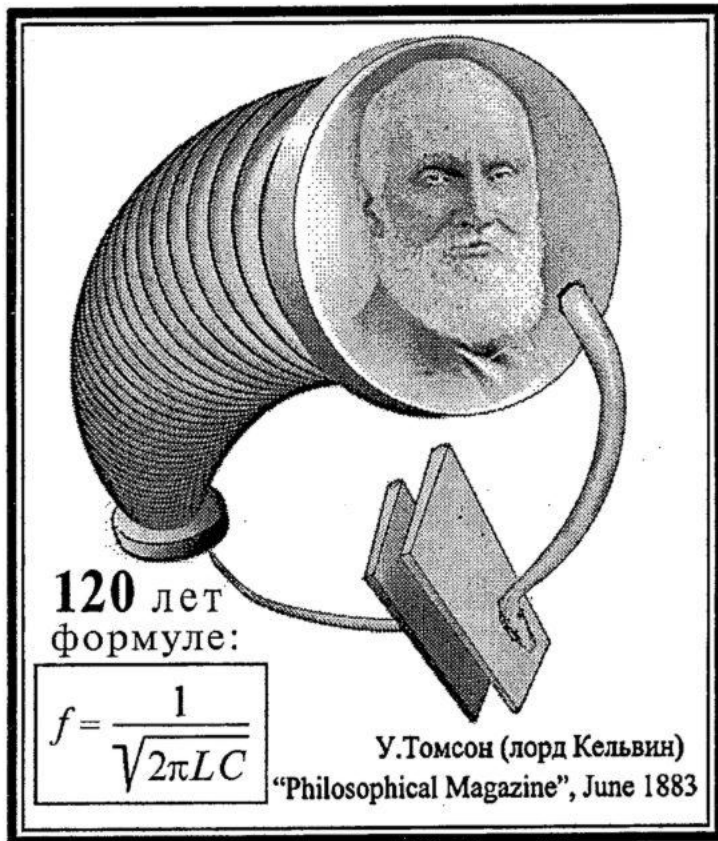


Трикладная Делнейная Динамика

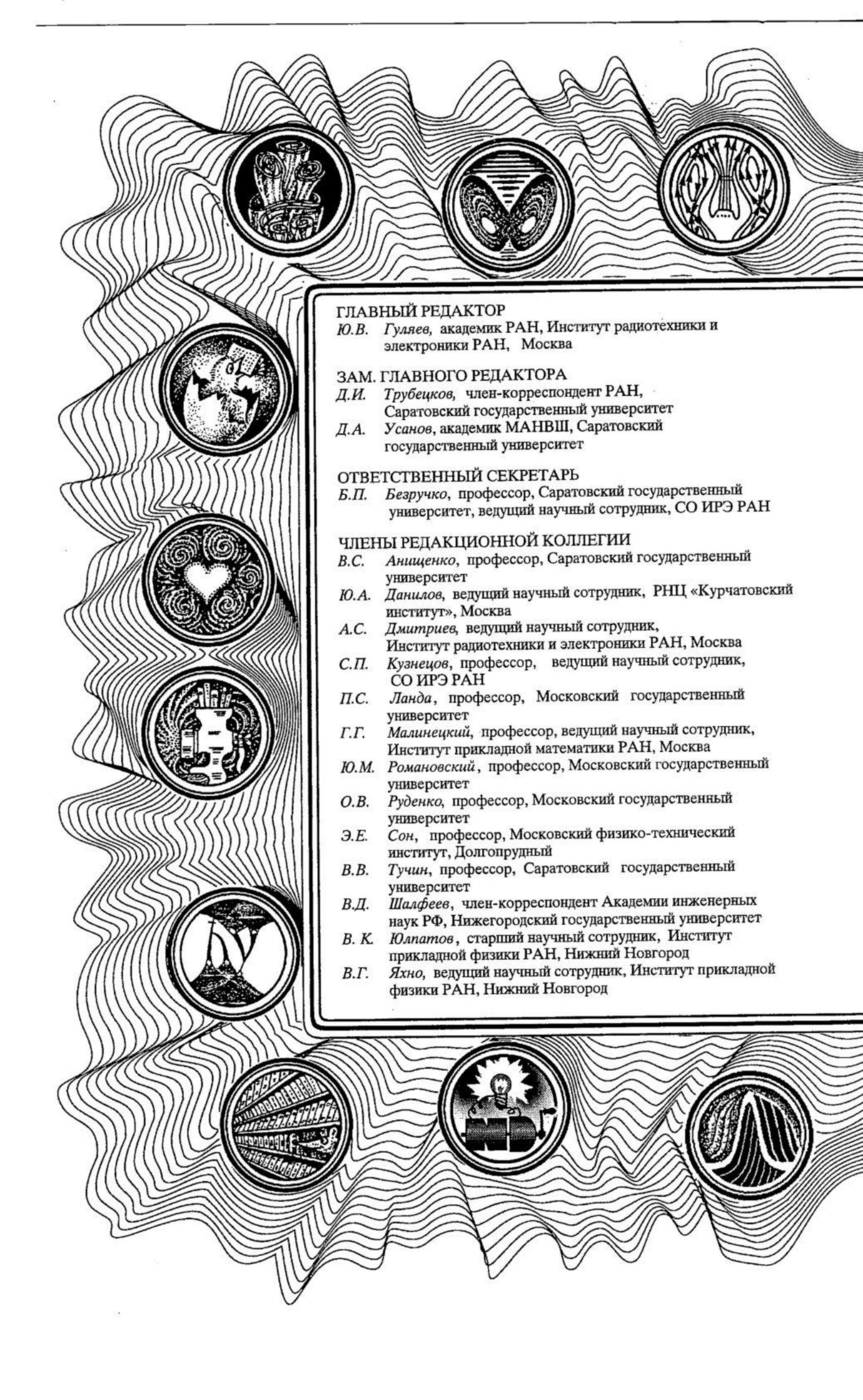
2
2003



120 лет
формуле:

$$f = \frac{1}{\sqrt{2\pi LC}}$$

У.Томсон (лорд Кельвин)
"Philosophical Magazine", June 1883



ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю.В. Гуляев, академик РАН, Институт радиотехники и электроники РАН, Москва

ЗАМ. ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Д.И. Грубецков, член-корреспондент РАН, Саратовский государственный университет
Д.А. Усанов, академик МАНВШ, Саратовский государственный университет

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

Б.П. Безручко, профессор, Саратовский государственный университет, ведущий научный сотрудник, СО ИРЭ РАН

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

В.С. Анищенко, профессор, Саратовский государственный университет
Ю.А. Данилов, ведущий научный сотрудник, РНЦ «Курчатовский институт», Москва
А.С. Дмитриев, ведущий научный сотрудник, Институт радиотехники и электроники РАН, Москва
С.П. Кузнецов, профессор, ведущий научный сотрудник, СО ИРЭ РАН
П.С. Ланда, профессор, Московский государственный университет
Г.Г. Малинецкий, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт прикладной математики РАН, Москва
Ю.М. Романовский, профессор, Московский государственный университет
О.В. Руденко, профессор, Московский государственный университет
Э.Е. Сон, профессор, Московский физико-технический институт, Долгопрудный
В.В. Тучин, профессор, Саратовский государственный университет
В.Д. Шалфеев, член-корреспондент Академии инженерных наук РФ, Нижегородский государственный университет
В.К. Юлпатов, старший научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
В.Г. Яхно, ведущий научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

научно-технический журнал

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год

Том 11, № 2, 2003, Саратов

СО Д Е Р Ж А Н И Е

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Храмов А.Е. Управление режимами колебаний в пучках со сверхкритическим током с помощью различных типов обратной связи 3

КВАНТОВЫЙ ХАОС

Беляев М.В., Лазерсон А.Г. Сложная динамика неавтономного квантового осциллятора 25

Куракин П.В., Малинецкий Г.Г. Моделирование квантовых перепутанных состояний на основе клеточных автоматов 34

Материалы Международной конференции «Синхронизация хаотических и стохастических колебаний». Саратов, Россия, сентябрь 22-28, 2002

Павлов А.Н., Сосновцева О.В., Зиганшин А.Р. Мультифрактальный анализ хаотической динамики взаимодействующих систем 39

Kim S.-Y., Lim W., Жалнин А. О переходах через перемежаемость в квазипериодически возбуждаемых отображениях 55

Tsekouras G.A., Provata A., Varas F., Шабунин А., Астахов В., Анищенко В., Frantzeskakis D., Diakonou F. Волны и их взаимодействие в модели решетки, описываемой уравнениями Лотки - Вольтерры 63

Ефимов А., Шабунин А., Астахов В., Provata A. Хаотическая динамика химических реакций на решетках низкой размерности: сравнение методов среднего поля и Монте-Карло 72

Kim S.-Y., Жалнин А., Lim W., Кузнецов С. Динамические характеристики режимов слабой хаотической синхронизации в присутствии шума и расстройки параметров 81

Логинова М.В., Анищенко В.С. Исследование универсальных свойств порога внешней синхронизации хаотических систем 87

Панкратов Е.Л. Ускорение и замедление диффузии в среде путем временной модуляции коэффициента диффузии 96

Дубков А.А. Точный расчет эффективной постоянной диффузии во флуктуирующих периодических потенциалах 102

Климова О.А., Семенова М.А., Анищенко Т.Г., Игошева Н.Б. Нормированная энтропия в оценке кардиоваскулярных реакций на различные воздействия у особей разного пола 108

Анищенко Т.Г., Глушкова-Семячкина О.В. Нормированная энтропия как дополнительный критерий чувствительности сердечно-сосудистой системы к блокаде нервной регуляции у крыс разного пола 116

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА В ЛИЦАХ. ИСТОРИЯ. PERSONALIA

Усанов Д.А. К 100-летию О.В. Лосева, первого конструктора полупроводниковых генераторов и усилителей 123

КНИЖНОЕ ОБОЗРЕНИЕ

Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Том 1 125

DEPARTMENT OF EDUCATION OF RUSSIAN FEDERATION

Izvestiya VUZ

APPLIED NONLINEAR DYNAMICS

scientific-technical journal

published since 1993

Published 6 times a year

Vol.11, № 2, 2003, Saratov

CONTENTS

REVIEWS OF ACTUAL PROBLEMS OF NONLINEAR DYNAMICS

Controlling of oscillation regimes in electron beams with overcritical current with the aid of different types of feedback. *A.E. Hramov* 3

QUANTUM CHAOS

Complex dynamics of a quantum oscillator. *M.V. Belyaev, A.G. Lazerson* 25

Modeling of entangled quantum states based on cellular automata. *P.V. Kurakin, G.G. Malinetsky* 34

Transactions of the International Conference «Synchronization of Chaotic and Stochastic Oscillations» Saratov, Russia, September 22-28, 2002

Multifractal analysis of chaotic dynamics in interacting systems. *A.N. Pavlov, O.V. Sosnovtseva, A.R. Ziganshin* 39

Intermittent transitions in the quasiperiodically forced maps. *S.-Y. Kim, W. Lim, A. Jalnine* 55

Waves and their interactions in the lattice Lotka-Volterra model. *G.A. Tsekouras, A. Provata, F. Baras, A. Shabunin, V. Astakhov, V. Anishchenko, D. Frantzeskakis, F. Diakonou* 63

Chaotic dynamics of chemical reactions in low-dimensional substrates: Mean-field and monte-carlo approaches. *A. Efimov, A. Shabunin, V. Astakhov, A. Provata* 72

Characterization of the parameter-mismatching and noise effect on weak synchronization. *S.-Y. Kim, A. Jalnine, W. Lim, S. P. Kuznetsov* 81

Investigation of universal properties of external synchronization threshold in chaotic systems. *M.V. Loginova, V.S. Anishchenko* 87

Acceleration and deceleration of diffusion in a medium by time modulation of diffusion coefficient. *E.L. Pankratov* 96

Exact calculation of effective diffusion constant in fluctuating periodic potentials. *A.A. Dubkov* 102

Normalized entropy in the evaluation of cardiovascular responses to different perturbations in male and female rats. *O.A. Klimova, M.A. Semyonova, T.G. Anishchenko, N.B. Igosheva* 108

Normalized entropy as an additional criteria of cardiovascular responsivity to nerve regulation blockade in rats of both sexes. *T.G. Anishchenko, O.V. Glushkovskaya-Semyachkina* 116

HISTORY OF NONLINEAR DYNAMICS. PERSONALIA

Commemorating the 100-th anniversary of O.V. Losev, the first constructor of semiconductor oscillators and amplifiers. *D.A. Usanov* 123

BOOK'S REVIEW

Lectures on Microwave Electronics for Physicists. Volume 1. *D.I. Trubetskov, A.E. Hramov* 125



УПРАВЛЕНИЕ РЕЖИМАМИ КОЛЕБАНИЙ В ПУЧКАХ СО СВЕРХКРИТИЧЕСКИМ ТОКОМ С ПОМОЩЬЮ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

А.Е. Храмов

В работе обсуждаются способы управления колебаниями в пучке со сверхкритическим током с помощью различных типов внешней и внутренней обратной связи. Приводятся результаты исследования влияния обратной связи на колебания в плоском пролетном промежутке в рамках гидродинамического описания и в режимах образования виртуального катода. Также рассматривается управление динамикой виркаторной системы с помощью различных типов внутренней обратной связи.

Введение

Изучение распределенных нелинейных систем находится в центре внимания исследователей в различных областях естествознания [1,2]. Большинство теоретических работ в данном направлении посвящено либо анализу специально сконструированных нелинейных уравнений, допускающих точное решение, либо анализу, обычно численными методами, цепочек и решеток, собранных из нелинейных элементов. На этом пути достигнуто много значительных успехов в понимании некоторых общих закономерностей нелинейных явлений в модельных колебательно-волновых средах [2,3]. Нелинейная динамика распределенных автоколебательных систем изучена в настоящее время существенно менее детально. Основное число подобных исследований посвящено анализу гидродинамических систем и моделей нелинейной оптики, меньше подобных работ в области физики плазмы и сверхвысокочастотной электроники. Хотя именно системы электронно-плазменной природы являются принципиально распределенными и описываются нелинейными уравнениями в частных производных, что делает их исследование более сложным по сравнению с анализом конечномерных потоковых и дискретных систем.

Весьма важной является проблема поиска методов управления колебаниями распределенных активных систем. Особенно важно это для СВЧ-электроники, где фундаментальные проблемы исследования распределенных активных сред тесно переплетены с прикладными задачами [4,5]. Например, актуальна задача создания сверхмощных СВЧ-устройств с перестраиваемыми характеристиками выходного излучения. Одним из методов управления динамикой электронного потока является использование различных типов обратной связи (ОС). Так, первый

генератор хаоса СВЧ-диапазона - шумотрон [6] - был создан введением внешней запаздывающей ОС в ЛБВ О-типа.

С точки зрения фундаментальных исследований в области нелинейной динамики интерес к влиянию ОС на характеристики автоколебаний в динамических системах стимулирован работами по управлению хаосом в потоковых и дискретных системах [7]. На этом пути достигнуты определенные успехи, однако выявление общих закономерностей динамики электронно-плазменных систем с различными типами ОС остается нерешенной задачей. Особенно важно здесь понимание влияния ОС на физические механизмы, приводящего к перестройке режимов колебаний, связи этих режимов с динамикой пространственных структур.

Данная работа посвящена выявлению некоторых общих закономерностей влияния различных типов ОС на нелинейную динамику и процессы структурообразования в такой активно изучаемой системе, как электронный пучок со сверхкритическим током. Еще в работах Чайлда, Лэнгмюра и Пирса [8-10] показано, что при инжекции в пролетный промежуток тока, превышающего критическое значение (сверхкритический ток), стационарные состояния с полным прохождением потока становятся неустойчивыми. Генераторы СВЧ-излучения, использующие в качестве активной среды электронный пучок со сверхкритическим током (*виркаторы*), являются одними из перспективных устройств современной электроники больших мощностей [11]. Здесь мы подробно не останавливаемся на физических процессах в пучке со сверхкритическим током, отсылая интересующихся к работам [11-13] (см. также библиографические списки к ним).

Управление колебаниями в гидродинамической модели диода Пирса

Рассмотрение процессов в электронном пучке со сверхкритическим током является весьма сложной задачей и требует для анализа привлечения методов численного моделирования. Естественно вначале рассмотреть простейшую одномерную модель такой системы - диод Пирса. С точки зрения нелинейной теории колебаний и волн и теории самоорганизации открытых систем диод Пирса является одной из простейших моделей электронной турбулентности. Численное моделирование показывает, что в ней наблюдаются различные нелинейные феномены, включая детерминированный хаос, классические сценарии перехода к хаотической динамике, процессы образования и взаимодействия структур [4,5,13,14].

Диод Пирса представляет собой две бесконечных плоских параллельных сетки, которые заземлены и находятся на расстоянии L друг от друга. Плотность заряда ρ_0 и скорость v_0 пучка на входе в систему поддерживаются постоянными. Пространство между сетками равномерно заполнено нейтрализующим фоном неподвижных ионов с плотностью ρ_i .

Динамика процессов в диоде Пирса в гидродинамическом приближении описывается самосогласованной системой уравнений движения, непрерывности и уравнения Пуассона

$$\partial v / \partial t + v \partial v / \partial x = -\partial \varphi / \partial x, \quad \partial \rho / \partial t + \partial v \rho / \partial x = 0, \quad \partial^2 \varphi / \partial x^2 = \alpha^2 (\rho - n), \quad (1)$$

с граничными условиями

$$v(0,t) = 1, \quad \rho(0,t) = 1, \quad \varphi(0,t) = \varphi(1,t) = 0. \quad (2)$$

Здесь $v(x,t)$, $\rho(x,t)$ - скорость и плотность «электронной жидкости», $\varphi(x,t)$ - потенциал поля пространственного заряда.

Управляющими параметрами исследуемой электронной системы (1), (2) выступают параметр Пирса $\alpha = \omega_p L / v_0$, представляющий угол пролета электронов по плазменной частоте ω_p и пропорциональный величине тока пучка I , так как $\omega_p \sim I^{1/2}$, и параметр ионного фона $n = |\rho_i / \rho_0|$. Классический диод Пирса [10] предполагает $n=1.0$, то есть полную компенсацию пространственного заряда электронного пучка положительным ионным фоном.

Неустойчивость Пирса развивается при $\alpha > \pi$, когда в системе формируется виртуальный катод (ВК), от которого отражается часть потока обратно к плоскости инжекции. В этом режиме уравнения (1) и (2) позволяют описать только начальную стадию развития неустойчивости до момента появления в системе отраженных частиц [4]. Вместе с тем, при величине α порядка 3π возможно полное прохождение электронного потока. В последнем случае рост неустойчивости Пирса ограничивается нелинейностью и существует возможность описания диода в рамках гидродинамического подхода.

Внешняя ОС вводилась путем модуляции разности потенциалов между входной и выходной сетками сигналом, снимаемым из некоторого сечения $x = x_{OC} = 0.2$ пространства взаимодействия [15,16]. В модели введение запаздывающей ОС приводит к изменению граничного условия для потенциала на правой границе системы

$$\varphi(1, t) = f_{OC}(t) = A(\rho(x_{OC}, t-d) - \rho_0). \quad (3)$$

Здесь A - коэффициент ОС, d - запаздывание в цепи ОС.

Рассмотрим вопрос о влиянии ОС на хаотические автоколебания в гидродинамической модели для значения $\alpha = 2.86\pi$, при котором в диоде Пирса без ОС наблюдается режим развитого хаоса.

На рис. 1 на плоскости управляющих параметров d и A выделены области с различными колебательными режимами. Величина запаздывания в цепи ОС на рисунке нормирована на характерный временной масштаб τ колебаний в системе без ОС, определяемый по частоте, на которую приходится максимум спектральной мощности колебаний.

При малых значениях коэффициента $A \ll 1$ в системе наблюдаются хаотические колебания, аналогичные колебаниям в диоде без ОС. В этом режиме наблюдается сильно нерегулярная временная динамика плотности пространственного заряда в диодном промежутке, однако в спектре мощности на фоне высокого шумового пьедестала наблюдается основная частота $f_0 = 1/\tau$ и слабо выраженная ее гармоника. Анализ фазового портрета колебаний показывает, что вокруг состояния неустойчивого равновесия образуется петля, на которой движение системы замедляется.

Увеличение коэффициента A приводит к различному поведению в зависимости от длительности запаздывания в цепи ОС. При запаздывании $d > 0.5\tau$ с увеличением A наблюдается увеличение сложности колебаний в электронном потоке. Вид хаотической динамики качественно не меняется,

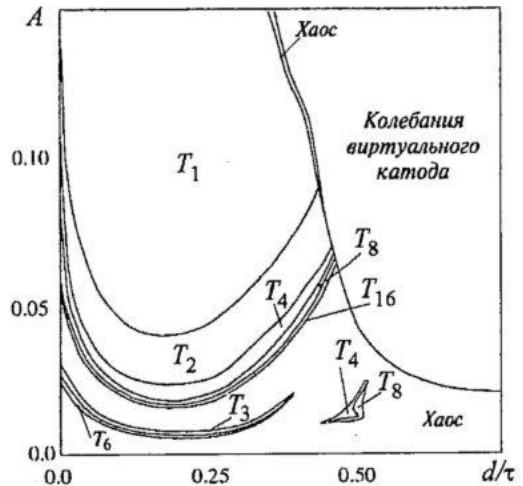


Рис. 1. Разбиение плоскости параметров $(d/\tau, A)$ на различные режимы колебаний для гидродинамической модели диода Пирса. Символами T_i обозначены области периодических колебаний с циклами периода i

однако вид спектра мощности, фазового портрета и временной реализации усложняется; возрастает амплитуда колебаний в электронном потоке. Дальнейшее увеличение коэффициента ОС при $d > 0.5\tau$ приводит к динамике системы, которая полностью определяется развитием неустойчивости в электронном потоке. Динамика процессов в диодном промежутке определяется двумя основными механизмами - неустойчивостью Пирса и ограничением этой неустойчивости нелинейностью. Введение ОС с $d > (0.4 \div 0.5)\tau$ и $A > 0.02$ способствует разрушению механизма нелинейного ограничения и, как следствие, неограниченному росту неустойчивости. Амплитуда колебаний быстро растет во времени, и, начиная с какого-то момента времени, в потоке возникают отраженные обратно к плоскости инжекции электроны - в системе возникает ВК. В этом случае уравнения (1) неприменимы. Здесь мы не рассматриваем особенности динамики ВК, ограничиваясь выделением на карте режимов значений параметров, при которых происходит формирование ВК.

Рассмотрим поведение исследуемой системы при запаздывании в цепи ОС $d < 0.5\tau$. В этом случае с ростом A сложность колебаний уменьшается. В достаточно широком диапазоне параметров ОС удается подавить хаотические колебания, и в системе устанавливаются периодические колебания различного периода (см. рис. 1). Из анализа плоскости параметров легко проследить особенности переходов от одних режимов к другим при изменении параметров ОС.

При небольших коэффициентах A колебания в диоде остаются хаотическими, однако их сложность уменьшается, возникают окна периодичности и при $A > 0.3$ имеет место переход к периодическим колебаниям через обратный каскад удвоенный периода (см. рис. 1).

Рассмотрим процессы, протекающие в электронном потоке и определяющие вышеописанную динамику диода Пирса с внешней ОС. Исследование распространения электронных волн в межсеточном пространстве показывает, что динамика потока, в основном, определяется приближением состояния системы к однородному неустойчивому состоянию равновесия $\rho(x) = \rho_0$, $v(x) = v_0$, $\varphi(x) = \varphi_0$. На рис. 2 показано изменение величины S отклонения системы от неустойчивого состояния равновесия с течением времени в случае хаотических колебаний. Расстояние текущего состояния системы от неустойчивого равновесия может быть определено как

$$S(t) = \left[\int_0^1 \{(\rho(x,t) - \rho_0)^2 + (\varphi(x,t) - \varphi_0)^2 + (v(x,t) - v_0)^2\} dx \right]^{1/2}.$$

Из рисунка видно, что система в некоторые моменты времени очень близко подходит к состоянию равновесия ($\rho(x,t) \approx 0$), и амплитуда волнового движения около него близка к нулю. За счет неустойчивости происходит нарастание колебаний до ограничения их нелинейностью. Далее процесс повторяется. Однако

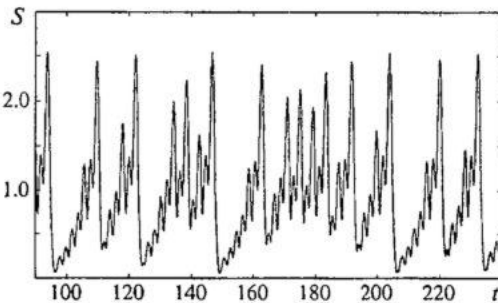


Рис. 2. Зависимость расстояния S от текущего состояния системы до неустойчивого равновесия

всякий раз значения величины S около положения равновесия оказываются различными, также различными оказываются пространственные распределения величин. Поэтому развитие неустойчивости начинается каждый раз с новых условий, и динамика системы сильно нерегулярна.

Степень нелинейности системы можно проанализировать путем вычисления нелинейных энергетических функционалов

$$W_k = 1/2 \int_0^1 \rho v^2 dx - 1/2, \quad W_p = 1/2 \int_0^1 \rho \varphi dx,$$

которые соответственно описывают переход энергии переносного движения потока в кинетическую энергию волнового возмущения пучка и потенциальную энергию поля пространственного заряда. В режимах хаотической динамики максимальные значения функционалов больше, чем для регулярных процессов: это указывает на большую степень нелинейности в режиме развитого хаоса.

