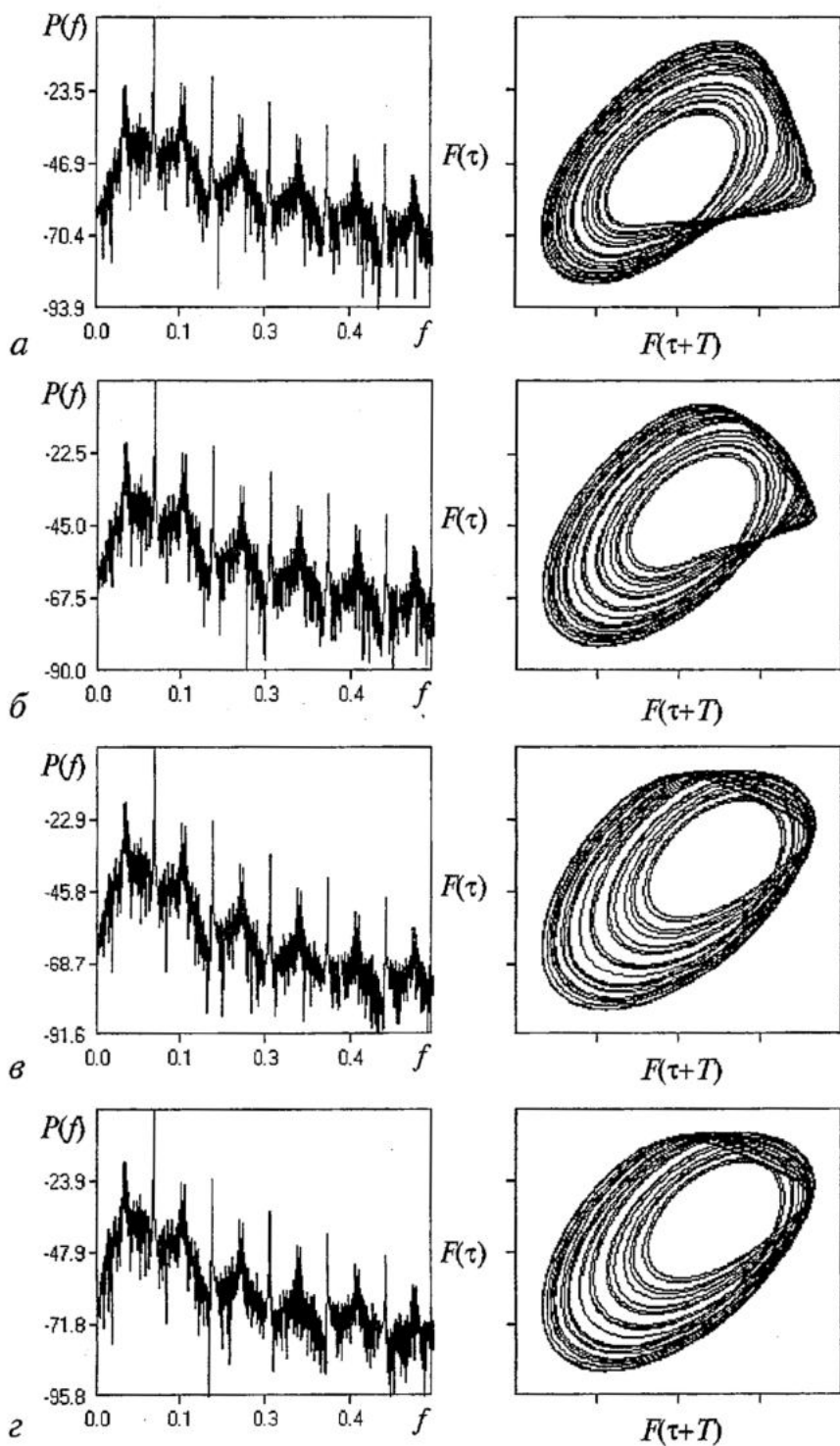


Рис. 3. Спектры и фазовые портреты колебаний амплитуды поля  $|F|$  в различных сечениях  $\xi$  пространства взаимодействия усилителя: *a* - A; *б* - 0.9A; *в* - 0.5A; *г* - 0.0

хаотического сигнала практически не меняются с уменьшением координаты (ср. рис. 4, *в* и рис. 4, *г*).

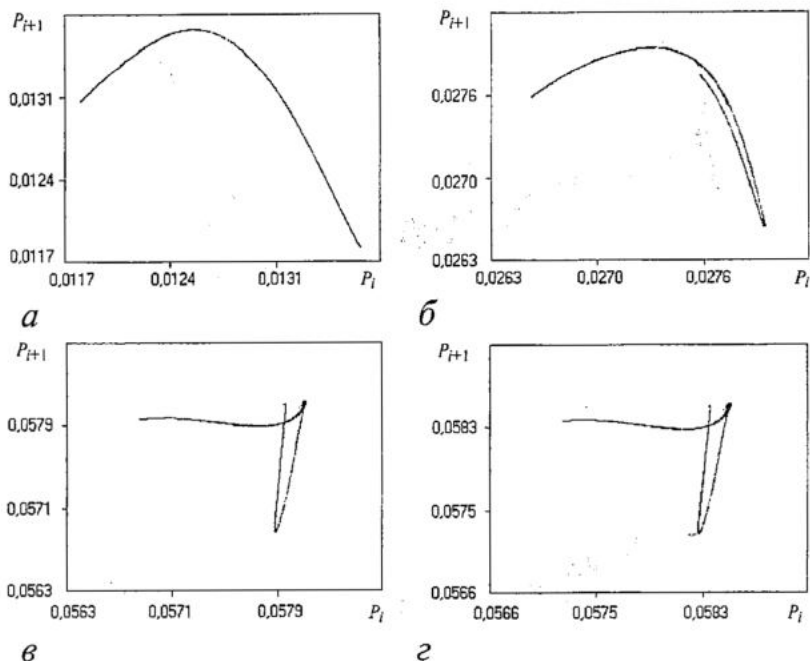


Рис. 4. Отображения последования, построенные по колебаниям амплитуды поля  $|F|$  в различных сечениях  $\xi$  пространства взаимодействия усилителя: а -  $A$ ; б -  $0.9A$ ; в -  $0.5A$ ; г -  $0.0$

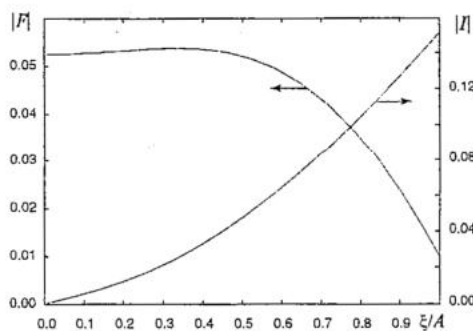


Рис. 5. Распределения амплитуды поля  $|F|$  электромагнитной волны и амплитуды первой гармоники  $|I|$  сгруппированного тока вдоль дины пространства взаимодействия для параметра неизохронности  $\mu=8.0$ , амплитуды входного сигнала  $F_0=0.01$  и частоты  $\Omega=-3.5$

Рассмотрим причины, приводящие к такому сильному искажению сигнала в области  $\xi < 0.6A$ . Для этого проанализируем пространственные распределения амплитуды поля и первой гармоники сгруппированного тока на длине лампы, построенные для малой амплитуды внешнего сигнала  $F_0$  и частоты  $\Omega$ , соответствующей максимуму усиления (рис. 5). Видно, что при  $\xi/A < 0.4$  имеет место насыщение амплитуды поля электромагнитной волны. Как известно [19,27], насыщение амплитуды поля, наряду с перегруппировкой электронов-осцилляторов, является одним из наиболее распространенных нелинейных эффектов в системе «электронный пучок, взаимодействующий с электромагнитным полем». Поэтому на длине лампы  $\xi \approx 0.6A$  процесс усиления сигнала достигает существенно нелинейной стадии. Прохождение детерминированного хаотического сигнала через область нелинейного усиления приводит к его сильному нелинейному искажению. Из анализа проекции аттрактора (см. рис. 3) можно предположить, что искаженный аттрактор сохраняет характерную для аттрактора Ресслера «полосовую» структуру, то есть нелинейное искажение сигнала сохраняет внутреннюю структуру аттрактора, но при этом приводит к перекручиванию «листа» аттрактора Ресслера, что демонстрирует отображение последования.

Для подтверждения факта сохранения внутренней структуры аттрактора искаженного усиливаемого сигнала была рассчитана корреляционная размерность

восстановленного аттрактора с помощью алгоритма Грассбергера и Прокаччия [28,29]. Напомним, что корреляционная размерность аттрактора  $D$  есть функция масштаба наблюдения  $\epsilon$

$$D(\epsilon) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \ln C(\epsilon) / \ln \epsilon,$$

где  $C(\epsilon)$  - число пар точек, расстояние между которыми в фазовом пространстве меньше  $\epsilon$  (редуцированный корреляционный интеграл), дается соотношением

$$C(\epsilon) = 1/(MN) \sum_{j=1}^M \sum_{i=1, i \neq j}^N H(\epsilon - |x_i - x_j|).$$

Здесь  $M$  - число точек редукции,  $N$  - число точек во временной реализации,  $H$  - функция Хевисайда,  $x$  - вектор состояния в фазовом пространстве. При расчетах использовалось число отсчетов во временной реализации  $N=200000$ , а число точек редукции -  $M=20000$ .

На рис. 6 показаны зависимости наклона корреляционного интеграла  $D(\epsilon)$  колебаний амплитуды поля  $|F(\xi, \tau)|$  в сечениях  $\xi=A$  (входная плоскость),  $\xi=0.9A$  и  $\xi=0$  (выходная плоскость). Кривые размерности построены при размерности пространства вложения  $d=6$ . Такое значение размерности вложения было выбрано в связи с тем, что при  $d > 6$  вид зависимости наклона корреляционного интеграла от размерности пространства вложения не меняется. Анализ рис. 6 показывает, что вид кривых  $D(\epsilon)$  практически не меняется при продвижении от входа усилителя к выходу и совпадает с зависимостью размерности от масштаба наблюдения аттрактора во входном сечении лампы. Подобное поведение корреляционной размерности доказывает тот факт, что искажение сигнала связано с нелинейными эффектами, которые не искажают внутреннюю структуру хаотического сигнала, а приводят к нелинейным искажениям, заключающимся в «скручивании» аттрактора в фазовом пространстве при продвижении сигнала вдоль пространства взаимодействия.

Заметим, что обнаруженное усложнение сигнала в гироусилителе со встречной волной имеет качественно другую природу, чем наблюдаемое усложнение детерминированного хаотического сигнала в усилителе обратной волны типа О (см. работу Л.В. Красичкова и Н.М. Рыскина [11]) или в линейных диспергирующих средах [30,5]. В данном случае имеет место принципиально нелинейное преобразование сложного сигнала.

С увеличением амплитуды несущего сигнала  $F_0$  (или уменьшения параметра неизохронности  $\mu$ ), что соответствует расширению полосы пропускания лампы, усиливаемый сложный хаотический сигнал искажается существенно слабее. Вид характеристик хаотического сигнала (спектр, фазовый портрет, отображение последования, размерность аттрактора) не меняется вдоль координаты  $\xi$ . Однако в этих режимах работы усилителя коэффициент усиления существенно меньше, чем в случаях большой неизохронности  $\mu$  электронов-осцилляторов и линейного режима.

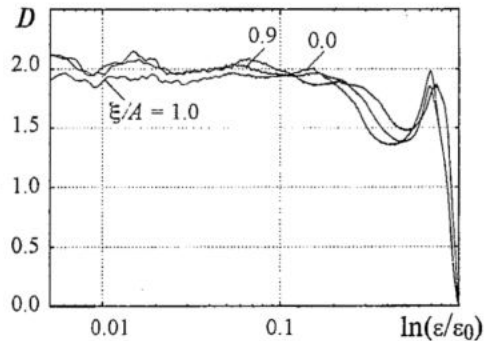


Рис. 6. Зависимости размерности восстановленных аттракторов от масштаба наблюдения в различных сечениях пространства взаимодействия усилителя

## Влияние хаотического сигнала на шумовую генерацию в МЦР на встречной волне

Рассмотрим теперь режим развитой хаотической генерации в МЦР-генераторе на встречной волне. Будем рассматривать, как и раньше, систему длины  $A=3$ , но с параметром неизохронности  $\mu=8.0$ . При этих значениях параметров генератор демонстрирует развитые хаотические колебания, вид которых показан на рис. 7, а, на котором представлены спектр мощности и фазовый портрет амплитуды выходного сигнала  $|F(\tau, \xi=0)|$  автономного генератора.

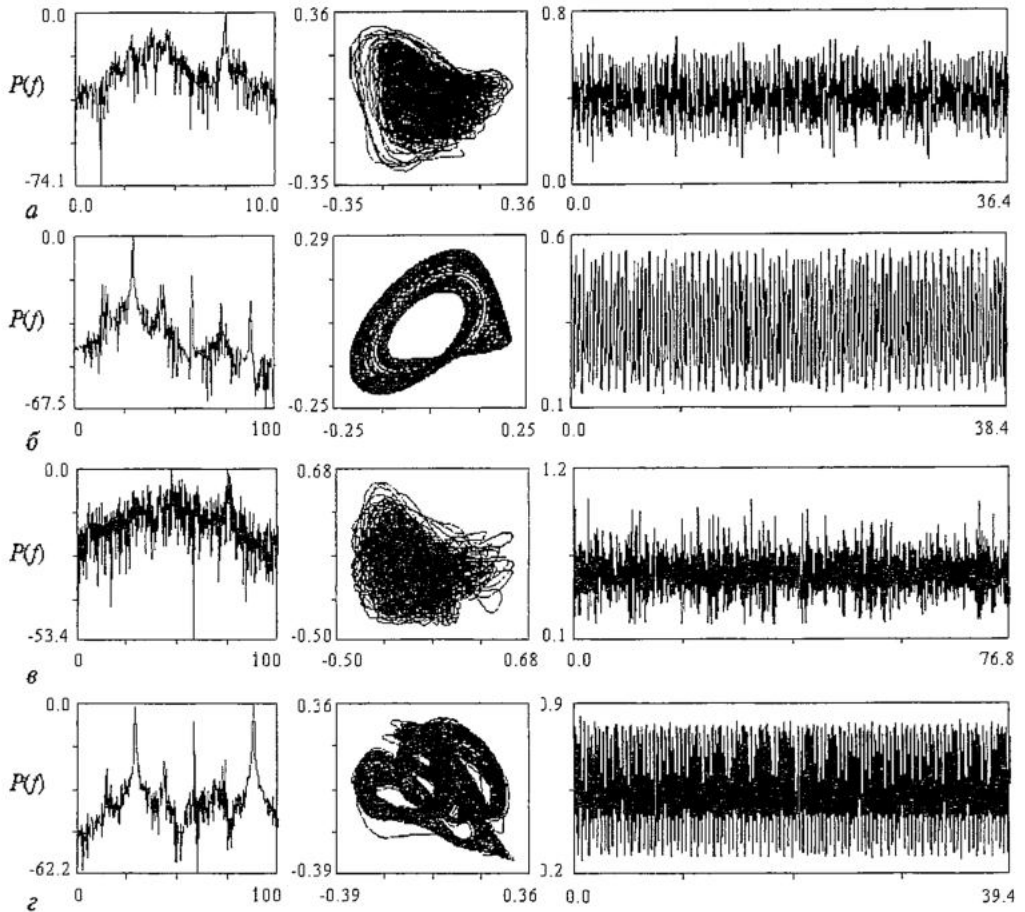


Рис. 7. Спектры и фазовые портреты колебаний амплитуды поля  $|F|$  на выходе системы в автономном режиме (а); спектр входного сигнала  $F_{\text{ext}}$  (б); спектры и фазовые портреты колебаний амплитуды поля в неавтономном режиме при амплитуде входного сигнала  $F_0$ : 0.05 (в) и 0.3 (г)

Будем воздействовать на генератор, как и в предыдущем разделе, сложным хаотическим сигналом (7), порождаемым системой Ресслера (6) при тех же значениях управляющих параметров. При исследовании величина глубины модуляции полагалась равной  $M=0.09$  и изменялась величина амплитуды несущего гармонического сигнала в пределах  $0.0 < F_0 < 0.6$ . Частота несущего сигнала  $\Omega = -1.13\pi$  была выбрана близкой к базовой частоте в спектре хаотической генерации  $\omega_{0A} = -1.03\pi$  автономной гиролампы со встречной волной при  $\mu=8.0$ . На рис. 7, б показаны спектральные характеристики и фазовый портрет входного управляющего сигнала.

Рассмотрим, как ведет себя неавтономная система при увеличении амплитуды  $F_0$  внешнего воздействия. При небольшой амплитуде внешнего воздействия  $F_0 < 0.1$  имеет место резкое усложнение вида хаотических колебаний в системе. Для иллюстрации этого на рис. 7, в представлены характеристики колебаний (спектр мощности, проекция фазового портрета) амплитуды выходного поля неавтономного генератора при  $F_0 = 0.05$ . Из рисунка видно, что спектр выходного сигнала близок к спектру генерации автономной системы, однако при этом наблюдается рост шумового пьедестала в области низких частот.

С ростом амплитуды внешнего сигнала наблюдается упрощение спектра мощности выходного сигнала. В нем уменьшается высота шумового пьедестала, на его фоне появляются спектральные компоненты, «наследуемые» полем на выходе системы от входного хаотического сигнала. Одновременно имеет место упрощение фазового портрета колебаний - на нем появляется структура, определяемая характерным масштабом колебаний внешнего хаотического сигнала.

При  $F_0 = 0.3$  спектр мощности становится близким к спектру входного сигнала (рис. 7, г, построен при  $F_0 = 0.3$ ), порождаемого системой Ресслера (см. рис. 7, б).

Для сравнения спектра мощности сигнала, генерируемого неавтономной активной системой, со спектром внешнего хаотического сигнала строились множества точек вида

$$P_{out}(f) = F [P_{in}(f)], \quad (8)$$

где  $P_{out}$  и  $P_{in}$  - соответственно мощность (в дБ) спектральных компонент на частоте  $f$  в выходном и входном сигналах. Близость значений функции к диагонали  $P_{out} = P_{in}$  свидетельствует о близости спектрального состава двух колебательных процессов.

На рис. 8 представлены соответствующие зависимости для малой амплитуды внешнего воздействия  $F_0 = 0.05$  и большой  $F_0 = 0.3$  (при этом спектр выходного сигнала оказывается близким к входному). В первом случае (рис. 8, а) уже на длине пространства взаимодействия  $0.05A$  имеет место существенное искажение спектра входного сигнала, выражающееся в заметном повышении высоты шумового пьедестала в спектре мощности: точки, нанесенные в соответствии с правилом (8), находятся выше диагонали. На выходе системы ( $\xi = 0$ ) при  $F_0 = 0.05$  спектр даже в области основных спектральных компонент ( $P_{out}(f) > -20$  дБ) находится выше диагонали, то есть выходной сигнал имеет существенно другой спектральный состав, чем входной.

Другая картина наблюдается при большой амплитуде входного сигнала  $F_0$  (рис. 8, б). В этом случае основные спектральные компоненты  $P_{out}(f) > -20$  дБ находятся вблизи диагонали. Шумовой пьедестал ( $P_{out} < -40$  дБ) поднимается над диагональю, однако его интенсивность значительно меньше, чем в случае малой амплитуды входного сигнала  $F_0$  (см. рис. 8, а).

Для количественной оценки разницы спектров колебаний выходного поля неавтономной гиро-ЛВВ и колебаний внешнего хаотического сигнала рассматривалась характеристика следующего вида:

$$\zeta(P^0) = \int_f |P_{out}(f)N(P_{out}(f) - P^0) - P_{in}(f)N(P_{in}(f) - P^0)| df, \quad (9)$$

где  $N$  - функция Хевисайда. Величина  $\zeta(P^0)$  характеризует различия в спектральных компонентах двух спектров мощности на уровне мощности  $P^0$ . Интегральной характеристикой близости спектральных составов двух сигналов является интеграл

$$\langle \zeta \rangle = \int_{-100}^0 \zeta(P_{in}) dP_{in}. \quad (10)$$

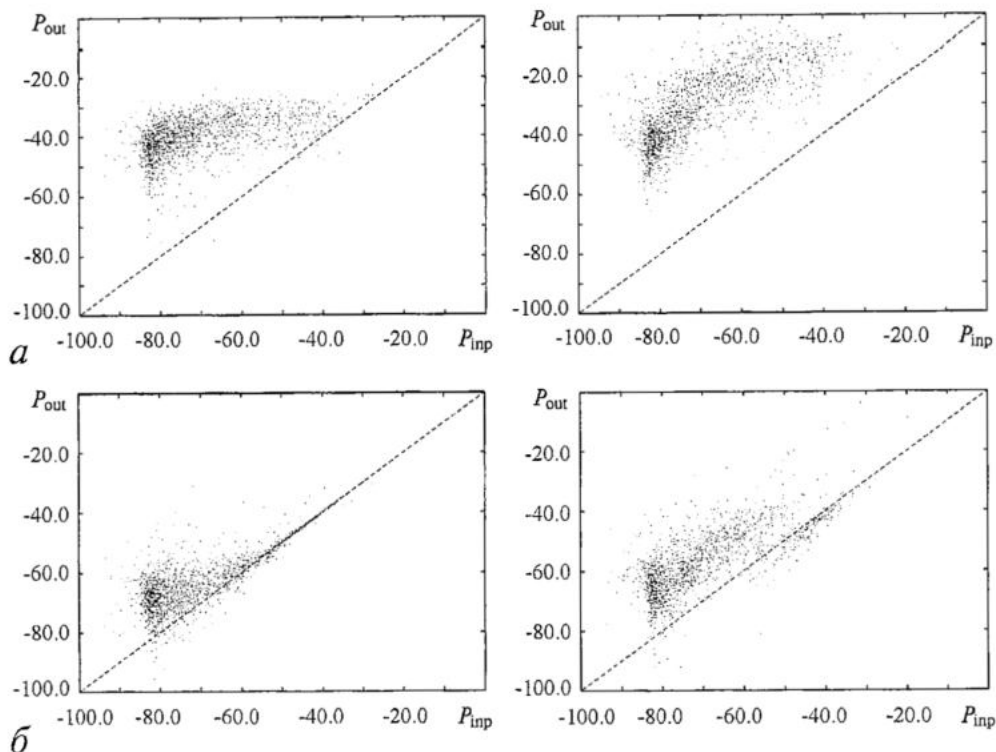


Рис. 8. Сравнение спектров мощности сигналов, генерируемых неавтономной активной средой, со спектром внешнего хаотического сигнала в соответствии с соотношением (8) для: а - режима усложнения хаотических колебаний ( $F_0=0.05$ ); б - режима синхронизации хаоса ( $F_0=0.3$ ). Слева представлено сравнение со спектром мощности сигнала в сечении пространства взаимодействия  $\xi=0.95A$ , справа -  $\xi=0.0$

В соотношениях (9) и (10) спектральная мощность входного и выходного сигнала измеряется в дБ. Близость величины  $\zeta$  к нулю свидетельствует о близости спектрального состава двух сигналов.

На рис. 9, показана зависимость величины  $\zeta$  от амплитуды несущего сигнала  $F_0$ . Из него видно, что с ростом амплитуды  $F_0$  имеет место уменьшение величины  $\zeta$ , и при  $F_0 \approx 0.3$  эта величина достигает минимума. При этой амплитуде внешнего поля наблюдается спектральный состав колебаний выходного поля, наиболее близкий к спектру входного сигнала. Далее с ростом  $F_0$  наблюдается

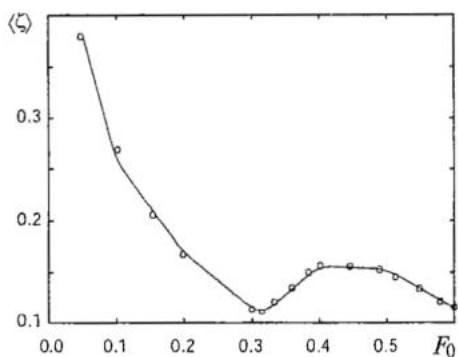


Рис. 9. Зависимость величины  $\zeta$  от амплитуды несущего сигнала  $F_0$

разрушение режима синхронизации - величина  $\zeta$  увеличивается. При большой амплитуде внешнего поля ( $F_0 > 0.6$ ) опять имеет место возникновение режима хаотической синхронизации.

Рассмотрим теперь особенности пространственно-временной динамики неавтономной системы и выясним особенности физических процессов в гиро-ЛВВ при воздействии на него детерминированного хаотического сигнала.

Эволюцию спектра колебаний вдоль длины системы для случая

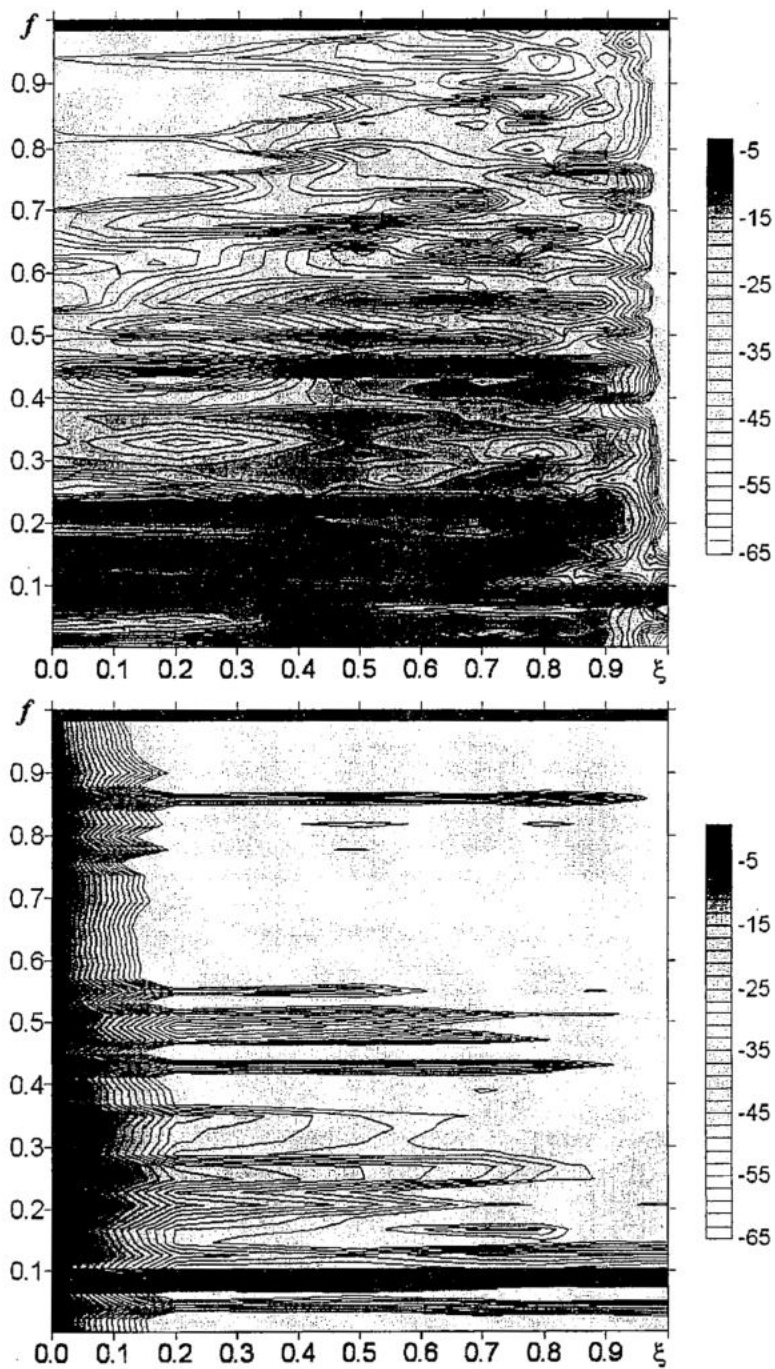


Рис. 10. Эволюция спектра колебаний амплитуды поля  $|F(\xi, \tau)|$  вдоль длины пространства взаимодействия для: *a* - режима усложнения хаотических колебаний ( $F_0=0.05$ ); *b* - режима синхронизации хаоса ( $F_0=0.3$ )

усложнения хаотических колебаний и случая хаотической синхронизации демонстрирует рис. 10. Вдоль оси абсцисс отложена координата  $\xi$  пространства взаимодействия, по оси ординат - частота  $f$  колебаний. Различными градациями серого цвета отмечена интенсивность (в дБ) спектральных компонент с частотой  $f$  в сечении  $\xi$ . Одновременно, для лучшей визуализации данных на рисунке линиями

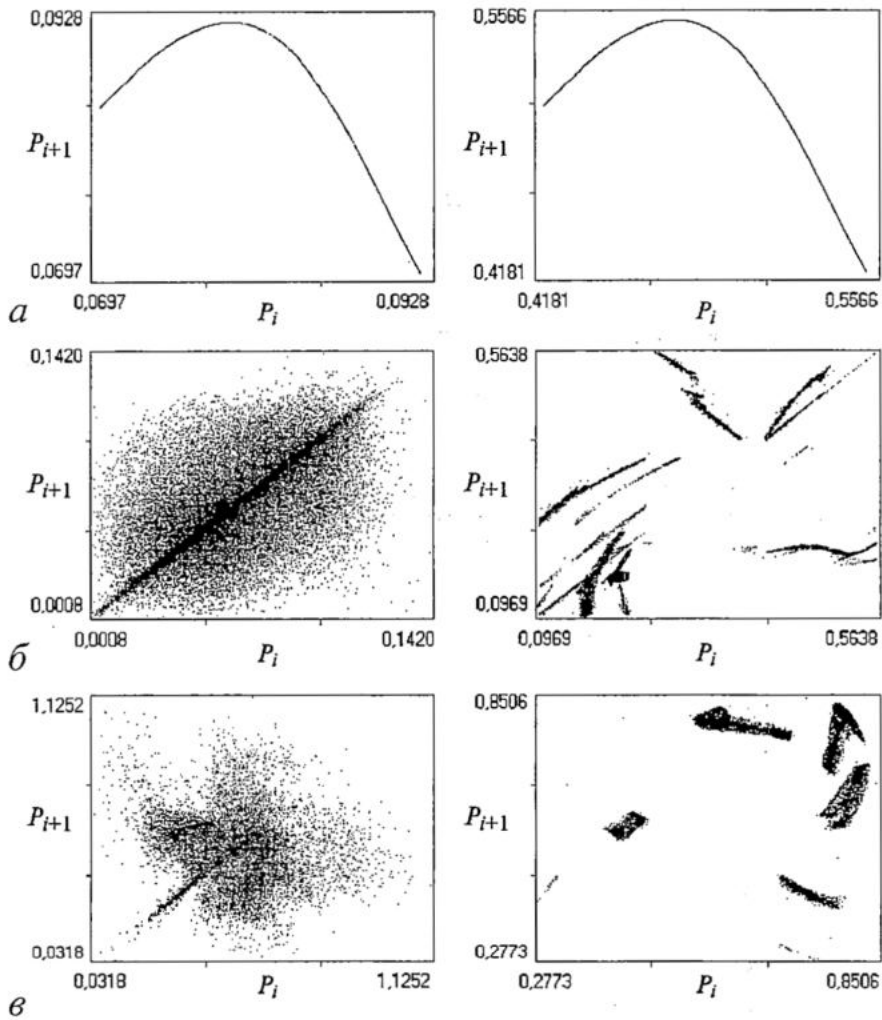


Рис. 11. Отображения последования, построенные по колебаниям амплитуды поля  $|F|$  для различных амплитуд несущей  $F_0$  внешнего хаотического сигнала в различных сечениях  $\xi$  пространства взаимодействия ЛВВ-генератора: *a* -  $A$ ; *б* -  $0.97A$ ; *в* -  $0.0$ . Слева представлены отображения последования для случая  $F_0=0.05$ , справа -  $F_0=0.3$

уровнями отмечены частоты одинаковой интенсивности в спектре мощности с интервалом в 5 дБ.

В первом случае (рис. 10, *a*) имеет место резкое усложнение и искажение спектра колебаний по сравнению со входным сигналом уже в начальных сечениях лампы  $\xi < 0.95$ . Далее спектр колебаний при продвижении вдоль длины системы усложняется и трансформируется, стабилизируясь вблизи выходного конца ( $\xi < 0.3$ ). Одновременно имеет место подавление базовой частоты  $f_R \approx 3.0$ , соответствующей характерному временному масштабу  $T_R \approx 0.33$  в сигнале, порождаемому системой Ресслера. Интенсивность уменьшается в два раза на длине  $\xi \approx 0.8$ .

В режиме синхронизации спектр колебаний не меняется вдоль длины системы (рис. 10, *б*). Вблизи входа лампы ( $\xi > 0.8 \div 1.0$ ) наблюдается рост высших гармоник входной частоты, которые далее уже не изменяются вдоль лампы. Также с уменьшением координаты растет шумовой пьедестал в спектре мощности. Наиболее значителен такой рост в области  $\xi < 0.2$ , где он поднимается в среднем по различным частотам на величину более, чем 10 дБ.



Принципиально меняется и вид отображения последования, построенного по колебаниям поля в различных сечениях лампы. Рассмотрим случаи развитой хаотической генерации (рис. 11) при  $F_0=0.05$  (левая колонка) и хаотической синхронизации при  $F_0=0.3$  (правая колонка).

В случае  $F_0=0.05$  видно, что уже в сечении  $\xi=0.97A$  (рис. 11, а) отображение последования полностью теряет вид, присущий отображению последования, построенного по сигналу, порождаемому системой Ресслера. Сигнал вдоль пространства взаимодействия (а следовательно, и на выходе системы) представляет собой сумму нелинейно преобразованных участков входного сигнала, смещенных относительно друг друга. Это приводит к существенному усложнению колебаний, отображение теряет внутреннюю структуру и представляет собой некоторую область, неравномерно заполненную точками. При дальнейшем продвижении вдоль пространства взаимодействия отображение последования претерпевает несущественные изменения, сохраняя вид облака точек (рис. 11, б, в).

В случае хаотической синхронизации ситуация изменяется. Форма отображения последования практически сразу сильно искажается по сравнению с исходной параболой. Однако это теперь не облако точек, как было в предыдущем случае, отображение последования сохраняет определенную упорядоченную структуру: оно представляет собой несколько областей, заполняемых точками. Можно предположить, что в данном случае аттрактор колебаний в псевдофазовом пространстве, восстановленный по методу Такенса, сильно искажается в результате нелинейного преобразования сигнала при прохождении его вдоль активной среды, составленной из электронов-осцилляторов. Однако внутренняя структура входного сигнала при этом сохраняется. Вместе с тем, в режиме хаотической синхронизации имеет место сложное перераспределение энергии спектральных составляющих на нелинейной стадии преобразования сигнала в активной среде. Сравнивая вид отображения последования в режиме хаотической синхронизации с предыдущим случаем, можно предположить, что при воздействии на систему хаотического сигнала с малой амплитудой в ней возникает дополнительная обратная связь. При этом значение поля в данной точке определяется распределением тока, создаваемого электронами-осцилляторами, группирующимися в поле сигнала ниже по координате  $\xi$  и движущимися навстречу распространяющемуся внешнему высокочастотному полю.

## Выводы

В работе изучено влияние внешнего сигнала, порождаемого нелинейной динамической системой в режиме хаотических колебаний, на процессы усиления и генерации в активной нелинейной распределенной среде - винтовом электронном пучке, взаимодействующим со встречной бегущей волной. В режиме усиления внешнего сигнала наблюдается усложнение и искажение усиливаемого сигнала, связанное с нелинейными эффектами при взаимодействии электронов-осцилляторов с бегущими электромагнитными волнами.

В режиме воздействия внешнего детерминированного хаотического сигнала на активную среду в режиме генерации сверхвысокочастотного излучения показана возможность режимов хаотической синхронизации распределенной системы, когда спектральный состав поля на выходе близок к спектральному составу внешнего управляющего сигнала.

*Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проекты 00-15-96673 и 01-02-17392), Программой «Университеты России».*

Фундаментальные исследования» (проект УР.01.01.065) а также научно-образовательным центром «Нелинейная динамика и биофизика» при Саратовском государственном университете (грант REC-006 of U.S. Civilian Research Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union (CRDF)).

## Библиографический список

1. *Badii R., Politi A.* On the Fractal Dimension of Filtered Chaotic Signal // Proc. of Dimensions and Entropies in Chaotic Systems / Eds Mayer-Kress. Berlin: Springer-Verlag, 1986. P. 67.

2. *Badii R., Broggi G., Derighetti B., Ravani M., Cliberto S., Politi A., Rubio M.A.* Dimension increase in filtered chaotic signals // Phys.Rev.Lett. 1988. Vol. 60, № 11. P. 979.

3. *Broomhead D.S., Huke J.P., Moldoon M.R.* Linear Filters and Nonlinear Systems // J. Royal Stat. Soc. B. 1992. Vol. 54. P. 373.

4. *Gaponov-Grekhov A.V., Rabinovich M.I., Starobinets I.M., Tsimring M.Sh., Chugurin V.V.*  $\Omega$ -dimension of chaotic series // Chaos. 1994. Vol. 4, № 1. P. 55.

5. *Krasichkov L.V., Kipchatov A.A.* On High-dimensional Oscillations from Lattice of Linear Elements // Nonlinear Waves. Synchronization and Patterns / Eds by M.I. Rabinovich, M.M. Sushchik and V.D. Shalfeev. Nizhny Novgorod: Nizhny Novgorod University Press, 1995. Vol. 1. P. 69.

6. *Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д.* Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова, М.И. Рабиновича. Горький: ИПФ АН СССР, 1989.

7. *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.* Synchronization. A Universal Concept in Nonlinear Sciences. Cambridge University Press, 2001, Part III.

8. *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I.* Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51, № 2. P. 980.

9. *Pecora L.M., Carroll T.L., Jonson G.A., Mar D.J.* Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts, and applications // Chaos. 1997. Vol. 7, № 4. P. 520.

10. *Дмитриев А.Ю., Четвериков А.П.* Усиление многочастотных сигналов в гирорезонансном усилителе со встречной волной // РЭ. 1993. Т. 38, № 3. С. 517.

11. *Красичков Л.В., Рыскин Н.М.* Усиление детерминированного хаотического сигнала в системе электронный поток - обратная электромагнитная волна // Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 8, № 2. С. 3.

12. *Nusinovich G.S., Walter M.* Linear theory of multistage forward-wave amplifiers // Phys.Rev.E. 1999. Vol. 60, № 4. P. 4811.

13. *Rodgers J., Guo H., Nusinovich G.S., Granatstein V.L.* Experimental Study of Phase Deviation and Pushing in a Frequency Doubling, Second Harmonic Gyro-Amplifier // IEEE Trans. on Plasma Sci. 2001. Vol. 48, № 10. P. 2434.