В режиме хаотической динамики в некоторые моменты времени величина $\Delta W = W_p - W_k$ обращается в нуль, что соответствует динамике системы возле состояния неустойчивого равновесия. Далее энергия волнового движения начинает нарастать во времени. Уменьшение энергии возмущения и длительное движение около состояния неустойчивого равновесия наблюдается только после резкого возрастания величины $|\Delta W|$. Физически это связано с тем, что в этом случае в пучке возникает стоячая электронная волна, плотность пространственного заряда которой в области выходной сетки резко возрастает. Тогда тормозящее поле этого электронного уплотнения сильно уменьшает скорость пучка ниже по координате, в результате диодный промежуток покидает значительно большее количество электронов, чем поступает в него. На рис. 3 показаны пространственно-временные распределения волны пространственного заряда. Из него видно, что в режиме развитого хаоса наблюдается рост амплитуды волновых движений. После превышения амплитудой волны критического значения наступает практически полное подавление колебаний в диоде. Далее процесс повторяется, но уже с новых «начальных условий».

Включение ОС позволяет разрушить данный механизм хаотизации колебаний. При запаздывании $d < 0.5\tau$ сигнал ОС действует так, что способствует уменьшению накопления заряда в выходной области диода и ускорению пучка в моменты времени, когда имеет место максимум величины ρ . В результате рост амплитуды электронных волн ограничивается и, как следствие этого, степень нелинейности уменьшается: система не приближается к состоянию неустойчивого равновесия. При $d > 0.5\tau$, наоборот, сигнал ОС способствует росту амплитуды электронных волн, в результате чего наблюдается усложнение динамики пучка.

Другим подходом к управлению динамикой электронного пучка со

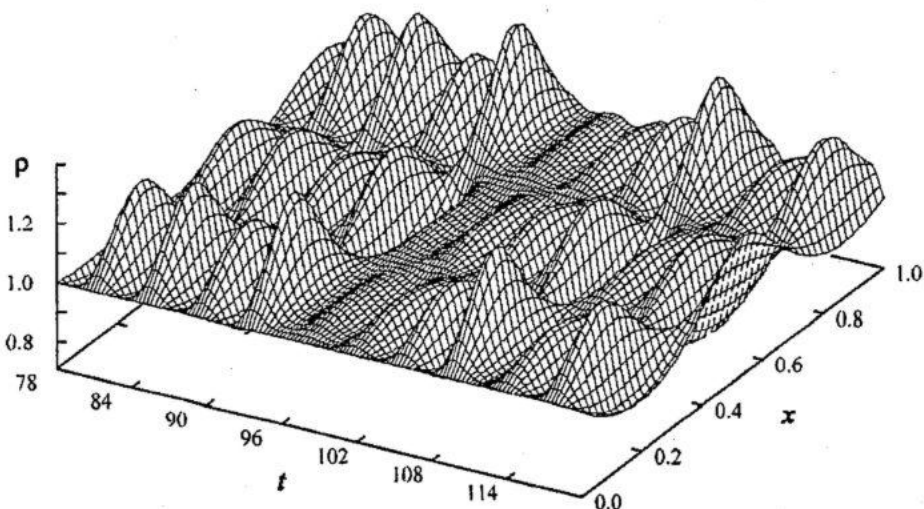


Рис. 3. Пространственно-временные распределения волны пространственного заряда в диодном промежутке для режима развитого хаоса

сверхкритическим током в гидродинамической модели диода Пирса может стать небольшое изменение плотности ионного фона n вблизи значения $n=1.0$. В этом случае также существует возможность управления процессами структурообразования в электронном пучке, а следовательно, и режимами колебаний, но теперь за счет воздействия на внутреннюю динамику потока.

На рис. 4 показаны возникающие характерные режимы колебаний в гидродинамической модели (1), (2) при изменении управляющих параметров n и α . Из карты режимов следует, что в анализируемом диапазоне управляющих параметров наблюдаются следующие основные динамические режимы:

- автоколебания (как периодические, так и хаотические), обозначенные на карте режимов символами T и C ;
- стационарные устойчивые состояния в пространстве (обозначены символами S), характеризующиеся неизменными во времени распределениями величин $\varphi_S(x)$, $\rho_S(x)$ и $v_S(x)$, и соответствующие решениям системы нелинейных стационарных уравнений, полученных из уравнений (1) и (2)

$$v_S \partial v_S / \partial x + \partial \varphi_S / \partial x = 0, \quad v_S \partial \rho_S / \partial x + \rho_S \partial v_S / \partial x = 0, \quad \partial^2 \varphi_S / \partial x^2 = \alpha^2 (\rho_S - n);$$

- режимы, при которых система гидродинамических уравнений (1), (2) демонстрирует расходящиеся неустойчивые решения, то есть в потоке формируется ВК, и уравнения (1), (2) неприменимы.

Отметим две основные особенности колебательных процессов при изменении плотности n ионного фона. Во-первых, с ростом плотности ионного фона область по параметру Пирса α , где наблюдается динамика электронного пучка с полным пролетом электронов (а следовательно, справедливы уравнения гидродинамической модели), расширяется. Это иллюстрирует рис. 5, на котором

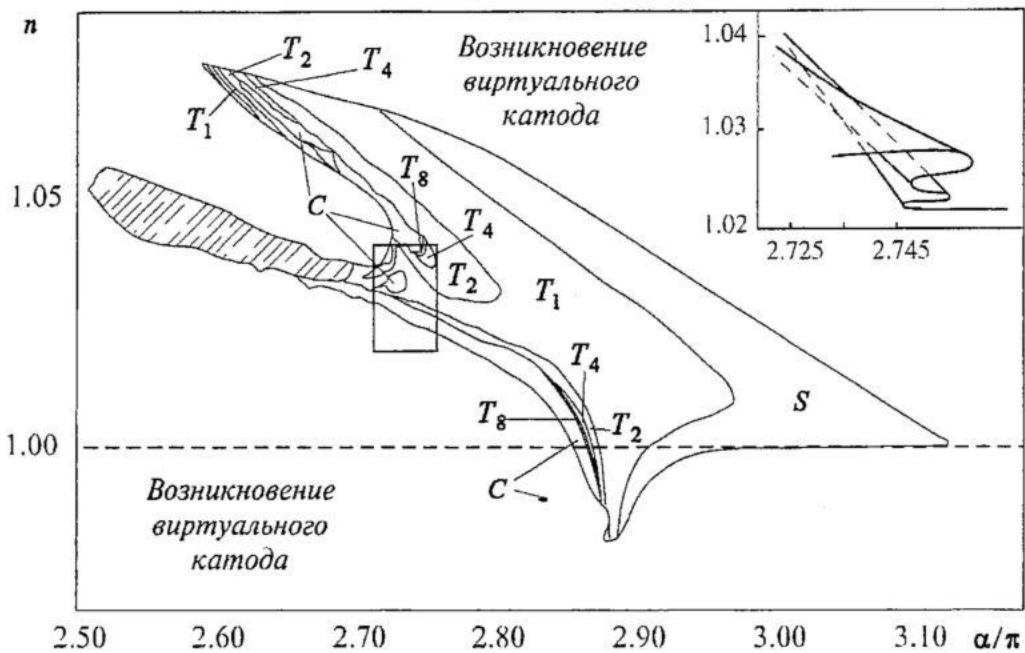


Рис. 4. Разбиение плоскости параметров (α, n) на различные режимы колебаний для гидродинамической модели диода Пирса. Символами T_i обозначены области периодических колебаний с циклами периода i , C - области хаотической динамики, S - стационарных состояний в пространстве; заштрихована область сильной мультистабильности, где сложно выделить тип колебательного режима. На врезке показано схематическое изображение структуры одной из областей параметров, в которых имеет место мультистабильность (отмечена рамкой на рисунке)

представлена зависимость ширины D_0 области, где имеют место колебания в гидродинамической модели диода Пирса, от плотности ионного слоя n . Величина D_0 на рис. 5 нормирована на ширину области, в которой наблюдаются автоколебания, при плотности ионного слоя $n=1.0$ (классический диод Пирса). Из рисунка (сплошная линия) следует, что при $n>1.0$ область колебательной динамики в электронном потоке в режиме с полным пролетом электронов через диодный промежуток расширяется, причем при оптимальной плотности ионного фона $n\approx 1.03$ величина D_0 превышает соответствующую величину при $n=1.0$ более чем в 3 раза. Во-вторых, основной механизм перехода к хаотической динамике при изменении управляющих параметров в исследуемой системе такой же, как и в классическом диоде Пирса - через последовательность бифуркаций удвоения периода, происходящих при изменении управляющих параметров. Последнее означает, что при произвольной плотности ионного фона в пролетном промежутке со сверхкритическим током сохраняется тот же физический механизм колебаний, что и в классическом диоде Пирса [4] - рост возмущений в системе наблюдается при малых значениях амплитуды колебаний, который сменяется ограничением неустойчивости и уменьшением амплитуды колебаний при превышении некоторого порогового значения амплитуды.

Подавление хаотических колебаний с ростом степени перекомпенсации электронного потока связано, как и выше, с динамикой системы около неустойчивого состояния равновесия. Так, с ростом плотности положительного ионного фона затрудняется приближение системы к однородному неустойчивому состоянию равновесия. В результате удается подавить внутреннюю распределенную ОС, механизм которой определяется формированием стоячей электронной волны в диодном промежутке и, как следствие, резким возрастанием плотности пространственного заряда, что приводит к усложнению динамики. Рост плотности ионного фона компенсирует избыточный пространственный заряд и приводит к возникновению преимущественно регулярных и узкополосных хаотических колебаний в диоде Пирса.

Отметим, что наряду с мягкими переходами к хаосу через бифуркации удвоения периода в исследуемой системе наблюдаются и жесткие переходы к хаосу, когда незначительное изменение управляющего параметра может приводить к существенному качественному изменению динамики системы, например, переходу от периодических автоколебаний к хаотическим. Подобное усложнение динамики наблюдается при $n>1.0$ и, как показал численный эксперимент, определяется появлением неоднозначности (мультистабильности) на плоскости управляющих параметров.

Так, при некоторых фиксированных значениях плотности ионного фона и параметра Пирса система может демонстрировать не один, а несколько режимов колебаний в зависимости от предыстории (начальных условий). Эта особенность динамики на плоскости управляющих параметров отражается гистерезисными складками и наличием нескольких листов, наложенных друг на друга, на каждом из которых реализуется свой режим колебаний (см. врезку на рис. 4). При этом одновременно в системе в зависимости от

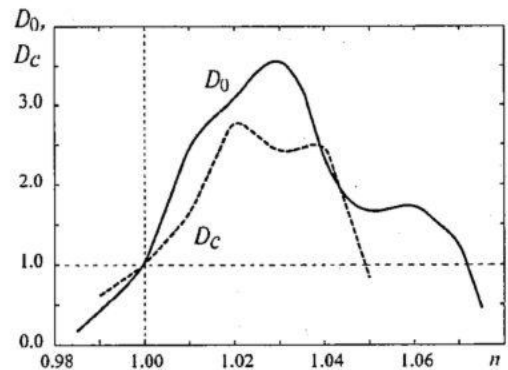


Рис. 5. Относительная ширина D_0 области по параметру Пирса α , в которой наблюдаются колебания в гидродинамической модели диода Пирса (сплошная линия), и относительная ширина D_c области, где имеют место хаотические колебания (штриховая линия)

начальных условий могут реализоваться как регулярные, так и хаотические режимы колебаний плотности пространственного заряда. В частности, на рис. 4 штриховкой показана область сильной мультистабильности, в которой имеет место одновременное пересечение большого числа листов, на каждом из которых реализуется свой динамический режим колебаний в электронном потоке.

Влияние внутренней обратной связи на колебания виртуального катода в диоде Пирса

В предыдущем разделе рассматривалось управление колебаниями в гидродинамической модели диода Пирса с помощью внешней ОС и за счет изменения условий распространения электронных волн при изменении степени нейтрализации пространственного заряда электронного потока. Не менее важной является задача управления характеристиками колебаний в режимах с образованием ВК. Рассмотрим два варианта схемы управления динамикой электронного потока с ВК с помощью внутренней ОС. Первая из них представляет собой связанную систему диод Пирса - ЛОВ, в которой виркатор представляет собой источник электронного потока для ЛОВ, сигнал которой воздействует на ВК [17]. Во второй схеме внутренняя ОС формируется за счет изменения локального распределения потенциала в пространстве взаимодействия за счет введения неоднородности ионного фона.

Моделирование динамики электронного потока со сверхкритическим током в обоих случаях осуществлялось с помощью метода «частиц в ячейке», который сводится к интегрированию большого числа уравнений движения «крупных» частиц

$$d^2x_i/dt^2 = -\partial\phi/\partial x |_{x=x_i}, \quad (4)$$

где x_i - координата i -го заряженного листа.

Для нахождения потенциала ϕ поля пространственного заряда используется, как и в предыдущем разделе, уравнение Пуассона (1), где плотность ρ пространственного заряда определяется с помощью взвешивания PIC-методом [4, 18].

Для численного моделирования динамики ЛОВ, осуществляющей внутреннюю распределенную ОС в системе, использовалась самосогласованная модель, включающая нестационарное уравнение возбуждения линии передачи и уравнения движения электронов [4,19].

Теоретический анализ динамики системы с распределенной ОС виркатор - ЛОВ [19,20] показало возможность получения одночастотных режимов колебаний при близости частоты колебаний ВК или ее субгармоники к частоте генерации лампы обратной волны. Ширина полосы и спектральный состав генерации виркатора сильно зависит от параметров ЛОВ, в первую очередь от длины системы и коэффициента связи электронного пучка с волноведущей структурой [20] $\xi = \omega^2 v_g K \epsilon_0 / v_0^2$, где ω - частота синхронизма между обратной волной и пучком, v_g и K - групповая скорость и сопротивление связи на частоте ω .

Нестационарная динамика ВК определяется внутренней ОС, осуществляемой путем воздействия выходного сигнала лампы обратной волны непосредственно на колебания ВК. Взаимодействующий с обратной волной пролетный пучок после прохождения области ВК сложно модулирован как по скорости, так и по плотности, что приводит к установлению сложных хаотических режимов генерации в ЛОВ. Воздействие на колеблющийся ВК хаотического сигнала ЛОВ способствует установлению развитой шумовой генерации в системе с внутренней ОС, осуществляемой с помощью обратной волны электродинамической системы.

Физические процессы в системе с распределенной ОС определяются формированием структур в электронном потоке, модулируемом полем обратной волны. Подавление вторичных по отношению к ВК структур уменьшает распределенную ОС, и динамика электронного потока становится близкой к регулярной. Наоборот, создание условий, способствующих росту влияния дополнительных структур (электронных сгустков, взаимодействующих друг с другом), сильно усложняет нелинейную динамику пучка, приводя к возникновению шумоподобных хаотических колебаний ВК.

Аналогичная картина имеет место в диодном промежутке с ВК и неоднородным ионным фоном [21-23], в котором управление динамикой ВК осуществляется путем изменения параметров неоднородности за счет влияния на внутреннюю ОС в электронном пучке, а следовательно, и на процессы структурообразования в виркаторной системе.

Предполагается, что область пространства взаимодействия длиной Δx_i , начинающаяся с точки с координатой x_i , заполнена неподвижным ионным фоном с концентрацией n_i . В качестве управляющих параметров здесь выступают параметр Пирса α , параметр неоднородности $n=n_i/n_0$ и геометрические параметры неоднородности ионного слоя x_i и Δx_i . Последний параметр был положен равным $\Delta x_i=0.2L$.

Рассмотрим нелинейную динамику исследуемой системы с неоднородностью при изменении управляющих параметров α и неоднородности ионного фона n и x_i . Характерные режимы колебаний показаны на рис. 6.

При малой степени неоднородности $n < (1.0 \div 2.0)$ колебания ВК регулярны (область R на картах режимов). Рост плотности ионного слоя приводит к возникновению квазипериодических колебаний (область Q). При смещении ионного слоя к правой границе системы область квазипериодической динамики на плоскости управляющих параметров расширяется. Дальнейшее увеличение n приводит к возникновению различных типов хаотической динамики электронных волн в диодном промежутке с неоднородным распределением ионного фона. Область $C1$ соответствует возникающим в результате разрушения квазипериодических движений хаотическим колебаниям с узкополосным частотным спектром. При $x_i < 0.2$ в узком диапазоне управляющих параметров, соответствующих области $C4$ карты режимов, наблюдаются развитые хаотические колебания. В спектре мощности выходного излучения имеет место высокий

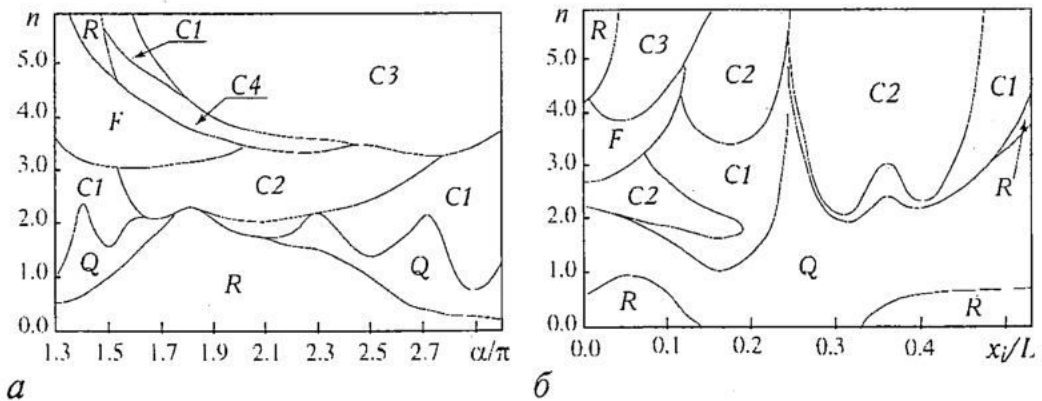


Рис. 6. Разбиение плоскостей параметров (ток пучка - плотность ионного фона n) при $x_i/L=0.05$ (а) и (координата ионного слоя x_i - плотность ионного слоя n) при $\alpha=1.75\pi$ (б) на характерные режимы колебаний в диодном промежутке со сверхкритическим током с неоднородным распределением ионного фона

шумовой пьедестал, медленно спадающий с ростом частоты, на фоне которого наблюдаются пики базовых частот и их гармоник.

На плоскости управляющих параметров (см. рис. 6) выделен клюв, обозначенный буквой F , в котором происходит резкое увеличение частоты колебаний в электронном пучке.

Зависимость базовой частоты в спектре колебаний от тока пучка и плотности ионного слоя для случая $x_i/L=0.05$ представлена на рис. 7. Видно, что при $n=n_{cr1}$ базовая частота в спектре колебаний резко возрастает примерно в два раза. Величина n_{cr1} определяет критическое значение плотности положительного пространственного заряда ионного слоя, при котором наблюдается резкое увеличение частоты колебаний ВК. Критическое значение плотности n_{cr1} увеличивается с ростом тока пучка, что хорошо видно из сравнения кривых, построенных для различных значений параметра Пирса α . С дальнейшим ростом плотности n ионного слоя частота несколько уменьшается, затем наблюдается провал на графике $f(n)$, и далее имеет место еще один скачок частоты. Частота в этом случае превышает частоту колебаний при $n > n_{cr1}$. С дальнейшим увеличением плотности ионов при некотором значении $n=n_{cr2} > n_{cr1}$ происходит резкое уменьшение частоты колебаний в электронном пучке. Таким образом, увеличение частоты колебаний ВК наблюдается в диапазоне изменения параметра неоднородности $n \in (n_{cr1}, n_{cr2})$. Заметим, что наиболее интенсивная гармоника в спектре мощности колебаний в режиме $C4$ на плоскости параметров соответствует базовой частоте генерации в режиме F .

При очень больших плотностях ионного слоя, располагающегося вблизи плоскости инжекции электронного пучка, в системе возникают сильно нерегулярные колебания без выделенной базовой частоты в спектре мощности (область $C3$ на карте режимов рис. 6). Однако в случае неоднородности с большими значениями плотности $n > 3.0$, располагающейся вдали от плоскости инжекции ($x_i/L > 0.2$), динамика системы вблизи плоскости инжекции значительно упрощается и становится близкой к регулярной.

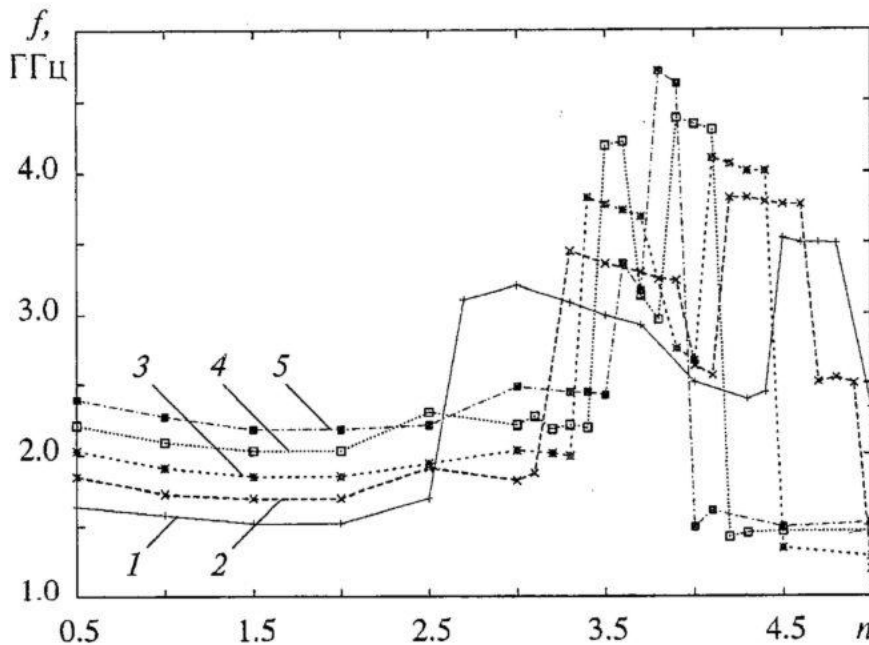


Рис. 7. Зависимости частоты генерации от плотности ионного слоя n при различных значениях параметра Пирса α : 1 - 1.34π ; 2 - 1.48π ; 3 - 1.61π ; 4 - 1.75π ; 5 - 1.89π

Сложная перестройка различных режимов колебаний с изменением управляющих параметров системы (тока пучка и неоднородности ионного фона) определяется особенностями динамики и взаимодействия формирующихся в системе когерентных структур. В работах [21,23-25] был проведен детальный анализ процессов формирования и взаимодействия когерентных структур в электронном пучке со сверхкритическим током в неоднородном ионном фоне с помощью вейвлетной бикогерентности. Здесь для простоты рассмотрим качественную картину динамики пучка в диоде с неоднородным распределением ионного фона с помощью пространственно-временных диаграмм (рис. 8) [22], отсылая для детального анализа процессов структурообразования и распределенной ОС, определяемой взаимодействием формирующихся электронных структур в исследуемой системе, к работам [23-25].

В режиме регулярных колебаний (область R на карте режимов рис. 6) из пространственно-временной диаграммы пучка (рис. 8, а) хорошо видно, что на каждом периоде колебаний формируется единственный электронный сгусток - ВК, который колеблется как в пространстве, так и во времени, и от которого отражается большая часть потока обратно к плоскости инжекции. Максимум плотности пространственного заряда колеблющегося ВК приходится на область $x/L \sim 0.1$, в которой большая часть электронов останавливается (их скорость $v=0$) и поворачивает обратно.

При увеличении степени неоднородности и при переходе системы в режим F имеет место изменение динамики электронного пучка, что иллюстрирует рис. 8, б. Из него видно, что в потоке, как и раньше, формируется только один сгусток электронов (ВК), однако теперь его колебания в пространстве происходят с очень малой амплитудой. Одновременно наблюдается уменьшение характерного пространственного масштаба Λ когерентной структуры, формирующейся в этом режиме, по сравнению с режимом R .

Известно [26], что для систем с виртуальным катодом имеет место связь между средним временем пролета T отраженных от виртуального катода электронов и частотой генерации ВК $f_{ВК}$, которая дается простым выражением $f \sim 1/T$. В нашем случае время пролета отраженных электронов можно оценить как $T \sim \Lambda/v_0$, где Λ - среднее расстояние от плоскости инжекции $x=0$ до плоскости ВК. При переходе от колебательного режима R к режиму F максимум плотности пространственного заряда смещается к плоскости инжекции, так что $\Lambda_F \sim \Lambda_R/2$, в результате чего и наблюдается скачок частоты генерации в системе. Заметим, что такая перестройка внутренней структуры электронного потока происходит скачком, также скачком возрастает частота генерации в диодном промежутке. Резкий рост частоты генерации ВК связан со скоростью развития неустойчивости Пирса, которая, в свою очередь, зависит от значения эффективного параметра Пирса α_{eff} в области ВК [22]. Последний может быть введен как

$$\alpha_{eff} = (\eta/\epsilon_0)^{1/2} \langle x_{ВК} \rangle_t \langle \rho \rangle_t^{1/2} / \langle v \rangle_t, \quad (5)$$

где $\langle \cdot \rangle_t$ означает усреднение во времени; $x_{ВК}$ - координата ВК, соответствующая координате остановки и поворота заряженных частиц; ρ и v - соответственно средняя плотность пространственного заряда и скорость потока в промежутке между плоскостью инжекции и ВК.

Рост α_{eff} приводит к росту частоты генерации пучковой системы. При небольших плотностях ионного слоя n $\alpha_{eff} \approx \alpha$. Однако увеличение n приводит к росту α_{eff} . При $n = n_{cr1}$ наблюдается резкое увеличение величины эффективного параметра Пирса, одновременно имеет место резкий рост частоты генерации ВК.

В режиме хаотических колебаний $C3$ плотность компенсирующего заряд электронного потока ионного слоя столь велика, что основная структура (ВК)

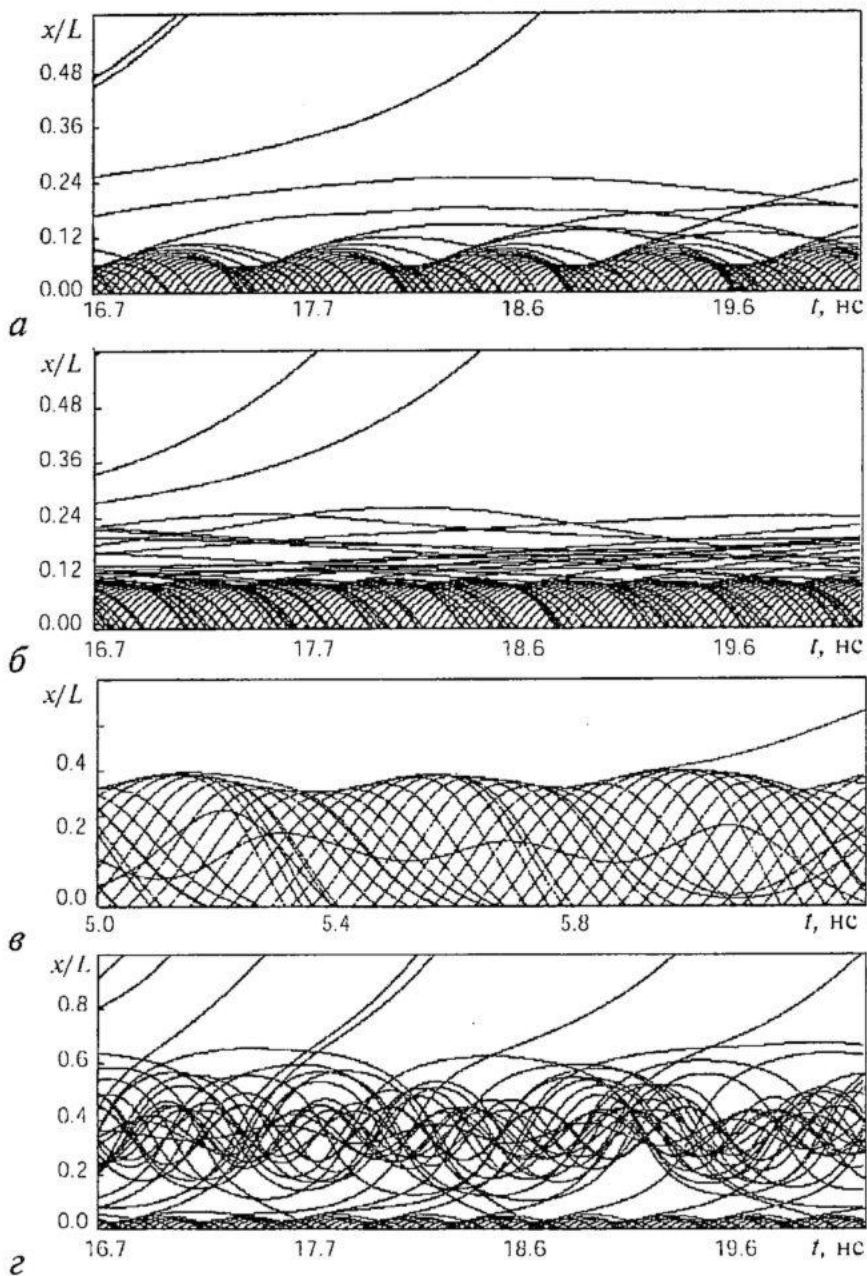


Рис. 8. Пространственно-временные диаграммы электронного потока в различных режимах колебаний в диоде с неоднородным плазменным заполнением: (а) режим регулярных колебаний; (б) режим F , в котором имеет место резкое увеличение частоты генерации; (в) режим $C3$ хаотических колебаний, ВК «вытесняется» из «плотного» ионного слоя, примыкающего к плоскости инжекции; (г) режим $C2$ хаотических колебаний, в потоке формируется две структуры - ВК и сгусток электронов, захваченный в потенциальную яму, связанную с расположением ионного слоя в середине пролетного промежутка

«вытесняется» из ионного слоя и формируется на его границе. Между ВК, находящимся вне ионного слоя, и входной сеткой возникает потенциальная яма с экстремумом при $x/L \approx 0.05$, в которую захватываются частицы, отраженные от ВК и имеющие небольшую скорость при подходе к выходной плоскости. Захваченные частицы хорошо видны на пространственно-временной диаграмме (рис. 8, в). Пространственно-временная динамика в этом режиме подобна динамике потока в

виркаторе триодного типа [19], в котором также имеет место двугорбый потенциальный профиль. В триоде с ВК возникает и взаимодействует с ВК «вихревая» автоструктура [19], состоящая из захваченных в потенциальную яму частиц.

В режиме $C2$ при расположении ионного слоя вдали от плоскости инжекции динамика пучка сильно усложняется. Как видно из рис. 8, 2, в этом случае в диодном промежутке формируется два сгустка электронов - ВК вблизи плоскости инжекции и сгусток электронов, колеблющихся в потенциальной яме, связанной с наличием в середине пространства взаимодействия нейтрализующего слоя ионов с плотностью $n=4.5$.

Таким образом, влияние на распределенную ОС между структурами, формирующимися в пучке со сверхкритическим током, с помощью изменения профиля распределения потенциала в пространстве взаимодействия путем введения локальных неоднородностей ионного фона оказывается весьма эффективным способом влияния на процессы структурообразования в системе, а следовательно, и на параметры распределенной ОС. Как следствие, удается эффективно перестраивать колебательные режимы в пучке с ВК (и, соответственно, характеристики СВЧ-излучения) изменением параметров плазменного слоя в пространстве взаимодействия.

Виркаторы с различными типами обратной связи

Виркатор с ОС (виртод) был впервые предложен в работе [17], в которой приводились результаты экспериментального исследования схемы с внешней ОС, введенной путем отвода части мощности колебаний из области ВК в область ускорения релятивистского электронного пучка с помощью волноводной линии с фазовращателем. В работах [17,20,27-29] проведено детальное теоретическое и экспериментальное исследование характеристик выходного излучения виртода, а также особенностей физических процессов в виркаторной системе с внешней ОС. Весьма перспективной представляется схема виркатора с внутренней ОС, которая реализуется за счет использования входной резонансной системы (виркатор-клистрон) [30]. Вызывает значительный интерес исследование нелинейной динамики и процессов структурообразования в подобной системе, а также ее модификации, представляющей собой схему с входным резонатором, настроенным на частоту колебаний ВК, и цепью внешней ОС. Отметим, что в такой системе реализуется ОС с двумя характерными временами задержки: $d_1 < T_{\text{ВК}}$ (эта ОС определяется отражением электронного потока от ВК во входной резонатор; $T_{\text{ВК}}$ - характерный период колебаний ВК) и d (длительность задержки во внешней ОС). Наличие двух петель ОС позволяет добиться селективного управления электронными структурами, формирующимися в электронном потоке и определяющими динамику ВК [31,32].

Рассмотрим следующую модель системы на ВК с внешней и внутренней ОС. Пространство взаимодействия представляет собой отрезок цилиндрического волновода. Моноскоростной трубчатый пучок инжектируется в пространство взаимодействия через входной коаксиальный резонатор. Резонансная частота резонатора подбиралась примерно равной частоте свободных колебаний ВК и составляет 8.0 ГГц. Сигнал из области ВК через цепь внешней ОС с запаздыванием d поступает во входной модулятор.

Вдоль оси системы приложено сильное магнитное поле, и движение электронов пучка может рассматриваться как одномерное. Поток моделируется совокупностью нескольких заряженных колец различного радиуса (крупных

частиц), что позволяет учесть распределение плотности тока пучка в поперечном сечении волновода. Для описания динамики каждого из колец решаются релятивистские уравнения движения

$$dp_{iN}/dt = (\eta/\gamma_{iN})E_z(r_N, z_{iN}), \quad dz_{iN}/dt = v_{iN}, \quad p_{iN} = v_{iN}/(1-(v_{iN}/c)^2)^{1/2}, \quad (6)$$

где z_{iN} , v_{iN} , p_{iN} и γ_{iN} - продольная координата, скорость, импульс и релятивистский фактор i -го электронного кольца с радиусом $r_N = r_0 + N\Delta r/N_\Sigma$ в электронном пучке, r_0 и Δr - внутренний радиус и толщина пучка, N_Σ - число слоев, на которые делится пучок в поперечном направлении, $N=1\dots N_\Sigma$; η - удельный заряд электрона. Для нахождения полей, действующих на электронный пучок, численно интегрировалась полная система уравнений Максвелла

$$\text{rot}\mathbf{E} = -1/c(\partial\mathbf{H}/\partial t), \quad \text{rot}\mathbf{H} = 1/c(\partial\mathbf{E}/\partial t) + 4\pi\mathbf{j}/c, \quad \mathbf{j} = (0, 0, j_z) \quad (7)$$

с использованием метода конечных разностей на двумерной пространственной сетке [4,18]. Моделирование резонатора осуществлялось с помощью численной схемы, основанной на решении нестационарного уравнения возбуждения резонансной системы (см., например, работу [33]).

Рассмотрим вначале нелинейную динамику системы с малым превышением тока пучка над сверхкритическим значением I_0 , $I \sim (1 \div 3)I_0$. Для этого изучаем динамику системы в зависимости от двух основных управляющих параметров - тока пучка и времени задержки внешней ОС, менявшегося в пределах от 0 до T_0 ($T_0 = 2\pi/\omega_\sigma$ - период колебаний на резонансной частоте входного резонатора). Одновременно увеличение тока пучка приводит к изменению длительности запаздывания внутренней ОС d_1 , которая определяется характерным временем пролета отраженных от ВК электронов обратно во входной резонатор. С ростом тока пучка ВК формируется ближе к плоскости инжекции, а следовательно, время пролета электронов уменьшается. Таким образом, длительностью запаздывания d_1 в цепи внутренней ОС легко управлять с помощью изменения тока I электронного пучка.

Численное моделирование показало, что в системе реализуется три характерных режима генерации СВЧ-излучения. При значениях $d/T_0 \sim 0$ или $d/T_0 \sim 0.8 \div 1.0$ и токе пучка $I < 7.0$ кА в системе наблюдаются режимы хаотических колебаний с преобладанием в спектре мощности одной спектральной компоненты. Характерный для этого режима спектр мощности, построенный по временной реализации колебаний электрического поля, рассчитанный для $I = 6.3$ кА и $d/T_0 = 1.0$, приведен на рис. 9, а. В спектре мощности выделяется основная базовая частота (отмечена символом 1 в спектре на рисунке), кроме этого наблюдается слабо выраженная вторая базовая частота (отмечена символом 2), находящаяся в иррациональном соотношении с первой. Уровень основной спектральной компоненты превышает уровень второй более чем на 20 дБ. Остальные высокочастотные компоненты представляют собой гармоники и комбинационные составляющие двух основных частот. В спектре присутствует слабоизрезанный шумовой пьедестал на уровне порядка 40 дБ в области 10 ГГц, который быстро спадает с ростом частоты.

Увеличение тока пучка или изменение длительности запаздывания в цепи ОС приводит к росту второй спектральной компоненты - ее мощность в спектре увеличивается до -15 дБ. Одновременно наблюдается увеличение мощности шумового пьедестала.

В области управляющих параметров $I < 7.0$ кА и $d/T_0 \sim 0.2 \div 0.5$, а также при $I > 9.0$ кА и $d/T_0 \sim 0.2 \div 0.8$ наблюдается существенное усложнение колебаний. В спектре на фоне выросшего шумового основания четко идентифицируются две

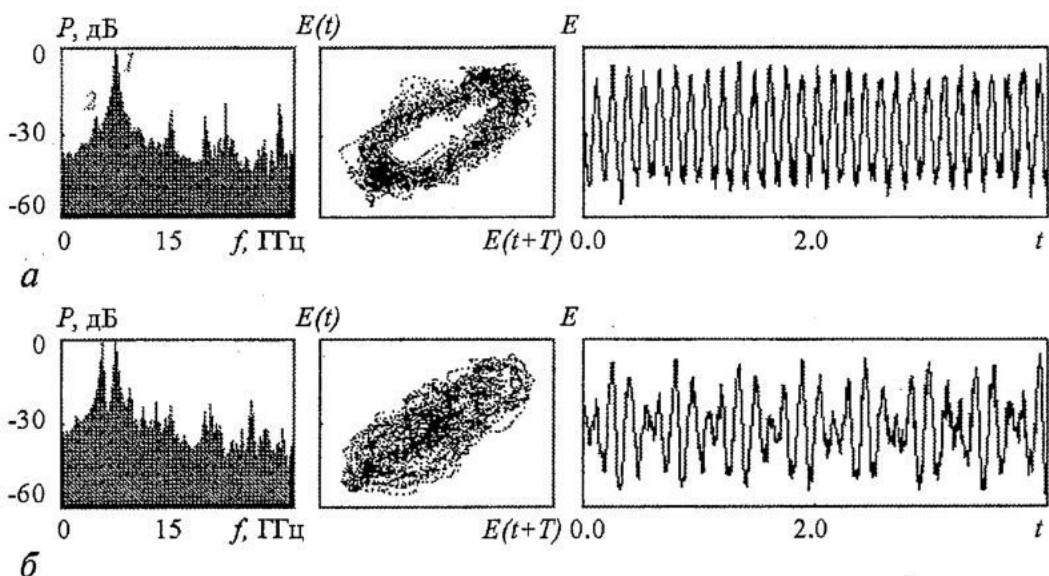


Рис. 9. Характеристики колебаний выходного поля виркатора-клистрона с внешней ОС для режима слабохаотической (а) и развитой хаотической (б) генерации

спектральные компоненты с несоизмеримыми частотами, причем их спектральная мощность приблизительно одинакова (см. рис. 9, б, построенный при $I=6.3$ кА и $d/T_0=0.25$).

Таким образом, выделяются три основных режима генерации виркатора с входным резонатором, настроенным на частоту свободных колебаний ВК, и внешней запаздывающей ОС: режим колебаний, в шумовом спектре мощности которых наблюдается единственная преобладающая спектральная компонента; режим слабонерегулярных двухчастотных колебаний с одной преобладающей частотой и режим развитых хаотических колебаний с двумя несоизмеримыми частотами.

Рассмотрим физические процессы, сопровождающие переходы между режимами генерации в приборе с изменением длительности задержки ОС. Для этого рассмотрим пространственно-временные диаграммы колебаний различных слоев электронного потока (рис. 10).

На рис. 10, а, соответствующем внутреннему слою, хорошо видна картина формирования ВК, а также наблюдается типичное для виркатора формирование вторичных структур в пролетном потоке за счет кинематической неустойчивости. Часть потока отражается обратно к плоскости инжекции, что оказывает возмущающее воздействие на динамику ВК на последующих периодах колебаний и приводит к усложнению динамики в системе. В средних слоях эти эффекты также наблюдаются, но в меньшей степени. В слоях с наибольшими радиусами (рис. 10, б) ВК образуется за небольшой промежуток времени, так что отраженные частицы существуют в течение малого интервала времени. Отметим, что ВК образуется в каждом из слоев в свой момент времени: вначале появляется отраженный поток в слое с наименьшим радиусом, затем в следующем по радиусу и т.д. Время существования отражающего потенциального барьера максимально во внутренних слоях и минимально для внешних, то есть в пучке развиваются поперечные осцилляции плотности пространственного заряда.

Взаимодействие структур в различных слоях приводит к хаотизации динамики ВК в потоке и уширению полосы генерации прибора. Отметим также большое влияние сигнала ОС на формирование дополнительных структур:

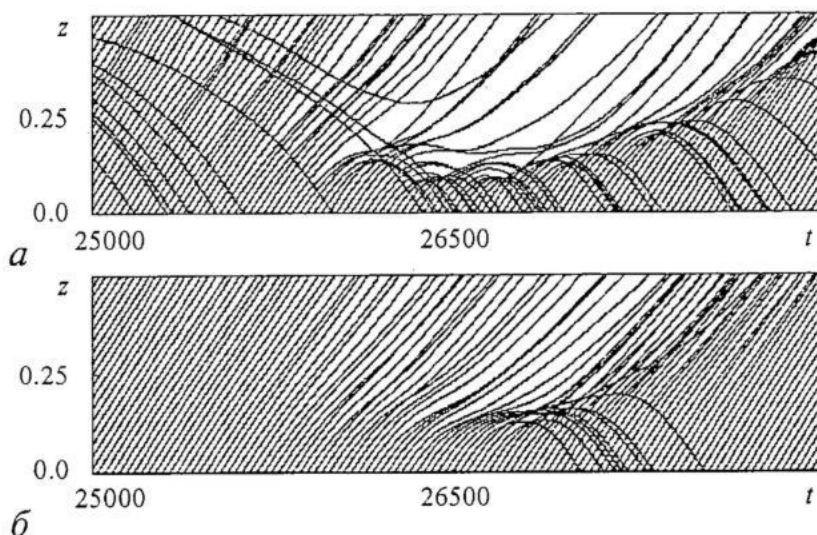


Рис. 10. Пространственно-временные диаграммы электронного потока для внутреннего (а) и внешнего (б) слоя в пучке; ток пучка $I=6.3$ кА

сложность режимов генерации увеличивается при $d/T_0 \sim 0.3 \div 0.5$, так как в этом случае наблюдается отличная от нуля разность фаз между определяющими предварительную модуляцию потока колебаниями поля во входном резонаторе и сигналом ОС.

Рассмотрим теперь динамику пучка с ВК при значительных величинах тока I электронного пучка. Увеличение тока позволяет значительно поднять мощность импульсов СВЧ-излучения, генерируемого виркатором, поскольку выходная мощность пропорциональна величине IV , где V - ускоряющее напряжение пучка, но приводит к существенному усложнению спектрального состава излучения виркатора [34]. Размещение входного резонатора, модулирующего по скорости инжектируемый электронный пучок на частоте, близкой к частоте колебаний ВК, и обеспечивающего внутреннюю ОС, и в этом случае позволяет эффективно управлять спектральным составом излучения.

Изучим вначале особенности свободных колебаний ВК и характеристики генерации СВЧ-излучения в системе без входного модулирующего резонатора. Спектры мощности и временные реализации колебаний тока пучка I из области ВК представлены на рис. 11, а. Из него видно, что спектр генерации сплошной, шумовой пьедестал медленно спадает с ростом частоты, на фоне которого, тем не менее, можно выделить базовую частоту колебаний ВК. При этом частота колебаний уменьшается в течение длительности импульса, одновременно наблюдается рост амплитуды токовых осцилляций в области ВК. Спектр мощности колебаний тока электронного пучка сплошной; изрезанность спектра мала и в среднем составляет $5 \div 10$ дБ в области частот $(0 \div 4) \omega_p$, где ω_p - плазменная частота электронного пучка.

С ростом тока пучка инжектируемого электронного потока базовая частота колебаний ВК увеличивается, однако вид колебаний качественно не меняется.

Как было показано выше, подключение на входе пространства взаимодействия резонатора, настроенного на частоту колебаний ВК, позволяет эффективно управлять динамикой виркаторной системы. Рассмотрим влияние входной резонансной системы на колебания в пучке с ВК при больших токах ($I/I_0 \approx 10$).

Рассматривалась модификация системы без цепи внешней ОС, в которой

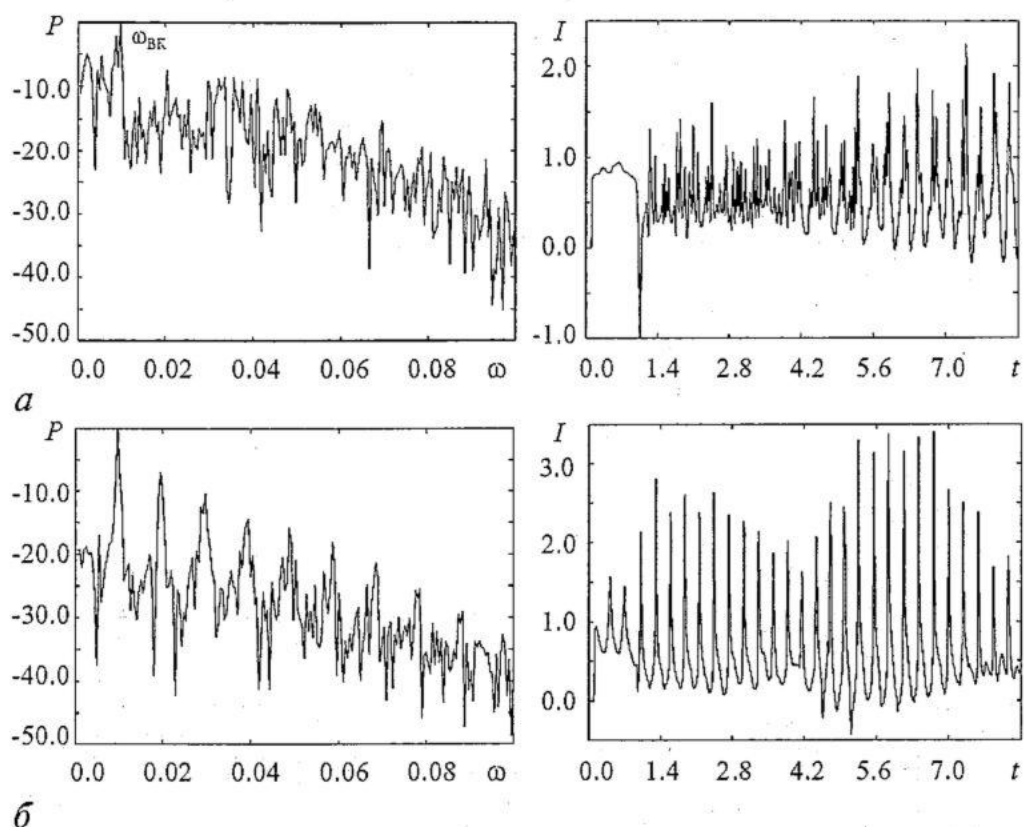


Рис. 11. Спектры мощности и временные реализации колебаний тока пучка из области ВК для случая (а) отсутствия входного резонатора и (б) наличия входного резонатора, настроенного на частоту колебаний ВК

входной резонатор дополнительно возбуждался внешним гармоническим сигналом от маломощного по сравнению с виркатором СВЧ-генератора. Это делалось для более быстрой модуляции инжектируемого электронного потока, что сокращало время переходного процесса и установления колебаний. Последнее с учетом короткой длительности импульса сильноточного релятивистского пучка улучшает спектральные характеристики генерируемого излучения.

На рис. 11, б показаны спектры мощности колебаний тока пучка при настройке частоты входного резонатора на частоту колебаний ВК. Видно, что модуляция инжектируемого пучка позволяет улучшить спектральные характеристики выходного излучения и получить близкую к одночастотной генерацию. Одновременно, как видно из рис. 11, б, предварительная модуляция пучка позволяет сократить длительность этапа установления колебаний и стабилизировать частоту токовых осцилляций в области ВК.

Рассмотрим возникающие режимы колебаний и спектральные характеристики выходного излучения виркатора с входным резонатором при изменении параметров модуляции инжектируемого сильноточного электронного пучка. При анализе удобно рассматривать такие характеристики, как глубина скоростной модуляции M пучка на входе в пространство взаимодействия и частота ω_m модуляции. С учетом дополнительного возбуждения резонатора отраженным потоком определялась средняя величина M в установившемся режиме генерации.

На рис. 12 показана карта режимов на плоскости управляющих параметров глубина - частота модуляции инжектируемого пучка. На ней различными символами отмечены характерные режимы колебаний в пучке с ВК и рядом

приведены соответствующие спектры мощности колебаний продольного электрического поля из области ВК (значения параметров, при которых строились спектры мощности, отмечены на плоскости параметров стрелками).