14. *Nusinovich G.S., Chen W., Granatstein V.L.* Analytical theory of frequency-multiplying gyro-traveling-wave-tubes // Phys.Plasmas. 2001. Vol. 8, № 2. P. 631.

15. *Nusinovich G.S., Sinitsyn O.V., Kesar A.* Linear theory of gyro-traveling-wave-tubes with distributed losses // Phys.Plasmas. 2001. Vol. 8, № 7. P. 3427.

16. *Nusinovich G.S., Vlasov A.N., Antonsen T.M.* Nonstationary Phenomena in Tapered Gyro-Backward-Wave Oscillators // Phys.Rev.Lett. 2001. Vol. 87, № 21. 218301-1

17. *Felch K.L. et al.* Characteristics and applications of fast—wave gyrodevices // Proc. of the IEEE. 1999. Vol. 87, № 5. P. 752.

18. *Дмитриев А.Ю., Трубецков Д.И., Четвериков А.П.* Нестационарные процессы при взаимодействии винтового электронного пучка со встречной волной в волноводе // Изв. вузов. Сер. радиофизика. 1991. Т. 34, № 9. С. 595.
19. *Трубецков Д.И., Четвериков А.П.* Автоколебания в распределенных системах «электронный поток - встречная (обратная) электромагнитная волна» // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 3.
20. *Юлатов В.К.* Нелинейная теория взаимодействия непрямолинейного периодического электронного пучка с электромагнитным полем // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника. 1965. № 12. С. 15.
21. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Саратов.ун-та, 1975. С. 135.
22. *Братман В.Л., Новожилов С.Л., Петелин М.И.* Перестройка частоты в гиромонотроне с электродинамической системой в виде конического волновода // Электронная техника. Сер. I. Электроника СВЧ. 1976. № 11. С. 46.
23. *Chu K.R., Chen H.Y., Hung C.L., Chang T.H., Barnett L.R.* . Ultrahigh Gain Gyrotron Traveling Wave Amplifier // Phys.Rev.Lett. 1998. Vol. 21, № 21. P. 4760.
24. *Rössler O.E.* An equation for continuous chaos // Phys. Letters. 1976. Vol. 57A. P. 397.
25. *Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D. and Shaw R.S.* Geometry from a Time Series // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 712-716.
26. *Takens F.* Detecting Strange Attractors in Turbulence // Proceedings of the Symposium on Dynamical Systems and Turbulence, University of Warwick, 1979 / Eds D.A. Rand and L.S. Young. Berlin: Springer, 1981.
27. *Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н.* // Изв. вузов. Серия радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037.
28. *Grassberger P., Procaccia I.* Characterization of Strange Attractors // Phys. Rev.Lett. 1983. Vol. 50. P. 346.
29. *Grassberger P., Procaccia I.* Measuring the Strangeness of Strange Attractors// Physica D. 1983. Vol. 9. P. 189.
30. *Kipchatov A.A., Krasichkov L.V.* The Creation of High-dimensional Oscillations from Low-dimensional Systems // The Proc. of the Int. Conf. on Dynamical Systems and Chaos / Y. Aizawa, S. Saito, and K. Shiraiwa. Singapore: World Scientific, 1995. Vol. 2. P. 359.

*Саратовский государственный  
университет*

*Поступила в редакцию 24.06.2002*

### **THE INFLUENCE OF A COMPLEX SIGNAL ON THE DYNAMICS OF THE ACTIVE MEDIUM «SPIRAL ELECTRON BEAM - BACKWARD ELECTROMAGNETIC WAVE»**

*A.A. Koronovskii, D.I. Trubetskov, A.E. Hramov*

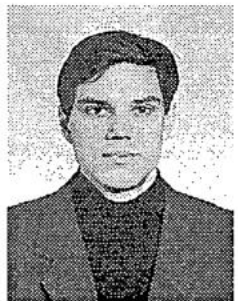
In our work we investigate the influence of the chaotic determined signal upon the system «Spiral electron beam - backward electromagnetic wave». The complication of a chaotic signal passing through the gyro-amplifier is studied. We show the possibility of chaotic synchronization of gyro-amplifier by the external signal. We discuss the conditions under which such synchronization may take place.



*Трубецков Дмитрий Иванович* - родился в Саратове (1938). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Ректор СГУ, заведующий кафедрой электроники и волновых процессов СГУ, профессор, член-корреспондент Российской Академии наук, Заслуженный деятель науки РФ. В Саратовском государственном университете в разное время подготовил и прочитал общие курсы лекций «Основы электроники сверхвысоких частот», «Квантовая электроника», «Методы математической оптимизации», «Теория волновых процессов», а также специальные курсы «Введение в специальность (радиофизика и электроника)», «Теория СВЧ-электронных приборов О- и М-типа», «Вакуумная микроэлектроника», «Высокочастотная релятивистская электроника», «Хаос и структуры», «Линейные волны», «Нелинейные волны». Некоторые из курсов читал в Санкт-Петербургском государственном техническом университете и Ростовском государственном университете. Научный руководитель Лицея прикладных наук СГУ. Соросовский профессор (1994, 1995). Автор и соавтор 9 учебных пособий, выпущенных за последнее десятилетие.



*Короновский Алексей Александрович* - родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов - нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой деятельности, в том числе нелинейная динамика социально-экономических процессов. Опубликовал в соавторстве с профессором Д.И. Трубецковым монографию «Нелинейная динамика в действии» (Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996 год; 2-е издание 2002 года). Автор ряда статей в центральной печати.



*Храмов Александр Евгеньевич* - окончил Саратовский государственный университет (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности радиофизика (1999). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов - нелинейная динамика распределенных систем, методы анализа и моделирования динамических систем, мощная СВЧ-электроника.

E-mail: aeh@cas.ssu.runnet.ru



## ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СИНХРОННОГО ХАОСА В СВЯЗАННЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ

*Е.П. Селезнев, А.М. Захаревич*

Численно исследуется влияние асимметрии на синхронный хаос в квадратичных отображениях с диссипативным видом связи. Показано, что с введением асимметрии после потери трансверсальной суперустойчивости синхронный хаотический аттрактор становится фрактальным, а с приближением к границе синхронизации (уменьшением связи) его размерность демонстрирует немонотонное поведение.

Изучение явления хаотической синхронизации имеет как фундаментальное, так и прикладное значение [1-9]. Несомненный интерес в этом направлении представляют исследования явления хаотической синхронизации в симметрично связанных идентичных подсистемах, демонстрирующих один из классических сценариев перехода к хаосу, например, через последовательность удвоений периода [10-11]. Режиму синхронных хаотических колебаний в такой системе соответствует ситуация, когда значения динамических переменных в подсистемах равны. При этом в фазовом пространстве выделяются два направления: диагональное, вдоль которого движения неустойчивы, а соответствующий ляпуновский показатель положителен, и трансверсальное, вдоль которого движение устойчиво, а соответствующий ляпуновский показатель отрицателен. Эволюция системы при изменении параметра нелинейности тождественна эволюции изолированной подсистемы. Целью данной работы является изучение влияния асимметрии (неидентичности подсистем) на структуру синхронного хаотического аттрактора, его корреляционную размерность и ее эволюцию с приближением к границе синхронизации. Численно исследовалась система диссипативно связанных квадратичных отображений

$$\begin{cases} x_{n+1} = \lambda - x_n^2 + k(x_n^2 - y_n^2), \\ y_{n+1} = \lambda\delta - y_n^2 - k(x_n^2 - y_n^2), \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_n$  и  $y_n$  - динамические переменные,  $n=1,2,\dots$  - дискретное время,  $\lambda$  - параметр нелинейности,  $\delta$  - параметр асимметрии,  $k$  - параметр связи.

Следует отметить, что корреляционная размерность является предельной величиной и при ее численной оценке с конечной точностью всегда остается вопрос, что будет на более мелких масштабах? Однако, если есть возможность аналитически оценить размерность множества, то можно проверить полученные

численно результаты. Например, корреляционную размерность критического аттрактора в квадратичном отображении можно оценить аналитически на основе универсальных свойств сценария перехода к хаосу [12,13]. Этот результат можно распространить и на связанные системы, исследуемые в данной работе, и использовать как тест при проведении численных оценок.

При  $\delta=1$  система (1) симметрична относительно замены  $x_n \leftrightarrow y_n$  и для этого случая ее динамика достаточно хорошо изучена. При  $k>0$  в закритической области ( $\lambda>\lambda_c$ , где  $\lambda_c=1.40115518909\dots$  - критическое значение для изолированных подсистем [13]) система (1) демонстрирует синхронный хаотический режим, фазовый портрет которого расположен на диагонали плоскости  $(x_n, y_n)$ . Поведение связанных систем в этом случае тождественно динамике изолированной подсистемы. Оценка корреляционной размерности хаотического аттрактора при критическом значении параметра  $\lambda=\lambda_c$  дает  $d_c=0.54$  (рассчитывалась редуцированная корреляционная размерность, для чего использовалось 40000 значений и 5000 опорных точек, рассчитанных с точностью  $10^{-18}$ ), что близко к хаусдорфовой размерности критического аттрактора квадратичного отображения [12,13]. С увеличением параметра  $\lambda$  размерность синхронного аттрактора увеличивается и становится равной 1. Последнее связано с тем, что для квадратичного отображения размерность хаотического аттрактора равна 1, а синхронный аттрактор связанной системы лежит на прямой - диагонали в фазовой плоскости  $x_n=y_n$ .

При  $\delta \neq 1$  симметрия нарушается, однако режим синхронизации сохраняется. На рис. 1, а приведена структура плоскости параметров  $(k, \lambda)$  при  $\delta=0.97$ . Светлые области соответствуют периодическим синфазным циклам, светло-серые - синхронным хаотическим режимам, темно-серым обозначена область несинфазных режимов, сплошными обозначены линии бифуркаций удвоения периода, цифрами - период циклов. Рис. 1, б иллюстрирует фазовые портреты хаотических аттракторов и их увеличенные фрагменты. Рассмотрим эволюцию цикла периода 1 с ростом параметра  $\lambda$  при фиксированных  $k=0.5$  и  $\delta=0.97$ . С увеличением  $\lambda$  наблюдается последовательность бифуркаций удвоения периода, завершающаяся при  $\lambda \approx 1.4229918\dots$  переходом к синхронному хаосу (фрагмент 1 на рис. 1, б). При  $k=0.5$  детерминант матрицы линеаризации обращается в 0 и все циклы системы (1) (как устойчивые, так и седловые) являются суперустойчивыми в трансверсальном направлении. В этом случае критический аттрактор лежит на прямой, а оценка его корреляционной размерности дает значение  $d_c=0.5$  (что близко к рассчитанной в [12,13] корреляционной размерности критического аттрактора одномерного квадратичного отображения). Утверждение, что аттрактор при  $k=0.5$  лежит на прямой, легко доказать. Вычтем в системе (1) первое уравнение из второго

$$y_{n+1} - x_{n+1} = \lambda(\delta - 1) - y_n^2 + x_n^2 - 2k(x_n^2 - y_n^2),$$

после группировки получим следующее выражение:

$$y_{n+1} - x_{n+1} = \lambda(\delta - 1) - (1 - 2k)(x_n^2 - y_n^2). \quad (2)$$

При  $k=0.5$  выражение (2) принимает вид

$$y_{n+1} - x_{n+1} = \lambda(\delta - 1)$$

или

$$y_{n+1} = \lambda(\delta - 1) + x_{n+1}.$$

Данное выражение представляет линейную зависимость между динамическими

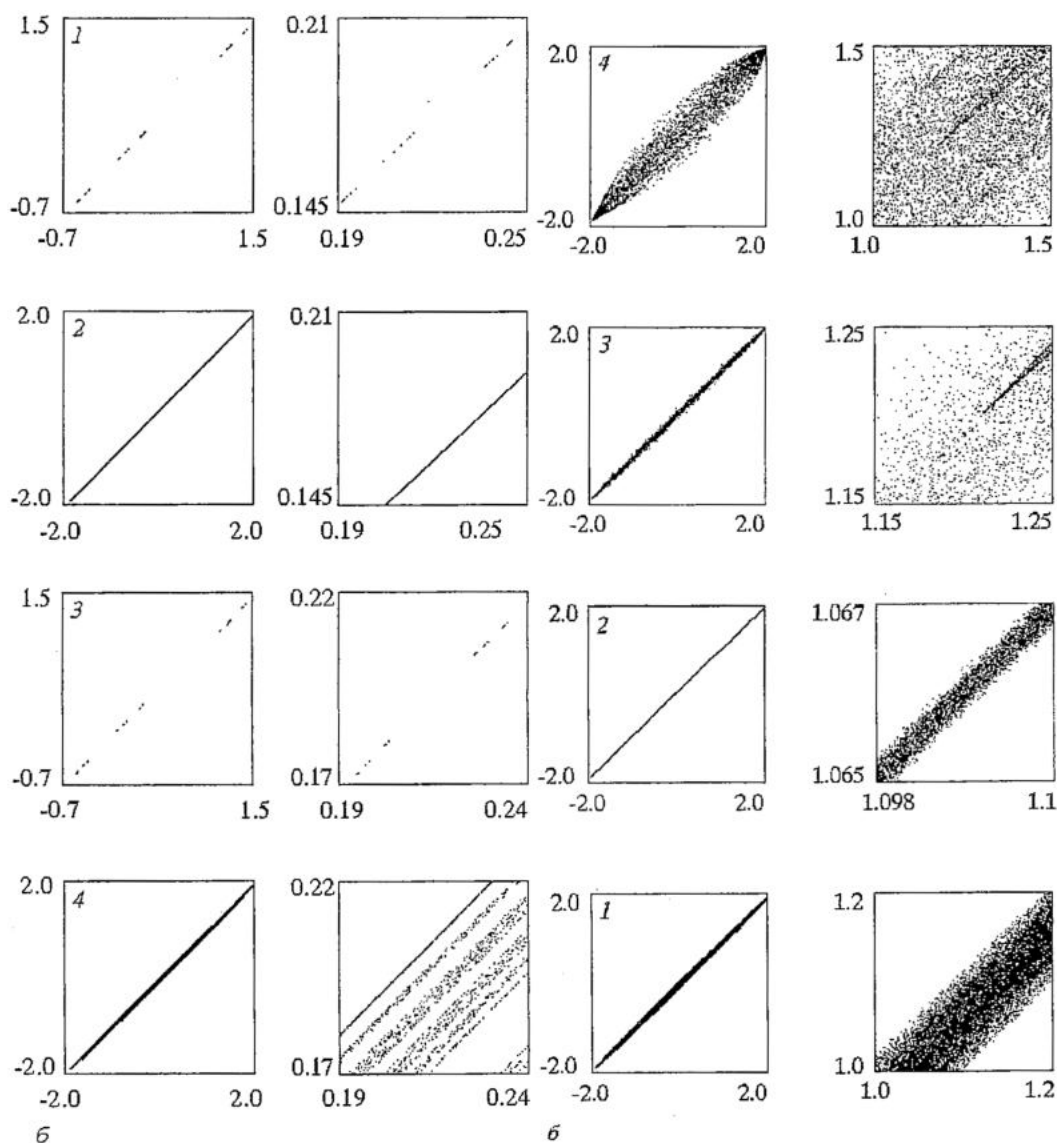
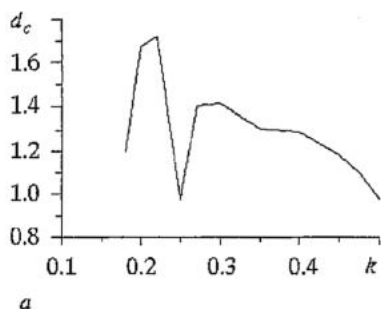
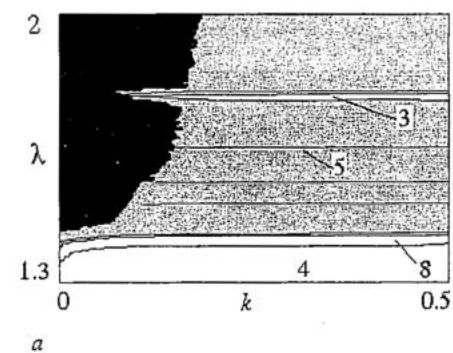


Рис. 1. а - плоскость параметров  $(k, \lambda)$  при  $\delta=0.97$ ; б - фазовые портреты и их увеличенные фрагменты в зависимости от параметров  $k$  и  $\lambda$ :  $\lambda=1.4229918\dots$ ,  $k=0.5$  (1);  $\lambda=2$ ,  $k=0.5$  (2);  $\lambda=1.422693\dots$ ,  $k=0.4$  (3);  $\lambda=2$ ,  $k=0.4$  (4)

Рис. 2. а - зависимость корреляционной размерности  $d_c$  от параметра  $k$  при  $\lambda=2.0$ , б - фазовые портреты и их увеличенные фрагменты при следующих значениях параметра  $k$ : 0.3 (1); 0.25 (2); 0.24 (3); 0.225 (4)

переменными и справедливо для любых  $n$ , следовательно, аттрактор системы (1) при  $k=0.5$  будет лежать на прямой.

При дальнейшем увеличении параметра  $\lambda$  происходит последовательное уменьшение связности синхронного хаотического аттрактора (фрагмент 2 на рис. 1, б иллюстрирует односвязный характер), а его размерность увеличивается и достигает  $d_c=1$ . Таким образом, при введении асимметрии в случае трансверсальной суперустойчивости фрактальные свойства синхронного хаоса аналогичны симметричному случаю.

Уменьшение связи приводит к тому, что синфазные устойчивые и седловые циклы системы (1) не являются суперустойчивыми в трансверсальном направлении, а неустойчивые многообразия седловых циклов не лежат на одной прямой. Фрагмент 3 на рис. 1, б иллюстрирует критический аттрактор при  $k=0.4$ . С ростом параметра  $\lambda$  каждый элемент критического аттрактора эволюционирует в фазовом пространстве в отдельном направлении, а в итоге критический аттрактор не лежит на прямой и остается фрактальным (фрагмент 4 на рис. 1, б).

Рис. 2, а иллюстрирует зависимость корреляционной размерности синхронного хаоса от параметра связи при  $\lambda=2.0$ , а рис. 2, б - фазовые портреты аттракторов и их выделенные фрагменты. С уменьшением связи размерность становится больше 1, аттрактор не лежит на диагонали фазовой плоскости, а увеличение масштаба выявляет его сложную фрактальную структуру в виде бесконечного множества линий (фрагмент 4 на рис. 1, б). С дальнейшим уменьшением связи наблюдается расширение аттрактора в трансверсальном направлении (фрагмент 1 на рис. 2, б) и увеличение его размерности. При этом «линейчатая» структура синхронного аттрактора проявляется на более мелких масштабах. Логично предположить, что с приближением к границе синхронизации размерность аттрактора, как и второй ляпуновский показатель, будет монотонно увеличиваться.

Однако с приближением параметра  $k$  к значению 0.25 синхронный аттрактор начинает сжиматься в трансверсальном направлении (хотя второй ляпуновский показатель увеличивается), его размерность уменьшается и становится близкой к 1, но он также не лежит на прямой (фрагмент 2 на рис. 2, б). Следует отметить, что в окрестности значений  $\lambda=2.0$  и  $k=0.25$  происходят бифуркации удвоения периода седловых циклов, вложенных в синхронный хаотический аттрактор. Поэтому причиной такого сжатия может быть изменение конфигурации многообразий неустойчивых циклов. Дальнейшее уменьшение связи приводит вновь к росту корреляционной размерности и расширению аттрактора в трансверсальном направлении (фрагменты 3, 4 на рис. 2, б). С приближением к границе области синхронизации наблюдается дальнейшее расширение аттрактора, однако размерность опять уменьшается.

В итоге можно сделать следующие выводы: в симметрично связанных системах при трансверсальной суперустойчивости асимметрия (неидентичность) подсистем не оказывает влияние на размерность синхронного хаотического аттрактора, то есть размерностные характеристики аттрактора остаются такими же, как и у аттрактора изолированной подсистемы. С потерей суперустойчивости размерность аттрактора увеличивается, демонстрируя с приближением к границе синхронизации немонотонное поведение.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант N02-02-17578, молодежного гранта РАН № 23, при поддержке CRDF, REC-006.*



## Библиографический список

1. Yamada T., Fujisaka H. Stability theory of synchronized motions in coupled oscillatory systems // Prog. Theor. Phys. 1983. Vol.69. P.32.
2. Пиковский А.С. Взаимодействие странных аттракторов // Препринт № 79. ИПФ АН СССР. Горький. 1983. 21 с.
3. Pecora L.M., Carrol T.L. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol.64. P.821.
4. Afraimovich V.S., Nekorkin V.I., Osipov G.V. et al. Stability, Structures and Chaos in Nonlinear Synchronization Networks. World Scientific, Singapore. 1994.
5. Hasler M., Maistrenko Yu., and Popovych O. Simple example of partial synchronization of chaotic systems // Phys. Rev. E. 1998. Vol.58, № 5. P. 6843.
6. Maistrenko Yu.L., Maistrenko V.L., Popovich A., and Mosekilde E. Transverse instability and riddled basins in a system of two coupled logistic maps // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57, № 3. P. 2713.
7. Astakhov V., Kapitaniak T., Shabunin A., Anishchenko V. Non-bifurcational mechanism of loss of chaos synchronization in coupled nonidentical systems // Phys. Lett. A. 1999. Vol. 258. P. 99.
8. Postnov Dmitry, Han Seung Kee, and Kook Hyungtae. Synchronization of diffusively coupled oscillators near the homoclinic bifurcation // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60, № 3. P. 2799.
9. Maistrenko Yu.L., Maistrenko V.L., Popovych O., Mosekilde E. Desynchronization of chaos in coupled logistic maps // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60, № 3. P. 2817.
10. Кузнецов С.П. Универсальность и подобие в поведении связанных систем Фейгенбаума // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 8. С. 991.
11. Астахов В.В., Безручко Б.П., Ерастова Е.Н., Селезнев Е.П. Виды колебаний и их эволюция в диссипативно связанных фейгенбаумовских системах // ЖТФ. 1990. Т. 60, № 10. С.19.
12. Halsey T.S., Jensen M.H., Kadanoff L.P. et al. Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets // Phys.Rev. A. 1986. Vol. 33. P.1141.
13. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. Критическая динамика одномерных отображений // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 1, 2. С. 15.

Саратовское отделение  
ИРЭ РАН

Поступила в редакцию 04.09.02

## FRactal PROPERTIES OF SYNCHRONOUS CHAOS IN COUPLED MAPS

*Ye.P. Seleznev, A.M. Zakharevich*

We investigate numerically the influence of asymmetry on synchronous chaos in the system of dissipatively coupled quadratic maps. It is shown that the synchronous chaotic attractor becomes fractal after the loss of transversal superstability in the asymmetrical system. Correlation dimension of the attractor demonstrates nonmonotonic dependence on the coupling coefficient near the synchronization boundary (at the coupling decrease).



*Селезнев Евгений Петрович* - родился в Саратове (1960). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1982). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1990). Старший научный сотрудник Саратовского отделения института радиотехники и электроники РАН, доцент факультета нелинейных процессов СГУ. Автор и соавтор более 50 научных работ. Область научных интересов - экспериментальное исследование нелинейных явлений в радиофизических системах.



*Захаревич Андрей Михайлович* - родился в Саратове (1982). Студент 4-го курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Область научных интересов - нелинейная динамика радиофизических систем.



## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В РЕЖИМЕ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

*А.А. Короновский, А.В. Стародубов, А.Е. Храмов*

В настоящей работе рассматривается методика определения длительности переходного процесса для эталонной двумерной динамической системы с дискретным временем (отображения Эно), находящейся в режиме хаотических колебаний.

В подавляющем большинстве работ, которые посвящены исследованию сложного поведения нелинейных динамических систем, внимание уделяется, прежде всего, установившимся режимам (которые могут быть как периодическими, так и хаотическими). При этом начальная часть временной реализации, отвечающая переходному процессу, считается несущественной и отбрасывается, а рассматриваются, в основном, характеристики установившихся колебательных режимов (размерность аттракторов, ляпуновские экспоненты и т.п.), бифуркации, возникающие при изменении значений управляющих параметров, сценарии перехода к хаосу и т.п. Однако переходные процессы подчиняются определенным закономерностям [1] и в ряде случаев позволяют получить важную информацию о системе в целом и ее динамике [2].

Под длительностью переходного процесса понимается интервал времени, который необходим динамической системе для того, чтобы изображающая точка в фазовом пространстве достигла аттрактора с некоторой наперед заданной точностью  $\epsilon$ . Понятно, что с формальной точки зрения переходный процесс в системе, как правило, длится бесконечно долго, изображающая точка лишь асимптотически стремится к аттрактору при  $t \rightarrow \infty$  и за конечный интервал времени никогда его не достигает. В натуральных экспериментах и при численном моделировании поведения динамических систем во временной реализации, как правило, можно выделить участки, отвечающие установившемуся режиму или переходному процессу. Длительность переходного процесса зависит в каждом конкретном случае от начальных условий и точности, с которой определяется выход фазовой траектории на аттрактор.

Если состояние, к которому асимптотически стремится система при  $t \rightarrow \infty$ , является периодическим, существует достаточно простой и эффективный метод определения длительности переходного процесса, использованный в [1]. Суть этого метода для системы с дискретным временем

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_n), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}_n$  - вектор, характеризующий состояние системы в  $n$ -й момент времени, заключается в следующем.

1. Система (1) итерируется достаточно большое число раз  $N$  ( $N$  должно быть заведомо больше максимальной длительности переходного процесса) со случайным начальным условием  $\mathbf{x}_0$ , после чего предполагается, что система достигла асимптотического состояния, а изображающая точка вышла на аттрактор, то есть точка  $\mathbf{x}_N$  принадлежит аттрактору. После этого последовательность  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=0}^N$  анализируется, начиная с предпоследнего элемента  $\mathbf{x}_{N-1}$ , до тех пор пока не будет выполнено условие  $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_N\| < \varepsilon_0$ , где  $\varepsilon_0$  - точность, с которой определяется период асимптотического режима. В этом случае период колебаний системы (1)  $\tau = N - k$  и, соответственно, аттрактор будет состоять из точек  $\{\mathbf{x}_i^0\}_{i=1}^{\tau}$ , где  $\mathbf{x}_1^0 = \mathbf{x}_{k+1}$ ,  $\mathbf{x}_2^0 = \mathbf{x}_{k+2}, \dots, \mathbf{x}_{\tau}^0 = \mathbf{x}_{k+\tau} = \mathbf{x}_N$ .

2. После определения точек аттрактора  $\{\mathbf{x}_i^0\}_{i=1}^{\tau}$ , длительность переходного процесса может быть определена для любого начального условия  $\mathbf{x}_0$  с некоторой наперед заданной точностью  $\varepsilon$ . Для этого поочередно проверяются все точки последовательности  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=0}^N$ , начиная с  $\mathbf{x}_0$  до некоторого  $\mathbf{x}_k$ , до тех пор пока не будет выполнено условие  $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_i^0\| < \varepsilon$ ,  $1 \leq i \leq \tau$ , то есть пока одна из точек последовательности  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=0}^N$  не совпадет с одной из точек аттрактора  $\{\mathbf{x}_i^0\}_{i=1}^{\tau}$  с наперед заданной точностью  $\varepsilon$ . В том случае, если переходной процесс завершается (с точностью до  $\varepsilon$ ) в момент дискретного времени  $k$ , следующая точка  $\mathbf{x}_{k+1}$  последовательности  $\{\mathbf{x}_i\}_{i=0}^N$  должна совпадать со следующей точкой аттрактора  $\{\mathbf{x}_i^0\}_{i=1}^{\tau}$ . Если это условие выполняется, можно считать, что для начального условия  $\mathbf{x}_0$  переходный процесс завершился в момент дискретного времени  $k$ , и его длительность определяется как  $T_{\varepsilon}(\mathbf{x}_0) = k$ .

3. Для того чтобы определить длительность переходного процесса для любого другого начального условия  $\mathbf{x}_0$  или другого значения точности  $\varepsilon$ , необходимо повторить п. 2 с новыми величинами  $\mathbf{x}_0$  и  $\varepsilon$ .

Следует отметить некоторые ограничения предложенного метода. Во-первых, в случае мультистабильности, если в фазовом пространстве системы (1) сосуществуют несколько периодических аттракторов, необходимо повторять п. 1 метода для каждого начального условия  $\mathbf{x}_0$ . Во-вторых, метод не работает при значениях параметров системы (1), равных бифуркационным, поскольку в точках бифуркации длительность переходного процесса обращается в бесконечность. В точках, близких к точкам бифуркации, длительность переходного процесса оказывается большой, что влечет за собой необходимость увеличения числа итераций на каждом этапе.

Для систем с непрерывным временем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, данный метод может быть применен, если выполнить процедуру сечения Пуанкаре [3]. В этом случае  $n$ -мерная потоковая система будет сведена к  $(n-1)$ -мерной системе с дискретным временем. При этом, конечно, осуществляется переход от непрерывного времени к дискретному, а в определение длительности переходного процесса вносится неопределенность, равная периоду колебаний. При этом отображение (1), получаемое в сечении Пуанкаре, может быть дополнено информацией о временных интервалах (в единицах непрерывного времени) с учетом того, что изображающей точке необходимо время для перехода из точки  $\mathbf{x}_i$  сечения Пуанкаре в точку  $\mathbf{x}_{i+1}$  [4]

$$t_{i+1} = t_i + \tau(\mathbf{x}_i). \quad (2)$$

Если асимптотический режим является хаотическим, изложенный выше

метод оказывается неприменимым для определения длительности переходных процессов. Это связано, прежде всего, с тем, что число точек хаотического аттрактора  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$  оказывается бесконечным.

В рамках настоящей работы рассматривается методика определения длительности переходного процесса для динамической системы с дискретным временем, находящейся в хаотическом режиме. В качестве такой системы было выбрано отображение Эно - одно из эталонных отображений нелинейной динамики [5,6]

$$x_{n+1} = ax_n(1-x_n) + by_n, \quad (3)$$

$$y_{n+1} = x_n.$$

Величины  $a$  и  $b$  являются управляющими параметрами, которые задают режимы колебаний системы (3).

Модифицируем вышеописанный метод определения длительности переходного процесса следующим образом: как и раньше (см. п. 1), итерируем систему (1) достаточно большое число раз  $N$ , после чего полагаем, что изображающая точка достигла аттрактора, который теперь, однако, является хаотическим. Тогда, начиная с момента дискретного времени  $(N+1)$  все последующие точки будут принадлежать хаотическому аттрактору  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$ . Понятно, что число точек такого аттрактора является бесконечным, однако будем считать, что конечная последовательность  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$ , состоящая из  $M$  точек ( $x_i^0 = x_{N+i}$ ,  $1 \leq i \leq M$ ), является хорошим приближением истинного хаотического аттрактора  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$ , и с необходимой степенью точности обладает всеми его свойствами.

Для определения длительности переходного процесса в системе (1) с начальными условиями  $x_0$  необходимо последовательно сравнивать точки последовательности  $\{x_i\}_{i=0}^N$  с точками последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  (см. п. 2), обладающей необходимыми свойствами хаотического аттрактора  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$ . Как и раньше (п. 2), переходный процесс считается завершенным в момент дискретного времени  $k$ , если начиная именно с этого момента становится справедливым соотношение

$$\|x_k - x_i^0\| < \varepsilon \quad (0 \leq k \leq N, 1 \leq i \leq M), \quad (4)$$

где  $x_i^0$  - точка хаотического аттрактора,  $x_k$  - элемент анализируемой временной реализации  $\{x_i\}_{i=0}^N$ ,  $\varepsilon$  - точность, с которой определяется длительность переходного процесса. Отметим, что если переходный процесс заканчивается в момент дискретного времени  $k$ , то все последующие точки  $x_{k+1}, \dots, x_N$  временной реализации  $\{x_i\}_{i=0}^N$  должны также принадлежать хаотическому аттрактору, а следовательно, в последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  должны существовать точки, совпадающие с точками  $x_{k+1}, \dots, x_N$  с точностью до  $\varepsilon$ . Поэтому для подтверждения того, что изображающая точка в  $k$ -й момент дискретного времени достигла аттрактора, необходимо последующие  $m$  точек  $x_{k+1}, \dots, x_{k+m}$  проверить на соответствие условию (4).

Для того чтобы определить длительность переходного процесса для других начальных условий  $x_0$  или с другой точностью  $\varepsilon$ , необходимо, как и для случая периодического режима (см. п. 3), проанализировать новую последовательность  $\{x_i\}_{i=0}^N$  с соответствующими значениями начальных условий или точности. Если в фазовом пространстве системы сосуществуют несколько аттракторов, необходимо либо заполнять множество точек  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  (обладающих свойствами хаотического аттрактора  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$ ) для каждого начального условия  $x_0$  заново, либо предварительно найти все возможные аттракторы, реализующиеся в фазовом пространстве динамической системы и определить (тем или иным способом), в бассейне притяжения какого аттрактора находятся начальные условия  $x_0$ , чтобы

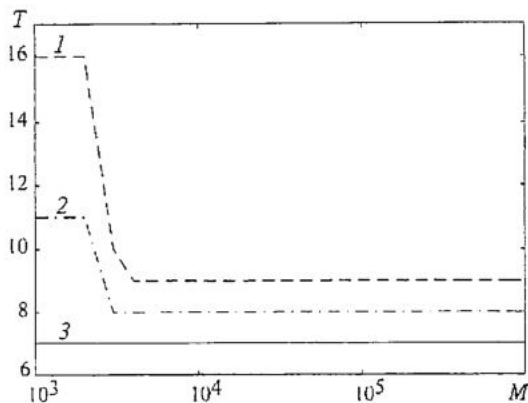


Рис. 1. Зависимость длительности переходного процесса  $T$  от количества точек  $M$  аттрактора  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  для значений управляющих параметров  $a=2.5453$ ,  $b=0.5188$ . Максимальное количество итераций  $M_{\max}=10^6$ , максимальная длительность переходного процесса соответствует  $N=10^3$  итераций, начальные условия  $x_0=0.1$ ,  $y_0=0.1$ . Цифрами обозначены кривые, полученные для следующих значений точности  $\epsilon$ : кривая 1-  $10^{-3}$ , 2-  $2 \cdot 10^{-3}$ , 3-  $10^{-2}$ , число последовательно контролируемых точек было выбрано равным единице ( $m=0$ ). Из рисунка видно, что с повышением точности (уменьшением  $\epsilon$ ) длительность переходного процесса увеличивается (хотя и незначительно, всего на несколько единиц дискретного времени). Одновременно изменяется и количество точек  $M$  последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$ , необходимых для корректного определения длительности переходного процесса (ср. кривые 1-3). Из приведенного рисунка видно, что начиная с некоторого числа точек  $M_{\min}(\epsilon)$  длительность переходного процесса перестает изменяться с увеличением  $M$ , и, следовательно, при  $M > M_{\min}(\epsilon)$  последовательность  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  обладает свойствами хаотического аттрактора  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$ , необходимыми для корректного определения длительности переходного процесса с заданной точностью  $\epsilon$ , когда динамическая система находится в хаотическом режиме.

Обсудим вопрос о количестве точек  $M(\epsilon)$  последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^{M(\epsilon)}$ , необходимых для того, чтобы эта последовательность могла быть использована для определения длительности переходного процесса вместо множества точек  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$  хаотического аттрактора. Понятно, что последовательность  $\{x_i^0\}_{i=1}^{M(\epsilon)}$  полностью соответствует хаотическому аттрактору  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$  и обладает его свойствами, необходимыми для определения длительности переходного процесса, если хаотический аттрактор может быть полностью покрыт (в рассматриваемом случае для двумерного отображения) квадратами со стороной  $\epsilon$ , центры которых расположены в элементах последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^{M(\epsilon)}$ . В результате проведенных исследований было показано, что для точности  $\epsilon=10^{-2}$ , хаотический аттрактор  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$  отображения Эно при выбранных значениях управляющих параметров полностью покрывается за  $N_{\max} \sim 15 \cdot 10^6$  итераций. При этом, за  $10^5$  итераций оказывается покрытым 97.0%, а за  $10^6$  итераций - 99.7% всех точек хаотического аттрактора  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$ . Для точности  $\epsilon=10^{-3}$  хаотический аттрактор  $\{x_i^0\}_{i=1}^{\infty}$  полностью покрывается за  $N_{\max} \sim 10^9$  итераций, при этом за  $10^6$  итераций оказывается покрытым около 94.0% всех точек хаотического аттрактора. Оставшиеся непокрытыми квадратами со стороной  $\epsilon$  области аттрактора являются крайне редко посещаемыми изображающей точкой и не оказывают существенного влияния на процедуру определения длительности переходного процесса (см. также

затем воспользоваться вышеописанным методом определения длительности переходных процессов.

Следует отметить, что длительность переходного процесса  $T$  может быть определена некорректно, если число точек  $M$  последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  окажется маленьким. На рис. 1 приведена зависимость длительности переходного процесса  $T$  от числа точек  $M$ , определенная с помощью вышеописанного метода. Значения управляющих параметров ( $a=2.5453$ ,  $b=0.5188$ ) были выбраны таким образом, чтобы в системе реализовался единственный хаотический аттрактор. Число итераций  $N$ , после которого переходный процесс считался наверняка завершённым, было выбрано  $N=10^3$ . Длительность переходного процесса определялась с различными значениями точности  $\epsilon$ ,

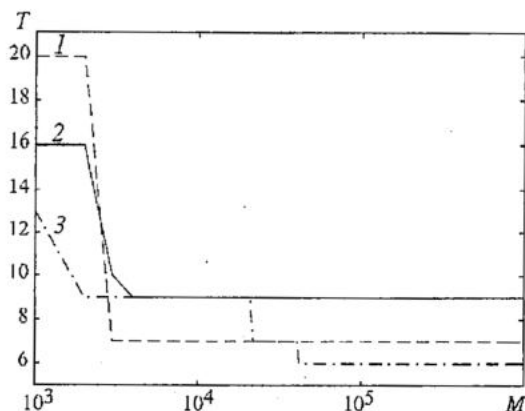


Рис. 2. Зависимость длительности переходного процесса  $T$  от количества точек  $M$  последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  для значений управляющих параметров  $a=2.5453$ ,  $b=0.5188$  при различных начальных условиях: кривая 1 -  $x_0=0.5$ ,  $y_0=-0.2$ ; 2 -  $x_0=0.1$ ,  $y_0=0.1$ ; 3 -  $x_0=0.5$ ,  $y_0=0.1$ . Максимальное количество итераций  $M_{\max}=10^6$ , точность  $\epsilon=10^{-3}$

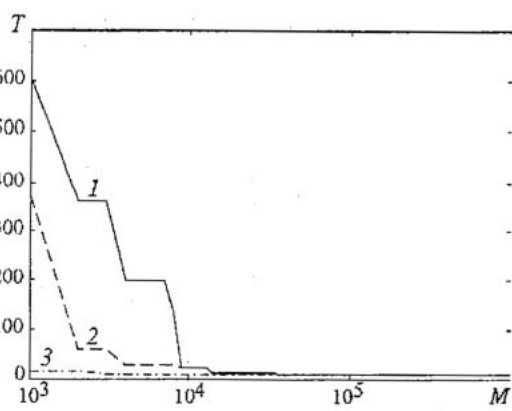


Рис. 3. Зависимость длительности переходного процесса  $T$  от количества точек  $M$  последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  для различного числа точек  $m$ , поочередно сравниваемых с точками хаотического аттрактора, при тех же значениях управляющих параметров. Максимальное количество итераций  $M_{\max}=10^6$ , точность определения длительности переходного процесса  $\epsilon=10^{-3}$ , начальные условия  $x_0=0.1$ ,  $y_0=0.1$ . Кривая 1 соответствует  $m=20$  (последовательно проверяются 20 точек реализации  $\{x_i\}_{i=0}^N$ ), кривая 2 -  $m=10$ , 3 -  $m=0$

рис. 1). Исходя из вышеизложенного, представляется разумным считать, что для корректного определения длительности переходного процесса системы, находящейся в хаотическом режиме, достаточно  $M(\epsilon)$  точек, при котором покрывается с точностью  $\epsilon$  порядка 90% всех точек аттрактора.

Таким образом, для точности  $\epsilon=10^{-2}$  является достаточным  $M(\epsilon)=10^5$ , а для  $\epsilon=10^{-3}$  -  $M(\epsilon)=10^6$  точек.

Рис. 2 иллюстрирует зависимость длительности переходного процесса, определяемой в соответствии с описываемой методикой, от количества точек  $M$  последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$  при различных начальных условиях.

Рассмотрим теперь вопрос о том, каким должно быть число точек  $m$  последовательности  $\{x_i^0\}_{i=0}^N$ , для которых проверяется соотношение (4) после того, как некоторая  $k$ -я точка  $x_k$  совпадает с некоторой наперед заданной точностью  $\epsilon$  с одной из точек аттрактора  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$ . На рис. 3 представлены результаты определения длительности переходного процесса для разных значений  $m$ . Из рисунка видно, что выбор больших значений  $m$  лишь увеличивает число точек последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$ , которые нужно учесть для корректного определения длительности переходного процесса, в то время как метод с наименьшим значением  $m=0$  обладает наилучшими характеристиками. Таким образом, для определения длительности переходного процесса имеет смысл считать, что переходный процесс завершился после того, как точка  $x_k$  совпала с наперед заданной точностью  $\epsilon$  с одной из точек последовательности  $\{x_i^0\}_{i=1}^M$ .

Для иллюстрации использования предлагаемого метода на рис. 4, а приведен вид зависимости длительности переходных процессов от начальных условий для отображения Эно. Видно, что наиболее светлые точки на плоскости начальных условий, в которых длительность переходного процесса минимальна, совпадают с точками аттрактора 4, б.

Таким образом, в работе предложен метод определения длительности переходных процессов для систем с дискретным временем, находящихся в режиме хаотических колебаний, и показана возможность его использования на примере

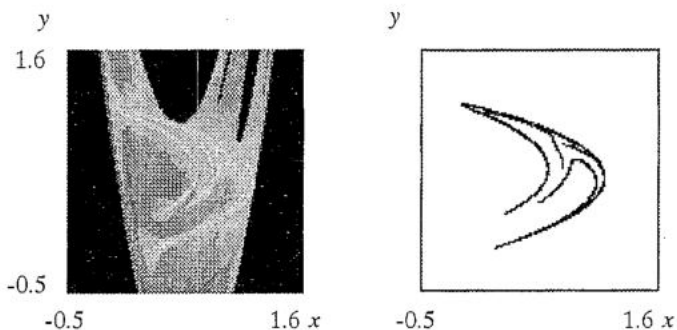


Рис. 4. а - Градациями серого цвета показана длительность переходных процессов для различных начальных условий в отображении Эно (3). Значения управляющих параметров  $a=2.5453$ ,  $b=0.5188$ , точность  $\epsilon=10^{-2}$ ,  $M=10^6$ ,  $m=0$ . б - Вид хаотического аттрактора, существующего в фазовом пространстве для отображения Эно, при выбранных значениях управляющих параметров. Максимальная длительность переходного процесса  $T=20$ . Черным цветом показаны начальные условия, стартуя из которых, изображающая точка уходит на бесконечность

эталонного отображения нелинейной динамики - отображения Эно. По всей видимости, предлагаемый метод можно использовать и для потоковых систем, используя метод сечения Пуанкаре.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 01-02-17392 и 00-15-96673), а также Научно-образовательного центра «Нелинейная динамика и биофизика» при Саратовском государственном университете (грант REC-006 of U.S. Civilian Research and Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union).*

### Библиографический список

1. Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е., Храмова А.Е. Универсальные скейлинговые закономерности переходных процессов // Доклады Академии Наук. 2002. Т. 383, № 3. С.322-325.
2. Bezruchko B.P., Dikanev T.V., Smirnov D.A. Role of transient processes for reconstruction of model equations from time series // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. 036210.
3. Henon M. On the numerical computation of Poincaré maps // Physica D. 1982. Vol. 5. P. 412-414.
4. Kaufmann Z., Lustfeld H. Comparison of averages of flows and maps // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. P. 055206(R).
5. Henon M. A two-dimensional mapping with a strange attractor. // Commun. Math. Phys. 1976. Vol. 50. P. 69-77.
6. Хенон М. Двумерное отображение со странным аттрактором // Странные аттракторы/ Под ред. Я.Г. Синая, Л.П. Шильникова. М.: Мир. 1981. С. 152.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 26.06.02



# TECHNIQUE OF DEFINITION OF TRANSIENT PROCESS DURATION FOR DYNAMIC SYSTEM WITH DISCRETE TIME AT CHAOTIC OSCILLATION MODE

*A.A. Koronovskii, A.V. Starodubov, A.E. Hramov*

In present work the technique of definition of transition process duration is considered for two-dimensional reference dynamic system with discrete time (The Henon map), at chaotic oscillation mode.



*Стародубов Андрей Викторович* - родился в Саратове (1982).  
Студент третьего курса факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Область научных интересов - переходные процессы в нелинейных динамических системах.



## ИССЛЕДОВАНИЕ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ШУМОПОДОБНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ИНТЕНСИВНЫХ ПУЧКАХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В РЕЖИМЕ ОБРАЗОВАНИЯ ВИРТУАЛЬНОГО КАТОДА

*Ю.А. Калинин, Н.Н. Кузнецов, Т.Н. Украинская*

Приводятся результаты экспериментального исследования шумоподобных колебаний в различных схемах, реализующих виртуальный катод в интенсивных пучках заряженных частиц. Сравниваются энергетические и спектральные характеристики различных схем.

### Введение

Источниками широкополосных шумоподобных колебаний (ШПК) в электронных устройствах с пучками заряженных частиц могут быть диод Пирса [1], две сетки с тормозящим потенциалом [1], многоэлектродная электронная пушка [2]. Исследования показали, что все эти устройства генерируют широкополосные (1-2 октавы) шумоподобные колебания малой мощности (1.0-10 мкВт). В качестве выводов энергии таких систем используются отрезки замедляющих систем или отрезки коаксиальных линий, расположенные за областью виртуального катода. Для того чтобы этот сигнал имел большую амплитуду, необходим СВЧ-усилитель с коэффициентом усиления 40-80 дБ.

Ниже приведены результаты исследования схем, наиболее оптимальных по спектральным и энергетическим характеристикам.

### 1. Усилительная цепочка: генератор шумоподобных колебаний - СВЧ-усилитель

Наиболее оптимальной для практического использования является схема, содержащая источник ШПК и СВЧ-усилитель (рис. 1). В качестве источника ШПК используется устройство, состоящее из электронной пушки, коллектора-отражателя и отрезка замедляющей системы с СВЧ выводом энергии.

Особенностью такой схемы является образование виртуального катода в области отрезка замедляющей системы, что существенно увеличивает уровень выходного сигнала (10-100 мВт). Использование отрезка широкополосной нерезонансной замедляющей системы необходимо для обеспечения вывода большого набора спектральных компонент широкополосного сигнала,

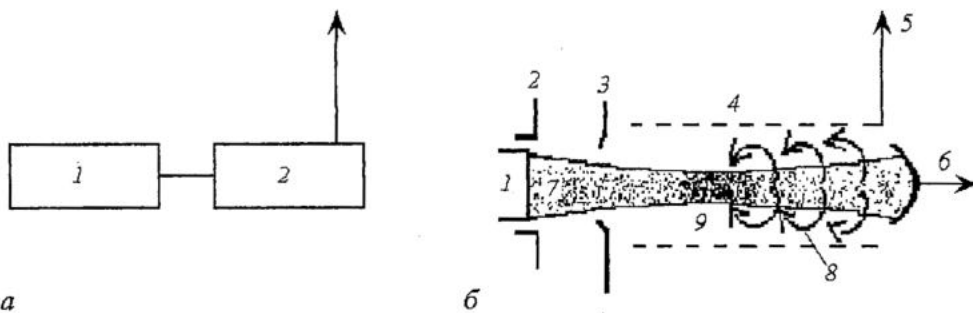


Рис. 1. Схема генерации шумоподобных колебаний в цепочке генератор - усилитель: *a* - генератор шумоподобных колебаний 1, СВЧ-усилитель 2; *б* - устройство, генерирующее шумоподобные колебания: 1 - катод, 2 - фокусирующий электрод, 3 - анод, 4 - отрезок спиральной замедляющей системы, 5 - ВЧ-вывод энергии, 6 - коллектор-отражатель, 7 - электронный пучок, 8 - отраженные электроны, 9 - виртуальный катод

характерного для режима виртуального катода. Виртуальный катод в генераторе ШПК образуется в результате торможения и возврата электронов от коллектора. В принципе этому генератору не требуется внешнее магнитное поле, так как используется длиннофокусная электронная оптика. Однако для повышения эффективности устройства необходимо увеличить время пребывания электронов в области отрезка замедляющей системы, для чего может быть применена дополнительная фокусировка пучка неоднородным магнитным полем. Спектры сигналов на выходе генератора ШПК и выходе СВЧ-усилителя в полосе  $\Delta f = 1.5$  ГГц качественно показаны на рис. 2. КПД такой цепочки невелик. Так, приблизительное значение электронного КПД первого каскада 0.05%, технического - 0.2%. Во втором каскаде электронный КПД 7%, технический КПД - 12%. Общий КПД цепочки: электронный - 3%, технический - 5%.

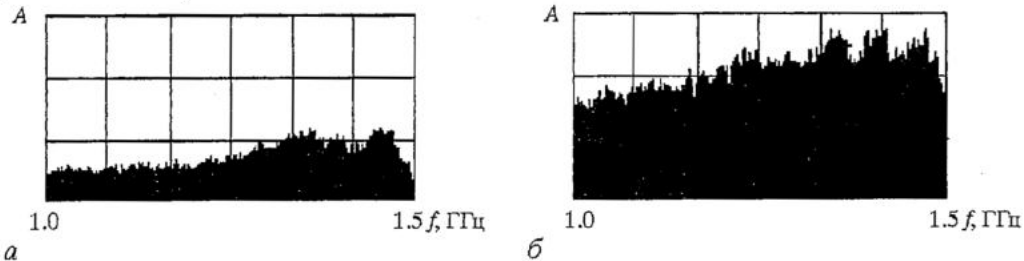
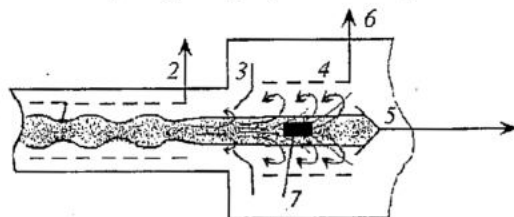


Рис. 2. Типичные спектральные характеристики устройства с виртуальным катодом в области отрезка спиральной замедляющей системы: спектр на выходе генерирующего устройства (*a*), на выходе усилительной цепочки (*б*)

## 2. Схема с виртуальным катодом в области коллектора СВЧ-прибора

Практический интерес представляет схема генерирования ШПК с виртуальным катодом в области коллектора СВЧ-прибора (рис. 3). Виртуальный катод образуется в коллекторной области СВЧ-прибора в результате торможения пучка в области ступеней коллектора. Сигнал ШПК снимается с помощью

Рис. 3. Схема образования виртуального катода в коллекторной области СВЧ-прибора: 1 - пучок; 2, 6 - вывод СВЧ-сигнала; 3, 5 - электроды коллектора; 4 - отрезок ЗС; 7 - виртуальный катод



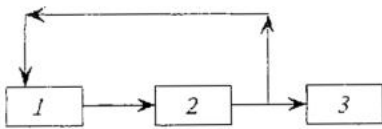


Рис. 4. Усиление шумоподобных колебаний широкополосным усилителем. 1 - СВЧ-усилитель, 2 - виртуальный катод в коллекторной области, 3 - анализатор спектра шумоподобных колебаний

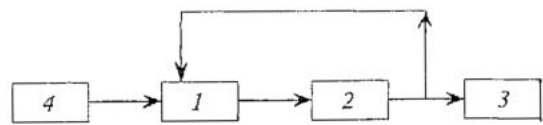


Рис. 5. Усиление шумоподобных колебаний широкополосным усилителем при условии подачи на его вход гармонического сигнала основной частоты. 1 - СВЧ-усилитель, 2 - виртуальный катод, 3 - анализатор спектра, 4 - генератор гармонических СВЧ-сигналов

отрезка замедляющей системы и подается на вход усилителя СВЧ-колебаний (например, широкополосной ЛВВО), что упрощает образование виртуального катода. При этом возможно использование двух вариантов схемы (рис. 4, 5).

В первом варианте статический пучок попадает в коллектор, образуя виртуальный катод при торможении электродами коллектора. Динамика развития ШПК в зависимости от тормозящего потенциала ступеней коллектора показана на рис. 6.

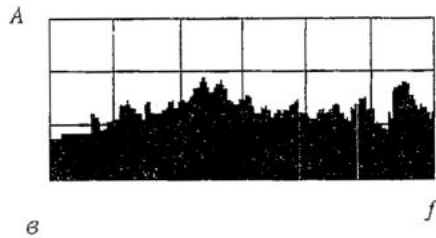
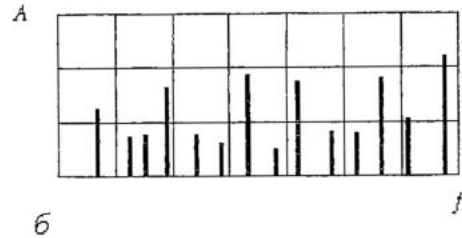
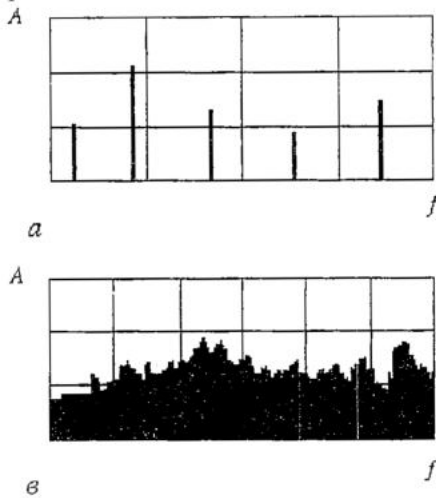


Рис. 6. Динамика развития ШПК при торможении пучка в коллекторной области. а - спектр колебаний при малом тормозящем потенциале коллектора; б - изменение спектральной характеристики с ростом тормозящего потенциала ступеней; в - спектр колебаний при образовании виртуального катода

Во втором варианте на вход усилителя подается СВЧ-сигнал заданной частоты, который усиливается, модулируя по скорости и плотности электронный пучок, образующий виртуальный катод в области коллектора. Сигнал ШПК с коллектора, так же как и в первом варианте, подается на вход СВЧ-усилителя. В спектре выходного сигнала наблюдаются моносигнал и сигнал ШПК (рис. 7).

Последняя схема опробована на типичной ЛВВ со следующими параметрами:  $U=3.0$  кВ,  $I=100$  мА, мощность пучка  $P_0=30.0$  Вт,  $f=1-2$  ГГц, с коэффициентом токопрохождения  $k/k_0=95\%$  в статическом режиме и  $k/k_0=90\%$  в режиме рекуперации  $Ug_1=Ug_2=0.7U_0$ . В одночастотном режиме при  $f=1.5$  ГГц электронный КПД составлял 23 %, технический - 32.8 %. При уменьшении потенциала диафрагмы  $g_2$  до 0.3-0.4  $U_0$  токопрохождение на последнюю ступень коллектора уменьшилось до 60-70 %, сигнал на съемнике составлял 20-100 мВт. Сигнал имел шумоподобную форму (рис. 8). При больших потенциалах  $Ug_2$  в спектре сначала появлялись отдельные частоты.

В оптимальном режиме работы цепочки «генератор ШПК - СВЧ-усилитель» мощность в диапазоне 1-2 ГГц составляет 30 Вт, при этом величина электронного КПД - порядка 10 %, а технического 15-17 %. Отметим, что путем изменения потенциала диафрагмы в коллекторной области можно реализовать

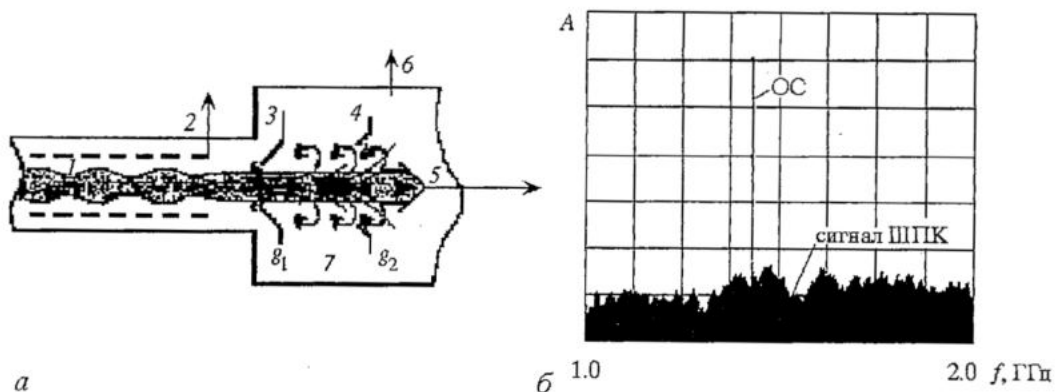
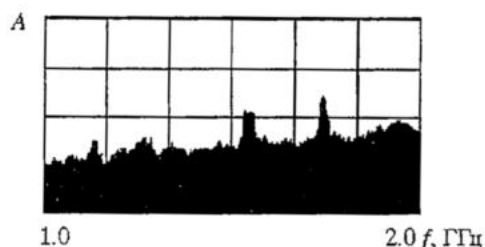


Рис. 7. Генерация ШПК с виртуальным катодом в коллекторной области. *а* - образование виртуального катода в коллекторной области: 1 - электронный пучок; 2, 6 - выходы СВЧ-сигнала; 7 - виртуальный катод. *б* - спектр на выходе СВЧ-усилителя при подаче на его вход дополнительного сигнала ШПК с виртуального катода в коллекторной области

Рис. 8. Спектральная характеристика шумоподобных колебаний в схеме с подачей на вход усилителя дополнительного сигнала с виртуального катода в области коллектора и управлением плотностью пучка в виртуальном катоде потенциалами на электродах коллектора



усиление одно- и многочастотных СВЧ-сигналов, а также генерацию шумоподобных СВЧ-сигналов. Управление характеристиками шумоподобных колебаний существенно упрощается при использовании в таких схемах многоскоростных (отработанных) электронных пучков.

### Заключение

Таким образом, наиболее эффективной схемой генерации шумоподобных колебаний является схема с виртуальным катодом в области коллекторной системы. Путем изменения потенциала ступеней коллектора в такой схеме возможна реализация различных режимов работы СВЧ-устройства - усиление одно- и многочастотных сигналов и генерирование шумоподобных колебаний.

### Библиографический список

1. Анфиногентов В.Г., Калинин Ю.А. Хаотические колебания в гидродинамической модели диода Пирса // Лекции по СВЧ электронике и радиофизике. 10-я зимняя школа-семинар. 1996. Кн. 2. С. 83-88.
2. Калинин Ю.А., Украинская Т.Н. Экспериментальное исследование развития стохастических колебаний в многосекционных системах с интенсивным электронным потоком // Современные проблемы электроники и радиофизики СВЧ. Материалы научной конференции. Саратов, 4-8.09.1997. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1997. С. 30-31.

ФГУП НПП «Алмаз», Саратов  
Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 18.05.02

# INVESTIGATION OF WIDE-BAND STOCHASTIC OSCILLATIONS PRODUCED BY VIRTUAL CATHODE IN INTENSIVE BEAMS OF CHARGED PARTICLES

*Yu. A. Kalinin, N.N. Kuznetsov, T. N. Ukrainskaya*

Results of experimental study of stochastic oscillations produced by the virtual cathode in different schemes, containing the source of intensive beams of charged particles - are presented. Power characteristics and spectrum characteristics of these schemes are discussed.



*Калинин Юрий Александрович* родился в Саратове (1937), окончил физический факультет (кафедра электроники) Саратовского государственного университета (1959), защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1968) и доктора технических наук (1981). С 1983 года - профессор СГУ, с 1994 - зам. директора, а с 1999 - директор НИИ механики и физики СГУ. С 2001 года - зам. директора НОИ «Открытые системы» СГУ. Сфера научных интересов - исследования в области вакуумной СВЧ-электроники и радиофизики; исследования структуры интенсивных пучков заряженных частиц. В настоящее время научная деятельность связана с изучением колебательных явлений в интенсивных пучках заряженных частиц. Автор большого числа статей и изобретений в области СВЧ-электроники.



*Кузнецов Николай Никифорович* родился в Саратове (1938), окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1961). Работал в НИИ машиностроения, с 1965 года - сотрудник НИИ механики и физики СГУ. В настоящее время - ведущий программист СГУ. Область научных интересов - импульсная техника, вопросы эмиссии электронов,  $\beta$ -спектроскопия, электродинамика систем с распределенным взаимодействием. Автор большого числа публикаций.



*Украинская Татьяна Николаевна* родилась в Молдавии (1950), окончила физический факультет Саратовского государственного университета (1973), работала в НИИ «Волна», в настоящее время - начальник сектора ФГУП НПП «Алмаз». Область научных интересов - вакуумная СВЧ-электроника, экспериментальные исследования пучков заряженных частиц, изучение колебательных явлений в системах со сложными и стохастическими сигналами. Имеет около 50 публикаций.



## СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА МНОГОРЕЗОНАТОРНЫХ КЛИСТРОННЫХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

*Б.С. Дмитриев, Ю.Д. Жарков, К.К. Кижаява,  
Д.В. Клокотов, Н.М. Рыскин, А.М. Шигаев*

Изложены основные результаты исследований сложной динамики клистронных автогенераторов с запаздывающей обратной связью. Рассмотрены математические модели генераторов на основе двух- и многорезонаторных клистронов. Теоретически проанализированы условия самовозбуждения автоколебаний, режимы стационарной одночастотной генерации, условия возникновения автомодуляции. Также описана экспериментальная установка для изучения динамики генератора на многорезонаторном клистроне и изложены результаты экспериментальных исследований различных режимов генерации (одночастотных, многочастотных и хаотических). Показано хорошее соответствие данных теории и эксперимента.

### Введение

Актуальной задачей современной радиофизики и электроники является исследование сложных колебательных режимов, включая режимы динамического хаоса, в различных генераторах СВЧ-диапазона, основанных на взаимодействии электронных потоков с электромагнитными полями. Интерес к данной проблеме обусловлен, с одной стороны, необходимостью изучения разного рода паразитных неустойчивостей с целью их подавления, с другой стороны - потребностью в мощных источниках СВЧ-излучения с относительно широким спектром, что достигается в режимах хаотической генерации. Подобные источники представляют интерес для ряда практических приложений, таких как линейные ускорители заряженных частиц, СВЧ-нагрев плазмы, технологические установки, современные системы передачи и обработки информации с использованием динамического хаоса. Вместе с тем, эти исследования имеют и большое общенаучное значение, так как позволяют лучше понять общие закономерности пространственно-временной хаотической (турбулентной) динамики в распределенных автоколебательных системах различной природы.

Для указанных выше приложений весьма перспективными представляются автогенераторы с запаздывающей обратной связью на основе многорезонаторных клистронов, отличающихся высоким уровнем мощности и большим КПД. Однако на сегодняшний день сложная динамика подобных систем остается практически не исследованной. Основное внимание традиционно уделялось таким приборам, как

лампы обратной волны (ЛОВ), лампы бегущей волны (ЛБВ) с запаздывающей обратной связью (ЗОС), лазеры на свободных электронах, приборы с виртуальным катодом. В работе [1] была построена теоретическая модель двухрезонаторного клистрона-генератора и изучены основные особенности автомодуляционных и хаотических режимов генерации. Представлены также предварительные результаты экспериментального исследования хаотического поведения генератора на основе пятирезонаторного клистрона с ЗОС, которые находились в хорошем согласии с результатами численного моделирования. Отметим, что экспериментальное исследование хаотического поведения клистрона-генератора было проведено впервые.

Настоящая работа посвящена более подробному изложению результатов теоретических и экспериментальных исследований клистронных автогенераторов с ЗОС в различных автоколебательных режимах: одночастотных, многочастотных, хаотических. В разделе 1 описаны математические модели генераторов на многорезонаторных клистронах с различным числом резонаторов в виде систем дифференциальных уравнений с запаздыванием. В разделе 2 теоретически проанализированы условия самовозбуждения, стационарные режимы генерации и условия возникновения автомодуляции для пятирезонаторного клистрона-генератора с параметрами, близкими к параметрам экспериментальной модели. В разделе 3 описана экспериментальная установка и приведены результаты исследования основных характеристик генератора. Проведено сопоставление данных компьютерного и натурального эксперимента.

## 1. Математические модели клистронных автогенераторов с ЗОС

Естественным математическим аппаратом для описания автогенераторов с ЗОС являются дифференциальные уравнения с запаздыванием. Хорошо известно, что подобные системы способны демонстрировать разнообразные автомодуляционные и хаотические колебательные режимы (см., например [2-4]). Ранее аналогичный подход использовался для анализа динамики генераторов на основе отражательного клистрона [5], клистрона бегущей волны [6], гироклистрона [7], двухрезонаторного пролетного клистрона [8,9]. Ниже кратко описаны разработанные нами математические модели многорезонаторных клистронных генераторов, дающие адекватное описание сложной динамики, хорошо согласующееся с экспериментальными результатами.

*1.1. Трехрезонаторный пролетный клистрон с ЗОС.* Начнем с трехрезонаторного клистрона. Считаем, что ширина спектра генерируемого сигнала много меньше собственной частоты резонаторов  $\omega_0$  (это предположение всегда выполняется на практике). Тогда напряжения на зазорах резонаторов можно представить в виде

$$V_n(t) = \text{Re}[A_n(t)e^{i\omega_0 t}],$$

где  $A_n$  - медленно меняющиеся комплексные амплитуды,  $n=1,2,3$ . Для простоты считаем, что все резонаторы имеют одну и ту же собственную частоту.

Пользуясь известными соотношениями теории каскадной группировки электронов в пространстве дрейфа (см., например [10]), запишем выражения для первой гармоники сгруппированного тока, возбуждающей второй (промежуточный) и третий (выходной) резонаторы, соответственно,



$$I_2 = 2iI_0 J_1(X_{12}) e^{-i(\theta_{12}-\varphi_1)}, \quad (1)$$

$$I_3 = 2iI_0 [J_0(X_{23}) J_1(X_{13}) e^{-i(\theta_{13}-\varphi_1)} + J_0(X_{13} - X_{12}) J_1(X_{23}) e^{-i(\theta_{23}-\varphi_2)}]. \quad (2)$$

Здесь  $I_0$  - постоянный ток электронного пучка;  $J_{0,1}$  - функции Бесселя 1-го рода соответствующих порядков;  $X_{ij} = M|A_i|\theta_{ij}/2V_0$  - парциальные параметры группировки,  $M$  - коэффициент эффективности взаимодействия ( $0 < M < 1$ ),  $V_0$  - ускоряющее напряжение;  $\theta_{ij} = \omega_0 l_{ij}/v_0$  - невозмущенные углы пролета в пространстве дрейфа между  $i$ -м и  $j$ -м резонаторами,  $l_{ij}$  - соответствующие расстояния,  $v_0 = (2\eta V_0)^{1/2}$  - невозмущенная скорость электронов, где  $\eta$  - удельный заряд электрона;  $\varphi_i = \arg(A_i)$  - фазы колебаний в резонаторах. Далее для простоты предположим, что резонаторы расположены эквидистантно, тогда  $\theta_{12} = \theta_{23} = \theta_0$ ,  $\theta_{13} = 2\theta_0$ .

Подставляя соотношения (1), (2) в уравнения нестационарной теории возбуждения резонаторов [11], получим

$$\dot{A}_2 + \omega_0 A_2 / (2Q_2) = -i\omega_0 \rho M I_0 J_1(X_{12}) e^{-i(\theta_0 - \varphi_1)}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{A}_3 + \omega_0 A_3 / (2Q_3) = & -i\omega_0 \rho M I_0 \times \\ & \times [J_0(X_{23}) J_1(X_{13}) e^{-i(\theta_0 - \varphi_1)} + J_0(X_{13} - X_{12}) J_1(X_{23}) e^{-i(\theta_0 - \varphi_2)}], \end{aligned} \quad (4)$$

где  $Q_i$  - добротности соответствующих резонаторов,  $\rho$  - характеристическое сопротивление. Необходимо учесть, что величины  $A_{1,2,3}$  в (3), (4) берутся в разные моменты времени, а именно, в  $t_1$ ,  $t_2 = t_1 + l_{12}/v_0$  и  $t_3 = t_1 + l_{13}/v_0$ , соответственно.

Далее, необходимо записать уравнение возбуждения первого (входного) резонатора сигналом, прошедшим по цепи обратной связи (ОС). Считая, что входной и выходной резонаторы согласованы с линией ОС, то есть  $Q_1 = Q_3 = Q_0/2$ ,  $Q_2 = Q_0$  ( $Q_0$  - «холодная» добротность) можно показать, что это уравнение имеет вид

$$\dot{A}_1 + \omega_0 A_1 / Q_0 = \omega_0 / (Q_0 2^{1/2}) m A_3 (t - \delta t) e^{-i\omega_0 \delta t}, \quad (5)$$

где  $m$  - глубина ОС ( $0 < m < 1$ ),  $\delta t$  - время прохождения сигнала по цепи ОС.

**1.2. Нормировка переменных.** Приведем уравнения (3)-(5) к безразмерному виду, удобному для численного моделирования. Введем безразмерное время  $\tau = \omega_0 t / \psi$ , где  $\psi = \Theta + \omega_0 \delta t$  - полный набег фазы за время распространения сигнала по петле ОС,  $\Theta = 2\theta_0$  - полный угол пролета в пространстве дрейфа. Введем также безразмерные амплитуды полей

$$F_1(\tau) = M A_1(\tau - 2\theta_0) \theta_0 / (2V_0),$$

$$F_2(\tau) = M A_1(\tau - \theta_0) \theta_0 e^{-i\theta_0} / (2V_0),$$

$$F_3(\tau) = M A_3(\tau) \theta_0 e^{-2i\theta_0} / (2V_0).$$

Окончательно получим систему из трех уравнений, лишь одно из которых, (6), содержит запаздывание

$$\dot{F}_1 + 2\gamma F_1 = m\gamma 2^{1/2} F_3(\tau - 1) e^{-i\psi}, \quad (6)$$

$$\dot{F}_2 + \gamma F_2 = -2i\alpha J_1(|F_1|) F_1 / |F_1|, \quad (7)$$

$$\dot{F}_3 + 2\gamma F_3 = -2i\alpha[J_0(|F_2|)J_1(2|F_1|)F_1/|F_1| + J_0(|F_1|)J_1(|F_2|)F_2/|F_2|], \quad (8)$$

где  $\gamma = \psi/(2Q_0)$  - параметр затухания,  $\alpha$  - параметр усиления

$$\alpha = \rho M^2 I_0 \theta_0 \psi / (4V_0). \quad (9)$$

**1.3. Двухрезонаторный клистрон с ЗОС.** Полагая, что промежуточный резонатор отсутствует, нетрудно получить из (6)-(8) систему уравнений, описывающую двухрезонаторный генератор

$$\dot{F}_1 + 2\gamma F_1 = m\gamma 2^{1/2} F_2 (\tau - 1) e^{-i\psi}, \quad (10)$$

$$\dot{F}_2 + 2\gamma F_2 = -2i\alpha J_1(2|F_1|) F_1 / |F_1|.$$

Выполнив в (10) следующую перенормировку переменных и параметров

$$F_1' = 2F_1, \quad F_2' = m 2^{1/2} F_2 e^{-i\psi}, \quad \gamma' = 2\gamma, \quad \alpha' = \alpha m 2^{1/2},$$

приведем ее к виду (штрихи опускаем)

$$\dot{F}_1 + \gamma F_1 = \gamma F_2 (\tau - 1), \quad (11)$$

$$\dot{F}_2 + \gamma F_2 = -2i\alpha e^{-i\psi} J_1(|F_1|) F_1 / |F_1|,$$

что с точностью до обозначений совпадает с уравнениями, полученными в [1]. Отметим, что в (11) остается лишь два безразмерных параметра: параметр затухания  $\gamma$  и комплексный параметр  $\alpha \exp(-i\psi)$ , характеризующий одновременно и усиление, и обратную связь. В случае многорезонаторного клистрона подобное объединение провести не удастся: величины  $\alpha$  и  $m$  входят в уравнения (6)-(8) по отдельности.

#### 1.4. Приближение большого усиления в промежуточных каскадах.

Дальнейшее непосредственное обобщение системы (6)-(8) на случай большого числа резонаторов хотя и не представляет принципиальных затруднений, тем не менее нецелесообразно, так как приводит к чрезмерному усложнению уравнений и делает их неудобными для последующего анализа. Однако можно добиться существенного упрощения, если считать, что коэффициент усиления в каждом каскаде достаточно велик, так что амплитуда колебаний в первом резонаторе много меньше, чем во втором. Тогда в (6)-(8) можно линеаризовать члены, зависящие от  $F_1$ , и получить следующие уравнения

$$\begin{aligned} \dot{F}_1 + 2\gamma F_1 &= m\gamma 2^{1/2} F_n (\tau - 1) e^{-i\psi}, \\ \dot{F}_2 + \gamma F_2 &= -i\alpha F_1, \\ \dot{F}_3 + 2\gamma F_3 &= -2i\alpha [J_0(|F_2|)F_1 + J_1(|F_2|)F_2/|F_2|]. \end{aligned} \quad (12)$$

Если выполняется условие  $|F_1| \ll |F_2|$ , первым слагаемым в правой части последнего уравнения также можно пренебречь. Получившуюся систему уравнений нетрудно обобщить на любое число промежуточных каскадов

$$\begin{aligned} \dot{F}_1 + 2\gamma F_1 &= m\gamma 2^{1/2} F_n (\tau-1) e^{-i\psi}, \\ \dot{F}_k + \gamma F_k &= -i\alpha F_{k-1}, \quad k = 2, 3, \dots, n-1, \\ \dot{F}_n + 2\gamma F_n &= -2i\alpha J_1(|F_{n-1}|) F_{n-1} / |F_{n-1}|. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь  $n$  - число резонаторов.

Отметим, что система (13) справедлива в случае, когда амплитуды колебаний в промежуточных резонаторах можно считать малыми. Поэтому она будет адекватно описывать сильно нелинейные, в том числе хаотические, режимы генерации только в случае, когда глубина обратной связи мала.

## 2. Условия самовозбуждения автоколебаний

Проанализируем условия самовозбуждения генератора, пользуясь моделью (13). Для этого следует линеаризовать последнее уравнение и подставить решение в виде  $F_k \sim \exp(i\Omega\tau)$ . Отсюда нетрудно получить характеристическое уравнение

$$(i\Omega + 2\gamma)^2 (i\Omega + \gamma)^{n-2} = m\gamma 2^{1/2} (i\alpha)^{n-1} e^{-i(\Omega+\psi)}, \quad (14)$$

являющееся трансцендентным, имеющим бесконечное число комплексных корней, что отражает наличие бесконечного числа собственных мод, так как система является распределенной. В момент смены характера устойчивости частота  $\Omega$  является чисто вещественной. Это позволяет определить критическое значение управляющих параметров (например, глубину обратной связи, если считать параметры  $\alpha$  и  $\gamma$  заданными, или критическое значение  $\alpha$ , то есть по сути - стартовый ток пучка, если заданным считается параметр  $m$ ) и частоту генерации.

Методика анализа уравнения (14) аналогична изложенной в [1] для двухрезонаторного клистрона (см. также [12], где анализируется более простая модельная система с ЗОС). Далее для определенности рассмотрим случай пятирезонаторного клистрона, чтобы иметь возможность сопоставления с результатами экспериментов. Разделив в (14) вещественную и мнимую части, получим

$$\begin{aligned} 4\gamma^5 - 25\gamma^3\Omega^2 + 7\gamma\Omega^4 &= m\gamma 2^{1/2} \alpha^4 \cos(\Omega+\psi), \\ 16\gamma^4\Omega - 19\gamma^2\Omega^3 + \Omega^5 &= -m\gamma 2^{1/2} \alpha^4 \sin(\Omega+\psi). \end{aligned} \quad (15)$$

Разделив одно из этих уравнений на другое, получим

$$-(16\gamma^4\Omega - 19\gamma^2\Omega^3 + \Omega^5) / (4\gamma^5 - 25\gamma^3\Omega^2 + 7\gamma\Omega^4) = \text{tg}(\Omega + \psi). \quad (16)$$

Это уравнение позволяет определить частоты собственных мод генератора. Будем анализировать его графически. Пример графического решения приведен на рис. 1. Левая часть состоит из четырех ветвей, терпящих разрывы в точках

$$\begin{aligned} \Omega_{1,2} &= \pm\gamma[(25-3\cdot 57^{1/2})/14]^{1/2} \approx \pm 0.4097\gamma, \\ \Omega_{3,4} &= \pm\gamma[(25+3\cdot 57^{1/2})/14]^{1/2} \approx \pm 1.8449\gamma. \end{aligned}$$

Если занумеровать корни этого уравнения так, как показано на рис. 1, то корни с четными номерами отвечают частотам собственных мод генератора, которые могут возбуждаться от шумовых флуктуаций, а корни с нечетными номерами - частотам автомодуляционных мод, то есть паразитных возмущений, которые

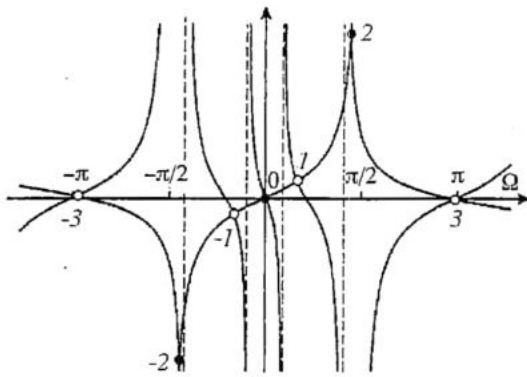


Рис. 1. Графическое решение характеристического уравнения (14) при  $\psi=0, \gamma=0.7$

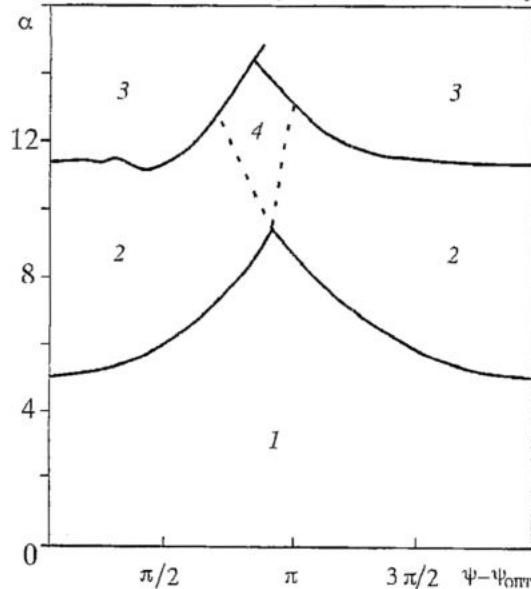
частоте резонаторов. Тогда из соотношений (15)

$$\alpha = \gamma(4/(m2^{1/2}))^{1/4}.$$

Отсюда следует, что с уменьшением глубины обратной связи стартовый ток будет расти как  $m^{-1/4}$ . Напротив, значения  $\psi=2\pi N+\pi$  наиболее неблагоприятны для самовозбуждения, порог генерации при этом имеет максимум. Таким образом, граница самовозбуждения периодична по параметру  $\psi$ , что является общим свойством подобных систем [1,12]. Генератор характеризуется дискретно расположенными зонами колебаний, причем  $\psi=2\pi N$  соответствуют центрам зон, а  $\psi=2\pi N+\pi$  - краям.