Наиболее важными режимами с практической точки зрения являются режимы R и R^2 , которые наблюдаются при настройке входного резонатора на частоту f_{BK} свободных колебаний ВК или ее вторую гармонику $2f_{BK}$. В первом случае (режим R) при большой глубине модуляции M в спектре генерации наблюдается только один интенсивный пик, частота которого соответствует частоте резонатора. Более сложный вид спектра мощности имеет место в области R^2 на плоскости параметров. В этом случае колебания в системе близки к

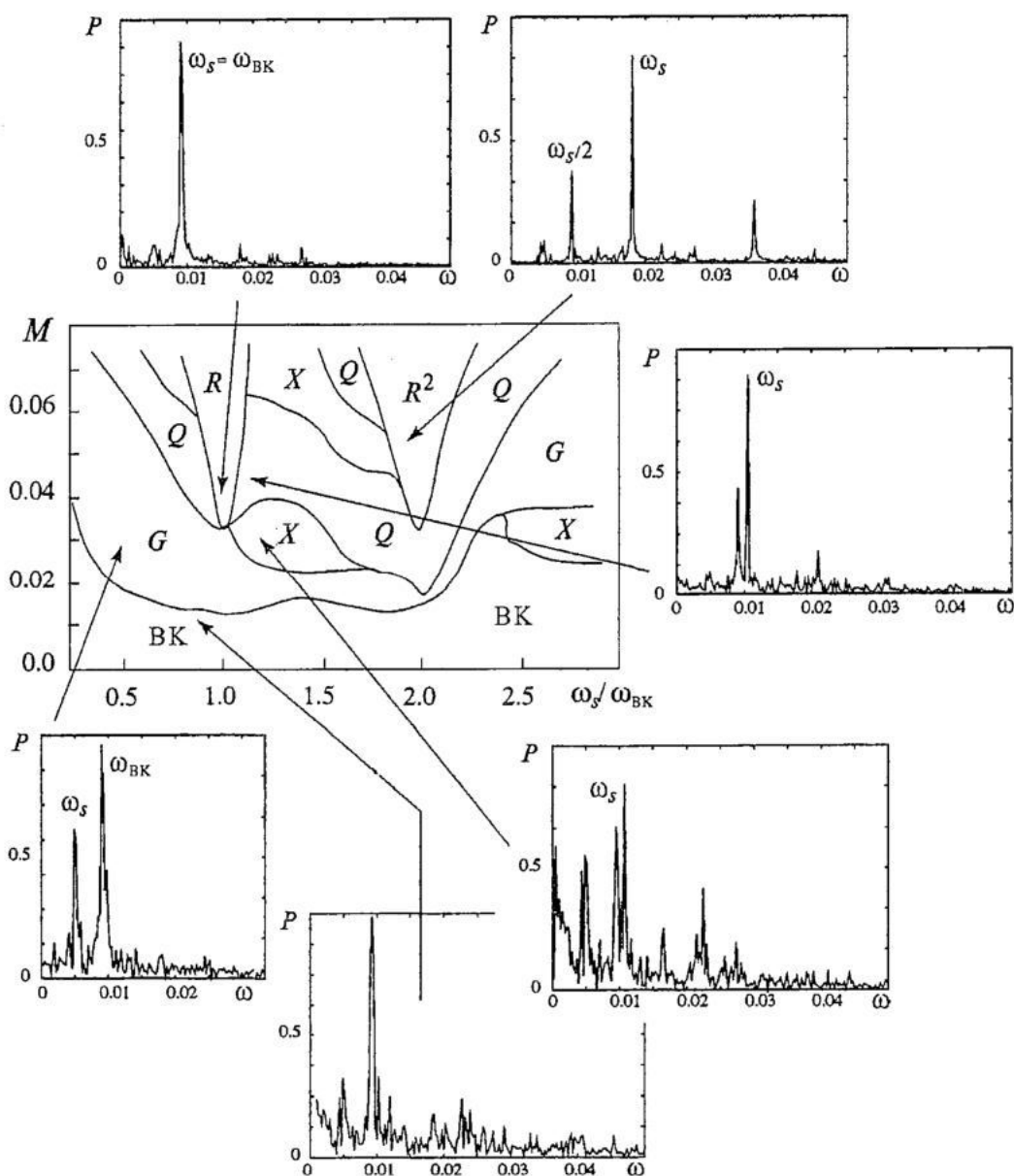


Рис. 12. Карта режимов колебаний виркатера с входным добротным резонатором на плоскости управляющих параметров глубина модуляции электронного потока (добротность резонансной системы) - резонансная частота входного резонатора. Показаны также характерные спектры генерации ВК для различных режимов колебаний

регулярным, а в спектре генерации наблюдаются спектральные компоненты, соответствующие частотам $\omega_\sigma/2$, ω_σ (наиболее интенсивная спектральная компонента) и $2\omega_\sigma$. Учитывая, что входной резонатор настроен на частоту, равную $2f_{\text{ВК}}$, то есть удвоенной частоте свободных колебаний ВК, такой вид спектра означает, что произошла самосинхронизация колебаний ВК на удвоенной частоте. Данный режим интересен в связи с возможностью повышения частоты сверхвысокочастотного излучения, генерируемого ВК.

При выходе из областей регулярных колебаний (режимы R и R^2) в исследуемой системе наблюдается усложнение спектра генерации. В режиме, обозначенном символом Q , имеют место колебания, базовая частота в спектре мощности которых соответствует резонансной частоте ω_σ входного резонатора. Одновременно в спектре мощности наблюдается ярко выраженная спектральная компонента, находящаяся в иррациональном соотношении с основной спектральной компонентой - режим квазипериодических колебаний. При увеличении расстройки $|\omega_{\text{ВК}} - \omega_\sigma|$ режим Q сменяется режимом G , в котором также наблюдаются квазипериодические колебания, но с другим соотношением частот в спектре мощности. На фоне режимов G и Q в системе возникают режимы X , которые характеризуются сплошным сильноизрезанным спектром генерации. Наконец, при малой добротности входной резонансной системы имеют место только колебания на частоте ВК. Соответственно в спектре мощности генерации на фоне развитого шумового пьедестала наблюдается широкий пик на частоте $\omega_{\text{ВК}}$.

Таким образом, введение в виркаторную систему внешней или внутренней ОС позволяет эффективно управлять характеристиками виркатора. Предпочтение в таких системах следует отдавать простым способам реализации ОС, поэтому особый интерес вызывает схема виркатора-клистрона, в которой путем изменения характеристик входного резонатора удается управлять спектральным составом излучения. Подобная схема легко реализуется в экспериментах по модуляции релятивистских электронных пучков. Так, в работе [35] экспериментально изучалась модуляция сильноточных пучков с энергией 500 кВ и токами $5 \div 10$ кА. Схема эксперимента была следующей: на входе в область дрейфа располагался тороидальный резонатор, настроенный с помощью резистивных вставок на частоту $f \sim 1.5$ ГГц. Внешний СВЧ-сигнал, генерируемый магнетроном мощностью $50 \div 100$ кВт, подается во входной резонатор, обеспечивая глубину скоростной модуляции порядка $2 \div 5\%$. В некоторых экспериментах далее вдоль длины трубы дрейфа размещался второй резонатор с добротностью $Q \sim 1000$, который возбуждался сгруппированным током. В результате удавалось повысить эффективность модуляции сильноточного электронного пучка до $5 \div 10\%$. Таким образом, предложенная схема улучшения характеристик генерируемого виркатором СВЧ-излучения реализуема в эксперименте и может быть использована на практике.

Заключение

Проведен анализ влияния различных типов ОС на хаотические колебания в электронном пучке со сверхкритическим током. Показано, что во всех рассмотренных в работе системах воздействие ОС оказывает влияние на процессы структурообразования в распределенной автоколебательной системе. Так, подавление внутренней связи между формирующимися в электронном пучке со сверхкритическим током структурами позволяет установить регулярные и близкие к регулярным режимы колебаний. Увеличение связи между структурами и

возникновение дополнительных электронных структур приводит к хаотизации пространственно-временных колебаний.

Важное место среди виркаторных систем с ОС (виртодов) занимает виркатор с внешней и внутренней ОС. Изменение длительности задержки позволяет при настройке входного резонатора на частоту автономных колебаний виртуального катода получить различные типы генерации. Отметим, что при значительных превышениях током электронного пучка сверхкритического значения введение внутренней ОС путем подключения входного резонатора позволяет эффективно управлять динамикой виркаторной системы. В частности, при настройке входного резонатора на частоту, близкую к частоте ВК или к ее второй гармонике, удается получить близкое к одночастотному излучение виркаторной системы. Настройка входного резонатора на частоту, большую частоты колебаний ВК, является способом эффективного повышения частоты излучения виркатора, которая без внешней резонансной системы определяется ленгмюровскими колебаниями и кратна плазменной частоте потока.

Автор благодарен чл.-корр. РАН профессору Д.И. Трубецкову, к.ф.-м.н. доценту А.А. Короновскому и ассистенту И.С. Ремпен за неоднократные обсуждения и полезные критические замечания.

Работа поддержана грантами РФФИ (проекты 01-02-17392 и 02-02-16351).

Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Ижевск: РХД, 2000.
2. Трубецков Д.И., Мчедлова Е.С., Красичков Л.В. Введение в теорию самоорганизации открытых систем. М.: Наука, Физматлит, 2002.
3. Gaponov-Grekhov A.V., Rabinovich M.I. Dynamic chaos in ensembles of structures and spatial development of turbulence in unbounded systems / Ed. W. Ebeling. N.Y.: Springer, 1986.
4. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Том 1. М.: Наука, Физматлит, 2003.
5. Trubetskov D.I. et al. Nonlinear waves, chaos and patterns in microwave devices // Chaos. 1996. Vol. 6. P. 358.
6. Кислов В.Я., Мясин В.Е., Богданов Е.В. Генератор СВЧ широкополосных колебаний / Заявка № 984513/19-09 от 31.07.68.
7. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы. Саратов: Изд-во СГУ, 1999.
8. Child C.D. Discharge from hot CaO // Phys. Rev. 1911. Vol. 32. P. 492.
9. Langmuir I., Blodgett K.B. Current limited by space charge between coaxial cylinders // Phys. Rev. 1923. Vol. 22. 347.
10. Pierce J. Limiting currents in electron beam in presence ions // J. Appl. Phys. 1944. Vol. 15. P. 721.
11. High Power Microwave Sources / Eds V.L. Granatstein and I. Alexeff. Boston: Artech House, 1987. Ch. 13, 14.
12. Рухадзе А.А., Столбецов С.Д., Тараканов В.П. Виркаторы (обзор) // РЭ. 1992. Vol. 37. P. 385.
13. Дубинов А.Е., Селемир В.Д. Электронные приборы с виртуальным катодом // РЭ. 2002. Vol. 47. P. 575.
14. Калинин Ю.А., Кузнецов Н.Н., Украинская Т.Н. Исследование

широко-полосных шумоподобных колебаний в интенсивных пучках заряженных частиц в режиме образования виртуального катода // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Том. 10, № 5. С. 32.

15. Ремпен И.С., Храмов А.Е. Управление режимами колебаний электронного потока со сверхкритическим током в диоде Пирса // Изв. РАН, Сер.физич. 2001. Том 65. С. 1689.

16. Храмов А.Е., Ремпен И.С. Влияние обратной связи на сложную динамику в гидродинамической модели диода Пирса // РЭ. 2002. Том 47. С. 732.

17. Гадецкий Н.Н., Магда И.И., Найстетер С.И., Прокопенко Ю.В., Чумаков В.И. Генератор на сверхкритическом токе РЭП с управляемой обратной связью - виртод // Физика плазмы. 1993. Том 19. С. 530.

18. Birdsall C.K. and Langdon A.B. Plasma Physics, via Computer Simulation. N.Y.: McGraw-Hill, 1985.

19. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. Влияние распределенной обратной связи на хаотические колебания виртуального катода // Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Том. 6. № 1. С. 93.

20. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. Сложное поведение электронного потока с виртуальным катодом и генерация хаотических сигналов в виртодных системах // Изв. РАН. Сер.физич. 1997. Том. 61. С. 2391.

21. Храмов А.Е. Короновский А.А. Левин Ю.И. Исследование процессов структурообразования в электронном пучке с виртуальным катодом с помощью вейвлетной бикогерентности // Письма в ЖТФ. 2002. Том. 28, № 13. С. 57.

22. Храмов А.Е. Нелинейная динамика электронного потока с виртуальным катодом в неоднородном ионном фоне // Радиотехника и электроника. 2002. Том. 47. С. 860.

23. Короновский А.А., Храмов А.Е. Исследование когерентных структур в электронном пучке со сверхкритическим током с помощью вейвлетной бикогерентности // Физика плазмы. 2002. Том. 28. С. 722.

24. Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ в приложениях к задачам нелинейной динамики. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж». 2002.

25. Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М.: Наука. Физматлит. 2003 (в печати).

26. Привезенцев А.П., Фоменко Г.П., Филипенко Н.М. Колебания электронного потока в плоском пролетном промежутке. ЖТФ. 1981. Том. 51, № 6. С. 1161.

27. Bliokh Yu.P., Magda I.I. Controlled regimes possibility in system with virtual cathode and internal delay feedback // Abstr. 12th Int. Conf. on High-Power Particle Beams, Haifa, Israel, 7-12 June. 1998. P. 299.

28. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. Исследование колебаний в электронном потоке с виртуальным катодом в виркаторе и виртоде // Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Том. 7, № 2,3. С. 33.

29. Храмов А.Е. О влиянии обратной связи на характеристики генерации прибора с виртуальным катодом // РЭ. 1999. Том 44. С. 116.

30. Jiang W., Masugata K., Yatsui K. New configuration of a virtual cathode oscillator for microwave generation // Phys.Plasmas. 1995. Том 2. С. 4635.

31. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. Исследование численной модели редитрона с модуляцией электронного потока и внешней управляемой обратной связью // Изв. РАН. Сер.физич. 1999. Том 63. С. 2308.

32. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. Численное исследование характеристик генерации виркатора-клистрона с внешней запаздывающей обратной связью // РЭ. Том 46. 2001. С. 588.

33. Рыскин Н.М. Численное моделирование клистрода на основе гидродинамических уравнений // Изв.вузов. Радиофизика. 1997. Том XL, № 12. С. 1511.

34. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. К вопросу о механизме возникновения хаотической динамики в вакуумном СВЧ генераторе на виртуальном катоде // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Том XLI. С. 1137.

35. Friedman M., Serlin V. Modulation of intense relativistic electron beams by an external microwave sources // Phys.Rev.Lett. 1985. Vol. 55. P. 2860.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 5.03.03
после доработки 30.04.03

CONTROLLING OF OSCILLATION REGIMES IN ELECTRON BEAMS WITH OVERCRITICAL CURRENT WITH THE AID OF DIFFERENT TYPES OF FEEDBACK

A.E. Hramov

In this work the methods of controlling regimes in the electron beam with overcritical current using different types of internal and external feedback are discussed. The influence of the feedback upon the oscillations in plane drift space in the framework of flow model and in the virtual cathode regime is investigated. Controlling of the vircator system dynamics with the help of internal feedback of different type is analysed.



Храмов Александр Евгеньевич - окончил Саратовский государственный университет (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности радиофизика (1999). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов - нелинейная динамика распределенных систем, методы анализа и моделирования динамических систем, мощная СВЧ-электроника.

E-mail: aeh@cas.ssu.runnet.ru



СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА НЕАВТНОМНОГО КВАНТОВОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

М.В. Беллев, А.Г. Лазерсон

Рассмотрена сложная динамика квантовой системы «частица в прямоугольной яме с колеблющимся дном». Показано, что анализ временных зависимостей наблюдаемых позволяет выяснить, является ли динамика регулярной или хаотической. В качестве иллюстрации представлены результаты анализа временных зависимостей для средней по ансамблю энергии. Обнаружено, что с ростом амплитуды внешнего воздействия спектр интенсивности наблюдаемой демонстрирует свойства, характерные для спектра случайного процесса, что можно интерпретировать как хаотизацию динамики.

Введение

Известно, что модели квантовых неавтономных гамильтоновых систем являются объектом чрезвычайно интенсивного изучения в теории квантового хаоса [1-17]. С одним из самых простых примеров таких систем мы встречаемся при исследовании движения частицы в одномерной прямоугольной бесконечно глубокой потенциальной яме под действием внешнего монохроматического поля. С точки зрения классической механики эта система была рассмотрена, в частности, в работе [18]. Впоследствии в работе [19] было дано исчерпывающее описание фазовых траекторий и КАМ-поверхностей, отвечающих движению частицы в прямоугольной яме, подверженной внешнему периодическому возмущению. Квантовый аналог этой задачи был исследован в работах [2-4]; было обнаружено, что при перекрытии квантовых нелинейных резонансов спектр квазиэнергий совершает переход от статистики Пуассона к распределению Вигнера. В работе [5] была проверена возможность развития техники ренормализации [1] для описания явления перекрытия резонансов. В работе [6] исследовано образование квантовых резонансов и их характеристики, отличающиеся от характеристик соответствующего классического резонанса.

В нашей статье, в отличие от указанных выше, предлагается идентифицировать сложную квантовую динамику частицы по поведению во времени наблюдаемых величин аналогично тому, как это делается при рассмотрении классических систем.

Как известно [20], в классической механике спектр интенсивности динамической величины $f(t)$ - фурье-преобразование автокорреляционной функции этой величины. Автокорреляционная функция задается выражением

$$B(f, \tau) = \langle f(t + \tau)f(t) \rangle_T - (\langle f(t) \rangle_T)^2$$

(угловые скобки $\langle \dots \rangle_T$ означают усреднение по времени). В случае периодической или квазипериодической динамики спектр интенсивности является дискретным, а в случае хаотической динамики - непрерывным. Если этот спектр непрерывный, то говорят, что величина $f(t)$ обладает свойством перемешивания. Возникает вопрос: могут ли наблюдаемые величины квантовомеханической системы, которым в классическом аналоге соответствуют динамические переменные, проявлять свойство, аналогичное перемешиванию в классической механике? А именно, может ли увеличение спектрального разрешения на некотором частотном интервале привести к такому же изменению спектральной плотности наблюдаемых, какое имеет место для случайных процессов? (Напомним, что спектр случайных процессов непрерывен [21].) В данной работе мы отвечаем на этот вопрос утвердительно, демонстрируя исследование спектральных характеристик наблюдаемых на примере усредненной по ансамблю энергии частицы.

Как представляется, анализ поведения во времени наблюдаемых позволяет проследить соответствие между классической и квантовой динамикой более наглядно, чем исследование перекрытия квантовых резонансов или изучение перехода спектра квазиэнергий от распределения Пуассона к распределению Вигнера. Дело в том, что в классической механике существует непосредственный аналог усредненной по ансамблю энергии - полная энергия частицы; так же обстоит дело и с любой другой наблюдаемой в квантовой системе. При этом трудно придумать столь же простой классический аналог такой часто используемой характеристики, как распределение квазиэнергий. Что касается квантового нелинейного резонанса, то в работе [6] указывается, что перекрытие квантовых резонансов оказывается еще более сложным, чем перекрытие резонансов классических. С нашей точки зрения, дело обстоит так по следующей причине. В классической механике картина перекрытия существенно зависит от поведения резонансов второго и более высоких порядков. При квантовомеханическом рассмотрении введение понятия «резонанс второго или более высокого порядка» затрудняется тем, что число уровней, на которых мог бы разместиться такой резонанс, заведомо ограничено. С увеличением порядка резонанса уменьшается мера области, занимаемой резонансом в фазовом пространстве (при классическом описании), или уменьшается число уровней энергии, занимаемых резонансом (при квантовомеханическом описании). Значит, при достаточно большом натуральном n для квантового резонанса n -го порядка не найдется уровней энергии - все доступные уровни заняты резонансами порядков меньших, чем n . С другой стороны, классическое фазовое пространство имеет мощность «континуум» и в нем имеются резонансы сколь угодно высоких порядков.

В качестве критерия стохастичности динамической системы будем использовать классическое условие Чирикова: для неинтегрируемой системы существует безразмерный параметр K , смысл которого заключается в следующем. Если параметр K очень мал по сравнению с единицей, стохастические слои являются очень тонкими и отделены друг от друга инвариантными кривыми. С увеличением K инвариантные кривые, разделяющие соседние резонансы и их стохастические слои, сильно искажаются и в конце концов разрушаются. В результате происходит слияние стохастических слоев и возникает так называемая «глобальная стохастичность» [20,22]. Условие Чирикова используется нами для проверки соответствия между классической и квантовой механикой. Выберем амплитуду и частоту внешнего возмущения так, чтобы параметр K был мал по сравнению с единицей, и проведем исследование поведения во времени какой-либо

наблюдаемой переменной. Тогда мы вправе ожидать периодической зависимости этой переменной от времени с частотой, равной частоте внешнего возмущения. Но если мы выберем амплитуду и частоту внешнего возмущения так, чтобы параметр K был примерно равным единице или большим единицы, следует ожидать нерегулярного поведения наблюдаемой переменной, то есть появления новых частотных пиков, густота которых неограниченно возрастает с повышением точности измерений. А это и означает, что спектр становится всюду плотным (то есть практически сплошным) в некоторой области частот.

В разделе 1 приводится вывод системы уравнений для модели прямоугольной ямы с колеблющимся дном, указывается тип начального условия, для которого эта система была численно решена. В разделе 2 обсуждается проблема исследования спектральной плотности интенсивности наблюдаемой переменной. В разделе 3 проводится анализ полученных результатов.

1. Динамическая модель

В данной работе мы используем систему единиц измерения, в которой масса частицы, ширина ямы и постоянная Планка \hbar приняты равными единице. Гамильтониан частицы в одномерной прямоугольной бесконечно глубокой потенциальной яме, подверженной внешнему гармоническому возмущению, при классическом описании имеет вид [7]

$$H(p, x, t) = 1/2 p^2 + V(x) + F_0 x \sin(\omega_0 t) \quad (1)$$

где F_0 - амплитуда, ω_0 - частота внешнего монохроматического поля;

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq 1/2, \\ \infty, & |x| > 1/2. \end{cases}$$

При квантовомеханическом описании поведение частицы определяется волновой функцией $\Psi(x, t)$, удовлетворяющей уравнению Шредингера

$$i\partial\Psi(x, t)/\partial t = -1/2\partial^2\Psi(x, t)/\partial x^2 + F_0 x \sin(\omega_0 t)\Psi(x, t) \quad (2)$$

и граничным условиям $\Psi(-1/2, t) = \Psi(1/2, t) = 0$.

Рассматривая систему «частица в прямоугольном ящике» как невозмущенную задачу, периодическую внешнюю силу как возмущение и следуя методу Дирака (см., например [23]), запишем решение уравнения Шредингера в виде ряда

$$\Psi(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(t) \psi_k(x) \exp(-iE_k t), \quad (3)$$

где

$$\psi_k(x) = \begin{cases} 2^{1/2} \cos(k\pi x), & k = 1, 3, 5, \dots \\ 2^{1/2} \sin(k\pi x), & k = 2, 4, 6, \dots \end{cases}, \quad E_k = k^2 \pi^2 / 2$$

соответственно собственные функции и собственные значения невозмущенной модели. Подставляя волновую функцию, записанную в виде (3), в уравнение (2), умножая полученное выражение на $\psi_m^*(x)$ ($m=1, 2, 3, \dots$) и проводя интегрирование по отрезку $[-1/2, 1/2]$, получим бесконечную систему уравнений относительно $a_m(t)$ - коэффициентов разложения волновой функции частицы по собственным функциям невозмущенной задачи

$$ida_m(t)/dt = \sum_{k=1}^{\infty} v_{mk}(t) \exp(i(E_m - E_k)t) a_k(t), \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Матричные элементы возмущения $v_{mk}(t)$ определяются выражением

$$v_{mk}(t) = F_0 \sin(\omega_0 t) \int_{-1/2}^{1/2} x \varphi_m^*(x) \varphi_k(x) dx. \quad (5)$$

Как известно из [23], величина $|a_n(t)|^2$ представляет собой вероятность того, что при проведении измерения в момент времени t частица будет обнаружена в состоянии с энергией E_n ($n=1, 2, 3, \dots$).

Начальное условие зададим следующим образом:

$$a_m(0) = \delta_{mN}, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (6)$$

Такое начальное условие означает, что в момент времени $t=0$ частица располагается на уровне энергии с заданным номером N . После того как получено решение системы (4), можно построить зависимость от времени любой наблюдаемой величины и исследовать ее поведение.

2. Исследование спектральной плотности интенсивности

Вычисление спектральных составляющих производится по стандартной процедуре, которая заключается в следующем [21, 24]. На основе численного решения системы (4) строится зависимость наблюдаемой переменной от времени (временная реализация). Длина этой реализации T сначала выбирается произвольно. Затем вычисляется выборочная автокорреляционная функция наблюдаемой и нормированная спектральная плотность интенсивности (далее будем писать короче - спектр). Выборочная автокорреляционная функция записывается в виде

$$s_k = c(k)/c(0), \quad k = 0, \dots, M-1 \quad (7)$$

с выборочной автоковариационной функцией

$$c(u) = 1/M \sum_{i=1}^{M-u} (x_i - \bar{x})(x_{i+u} - \bar{x}) \quad (8)$$

и средним значением по времени

$$\bar{x} = 1/M \sum_{i=1}^M x_i. \quad (9)$$

В формулах (7)-(9) M - количество наблюдений и $(x_i)_{i=1}^M$ - последовательность измеренных значений наблюдаемой переменной.

Формулу (7) используем для вычисления спектра. Запишем формулу для спектра в виде

$$S_m = 1/M \sum_{k=0}^M s_k \cos(2\pi km/M). \quad (10)$$

Здесь $(s_k)_{k=0}^M$ - конечный дискретный временной ряд для выборочной автокорреляционной функции. Для вычисленного спектра шаг дискретизации по частоте однозначно определяется длиной реализации T наблюдаемой переменной ($\Delta f = 1/T$).

Далее строится временная реализация того же процесса на удвоенном временном интервале $2T$, рассчитываются ее корреляционная функция и спектр. При этом шаг дискретизации по частоте становится в два раза меньше. Этот

процесс продолжается до тех пор, пока значения амплитуд всех вычисленных спектральных составляющих не стабилизируются. Если спектр не является всюду плотным, то амплитуды спектральных составляющих на промежуточных частотах либо равны нулю, либо вследствие погрешности численного метода спектрального анализа достаточно малы (обычно порядка минус пятьдесят децибел). Для всюду плотного спектра эти амплитуды значительно превышают указанный уровень и сравнимы по величине с амплитудами, определенными на предыдущем этапе.