Вблизи границ зон генерации наблюдается бистабильность, то есть в зависимости от начальных условий возможно самовозбуждение на частотах одной из двух соседних мод. В качестве примера на рис. 2 приведены границы самовозбуждения и автомодуляции, рассчитанные для модели трехрезонаторного клистрона (6)-(8). Такое поведение типично и для других автогенераторов с запаздыванием (см., например, [12-14]).

Автомодуляция связана с мягким возбуждением мод с номерами  $n=\pm 1$  на фоне основной. Физическая причина ее возникновения заключается в наличии крутого падающего участка на амплитудной характеристике усилителя, что в



возбуждаются на фоне стационарных колебаний с достаточно большой амплитудой (подробнее см. [1,12]).

Если известна частота какой-либо собственной моды, то из соотношений (15) можно определить пороговое значение параметров  $\alpha$  или  $m$ . Можно показать, что порог генерации будет тем ниже, чем ближе частота основной моды к нулю. Оптимальным является условие  $\psi=2\pi N, N=0, \pm 1, \dots$  (вообще говоря, это условие имеет вид  $\psi=2\pi N - \pi(n-1)/2$ , где  $n$  - число резонаторов). При этом  $\Omega=0$ , то есть генерация происходит точно на собственной

данном случае обусловлено перегруппировкой электронов при большом входном сигнале. Такой механизм автомодуляции называется амплитудным. Как показывают многочисленные результаты численного моделирования, высшие моды практически всегда подавляются в результате конкуренции, и все процессы сложной динамики разыгрываются на базе основной и ближайших автомодуляционных мод.

Рис. 2. Карта динамических режимов модели трехрезонаторного клистрона-генератора при  $\gamma=0.5$ . 1 - генерация нет; 2 - одночастотная генерация; 3 - автомодуляция; 4 - область бистабильности

### 3. Результаты экспериментальных исследований

В качестве объекта исследований был взят пятирезонаторный клистрон среднего уровня мощности 10-см диапазона. В клистроне использованы двухззорные объемные резонаторы, работающие на противофазном виде колебаний. Входной резонатор клистрона соединен с выходным коаксиальной линией обратной связи. В цепь обратной связи, начиная от выходного резонатора, через направленные ответвители последовательно включены: кристаллический детектор для наблюдения огибающей сигнала; второй кристаллический детектор для наблюдения на экране осциллографа двумерной проекции фазового портрета колебательных процессов с помощью метода задержки; анализатор спектра для исследования полного СВЧ-спектра сигналов в широкой полосе частот; цифровой частотомер для измерения частоты квазигармонических колебаний; термисторный измеритель мощности с аттенуатором; поляризационный аттенуатор для изменения глубины обратной связи.

Длина линии обратной связи составила около 10 м. Нагруженная добротность входного объемного резонатора клистрона  $Q_{\text{вх}}=250$ , выходного  $Q_{\text{вых}}=125$ . Собственная добротность резонаторов  $Q_0=460$ , характеристическое сопротивление  $\rho=300$  Ом, собственная частота  $f=2800$  МГц. В качестве управляющих параметров использовались ток электронного пучка  $I_0$  и затухание в цепи обратной связи  $L$ . Описанная установка обеспечивает возможность одновременного наблюдения осциллограмм огибающей сигнала, его полного спектра, фазового портрета, а также измерения частоты и уровня выходной мощности. Таким образом, она позволяет достаточно точно идентифицировать характер различных колебательных режимов, включая режимы регулярной и хаотической автомодуляции.

Прежде всего, была изучена зависимость пускового тока генерации от ускоряющего напряжения. Полученная зависимость определила рабочий интервал ускоряющих напряжений (1000...3000 В). На рис. 3 приведены границы зон генерации на плоскости параметров ток пучка  $I_0$  - ускоряющее напряжение  $V_0$  (затухание в цепи обратной связи  $L=0$ ). В выбранном интервале ускоряющих напряжений наблюдаются пять зон генерации. Как видно из рисунка, наименьшие стартовые токи имеют зоны, расположенные в центре рабочего диапазона ускоряющих напряжений. Это объясняется тем, что параметр усиления  $\alpha$ , как видно из (9), пропорционален  $V_0^{3/2}$ . Поэтому с ростом  $V_0$  стартовый ток в центре зоны генерации должен расти пропорционально  $V_0^{3/2}$ . С другой стороны, для используемого типа резонаторов (двухззорные резонаторы с бессеточным зазором) в низковольтной части рабочего диапазона уменьшается параметр  $M$ . Вследствие этого стартовые токи опять увеличиваются.

Когда ток пучка превышает порог самовозбуждения, наблюдаются режимы стационарной одночастотной генерации. На рис. 4 приведены зависимости мощности от ускоряющего напряжения для разных значений тока пучка. При токе 6 мА возбуждаются лишь две зоны. С ростом тока мощность растет, зоны расширяются, а их число увеличивается.

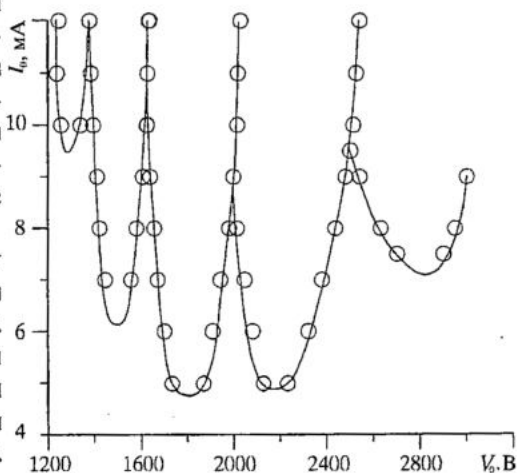


Рис 3. Границы зон генерации

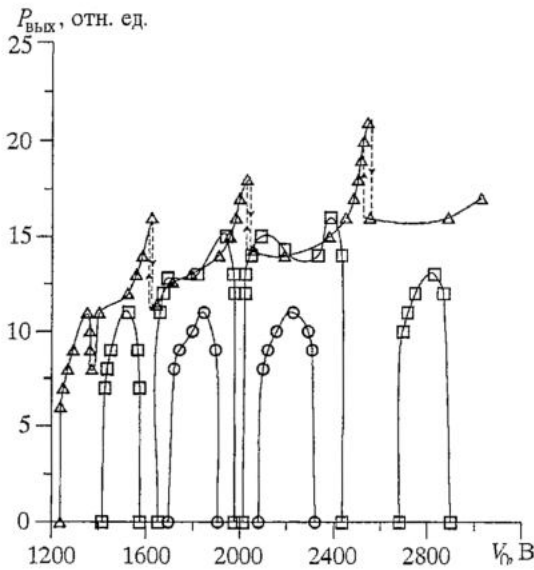


Рис. 4. Зависимость выходной мощности от ускоряющего напряжения для разных значений тока пучка: 6 мА (○), 8 мА (□) и 12 мА (△)

При значительном превышении над порогом самовозбуждения одночастотный режим становится неустойчивым и сменяется режимом периодической автомодуляции. При этом на фазовом портрете огибающей сигнала мягко возникает предельный цикл, а в спектре появляется пара спутников, симметрично отстоящих от основной частоты на величину  $f_{ам} \approx 3.6$  МГц. Минимальный ток, при котором возникает автомодуляция,  $I_{ам} \approx 13$  мА.

Дальнейшее увеличение тока пучка приводит к хаотизации колебаний. Как известно, для систем с амплитудным механизмом автомодуляции наиболее характерным является переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума, то есть через

При этом зоны деформируются, максимум мощности в зоне смещается в область более высоких напряжений. Для большей наглядности на рис. 5 картина зон генерации построена в трех измерениях: мощность, ускоряющее напряжение, ток.

Увеличение тока приводит к тому, что зоны начинают перекрываться. Вблизи их границ зависимости мощности от  $V_0$  становятся неоднозначными, наблюдается бистабильность. При плавном изменении ускоряющего напряжения наблюдается жесткий переход из одной зоны в другую, который сопровождается гистерезисом (рис. 4). Все эти результаты хорошо согласуются с численным моделированием. Следует отметить, что именно в точках жесткого перехода имеются резко выраженные максимумы выходной мощности.

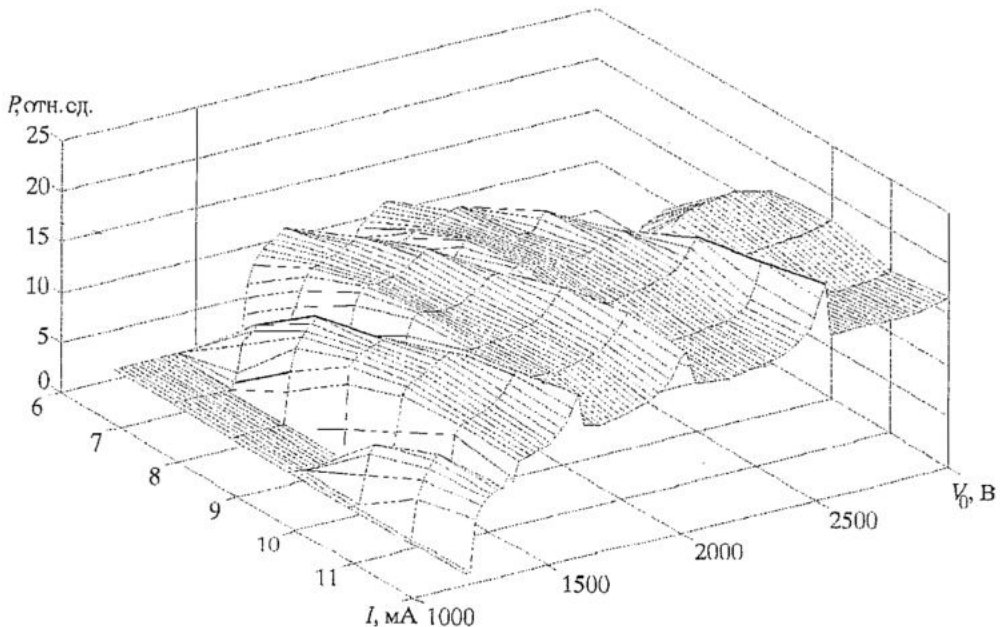


Рис. 5. Трехмерная картина зон генерации

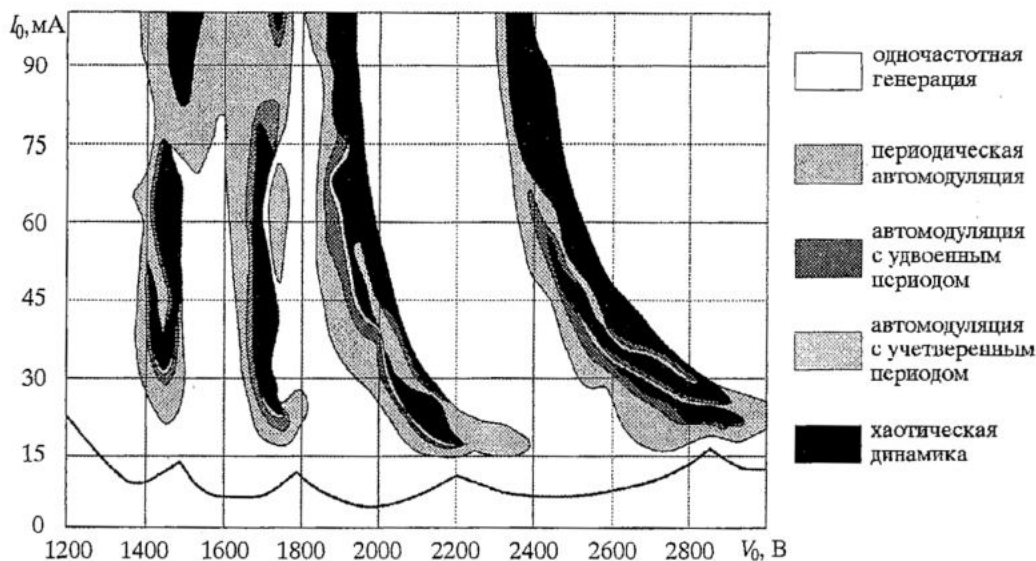


Рис. 6. Карта динамических режимов

последовательность бифуркаций удвоения периода автомодуляции (см., например, [1,2,9,12]).

На рис. 6 изображена карта динамических режимов на плоскости параметров ( $I_0$ ,  $V_0$ ), то есть разбиение плоскости параметров на области с различным характером колебаний. Карта построена для случая  $L=10$  дБ. На этой диаграмме выделены области одночастотной генерации, периодической автомодуляции, автомодуляции с удвоенным и учетверенным периодом и области хаотической динамики. Области автомодуляции имеют вид отдельных зон, разделенных обширными участками одночастотной генерации. С ростом тока можно наблюдать слияние некоторых из них (например, в области  $V_0 \approx 1500$  В). Как и ожидалось, доминирующим является переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Типичные фазовые портреты и спектры приведены на рис. 7. Из-за наличия флуктуаций удастся уверенно наблюдать не более трех бифуркаций удвоения периода. Как видно из рис. 6, уже области колебаний с учетверенным периодом являются очень узкими, так что зафиксировать их достаточно сложно.

Следует отметить, что линии различных бифуркаций имеют довольно сложный вид (что типично для систем с несколькими управляющими параметрами). Поэтому сценарий Фейгенбаума можно наблюдать лишь двигаясь по плоскости параметров соответствующим образом. Если же зафиксировать, например, ускоряющее напряжение и просто увеличивать ток пучка, то можно, вообще говоря, наблюдать самые разнообразные последовательности смены колебательных режимов. Например, могут происходить жесткие переходы к хаосу из режимов регулярной автомодуляции и даже из режимов одночастотной генерации, которые сопровождаются гистерезисными явлениями. С другой стороны, существуют интервалы ускоряющих напряжений, в которых во всем доступном интервале изменения тока генерация остается одночастотной, не возникает даже регулярная автомодуляция.

Обратим внимание, что в большинстве зон генерации области периодической автомодуляции имеют вид узких «язычков», далеко вдающихся в области хаоса. Внутри различных «язычков» наблюдаемые проекции фазового портрета представляют собой циклы топологически различной формы. С ростом тока пучка, как правило, форма усложняется. На первоначально «гладком» цикле (пример

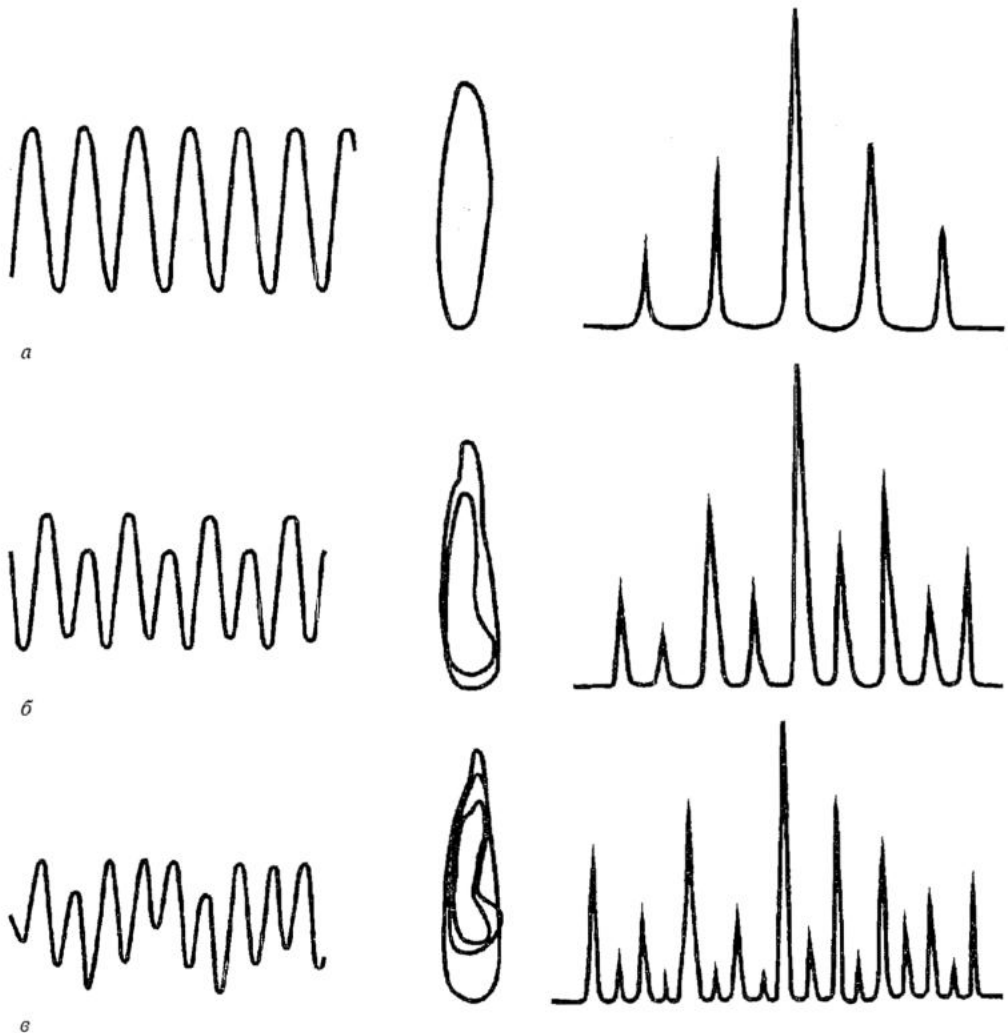


Рис. 7. Огибающие, фазовые портреты, спектры колебаний, иллюстрирующие переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума. *а* - автомодуляция; *б* - первое удвоение периода; *в* - второе удвоение периода

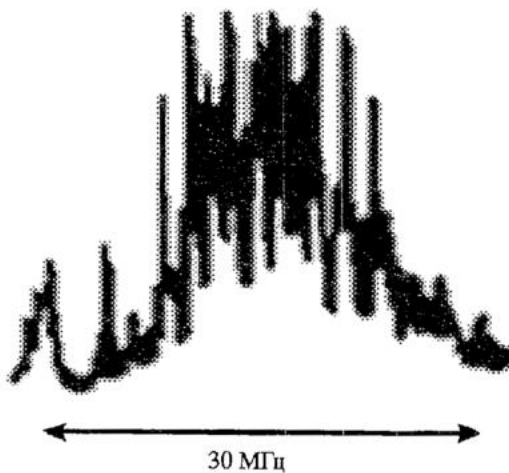


Рис. 8. Спектр хаотических колебаний в режиме «развитого» хаоса

которого приведен на рис. 7, *а*) образуются петли. Соответственно усложняется и временная реализация выходного сигнала: в течение одного периода колебаний наблюдается несколько локальных максимумов. Одновременно уменьшается частота автомодуляции. Такое поведение является характерной особенностью автоколебательных систем с запаздыванием (более подробно данная картина описывается в [12]).

Внутри областей со сложной динамикой также имеются многочисленные «окна» регулярного поведения. Они образуют сложную структуру и ввиду своего малого размера на рис. 6 не показаны. Вблизи границ перехода к хаосу спектр хаотических колебаний



является сильно изрезанным, с ярко выраженными максимумами на частотах автомодуляции. При больших токах пучка происходит переход к колебаниям с существенно более однородным спектром, имеющим полосу примерно 32 МГц (рис. 8). При этом на фазовом портрете уже не различима какая-либо крупномасштабная структура.

Подобные режимы, которые можно квалифицировать как так называемый «развитой» хаос, типичны для распределенных автоколебательных систем электронной природы при больших значениях параметра неравновесности (см., например, [1-3,15]).

### Заключение

Резонансный автогенератор на основе многорезонаторного клистрона представляет собой относительно простой и исключительно удобный объект для экспериментального изучения хаотических автоколебаний в СВЧ-диапазоне. Данный прибор является типичным представителем распределенных автоколебательных систем с запаздывающей обратной связью и демонстрирует многие особенности сложного поведения, присущие подобным системам. Следует ожидать, что он займет место в ряду эталонных моделей СВЧ-электроники со сложной динамикой, таких как ЛОВ и ЛБВ-генераторы.

Представленные в статье результаты экспериментальных исследований показывают, что подстройкой управляющих параметров (ток пучка, ускоряющее напряжение, глубина обратной связи и т.д.) можно реализовать разнообразные регулярные и хаотические режимы генерации. Хаотическое поведение удается наблюдать в достаточно широком диапазоне управляющих параметров. Важно отметить, что существует большое число хаотических режимов, которым соответствуют странные аттракторы различных типов. Целью дальнейших исследований будет выяснение «тонкой структуры» хаотических колебаний, что поможет выявить общие закономерности сложной динамики распределенных систем. Обнаруженные аналогии с рядом моделей распределенных автоколебательных систем (усложнение формы предельных циклов, многократное чередование регулярных и хаотических режимов, переход к «развитому» хаосу и т.д.) позволяют надеяться на прогресс в этом направлении.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта CRDF № REC-006 и программы Университеты России (грант УР 01.01.021).*

### Библиографический список

1. Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Рыскин Н.М., Шигаев А.М. Теоретическое и экспериментальное исследование хаотических колебаний клистронного автогенератора с запаздыванием // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 5. С.604.
2. Кузнецов С.П. Сложная динамика генераторов с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т.25, № 12. С. 1410.
3. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.
4. Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989.
5. Кузнецов С.П. Применение математического аппарата теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом к некоторым задачам электроники СВЧ // Лекции по электронике СВЧ. 3-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 1. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1974. С. 112.

6. Кузнецов С.П., Перельман А.Ю., Трубецков Д.И. Автоמודуляционные и стохастические режимы в клистроне бегущей волны с внешней обратной связью // ЖТФ. 1983. Т. 53, № 1. С. 163.

7. Ергаков В.С., Моисеев М.А. Двухрезонаторный генератор с запаздывающей обратной связью // РЭ. 1986. Т.31, № 5. С. 962.

8. Афанасьева В.В., Лазерсон А.Г. Динамический хаос в двухрезонаторных клистронных автогенераторах с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1995. Т. 3, № 4. С. 88.

9. Дмитриева Т.В., Рыскин Н.М., Титов В.Н., Шигаев А.М. Сложная динамика простых моделей распределенных электронно-волновых систем // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т.7, № 6. С. 66.

10. Гайдук В.И., Палатов К.И., Петров Д.М. Физические основы электроники СВЧ. М.: Сов. радио, 1971.

11. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.

12. Рыскин Н.М., Шигаев А.М. Сложная динамика простой модели распределенной автоколебательной системы с запаздыванием // ЖТФ. 2002. Т. 72, № 7. С. 1.

13. Шевчик В.Н. Основы электроники сверхвысоких частот. М.: Сов. радио. 1959.

14. Калинин В.И., Залогин Н.Н., Кислов В.Я. Нелинейный резонанс и стохастичность в автоколебательной системе с запаздыванием // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 10. С.2001.

15. Кац В.А. Возникновение хаоса и его эволюция в распределенном автогенераторе с запаздыванием (эксперимент) // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т.28, № 2. С.161.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 30.05.2002

## COMPLEX DYNAMICS OF MULTIPLE-CAVITY KLYSTRON OSCILLATORS WITH DELAYED FEEDBACK

*B.S. Dmitriev, Yu.D. Zharkov, K.K. Kizhaeva,  
D.V. Klokov, N.M. Ryskin, A.M. Shigaev*

Main investigation results of complex dynamics of delayed feedback klystron oscillators are presented. Mathematical models of oscillators based on double-cavity and multi-cavity klystrons are discussed. Self-excitation conditions, modes of stationary single-frequency oscillation, self-modulation conditions have been analyzed theoretically. Also the experimental device is described for the dynamics investigation of multi-cavity klystron oscillator and the results of experimental study of different oscillation modes (single-frequency, multi-frequency and chaotic) are presented. The work shows that experimental data are in a good qualitative agreement with theoretical results.



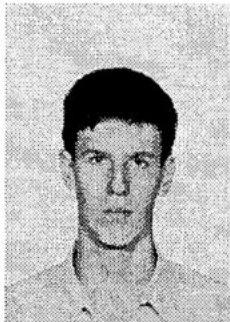
*Дмитриев Борис Савельевич* - родился в Саратове (1937), окончил физический факультет Саратовского Государственного Университета (1959), защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1967). В настоящее время является профессором кафедры нелинейной физики СГУ. Ведет курсы общей физики (механика, молекулярная физика и термодинамика, электродинамика). Область научных интересов - микроволновая электроника и радиофизика. Опубликовал более 120 научных и научно-методических работ и учебных пособий .



*Жарков Юрий Дмитриевич* - родился в селе Терса Еланского района Волгоградской области (1931). Окончил физический факультет СГУ (1953). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1961) и доктора (1987) в области радиофизики и электроники СВЧ. В настоящее время - профессор кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов - физическое моделирование процессов взаимодействия потоков заряженных частиц с СВЧ-полями. Исследование сложной динамики в СВЧ-генераторах с запаздывающей обратной связью. Опубликовано свыше 100 работ, среди них несколько учебных пособий, 20 изобретений.



*Кижеева Ксения Кирилловна* - студентка 4 курса факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: изучение нелинейной динамики генераторов с запаздывающей обратной связью. Соавтор 3 публикаций.



*Клоков Дмитрий Вячеславович* - родился в Саратове (1979). Окончил факультет нелинейных процессов СГУ (2001). В настоящее время - аспирант кафедры нелинейной физики. Область научных интересов - нелинейная динамика, динамический хаос в СВЧ-генераторах с запаздывающей обратной связью. Опубликовано 8 работ.



*Рыскин Никита Михайлович* - родился в Саратове (1966). После окончания физического факультета Саратовского университета (1991) работал в НИИ механики и физики СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности радиофизика (1996). Доцент кафедры нелинейной физики СГУ. Область научных интересов - нелинейная динамика распределенных систем, нелинейные явления в приборах СВЧ-электроники, вакуумная микроэлектроника. Автор и соавтор более 50 научных работ, в том числе учебного пособия «Нелинейные волны» (М.: Наука, Физматлит, 2000, совместно с Д.И. Трубецковым). E-mail: ryskinm@info.sgu.ru



*Шигаев Андрей Михайлович* - родился в 1981 г. Аспирант кафедры нелинейной физики СГУ. Область научных интересов - нелинейная динамика распределенных автоколебательных систем с запаздыванием, использование динамического хаоса в системах связи и передачи информации. Соавтор более 10 публикаций по данной тематике. Стипендиат Объединенного физического общества РФ (2001/2002). Лауреат медали и премии ежегодного конкурса РАН для молодых ученых, аспирантов и студентов (2001). В настоящее время проходит годовичную стажировку в Штутгартском университете (Германия) в рамках программы DAAD.



## АВТОКОЛЕБАНИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В ПРИСУТСТВИИ ФЛУКТУАЦИЙ

*Н.Б. Фролова, А.П. Четвериков*

Проведено численное моделирование периодических и хаотических автоколебаний в распределенной динамической системе взаимодействующих встречных линейной и нелинейной волн в присутствии аддитивных шумов в нелинейной волне. Исследованная распределенная автоколебательная система является простейшей моделью электронных ламп обратной волны с неинерционными механизмами фазировки. Показано, что для таких систем характерно возбуждение большого количества пространственных мод. Обнаружено, что хаотические автоколебания вблизи порога их возникновения имеют очень неравномерный спектр. Если в этом случае в систему подается внешний шум, то он «накладывается» на генерируемые автоколебания. В режиме возникающих при больших значениях тока пучка хаотических колебаний внешний шум может как увеличивать степень хаотизации, так и упорядочивать форму генерируемого сигнала, проявляя свойства, характерные для эффектов стохастического резонанса.

Известные в электронике сверхвысоких частот лампы обратной волны (ЛОВ) основаны на взаимодействии электромагнитной волны и волн в электронном потоке с противоположенными потоками мощности (см., например, [1] и библиографический список в [1]). С физической точки зрения различные типы ЛОВ отличаются механизмами фазировки электронов в потоке, которые определяют условия оптимального взаимодействия волн и механизмы нелинейного ограничения энергообмена между ними. Насыщение энергообмена во всех известных ЛОВ за исключением ЛОВ М-типа связано с изменением скорости или частоты осцилляций неизохронных электронов при потере или увеличении энергии. Вследствие распределенности взаимодействия волн и запаздывающего (инерционного) характера обратной связи в ЛОВ при увеличении тока пучка происходит изменение формы генерируемых колебаний от одночастотных до хаотических. Последние привлекают особое внимание в связи с возможным применением ЛОВ в качестве источника шумовых колебаний. В частности, интерес представляют, как и для других динамических систем, исследования условий возбуждения хаотических колебаний, их характеристик и методов управления ими [2].

Теоретические модели ЛОВ описываются системами уравнений в частных производных и отличаются друг от друга уравнениями, определяющими нелинейные свойства волны в электронном потоке. В представляющих

наибольший практический интерес ЛОВ О-типа и giro-ЛОВ с инерционным механизмом фазировки электронов нелинейная функция, описывающая свойства волны в потоке электронов, рассчитывается довольно сложно с применением метода крупных частиц. В системах, где траектории электронов можно в определенном приближении считать идентичными, нелинейные свойства электронной волны моделируются более просто. В частности, наиболее простой моделью ЛОВ представляется модель с кубичной фазовой нелинейностью [3], в которой фаза электронной волны как функция энергии волны задается первым членом разложения ее в ряд по величине энергии. Эта модель используется в настоящей работе для анализа не рассматривавшейся ранее, насколько нам известно, проблемы влияния внешнего шума на динамику систем типа ЛОВ. Влияние шума в ЛОВ с инерционными механизмами фазировки электронов будет рассмотрено отдельно.

Проведение исследований стимулируется, в основном, двумя обстоятельствами.

Во-первых, все реальные системы подвержены влиянию шумов, не связанных с динамикой системы. Поэтому часто многие обнаруживаемые в теоретических исследованиях без учета влияния шума мелкие детали поведения системы попросту не реализуются, будучи «размазанными» внешними шумами [2]. Для рассматриваемой системы этот вопрос особенно актуален, так как для нее характерно возбуждение большого количества (~10 и более) пространственных мод с относительно небольшими амплитудами, что определяет очень сложную структуру аттрактора системы даже в режиме периодических колебаний [3]. С этой проблемой тесно связан вопрос о том, насколько мелким должен быть шаг дискретной схемы при численном моделировании динамики системы. Схема сама может генерировать неконтролируемые численные шумы, если шаг дискретизации недостаточно мал для правильного описания возникающих в системе мелкомасштабных пространственных структур. Однако использование схем с очень мелким шагом для исследования распределенных автоколебательных систем (РАС) оказывается неэффективным из-за большого объема вычислений. Поэтому актуальным становится вопрос о допустимом уровне шума, не влияющем принципиально на результаты моделирования. Кроме того, внешними шумами малой амплитуды в определенной мере можно моделировать не учитываемые в модели многочисленные факторы, присущие реальным системам.

Во-вторых, представляется важным вопрос, всегда ли внешний шум приводит к увеличению степени беспорядка в хаотических колебаниях или возможен и противоположный эффект, как во многих системах, демонстрирующих поведение, характерное для режимов, подобных тому или иному виду стохастического резонанса. Как показано ниже, в исследуемой модели возможны различные проявления влияния внешнего шума.

### **Математическая модель. Процедуры обработки результатов численного моделирования**

Будем рассматривать модель ЛОВ, которая в линейном приближении в отсутствие шума соответствует взаимодействию двух бездисперсных встречных волн и описывается системой уравнений [1,4]

$$\partial F / \partial \tau - \partial F / \partial \xi = -A I, \quad (1)$$

$$\partial I / \partial \tau + \partial I / \partial \xi = -A F, \quad (2)$$

демонстрирующих наличие абсолютной неустойчивости. Такая система моделирует линейный режим работы всех ЛОВ с неинерционными механизмами фазировки, а также, например, ЛОВ О-типа в режиме большого пространственного заряда [5,4]. Здесь  $F=|F|\exp(j\Psi_F)$  и  $I=|I|\exp(j\Psi_I)$  - безразмерные медленно меняющиеся во времени и пространстве по сравнению с  $\exp(j(\omega_0 t - k_0 x))$  комплексные амплитуды взаимодействующих волн;  $\tau$  и  $\xi$  - безразмерные время и координата;  $A$  - параметр взаимодействия, задающий степень неравновесности системы;  $\omega_0$  и  $k_0$  определяют точку пересечения дисперсионных кривых «холодных» (не взаимодействующих) волн. Предположим, что при увеличении энергии электронной волны  $W=\alpha|I|^2$ , где  $\alpha$  - нормирующий коэффициент, пропорциональная  $\xi$  часть фазы электронной волны  $\Psi_I$  является в первом приближении линейной функцией энергии. В этом случае уравнение (2) в системе координат со смещенным отсчетом времени ( $\tau'=(\tau-\xi)/2$ ,  $\xi'=\xi$ , штрихи в дальнейшем опущены) после перенормировки переписывается в виде [3]

$$\partial I / \partial \xi + j|I|^2 I = -AF. \quad (3)$$

Уравнение (1) при этом не изменится.

Допустим теперь, что электронная волна возмущается распределенным шумовым источником, мощность которого задается интенсивностью  $D$  (величина  $D$  в конкретных случаях может быть рассчитана, исходя из представлений об источнике шума). Для его учета заменим феноменологически уравнение (3) на стохастическое дифференциальное уравнение с источником белого шума

$$\partial I / \partial \xi + j|I|^2 I = -AF + (2D)^{1/2} \zeta(\xi, t), \quad (4)$$

где  $\langle \zeta(\xi, \tau) \rangle = 0$ ,  $\langle \zeta(\xi, \tau) \zeta(\xi', \tau') \rangle = \delta(\xi - \xi') \delta(\tau - \tau')$ .

Система уравнений (2), (4) дополняется граничными

$$I|_{\xi=0} = 0, \quad (5)$$

$$F|_{\xi=1} = 0$$

и начальными

$$F|_{\tau=0} = F^0 f^0(\xi), \quad (6)$$

$$I|_{\tau=0} = I^0 i^0(\xi)$$

условиями, описывающими «старт» системы с уровня слабых начальных шумовых возмущений обеих волн;  $f^0(\xi)$ ,  $i^0(\xi)$  - случайные функции,  $F^0$ ,  $I^0 < 1$ .

Уравнения (2), (4) - (6) решались численно методом второго порядка по  $\Delta t$  и по  $\Delta \xi$ , где  $\Delta t$  и  $\Delta \xi$  - шаги дискретизации численной схемы по времени и координате, соответственно, причем  $\Delta \tau = \Delta \xi / 2$ . В процессе моделирования накапливалась временная реализация амплитуды «выходного сигнала»  $F_k = |F(0, \Delta \tau k)|$ , поскольку подразумевалось, что она является интегральной характеристикой процессов, происходящих на всей длине пространства взаимодействия, и может характеризовать систему в целом.

Для идентификации автоколебательных режимов на основе реализации  $F_k$  рассчитывались следующие величины: ее спектральная плотность  $S(f) = 20 \lg(F_0(f)/F_{0\max})$ , где  $F_0(f)$  соответствует функции  $F_0(\tau)$ , полученной из  $|F(\tau)|$  вычитанием ее среднего значения,  $F_{0\max}$  - амплитуда максимальной спектральной компоненты в  $S(f)$ ; плотность вероятности  $P$  значений  $F_0(\tau)$ ; двумерная проекция «фазового пространства» системы на плоскости  $(F_0(\tau), F_0(\tau + \tau_d))$ , где  $\tau_d$  - временная задержка; автокорреляционная функция (АКФ). Полная длина  $F_0(\tau)$  составляла

800-1000 при характерном периоде колебаний  $T_a \sim 1$ . Для определения точного значения бифуркационных значений параметра неравновесности  $A$  в отсутствие внешнего шума использовалась мелкомасштабная сетка с  $\Delta\xi=0.000657$  (~1500 узлов на длине системы). Влияние внешнего шума в широком диапазоне значений параметров  $A$  и  $D$  проводилось на более грубой сетке с  $\Delta\xi=0.005$  (200 узлов на длине системы). Она же использовалась для определения характеристик хаотических колебаний во всех случаях. В качестве основной количественной характеристики нерегулярных автоколебаний использовался декремент огибающей АКФ. Последнее поясним особо.

Как показали приведенные в [1,3] данные, в широком диапазоне параметров хаотические автоколебания в ЛОВ представляют собой суперпозицию регулярной и шумовой компонент, причем мощность шумовой компоненты мала по сравнению с мощностью регулярной. АКФ в этом случае имеет типичный вид для функции, представляющей собой «окрашенный шум», то есть смесь периодических колебаний с частотой  $f_0$ , ее, в общем случае, гармониками и субгармониками, и шумовой компоненты с малой амплитудой. В этом случае автокорреляционная функция процесса может быть представлена в следующей форме [6]:

$$R(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}F(f_0\tau), \quad (7)$$

Здесь декремент  $\alpha$  характеризует хаотическую компоненту,  $F(f_0\tau)$  - периодическая функция, описывающая регулярную компоненту. Предполагая, на основании результатов моделирования, что в спектре регулярных колебаний преобладает основная спектральная компонента, для оценки характерной величины  $\alpha$  перепишем (7) в виде

$$R(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}\cos(2\pi f_0\tau), \quad (8)$$

чему соответствует спектральная плотность мощности

$$S(f) = 2\alpha[1/(\alpha^2+4\pi^2(f+f_0)^2) + 1/(\alpha^2+4\pi^2(f-f_0)^2)]. \quad (9)$$

Определяя из последнего выражения  $S_{\max}=S(f_0)$  и величину  $S(f_0+\Delta f/2)$  на уровне  $S_{\max}/2$ , получим  $\Delta f \approx \alpha/\pi$ . Режим полагаем развитым хаотическим, если ширина спектральной линии  $\Delta f \geq f_0$ , откуда следует

$$\alpha(A)/f_0(A) \geq \pi/2. \quad (10)$$

Величину декремента также можно связать с параметрами соответствующей гауссовой или рэлеевской функций распределения [6]. Можно предполагать, что по мере увеличения параметра неравновесности относительная мощность регулярной компоненты будет уменьшаться вплоть до исчезновения, а декремент АКФ - расти, свидетельствуя об увеличении степени хаотизации автоколебаний.

### Автоколебания в отсутствие флуктуаций

Бифуркационные значения параметров, ограничивающие области существования различных автоколебаний, определялись, как уже отмечалось, на сетке с малым шагом  $\Delta\xi=0.000657$ . Обнаружено, что одночастотные автоколебания существуют в диапазоне  $A_{st}=\pi/2 < A < A_a=1.83$ , а многочастотные периодические в интервале значений  $A_a < A < A_{chl}=4.947$ . В последнем диапазоне при увеличении  $A$  форма автоколебаний усложняется, спектр колебаний обогащается гармониками основной частоты  $f_0=0.7$ , при некоторых значениях  $A$  наблюдаются одно-два удвоения периода. Вблизи порога возникновения хаотических

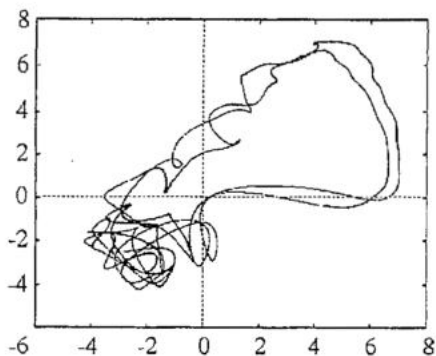


Рис. 1. Проекция «фазового портрета» системы  $(F_k, F_{k+1})$  при  $A=3.94$ . Величина  $1/\Delta t$  определяет время задержки

автоколебаний  $A_{ch1}$  система обладает очень сложным неоднородным аттрактором, возникающим благодаря возбуждению в пространстве взаимодействия большого числа пространственных мод (рис. 1). Они отличаются друг от друга количеством «горбов» в распределениях  $|F(\xi)|$  и  $|I(\xi)|$  и набегом фаз  $\varphi_k$  и  $\varphi_l$  на длине системы. Хаотические автоколебания возникают после двух удвоений периода и возбуждения затем независимой частотной компоненты, то есть в результате разрушения квазипериодического режима. Однако шумовая

компонента при этом по сравнению с регулярной имеет малую мощность, поэтому автоколебания фактически представляют собой периодические колебания с наложенными на них слабыми хаотическими. В таком виде автоколебания существуют в параметрическом диапазоне  $A_{ch1} < A < A_{ch2} \approx 4.65$ , причем в решетках с разными  $\Delta \xi$  она возникает при меньших величинах  $A_{ch1}$ , чем рассчитанное точное значение  $A_{ch1} = 4.947$ . Однако выяснение точной величины  $A_{ch1}$  не представляет

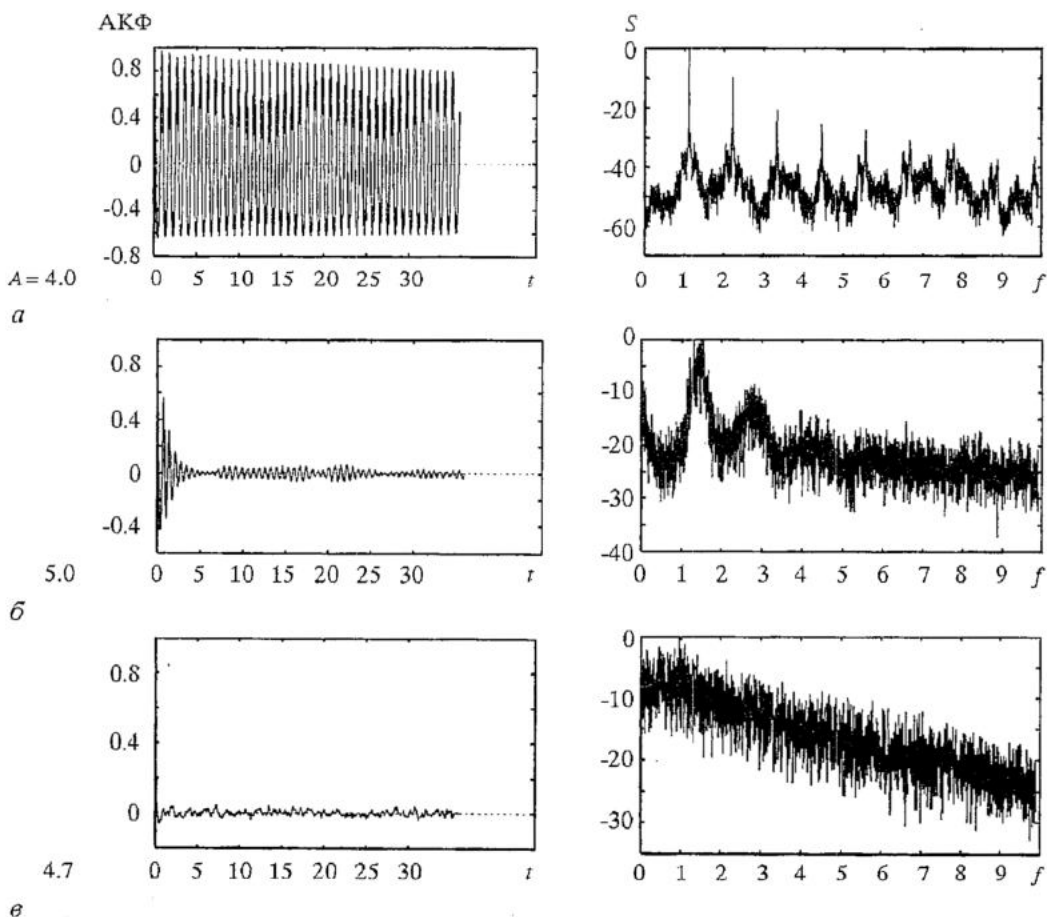


Рис. 2. Автокорреляционная функция АКФ и спектральная плотность  $S(f)$  в характерных случаях:  $A=4.0, D=0.0$  (а);  $A=5.0, D=0.0$  (б);  $A=4.7, D=0.3$  (в)



практического интереса из-за незначительности хаотических колебаний в достаточно широком параметрическом диапазоне выше бифуркационного значения. Поэтому исследование автоколебаний даже в такой модели ЛОВ, с большим числом пространственных структур, можно проводить на сетке с достаточно крупным шагом. Дополнительным доводом в пользу такого утверждения служат и результаты исследования влияния внешних шумов (см. ниже).

При  $A > A_{ch2}$  происходит резкое увеличение степени хаотизации, что особенно наглядно видно из сравнения поведения автокорреляционной функции и спектральной плотности при разных значениях  $A$  (рис. 2) и графиков зависимостей декремента  $\alpha(A)$  и отношения  $\alpha(A)/f_0(A)$  в отсутствие шума (рис. 3), рассчитанных на сетке с шагом  $\Delta\xi=0.005$ . Отметим, что поскольку в рассматриваемой системе автомодуляция возникает на частоте  $f_0 \approx 0.7$ , которая затем растет с увеличением  $A$ , то автоколебания можно было бы идентифицировать как развитые шумовые, в соответствии с (10), если выполнялось бы условие  $\alpha \geq 1$ . На самом деле с возрастанием  $A$  и значения декремента растет и частота  $f_0$ , так что отношение  $\alpha(A)/f_0(A)$  сохраняет при разумных значениях параметра  $A$  почти постоянное значение около 0.4, что существенно ниже определенного условием (10) значения  $\pi/2$  (рис. 3). Тем не менее значение  $\alpha \sim 1$  можно считать грубой оценкой бифуркационного значения декремента для режима развитых шумовых колебаний. Таким образом, сигнал приобретает заметную шумовую компоненту при  $A > A_{ch2} \approx 4.65$ , поскольку вблизи этого значения  $A$  декремент стремительно возрастает от значений  $\alpha \ll 1$  до  $\alpha \approx 0.2$  и затем продолжает расти с увеличением параметра неравновесности. Поэтому именно значение  $A_{ch2}$  должно рассматриваться как порог возбуждения развитых хаотических автоколебаний. Но поскольку найденное значение  $\alpha(A)/f_0(A) \approx 0.4$  довольно далеко от определенного условием (10) значения  $\pi/2$ , это означает, что спектр хаотических автоколебаний в широком диапазоне параметра неравновесности остается достаточно неоднородным, с заметной регулярной составляющей. Она обязана своим существованием почти периодическому формированию в пространстве взаимодействия импульсов электромагнитной волны, излучаемых затем через открытый конец системы (подробнее о механизме формирования импульсов см. в следующем разделе, а также в [3]).

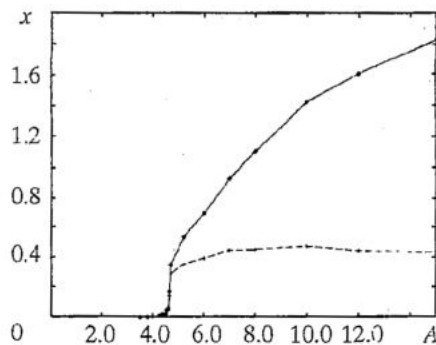


Рис. 3. Зависимость декремента  $\alpha$  (сплошная линия) и отношения  $\alpha/f_0$  (пунктирная) от параметра  $A$  в отсутствие шума

### Влияние аддитивного шума на динамику системы

1. Описанные в предыдущем разделе результаты моделирования показывают, что точное определение бифуркационного значения параметра, при котором возникают маломощные хаотические автоколебания, возможно только в дискретной решетке с очень большим ( $\geq 1000$ ) числом  $M$  узлов. При уменьшении  $M$  значение  $A_{ch1}$  смещается в сторону уменьшения, характеризуя уже не собственно РАС, а заменяющую ее при моделировании решетку. Смещение порога возбуждения хаоса объясняется тем, что в системе возбуждаются мелкомасштабные («высшие») пространственные структуры, которые не точно описываются сеткой с небольшим для данной системы числом узлов  $M \sim 100 \dots 200$ .

Это проявляется как возбуждение маломощного численного шума, который неотличим от динамического шума. С другой стороны, уровень хаотических колебаний при  $A < A_{ch2}$  мал и практического значения не имеет. Поэтому прежде всего были проведены эксперименты, в которых изучался вопрос, не приводит ли внешний шум к смещению значения  $A_{ch2}$ , при котором мощность хаотических колебаний начинает стремительно нарастать. Проведенные расчеты показали, что слабый шум в дискретных решетках с большим ( $M \sim 1500$ ) и малым ( $M \sim 200$ ) числом шагов приводит к одинаковой динамике, стирая разницу в деталях поведения, обусловленную численным шумом в решетке с малым числом узлов. Поэтому основные исследования, описываемые в данном разделе, также получены в экспериментах с  $\Delta\xi = 0.005$  ( $M = 200$ ).

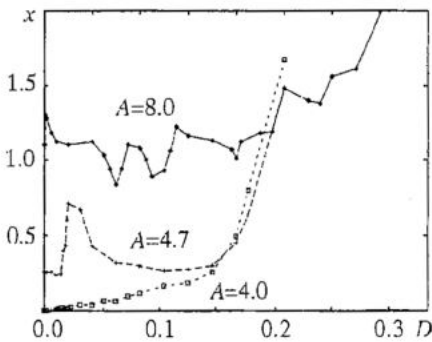


Рис. 4. Зависимость декремента  $\alpha$  от интенсивности шума  $D$  при нескольких характерных значениях параметра  $A$

несмотря на то, что в системе уже возбуждаются слабые хаотические колебания. Таким образом, внешний шум не стимулирует перехода системы в хаотический режим.

В системе с  $A=4.7$ , где в отсутствие шума  $\alpha \approx 0.35$ , то есть в системе с достаточно развитым динамическим хаосом, внешний шум может не только повышать степень хаотизации сигнала, но и стимулировать возникновение режимов, в которых уровень хаотичности сигнала примерно такой же, как и в автономной системе. В частности, из рис. 3 вытекает, что при  $D=0.02$  декремент в два примерно раза больше, чем при большем значении  $D=0.08$ . Это означает, что в последнем случае колебания более упорядочены, несмотря на большую амплитуду внешнего шума. Наглядное подтверждение этого вывода следует, в частности, из сравнения реализаций  $F(\tau)$  в обоих случаях (рис. 5, а и б). Только при достаточно большой интенсивности внешнего шума  $D \geq 0.2$  степень хаотизации существенно возрастает (рис. 5, в). Эта тенденция не нарушается и при больших значениях параметра  $A=8.0$  (см. рис. 4), хотя разница значений декремента при изменении  $D$  в разумных пределах ( $0 < D < 0.3$ ) не такая заметная, как в предыдущем случае. Отчасти это связано с тем, что и в отсутствие внешнего шума в системе возбуждаются достаточно развитые хаотические автоколебания. Поэтому внешний шум не может существенно изменить их характеристики. Тем не менее, при некоторых значениях параметра  $D$  наблюдается даже большая степень упорядоченности формы генерируемого сигнала, чем в автономной системе, когда  $\alpha(D) > \alpha(0)$ .

Можно предполагать, что такой эффект понижения степени хаотичности автоколебаний аналогичен эффектам резонансного воздействия внешнего шума [2] (хотя без проведения дополнительных исследований отстаивать это утверждение с полной уверенностью нельзя). Действительно, эффекты, связанные

2. Для определения влияния шума были проведены серии расчетов  $\alpha(D)$  при нескольких характерных значениях  $A=3.0, 4.0, 4.7, 8.0$  (рис. 4). При  $A=3.0$  в отсутствие внешнего шума генерируется периодический автомодуляционный режим без субгармоник основной частоты. Вводимый в систему шум фактически просто добавляется к генерируемому сигналу. Величина  $\alpha$  монотонно растет с увеличением параметра  $D$ , при этом увеличивается ширина спектральной линии, хотя спектр остается ярко окрашенным. Такое поведение демонстрирует и система с  $A_{ch2} \approx 4.0$  (рис. 4),

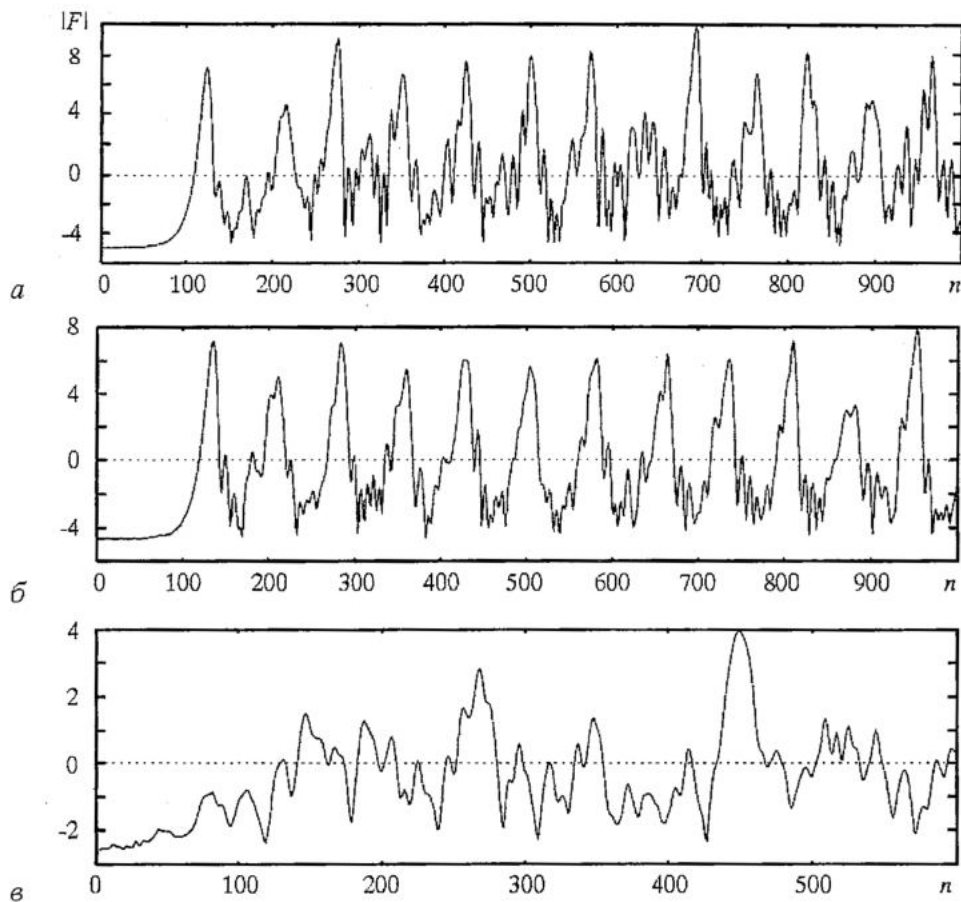


Рис. 5. Отрезки реализаций  $F_k(k)$  для системы с  $A=4.7$  при нескольких значениях интенсивности внешнего шума  $D$ : а - 0.02, б - 0.08, в - 0.3

с упорядочивающим влиянием внешнего шума на форму колебаний в системе, обычно предполагают наличие в системе характерного временного масштаба, разброс значений которого определяет степень хаотичности. Регулирующее действие шума связано, как правило, с тем, что шум изменяет (в частности, уменьшает) разброс значений характерного времени.

В анализируемой модели ЛОВ таким масштабом является время рождения больших импульсов амплитуды линейной волны из мелких пространственных осцилляций, остающихся в системе после ухода из нее предыдущих импульсов. В этот период времени в системе остается распределение поля с быстроменяющейся фазой и малой амплитудой. Из образовавшегося сложного пространственного распределения выделяется только основная линейная мода, если  $A < A_{2st} = 3\pi/2$ , и, по крайней мере, две линейные моды, если  $A > A_{2st}$ , где  $A_{2st}$  - стартовое значение параметра связи для второй линейной моды [5]. В первом случае процесс в отсутствие внешнего шума является периодическим (почти периодическим), поскольку каждый новый импульс развивается из одинакового распределения поля, соответствующего основной (одногогорбой) моде. Если в систему подается шум, то он будет изменять форму импульсов, так как они не очень мощные. Однако время следования импульсов изменяется незначительно.

Другая ситуация складывается при  $A > A_{2st}$ , когда нарастающими являются, по крайней мере, две моды. Распределение поля, предшествующее появлению импульса, теперь определяется суперпозицией мод и зависит от соотношения их

амплитуд и фаз. Поэтому различаются высота и форма импульсов, распределения амплитуд волн, возникающих после прохождения импульсов и, следовательно, время рождения следующего импульса. В целом последовательность импульсов в реализации  $F_0(\tau)$  будет непериодической и с возрастанием  $A$  становится все более хаотической. Когда в систему подается шум, он прежде всего действует на маломощные волновые структуры, существующие в системе в периоды между возбуждением мощных импульсов. Шум «размывает» эти структуры и выравнивает распределения амплитуд первой и второй линейных мод на этом этапе. В результате условия возникновения мощных импульсов становятся более похожими, и импульсы меньше отличаются друг от друга, несмотря на воздействие шума. Поэтому декремент АКФ может оставаться почти постоянным в широком диапазоне изменения параметра  $D$  (см. рис. 3). С другой стороны, если импульсы не очень мощные, то шум сильнее действует на импульсы, приводя к существенному различию их формы. Поэтому внешний шум может приводить как к повышению степени хаотичности автоколебаний, так и к их упорядочению. Это дает основания предполагать возможность управления характеристиками хаотических автоколебаний в ЛОВ, подавая в систему тем или иным способом внешний шум.

### Библиографический список

1. Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Автоколебания в распределенных системах «электронный поток - встречная (обратная) электромагнитная волна» // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С.9.
2. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы / Под ред. В.С. Анищенко. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999.
3. Четвериков А.П. Нелинейная динамика взаимодействующих встречных электромагнитной волны и электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т.2, №5. С. 46.
4. Лившиц Е.Н., Пятаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
5. Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1975.
6. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 20.06.2002

## OSCILLATIONS IN THE DISTRIBUTED SYSTEM OF INTERACTING BACKWARD WAVES AT THE PRESENCE OF FLUCTUATIONS

*N.B. Frolova, A.P. Chetverikov*

Both periodic and chaotic oscillations are studied numerically in the distributed dynamic system with interacting of backward linear and nonlinear waves at the presence of additive noise in nonlinear wave. Studied distributed system is the simplest model of the electronic backward wave oscillators with non-inertial bunching mechanisms. It is shown, that excitation of a lot of space modes is typical for such systems. It is found, that spectrum of chaotic oscillation near their excitation threshold is very non-uniform. In this case an external noise is «superimposed» on self-sustained oscillations. In the mode of

chaotic oscillations at high-current beam under the external noise influence, it may be both increase of chaos and regulating of generated signal form, exhibiting the properties inherent in effect of stochastic resonance.



*Фролова Наталья Борисовна* - родилась в Саратове (1975), окончила Саратовский государственный университет (1997). Аспирант кафедры электроники, колебаний и волн физического факультета СГУ. Научные интересы связаны с исследованием нелинейных динамических систем, находящихся под воздействием флуктуаций.



*Четвериков Александр Петрович* - родился в Новоузенске (1953), окончил Саратовский государственный университет (1975). Работал в НИИ механики и физики СГУ, затем на физическом факультете СГУ. В настоящее время профессор кафедры электроники, колебаний и волн. Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1981) и доктора физико-математических наук (1996), обе в СГУ. Область научных интересов: нелинейная динамика распределенных систем, вакуумная сверхвысокочастотная электроника, компьютерный эксперимент. Опубликовал более 70 работ в отечественных и зарубежных изданиях.



## **ФИЗИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ И ТРАНСПОРТИРОВКЕ ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ С БОЛЬШОЙ СХОДИМОСТЬЮ**

*В.С. Андрушкевич, Ю.Г. Гамаюнов*

Рассмотрены физические эффекты при формировании и транспортировке интенсивных электронных пучков, обусловленные влиянием поперечных тепловых скоростей электронов и нарушением азимутальной симметрии фокусирующего магнитного поля.

### **Введение**

Тенденция к укорочению длины волны, повышению выходной мощности усилителей О-типа и увеличению долговечности приборов заставляет уточнить и развить сложившиеся подходы и модели при анализе интенсивных электронных пучков. В частности, в мощных усилителях О-типа миллиметрового диапазона электронные пучки имеют высокую компрессию и большую удельную мощность, и для них остро встает проблема обеспечения высокого токопрохождения в пролетных каналах малого сечения. При этом такие факторы, как начальный тепловой разброс скоростей электронов на термокатоде и неизбежное на практике нарушение азимутальной неоднородности магнитного поля, начинают оказывать решающее влияние на формирование и транспортировку электронного пучка.

В настоящей работе изложены результаты исследований влияния на электронный пучок начальных поперечных тепловых скоростей электронов и закономерности транспортировки пучков при нарушении азимутальной однородности магнитного поля, приводящие к появлению эффектов и состоянию пучка, которые не предсказывались прежними моделями и теориями.

### **1. Влияние поперечных тепловых скоростей электронов в электронном пучке**

Наиболее последовательный подход к анализу тепловых пучков в рамках парааксиального приближения изложен в [1]. Этот подход основан на использовании модели аксиально-симметричного пучка с максвелловским распределением поперечных скоростей электронов на катоде и расчете двух характерных

траекторий электронов в тепловом пучке, одна из которых соответствует электрону, покидающему кромку катода с нулевой поперечной скоростью (нетепловой электрон), а вторая соответствует электрону, стартующему из центра катода с отличной от нуля скоростью (тепловой электрон). Если эти траектории будут найдены, то через них определяются все основные характеристики пучка: распределение плотности тока по сечению пучка, конфигурация пучка и пр. Оказывается, что задачу о тепловом пучке можно свести к нахождению только траектории нетеплового электрона, через которую затем выражаются характеристики пучка, если воспользоваться связью между функциями, описывающими траектории характерных электронов [1]. Подход [1] был обобщен в [2,3]: учтено в рамках самосогласованной задачи изменение осевой плотности пространственного заряда теплового пучка и использована ортогональная криволинейная система координат, связанная с формой пучка, что расширило возможности подхода при исследовании эффектов поперечных скоростей электронов в сходящихся пучках. Приведем основные уравнения для анализа тепловых пучков. Уравнение, описывающее траекторию нетеплового электрона, имеет вид [2,3]

$$(\varphi_H^2 U') + 4U\varphi_H \varphi_H'' + (i_0 \varphi_0^2 / \varphi_H^2) [n^2(x) \varphi_H^4 / \varphi_0^4 - (n_0^2 - 1)] = (i_0 / U^{1/2}) [1 - \exp(-P(x))], \quad (1)$$

где  $\varphi_H(x)$  - функция, описывающая траекторию нетеплового электрона;  $U(x)$ ,  $n(x)$  - осевые распределения потенциала и магнитного поля, соответственно, в единицах ускоряющего напряжения  $U_0$  и бриллюэновского поля для пучка радиусом  $r_0 = \varphi_0 \Phi_0$ ;  $n_0$  - превышение рабочего магнитного поля над бриллюэновским для пучка радиусом  $r_0$ ;  $i_0 = 0.0605 P_\mu / \mu^2$ ,  $P_\mu$  - микропервеанс,  $\mu = \Phi_0 / l$ ,  $\Phi_0$  - нормировочные величины поперечных и продольных размеров;

$$P(x) = P_{\min} / \sin^2 \{ [(n_0^2 - 1) / S]^{1/2} \varphi_0 i_0^{1/2} \int_0^x 1 / (\varphi_H^2(\xi) U^{1/2}) d\xi \}, \quad (2)$$

$$P_{\min} = 440 \lambda i_0 (n_0^2 - 1) / S, \quad (3)$$

$\lambda = P_\mu U_0 / T$  - параметр тепловых скоростей,  $T$  - температура катода,  $S = 1 / \varphi_0^2$  - компрессия пучка с нормированным радиусом  $\varphi_0$ . Введенная нормировка величин в (1) оказывается удобной для сопоставления характеристик теплового пучка и соответствующего ламинарного пучка (то есть в отсутствие теплового движения электронов). Уравнения (1)-(3) записаны в ортогональной криволинейной системе координат  $x$ ,  $q_2$ , используемой в теории формирования ламинарных пучков В.Т. Овчарова [4], в которой граничная траектория ламинарного пучка описывается функцией  $\varphi(x)$  и характеризуется поперечной криволинейной координатой  $q_2 = 1$ , а для всех внутренних траекторий  $q_2 < 1$ . В тепловом пучке траектории  $\varphi_H(x)$  уже соответствуют значениям криволинейных координат  $q_2$ , зависящих от продольной координаты  $x$ , так что  $\varphi_H(x) = q_2(x) \varphi(x)$ . Связь цилиндрических координат с криволинейными  $x$ ,  $q_2$  определяется выражениями

$$r/l = \mu q_2 \varphi(x) [1 - \mu^2 q_2^2 (\varphi')^2 / 2], \quad z/l = x - \mu^2 q_2^2 \varphi(x) \varphi'(x) / 2,$$

где функция  $\varphi(x)$  является решением уравнения (1) при  $\lambda = \infty$ , то есть при  $T = 0$ . В области, где  $U(x) \equiv 1$  и  $n(x) \equiv n_0$ , из (1) при  $\lambda = \infty$  имеем  $\varphi(x) = \varphi_0$ , и формулы упрощаются

$$r/l = \mu q_2 \varphi_0; \quad z/l = x. \quad (4)$$

Распределение плотности тока  $j(x, q_2)$  по сечению пучка имеет вид

$$j(x, q_2)/j_k = 2P(x)/\varphi_H^2(x) \int_0^1 \exp[-P(x)(q_{2\text{эф}}^2 + q_{2k}^2)] \times I_0[2P(x)q_{2\text{эф}}q_{2k}]q_{2k}dq_{2k}, \quad (5)$$

где  $q_{2\text{эф}} = q_2\varphi/\varphi_H$ ,  $I_0$  - функция Бесселя,  $q_{2k}$  - поперечная координата интегрирования по катоду.

Уравнения (1)-(5) дают возможность достаточно корректно исследовать тепловые пучки. Так, из формулы (5), а также из зависимостей рис. 1 видно, что тепловое движение электронов приводит к неравномерному распределению плотности тока по сечению пучка, причем этот эффект выражен заметнее при уменьшении функции  $P(x)$ . Учитывая связь функции  $P(x)$  с параметрами пучка, (2), (3), нетрудно понять, что наличие поперечных скоростей у электронов пучка приводит к его большему возмущению в случае, если пучок имеет высокую сходимость, малый первеанс и фокусируется магнитным полем с небольшим превышением его значения над бриллоуновским полем. Эта закономерность справедлива как в области формирования (в электронной пушке), так и в регулярной области фокусирующей системы при транспортировке пучка в пролетном канале. При этом возмущение пучка в области пушки проявляется в перераспределении плотности тока по сечению и приводит к уменьшению компрессии пучка и приближению кроссовера ближе к катоду. Нейтрализовать влияние поперечных скоростей электронов в пушке не представляется возможным. Однако уменьшить их влияние можно путем введения в пушку магнитного поля, которое будет как бы удерживать траектории тепловых электронов у силовых линий поля, причем это поле должно начинаться от катода.

В пролетном канале возмущение теплового пучка, естественно, будет зависеть от условий его формирования в пушке, а уровень токопрохождения в канале будет определяться минимально возможным поперечным размером пучка, то есть его предельным сжатием при заданных параметрах (ток, напряжение, диаметр и температура катода, уровень фокусирующего магнитного поля). Выясним, каковы условия предельного сжатия тепловых пучков. Предположим, что значения  $\lambda$ ,  $P_\mu$ ,  $n_0$ ,  $S$  пучка таковы, что  $\exp(-P_{\min}) \ll 1$  (например, для большинства ЭОС приборов миллиметрового диапазона, использующих для фокусировки пучка постоянное магнитное поле, это условие выполняется вполне удовлетворительно). В этом приближении уравнение (1) будет точно совпадать с уравнением граничной траектории обычного ламинарного пучка, и в пролетном канале, где  $U(x) \equiv 1$ ,  $n(x) = n_0$ , при распределении магнитного поля в пушке,

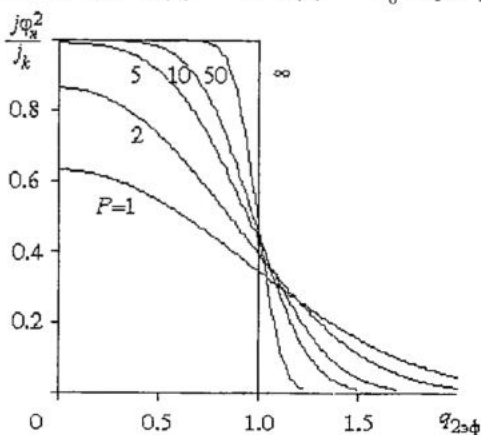


Рис. 1. Распределение плотности тока по сечению пучка

обеспечивающем согласованный ввод ламинарного пучка в канал, будем иметь  $\varphi_H(x) = \varphi_0$ . Иначе говоря, траектория нетеплового электрона в тепловом пучке будет совпадать с граничной траекторией обычного ламинарного пучка. Радиус  $r_p$  огибающей теплового пучка определим из формулы (4), подставив в нее значения поперечной криволинейной координаты  $q_2 = q_p(x)$  огибающей пучка. Значения  $q_p(x)$  следует находить, интегрируя распределение плотности тока (5) по сечению пучка, то есть по координате  $q_2$  в пределах, при которых получится заданный ток. Мы используем прибли-



женное выражение для  $q_p(x)$ , полученное в результате обработки таких численных расчетов.

$$q_p(x) = [(-2\ln(1 - J))/(2P(x))]^{1/2} \exp [0.06(2P(x))^{1/2}(1 - 1/6(2P(x))^{1/2})] + J^{1/2}[1 - \exp(-0.23(2P(x))^{1/2})], \quad (6)$$

где  $J$  - доля тока, содержащаяся в пределах огибающей. С учетом формул (4) и (6) для радиуса огибающей теплового пучка можно записать общее выражение

$$r_p/r_0 = q_p[P(x), \lambda S, n_0]. \quad (7)$$

Из (7) следует, что, поскольку функция  $P(x)$  (см. (2)) является периодической, вдоль канала имеет место периодическая последовательность возрастания и спада огибающей пучка, то есть его теплового ореола, причем в плоскостях, где  $P(x) = P_{\min}$ , ореол наиболее выражен,  $r_p > r_0$ ; напротив, там где  $P(x) = \infty$ , ореол отсутствует,  $r_p = J^{1/2}r_0$ , а распределение плотности тока по сечению оказывается таким же, как и в ламинарном пучке радиуса  $r_0$  (см. рис. 1).

Так как нас интересует предельное сжатие пучка, то необходимо выяснить, как можно уменьшить радиус огибающей теплового пучка в пучностях, где  $P(x) = P_{\min}$ . Удобно представить  $r_0$  и  $P_{\min}$  несколько в ином виде, используя бриллюэновский радиус  $r_{Br}$  пучка, соответствующий заданному уровню рабочего магнитного поля и параметрам пучка. В новых обозначениях для радиуса  $r_0$  [5] и величины  $P_{\min}$  имеем следующие выражения:

$$P_{\min} = 440\lambda i_0 k^2 / S_{Br}, \quad r_0 = r_{Br} [0.5 + 0.5(1 + 4k^2)^{1/2}]^{1/2}, \quad (8)$$

где  $k = B_k r_k^2 / B_0 r_{Br}^2$  - параметр экранировки катода,  $B_0$  - уровень рабочего магнитного поля;  $S_{Br} = r_k^2 / r_{Br}^2$  - компрессия по площади пучка с бриллюэновским радиусом.

С учетом формул (7)-(8) для радиуса огибающей в пучностях получим

$$r_p/r_{Br} = [0.5 + 0.5(1 + 4k^2)^{1/2}]^{1/2} q_p[P_{\min}(\lambda/S_{Br}, k)]. \quad (9)$$

Из формулы (9) следует, что при заданных параметрах пучка и уровне фокусирующего магнитного поля имеется единственная возможность воздействия на радиус теплового пучка в пучностях - это изменение параметра экранировки катода, то есть магнитного потока на катоде. На рис. 2 представлены зависимости  $r_p/r_{Br}$  от  $k$ , рассчитанные по формуле (9) для ряда значений  $\lambda/S_{Br}$ . Видно, что при некоторых  $k = k_{\text{opt}}$  радиус огибающей минимален. Физически наличие минимума у кривых рис. 2 можно объяснить влиянием двух противоположных факторов: увеличением равновесного радиуса пучка  $r_0$  (ф-ла (8)) при увеличении магнитного поля на катоде и одновременным уменьшением при этом теплового ореола. При малом магнитном потоке на катоде радиус теплового пучка увеличен за счет теплового ореола, а при большом магнитном потоке тепловой ореол мал, но радиус теплового пучка увеличивается,

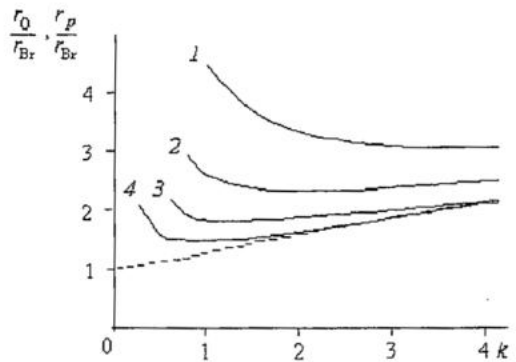


Рис. 2. Зависимость радиуса огибающей теплового пучка от параметра экранировки катода. Кривые 1-4 соответствуют величине параметра  $\lambda/S_{Br} = 0.05, 0.1, 0.2, 0.4$ ; величина токодержания  $J = 0.99$

приближаясь к радиусу ламинарного пучка (штриховая линия на рис. 2). Минимумы на кривых рис. 2 определяют радиус  $r_{p\min}/r_{Br}$  огибающей теплового пучка при его предельном сжатии. Таким образом, минимизируя (9), найдем связь  $r_{p\min}/r_{Br}$  с  $k=k_{opt}$  при предельном сжатии пучка для заданной величины  $\lambda/S_{Br}$ , определяемой параметрами холодного пучка. Результаты минимизации представлены на рис. 3. Из рис. 3, а видно, что  $(r_{p\min}/r_{Br}) > 1$  и  $k_{opt} > 0$  всегда. Это означает, что тепловой пучок не может быть сжат (в отличие от ламинарного пучка) до бриллюэновского радиуса и, главное, его предельно минимальный радиус может быть достигнут только в таких ЭОС, у которых катод пронизывается оптимальным магнитным потоком. При этом для каждой совокупности параметров пучка и уровня фокусирующего магнитного поля, характеризуемых обобщенным параметром  $\lambda/S_{Br}$ , существует свой оптимальный магнитный поток на катоде (параметр экранировки катода), при котором обеспечивается предельное сжатие пучка (рис. 3, б). Предельному сжатию теплового пучка будет соответствовать и его предельная компрессия  $S_{gr} = S_{Br} (r_{Br}/r_{p\min})^2$ . Используя зависимости рис. 3, очень просто решить задачу, на какой радиус  $r_{opt}$  «холодного» (ламинарного) пучка следует рассчитывать электронную пушку, чтобы соответствующий тепловой пучок имел предельную компрессию, то есть минимальный радиус огибающей при заданных параметрах пучка и поля. Действительно, для этого необходимо найти величину  $\lambda/S_{Br}$  и из зависимостей рис. 3 определить  $k_{opt}$ , а по формуле (8) вычислить  $r_0 = r_{opt}$ .

Таким образом, высказанная ранее исходя из физических соображений необходимость введения магнитного поля в область пушки и магнитного потока на катоде для минимизации возмущения в тепловом пучке подтверждается представленными расчетами. Поэтому оптимальными с точки зрения получения наилучшего токопрохождения теплового пучка в пролетном канале являются пушки с частичной магнитной экранировкой катода, у которых катод пронизывается соответствующим оптимальным магнитным потоком. Таким образом, модель теплового электронного пучка с максвелловским распределением скоростей термоэлектронов на катоде и описание этой модели на основе подхода [1] дает возможность выявить некоторые особенности таких пучков при их формировании и транспортировке.