3. Результаты расчетов

Для классического аналога рассматриваемой динамической системы параметр стохастичности K записывается в соответствии с [20] в виде

$$K = 2\pi^3 F_0^2 / \omega_0^2. \quad (11)$$

Как легко видеть из этой формулы, величина K зависит только от амплитуды и частоты внешнего поля. Так как оба эти параметра полностью сохраняют свой физический смысл при переходе от классического рассмотрения к квантовомеханическому, формула (11) может использоваться и в квантовой задаче.

В данной работе система (4) решалась численно для $K=0.01$, 1.0 и 2.0 , то есть в соответствии с формулой (11) были соответствующим образом подобраны значения амплитуды и частоты внешнего возмущения. Начальное условие выбиралось так, чтобы частица в момент времени $t=0$ находилась на 150-м уровне. Частота возмущения ω_0 задавалась так, чтобы она совпадала с частотой перехода между 150 и 151-м уровнями. Интервал времени, на котором получено решение системы (4), составил 5000 периодов колебаний внешнего поля для случая $K=0.01$ и 150 периодов колебаний внешнего поля для случаев $K=1.0$ и $K=2.0$. Ошибка нормализации ($\sum_{k=1}^{\infty} |a_k(t)|^2 = 1$) для всех трех значений K не превышала $3 \cdot 10^{-3}$.

В качестве примера наблюдаемой переменной для рассматриваемой системы была выбрана средняя по ансамблю энергия частицы. Как известно из [23], в квантовой системе с финитным движением средняя энергия определяется формулой

$$E(t) = \sum_n |a_n(t)|^2 E_n, \quad (12)$$

где E_n - собственные значения невозмущенной задачи.

При построении численного решения для $K=0.01$ мы ограничились учетом уровней энергии от 100-го по 200-й. Для $K=0.01$ на рис. 1 показан график средней энергии, а на рис. 2 выборочный спектр средней энергии. Рис. 2 позволяет утверждать, что для малых амплитуд возмущения спектр заведомо является дискретным с небольшим количеством (не более десятка) частотных пиков. Кажущаяся непрерывность спектра вокруг пиков $0.1\omega_0$ и $0.3\omega_0$ должна быть отнесена на счет боковых лепестков. В самом деле, характер зависимости спектральных составляющих от частоты в небольшой окрестности точки $0.1\omega_0$ и в небольшой окрестности точки $0.3\omega_0$ качественно совпадает с боковыми лепестками для прямоугольного окна [24]. Кроме того, мы обнаружили, что основная мощность имеет место на низких частотах, не превышающих $0.75\omega_0$, а частоте колебаний частицы ω_0 соответствует пик значительно меньшей интенсивности.

При построении численного решения для $K=1.0$, мы ограничились учетом энергетических уровней с 50-го по 250-й. Для этого случая на рис. 3 показан график средней энергии, на рис. 4 представлен спектр средней энергии для всего

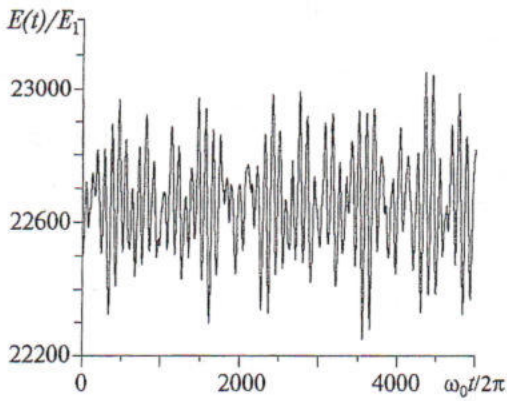


Рис. 1. Реализация среднего по ансамблю от энергии частицы при значении управляющего параметра $K=0.01$

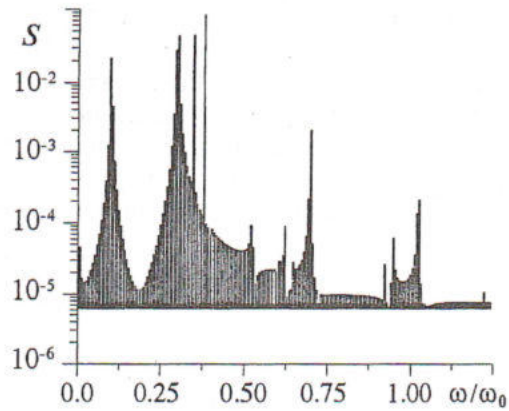


Рис. 2. Спектральная плотность интенсивности среднего по ансамблю от энергии частицы при значении управляющего параметра $K=0.01$

временного интервала реализации, на рис. 5 изображен сравнительный график спектров средней энергии для первой четверти и всего временного интервала реализации в области низких частот. Рис. 3 демонстрирует, что средняя энергия как функция времени ведет себя подобно реализации случайного процесса. На рис. 4 показано, что высокая мощность сосредоточена на низких частотах, а именно, в интервале частот от нуля до $\omega_0/3$; начиная с этого значения частоты, мощность резко снижается. Отдельные заметные всплески мощности можно наблюдать и в окрестности частоты, равной удвоенной частоте колебаний внешнего поля. Обратим внимание на то, что на этой частоте имеется одинокий острый пик. Это, по-видимому, является квантово-механическим аналогом так называемого параметрического резонанса. Это известный феномен классической механики [25,26], который имеет место в системе с изменяющимися во времени параметрами и проявляется, в частности, в том, что максимум амплитуды колебаний приходится на частоту, равную удвоенной частоте внешнего воздействия. Сравнивая изображенные на рис. 5 спектры средней энергии для первых 37.5 и первых 150 периодов колебаний внешнего поля, отметим, что спектральная плотность интенсивности средней энергии проявляет такое свойство, как неограниченное сгущение спектральных линий с уменьшением шага по

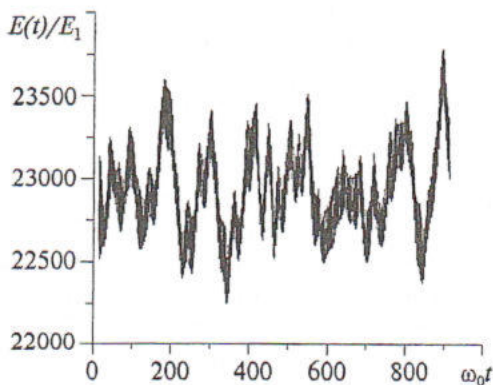


Рис. 3. Реализация среднего по ансамблю от энергии частицы при значении управляющего параметра $K=1.0$

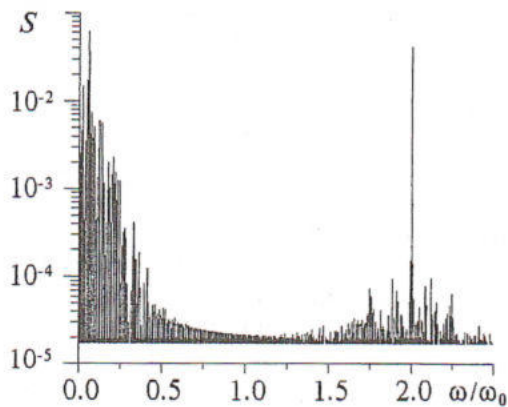


Рис. 4. Спектральная плотность интенсивности среднего по ансамблю от энергии частицы при значении управляющего параметра $K=1.0$

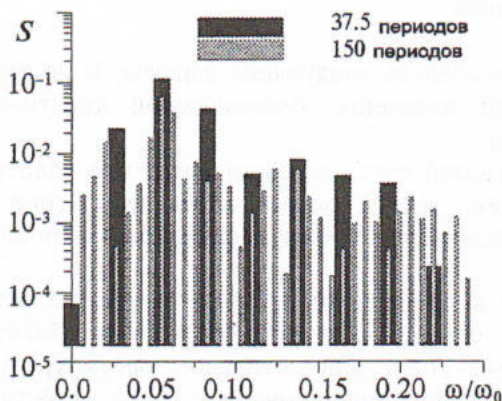


Рис. 5. Сравнение вычисленных значений спектральной плотности интенсивности для разных интервалов реализации среднего по ансамблю от энергии частицы при значении управляющего параметра $K=1.0$ на низкочастотном интервале

частоте. Именно в этом смысле можно говорить о том, что спектр наблюдаемой является сплошным.

При построении численного решения для $K=2.0$, мы ограничились учетом первых 300 энергетических уровней. Для этого случая на рис. 6 показан график средней энергии, на рис. 7 представлен спектр средней энергии для всего временного интервала реализации, на рис. 8 изображен сравнительный график спектров средней энергии для первой четверти и всего временного интервала реализации в области низких частот, если сравнить графики на рис. 3 и 6 (графики временных реализаций средней энергии для случаев $K=1.0$, и $K=2.0$, соответственно), то можно заметить, что средняя энергия на рис. 6 колеблется с несколько большей амплитудой и, в основном, с большей частотой, нежели средняя энергия на рис. 3. Можно заметить, что при $K=2.0$ мощность заметно спадает, начиная с частоты, равной приблизительно $\omega_0/2$ (а не $\omega_0/3$, как при $K=1.0$). Что касается сравнения изображенных на рис. 8 спектров средней энергии для первых 37.5 и первых 150 периодов колебаний внешнего поля, скажем, что спектр средней энергии при $K=2.0$ также может рассматриваться как непрерывный по аналогии со спектром на рис. 5.

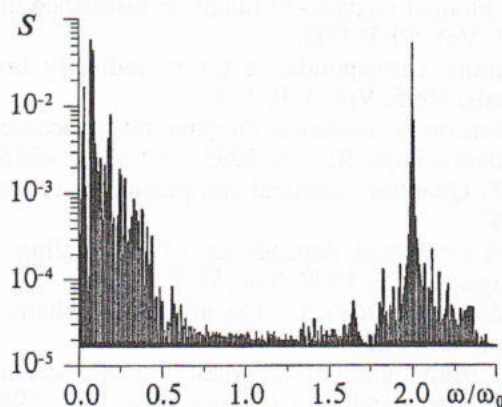


Рис. 7. Спектральная плотность интенсивности среднего по ансамблю от энергии частицы при значении управляющего параметра $K=2.0$

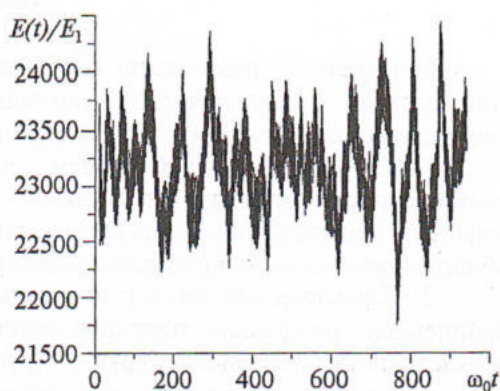


Рис. 6. Реализация среднего по ансамблю от энергии частицы при значении управляющего параметра $K=2.0$

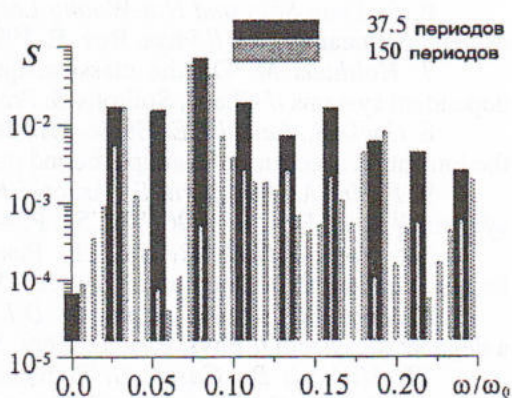


Рис. 8. Сравнение вычисленных значений спектральной плотности интенсивности для разных интервалов реализации среднего по ансамблю от энергии частицы при значении управляющего параметра $K=2.0$ на низкочастотном интервале

Выводы

Изложенные результаты позволяют сделать следующие выводы. В полном соответствии с классической динамикой поведение неавтономной квантовой системы сводится к одному из двух случаев.

1. Классический аналог рассматриваемой системы показывает, что области стохастичности существуют лишь в очень малых окрестностях сепаратрис и отделены друг от друга. Тогда при квантовом рассмотрении наблюдаемая величина обнаруживает только дискретный спектр.

2. Классический аналог переходит к глобальной стохастичности, то есть нелинейные резонансы перекрываются, сепаратрисы разрушаются и области стохастичности сливаются друг с другом. Тогда при квантовом рассмотрении спектральная плотность интенсивности наблюдаемой проявляет такое свойство, как появление все новых и новых частотных пиков с уменьшением шага по частоте. Такое сгущение, по-видимому, неограниченно, что и позволяет сравнить полученный спектр наблюдаемой с непрерывным спектром случайного процесса.

Итак, при квантовом рассмотрении гамильтоновой системы исследование переменной во времени наблюдаемой величины позволяет идентифицировать динамику данной системы. Поэтому поведение во времени наблюдаемых значений - средних по ансамблю - физических величин (энергии, импульса и др.) может служить критерием регулярности поведения квантовых систем.

Библиографический список

1. *Reichl L.E.* The transition to chaos in conservative classical systems: quantum manifestations. New York: Springer-Verlag, 1992.
2. *Reichl L.E., Lin W.A.* Exact quantum model of field-induced resonance overlap // *Phys. Rev. A.* 1986. Vol. 33. P. 3598.
3. *Lin W.A., Reichl L.E.* Transition of spectral statistics due to overlap of quantum resonance zones // *Phys. Rev. A.* 1987. Vol. 36. P. 5099.
4. *Lin W.A., Reichl L.E.* Spectral analysis of quantum resonance zones, quantum Kolmogorov-Arnold-Moser theorem and quantum resonance overlap // *Phys. Rev. A.* 1988. Vol. 37. P. 3972.
5. *Reichl L.E., Li Haoming.* Self-similarity in quantum dynamics // *Phys. Rev. A.* 1990. Vol. 42. P. 4543.
6. *Ju-Yong Shin and Hai-Woong Lee.* Floquet analysis of quantum resonance in a driven nonlinear system // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol. 50. P. 902.
7. *Holthaus M.* On the classical-quantum correspondence for periodically time dependent systems // *Chaos, Solitons & Fractals.* 1995. Vol. 5. P. 1143.
8. *Cocke S., Reichl L.E.* Static-field effects on the nonlinear quantum resonances and the ionization spectrum of a simple bound particle // *Phys. Rev. A.* 1995. Vol. 52. P. 4515.
9. *Farini A., Boccaletti S., Arecchi F.T.* Quantum-classical comparison in chaotic systems // *Phys. Rev. E.* 1996. Vol. 53. P. 4447.
10. *Morrow G.O., Reichl L.E.* Planck's-constant dependence of the scaling of localization length in quantum dynamics // *Phys. Rev. E.* 1998. Vol. 57. P. 5266.
11. *Demikhovskii V.Y., Kamenev D.I., Luna-Acosta G.A.* Quantum weak chaos in a degenerate system // *Phys. Rev. E.* 1999. Vol. 59. P. 294.
12. *Mirbach B., Casati G.* Transition from quantum ergodicity to adiabaticity: dynamical localization in an amplitude modulated pendulum // *Phys. Rev. Lett.* 1999. Vol. 83. P. 1327.
13. *Loinaz W., Newman T.J.* Quantum revivals and carpets in some exactly solvable systems // *J. Phys. A: Math. Gen.* 1999. Vol. 32. P. 8889.
14. *Timberlake T., Reichl L.E.* Phase-space picture of resonance creation and avoided crossings // *Phys. Rev. A.* 2001. Vol. 64. P. 033404.
15. *Sankaranarayanan R., Lakshminarayan A., Sheorey V.B.* Quantum chaos of a

particle in a square well: Competing length scales and dynamical localization // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. P. 046210.

16. *Emmanouilidou A., Reichl L.E.* Floquet scattering and classical-quantum correspondence in strong time-periodic fields // Phys. Rev. A. 2002. Vol. 65. P. 033405.

17. *Korsch H. J., Leyes W.* Quantum and classical phase space evolution: a local measure of delocalization // New J. Phys. 2002. Vol. 4. P. 62.

18. *Lin W.A., Reichl L.E.* External field induced chaos in an infinite square well potential // Physica D. 1986. Vol. 19. P. 145.

19. *Fuka M.Z., McIver J.K., Becker W., Orszag M., Ramirez R.* Driven particle in an infinite square well: Representation and breakdown of the invariant tori in a multiple-resonance case // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51. P. 1935.

20. *Заславский Г.М.* Стохастичность динамических систем. М.: Наука, 1984.

21. *Дженкинс Г., Ваттс Д.* Спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1971.

22. *Лихтенберг А., Либерман М.* Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984.

23. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989.

24. *Марпл-мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.

25. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. М.: Наука, 1988.

26. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1992.

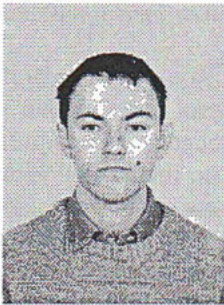
*Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 5.01.01
после переработки 21.01.03*

COMPLEX DYNAMICS OF A QUANTUM OSCILLATOR

M.V. Belyaev, A.G. Lazerson

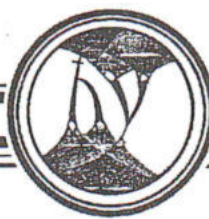
Complex dynamics of a quantum periodically driven square well is considered. It is shown that analysis of its ensemble average energy time series provides an identification of its dynamics to be either regular or chaotic. It has been found that enhancement of the driving force causes the energy spectrum to look like a spectrum of some random process, which may be identified as the signature of chaos in a quantum system.



Беляев Михаил Васильевич - родился в 1978 году в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского в 2000 году. Аспирант кафедры теоретической и математической физики СГУ. Область научных интересов - хаотическая динамика в квантовомеханических системах. Принимал участие в школе-конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых - 2001» и международной конференции SYNCHRO-2002.



Лазерсон Александр Григорьевич - родился в 1945 году. Окончил физический факультет СГУ (1969) по специальности физик-теоретик. С 1969 по 1996 год работал в теоретическом отделе ГНПП «Алмаз» (Саратов). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1983) и доктора физико-математических наук (1996) по специальности «Радиофизика». С 1996 года профессор кафедры теоретической и математической физики СГУ. Читает курсы лекций по дисциплинам «Квантовая теория» и «Квантовый хаос». Основные направления научной деятельности: статистическая радиофизика, электроника СВЧ, акусто-электроника, нелинейная динамика и динамический хаос. Автор более 150 научных публикаций. Член-корреспондент Академии военных наук РФ, член IEEE с 1997 года.



МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАНТОВЫХ ПЕРЕПУТАННЫХ СОСТОЯНИЙ НА ОСНОВЕ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ

П.В. Куракин, Г.Г. Малинецкий

Развивается предложенная авторами в предыдущей работе оригинальная модель «игрушечной» квантовой механики со скрытыми параметрами, не противоречащая теореме Белла и всем известным экспериментам. Модель представляет собой клеточный автомат, описывающий упрощенный двухчастичный эксперимент с перепутанными состояниями.

Введение

Принято считать, что невозможно построить локальную теорию с физическим полем (скрытыми параметрами), эволюционирующим в пространстве-времени, дающую те же предсказания, что квантовая механика. Теорема о скрытых параметрах была впервые сформулирована Беллом в [1]. Усовершенствованный вариант теоремы и соответствующий эксперимент были предложены в работе [2]. Еще один вариант этого же эксперимента был проведен авторами [3].

Суть эксперимента без технических деталей состоит в следующем. Из одной точки в результате двухкаскадного атомного перехода излучаются два фотона в противоположных направлениях. В таком излучательном процессе поляризации двух фотонов коррелированы, но до регистрации фотонов они не известны. При регистрации каждого фотона становится известной и его поляризация, так как перед попаданием в детектор фотон проходит поляризатор с переключаемым направлением оси поляризации. Важно, что время переключения поляризатора меньше L/c , где c - скорость света, L - расстояние между детекторами. Корреляция поляризации фотонов согласно эксперименту существует в любой момент времени и не переносится никаким сигналом, что, как считается, подтверждает невозможность существования скрытых параметров.

В данной работе, тем не менее, предложена принципиальная (то есть сильно упрощенная, «игрушечная») модель описанного эксперимента в духе реалистичных теорий со скрытыми параметрами. Показано, что эта модель не противоречит ни теореме Белла, ни предсказаниям квантовой механики, а проведенные ранее эксперименты *ничего не говорят о теориях такого класса.*

1. Модель эксперимента Белла в духе реалистичных теорий

(а) Примем для простоты, что спины (поляризации) двух частиц принимают значения ± 1 , при этом суммарный спин частиц после их регистрации должен оказаться равным строго 0. Реальная корреляция поляризаций фотонов описывается, разумеется, несколько сложнее, но мы, напомним, *качественно* рассматриваем *принципиальную* сторону явления.

Распространение излученных «фотонов» будем описывать при помощи одномерного клеточного автомата, правила которого будут ясны из дальнейшего.

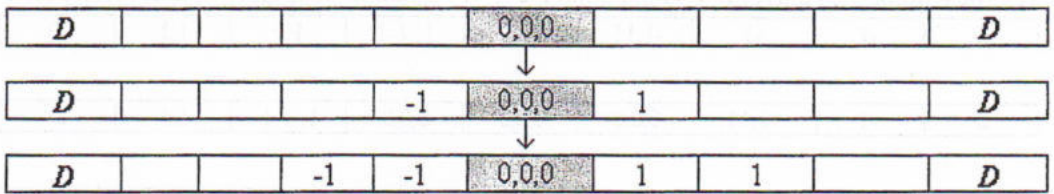
Состояние каждой ячейки автомата описывается тремя полями:

- первое поле может принимать значения 0, ± 1 и указывает направление движения фотона;

- второе и третье поля также могут принимать значения 0, ± 1 и означают спин соответствующей частицы.

Значение 0 первого поля зарезервировано для ячейки, в которой произошло излучение. Совпадение *ненулевых* значений второго и третьего полей говорит о том, что значение спина соответствующего «фотона» уже predetermined (это еще не означает, что произошла регистрация - см. ниже).

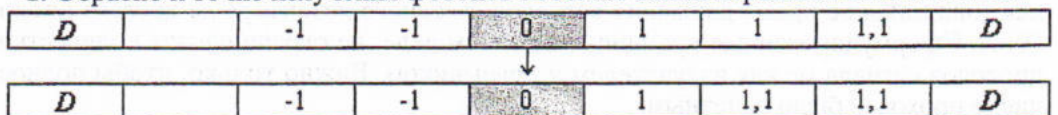
(б) После излучения «фотонов» происходит следующее. В обе стороны от точки излучения распространяется информация о «фотонах», содержащаяся в первом поле ячеек:



Значки *D* на схеме означают детекторы «фотонов». Для удобства они изображены равноудаленными от места излучения, но это вовсе не обязательно. Видно, что оба «фотона» пока не имеют определенного спина, но известно направление движения каждого из них. Существование информации об импульсе *до регистрации* частиц можно оспорить с позиций квантовой механики, но мы делаем допущение о наличии этой информации для простоты, чтобы сосредоточить внимание *только на явлении регистрации спинов «фотонов»*.

(в) Сигналы в обе стороны движутся в *среднем* с одинаковыми скоростями. Эта оговорка сделана потому, что, вообще говоря, нами во всех моделях данного класса [4, 5] не предполагается синхронное обновление состояний ячеек автомата. Это значит, что на каждом *элементарном шаге* случайно выбираются две соседние ячейки и происходит их взаимодействие - в простейшем случае копирование информации из занятой ячейки (с сигналом) в пустую. Единичный *временной такт* состоит в том, что в случайном порядке выбираются *все* пары ячеек в линейке. Случайная, причем локальная, синхронизация ячеек пространства представляется физически более правдоподобной, чем глобальная синхронизация, как в обычных клеточных автоматах.

(г) Пусть (независимо от того, равноудалены детекторы от точки излучения или нет) один из сигналов достиг детектора, тогда происходит следующее. Детектор случайным образом (см. ниже) выбирает одно из двух значений спина, что выражается в принятии 2-м полем значения 1 либо -1. Обратно к точке излучения фотонов побежит волна переключений 2-го поля:



Когда этот сигнал достигнет точки испускания «фотонов» (0-ячейка) - он определит ее по значению 0 первого поля - предложенное детектором значение спина либо подтвердится, либо будет отвергнуто. Это означает, что 0-ячейка установит во втором поле значение 1 либо -1, а в третьем поле - противоположное значение:

<i>D</i>		-1	-1	0,-1,1	1,1	1,1	1,1	<i>D</i>
----------	--	----	----	--------	-----	-----	-----	----------

В изображенном случае произошел отказ правому детектору. Теперь значения спинов, которые будут зарегистрированы, предопределены: правый получит значение -1, а левый 1. Важно отметить, что даже если два сигнала от двух детекторов одновременно достигли 0-ячейки, то ввиду случайной попарной синхронизации ячеек только один из них *первым* взаимодействует с ней и инициирует розыгрыш спинов между частицами.

Правила для 0-ячейки могут быть и другими - первый пришедший сигнал запроса получает подтверждение, то есть розыгрыш не производится. Поскольку мы обсуждаем *общую* схему возможных полевых теорий, для нас это не так существенно (см. обсуждение в разделе 2).