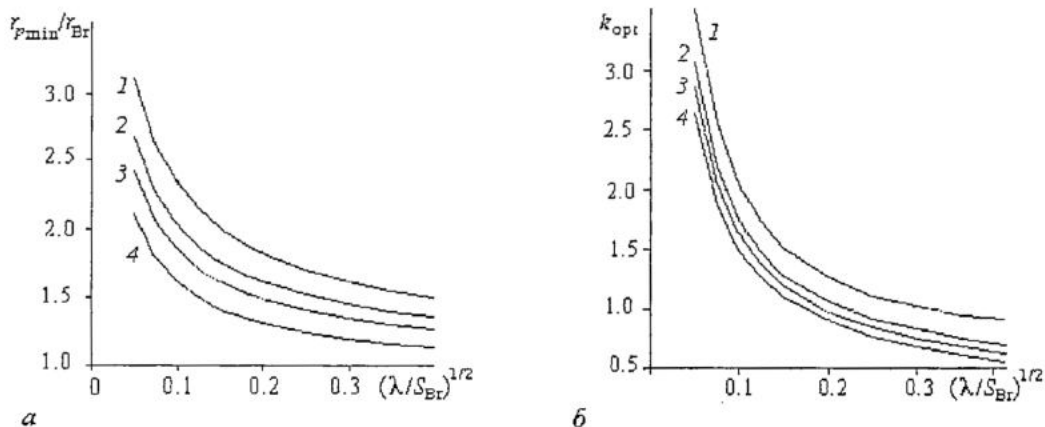


Рис. 3. Зависимость радиуса огибающей теплового пучка (а) и оптимального параметра экранировки катода (б) от величины  $\lambda/S_{Br}$  при предельном сжатии теплового пучка. Кривые 1-4 соответствуют токодержанию  $J = 0.99, 0.95, 0.9, 0.8$

## 2. Транспортировка электронных пучков при нарушении азимутальной симметрии магнитного поля

Одной из главных причин нарушения токопрохождения электронных пучков в пролетных каналах является наличие нерегулярных поперечных компонент магнитного поля как в униполярных полях, так и в магнитной периодической фокусирующей системе (МПФС).

Известно, например, что приемлемое токопрохождение в МПФС достигается путем последовательного и многократного поворота магнитных колец, при этом уровень нерегулярного поперечного магнитного поля практически не возмущается, а изменяется вдоль канала угол ориентации нерегулярных поперечных полей. Это указывает на особую роль угла ориентации поперечного поля на уровень токопрохождения.

На рис. 4 схематически представлен продольный и поперечный разрез пучка в пролетном канале. Полагаем, что электронный пучок имеет круговое сечение и обладает собственной азимутальной симметрией. При радиальном смещении электронного пучка в пролетном канале на его стенке будут наводиться заряды, которые создадут электрическое поле, воздействующее на электроны пучка. Насколько нам известно, ранее этот эффект не учитывался. Действие наведенных на стенках канала зарядов можно свести к действию зеркального ниточного заряда, находящегося относительно центра пролетного канала на расстоянии  $D=a^2/r$ . Если погонный заряд пучка  $q_0$ , то напряженность поля в центре пучка, создаваемая зеркальным зарядом, равна

$$E = -q_0 r / [2\pi\epsilon_0 a^2 (1 - r^2/a^2)],$$

где  $a$  и  $r$  показаны на рис. 4. В рамках параксиального приближения

$$E = -q_0 r / [2\pi\epsilon_0 a^2].$$

Составляя уравнение движения для центрального электрона пучка в векторной форме и переходя к комплексной поперечной координате  $\tilde{r}$ , получим [6]

$$d^2\tilde{r}/dz^2 - i\beta(z)d\tilde{r}/dz - \eta q_0 \tilde{r} / (2\pi\epsilon_0 a^2 v_0^2) - i\dot{\beta}(z)\tilde{r}/2 = (-i\eta/v_0)B_{\perp}(z), \quad (10)$$

где  $\beta = \eta B_0(z)/v_0$ ;  $\eta = e/m$ ;  $v_0 = (2\eta U_0)^{1/2}$ ,  $U_0$  - потенциал пучка;  $B(z)$  - индукция поля на оси,  $B_{\perp}(z) = |B_{\perp}(z)| \exp(i\psi(z))$ ,  $i$  - мнимая единица.

В случае  $B(z) = B_0 = \text{const}$  общее решение (10) имеет вид

$$\tilde{r}(z) = C_1 \exp[i\beta(1+m)z/2] + C_2 \exp[i\beta(1-m)z/2] +$$

$$+ \exp[i\beta(1-m)z/2] / (mB_0) \int_0^z |B_{\perp}(z_1)| \exp[i(\psi(z_1) - \beta(1-m)z_1/2)] dz_1 - \quad (11)$$

$$- \exp[i\beta(1+m)z/2] / (mB_0) \int_0^z |B_{\perp}(z_1)| \exp[i(\psi(z_1) - \beta(1+m)z_1/2)] dz_1,$$

где  $m = [1 - p/(\pi\epsilon_0 a^2 (2\eta)^{1/2} \beta^2)]^{1/2}$ ,  $p = I/U_0^{3/2}$  - первеанс пучка.

В случае ламинарного пучка

$$m = [1 - (bB_{Br}/(aB_0))^2]^{1/2}, \quad (12)$$

где  $B_{Br}$  - индукция бриллюэновского магнитного поля. Реально  $1 < (B_0/B_{Br}) < 3$ ,  $0.4 < (b/a) < 0.7$ , поэтому  $0.7 < m < 0.93$ , то есть параметр  $m$  близок к единице.

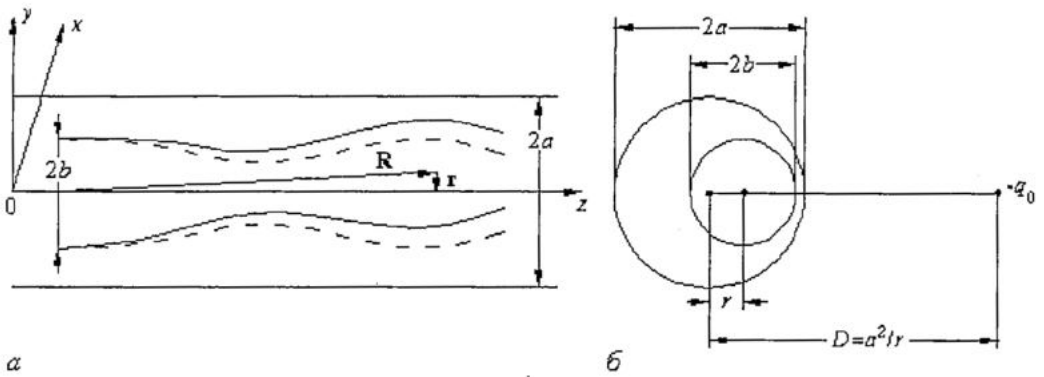


Рис. 4. Схематическое изображение продольного (а) и поперечного (б) сечения электронного пучка

Пусть  $|B_{\perp}(z)|=0$ , тогда решение (11) описывает собственное поперечное движение центра электронного пучка. Это движение характеризуется медленным азимутальным дрейфом  $C_2 \exp[i\beta(1-m)z/2]$ , на который накладываются быстрые осцилляции с амплитудой  $C_1$ . Физическая картина здесь проста: мы имеем типичный азимутальный дрейф в скрещенных электрических и магнитных полях: поперечного электрического поля зеркального заряда и продольного фокусирующего магнитного поля. Теперь рассмотрим вынужденное поперечное движение ( $C_1 = C_2 = 0, |B_{\perp}(z)| \neq 0$ ). При выполнении условия

$$\psi(z) - \beta(1 - m)z/2 \approx 0 \quad (13)$$

имеем

$$\tilde{r}(z) \approx \exp[i\beta(1 - m)z/2] / (mB_0) \int_0^z |B_{\perp}(\xi)| d\xi. \quad (14)$$

Второй интеграл в (11) даст лишь малую осциллирующую добавку к  $\tilde{r}(z)$ . Из (14) следует, что радиальное смещение центра пучка  $|\tilde{r}(z)|$  непрерывно возрастает, а сам центр совершает медленный азимутальный дрейф. Фактически (13) есть условие пространственного резонанса между собственным медленным поперечным движением и поперечным магнитным полем. Если  $|B_{\perp}| = \text{const}$ , то (14) демонстрирует типичное секулярное решение. Не меняя  $\psi(z)$  в (11), изменим лишь направление магнитного поля (знак при  $\beta$ ). Получаем

$$\psi(z) + \beta(1 - m)z/2 \approx \beta(1 - m)z.$$

Первый интеграл в (11) примет вид

$$\tilde{r}(z) = |B_{\perp}| / (mB_0) \sin(\beta(1 - m)z/2) / [(1 - m)\beta/2]. \quad (15)$$

Второй интеграл в (11) даст опять лишь слабое возмущение величины  $\tilde{r}(z)$ , определяемое (15). Таким образом, изменение направления фокусирующего магнитного поля в корне изменило характер поперечного движения центра пучка: пучок лишь медленно колеблется в поперечном направлении. Отмеченный эффект дает ответ на многолетнюю загадку: почему в длинных пролетных каналах наблюдается изменение токопрохождения пучка при смене направления тока в катушках многосекционного соленоида, создающего фокусирующее поле?

Если же в соотношении (11) будет выполнено условие

$$\psi(z) - \beta(1 + m)z/2 \approx 0,$$

то кумулятивный эффект поперечного смещения пучка будет определяться вторым интегралом выражения (11). Поскольку  $m$  близко к единице, то этот резонанс соответствует циклотронному резонансу, подправленному влиянием наведенных зарядов. Практически наиболее опасен резонанс, определяемый соотношением (13), причем даже при заметном отклонении от этого резонанса кумулятивные эффекты поперечного смещения пучка еще проявляются достаточно заметно [7].

Напомним, что проведенное рассмотрение предполагало, что сечение пучка в любой плоскости  $z = \text{const}$  - круговое. Однако электрическое поле зеркального заряда существенно неоднородно: наиболее сильно оно действует на ближайшие к стенке канала электроны пучка, слабее - на удаленные. Это может разрушать круговую симметрию пучка. Если мысленно будем двигаться вдоль канала со скоростью  $v_0$  вместе с любым выделенным диском пучка, то в подвижной системе координат пучок как целое будет вращаться относительно оси пролетного канала с частотой  $\omega_M = \omega_c(1-m)/2$  ( $\omega_c = \eta B_0$ ). Это будет приводить к периодическому приближению электронов к стенке канала и удалению. Для количественного рассмотрения поперечной деформации пучка была использована модель пучка из 81 нити тока с одинаковым погонным зарядом каждой нити. Каждой нити тока соответствовал свой зеркальный заряд. При расчете предполагалось, что электронный пучок согласован с магнитным полем и на входе в пролетный канал вращается относительно своей оси с частотой, определяемой теоремой Буша

$$\omega = (\omega_c/2)\{1 - [1 - (B_{Br}/B_0)^2]^{1/2}\}. \quad (16)$$

Разностная частота  $\omega_p = \omega - \omega_M$  в этом случае и будет частотой периодического усреднения неоднородности электрического поля, способствующего поддержанию кругового сечения пучка.

Согласно (12) и (16)

$$\omega_p = (\omega_c/2)\{[1 - (bB_{Br})^2/(1 - r_0^2/a^2)]^{1/2} - [1 - (B_{Br}/B_0)^2]^{1/2}\}.$$

Очевидно, что максимальное поперечное возмущение пучка следует ожидать при  $z = z_1$ , когда  $\omega_p z_1 / v_0 \sim \pi$ , а минимальное - при  $z = z_2$  и  $\omega_p z_2 / v_0 \sim 2\pi$ , то есть когда пройдет усреднение.

На рис. 5 представлены результаты расчета деформации поперечного сечения пучка при различных ситуациях. Расчеты проводились с такими данными: радиус канала  $a = 2.65$  мм, длина канала 412 мм, радиус электронного пучка, сформированного пушкой,  $b = 1.65$  мм, ускоряющее напряжение  $U_0 = 8000$  В. Точкой (пересечение линий) на рис. 5 обозначено положение центра пучка в численной модели. Положение центра пучка в аналитической модели (как показывают расчеты) практически точно совпадает с положением центра численной модели вплоть до начала осаждения пучка на стенки канала. Это свидетельствует об удачном выборе аналитической модели. На рис. 5, а представлены поперечные сечения пучка в трех плоскостях ( $z = 0; 103; 309$  мм) при исходном начальном смещении  $r(0)/(a-b) = 0.75$ , первеансе пучка  $P_\mu = 1.4$  и значении  $B_0/B_{Br} \approx 1.27$ ; поперечное магнитное поле отсутствует. Этот рисунок подтверждает предсказанную выше деформацию пучка. Рис. 5, б соответствует  $B_0/B_{Br} \approx 1.05$ , то есть высокой частоте усреднения  $\omega_p$ . Видно, что пучок в этом случае всегда имеет сечение, близкое к круговому. Рис. 5, в соответствует микропервеансу  $P_\mu = 0.35$  и  $B_0/B_{Br} = 2.53$ , очень малой частоте усреднения  $\omega_p$  и тем самым длительному накопительному эффекту деформации сечения пучка. На рис. 5, г представлено последнее сечение пучка в плоскости  $z = 825$  мм (превышает реальную длину канала). Рис. 5, г соответствует случаю однонаправленного поперечного

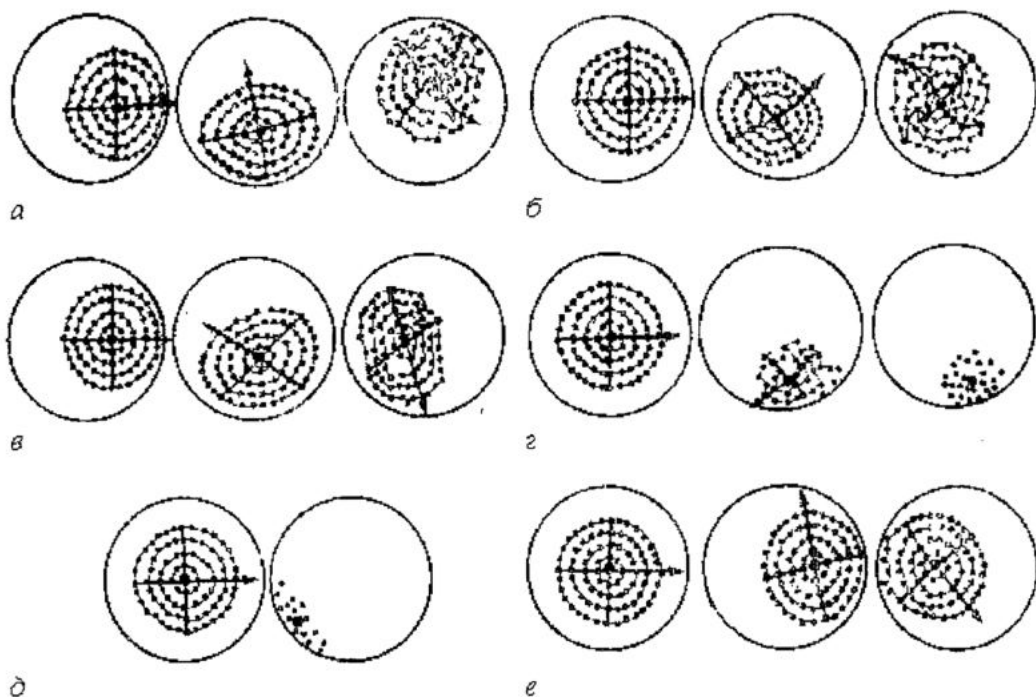


Рис. 5. Сечение электронного пучка при различных значениях фокусирующего магнитного поля и поперечной компоненты поля

магнитного поля при  $B_{\perp}/B_0 = 1.4\%$  и  $P = 1.4$ . В конце канала ( $z=412$  мм) не осевшим оказалось 30% пучка. На рис. 5, д представлен тот же случай, но добавлено условие пространственного резонанса (13). Оказалось, что уже на длине  $z=206$  мм наблюдается почти полное осаждение пучка, что подтверждает особую роль пространственного резонанса, определяемого соотношением (13). На рис. 5, е представлен случай, когда при том же уровне поперечного поля и первичном уровне пучка изменено лишь направление продольного магнитного поля; видно, что в полном согласии с соотношением (15) происходят лишь поперечные колебания пучка. Представленные результаты относятся к случаю транспортировки пучка при использовании униполярного фокусирующего магнитного поля. Пожалуй, более вероятным является возникновение пространственного резонанса и нарушение токопрохождения в МПФС. Не вдаваясь в детали решения для случая МПФС (решение подробно изложено в [8]), отметим, что приближенное условие пространственного резонанса имеет вид

$$\psi(\xi) = \pm \mu \xi, \quad (17)$$

где  $\psi(\xi)$  - угол ориентации поперечного магнитного поля;  $\xi = (2\pi/L)z$ ;  $L$  - период МПФС;  $\mu = \alpha m_e$ ,  $\alpha = \eta B_e L / (4\pi v_0)$ ,  $v_0$  - продольная скорость электронов пучка,  $B_e = B_0 / 2^{1/2}$ ,  $B_0$  - амплитуда поля в МПФС, параметр  $m_e$  имеет вид (12), но определен через эффективное поле  $B_e$ . Как видно из (17), здесь возможен резонанс как с правой, так и с левой поляризацией поперечного магнитного поля. Расчеты показывают, что при типичном уровне нерегулярных поперечных полей в МПФС при выполнении условий одного из резонансов (17) уже через 2-3 периода начинается быстрое осаждение пучка на систему.

## Закключение

Проведенное рассмотрение показало, что при формировании и транспортировке тонких протяженных интенсивных электронных пучков существенное значение приобретает неупорядоченное тепловое движение электронов, ухудшающее токопрохождение пучка в канале и ограничивающее предельную компрессию пучка. Введение магнитного поля на катоде оказывает существенное влияние на расплывание пучка в пролетном канале и минимизирует его возмущение. Выявлена принципиальная роль наведенных на стенках канала зарядов при транспортировке электронных пучков с нарушением азимутальной симметрии фокусирующего магнитного поля. Впервые найдены условия пространственного резонанса между пучком и поперечным магнитным полем, приводящего к быстрому осаждению пучка на стенках канала. Это относится как к униполярному магнитному полю, так и к полю МПФС. Поэтому одна из основных задач обеспечения устойчивого токопрохождения пучка в канале - создание условий для разрушения пространственного резонанса. На основе сопоставления аналитического решения по упрощенной модели пучка и численного решения по более точной модели выявлено их очень хорошее соответствие. Выявлены закономерности деформации поперечного сечения пучка вдоль оси канала, обусловленные действием электрического поля наведенных зарядов.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 01-02-16681.*

### Библиографический список

1. *Кириштейн П., Кайно У., Уотерс У.* Формирование электронных пучков. М.: Мир, 1970.
2. *Андрушкевич В.С., Гамаюнов Ю.Г., Гришаев И.Е., Гольденберг Т.В.* Синтез электронно-оптических систем с учетом тепловых скоростей электронов // Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ. 1982. Вып 1. (357).С. 37.
3. *Гамаюнов Ю.Г., Тореев А.И., Патрушева Е.В.* Влияние прикатодных условий на возмущение и предельное сжатие интенсивных электронных пучков при наличии начальных тепловых скоростей электронов // Радиотехника и электроника. Т.46. 2001. Вып. № 4. С. 1.
4. *Невский П.В. Теория В.Т. Овчарова и примеры ее использования при расчете ЭОС ЭВП // Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. 1989. Вып 15. С.48.*
5. *Молоковский С.И., Сушков А.Д.* Интенсивные электронные и ионные пучки. М.: Энергоиздат, 1991.
6. *Андрушкевич В.С.* Эффекты поперечных смещений тонких протяженных электронных пучков при нарушении аксиальной симметрии магнитного поля. Часть 1. Постановка задачи. Модель. Уравнения // Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ. 1982. Вып. 8. С.44.
7. *Андрушкевич В.С.* Анализ условий токопрохождения электронных пучков в пролетных каналах при нарушении аксиальной симметрии фокусирующего магнитного поля // Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ. 1986. Вып.4. С.47.
8. *Андрушкевич В.С., Сахаджи В.Ю.* Закономерность токопрохождения интенсивных пучков при нарушении азимутальной симметрии периодического магнитного поля // Известия вузов. Сер.1. Радиоэлектроника. 1989. Вып.10. С.56.

*Саратовский государственный  
университет*

*Поступила в редакцию 18.05.02*

# PHYSICAL EFFECTS AT FORMATION AND TRANSPORTATION OF INTENSIVE ELECTRON BEAMS WITH HIGH CONVERGENCE

*V. S. Andrushkevich, Y.G. Gamayunov*

Physical effects at formation and transportation of intensive electron beams caused by influence of transversal thermal electron velocities and disturbance of magnetic focusing fields axial symmetry have been considered.



*Андрушкевич Владимир Степанович* - родился в Саратове (1929), окончил Саратовский госуниверситет (1954). После окончания университета работает в СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1964) и доктора физико-математических наук (1987) в области вакуумной и плазменной электроники. Опубликовал более 100 работ по указанным направлениям.



*Гамаюнов Юрий Григорьевич* - родился в Саратове (1938), окончил Саратовский госуниверситет (1960). В СГУ работает с 1962 года. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1971) в области вакуумной и плазменной электроники. Опубликовал более 50 работ по указанным направлениям.





## О ВЛИЯНИИ АКУСТИЧЕСКОГО ЗАТУХАНИЯ В СЛОЯХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ОБЪЕМНЫХ УПРУГИХ ВОЛН ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКАМИ КЛАССА 6mm С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ ОСИ 6

*М.А. Григорьев, А.В. Толстиков, Ю.Н. Навроцкая*

Рассмотрен электроакустический преобразователь на основе пьезоэлектрика класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 с электродами конечной толщины и с учетом акустического затухания в его слоях. Получена система уравнений для расчета импеданса преобразователя, сопротивлений излучения сдвиговой и продольной волн, отношения мощностей этих волн в звукопроводе, а также коэффициентов преобразования для поперечной и продольной волн. Приведены результаты численного анализа влияния затухания в конкретном преобразователе диапазона 15 GHz.

### Введение

Рассмотрим СВЧ-преобразователь объемных акустических волн, представляющий собой трехслойный пьезоэлемент (металл - пьезоэлектрик - металл), в котором применен пьезокристалл класса 6mm (например,  $ZnO$ ,  $CdS$ ) с произвольной ориентацией оси симметрии 6-го порядка по отношению к торцу звукопровода. В отличие от работы [1] проанализируем влияние акустического затухания в указанных слоях. Насколько нам известно, подобный анализ пока не проводился. Он особенно важен при разработке пьезоэлектрических преобразователей для частот выше 10 ГГц, где рост поглощения упругих волн может сильно отразиться на их работе. Требуемая толщина пьезоэлектрика уменьшается с ростом частоты, что, казалось бы, ослабляет влияние в нем акустических потерь. В действительности это не так. Увеличение затухания с ростом частоты обгоняет его снижение за счет уменьшения толщины. Акустическое затухание при комнатной температуре растет пропорционально квадрату частоты, а требуемая толщина пьезоэлектрика уменьшается примерно по линейному закону. Что касается металлических электродов, то снижение затухания в них за счет уменьшения толщины ограничивается стремлением не допустить существенного падения электропроводности.

Рассматриваемая модель (рис. 1) состоит из бесконечного в направлении оси  $x_3'$  звукопровода 4, металлических электродов 1 и 3, к которым подводится переменное СВЧ-напряжение, а также пьезоэлектрика 2, помещенного между указанными электродами и ориентированного таким образом, что ось  $x_2$

кристаллофизической системы координат перпендикулярна плоскости рисунка, а  $x_3$  образует угол  $\theta$  с нормалью  $\mathbf{n}$  к торцу звукопровода. Рассмотрение такой ориентации пьезоэлектрика не приводит к потере общности благодаря изотропности упругих свойств гексагональных кристаллов в плоскости, перпендикулярной оси 6. Металлические электроды и звукопровод будем считать изотропными, либо кристаллическими, но ориентированными своими продольными нормальными вдоль оси  $x_3'$ . Электропроводность пьезоэлектрика и диэлектрические потери в нем положим равными нулю.

Пьезоэлемент, включенный в СВЧ-цепь, обладает частотно зависимым импедансом, активная составляющая которого поглощает электромагнитную мощность. Она расходуется как на возбуждение в звукопроводе акустических волн (продольной и поперечной), так и на потери.

Эффективность преобразователя в целом, включая и возбуждающую систему, характеризуется коэффициентом электроакустического преобразования  $\eta$ , определяемым формулой

$$\eta = P_{ac}/P_+, \quad (1)$$

где  $P_{ac}$  - мощность возбужденной акустической волны;  $P_+$  - мощность прямой электромагнитной волны в линии, подводящей энергию к преобразователю.

Поскольку

$$P_{ac} + P_{los} = P_+ (1 - |\Gamma|^2), \quad (2)$$

где  $P_{los}$  - мощность потерь,  $|\Gamma|$  - модуль коэффициента отражения в линии, то будем иметь

$$\eta = (1 - |\Gamma|^2)[R_{rad}/(R_{rad} + R_{los})]. \quad (3)$$

Здесь  $R_{rad}$  - активное сопротивление излучения пьезоэлемента,  $R_{los}$  - сопротивление потерь.

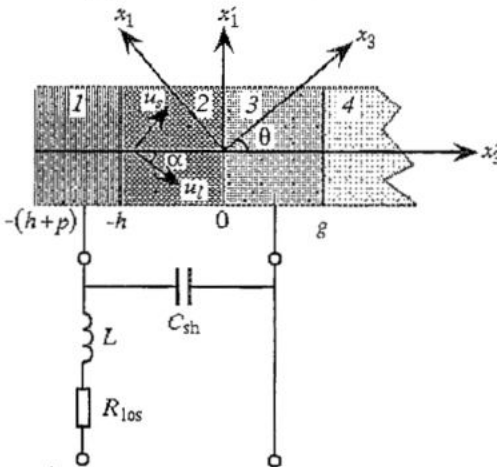


Рис. 1. Анализируемый пьезопреобразователь: 1 - металлический электрод-надслой,  $p$  - его толщина; 2 - пьезоэлектрик,  $h$  - его толщина; 3 - металлический электрод-подслой,  $g$  - его толщина; 4 - звукопровод

Величину  $|\Gamma|$  нетрудно найти, если известен импеданс нагрузки  $Z_L$  в некотором сечении линии, имеющей волновое сопротивление  $Z_0$ ,

$$|\Gamma| = (Z_L - Z_0)/(Z_L + Z_0). \quad (4)$$

Здесь  $Z_L$  находится как результат трансформации возбуждающей системой импеданса преобразователя и сопротивления потерь. На рис. 1 к пьезоэлементу подключена LCR цепочка, соединяющая его с передающей линией. Она состоит из паразитной шунтирующей емкости  $C_{sh}$ , индуктивности соединительного проводника  $L$  и его активного сопротивления  $R_{los}$ . Таким образом, первоочередной задачей является вычисление импеданса пьезоэлемента  $Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$ .

### Амплитуды упругих волн в пьезоэлектрике

Переменное электрическое поле, направленное вдоль оси  $x_3'$ , совпадающей с нормалью  $\mathbf{n}$ , в общем случае приводит к возбуждению в пьезоэлектрике

квазипродольной и квазипоперечной упругих волн, поляризованных в плоскости рисунка.

Учитывая, что у реальных преобразователей поперечные размеры значительно больше толщины его слоев, примем [1]

$$\rho \partial^2 u_i / \partial t^2 = \partial T_{i3} / \partial x_3', \quad (5)$$

$$T_{i3} = c'_{i33} \partial u_i / \partial x_3' - e'_{3i3} E_3, \quad (6)$$

$$D_3 = e'_{3i3} \partial u_i / \partial x_3' + \epsilon'_{33} E_3, \quad (7)$$

$$\partial D_3 / \partial x_3' = 0, \quad (8)$$

где  $u_i$  -  $i$ -я компонента вектора смещения ( $i=1,3$ );  $T_{i3}$  - компонента тензора упругого напряжения;  $E_3$  - напряженность переменного электрического поля, направленного вдоль оси  $x_3'$ ;  $c', e', \epsilon'$  - компоненты тензоров, соответственно, жесткости, пьезомодуля, диэлектрической проницаемости, найденные для системы координат  $x_1', x_2', x_3'$ , повернутой вокруг оси  $x_2$  на угол  $\theta$ ;  $\rho$  - плотность пьезоэлектрика;  $D_3$  - компонента вектора электрического смещения, не зависящая на основании уравнения (8) от координаты.

Будем считать, что акустическое затухание слабо сказывается на величинах скоростей звука. Поэтому для квазипродольной и квазипоперечной волн в пьезоэлектрике воспользуемся зависимостями скоростей и направлений поляризации от угла  $\theta$ , полученными в работе [2] для случая, когда затухания нет,

$$v_{LS}^2 = (c_{55}^* + c_{33}^*) / (2\rho) \pm \{ [(c_{55}^* - c_{33}^*) / (2\rho)]^2 + [c_{35}^* / (2\rho)]^2 \}^{1/2}, \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2c_{35}^* / (c_{33}^* - c_{55}^*),$$

где

$$c_{55}^* = c_{55}' + (e_{35}')^2 / \epsilon_{33}',$$

$$c_{35}^* = c_{35}' + e_{35}' e_{33}' / \epsilon_{33}', \quad (10)$$

$$c_{33}^* = c_{33}' + (e_{33}')^2 / \epsilon_{33}'.$$

Здесь и ниже индексы  $L$  и  $S$  относятся к квазипродольной и квазипоперечной волнам, соответственно;  $\alpha$  - угол (см. рис. 1), характеризующий направление векторов смещения. В приведенных выражениях использованы матричные обозначения компонент тензоров жесткости и пьезомодулей.

В дальнейшем будем учитывать акустическое затухание во всех средах преобразователя, введя комплексные постоянные распространения.

Для пьезоэлектрика

$$\Gamma_{SL} = \beta_{SL} - j\alpha_{SL}, \quad (11)$$

где  $\beta_{SL}$  - волновые числа для  $L$  или  $S$  волн:  $\beta_{SL} = \omega / v_{SL}$ ,  $\omega$  - круговая частота,  $\alpha_{SL}^{(2)}$  - коэффициенты затухания, зависящие от частоты  $f$  по закону

$$\alpha_{SL} = A_{SL} f^2, \quad (12)$$

$A_{SL}$  - константы затухания, выраженные в единицах  $[1/(\Gamma \text{ц}^2 \text{м})]$ .

Для остальных сред, в которых могут существовать только чистые моды упругих волн,

$$\Gamma_i^{(k)} = \beta_i^{(k)} - j\alpha_i^{(k)}, \quad (13)$$

где верхний индекс ( $k$ ) означает номер среды ( $k=1,3,4$ ), а нижний -  $i$  указывает направление вектора смещения волны:  $i=1$  - вдоль оси  $x_1'$  (поперечная волна),  $i=3$  - вдоль оси  $x_3'$  (продольная волна). Волновые числа и коэффициенты затухания выражаются следующими формулами:

$$\beta_i^{(k)} = \omega/v_i^{(k)}, \quad (14)$$

$$\alpha_i^{(k)} = A_i^{(k)} f^2.$$

В ограниченном с двух сторон пьезоэлектрике должны одновременно существовать прямые и обратные упругие волны.

$$u_L = B_L^+ \exp(-j\Gamma_L x_3') + B_L^- \exp(j\Gamma_L x_3'), \quad (15)$$

$$u_S = B_S^+ \exp(-j\Gamma_S x_3') + B_S^- \exp(j\Gamma_S x_3'), \quad (16)$$

где  $B_L^+$ ,  $B_S^+$ ,  $B_L^-$ ,  $B_S^-$  - комплексные амплитуды прямых и обратных квазипродольных и квазипоперечных волн при  $x_3'=0$ .

Амплитуды компонент вектора смещения, в которые вносят свой вклад  $L$  и  $S$  волны, можно записать следующим образом:

$$u_1^{(2)}(x_3') = u_L(x_3') \sin \alpha + u_S(x_3') \cos \alpha, \quad (17)$$

$$u_3^{(2)}(x_3') = u_L(x_3') \cos \alpha - u_S(x_3') \sin \alpha. \quad (18)$$

Величины  $B_{S,L}^+$  могут быть найдены из граничных условий, выражающих непрерывность компонент упругого напряжения и смещения, а если граница свободна, то равенство нулю на ней упругого напряжения [3]. Для нахождения электрического импеданса достаточно знать лишь амплитуды волн, существующих в пьезоэлектрике. Чтобы получить требуемые для этой цели четыре уравнения, воспользуемся понятием акустического импеданса. Последний для волн, распространяющихся вдоль оси  $x_3'$  со смещением вдоль оси  $x_i'$ , определим следующим образом:

$$Z_i^{(k)}(x_3') = -T_{i3}^{(k)}(x_3')/u_i^{(k)}(x_3'), \quad (19)$$

где  $u_i^{(k)}$  -  $i$ -я компонента вектора смещения в  $k$ -й среде. В пьезоэлектрике величина  $u_i^{(k)}$  складывается из проекций смещений  $L$  и  $S$  волн на соответствующие координатные оси (см. формулы (17) и (18)), а в остальных средах это и есть смещения «чистых» продольных или сдвиговых волн. Равенство на границе двух сред компонент смещения, а также компонент упругого напряжения позволяет заключить, что должны быть равны и акустические импедансы. Для сред, граничащих с пьезоэлектриком, нетрудно заранее найти эти импедансы как для продольных, так и для поперечных волн. Тогда условия на границах пьезоэлектрика примут вид

$$T_{i3}^{(2)}(-h) + Z_i^{(1)}(-h) j \omega u_i^{(2)}(-h) = 0, \quad (20)$$

$$T_{i3}^{(2)}(0) + Z_i^{(3)}(0) j \omega u_i^{(2)}(0) = 0. \quad (21)$$

Импеданс  $Z_i^{(1)}(-h)$  в слое 1 на границе пьезоэлектрика при  $x_3'=-h$  для волны со смещением вдоль  $i$ -й координаты можно найти, если учесть, что на свободной границе при  $x_3'=-h$  полное акустическое сопротивление равно нулю. Таким образом, слой 1 является отрезком короткозамкнутого акустического волновода с затуханием. Для него сопротивление выражается формулой

$$Z_i^{(1)}(-h) = -Z_{0i}^{(1)} \operatorname{th}(j\Gamma_i^{(1)}p), \quad (22)$$

где  $p$  - толщина 1-й среды (надслоя),  $Z_{0i}^{(1)}$  - комплексное акустическое волновое сопротивление 1-й среды для поперечной ( $i=1$ ) или продольной ( $i=3$ ) волн. Для среды с номером ( $k$ ), как следует из (13) и (19), величина  $Z_{0i}^{(k)}$  выражается формулой

$$Z_{0i}^{(k)} = \rho^{(k)} v_i^{(k)} (1 - j v_i^{(k)} \alpha_i^{(k)} / \omega). \quad (23)$$

Здесь  $v_i^{(k)}$ ,  $\rho^{(k)}$ ,  $\alpha_i^{(k)}$  - соответственно скорость звука, плотность и коэффициент затухания в  $k$ -ой среде

Аналогично можно найти импеданс  $Z_i^{(3)}(0)$  в среде 3 на другой границе пьезоэлектрика при  $x_3' = 0$ . Для выбранной волны ( $i=1$  или 3) среда 3 служит трансформатором импеданса, нагруженным акустическим волновым сопротивлением звукопровода (для поперечной или продольной волны). Искомая величина при наличии затухания выражается следующим образом:

$$Z_i^{(3)}(0) = Z_{0i}^{(3)} [Z_{0i}^{(4)} \operatorname{ch}(j\Gamma_i^{(3)}g) + Z_{0i}^{(3)} \operatorname{sh}(j\Gamma_i^{(3)}g)] \times \\ \times [Z_{0i}^{(3)} \operatorname{ch}(j\Gamma_i^{(3)}g) + Z_{0i}^{(4)} \operatorname{sh}(j\Gamma_i^{(3)}g)]^{-1}, \quad (24)$$

где комплексное волновое сопротивление  $Z_{0i}^{(4)}$  находится по формуле (23) при  $k=4$ .

Подставляя в (20) и (21) выражения (22) и (24) и компоненты тензора напряжения  $T_{i3}^{(2)}(0)$  и  $T_{i3}^{(2)}(-h)$ , найденные из (6) и (7), а также вводя нормированные комплексные амплитуды

$$b_{LS}^{\pm} = B_{LS}^{\pm} \varepsilon_{33}' \omega / (jD_3), \quad (25)$$

и учитывая соотношения (17) и (18), можно получить систему 4-х неоднородных линейных уравнений для нахождения величин  $b_L^+$ ,  $b_L^-$ ,  $b_S^+$ ,  $b_S^-$ .