(д) Далее значение второго поля будет передаваться вправо, а значение третьего поля - влево, причем в дублированном виде - одновременно во втором и третьем полях. Это дублирование означает, что данный «вердикт» окончателен:

<i>D</i>	-1	-1	-1,11	0,0,0	1,-1-1	1,1	1,1	<i>D</i>
----------	----	----	-------	-------	--------	-----	-----	----------



<i>D</i>	-1	-1,11	0,0,0	0,0,0	0,0,0	1,-1-1	1,1	<i>D</i>
----------	----	-------	-------	-------	-------	--------	-----	----------



<i>D</i>	-1,11	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	1,-1-1	<i>D</i>
----------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------	----------

После того, как 0-ячейка передала информацию в обе ветки, все ее поля обнуляются. По мере распространения «окончательных приговоров» вправо и влево ячейки также обнуляются.

В конце эволюции системы все ячейки обнулены, кроме ячеек с детекторами, где записаны значения *измеренных* спинов частиц (не обязательно одновременно):

<i>D, 1</i>	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	<i>D, -1</i>
-------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	--------------

Именно в тот момент, когда ячейка с признаком *D* приобретает запись 1 или -1, происходит «регистрация» частицы с точки зрения экспериментатора.

2. Обсуждение

(а) Сразу необходимо подчеркнуть, что модель не описывает *в точности* эксперимент, приведенный в [3], так как там поляризационные оси оптических кристаллов менялись во времени, а в нашей модели - нет. Но, как мы подчеркнули в самом начале, цель работы - продемонстрировать, как *в принципе* могут строиться модели такого рода.

Поясним, что мы имеем в виду. В [3] оптические оси детекторов периодически переключаются с характерным временем порядка 10 нс, в то время как минимальное время движения сигналов от одного детектора до другого около 40 нс. Сформулированные принципы, на самом деле, не ограничивают количество проходов сигнала между излучателем и приемником. Важно только, чтобы полное число проходов было нечетным.

Если *последняя* пара сигналов «запрос - ответ» успевает сделать проход «туда и обратно» за указанное время - приблизительно 10 нс (пока «пожелание» кристалла постоянно), то согласование «спинов» в 0-ячейке возможно и для меняющихся во времени осей.

(б) В экспериментах по теореме Белла регистрирующие приборы характеризуются двумя настраиваемыми параметрами a и b - это направления главных осей двоякопреломляющих кристаллов. Каждый фотон попадает в один из двух детекторов в зависимости от того, прошел ли он через кристалл в обыкновенном или в необыкновенном луче.

Если с обеих сторон установки измерительные базисы совпадают ($a=b$), то эксперимент происходит *в точности*, как в нашей модели: поляризации детектируемых фотонов *строго* совпадают. При наличии угла φ между главными осями вероятность обнаружить фотоны в обыкновенных лучах $P \propto \cos^2 \varphi$.

Наша модель описывает простейший случай корреляции спинов.

(в) Одно из *основных допущений* в [2], положенных в основу доказательства теоремы (точнее, вывода корреляционных неравенств), состоит в том, что статистическое распределение $\rho(\lambda)$ скрытых параметров λ , характеризующее ансамбль измерений, *не зависит* от параметров a и b .

В нашей модели скрытыми параметрами λ являются значения третьих полей элементарной ячейки. Из характера работы описанной модели очевидно, что распределение $\rho(\lambda)$ *существенно* зависит от значений a и b , так как ими определяется характер запросов, посылаемых детекторами к 0-ячейке.

Таким образом, тип динамики наших скрытых параметров в принципе не попадает в область применения теоремы Белла. А это значит, что проведенные эксперименты по проверке неравенств Белла **ничего не говорят** о данной модели.

(г) Зависимость статистики скрытых параметров от настройки измерительных приборов в модели фактически вызвана тем, что скорость распространения сигналов *больше скорости движения частиц, в случае фотонов - скорости света*. Это необычно, но ничему не противоречит, поскольку сигналы не наблюдаемы - на то они и скрытые параметры.

Важно понять, что принципами специальной теории относительности ограничена скорость перемещения только *макроскопически зарегистрированной* информации. В терминах модели такой информацией является получение ячейкой с детектором дублированного сигнала 11 или -1-1. Одиночные сигналы содержат *недублированную* информацию о регистрируемой частице, и они сами по себе *не наблюдаемы*.

Вполне можно предположить, что Природа в принципе устроена так, что в эксперименте наблюдается только продублированная информация волн скрытых параметров. Тогда предложенная модель, с одной стороны, объясняет, как квантовые эффекты могут описываться локально, в духе классических теорий поля, а с другой стороны, не противоречит существующим теориям и экспериментальным данным.

(д) В заключение хотелось бы отметить одно принципиальное отличие описанной модели от нашей предыдущей разработки [5]. В *данной* модели, несмотря на «согласование» спинов в точке излучения, время движения *каждого* из двух перепутанных «фотонов» к своему детектору пропорционально расстоянию. То есть пространство здесь является однородным. Только в таком пространстве и имеет смысл понятие «скорость частицы».

Дело в том, что «пари» в 0-ячейке разыгрывается немедленно, как только туда придет первый сигнал запроса, не дожидаясь такого сигнала от второго «фотона».

Модель в [5] изображала неоднородное пространство - скорость одиночного

«фотона» зависела от расстояния, так как в отличие от описанной здесь модели место розыгрыша пари не было фиксированным. То есть момент регистрации частицы зависел от розыгрыша «лотерей» в точках, заранее не известных.

Библиографический список

1. Bell J.S. Physics 1. 1965. 195.
2. Clauser John F., Horne Michael A., Shimony Abner, Holt Richard A. Proposed experiment to test local hidden-variable theories // Phys. Rev. Lett. 1969. Vol. 23, № 15. P. 880.
3. Aspect Alain, Dalibard Jean. Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49, № 25. P. 1804.
4. Куракин П.В., Малинецкий Г.Г. Клеточные автоматы с псевдоквантовой эволюцией. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 70. 2001.
5. Куракин П.В., Малинецкий Г.Г. Клеточный автомат «Игрушечная квантовая механика» // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2003. Т. 11, № 1. С. 71.

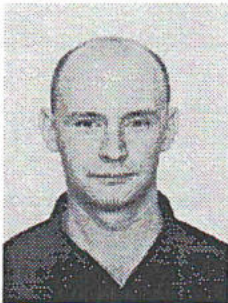
Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Поступила в редакцию 11.03.2003

MODELING OF ENTANGLED QUANTUM STATES BASED ON CELLULAR AUTOMATA

P.V. Kurakin, G.G. Malinetsky

Proposed is a development of our previous model of «toy quantum mechanics» with hidden variables, which does not contradict to Bell's Theorem. The model here is cellular automaton describing two-particles experiment with entangled states.



Куракин Павел Вячеславович - родился в Москве (1970), окончил МФТИ (1993). Младший научный сотрудник ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, аспирант РАН. Область научных интересов: явления самоорганизации в вероятностных системах; реалистичные (в духе классической теории поля) формулировки квантовой механики. Имеет 9 научных публикаций, из них 6 - в отечественных и зарубежных журналах. E-mail: kurakin@niiteplopribor.ru.



Малинецкий Георгий Геннадьевич - родился в Уфе (1956), окончил физический факультет МГУ (1979), защитил кандидатскую диссертацию на тему «Нестационарные диссипативные структуры в нелинейных средах» (1982) и докторскую диссертацию на тему «Диффузионный хаос и новые типы упорядоченности в нелинейных средах» (1990) в Институте прикладной математики РАН. В настоящее время работает заместителем директора ИПМ, а также профессором кафедры прикладной математики МФТИ. Автор большого количества статей в области исследования хаоса и нелинейных явлений, а также учебника «Структуры, хаос, вычислительный эксперимент. Введение в нелинейную динамику».

E-mail: gmalin@spp.keldysh.ru



МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ СИСТЕМ

А.Н. Павлов, О.В. Сосновцева, А.Р. Зиганшин

Рассматриваются методы исследования мультифрактальности и скейлинга в применении к явлению синхронизации хаоса в двух связанных автоколебательных системах. С помощью алгоритмов DFA и WTMM анализируется структура последовательностей времен возврата в секущую Пуанкаре для различных модельных систем и для экспериментальных данных. В терминах мультифрактального формализма обсуждаются типичные эффекты, к которым приводит синхронизация хаотических колебаний.

Введение

Синхронизация автоколебаний представляет собой одно из фундаментальных явлений природы [1,2,3]. В рамках классической теории, разработанной для периодических процессов, эффект синхронизации проявляется либо в захвате частот и, следовательно, стабилизации фазового сдвига между взаимодействующими модами, либо в подавлении собственной динамики одной из систем. Взаимодействие нелинейных систем с хаотическим поведением способно демонстрировать значительно более широкий спектр явлений, которые можно рассматривать как частные случаи синхронной динамики. Примерами служат полная синхронизация [4], обобщенная синхронизация [5], фазовая синхронизация [6] и так называемая *lag*-синхронизация [7].

За последние годы было разработано множество подходов, позволяющих диагностировать наличие синхронности хаотических колебаний. Арсенал средств, которые могут применяться при исследовании эффектов взаимодействия нелинейных систем, включает спектральный анализ [8], различные методы расчета мгновенных фаз колебательных процессов [2], функцию когерентности (или взаимный спектр) [8], среднее время возврата в секущую Пуанкаре, коэффициент диффузии разности фаз [9] и т.д.

Взаимодействие автоколебательных систем, демонстрирующих хаотическую динамику, приводит к изменению структуры аттракторов, существующих в отсутствие взаимодействия. В свою очередь, эти изменения отражаются в структуре характерных временных интервалов, таких как времена возврата в секущую Пуанкаре. Согласно работе [10], распределение времен возврата динамической системы может характеризоваться мультифрактальными свойствами, то есть демонстрировать различный локальный скейлинг [11,12].

На практике особенности скейлинга во временной динамике могут изучаться при помощи разных подходов, начиная с классического корреляционного (или спектрального) анализа. К числу очевидных недостатков классических методов следует отнести их применимость только к стационарным данным. Поскольку большинство процессов в природе являются сильно неоднородными и нестационарными, привлекательность выбора того или иного численного метода в значительной степени определяется его универсальностью и возможностью эффективного применения к реальным процессам различной природы. Среди достаточно универсальных методов обработки временных рядов можно выделить так называемые методы «*detrended fluctuation analysis*» (DFA) [13] и «*wavelet transform modulus maxima*» (WTMM) [14]. Первый подход представляет собой вариант дисперсионного анализа одномерных случайных блужданий, позволяющий исследовать эффекты длительных корреляций в нестационарных временных рядах. В рамках алгоритма DFA анализируется среднеквадратическая ошибка линейной аппроксимации обобщенной модели случайных блужданий от размера аппроксимируемого участка. Идеология метода WTMM базируется одновременно на термодинамическом формализме и вейвлет-преобразовании и предполагает изучение мультифрактальных свойств в терминах спектра сингулярности $D(h)$, где D - фрактальная размерность подмножества, характеризующегося экспонентой Хелдера h . Значения экспонент Хелдера описывают локальный скейлинг коэффициентов вейвлет-преобразования и, как правило, не совпадают для различных участков неоднородного процесса.

В данной работе методы исследования мультифрактальности и скейлинга рассматриваются в применении к явлению синхронизации хаоса в двух связанных автоколебательных системах. С помощью алгоритмов DFA и WTMM мы анализируем структуру последовательностей времен возврата в секущую Пуанкаре для различных модельных систем и для экспериментальных данных. В качестве модели, демонстрирующей сравнительно простую динамику, нами выбраны две связанные системы Ресслера. Каждая подсистема этой модели имеет одну четко выраженную базовую частоту (или временной масштаб). Далее мы исследуем особенности мультифрактального описания динамики систем с несколькими характерными временными масштабами и рассматриваем связанные системы Лоренца и модель двух взаимодействующих нефронов почки. Хаотические колебания, соответствующие аттрактору Лоренца, характеризуются двумя частотами, первая из которых определяется вращением вокруг одного из неустойчивых фокусов, а вторая соответствует процессу переключений (если рассматривать систему Лоренца как бистабильную). Модель нефрона является примером системы, демонстрирующей колебания с двумя различными временными масштабами: медленные колебания проксимального давления и сравнительно быстрые колебания радиуса приносящей артериолы. Путем выбора разных фазовых переменных (или различного задания уравнения секущей плоскости) эти два масштаба могут изучаться по отдельности. Мы показываем, что в терминах мультифрактального формализма эффект фазовой синхронизации может сопровождаться понижением степени мультифрактальности в последовательностях времен возврата и переходом от коррелированной к антикоррелированной динамике характерных временных интервалов. Эффекты, наблюдаемые при анализе модели взаимодействующих нефронов, сопоставляются с результатами обработки экспериментальных записей давления крови в случаях, когда нефроны демонстрируют синхронную и несинхронную динамику.

1. Методы исследования

1.1. DFA. Метод DFA относится к числу алгоритмов, базирующихся на идеологии перехода от исходного временного ряда $z(i)$, $i=1, \dots, N$ к обобщенной модели одномерных случайных блужданий. В рамках этого алгоритма вначале осуществляется приведение данных к нулевому среднему (вычитание среднего значения \bar{z} из временного ряда $z(i)$) и строится *случайное блуждание*: $y(k) = \sum_{i=1}^k [z(i) - \bar{z}]$. Затем ряд значений $y(k)$, $k=1, \dots, N$ разбивается на неперекрывающиеся отрезки (участки) длиной n , в пределах каждого из которых методом наименьших квадратов определяется уравнение прямой, аппроксимирующей последовательность $y(k)$. Найденная аппроксимация $y_n(k)$ рассматривается в качестве *локального тренда*. Далее вычисляется среднеквадратическая ошибка линейной аппроксимации

$$F(n) = [1/N \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2]^{1/2} \quad (1)$$

и соответствующие расчеты проводятся в широком диапазоне значений n . Считается, что зависимость $F(n)$ часто имеет степенной характер $F(n) \sim n^\alpha$, а наличие линейного участка в двойном логарифмическом масштабе $\lg F(\lg n)$ позволяет говорить о существовании скейлинга. На практике величина α (называемая скейлинговой экспонентой DFA-метода) может отличаться для разных n , что свидетельствует об изменении свойств скейлинга при увеличении масштаба. В данной ситуации целесообразно проводить анализ *локальных экспонент*.

Численные значения α характеризуют различные типы коррелированной динамики, если $\alpha \neq 0.5$, и некоррелированное поведение при $\alpha = 0.5$. Например, диапазон $0 < \alpha < 0.5$ соответствует антикорреляциям (чередование больших и малых величин в анализируемых данных); $0.5 < \alpha < 1$ определяет коррелированную динамику (большие по сравнению со средним величины чаще следуют за большими, малые - за малыми). Частный случай $\alpha = 1$ наблюдается для $1/f$ -шума. В определенном диапазоне значений α существует взаимосвязь между скейлинговыми характеристиками DFA-метода и законом спадания автокорреляционной функции (или функции спектральной плотности) [13].

1.2. WTMM. Другой подход к изучению скейлинга в структуре сигналов предполагает привлечение теории мультифракталов [11,12]. Изначально данная теория разрабатывалась для сингулярных мер: статистическое описание особенностей их скейлинга проводилось в терминах спектра сингулярности [12]. Однако с точки зрения приложений более привлекательным является анализ сингулярных функций (сигналов). Известно несколько попыток обобщения теории мультифракталов на случай функциональных зависимостей; первой из них является метод структурных функций [15], часто используемый при исследовании турбулентности [16]. Позднее был разработан мультифрактальный формализм, базирующийся на вейвлет-преобразовании (метод *wavelet transform modulus maxima* или WTMM) [14]. В настоящее время он является наиболее популярной техникой для изучения особенностей сложного скейлинга в нестационарных и неоднородных процессах.

Анализ некоторой функции $f(x)$ в рамках WTMM-метода осуществляется следующим образом. На первом этапе проводится расчет коэффициентов вейвлет-преобразования

$$T_\psi[f](x_0, a) = 1/a \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi((x-x_0)/a) dx. \quad (2)$$

Часто в качестве $f(x)$ выбирается функция распределения; a служит параметром масштаба; ψ - базисная функция вейвлет-преобразования, которая может иметь произвольную форму, но должна быть солитоноподобной и с нулевым средним значением. В данной работе мы использовали МНАТ-вейвлет, представляющий собой вторую производную функции Гаусса

$$\psi = d^2[\exp(-x^2/2)]/dx^2. \quad (3)$$

Наличие локального сингулярного поведения $f(x)$ в точке x_0 приводит к возрастанию $|T_\psi[f](x,a)|$ при $x \rightarrow x_0$ и может быть описано экспонентой Хелдера $h(x_0)$, которая определяет скейлинг вейвлет-коэффициентов для малых значений a : $T_\psi[f](x_0,a) \sim a^{h(x_0)}$.

На втором этапе WTMM-алгоритма проводится статистическое описание локальных сингулярностей с использованием понятий *спектра сингулярности* $D(h)$ и *частичной функции* $Z(q,a)$ [14]. Функция $Z(q,a)$ представляет собой сумму q -х степеней локальных максимумов модулей вейвлет-коэффициентов, соответствующих масштабу a . Как правило, ожидается, что при малых значениях a частичная функция демонстрирует степенную зависимость

$$Z(q,a) \sim a^{\tau(q)}, \quad (4)$$

которая количественно характеризуется скейлинговыми экспонентами $\tau(q)$. Выбирая различные q , можно получить линейную функцию $\tau(q)$ с постоянным значением экспоненты Хелдера $h(q) = d\tau(q)/dq = \text{const}$ в случае монофрактальных объектов и нелинейную функцию с большим числом локальных экспонент в случае мультифракталов. По аналогии с термодинамическим формализмом спектр сингулярности вычисляется на основе преобразования Лежандра

$$D(h) = qh(q) - \tau(q). \quad (5)$$

Расчеты функции $Z(q,a)$ позволяют отслеживать по отдельности скейлинг для больших флуктуаций ($g > 0$) и для малых ($g < 0$). Так же как и в рамках предыдущего метода, значения экспонент Хелдера дают возможность делать выводы о наличии антикоррелированной динамики ($0 < h < 0.5$), коррелированном поведении ($h > 0.5$) или об отсутствии корреляций ($h = 0.5$) [17].

2. Динамика времен возврата

2.1. Связанные системы Ресслера. Рассмотрим систему двух связанных моделей Ресслера

$$\begin{aligned} dx_{1,2}/dt &= -\omega_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2} + \gamma(x_{2,1} - x_{1,2}), \\ dy_{1,2}/dt &= \omega_{1,2}x_{1,2} + Ay_{1,2}, \\ dz_{1,2}/dt &= B + z_{1,2}(x_{1,2} - \mu), \end{aligned} \quad (6)$$

в которой параметры A , B и μ определяют режим динамики каждой подсистемы, γ - параметр связи, $\omega_1 = \omega_0 + \delta$ и $\omega_2 = \omega_0 - \delta$ представляют собой базовые частоты и δ - расстройка между ними. В нашей работе расчеты проводились при следующих значениях параметров: $A=0.15$, $B=0.2$, $\gamma=0.02$, $\mu=6.8$, $\omega_0=1.0$. Система (6) демонстрирует многообразие сосуществующих синхронных режимов, а также различные типы несинхронной динамики. Детальный анализ модели (6) был проведен в статье [18]. В соответствии с этой работой, мы будем обозначать

синхронные хаотические аттракторы как CA , а несинхронный хаотический режим (тор-хаос) как CA_t . Строго говоря, внутри области синхронизации существует целый набор хаотических режимов с различными сдвигами фаз между колебаниями во взаимодействующих подсистемах. Поэтому было бы более корректным приписать CA некоторый индекс, который характеризовал бы принадлежность тому или иному семейству аттракторов. Однако режимы фазовой мультистабильности демонстрируют очень похожие свойства скейлинга [19], в связи с чем данный аспект не является существенным для проводимого исследования.

Переход через границу области синхронизации (от CA к CA_t), который происходит при увеличении параметра расстройки δ , приводит к изменению структуры последовательностей характерных временных интервалов. Для иллюстрации рассмотрим секущую плоскость $x_2=0$ и проанализируем форму спектров сингулярности $D(h)$, вычисленных для двух аттракторов (рис. 1, *a*). Очевидно, что зависимость $D(h)$ в случае несинхронного режима CA_t значительно шире, чем для CA (в последнем случае спектр сингулярности состоит из одной точки). Это означает, что фазовая синхронизация хаотических колебаний для рассматриваемой модели сопровождается потерей мультифрактальности (сложного скейлинга) в динамике времен возврата: особенности скейлинга в структуре последовательностей временных интервалов несинхронного аттрактора описываются большим числом экспонент Хелдера (рис. 1, *б*). Однако, динамика времен возврата в секущую плоскость для синхронного режима характеризуется постоянным (в пределах ошибки вычислений) значением $h(q)$.

Ширина спектров сингулярности для различных синхронных режимов может варьироваться. Наиболее типичная ситуация состоит в том, что последовательность времен возврата не будет описываться постоянным значением $h(q)$. Кроме того, вычисления экспонент Хелдера при больших значениях q демонстрируют заметную чувствительность к выбору параметров счета (например диапазона, в котором проводится аппроксимация $\tau(q)$). В связи с этим целесообразнее рассматривать степень мультифрактальности вместо того, чтобы делать заключения о наличии моно- или мультифрактальной структуры. Проводя анализ особенностей скейлинга для различных режимов колебаний в системе (6), мы обнаружили, что степень мультифрактальности значительно меньше у любых типов синхронной динамики по сравнению с режимами вне области синхронизации. Так, на рис. 1, *в* приведены расчеты спектров сингулярностей для синхронной гиперхаотической динамики и для двумерного тора. Видно, что несинхронный режим требует большего диапазона экспонент Хелдера для описания структуры времен возврата в терминах мультифрактального формализма.

Другое отличие между спектрами сингулярности, изображенными на рис. 1, *a*, состоит в увеличении $h(q)$ для несинхронных колебаний, что свидетельствует о

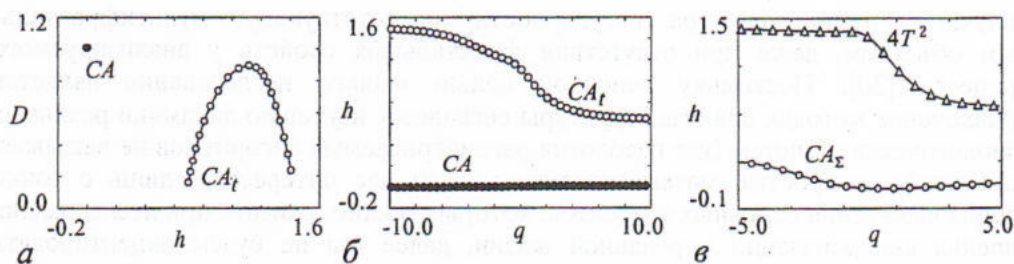


Рис. 1. Спектры сингулярности (*a*) и значения экспонент Хелдера (*б*, *в*) последовательностей времен возврата синхронного хаотического аттрактора CA , несинхронного аттрактора CA_t , а также двумерного тора $4T^2$ и гиперхаотического синхронного режима CA_2

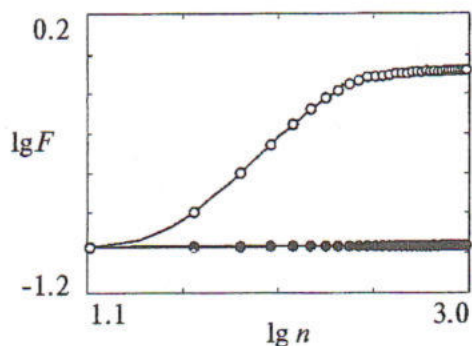


Рис. 2. DFA-анализ последовательностей времен возврата синхронного хаотического аттрактора CA и несинхронного аттрактора CA_t

стрировать с помощью метода DFA (рис. 2). В синхронном режиме зависимость $\lg F(\lg n)$ описывается одним числом $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-3}$, которое соответствует сильным антикорреляциям. Данная ситуация в целом типична для слабого хаоса, возникшего на базе каскада бифуркаций удвоения периода. В несинхронном режиме зависимость $\lg F(\lg n)$ имеет более сложный вид. В окрестности $\lg n = 2.0$ локальное значение α приближается к 1.0 (коррелированное поведение, близкое к $1/f$ -шуму в терминах работ [13]), то есть мы наблюдаем более «гладкую» последовательность времен возврата по сравнению с синхронными колебаниями. В области длительных корреляций (большие n), так же как и для относительно коротких корреляций (малые n) локальные экспоненты уменьшаются. Поэтому в данном случае можно ввести в рассмотрение количественную характеристику, позволяющую оценивать диапазон локальных скейлинговых характеристик. Далее мы будем обозначать ширину спектра сингулярности WTMM-метода как Δ_n , а диапазон локальных экспонент DFA-метода — Δ_α .

Отметим одно важное обстоятельство. Методы DFA и WTMM разрабатывались для случая анализа случайных процессов с *неэкспоненциальным* характером поведения автокорреляционной функции. В частности, подход DFA обычно предусматривает наличие степенной зависимости огибающей АКФ от временного аргумента. В случае стохастической динамики нелинейных систем либо для реальных сигналов в природе, когда экспоненциальное спадание АКФ нарушается, интерпретация результатов, полученных в рамках рассматриваемых подходов, является вполне корректной. В более простой же, казалось бы, ситуации (динамика нелинейных систем без шума) возникает больше проблем с интерпретацией результатов, поскольку появление сложного скейлинга может быть следствием особенностей степенной аппроксимации экспоненциального закона поведения. Кроме того, известно, например, что метод WTMM позволяет получать структуру спектра сингулярности, соответствующую мультифрактальным объектам, даже при отсутствии фрактальных свойств у анализируемого процесса [20]. Поскольку основной целью нашего исследования является привлечение методик анализа структуры сигналов к изучению динамики реальных (биологических) систем (где идеология рассматриваемых алгоритмов не вызывает нареканий), и простые математические модели нас интересуют лишь с точки зрения выявления основных эффектов, которых можно ожидать при исследовании явления синхронизации в реальной жизни, далее мы не будем акцентировать внимание на наличии некоторых нюансов в возможной интерпретации результатов для модельных систем в отсутствие флуктуаций. Заметим, однако, что для режима несинхронного хаоса (рис. 3) наблюдается наличие двух четко выраженных

смене типа корреляций. Изменения скейлинговых характеристик можно отслеживать по смещению максимума зависимости $D(h)$, соответствующего значению $q=0$. Поскольку фрактальные размерности D близки к 1 в обоих случаях (при $q=0$), достаточно знать набор экспонент $h(q)$, чтобы охарактеризовать положение спектра сингулярности и степень мультифрактальности. В связи с этим далее мы ограничимся только зависимостями $h(q)$ и не будем анализировать форму $D(h)$.

Изменения корреляций в структуре времен возврата можно проиллю-

экспонент в поведении автокорреляционной функции. Для синхронного хаоса поведение автокорреляционной функции можно описать одной экспонентой (при не слишком больших τ АКФ практически не спадает). В этом смысле можно говорить о потере мультискейлинговой структуры.

Характеристики, вычисляемые в рамках рассматриваемых алгоритмов, четко диагностируют границу перехода от несинхронного к синхронному режиму (рис. 4). Видно, что фазовая синхронизация устраняет различия в динамике взаимодействующих подсистем: вне области синхронизации скейлинговые характеристики несколько отличаются, в синхронном режиме они совпадают. Рассмотрим кратко влияние флуктуаций на структуру последовательностей времен возврата. В нашей работе мы добавляли в первое уравнение системы (6) слагаемое $I\xi(t)$, где $\xi(t)$ - нормально распределенный случайный процесс, а I - его интенсивность. Поскольку шум может приводить к «перескокам» между сосуществующими аттракторами в области фазовой мультистабильности, ожидается, что скейлинговые характеристики стохастической динамики будут отличаться от детерминированного случая. Проведенные расчеты подтверждают это. В частности, сильная чувствительность к внешним флуктуациям наблюдается в случае сосуществующих периодических колебаний. Данные режимы не имеют фрактальных свойств в детерминированном случае, однако процесс перемежаемости между различными режимами, вызванный внешними флуктуациями, индуцирует мультифрактальность в динамике последовательностей времен возврата (рис. 5, а). Хаотические синхронные режимы также демонстрируют чувствительность к флуктуациям, поэтому может быть сложно диагностировать различные типы стохастической динамики. Однако, если интенсивность шума не очень велика (например, $I < 10^{-1}$) и мы не рассматриваем окрестность границы области синхронизации, то скейлинговые характеристики WTMM-метода не совпадают для синхронных и несинхронных режимов при

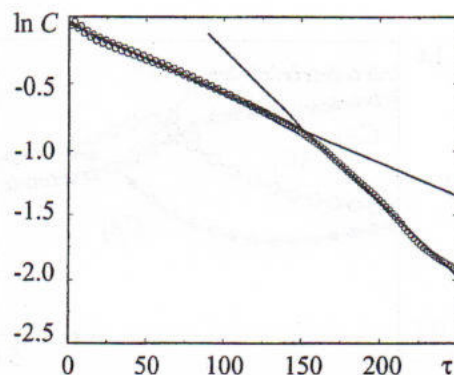


Рис. 3. Зависимость логарифма нормированной корреляционной функции от временной задержки, демонстрирующая наличие двух наклонов в режиме несинхронного хаоса CA_t

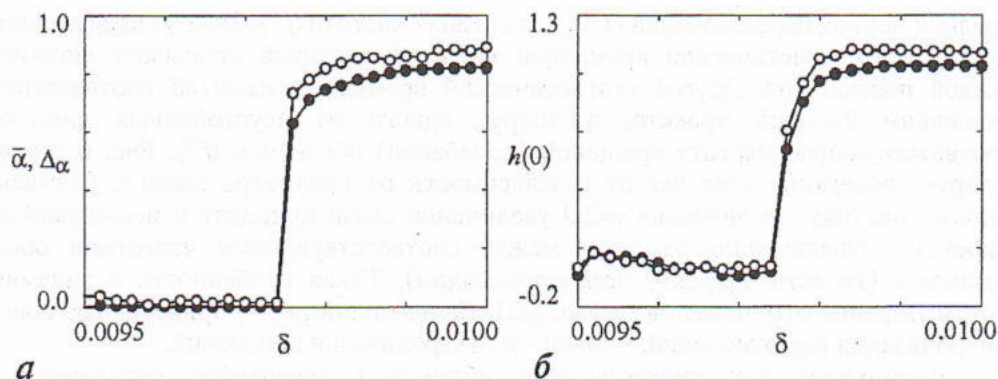


Рис. 4. Изменения скейлинговых характеристик при переходе через границу области синхронизации

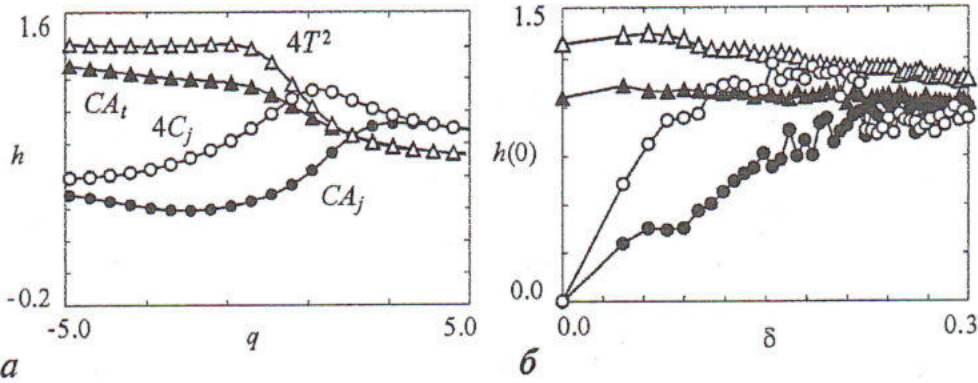


Рис. 5. Анализ скейлинговых характеристик в случае воздействия флуктуаций. Здесь $4C_j$ и CA_j обозначают вызванную шумом перемежаемость между сосуществующими периодическими и хаотическими аттракторами в области фазовой мультистабильности

отрицательных q (рис. 5, а). При больших интенсивностях шума режимы динамики становятся неотличимы (рис. 5, б).

2.2. Связанные системы Лоренца. Динамика модели Ресслера характеризуется одним временным масштабом (базовым периодом колебаний или базовой частотой). Рассмотрим более сложную ситуацию: одновременное наличие нескольких временных масштабов. В качестве первого примера нами была выбрана модель связанных систем Лоренца

$$\begin{aligned} dx_{1,2}/dt &= \sigma(y_{1,2} - x_{1,2}) + \gamma(x_{2,1} - x_{1,2}), \\ dy_{1,2}/dt &= r_{1,2}x_{1,2} - x_{1,2}z_{1,2} - y_{1,2}, \\ dz_{1,2}/dt &= x_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2}b, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\sigma=10$, $r_1=28.8$, $r_2=28.0$, $b=8/3$. Каждая из подсистем может рассматриваться в качестве бистабильной системы, демонстрирующей переключения между состояниями «+1» и «-1», которые можно ввести следующим образом:

$$\hat{x}_{1,2} = \begin{cases} +1, & x_{1,2} > 0 \\ -1, & x_{1,2} < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Средний период переключений $\langle T^s \rangle$ (или средняя частота $\langle f^s \rangle = 2\pi/\langle T^s \rangle$) представляет собой один статистический временной масштаб, который описывает динамику каждой подсистемы. Другой статистический временной масштаб соответствует вращениям фазовой траектории вокруг одного из неустойчивых фокусов. Соответствующую частоту вращений (колебаний) обозначим $\langle f^0 \rangle$. Рис. 6 демонстрирует поведение этих частот в зависимости от параметра связи γ . Согласно данному рисунку, до значения $\gamma \approx 2.0$ увеличение связи приводит к неожиданному эффекту - увеличению разности между соответствующими частотами обеих подсистем (то есть эффекту десинхронизации). Такая особенность в динамике систем Лоренца отмечалась в работе [21]. Дальнейший рост γ приводит вначале к синхронизации переключений, а затем - к синхронизации колебаний.

Рассмотрим как синхронизация временных масштабов отражается в структуре последовательностей времен возврата (мы выбрали секущие плоскости $z_1=30$ и $z_2=30$). Согласно рис. 7, а, скейлинговые экспоненты DFA-метода умень-

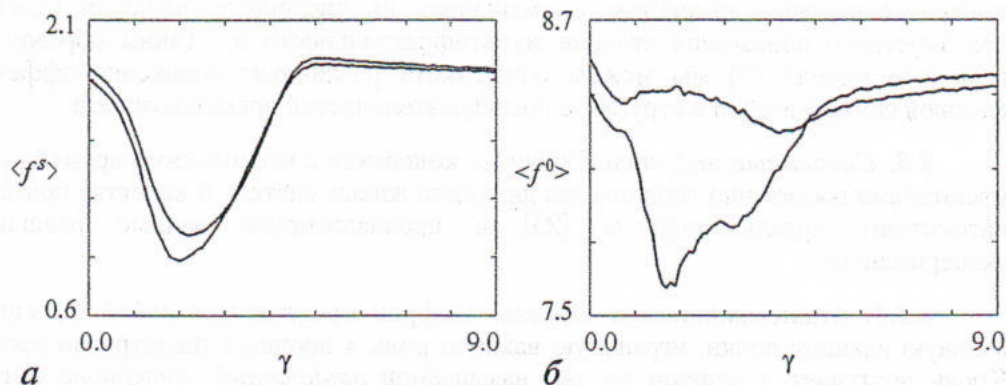


Рис. 6. Зависимости средних частот переключений и вращений от параметра связи для двух взаимодействующих систем Лоренца

шаются в области синхронизации ($\gamma > 6$). Это означает, что рост γ приводит к увеличению вероятности чередования между большими и малыми значениями в структуре времен возврата (усилению антикорреляций). Мы предполагаем, что сложная форма зависимости среднего значения скейлинговой экспоненты $\bar{\alpha}$ от параметра связи с «полочками» в районе $\gamma \approx 3-4$ и $\gamma > 6$ может быть связана с наличием двух временных масштабов. Согласно этому рисунку, скейлинговые характеристики синхронных колебаний практически совпадают для взаимодействующих подсистем при сильной связи ($\gamma > 6$).

Помимо параметра связи мы меняли расстройку между r_1 и r_2 . Метод WTMM демонстрирует, что положение спектров сингулярности для двух подсистем не совпадает вне области синхронизации в отличие от синхронной динамики (рис. 7, б). Мы вновь видим, что фазовая синхронизация сближает скейлинговые свойства индивидуальных подсистем. Значения $h(0)$ меняются довольно плавно с ростом расстройки, не демонстрируя резких «скачков». Минимальное значение $h(0)$ соответствует идентичной динамике ($r_1/r_2=1$), в этом случае наблюдаются наиболее сильные антикорреляции по сравнению с другими значениями r_1/r_2 .

По аналогии со связанными системами Ресслера, переход от несинхронного к синхронному режиму может уменьшать степень мультифрактальности [22]. Однако следует отметить, что взаимодействие в системах с несколькими временными масштабами не всегда приводит к данному эффекту. В некоторых ситуациях изменение r_1/r_2 в модели (7) устраняет различия в скейлинговых характеристиках

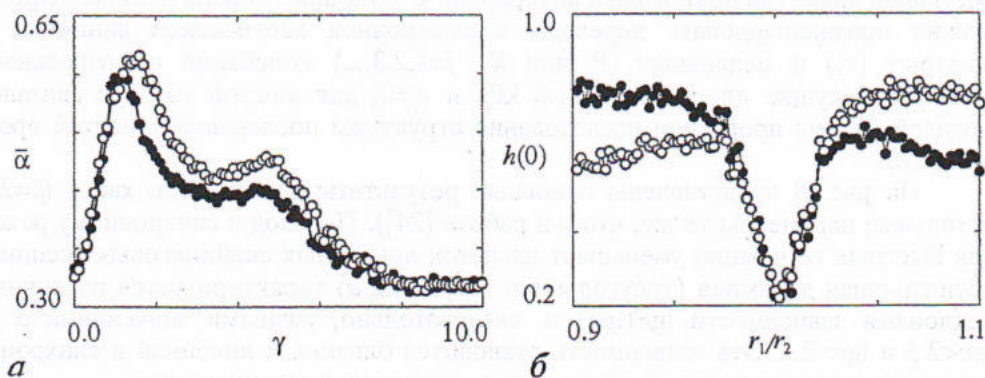


Рис. 7. Скейлинговые характеристики последовательностей времен возврата для двух взаимодействующих систем Лоренца

взаимодействующих подсистем и уменьшает их численные значения $(\bar{\alpha}, h(0))$ без заметного понижения степени мультифрактальности Δ_n . Таким образом, с помощью модели (7) мы можем обнаружить различные отражения эффекта фазовой синхронизации в структуре последовательностей времен возврата.

2.3. Связанные нефроны. Сложные колебания с несколькими временными масштабами достаточно типичны для динамики живых систем. В качестве примера рассмотрим модель нефрона [23] и проанализируем данные реальных экспериментов.

2.3.1. Математическая модель. Нефрон представляет собой функциональную единицу почки, играющую важную роль в процессе фильтрации крови. Кровь поступает в нефрон по так называемой *приносящей артериоле*, затем проходит через *капсулу Боумана*, выполняющую роль фильтра. Далее кровь попадает в выносящую артериолу, а фильтрат отводится в проксимальную трубку, диаметр которой порядка 20 мкм. На самом деле процесс фильтрации является более сложным, но в данной работе мы не будем рассматривать его детали. Математически авторегуляция движения крови в отдельном нефроне описывается следующей системой 6 уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{P}_l &= G(P_r, r), & \dot{X}_1 &= 3(F_H(P_l) - X_1)/T, \\ \dot{r} &= v_r, & \dot{X}_2 &= 3(X_1 - X_2)/T, \\ \dot{v}_r &= V_{\beta, T}(P_r, r, \beta, X_3), & \dot{X}_3 &= 3(X_2 - X_3)/T. \end{aligned} \quad (9)$$

Первое уравнение характеризует изменения гидростатического давления P_l в проксимальной трубке. Следующие два уравнения моделируют процесс регуляции радиуса артериолы. Три последние уравнения описывают задержку T в так называемой *петле Хенли*. Более детальную информацию о модели, ее нелинейных функциях и параметрах можно найти в работах [23,24].

Эксперименты, проведенные на крысах, показали, что давление P_l демонстрирует близкие к периодическим колебания с периодом 20-40 секунд; для крыс с повышенным артериальным давлением эти колебания становятся хаотическими [23].

Соседние нефроны часто имеют общий подводящий кровеносный сосуд. В этом случае имеет смысл анализировать их взаимную динамику. Мы будем рассматривать взаимодействие через электрические управляющие сигналы в цепи регуляции диаметра приносящей артериолы. С помощью модели парных нефронов можно проанализировать переходы к синхронной хаотической динамике для быстрых (v_r) и медленных (P_l или X_j , $j=1,2,3,\dots$) колебаний по отдельности. Выбирая текущие плоскости $P_l=1.6$ кПа и $v_r=0$, для каждой из двух связанных моделей (9) мы проводили исследования структуры последовательностей времен возврата.

На рис. 8 представлены основные результаты для слабого хаоса ($\beta=27.3$, остальные параметры те же, что и в работе [24]). Переход к синхронному режиму для быстрых колебаний уменьшает диапазон локальных скейлинговых экспонент: несинхронная динамика (треугольники на рис. 8, а) характеризуется различными наклонами зависимости $\lg F(\lg n)$ и, следовательно, разными значениями α для $\lg n < 2.5$ и $\lg n > 2.5$. Эта зависимость становится близкой к линейной в синхронном режиме (кружочки на рис. 8, а), то есть Δ_α значительно уменьшается.

В данном случае отличия в структуре последовательностей времен возврата соответствуют области длительных корреляций (большие n). Поэтому эти отличия

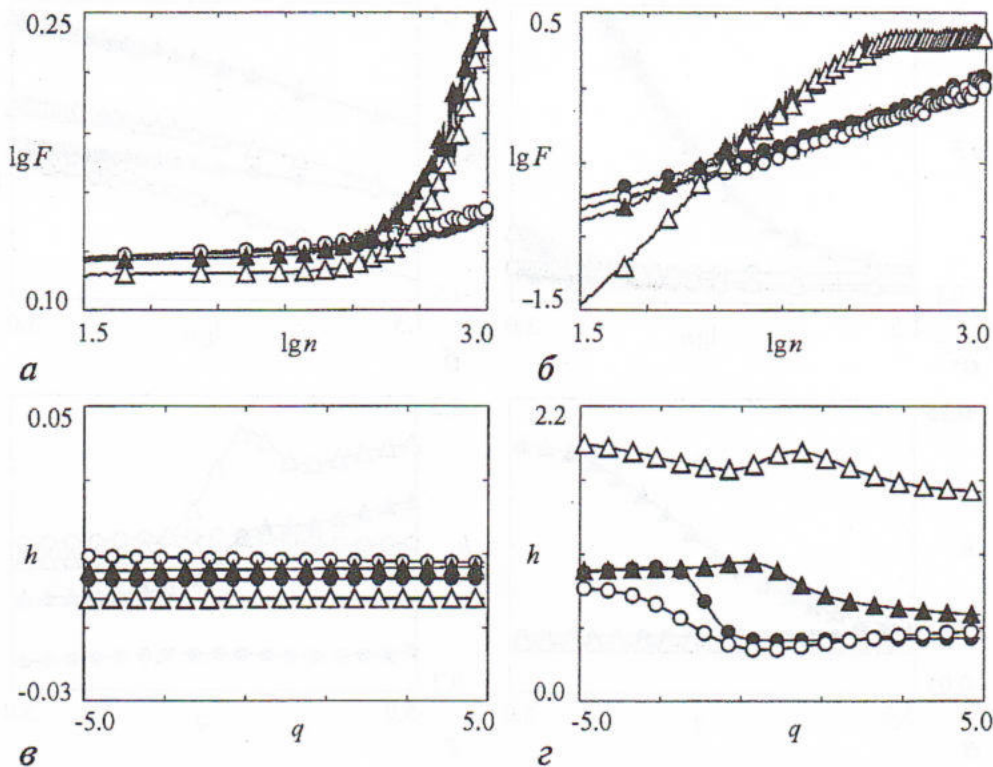


Рис. 8. Скейлинговые характеристики последовательностей времен возврата для двух связанных нейронов в случае слабого хаоса: а, в - быстрая динамика; б, г - медленная динамика. Кружочки соответствуют синхронному режиму, треугольники - несинхронному

могут не обнаруживаться с помощью WTMM-метода (рис. 8, в), который представляет собой более подходящий инструмент для исследования структуры сигналов на меньших масштабах.

В соответствии с методом DFA, уменьшение $\bar{\alpha}$ и Δ_{α} наблюдается и при синхронизации медленных колебаний (рис. 8, б), но уменьшения степени мультифрактальности при этом не происходит (рис. 8, г). Заметим также, что скейлинговые характеристики динамики обеих подсистем достаточно близки в синхронном режиме в отличие от несинхронной динамики.

В режиме развернутого хаоса ($\beta=28.0$) наблюдаются другие особенности. Для быстрых фазовых переменных помимо уменьшения мультифрактальности и возрастания вероятности антикоррелированного поведения, синхронизация устраняет различия в структуре последовательностей времен возврата взаимодействующих подсистем (рис. 9, а и в). Случай медленной динамики является более сложным. В соответствии с алгоритмом DFA, средние значения экспонент $\bar{\alpha}$ уменьшаются только для одной подсистемы при переходе к синхронному режиму (рис. 9, б, черные кружочки по сравнению с черными треугольниками), для второй подсистемы может наблюдаться даже некоторое возрастание $\bar{\alpha}$ (рис. 9, б, белые кружочки). Очевидные различия в индивидуальной динамике подсистем наблюдаются как в несинхронном, так и в синхронном режиме, то есть в отличие от быстрых фазовых переменных синхронизация может не устранять различия в медленной динамике модели связанных нейронов. В то же время мы наблюдаем уменьшение мультифрактальности в режиме фазовой

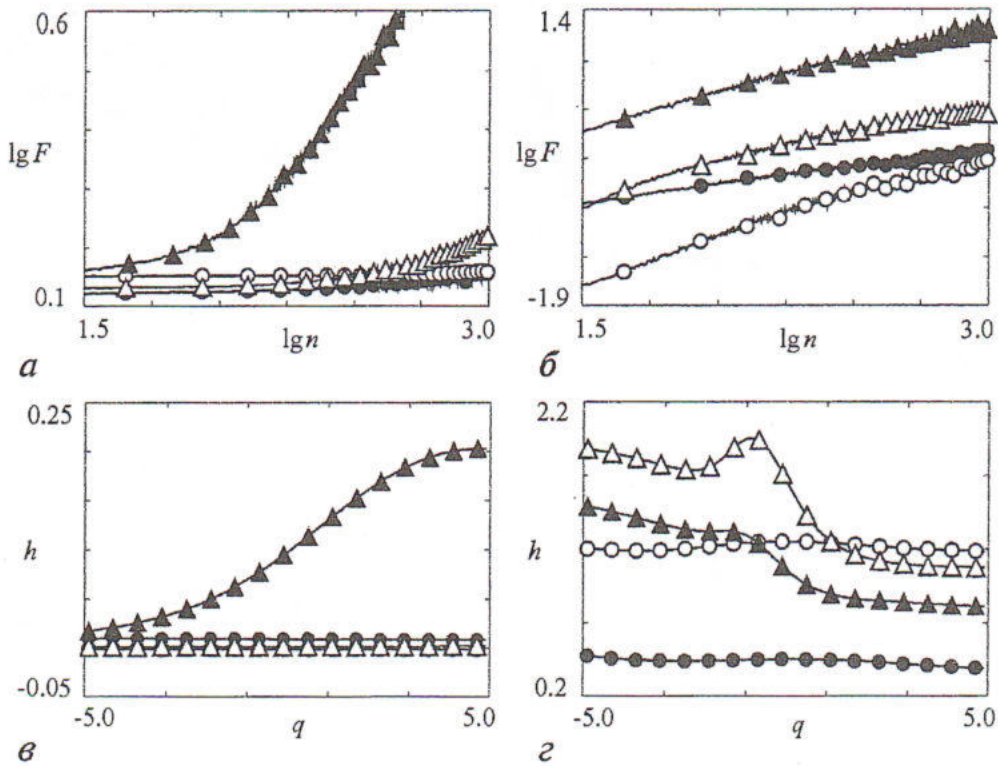


Рис. 9. Скейлинговые характеристики последовательностей времен возврата для двух связанных нефронов в случае развернутого хаоса. Обозначения те же, что и на рис. 8

синхронизации (рис. 9, z). Иными словами, переходы к синхронному режиму для рассматриваемого набора параметров увеличивают вероятность антикоррелированного поведения в медленной динамике только одной из взаимодействующих подсистем и уменьшают степень мультифрактальности для обеих подсистем. Это отражает разнообразие проявлений эффекта фазовой синхронизации в сложной структуре характерных временных интервалов. Заметим, что во всех рассмотренных примерах синхронизация сопровождается упрощением структуры последовательностей времен возврата.

2.3.2. Анализ экспериментальных данных. Помимо математического моделирования мы проводили анализ экспериментальных данных, полученных в университете Копенгагена и предоставленных нам профессором N.-H. Holstein-Rathlou.

На рис. 10 изображен пример временных зависимостей проксимального давления P_i (*tubular pressure*), которое наблюдается в динамике парных нефронов крыс с повышенным артериальным давлением. Рис. 10, a и b иллюстрируют примеры синхронной и несинхронной динамики (синхронизация исследовалась путем расчета разности мгновенных фаз на основе преобразования Гильберта и методами взаимного вейвлет-анализа [25]). Результаты мультифрактального анализа в рамках WTMM-алгоритма представлены на рис. 11. В связи с техническими проблемами корректного извлечения характерных временных интервалов из нестационарных данных и сравнительно небольшой длительности сигналов наблюдается достаточно сильная чувствительность экспонент Хелдера к выбору секущей плоскости и параметрам алгоритма (особенно при $q < 0$). Поэтому мы проводили расчеты и представляем результаты только для положительных q . В

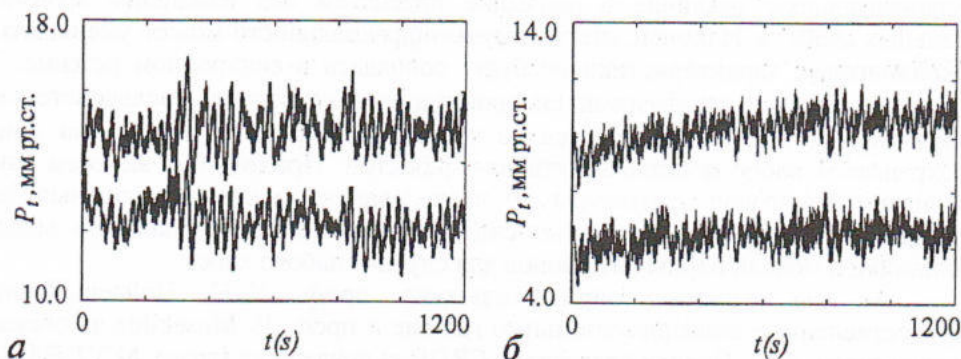
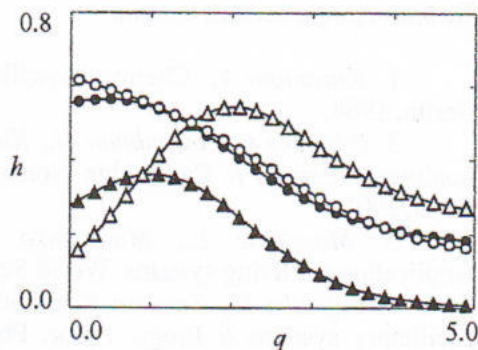


Рис. 10. Экспериментальные данные (временные зависимости проксимального давления P_t) для связанных нефронов в режиме синхронной (а) и несинхронной (б) хаотической динамики.