Элементы матрицы коэффициентов этой системы имеют вид

$$\begin{aligned} a_{11} &= \exp(j\Gamma_L h) [(\Gamma_L / \omega)(c_{35}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{33}^*) - Z_3^{(1)}(-h)], \\ a_{12} &= -\exp(-j\Gamma_L h) [(\Gamma_L / \omega)(c_{35}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{33}^*) + Z_3^{(1)}(-h)], \\ a_{13} &= \exp(j\Gamma_S h) [(\Gamma_S / \omega)(c_{35}^* - c_{33}^* \operatorname{tg} \alpha) + Z_3^{(1)}(-h) \operatorname{tg} \alpha], \\ a_{14} &= -\exp(-j\Gamma_S h) [(\Gamma_S / \omega)(c_{35}^* - c_{33}^* \operatorname{tg} \alpha) - Z_3^{(1)}(-h) \operatorname{tg} \alpha], \\ a_{21} &= \exp(j\Gamma_L h) [(\Gamma_L / \omega)(c_{55}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{53}^*) - Z_1^{(1)}(-h) \operatorname{tg} \alpha], \\ a_{22} &= -\exp(-j\Gamma_L h) [(\Gamma_L / \omega)(c_{55}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{53}^*) + Z_1^{(1)}(-h) \operatorname{tg} \alpha], \\ a_{23} &= \exp(j\Gamma_S h) [(\Gamma_S / \omega)(c_{55}^* - c_{53}^* \operatorname{tg} \alpha) - Z_1^{(1)}(-h)], \\ a_{24} &= -\exp(-j\Gamma_S h) [(\Gamma_S / \omega)(c_{55}^* - c_{53}^* \operatorname{tg} \alpha) + Z_1^{(1)}(-h)], \\ a_{31} &= [(\Gamma_L / \omega)(c_{35}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{33}^*) - Z_3^{(3)}(0)], \\ a_{32} &= -[(\Gamma_L / \omega)(c_{35}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{33}^*) + Z_3^{(3)}(0)], \\ a_{33} &= [(\Gamma_S / \omega)(c_{35}^* - c_{33}^* \operatorname{tg} \alpha) + Z_3^{(3)}(0) \operatorname{tg} \alpha], \end{aligned}$$

$$a_{34} = -[(\Gamma_S/\omega)(c_{35}^* - c_{33}^* \operatorname{tg} \alpha) - Z_3^{(3)}(0) \operatorname{tg} \alpha],$$

$$a_{41} = [(\Gamma_L/\omega)(c_{55}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{53}^*) - Z_1^{(3)}(0) \operatorname{tg} \alpha],$$

$$a_{42} = -[(\Gamma_L/\omega)(c_{55}^* \operatorname{tg} \alpha + c_{53}^*) + Z_1^{(3)}(0) \operatorname{tg} \alpha],$$

$$a_{43} = [(\Gamma_S/\omega)(c_{55}^* - c_{53}^* \operatorname{tg} \alpha) - Z_1^{(3)}(0)],$$

$$a_{44} = -[(\Gamma_S/\omega)(c_{55}^* - c_{53}^* \operatorname{tg} \alpha) + Z_1^{(3)}(0)].$$

Свободные члены  $b_1, b_2, b_3, b_4$  находятся по формулам

$$b_1 = b_3 = e_{33}'/\cos \alpha, \quad b_2 = b_4 = e_{35}'/\cos \alpha.$$

Полученные в результате решения этой системы нормированные амплитуды  $b_{LS}^{\pm}$  могут быть использованы для вычисления электрического импеданса преобразователя, коэффициента электроакустического преобразования, а также для нахождения оптимальных углов  $\theta$ , при которых в звукопроводе возбуждаются преимущественно сдвиговая или продольная волны.

### Импеданс пьезоэлемента

Импеданс пьезоэлемента находится в квазистатическом приближении следующим образом [1]:

$$Z(\omega) = \int_{-h}^0 E_3 dx_3' / (j\omega D_3 s) = \int_{-h}^0 (D_3 - e_{35}' \partial u_1 / \partial x_3' - e_{35}' \partial u_3 / \partial x_3') dx_3' / (j\omega \epsilon_{33}' D_3 s),$$

где  $s$  - площадь пьезоэлемента. Поделив это выражение на емкостное сопротивление пьезоэлемента  $X_0 = h / (\omega \epsilon_{33}' s)$  и подставив в него (15), (16), (25), (17), (18), после интегрирования получим нормированное значение искомого импеданса

$$Z(\omega)/X_0 = -j + 1/(\epsilon_{33}' v_S \Gamma_S h) \{ e_L [ b_L^+ (e^{j\Gamma_L h} - 1) + b_L^- (e^{-j\Gamma_L h} - 1) ] + \\ + e_S [ b_S^+ (e^{j\Gamma_S h} - 1) + b_S^- (e^{-j\Gamma_S h} - 1) ] \}, \quad (26)$$

где  $e_L = e_{35}' \sin \alpha + e_{33}' \cos \alpha$ ,  $e_S = e_{35}' \cos \alpha - e_{33}' \sin \alpha$  [1].

Второе слагаемое в этом выражении является комплексной величиной, действительная часть которой есть нормированное активное сопротивление, потребляющее СВЧ-мощность. Последняя, по своему физическому смыслу, складывается из мощностей, возбужденных в звукопроводе поперечной и продольной упругих волн, и мощности, рассеивающейся в слоях пьезоэлемента вследствие акустического затухания. Соответственно этим мощностям активную составляющую импеданса можно представить в виде суммы трех членов

$$R = R_{\text{rad},S} + R_{\text{rad},L} + R_{\text{los}},$$

где  $R_{\text{rad},S}$  - сопротивление излучения поперечной волны,  $R_{\text{rad},L}$  - сопротивление излучения продольной волны и  $R_{\text{los}}$  - сопротивление потерь.

### Сопротивления излучения

Для нахождения сопротивлений излучения воспользуемся условиями равенства смещений на границах 3-й среды.

При  $x_3'=0$  имеем

$$(B_S^+ + B_S^-)\cos\alpha + (B_L^+ + B_L^-)\sin\alpha = u_{1+}^{(3)}(0) + u_{1-}^{(3)}(0), \quad (27)$$

$$-(B_S^+ + B_S^-)\sin\alpha + (B_L^+ + B_L^-)\cos\alpha = u_{3+}^{(3)}(0) + u_{3-}^{(3)}(0), \quad (28)$$

а при  $x_3'=g$

$$u_{1+}^{(4)}(g) = u_{1+}^{(3)}(g) + u_{1-}^{(3)}(g) = u_{1+}^{(3)}(g)(1 + \gamma_1^{(3)}(g)), \quad (29)$$

$$u_{3+}^{(4)}(g) = u_{3+}^{(3)}(g) + u_{3-}^{(3)}(g) = u_{3+}^{(3)}(g)(1 + \gamma_3^{(3)}(g)), \quad (30)$$

где  $\gamma_1^{(3)}(g)$  и  $\gamma_3^{(3)}(g)$  - коэффициенты отражения для сдвиговой и продольной волн, соответственно,

$$\gamma_{1,3}^{(3)} = (Z_{01,3}^{(3)} - Z_{01,3}^{(4)}) / (Z_{01,3}^{(3)} + Z_{01,3}^{(4)}). \quad (31)$$

Если комплексные амплитуды отраженных волн в правых частях равенств (27) и (28) выразить через амплитуды прямых с помощью коэффициента отражения (31), а затем найти  $u_{1+}^{(3)}$  и  $u_{3+}^{(3)}$  и подставить их в (29) и (30), то, переходя к нормированным смещениям (25), будем иметь следующие амплитуды возбужденных в звукопроводе упругих волн:

$$u_{1+}^{(4)}(g) = jD_3 \{ [(b_S^+ + b_S^-)\cos\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\sin\alpha] / [\exp(j\Gamma_1^{(3)}g) + \gamma_1^{(3)}\exp(-j\Gamma_1^{(3)}g)] \} \times \\ \times (1 + \gamma_1^{(3)}) / (\epsilon_{33}'\omega s), \quad (32)$$

$$u_{3+}^{(4)}(g) = jD_3 \{ [-(b_S^+ + b_S^-)\sin\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\cos\alpha] / [\exp(j\Gamma_3^{(3)}g) + \gamma_3^{(3)}\exp(-j\Gamma_3^{(3)}g)] \} \times \\ \times (1 + \gamma_3^{(3)}) / (\epsilon_{33}'\omega s). \quad (33)$$

Полученные формулы дают возможность получить выражения для мощностей возбужденных в звукопроводе поперечной и продольной акустических волн  $P_S$  и  $P_L$

$$P_S = (\omega^2 |u_{1+}^{(4)}|^2 / 2) \text{Real}(Z_{01}^{(4)}), \quad (34)$$

$$P_L = (\omega^2 |u_{3+}^{(4)}|^2 / 2) \text{Real}(Z_{03}^{(4)}). \quad (35)$$

Эти же мощности можно выразить через сопротивления излучения  $R_{\text{rad},S}$ ,  $R_{\text{rad},L}$  и плотность тока смещения в пьезоэлектрике  $j_{\text{dis}} = j\omega D_3$

$$P_S = (\omega^2 |D_3|^2 / 2) R_{\text{rad},S} s^2, \quad (36)$$

$$P_L = (\omega^2 |D_3|^2 / 2) R_{\text{rad},L} s^2. \quad (37)$$

Если теперь приравнять правые части равенств (34) и (36), а также (35) и (37), то нетрудно получить формулы для вычисления сопротивлений излучения  $R_{\text{rad},S}$  и  $R_{\text{rad},L}$

$$R_{\text{rad},S} = [ |1 + \gamma_1^{(3)}|^2 \text{Re}(Z_{01}^{(4)}) | (b_S^+ + b_S^-)\cos\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\sin\alpha |^2 ] / \\ / [ (\epsilon_{33}'\omega)^2 s^2 | \exp(j\Gamma_1^{(3)}g) + \gamma_1^{(3)}\exp(-j\Gamma_1^{(3)}g) |^2 ], \quad (38)$$

$$R_{\text{rad},L} = [ |1 + \gamma_3^{(3)}|^2 \text{Re}(Z_{03}^{(4)}) | -(b_S^+ + b_S^-)\sin\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\cos\alpha |^2 ] / \\ / [ (\epsilon_{33}'\omega)^2 s^2 | \exp(j\Gamma_3^{(3)}g) + \gamma_3^{(3)}\exp(-j\Gamma_3^{(3)}g) |^2 ]. \quad (39)$$

## Отношение мощностей $P_S/P_L$

Располагая этими формулами, легко вычислить отношение мощностей сдвиговой и продольной акустических волн, возбужденных в звукопроводе,

$$M(\theta) = P_S/P_L = R_{\text{rad},S}(\theta)/R_{\text{rad},L}(\theta). \quad (40)$$

Величина  $M$  зависит от угла  $\theta$  между осью 6-го порядка пьезоэлектрика и нормалью к торцу звукопровода, что дает возможность найти оптимальную ориентацию пьезоэлектрика, при которой будет преимущественно возбуждаться сдвиговая, либо продольная волна.

## Коэффициент преобразования

Остановимся теперь на вычислении коэффициента электроакустического преобразования (1). Будем считать, что электромагнитная мощность от генератора подводится к пьезоэлементу с помощью двухпроводной линии заданного волнового сопротивления  $Z_0$ . Генератор имеет переменную электродвижущую силу  $E$  и согласован с линией. Последнее условие означает, что внутреннее сопротивление генератора равно волновому сопротивлению линии. В таком случае мощность, переносимая прямой волной, равна мощности, отдаваемой в согласованную нагрузку:  $P_+ = P_{CL} = |E|^2/(8Z_0)$ . Параллельно пьезоэлементу (см. рис. 1) подключена паразитная емкость  $C_{sh}$ , а затем последовательно - соединительный проводник с активным сопротивлением  $R_{los}$  и индуктивностью  $L$ . Тогда передающая линия будет нагружена импедансом нагрузки

$$Z_L = Z/(1+j\omega C_{sh}Z) + j\omega L + R_{los},$$

где  $Z$  - импеданс пьезоэлемента (26). Комплексная амплитуда тока, текущего через пьезоэлемент, равна

$$I_p = E/[(Z_0+Z_L)(1+j\omega C_{sh}Z)].$$

Тогда мощность сдвиговой волны, возбужденной в звукопроводе будет

$$P_S = (|I_p|^2/2)R_{\text{rad},S},$$

а коэффициент преобразования при возбуждении поперечной волны примет вид

$$\eta_S = P_S/P_{CL} = 4R_{\text{rad},S}Z_0 / [(Z_0+Z_L)(1+j\omega C_{sh}Z)]^2. \quad (41)$$

Аналогичное выражение можно записать и для случая возбуждения продольной волны ( $\eta_L$ ), заменив  $R_{\text{rad},S}$  в (41) величиной  $R_{\text{rad},L}$ .

## Обсуждение результатов численного анализа

Рассмотрим случай возбуждения поперечной волны пьезоэлементом (Al - ZnO - Al), расположенным на звукопроводе из  $Y_3Al_5O_{12}$  с ориентацией [110] вдоль оси  $x_3'$  (см. рис. 1). Необходимые упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические константы для ZnO взяты из работы [2], а плотность и скорости продольной и поперечной волн для Al - из [3]. Ориентиром для выбора коэффициентов акустического затухания в слоях пьезоэлемента послужили результаты экспериментальной работы [4], а также сведения из [3]. Вычисления выполнялись для диапазона частот от 10 до 20 GHz.



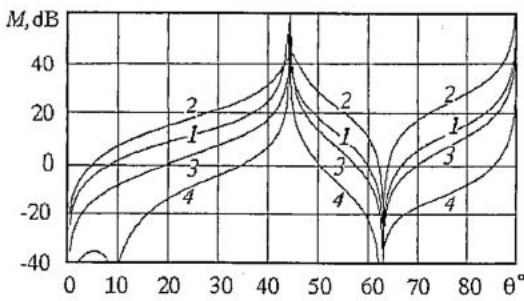


Рис. 2. Зависимости величины  $M=P_S/P_L$  от угла  $\theta$ , рассчитанные без учета акустического затухания в слоях пьезоэлемента. Кривые 1-4 - для частот 11, 14, 17, 20 GHz, соответственно

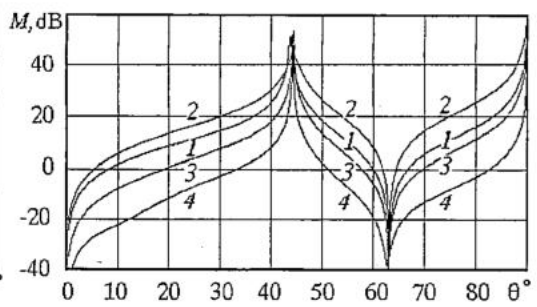


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, с учетом акустических потерь. Задавались коэффициенты затухания (в dB/ $\mu\text{m}$ ) при  $f=10$  GHz в пьезоэлектрике  $\alpha_S$  и  $\alpha_L$ , в остальных средах  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  для различных материалов ZnO: 1.24 (2.48); Al: 4.0 (6.4);  $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ :  $5 \cdot 10^{-3}$  ( $10^{-4}$ )

Толщины слоев с номерами 1, 2 и 3 (см. рис. 1) составляли (в  $\mu\text{m}$ ): 0.032 0.09, 0.048, соответственно. Они были выбраны так, чтобы максимум коэффициента преобразования для сдвиговой волны приходился на частоту примерно 15 GHz.

На рис. 2 представлено семейство зависимостей коэффициента  $M$  от угла  $\theta$ , рассчитанное по формулам (38), (39), (40) без учета затухания для различных частот. На рис. 3 показаны аналогичные кривые, полученные с учетом затухания.

Вид кривых существенно зависит от частоты. При заданном ограничении величины  $M$  снизу диапазон допустимых углов  $\theta$  сильно зависит от  $f$ . Если для возбуждения сдвиговой волны задать  $M \geq 20$  dB, то в отсутствие затухания при  $f=14$  GHz угол  $\theta$  можно изменять в пределах от 28° до 55°, а при  $f=20$  GHz лишь от 43° до 45°. Аналогичная ситуация имеет место и при возбуждении продольной волны с той лишь разницей, что заметно более широкий диапазон допустимых значений  $\theta$  (~60°-67°) будет на частоте 20 GHz, а не 14 GHz (62°-64°). Учет затухания привел (рис. 3) к наибольшему изменению кривых 2 и 4. Первая из них опустилась, а вторая - поднялась. Две другие кривые практически не изменились. Это отразилось на некотором сужении интервала допустимых углов при возбуждении поперечной волны на частоте 14 GHz и расширении интервала для 20 GHz. Что касается продольной волны, то эти же изменения кривых вызвали и соответствующие изменения областей приемлемых углов.

Экстремумы кривых для различных частот практически не отличаются своим положением на оси  $\theta$ . В диапазоне от 11 до 14 GHz оптимальный угол для возбуждения сдвиговой волны увеличивается от 43.85 до 44.75°, а при дальнейшем росте  $f$  до 20 GHz спадает к 44.35°. Учет затухания (рис. 3) не вызывает сколь угодно существенного изменения этой закономерности. Экстремальные значения  $M$  также отличаются для разных  $f$ . Например, при  $\theta \approx 44^\circ \dots 45^\circ$  представленным на рис. 2 частотам соответствуют максимальные значения  $M$ , dB: 51.6; 44.1; 58.5; 56.4. Учет затухания (см. рис. 3) несколько уменьшает их: 51.0; 44.0; 53.2; 51.7. Аналогичная картина наблюдается и в окрестности  $\theta \approx 63^\circ$ , где наиболее заметно затухание снижает глубину провала у кривых, соответствующих частотам 17 и 20 GHz. Вместо -42.6 и -59.6 dB затухание становится -39.1 и -38.3 dB.

На рис. 4 и 5 представлены результаты вычислений по формуле (38) сопротивления излучения при возбуждении поперечной волны ( $\theta=44.6^\circ$ ). На первом из них кривая 1 получена без учета затухания во всех слоях пьезоэлемента, а оставшиеся кривые - с учетом затухания только в пьезоэлектрике. На втором - учтено затухание во всех средах пьезоэлемента. Видно, что рост затухания приводит к уменьшению  $R_{\text{rad},S}$ . Интересно отметить, что кривая 2 на рис. 4

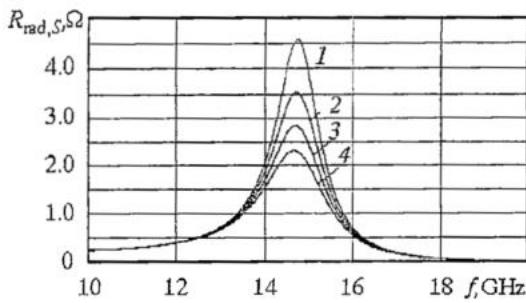


Рис. 4. Зависимости сопротивления излучения  $R_{\text{rad},S}$  от частоты при  $\theta=44.6^\circ$  для различных затуханий квазипоперечной и квазипродольной волн в пьезоэлектрике. Для кривых 1-4 коэффициенты  $\alpha_s(\alpha_r)$  при  $f=10$  GHz соответственно равны, dB/ $\mu\text{m}$ : 0 (0); 1.24 (2.48); 2.48 (4.96); 3.72 (7.44). В остальных средах затухание не учитывалось. Диаметр пьезоэлемента 0.05 mm

соответствует случаю, когда затухание продольной волны в ZnO близко к значению, измеренному в [4]. Заметим, что в литературе отсутствуют экспериментальные данные по затуханию сдвиговых волн в тонких пленках на частоте порядка 10 GHz, и мы взяли его в наших расчетах для ZnO в два раза меньше, чем для продольной. Такое затухание привело к довольно заметному снижению максимума сопротивления излучения примерно на 22%. Учет потерь во всех остальных слоях (рис. 5) дал в итоге еще большее падение величины  $R_{\text{rad},S}$  (более 50%).

Влияние на импеданс пьезоэлемента акустического затухания в его слоях иллюстрируется кривыми, рассчитанными по формуле (26). На рис. 6 показаны зависимости от частоты активной составляющей импеданса  $R(f)$  для различных затуханий в пьезоэлектрике, а на рис. 7 - при учете затухания во всех слоях. Реактивная составляющая импеданса  $X(f)$  представлена аналогичными графиками

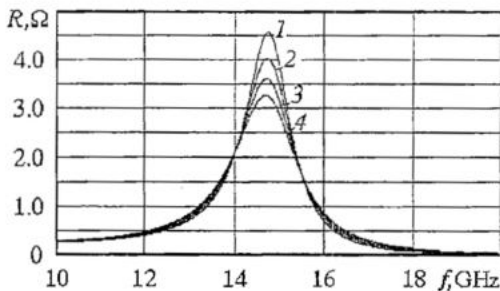


Рис. 6. Зависимости от частоты активной составляющей импеданса пьезоэлемента для различных акустических затуханий в пьезоэлектрике. Кривые с номерами 1-4 соответствуют коэффициентам затухания, приведенным в подписи к рис. 4. Затухание в остальных слоях не учитывалось. Диаметр пьезоэлемента 0.05 mm

на рис. 8 и 9. Отметим прежде всего, что, как и следовало ожидать, кривая  $R(f)$  в отсутствие акустического затухания совпадает с соответствующей кривой  $R_{\text{rad},S}(f)$  при  $\theta=44.6^\circ$ , см. кривые 1 на рис. 4 и рис. 6. Рост затухания приводит к падению  $R$ , но падение  $R_{\text{rad},S}$  происходит при этом быстрее, что согласуется с физикой процесса. Что касается сопротивления  $X(f)$ , то оно также подвержено влиянию акустического затухания в слоях пьезоэлемента. При изменении частоты величина

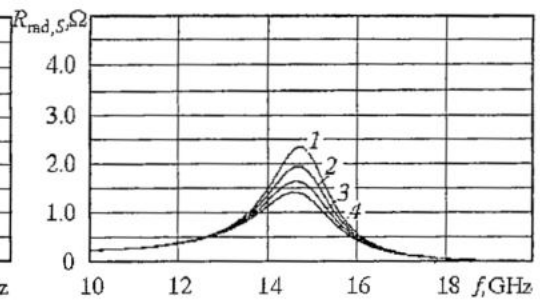


Рис. 5. То же, что и на рис. 4, но дополнительно учтено затухание в подслое и надслое. При  $f=10$  GHz  $\alpha_1^{(1)}=\alpha_1^{(3)}=4.0$  dB/ $\mu\text{m}$ ,  $\alpha_3^{(1)}=\alpha_3^{(3)}=6.4$  dB/ $\mu\text{m}$

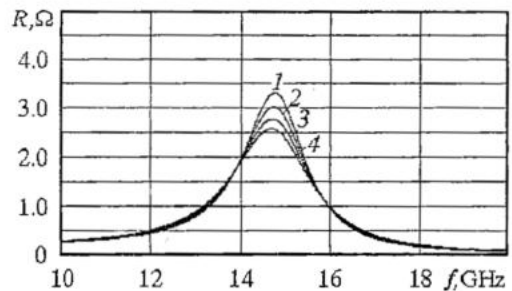


Рис. 7. То же, что и на рис. 6, но с учетом затухания в подслое и надслое. Кривым с номерами 1-4 соответствуют коэффициенты затухания, приведенные в подписи к рис. 5

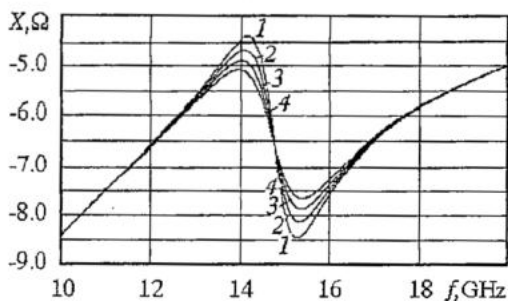


Рис. 8. Зависимости от частоты реактивной составляющей импеданса пьезоэлемента для различных затуханий в пьезослое. Кривым с номерами 1-4 соответствуют коэффициенты затухания, приведенные в подписи к рис. 4. Затухание в других средах не учитывается. Диаметр пьезоэлемента 0.05 mm

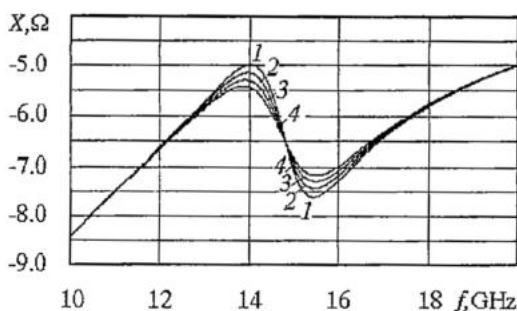


Рис. 9. То же, что и на рис. 8, но с учетом затухания в подслое и надслое. Коэффициенты затухания те же, что и в подписи к рис. 5

$X(f)$  испытывает колебания вокруг емкостного сопротивления  $1/(\omega C_0)$ , где  $C_0$  - статическая емкость пьезоэлемента. Размах этих колебаний уменьшается с ростом затухания в слоях, что иллюстрируется приведенными кривыми на рис. 8 и 9.

Главной характеристикой преобразователя является частотная зависимость коэффициента преобразования  $\eta_s(f)$  или  $\eta_L(f)$ . Чтобы выяснить, как акустическое затухание влияет на эту зависимость был выбран случай, когда диаметр пьезоэлемента равен 0.05 mm, модуль его импеданса примерно 8.9 Ω, а волновое сопротивление передающей линии  $Z_0=8.9$  Ω. Такая величина  $Z_0$  является

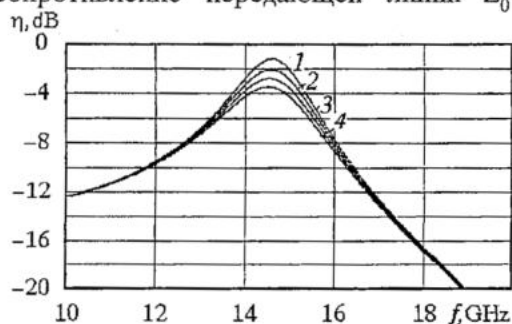


Рис. 10. Зависимости коэффициента электроакустического преобразования от частоты в случае возбуждения поперечной волны для различных затуханий в пьезоэлектрике. Кривым с номерами 1-4 соответствуют коэффициенты затухания, приведенные в подписи к рис. 4. В остальных средах затухание не учитывается; оптимальный угол  $\theta=44.6^\circ$ ; диаметр пьезоэлемента 0.05 mm; волновое сопротивление передающей линии 8.9 Ω

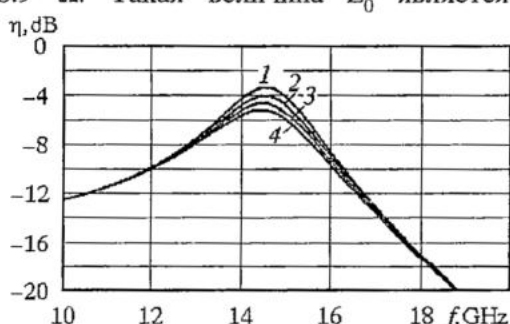


Рис. 11. То же, что и на рис. 10, но с учетом затухания в подслое и надслое. Коэффициенты затухания те же, что и в подписи к рис. 5

оптимальной, обеспечивающей максимум величины  $\eta_s$  в отсутствие каких-либо согласующих устройств. Угол  $\theta$  полагался равным  $44.6^\circ$ . При этом должна возбуждаться практически чистая сдвиговая волна. На рис. 10 и 11 показаны зависимости  $\eta_s(f)$ , вычисленные по формуле (41) для различных затуханий в слоях. На рис. 10 учитывается затухание только в пьезослое, а на рис. 11 - и во всех остальных средах. Видно, что рост затухания вызывает падение коэффициента преобразования, но при выбранных значениях коэффициентов затухания в слоях это падение не очень велико - всего 2...3 dB. Заметим, что уменьшение величины

$\eta_s$  наблюдается лишь вблизи максимума кривых, а края графиков практически не подвержены влиянию затухания.

### Заключение

В настоящей работе получены формулы для расчета пьезопреобразователя, образованного пьезоэлектриком класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 и металлическими электродами конечной толщины, с учетом акустического затухания в его слоях. В зависимости от ориентации пьезоэлектрика такой преобразователь способен возбуждать сдвиговые, либо продольные упругие волны. Численный анализ, результаты которого представлены в статье, позволяет заключить, что акустическое затухание в слоях преобразователя на частоте порядка 15 GHz играет заметную роль. Сопротивление излучения преобразователя, на основе окиси цинка с электродами из алюминия, при возбуждении сдвиговой волны под влиянием затухания уменьшается на 50...55%, а эффективность преобразования снижается на 2...3 dB. Дальнейшее увеличение частоты, несомненно, приведет к еще более существенному падению эффективности преобразователей.

Полученные результаты могут быть использованы при создании эффективных излучателей упругих волн коротковолновой части СВЧ-диапазона.

### Библиографический список

1. Григорьев М.А., Курьшиов С.С., Толстиков А.В. О влиянии конечной толщины электродов при возбуждении объемных упругих волн пьезоэлектриками класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 // Акуст. журнал. 1990. Т. 36, № 2. С. 255.
2. Foster N.F., Coquin G.A., Rozgonyi G.A., Vannata F.A. Cadmium sulphide and zinc oxide thin-film transducers // IEEE Tran. 1968. Vol. SU-15, № 1. P. 28.
3. Кайно Г. Акустические волны: устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов / Пер. с англ. С.Н. Карпачева и др. под ред. О.В. Руденко. М.: Мир, 1990. 652 с.
4. Григорьев М.А., Зайцев Б.Д., Цибин А.В. Затухание продольных упругих волн в тонких пленках на частоте 9.4 ГГц // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5, вып. 1. С. 50.

Саратовский государственный  
университет

Поступила в редакцию 18.05.02

### ON THE INFLUENCE OF ACOUSTIC ATTENUATION IN THE TRANSDUCER LAYERS UNDER THE EXCITATION OF THE VOLUME ELASTIC WAVES BY 6mm CLASS PIEZOELECTRIC WITH ARBITRARY ORIENTATION OF AXIS 6

*M.A. Grigor'ev, A.V. Tolstikov, Ju.N. Navrotskaja*

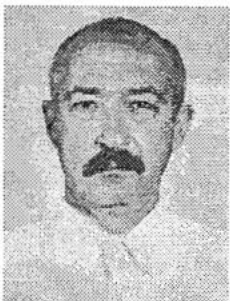
An electroacoustic transducer on the bases of the piezoelectric class 6mm with axis 6 arbitrary orientation with electrodes of final thickness regarding the acoustic attenuation in its layers is considered: The system of equations for the computation the transducer

impedance, longitudinal and shear wave radiation resistance, power ratio of these waves in the sound conductor, and also the conversion losses for longitudinal and shear waves is obtained. The numerical analysis results of attenuation effect in the specific transducer in the range of 15 GHz are given.



*Григорьев Михаил Алексеевич* - родился в 1928 году в деревне Хилино Ильинского района Великолукской области. Окончил физико-математический факультет Харьковского государственного университета им. А.М. Горького по специальности ядерная физика (1951). После окончания университета до настоящего времени работает в Саратовском госуниверситете им. Н.Г. Чернышевского, сначала на кафедре общей физики (до 1959), затем на кафедре электроники, а после переименования на кафедре электроники, колебаний и волн. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в области разработки ламп бегущей волны с электростатической фокусировкой (1967) и диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук в области СВЧ-акустоэлектроники и акустооптики (1988). Область научных интересов -

СВЧ-электроника, твердотельная электроника, акустоэлектроника, акустооптика. Соавтор и научный редактор учебного пособия «Электронные приборы СВЧ» с грифом МВ и ССО СССР (1980). Опубликовал более 130 работ в периодических изданиях и трудах конференций, член двух диссертационных советов. E-mail: magrig@sgu.ssu.runnet.ru



*Толстикова Александр Владимирович* - родился в Саратове (1951). Окончил Саратовский госуниверситет (1973). После окончания университета работал в Центральном научно-исследовательском институте измерительной аппаратуры, а с 1975 года на кафедре электроники СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в области исследований и разработок акустических и акустооптических линий фиксированной и переменной задержки СВЧ-радиосигналов (1988). В настоящее время работает в научно-образовательном институте «Открытые системы» Саратовского госуниверситета. Область научных интересов - СВЧ-акустика и акустооптика, вакуумная технология тонкопленочных и пластинчатых электроакустических пьезопреобразователей. Опубликовал около 40 научных работ в периодических изданиях и трудах конференций. E-mail: tolstikovav@info.sgu.ru



*Навроцкая Юлия Натановна* - родилась в Саратове. Окончила физический факультет Саратовского госуниверситета (1960). После окончания университета работала на предприятии п/я 52 инженером (до 1963), затем в НИИ механики и физики при СГУ (до 1965) и в СГУ старшим преподавателем кафедры электрорадиотехники (до 2001). Область научных интересов: твердотельная электроника СВЧ, акустоэлектроника, акустооптика. Опубликовала около 50 работ в периодических изданиях и трудах конференций.



## **ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ С ОТРАЖАЮЩИМ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИМ «ЯДРОМ» В ЦЕНТРЕ И КОНЦЕНТРИЧЕСКИЕ СФЕРИЧЕСКИЕ РЕЗОНАТОРЫ НА ИХ ОСНОВЕ**

*Ю.А. Зюрюкин, М.В. Павлова*

Предложено решение задачи о стоячих сферических электромагнитных волнах в изотропном пространстве, свободном от источников, в предположении осевой симметрии, при наличии в центре идеально проводящего сферического «ядра». Получены аналитические выражения, определяющие компоненты стоячих сферических Е- и Н-волн, а также выявлена структура линий напряженности полей для различных типов колебаний. Представлено решение задачи о нахождении собственных функций и значений концентрического сферического резонатора.

### **Введение**

В рамках работ [1,2] рассмотрена в новой постановке задача о распространении сферических электромагнитных волн в пространстве, свободном от источников для изотропной среды в предположении осевой симметрии. При этом в качестве исходных соотношений использовались однородные уравнения Максвелла относительно напряженностей электрических и магнитных полей, записанные в сферической системе координат. В итоге получены детализированные аналитические выражения, основанные на строгом решении системы исходных уравнений, для всех компонент полей сходящихся и расходящихся сферических Е- и Н-волн. Описанный подход к решению поставленной задачи позволил авторам непосредственно, минуя принятый в электродинамике для анализа сферических волн вектор Герца [3,4], получить аналитические выражения, которые определяют собой в математическом плане базис сферических функций, отражающих движущиеся к центру или от центра электромагнитные волны.

Целью настоящей работы является, во-первых, решение задачи о стоячих сферических электромагнитных волнах в пространстве, свободном от источников, в случае изотропной среды, в предположении осевой симметрии, при наличии идеально проводящей, находящейся в центре сферы, называемой далее «ядром». Процесс распространения сферических электромагнитных волн рассматривается здесь как переход сходящейся волны в расходящуюся при отражении от «ядра» в центре. Во-вторых, работа преследует цель рассмотреть объёмный резонатор,

образованный проводящей сферой, охватывающей полость резонатора с идеально проводящим сферическим «ядром» в центре, и рассчитать его собственные значения, что ранее никем сделано не было.

## 1. Стоячие сферические электромагнитные волны

Представим сферическую электромагнитную волну, набегающую извне к центру, в котором находится «ядро» в виде идеально проводящей сферы радиуса  $b$ , и отражающуюся от поверхности этого «ядра». При этом процесс отражения рассмотрим как переход сходящейся электромагнитной волны в расходящуюся волну, приводящий к образованию стоячей сферической волны.

В качестве исходных соотношений используем выражения для компонент полей сходящихся и расходящихся сферических Е- и Н-волн, полученные в работах [1,2]. Компоненты Е-волны для  $n=1$  ( $n$  характеризует число лепестков угловой диаграммы амплитудного распределения сферических волн по широте) имеют вид

$$E_{\varphi}^{\pm} = E_{\varphi}^{0\pm}(1 \pm j/(kr)) \exp(j(\omega t \pm kr)/(kr) \sin \theta), \quad (1)$$

$$H_r^{\pm} = 2jkE_{\varphi}^{0\pm}/(\omega\mu_0\mu)(1 \pm j/(kr)) \exp(j(\omega t \pm kr)/(kr)^2 \cos \theta), \quad (2)$$

$$H_{\theta}^{\pm} = \pm kE_{\varphi}^{0\pm}/(\omega\mu_0\mu)(1 \pm j/(kr) - 1/(kr)^2) \exp(j(\omega t \pm kr)/(kr) \sin \theta), \quad (3)$$

где  $E_{\varphi}^{0+}$  - постоянная амплитуда, независимая от радиальной и угловой координат, соответствующая сходящейся Е-волне;  $E_{\varphi}^{0-}$  - постоянная амплитуда, соответствующая расходящейся Е-волне. Соответственно используются либо верхние, либо нижние знаки «+» или «-».

Компоненты Н-волны для  $n=1$  имеют следующий вид:

$$H_{\varphi}^{\pm} = H_{\varphi}^{0\pm}(1 \pm j/(kr)) \exp(j(\omega t \pm kr)/(kr) \sin \theta), \quad (4)$$

$$E_r^{\pm} = -2jkH_{\varphi}^{0\pm}/(\omega\epsilon_0\epsilon)(1 \pm j/(kr)) \exp(j(\omega t \pm kr)/(kr)^2 \cos \theta), \quad (5)$$

$$E_{\theta}^{\pm} = \mp kH_{\varphi}^{0\pm}/(\omega\epsilon_0\epsilon)(1 \pm j/(kr) - 1/(kr)^2) \exp(j(\omega t \pm kr)/(kr) \sin \theta). \quad (6)$$

Из граничного условия Леонтовича, выполняемого на поверхности «ядра», найдём соотношение, связывающее независимые амплитуды сходящейся и расходящейся сферических электромагнитных волн. При  $r=b$  должно выполняться условие для Е-волны

$$E_{\varphi}^{+} + E_{\varphi}^{-} = 0 \quad (7)$$

и, соответственно, для Н-волны

$$E_{\theta}^{+} + E_{\theta}^{-} = 0. \quad (8)$$

Пусть  $E_{\varphi}^{0+} = E_{\varphi}^0$ . Подставляя (1) в условие (7) для Е-волны, получим

$$E_{\varphi}^{0-} = -E_{\varphi}^0(kb+j)/(kb-j) \exp(2jkb), \quad (9)$$

где  $E_{\varphi}^0$  - объединённое условное обозначение для Е-типа волн. Используя экспоненциальную форму записи комплексных чисел

$$kb + j = V \exp(j\varphi(kb)), \quad kb - j = V \exp(-j\varphi(kb)),$$

где  $\varphi(kb) = \arctg\{1/(kb)\}$ , получаем соотношение (9) в следующем виде:

$$E_{\varphi}^{0-} = -E_{\varphi}^{0+} \exp(2jb_E), \quad (10)$$

где

$$b_E = \varphi(kb) + kb = \arctg\{1/kb\} + kb \quad (11)$$

есть постоянная, характерная для Е-волны в случае  $n=1$ .

Аналогичные преобразования проделаем для Н-волны. Обозначив  $H_{\varphi}^{0+}=H_{\varphi}^{0-}$  и подставив (6) в условие (8) для Н-волны, получим:

$$H_{\varphi}^{0-} = H_{\varphi}^{0+} [(kb)^2 - 1 + j(kb)] / [(kb)^2 - 1 - j(kb)] \exp(2jkb), \quad (12)$$

где  $H_{\varphi}^{0-}$  - объединённое условное обозначение амплитуды для Н-волн. Пусть

$$(kb)^2 - 1 + j(kb) = B \exp(j\varphi(kb)), \quad (kb)^2 - 1 - j(kb) = B \exp(-j\varphi(kb)),$$

$$\varphi(kb) = \arctg\{kb / [(kb)^2 - 1]\}.$$

Тогда соотношение (12) примет вид

$$H_{\varphi}^{0-} = H_{\varphi}^{0+} \exp(2jb_H), \quad (13)$$

где

$$b_H = \varphi(kb) + kb = \arctg\{kb / [(kb)^2 - 1]\} + kb \quad (14)$$

есть фазовая постоянная, характерная для Н-волны в случае  $n=1$ .

Далее согласно условиям (10) и (13) представим компоненты полей стоячих сферических Е- и Н-волн при наличии «ядра» в центре в случае  $n=1$ . Получим:

а) для стоячей сферической Е-волны

$$E_{\varphi} = 2jE_{\varphi}^{0+} A \sin(kr + \varphi(kr) - b_E) / (kr) \sin\theta \exp(j(\omega t + b_E)), \quad (15)$$

$$H_r = -4kE_{\varphi}^{0+} / (\omega\mu_0\mu) A \sin(kr + \varphi(kr) - b_E) / (kr)^2 \cos\theta \exp(j(\omega t + b_E)), \quad (16)$$

$$H_{\theta} = 2kE_{\varphi}^{0+} / (\omega\mu_0\mu) D \cos(kr + \psi(kr) - b_E) / (kr) \sin\theta \exp(j(\omega t + b_E)); \quad (17)$$

б) для стоячей сферической Н-волны

$$H_{\varphi} = 2H_{\varphi}^{0+} A \cos(kr + \varphi(kr) - b_H) / (kr) \sin\theta \exp(j(\omega t + b_H)), \quad (18)$$

$$E_r = -4jkH_{\varphi}^{0+} / (\omega\varepsilon_0\varepsilon) A \sin(kr + \varphi(kr) - b_H) / (kr)^2 \cos\theta \exp(j(\omega t + b_H)), \quad (19)$$

$$E_{\theta} = -2jkH_{\varphi}^{0+} / (\omega\varepsilon_0\varepsilon) D \cos(kr + \psi(kr) - b_H) / (kr) \sin\theta \exp(j(\omega t + b_H)). \quad (20)$$

Здесь

$$A = ((kr)^2 + 1)^{1/2} / (kr), \quad \varphi(kr) = \arctg\{1 / (kr)\},$$

$$D = ((kr)^4 - (kr)^2 + 1)^{1/2} / (kr)^2, \quad \psi(kr) = \arctg\{kr / ((kr)^2 - 1)\}.$$

## 2. Структура полей стоячих сферических электромагнитных волн

Особый интерес представляет построение картин линий напряженности электрических и магнитных полей для разных типов колебаний. В общем виде



уравнение электрических силовых линий в сферической системе координат можно записать как

$$dr/E_r = rd\theta/E_\theta = r\sin\theta d\varphi/E_\varphi \quad (21)$$

и, соответственно, уравнение магнитных линий есть

$$dr/H_r = rd\theta/H_\theta = r\sin\theta d\varphi/H_\varphi. \quad (22)$$

Получим частные уравнения силовых линий с учётом выражений для соответствующих компонент полей для Е- и Н-типов колебаний при  $n=1$ .

**а. Е-тип колебаний.** Для этого типа колебаний уравнение (22) примет вид

$$H_\theta dr = rH_r d\theta. \quad (23)$$

В результате подстановки выражений (16), (17) для компонент  $H_r$  и  $H_\theta$  в уравнение (23) и последующего преобразования в соответствии с формулами тригонометрии

$$\sin(\arctg(x)) = x/(1+x^2)^{1/2}, \quad \cos(\arctg(x)) = 1/(1+x^2)^{1/2},$$

получим обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными

$$\frac{-(kr)^2 \cos(kr-b_E) + kr \sin(kr-b_E) + \cos(kr-b_E)}{(kr)^2 \sin(kr-b_E) + kr \cos(kr-b_E)} d(kr) = 2 \operatorname{ctg} \theta d\theta. \quad (24)$$

Найдём общее решение данного дифференциального уравнения, взяв неопределённый интеграл соответственно от левой и правой частей уравнения с помощью программы «Mathematics 5.0». После несложных преобразований получим уравнение магнитных силовых линий для Е-волны в присутствии «ядра» в центре также для  $n=1$  в виде

$$|\sin(kr-b_E) + \cos(kr-b_E)/(kr)| \sin^2 \theta = C, \quad (25)$$

где  $C$  - постоянная интегрирования, определяющая набор силовых линий и задаваемая произвольным образом;  $b_E$  рассчитывается согласно формуле (11).

**б. Н-тип колебаний.** Дифференциальное уравнение, описывающее электрические силовые линии, принимает в этом случае вид

$$\frac{(kr)^2 \sin(kr-b_H) + kr \cos(kr-b_H) - \sin(kr-b_H)}{(kr)^2 \cos(kr-b_H) - kr \sin(kr-b_H)} d(kr) = 2 \operatorname{ctg} \theta d\theta. \quad (26)$$

Общим решением этого дифференциального уравнения является выражение

$$|\cos(kr-b_H) - \sin(kr-b_H)/(kr)| \sin^2 \theta = C, \quad (27)$$

где  $b_H$  рассчитывается согласно формуле (14). Выражение (27) представляет собой уравнение электрических силовых линий для Н-типа стоячей волны в присутствии «ядра» в центре для  $n=1$ .

Таким образом, полученные уравнения силовых линий позволяют определить структуру электромагнитного поля для разных типов колебаний при наличии «ядра» в центре и делают возможным построение набора силовых линий этих полей в меридианных плоскостях. Силовыми линиями электрического поля для колебаний Е-типа и магнитного для колебаний Н-типа являются концентрические окружности, лежащие в плоскостях, параллельных экваториальной.

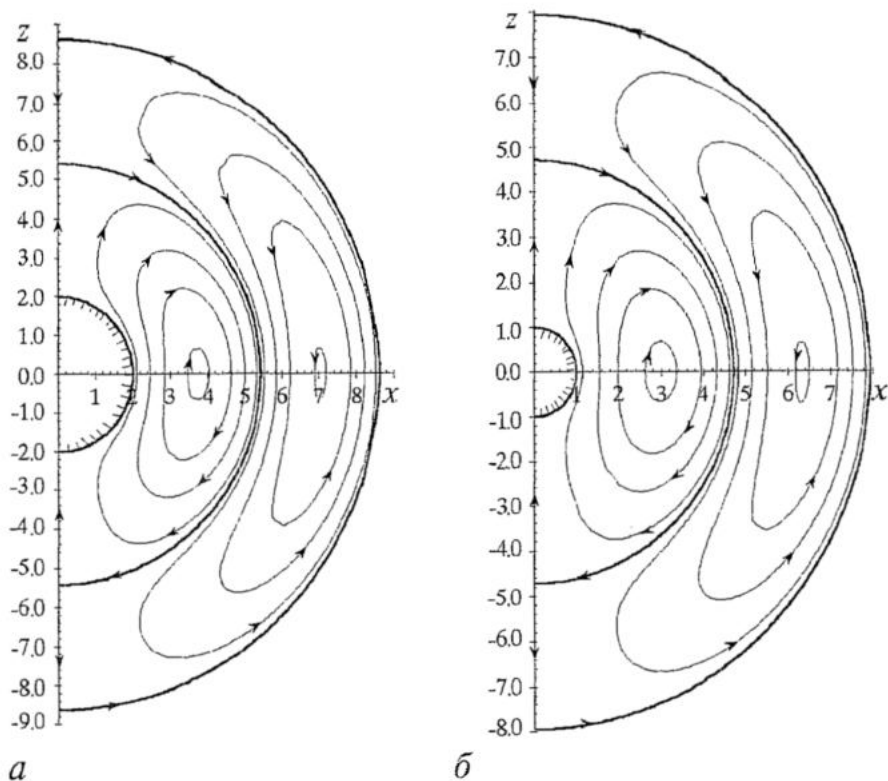


Рис. 1. Структура магнитного поля стоячей сферической E-волны в меридианной плоскости при наличии «ядра» для случая  $n=1$  и различных значений безразмерного радиуса «ядра»  $kb$ : а - 2; б - 1

В соответствии с результатами численного решения уравнений (25) и (27) проведено построение картин силовых линий, отражающих структуру полей стоячих сферических электромагнитных волн при  $n=1$  для различных значений радиуса «ядра», находящегося в центре.

На рис. 1, а изображены вихри магнитных линий для E-типа колебаний при  $b_E=2.4636$ . Аналогичная картина магнитных линий показана на рис. 1, б для  $b_E=1.7854$ . Магнитные линии являются замкнутыми и вблизи «ядра» огибают его сферическую поверхность.

На рис. 2, а показан набор электрических силовых линий для H-типа колебаний при  $b_E=2.588$ . Электрические силовые линии вблизи «ядра» подходят по нормали к его поверхности, что подтверждает выполнение граничного условия. Рис. 2, б также отображает структуру электрического поля H-типа стоячей волны с «ядром» в центре системы координат при  $b_H=2.57$ . Заметим, что в окрестности «ядра» общая картина силовых линий несколько искажается при уменьшении размера «ядра», и отдельные силовые линии электрического поля становятся замкнутыми.

Весьма интересным является предельный переход, когда идеально проводящее «ядро», находящееся в центре, устремляется в точку, то есть когда  $kb \rightarrow 0$ . Анализ показывает, что в этом случае картины магнитных силовых линий для E-типа и картины электрических силовых линий для H-типа совпадают. На рис. 3 в правой полуплоскости изображён набор силовых линий в виде вихрей, являющихся магнитными для E-типа стоячей волны и электрическими для H-волны, при условии нахождения «ядра», асимптотически стремящегося к нулю, в центре рассматриваемой системы координат для  $n=1$ . Слева представлены кривые

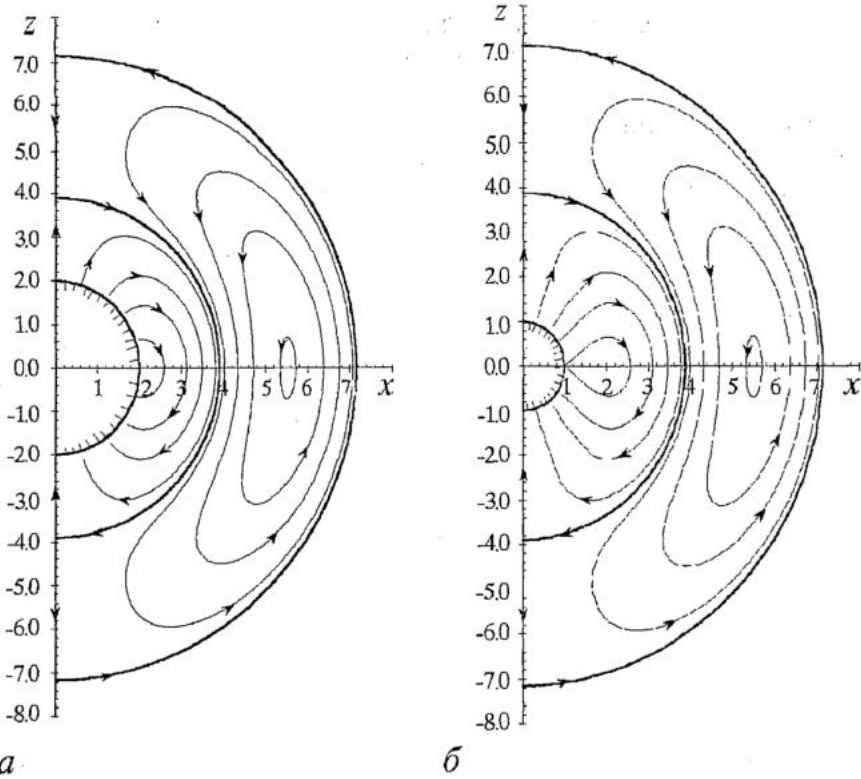


Рис. 2. Структура электрического поля стоячей сферической Н-волны в меридианной плоскости при наличии «ядра» для случая  $n=1$  и различных значений  $kb$ : а - 2; б - 1

зависимости нормированных амплитуд компонент стоячих Е- и Н-типов колебаний от нормированной координаты  $kr$  при постоянном значении  $\theta$ .

Амплитуды полей и в этом случае принимают конечные значения в центре. Именно эта ситуация отмечена в работах [3,4] как единственно возможная реальная ситуация, но без введения понятия устремляющегося в точку идеально проводящего «ядра». Как видно из нашего рассмотрения, для её реализации требование присутствия «ядра», хотя и с устремляющимися к нулю размерами, обязательно. При этом изображённая на рис. 3 структура полей сформировалась как результат отражения сходящейся волны от «ядра». Эти особенности авторы работ [3,4] принципиально не учли.

Отметим, что подобным образом нами были рассчитаны и построены соответствующие картины силовых линий для  $n=2, n=3$ . Для этих случаев имело место деление вихрей по широте в соответствии со значением  $n$ .

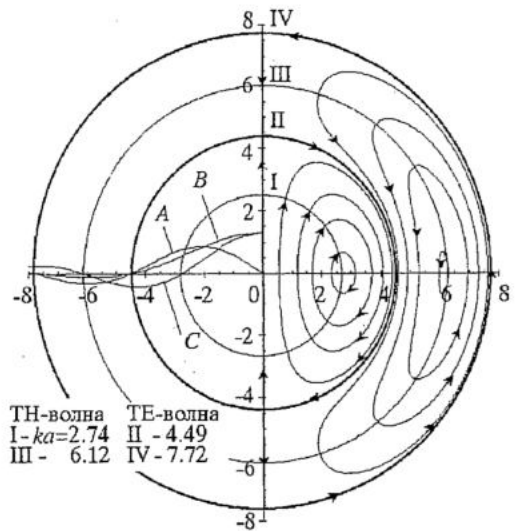


Рис. 3. Структура полей стоячей сферической электромагнитной волны при наличии «ядра» для  $n=1$  при  $kb \rightarrow 0$ . Здесь А -  $E_\phi$  или  $H_z$ ; В -  $H_r$  или  $E_r$ ; С -  $H_\theta$  или  $E_\theta$ ; а - радиус внешней сферы

### 3. Концентрические сферические резонаторы с осевой симметрией типов колебаний

Понятие «электрической стенки», принятое в электродинамике, позволяет перейти к анализу так называемого концентрического сферического резонатора с осевой симметрией типов колебаний. Рассмотрим объёмный резонатор, представляющий собой шаровую полость с находящимся в центре «ядром» в виде идеально проводящей сферы радиуса  $b$  и ограниченную извне идеально проводящей сферой радиуса  $a$ .

Найдем собственные значения и собственные функции этого резонатора, позволяющие определить наборы его резонансных частот и структуры полей, им соответствующие. В полости резонатора возможно существование лишь таких полей, которые удовлетворяют граничному условию Леонтовича

$$\text{для E-волны} \quad E_{\varphi}(kr)|_{r=a} = 0, \quad (28)$$

$$\text{для H-волны} \quad E_{\theta}(kr)|_{r=a} = 0. \quad (29)$$

а. Пусть в концентрическом сферическом резонаторе осуществляются колебания E-типа при  $n=1$ . Подставив соотношение (15) для  $E_{\varphi}$  в условие (28), нетрудно получить следующее дисперсионное уравнение:

$$\text{tg}(ka - b_E) = -1/(ka). \quad (30)$$

После преобразования (30) с учётом формулы (11), определяющей  $b_E$ , и в соответствии с тригонометрическими соотношениям

$$\text{tg}(\text{arctg}x) = x, \quad \text{tg}(x+y) = (\text{tg}x + \text{tg}y)/(1 - \text{tg}x\text{tg}y)$$

получим следующий вид дисперсионного уравнения:

$$[kbtg(ka-kb) - 1]/[kb + \text{tg}(ka-kb)] = -1/(ka), \quad (31)$$

численное решение которого позволяет определить  $ka$  при заданном значении  $kb$ .

б. Пусть в концентрическом сферическом резонаторе осуществляются H-колебания. Дисперсионное уравнение для случая  $n=1$

$$\text{tg}(ka - b_H) = ka/[1-(ka)^2] \quad (32)$$

после соответствующих преобразований примет вид

$$\{[1-(kb)^2]\text{tg}(ka-kb) + kb\}/\{[1-(kb)^2] - kbtg(ka-kb)\} = ka/[1 - (ka)^2]. \quad (33)$$

В табл. 1 представлены собственные значения  $ka$  для  $n=1$ , являющиеся решениями полученных дисперсионных уравнений для E- и H-типов колебаний, рассчитанные для сферического резонатора с «ядром» при  $kb=2$  и  $kb=1$ .

Таблица 1

$ka$			
E- тип		H- тип	
$kb=1$	$kb=2$	$kb=1$	$kb=2$
4.7181	5.4229	1.9717	5.5453
7.9434	8.6315	5.5275	8.756
11.1205	11.8039	8.7385	11.9286
14.2812	14.9633	11.9112	15.0879
17.4361	18.1165	15.0706	18.241

Подобные представленные расчеты были проведены нами также для  $n=2$  и  $n=3$ , хотя имеется принципиальная возможность анализа ситуации и с большими значениями  $n$ . В целях сокращения объема статьи данные этих расчетов здесь не приведены.

### Заключение

Таким образом, получены аналитические выражения, определяющие компоненты стоячих сферических E- и H-волн, а также уравнения силовых линий для различных типов колебаний при наличии «ядра» в центре. Численное решение этих уравнений позволило построить и представить графически картины силовых линий, определяющих соответствующие им структуры полей стоячих сферических E- и H-волн, для различных значений радиуса «ядра». Проведен анализ поведения полей вблизи идеально проводящего «ядра» при изменении его радиуса от конечного значения до бесконечно малого. Решена задача о нахождении собственных функций и собственных значений концентрического сферического резонатора, что позволило определить наборы его резонансных частот и структуры полей, им соответствующие. Все полученные решения обладают принципиальной новизной.

### Библиографический список

1. Павлова М.В., Зюрюкин Ю.А. Анализ осесимметричных сферических электромагнитных волн в изотропной среде // Проблемы управления и связи: Сб. трудов Международной научно-технической конференции. Саратов: СГТУ, 2000. С. 91.
2. Zyuryukin Yu. A., Pavlova Mariya V. Axially symmetric spherical electromagnetic waves in isotropic medium // «Coherent optics of ordered and random media». Saratov fall meeting, 2000. Proc. SPIE. 2000. Vol. 4242. P. 53.
3. Семёнов А.А. Теория электромагнитных волн. М.: Изд-во МГУ, 1968. 194 с.
4. Гуревич Л.Г. Полые резонаторы и волноводы. М.: Сов. радио, 1952. 75с.

Саратовский государственный  
технический университет

Поступила в редакцию 3.09.2002

### AXIALLY SYMMETRIC SPHERICAL ELECTROMAGNETIC WAVES IN ISOTROPIC SPACE WITH IDEALLY CONDUCTING REFLECTING «CORE» AT THE CENTER AND CONCENTRIC SPHERICAL CAVITIES ON THEIR BASIS

*Yu.A. Zyuryukin, M.V. Pavlova*

Decision of the problem of standing spherical electromagnetic waves in isotropic space free from the sources in the assumption of axially symmetry and in the presence of the ideally conducting reflecting «core» at the center is suggested. Analytical expressions, permitting to determine the components for standing spherical E- and H- waves, are obtained and the structures of the force field strengths for various modes are exposed. Decision of the task of the finding of eigenfunctions and eigenvalues for concentric spherical cavities are presented also.



*Зюрюкин Юрий Анатольевич* - родился в 1940 году, окончил физический факультет Саратовского государственного университета по специальности «Радиофизика и электроника» (1962). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1967) и доктора (1987) по специальности «Радиофизика». Профессор (1989), чл.-корр. Российской академии естественных наук и член Российского акустического общества (1994). С 2000 года является членом Международного института электрорадиоинженеров (IEEE). С 1985 года по настоящее время - заведующий кафедрой физики Саратовского государственного технического университета. Является соавтором 17 изобретений СССР. Общее число научных публикаций свыше 170.

Основные научные интересы - электродинамика и исследование физических принципов создания элементной базы СВЧ-акустооптоэлектроники и акустооптики, технология изготовления их базовых элементов, а также разработка принципов построения устройств обработки информации на основе использования СВЧ электромагнитных и упругих волн.



*Павлова Мария Валентиновна* - родилась в 1977 году, окончила физический факультет Саратовского государственного университета по специальности «Радиофизика» (1999). Аспирант кафедры физики Саратовского государственного технического университета. Имеет 7 публикаций по материалам предполагаемой кандидатской диссертации. Основные научные интересы - электродинамика СВЧ.



Изв. вузов «ПНД», т.10, № 5, 2002

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ДНИ В САРАТОВЕ ДЛЯ МОЛОДЫХ - 2002

Научная школа-конференция

Саратов, 30.09.-5.10.2002



### Организаторы

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
Государственный учебно-научный центр «Колледж»  
Факультет нелинейных процессов СГУ  
Саратовское отделение Института радиотехники и электроники РАН  
Министерство образования Саратовской области

### Поддержка

Российского Фонда Фундаментальных Исследований, грант №02-02-26140  
U.S. Civilian Research & Development Foundation for the Independent States  
of the Former Soviet Union (CRDF), Award № REC-006

### Программный комитет

*Трубецков Д.И.*, председатель, чл.-корр. РАН, профессор, ректор СГУ; *Левин Ю.И.*, зам. председателя, профессор, директор ГосУНЦ «Колледж», декан факультета нелинейных процессов СГУ; *Шалфеев В.Д.*, д.ф.-м.н., профессор ННГУ; *Данилов Ю.А.*, профессор, в.н.с. РНЦ Курчатовский институт, Москва; *Сухоруков А.П.*, д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой радиофизики МГУ; *Ирисова Н.А.*, д.ф.-м.н., в.н.с. ИОФ РАН, Москва; *Анищенко В.С.*, д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой радиофизики и нелинейной динамики СГУ; *Кузнецов А.П.*, д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой динамических систем СГУ, в.н.с. СО ИРЭ РАН; *Шараевский Ю.П.*, д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой нелинейной физики СГУ; *Безручко Б.П.*, д.ф.-м.н., профессор СГУ, в.н.с. СО ИРЭ РАН; *Кузнецов С.П.*, д.ф.-м.н., профессор СГУ; *Короновский А.А.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Рыскин Н.М.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Храмов А.Е.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ

### Локальный оргкомитет

*Трубецков Д.И.*, председатель, чл.-корр. РАН, профессор, ректор СГУ; *Левин Ю.И.*, к.ф.-м.н., профессор, директор ГосУНЦ «Колледж», декан факультета нелинейных процессов СГУ; *Красичков Л.В.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Короновский А.А.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Мчедлова Е.С.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Рыскин Н.М.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Храмов А.Е.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Ремпен И.С.*, ассистент СГУ; *Егоров Е.Н.*, ассистент СГУ

### Научная программа

- Нелинейные колебания и волны
- Динамический хаос и образование структур
- Нелинейная динамика в радиофизике и электронике
- Нелинейная динамика и её связь с другими науками

На ежегодной Всероссийской школе-конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых - 2002» прочитано 15 обзорных лекций и 80 научных докладов, авторами которых являются российские и зарубежные ученые, а также аспиранты, студенты и школьники российских вузов и школ. В докладах были представлены результаты исследовательских работ по следующим научным

направлениям: нелинейные колебания и волны; динамический хаос; нелинейная динамика в радиофизике и электронике; применение современных методов и средств, разработанных в рамках теории нелинейных динамических систем; формирование структур; нелинейная динамика и ее связь с другими науками. Последняя проблема вызвала, пожалуй, наибольший интерес. Как обычно, ряд лекций был прочитан гостями школы, известными российскими учеными. Традиционно особое внимание было уделено работе со школьниками старших классов. Всего в этом году в работе школы приняло участие более пятидесяти школьников из Саратова, Саратовской области и Ижевска, прошедших конкурсный отбор на основе специально разработанных задач. Для школьников был проведен ряд лекционных и семинарских занятий, академбой и брейн-ринг, вызвавшие большую активность участников (как школьников, так и лекторов). На школьной секции учащиеся докладывали результаты своих исследований и реферативных работ, были выпущены несколько стенных газет, отражающих события школы. По итогам школы лучшим участникам-школьникам были присвоены почетные дипломы и награды.

#### **Рабочая программа**

**30 сентября 2002, 15:00-18:00**

Торжественное открытие

*Трубецков Д.И.*, чл.-корр., СГУ. Синхронизация глазами классиков

*Шалфеев В.Д.*, профессор, Нижний Новгород. Синхронизация

Организационное собрание

**1 октября 2002, 9:30-19:30**

*Данилов Ю.А.*, профессор, Москва. Маятник

*Гурия Г.Т.*, профессор, Москва. Динамика волоконистых систем

*Романовский Ю.М.*, профессор, Москва. Нелинейная динамика живых систем

*Сухоруков А.П.* профессор, Москва. Солитоны

**Школьная секция** О факультете нелинейных процессов. *Дмитриев Б.С.*, профессор, СГУ. Парадоксы в физике. Доклады школьников по материалам рефератов. Академбой

#### **Студенческая секция**

**2 октября 2002, 9:30-19:30**

*Данилов Ю.А.*, профессор, Москва. Автомодельные решения

*Сергеев А.М.*, профессор, Нижний Новгород. Фемтосекундная оптика

*Трахтенгерц В.Ю.*, профессор, Москва. Космические циклотронные мазеры

*Безручко Б.П.*, профессор, СГУ. Как рождаются математические модели

**Школьная секция** О вступительных экзаменах на факультет нелинейных процессов. Пробное тестирование по физике. Разбор конкурсных задач. Брейн-ринг

#### **Студенческая секция**

**3 октября 2002, 10:00-21:30**

Празднование 10-летия ЛПН

**Школьная секция** Разбор задач тестирования. Пробное тестирование по физике. Доклады по материалам рефератов

**4 октября 2002, 9:30-21:30**

*Osbaldestin A.*, профессор, университет Лафборо, Англия. Сломанная клавиатура или кое-что о фракталах

*Кузнецов А.П.*, профессор, СГУ. Проектирование, особенности, эволюты, эвольвенты и волновые фронты

*Кузнецов С.П.*, профессор, СГУ. Теория Фейгенбаума или переход к хаосу через удвоения периода

*Анищенко В.С.*, профессор, СГУ. Статистические свойства хаотических аттракторов

**Школьная секция** *Князев А.А.*, учитель ЛПН. Семинар по решению задач. Разбор задач тестирования. Пробное тестирование по физике. Круглый стол: Что такое ФНП?

#### **Студенческая секция**

**Обсуждение стендовых докладов ежедневно с 17.00 до 18.00**

**5 октября 2002, 10:00-12:00**

*Закржевский М.В.*, профессор, Рига, Латвия. Маятник. Редкие аттракторы и хаос  
Подведение итогов, награждение победителей

**Закрытие школы-конференции**



## ПАМЯТИ ДРУГА

Навсегда ушел от нас наш друг, ученый, учитель и очень хороший человек, 33 года проработавший на кафедре электроники СГУ, Виктор Лазаревич Фишер. Эта страничка - дань его памяти.

Старший преподаватель В.Л.Фишер, пожалуй, самый любимый человек и у преподавателей, и у студентов. Студенты любят его за глубокие знания, умение ясно и просто объяснить труднообъяснимое, за доброе отношение к ним. За это и многое другое любят его и коллеги. Вот, например, и на этом снимке он, вполне возможно, читает лекцию за одного из уехавших в командировку. *Альбом "20 лет КЭ", 1972*

Виктор Лазаревич Фишер пришел на кафедру электроники СГУ в феврале 1963 г. на должность старшего преподавателя. В 1984 г. защитил кандидатскую диссертацию и стал доцентом кафедры. С 1992 г. совмещал работу на кафедре с работой в Колледже прикладных наук и гимназии № 4, а в 1996 г. году полностью перешел на работу в гимназию. Но не в этих "сухих" цифрах память о Викторе Лазаревиче. Можно много и долго говорить об этом прекрасном человеке и друге, но на ум прежде всего приходят два слова: Учитель и Доброта. Студент, школьник никогда не являлись для него просто объектами обучения, в которые нужно "вкладывать" знания. Лекции, лабораторные занятия, экзамены, уроки были для него формой дружественного общения, и это позволяло ему найти подходы как к отличнику, так и к нерадивому студенту. Внешнее спокойствие и невозмутимость были свидетельством не равнодушия, а добросовестного отношения к любому поручению и делу, доброго отношения к любому собеседнику в любой обстановке. Память о бесконечно добром человеке - Викторе Лазаревиче Фишере останется в сердцах его учеников и коллег. *Декан ФНП, проф. Ю.И. Левин*

Виктор Лазаревич Фишер был необычайно добрым и отзывчивым человеком. Это хорошо знали и преподаватели и студенты. Вместе с тем, он был поразительно способным ученым и преподавателем. Он великолепно знал основные лекционные курсы кафедры и в случае необходимости мог заменить любого из наших ведущих лекторов. Сложные вопросы мог объяснить просто и понятно. Когда возникала необходимость повысить успеваемость по тому или иному предмету, на экзамен приглашался Виктор Лазаревич. Он никогда не ставил двоек. Мы звали его ласково Витюшей. *Проф. Ю.Д. Жарков, проф. М.А. Григорьев*

Незабвенный Виктор Лазаревич... В нем удивительным образом сочетался талант физика, интеллигентность, необычайная доброта, открытость души и бескорыстие. Пожалуй трудно было найти на факультете преподавателя, которого студенты любили так, как любили Виктора Лазаревича за его удивительную тактичность и доброту. *Проф. В.С. Андрушкевич*

С Виктором Лазаревичем мне приходилось проводить занятия и выезжать со студентами на сельхозработы, бывать в неофициальной обстановке, был я даже его учеником по вождению автомобиля. Меня всегда поражала исключительная мягкость, деликатность и доброта Виктора Лазаревича. Рассерженным я его никогда не видел. *Доц. Ю.Г. Гамаюнов*

Мы близко познакомились и даже подружились с Виктором Лазаревичем, когда я аспирантом пришел на кафедру электроники - это был 1967 год. Как аспиранту мне пришлось сразу вести лабораторные занятия со студентами и большую часть занятий я вел в паре с В.Л. Дар прекрасного педагога сочетался в нем с большой житейской и практической мудростью и он охотно делился этим опытом с нами - молодыми преподавателями. С большой благодарностью помню его советы по поводу кураторской работы. Преподаватели старшего поколения хорошо помнят, какой "приятной обязанностью" было для них кураторство в студенческой группе: обязательное проведение еженедельных политинформаций, кураторских часов, разнообразных культурных мероприятий со студентами. Такую нагрузку получил и я, не испытывая при этом, естественно, большой радости. Помог мне в мудрый совет Виктора Лазаревича. "Главное, - сказал он, - куратор должен следить, чтобы студенты хорошо учились, а все остальное фантазируй на бумаге, как хочешь. По-настоящему, все эти мероприятия никому не нужны - ни тебе, ни студентам, а только для отчета в партком". Так, следуя своевременному совету В.Л., я осваивал трудные кураторские обязанности. *Проф. Ю.П. Шаравеский*

Виктор Лазаревич был мудрым человеком. Это проявлялось во всем: в отношении к науке, работе, семье, в общении с коллегами и студентами. Его суждения о людях и событиях всегда были неожиданными и точными, без излишней категоричности, с особым "фишеровским" юмором. *Доц. А.В. Булгакова*

Зав. редакцией *Н.Н. Левина*  
Редакторы *Л.А. Сидорова, Н.Н. Левина, А.Ю. Бирюкова*  
Обложка художника *Д.В. Соколова*  
Оригинал-макет подготовлен *Г.А. Суминой, О.Н. Афанасьевой,*  
*И.А. Пономаревой*  
на компьютерной системе Apple Macintosh


Распространение журнала по подписке и предварительным заявкам осуществляется Государственным учебно-научным центром «Колледж» при Саратовском государственном университете. ИНН 6452006136  
Банковские реквизиты  
р/с № 40603810900000000378 в ЗАО АКБРИР «Экономбанк» г. Саратова,  
БИК 046311722, кор.счет банка 30101810100000000722

**Правила подписки за рубежом** на сайте: <http://www.periodicals.ru>

Сдано в набор 1.11.02. Подписано к печати 11.12.02. Формат 70x108/16  
Бумага «Снегурочка». Печать трафаретная. Гарнитура Латинская  
Усл. печ. л. 8,40(6,0). Уч.-изд. л. 8,3. Тираж 200. Заказ 279

Издательство ГосУНЦ «Колледж». Лицензия ЛР №020773 от 15.05.98  
410012, Саратов, ул. Астраханская, 83  
Тел. (845-2)523864, факс (845-2) 523864  
E-mail: [and@cas.ssu.runnet.ru](mailto:and@cas.ssu.runnet.ru)  
<http://cas.ssu.runnet.ru>

Отпечатано на ризографе GR 3750 издательства ГосУНЦ «Колледж»

© Издательство ГосУНЦ «Колледж», 2002   
© Оформление художника Д.В. Соколова, 2002



**EDITOR-IN-CHIEF**

*Yu.V. Gulyaev*, Member of the Russian Academy of Sciences, Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Moscow

**EDITORS**

*D.I. Trubetskov*, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Saratov University

*D.A. Usanov*, Member of the International Academy of Sciences of High School, Saratov University

**SECRETARY-IN-CHIEF**

*B.P. Bezruchko*, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Saratov University

**EDITORIAL BOARD**

*V.S. Anishchenko*, Professor, Saratov University

*Yu.A. Danilov*, Professor, Kurchatov Scientific Centre, Moscow

*A.S. Dmitriev*, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Moscow

*S.P. Kuznetsov*, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Saratov

*P. S. Landa*, Professor, Moscow University

*G.G. Malinetskii*, Professor, Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow

*O.V. Rudenko*, Professor, Moscow University

*Yu.M. Romanovsky*, Professor, Moscow University

*E.E. Son*, Professor, Institute of Physics and Technics, Dolgoprudny

*V.D. Shalfeev*, Corresponding Member of the Russian Academy of Engineer Sciences, Nizhny Novgorod University

*V.V. Tuchin*, Professor, Saratov University

*V.K. Yulpatov*, PhD, Institute of Applied Physics of RAS, Nizhny Novgorod

*V.G. Yakhno*, Professor, Institute of Applied Physics of RAS, Nizhny Novgorod



Содержание предыдущих глав.

Ярким событием в жизни саратовских СВЧ-электроников были (да и по сей час остаются) зимние Школы в Волжских Дальях, на которые начиная с 1970 года каждое трехлетие съезжались ведущие специалисты со всего Союза (ныне СНГ). Внешней отличительной приметой этих школ была разветвленная наглядная агитация в самых разнообразно-своеобразных формах с веселым пародированием или подраживанием официальных форм.

Кое-что было на грани пристойности (в том числе и политической), на чины и звания особое внимание не обращалось, но никто не обижался, тем более, что пресс-центр старался соблюдать чувство меры (конечно, по мере возможности).

В 70-х - 80-х гг. пресс-центр публиковал многосерийный настенный роман "На семи нарах". Менялись герои, менялись анонимы-авторы, но имя первого, с которого все началось, наконец-то можно раскрыть. Это - Б.П.Безручко, доктор ф.-м. наук и ныне продолжающий литературную деятельность, но уже в качестве активного автора журнала "ПНД".

# На 7 нарах

## Глава 7. "В берлоге"

Опять проснулся в полночь от криков - началось. Каждую ночь одно и то же. На третьем или втором этаже то ли кого-то били, то ли пели и плясали, то ли сначала били, а потом плясали. Даже в подвале было слышно, как несчастный истощено орал и топал ногами под хохот "малины". Теперь до утра не уснуть<sup>3</sup>. Я вспомнил день, когда попал в это страшное место...

Примерно через час меня выгрузили из багажника в местечке дачного типа и пинками направили к трехэтажному дому с лоджиями. По холодному коридору, в который с двух сторон выходили двери, гулял ветер. В коридоре пусто и с непривычки темно - прихлопнул, и мама не узнает. Попутчики потянули за ручку двери и толкнули меня в светлый холл, где на диванах, стульях и просто батареях отопления, сидело человек сто. Все внимательно слушали рыжеватого мужика в очках и сером берете. Некоторые что-то записывали. "Мать честная, и здесь учеба! Ну, прямо школа", - подумал я и тотчас же узнал рыжего<sup>4</sup>. В лагере у него была странная кличка "Мисс Ева". Говорил он солидно и всё ворошил кучу картинок, висевших на большом ржавом гвозде. Точно, это - он и взял галерею в столице.

В зале оживление. Осторожно поворачиваю голову и вздрагиваю от неожиданности. Рядом со мной "Алька-профессор" - кудрявый, небритый, с перстнем на пальце<sup>5</sup> - всё с соседкой про гармоники говорит. А соседка, видать, птаха не наша, залетная. Это про неё, наверное, из Скотланд-Ярда в субботу запрашивали<sup>6</sup>. То ли в Хельсинки, то ли в Стокгольме гастролировала. Хвастается "Профессору", мы-де на фундаментальные дела инструмент не берем, все больше объекты "фотографируем". Наводчица, видно. А вообще-то, баб здесь мало...

На третьем этаже стало тихо. Похоже, бедняга раскололся, или совсем кончился. Постарюсь заснуть, утром нужна свежая голова. Заснуть уже почти удалось, но забренчала гитара и раздался садистский хохот на втором этаже. Это уже другая братва раскрутилась...

Мне сразу бросилось в глаза, что "малина" неоднородна. Даже на "заседаниях" реплики и шутки позволяли себе в основном передние ряды. Здесь располагались матерые "медвежатники-М-типщики", "домушники-ЛБВэшники". Задние ряды - разные мелкие карманники - "инженеры" и "разработчики" - чаще молчали. Кого они боятся? Где главный? Мысленно перебираю фотографии: анфас, профиль, анфас, профиль... Вон тот, постарше, который руку все к уху прикладывает, вопросы вредные часто задает, а то и высказывается прямо - "собачья, мол, это математика" - смахивает на главного<sup>7</sup>? Или главным здесь грузный, вечно курящий "Тимофеич" из второго ряда<sup>8</sup>? Больно часто голос подает. А может, моложавый брюнет, который тоже без конца лезет с вопросами или высказываниями, а между делом туда-сюда гоняет своих уркаганов<sup>9</sup>. Или не приехал пока главный?<sup>10</sup>.... А это что за высокий с чубчиком<sup>10</sup>, в нашей картотеке его ещё не было. Как и дамочка в шубке<sup>11</sup>, что ему всё про каких-то бешеных<sup>12</sup> рассказывает, тоже больно уверенно держится. Надо и её на заметку. А вообще-то, баб здесь мало...

<sup>1</sup> Пансионат "Волжские дали" на р. Волга.

<sup>2</sup> Прототип: майор Исаев - легендарная фигура советского разведчика, а также к.ф.-м.н. В.А.Исаев, член Оргкомитета, в будущем депутат Верховного Совета первой волны перестройки, ныне сотрудник аналитического отдела Управления образования.

<sup>3</sup> Трудовой день на школах заканчивался веселыми посиделками с гитарой, анекдотами и танцами до утра.

<sup>4</sup> - <sup>11</sup> Прототипы: профессора Д.М.Петров (<sup>4</sup>) с программой расчетов "Ева" и А.М.Кац (<sup>5</sup>); доцент Н.Кравченко, незадолго до школы вернувшаяся из редкой тогда загранкомандировки (<sup>6</sup>); академик Л.А.Вайнштейн, завсегда давший школы (<sup>7</sup>); профессор В.Т.Овчаров (<sup>8</sup>); бессменный председатель рабочего оргкомитета Д.И.Трубецков (тогда еще не член-корр. РАН) и его рабочая группа (<sup>9</sup>); профессор В.И.Канавец (<sup>10</sup>); к.ф.-м.н. Т.Назарова (<sup>11</sup>).

<sup>12</sup> "Бешеные" электроны.