Рис. 11. Мультифрактальный анализ экспериментальных данных. Треугольники соответствуют несинхронной динамике, кружочки - синхронной

данном примере скейлинговые характеристики взаимодействующих подсистем достаточно близки в случае синхронной динамики (кружочки на рис. 11) и не совпадают в несинхронном режиме (треугольники). Однако, уменьшение степени мультифрактальности не происходит (как и для случая слабого хаоса в модели).



Заключение

В течение последних лет мультифрактальность (или сложный скейлинг) во временной динамике нелинейных систем активно обсуждается в международной печати. В данной работе мы изучали возможность мультифрактального описания явления синхронизации в двух связанных системах с хаотической динамикой и проанализировали, как переходы между различными типами синхронной и несинхронной динамики отражаются в структуре последовательностей времен возврата. Основные результаты состоят в следующем.

Фазовая синхронизация в связанных системах Ресслера сопровождается значительными изменениями последовательностей времен возврата, включая:

- уменьшение степени мультифрактальности;
- уменьшение «гладкости» последовательностей времен возврата, которое характеризуется значением $\bar{\alpha}$;
- сближением динамики взаимодействующих подсистем.

Проявление эффектов синхронизации в системах с несколькими временными масштабами является более разнообразным. В частности, скейлинговые характеристики могут заметно отличаться для разных фазовых переменных. Основные эффекты, наблюдаемые для связанных систем Ресслера, встречаются и при наличии нескольких временных масштабов, но в этом случае мы можем наблюдать их различные комбинации. Иногда они проявляются одновременно. В других случаях фазовая синхронизация увеличивает вероятность антикоррелированного поведения в последовательностях времен возврата и устраняет

индивидуальные различия в динамике подсистем без изменения мультифрактальных свойств. Наконец, степень мультифрактальности может уменьшаться, но скейлинговые характеристики не будут совпадать в синхронном режиме. Таким образом, проявление фазовой синхронизации в структуре последовательностей характерных временных интервалов может быть разнообразным, но при этом сохраняется набор достаточно общих эффектов. Приложение методов изучения мультискейлинговой структуры к исследованию экспериментальных данных продемонстрировало результаты, сходные с результатами анализа медленной динамики в модели парных нефронов для случая слабого хаоса.

Авторы выражают признательность проф. N.-H. Holstein-Rathlou за предоставленные экспериментальные данные и проф. E. Mosekilde за обсуждение результатов. А.Н. Павлов благодарит CRDF за поддержку (грант № Y1-P-06-06).

Работа была также частично поддержана грантами INTAS 01-2061 и РФФИ (01-02-16709).

Библиографический список

1. Kuramoto Y. Chemical oscillations waves and turbulence. Springer-Verlag, Berlin, 1984.
2. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences // Cambridge Nonlinear Science Series, 12. Cambridge University Press, 2001.
3. Mosekilde E., Maistrenko Yu., Postnov D. Chaotic synchronization: Applications to living systems. World Scientific, Singapore, 2002.
4. Fujisaka H., Yamada Y. Stability theory of synchronized motions in coupled oscillatory systems // Progr. Theor. Phys. 1983. Vol. 69. P. 32; Афраймович В.С., Веричев Н.Н., Рабинович М.И. Стохастическая синхронизация колебаний в диссипативных системах // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Том 29, № 9. С. 1050; Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64. P. 821.
5. Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. Generalized synchronization of chaos in unidirectionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51. P. 980; Kocarev L., Parlitz U. Generalized synchronization, predictability, and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 1816.
6. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. P. 1804.
7. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 4193.
8. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E., Safonova M.A. Synchronization of chaos // Int. J. Bifurc. and Chaos. 1992. Vol. 2. P. 633.
9. Neiman A., Silchenko A., Anishchenko V., and Shimansky-Geier L. Stochastic resonance: Noise enhanced phase coherence // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58. P. 7118.
10. Hadyn N., Luevano J., Mantica G., Vaienti S. Multifractal properties of return time statistics // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. P. 224502.
11. Mandelbrot B.B. Fractals and multifractals: noise, turbulence and Galaxies, selecta. Vol. 1. Springer-Verlag, New York, 1989; Fractals in Science / Eds Bunde A., Havlin S. Springer, Berlin, 1994.
12. Tel T. Fractals, multifractals, and thermodynamics // Z. Naturforsch. 1988. Vol. 43a. P. 1154; Halsey T.C., Jensen M.H., Kadanoff L.P., Procaccia I., Shraiman B.I. Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 33. P. 1141; Peng C.-K., Havlin S., Stanley H.E., Goldberger A.L.

Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series // *Chaos*. 1995. Vol. 5. P. 82.

13. *Stanley H.E., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Ivanov P.Ch., Peng C.-K.* Statistical physics and physiology: Monofractal and multifractal approaches // *Physica A*. 1999. Vol. 270. P. 309; *Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A.* Wavelets and multifractal formalism for singular signals: Application to turbulence data // *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 67. P. 3515.

14. *Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A.* The multifractal formalism revisited with wavelets // *Int. J. Bifurc. and Chaos*. 1994. Vol. 4. P. 245.

15. *Frish U., Parisi G.* in *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics* / Eds M. Ghil, R. Benzi, G. Parisi. North-Holland, Amsterdam, 1985. P. 71.

16. *Benzi R., Biferale L., Paladin G., Vulpiani A., Vergassola M.* Multifractality in the statistics of the velocity gradients in turbulence // *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 67. P. 2299.

17. *Ivanov P.Ch., Amaral L.A.N., Goldberger A.L., Havlin S., Rosenblum M.G., Struzik Z.R., Stanley H.E.* Multifractality in human heartbeat dynamics // *Nature*. 1999. Vol. 399. P. 461.

18. *Postnov D.E., Vadivasova T.E., Sosnovtseva O.V., Balanov A.G., Anishchenko V.S., Mosekilde E.* Role of multistability in the transition to chaotic phase synchronization // *Chaos*. 1999. Vol. 9. P. 227.

19. *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E.* Scaling features of multimode motions in coupled chaotic oscillators // *Chaos, Solitons and Fractals*. 2003. Vol. 16. P. 801.

20. *Veneziano D., Moglen G.E., Bras R.L.* Multifractal analysis: Pitfalls of standard procedures and alternatives // *Phys. Rev. E*. 1995. Vol. 52. P. 1387.

21. *Anishchenko V.S., Silchenko A.N., Khovanov I.A.* Synchronization of switching processes in coupled Lorenz systems // *Phys. Rev. E*. 1998. Vol. 57. P. 316.

22. *Pavlov A.N., Sosnovtseva O.V., Ziganshin A.R., Holstein-Rathlou N.-H., Mosekilde E.* Multiscality in the dynamics of coupled chaotic systems // *Physica A*. 2002. Vol. 316. P. 233.

23. *Mosekilde E.* // *Topics in nonlinear dynamics. Applications to physics, biology and economic systems.* World Scientific, 1996; *Barfred M., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H.* Bifurcation analysis of nephron pressure and flow regulation // *Chaos*. 1996. Vol. 6. P. 280.

24. *Postnov D.E., Sosnovtseva O.V., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H.* Cooperative phase dynamics in coupled nephrons // *Int. J. Mod. Phys. B*. 2001. Vol. 15. P. 3079.

25. *Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H.* Bi-mode oscillations in nephron autoregulation // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 66. 061909.

*Саратовский государственный
университет*

Поступила в редакцию 31.01.03

MULTIFRACTAL ANALYSIS OF CHAOTIC DYNAMICS IN INTERACTING SYSTEMS

A.N. Pavlov, O.V. Sosnovtseva, A.R. Ziganshin

We consider methods allowing to study multifractality and scaling in application to the phenomenon of chaotic synchronization in two coupled oscillatory systems. Using DFA and WTMM techniques we analyze the structure of return time sequences for

different model systems and for experimental data. Typical effects caused by the synchronization of chaotic oscillations are discussed in terms of multifractal formalism.



Павлов Алексей Николаевич - родился в Саратове (1973). Окончил физический факультет Саратовского университета по специальности радиофизика и электроника (1995). Защитил кандидатскую диссертацию (1998). В настоящее время работает доцентом на кафедре радиофизики и нелинейной динамики. Область научных интересов: анализ временных рядов, динамика нелинейных систем. Автор и соавтор более 30 работ, опубликованных в отечественной и зарубежной печати.

E-mail: pavlov@chaos.ssu.runnet.ru



Сосновцева Ольга Владимировна - родилась в 1966 году. Окончила физический факультет Саратовского университета (1989). Защитила кандидатскую диссертацию (1996). Неоднократно работала за рубежом: в Германии, Дании и Южной Корее. В настоящее время является докторантом кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Научные интересы: явления самоорганизации в ансамблях нелинейных хаотических и стохастических систем; особенности синхронизации хаотической динамики и стохастических процессов. Имеет около 30 публикаций в отечественной и зарубежной печати.

E-mail: olga@chaos.ssu.runnet.ru



Зиганшин Амир Рустамович - родился в Саратове (1978). Окончил СГУ (2001). Аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики. Научные интересы: анализ временных рядов. Автор трех статей в отечественных и зарубежных журналах.



INTERMITTENT TRANSITIONS IN THE QUASIPERIODICALLY FORCED MAPS

Sang-Yoon Kim, Woochang Lim, Alexei Jalnine

We study the mechanisms of dynamical transitions accompanied by intermittent behavior in the quasiperiodically forced Henon map. In terms of rational approximations, we show that the intermittent transition from smooth attracting invariant curve to a strange nonchaotic attractor occurs via phase-dependent saddle-node bifurcation between the invariant curve and a new kind of invariant «ring-shaped» unstable (saddle) set. We also investigate the mechanisms of interior and basin-boundary crises occurring to the strange nonchaotic and chaotic attractors in the model system. It is shown that a collision of the strange nonchaotic attractor or chaotic attractor with the ring-shaped unstable set may cause an interior or basin-boundary crisis, depending upon the present structure of the basin of the attractor.

Introduction

In recent years, dynamical transitions in the quasiperiodically forced systems have become the topic of instant interest of the researches. Much attention has been paid to investigation of different routes of transition from regular quasiperiodic motion to strange nonchaotic attractor (SNA) [1,2] and observation of crises of the SNAs and chaotic attractors (CAs). However, until the recent moment, the mechanisms of many dynamical transitions still remained unclear.

An intermittent route from smooth torus to SNA was first reported in the work [3], where the quasiperiodically forced logistic map was considered as a representative model. The mechanism of this transition was explained in the recent work [4]. In the last paper, authors used the methods of rational approximations (RAs) as the tool of investigation. In terms of RAs, they observed a new kind of invariant «ring-shaped» unstable sets, which are different from smooth unstable tori of the system. It was shown, that the intermittent transition from smooth torus to SNA in the quasiperiodically forced noninvertible 1D maps occurs via phase-dependent saddle-node bifurcation (SNB) between the invariant curve and the ring-shaped unstable set. Authors also discussed a possible role of the ring-shaped unstable sets in the mechanisms of the band-merging, interior and basin-boundary crises of strange attractors, which were observed in ref. [5].

In present paper we consider the quasiperiodically forced Henon map [5], which can be regarded as the model of Poincare map of a hypothetical nonlinear oscillator driven by external biharmonic signal with irrational rate of frequencies. We investigate the underlying mechanisms of the intermittent transition to SNA and interior and basin-boundary crises, which occur to regular and strange attractors in this system.

1. Ring-shaped unstable sets and intermittent route to SNA

We consider the model system in the form as in ref. [5]:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= 1 - ax_n^2 + y_n + \varepsilon \cos 2\pi\theta_n, \\y_{n+1} &= bx_n, \\ \theta_{n+1} &= \theta_n + \omega, \pmod{1},\end{aligned}\tag{1}$$

where $\theta \in S^1$. The frequency ω is traditionally set to be the reciprocal of the *golden mean* value: $\omega = (5^{1/2} - 1)/2$.

The phase diagram of the system (1) is shown in the fig. 1, *a*. In order to characterize the dynamical regimes in any point of the diagram, we compute the nontrivial Lyapunov exponents $\lambda_{1,2}$ and the *phase sensitivity exponent* δ ; the last one measures sensitivity with respect to the phase of the quasiperiodic forcing and characterizes strangeness of the attractor [6]. A smooth attracting invariant curve is characterized by the values $\lambda_{1,2} < 0$ and $\delta = 0$. The region where it exists is denoted by T . The region of double attracting curve is denoted by $2T$. On the other hand, the chaotic attractor has one positive Lyapunov exponent $\lambda_1 > 0$ ($\lambda_2 < 0$); its region is shown in black. On the border between regions of regular and chaotic dynamics, SNA exists, which has negative Lyapunov exponents ($\lambda_{1,2} < 0$) and positive phase sensitivity exponent ($\delta > 0$). The corresponding regions are denoted in gray and dark gray. In the thin gray region SNA appears due to intermittent mechanism, while in the dark gray regions other scenarios of transition to SNA (gradual fractalization or tori collision) take place. Note, that the chaotic region is separated into two parts by «tongue» of quasiperiodic regimes. Such structure is typical for the phase diagrams of the quasiperiodically forced period-doubling systems [4]. The intermittent transition to SNA (denoted by route **a** in the fig. 1, *a*) occurs along the border of the upper chaotic region.

At $a=0.95$ and $\varepsilon=0.4761$ the system (1) has a smooth attracting invariant curve, shown in fig. 1, *b*. Besides this attracting curve, there is a saddle invariant curve, which originally appeared together with the attracting one due to quasiperiodic saddle-node bifurcation. The structure of the phase space is determined by the $2D$ invariant manifolds associated with the saddle curve. In the fig. 1, *c* we see the section of the phase space by the plane $\theta_0=0.2$. The stable manifold W^s of the saddle invariant curve determines the boundary for the basin (shown in gray) of the attracting curve.

Let us proceed to the mechanism of the intermittent transition to SNA. As the parameter ε passes critical value $\varepsilon^* \approx 0.476148155$, the smooth attracting curve suddenly disappears, and SNA arises in some wide area of the phase space (see fig. 1, *d* for $\varepsilon=0.476149$). Now, the dynamics consists of laminar phases of motion in vicinity of the destroyed invariant curve and bursts away from it. Note, that the profile of the newly-born intermittent SNA is determined by the unstable manifold W^u of the saddle invariant curve. In order to illustrate this, in fig. 1, *e* we consider a section of the phase space by the plane $\theta_0=0.2$, and draw a projection of the segment of SNA from the interval $\theta \in [\theta_0 - 0.01, \theta_0 + 0.01]$ upon this section. One can see, that the points of attractor (denoted by black dots in the fig. 1, *e*) are disposed along the unstable manifold W^u .

In order to explain the underlying mechanisms of the transition described above, we use the method of rational approximations (RAs). For the case of *golden mean* value of ω , the RAs can be obtained as the ratios of the Fibonacci numbers: $\omega_k = F_{k-1}/F_k$, where the sequence of $\{F_k\}$ is determined as $F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$ with $F_0=0$ and $F_1=1$. Instead of the quasiperiodically forced system (1), we consider an infinite sequence of periodically forced maps with rational frequencies ω_k ; the properties of the original system can be obtained in the quasiperiodic limit at $k \rightarrow \infty$. For the RA of level k , each periodically

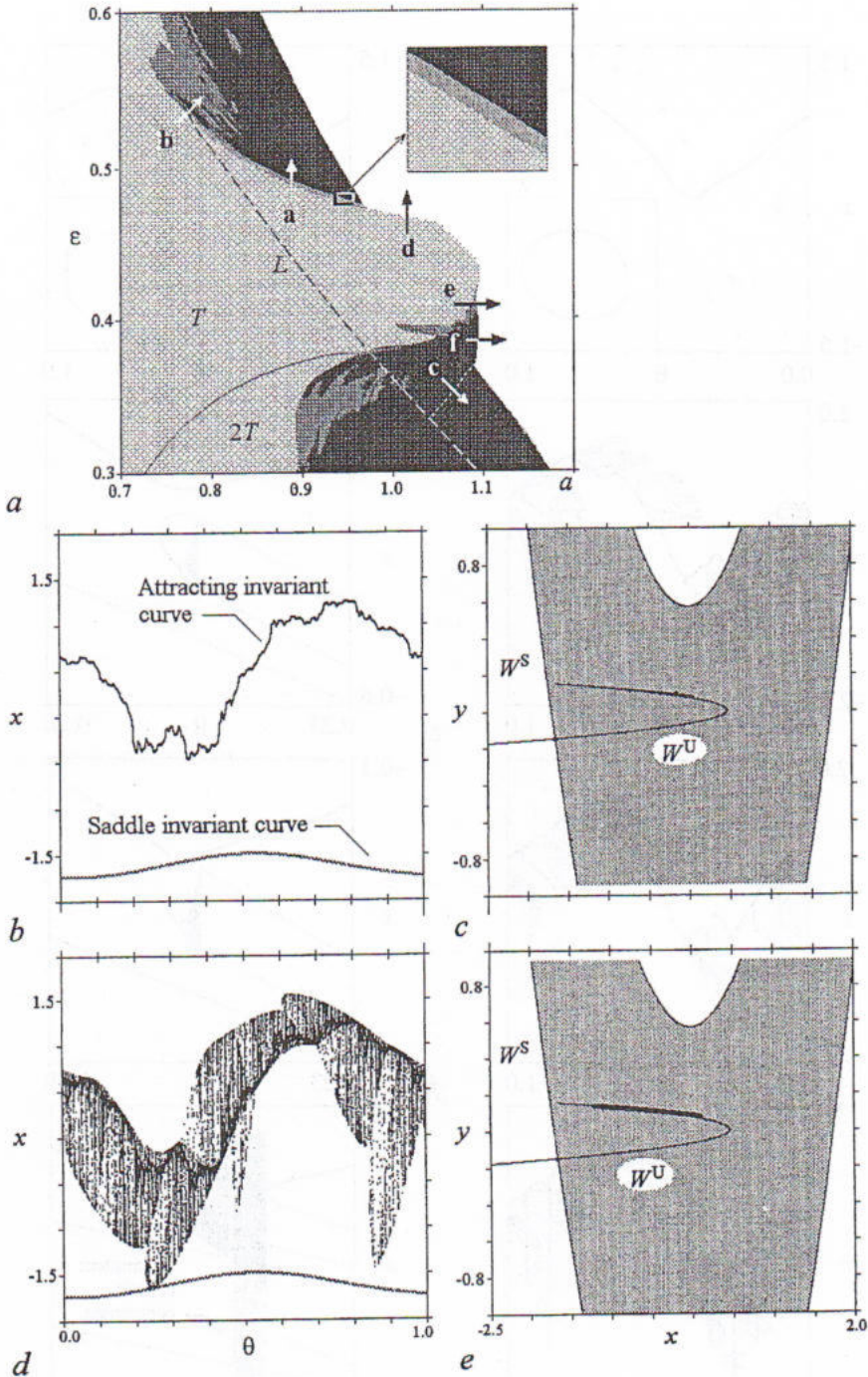


Fig. 1. *a* - The phase diagram of the system (1) (here and thereafter we set the parameter $b=0.1$). Regular, chaotic, SNA, and divergence regimes are shown in light gray, black, gray (or dark gray), and white, respectively. To show the existence of intermittent SNA (gray), a small segment near $(a, \epsilon)=[0.95, \epsilon^*]$ is magnified. Solid line denotes the doubling bifurcation of invariant curve. Due to interaction with the ring-shaped unstable sets born when passing the dashed line L , different dynamical transition such as intermittency (route *a*), interior (routes *b* and *c*), and basin-boundary (routes *d*, *e* and *f*) crises can occur. *b* - The smooth attractor (black) and saddle invariant curve (gray) at $a=0.95$ and $\epsilon=0.4761$; *c* - the section of the phase space by plane $\theta_0=0.2$ at the same parameter values; the basin of attractor is shown in gray; the black dot embedded into unstable manifold W^U is a section of smooth attractor. *d* - SNA at $a=0.95$ and $\epsilon=0.476149$; *e* - the plane $\theta_0=0.2$ at the same parameter values. Black dots distributed along W^U denote projection of SNA from the interval $\theta \in [\theta_0 - 0.01, \theta_0 + 0.01]$ on the plane

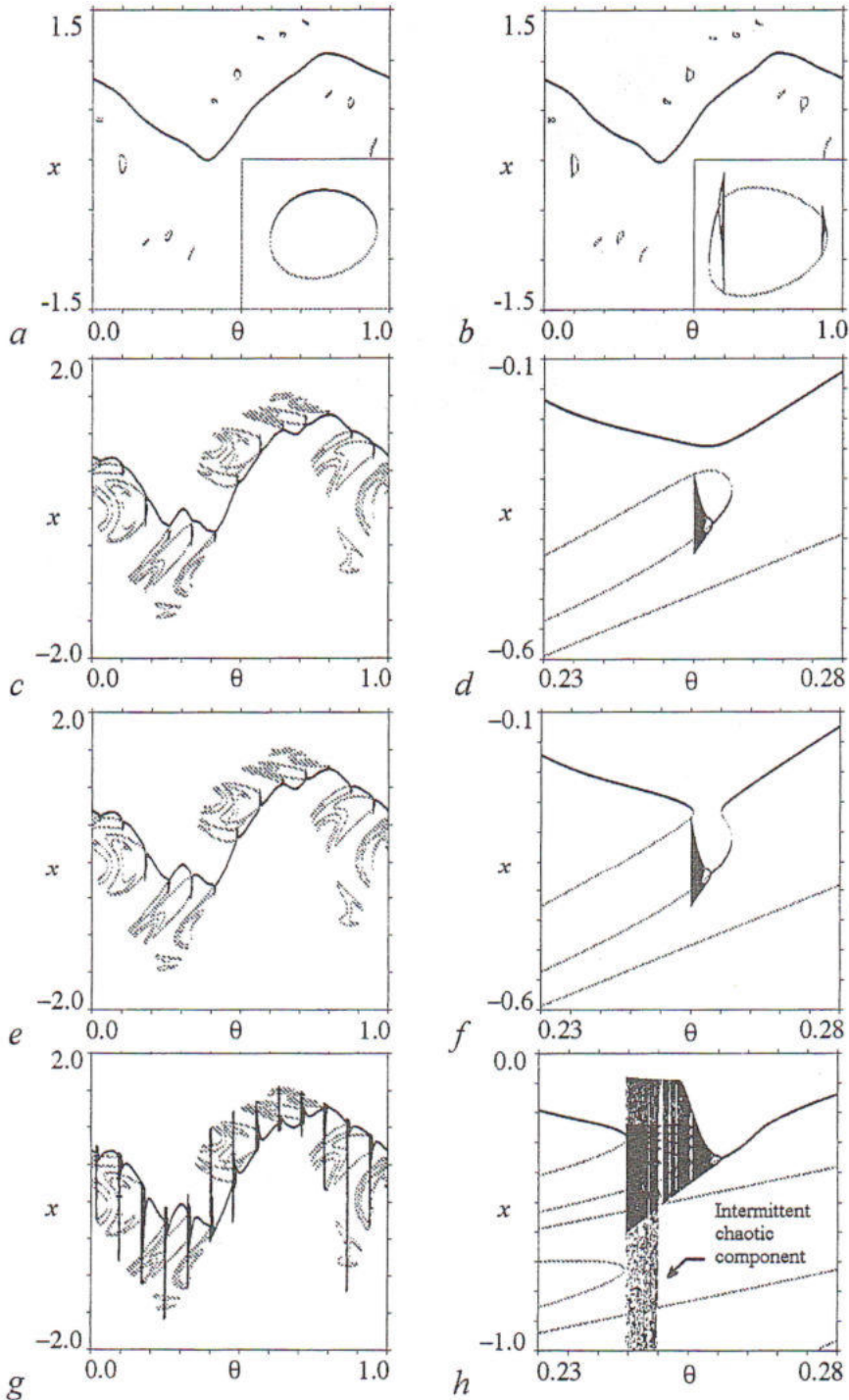


Fig. 2. The level 7 of RAs ($\omega_7=8/13$); the value of parameter a is always set to be $a=0.95$. *a* - The attracting invariant curve and the newly-born «ring-shaped» unstable set at $\epsilon=0.3795$. Here and thereafter the stable periodic orbits are shown in black, while the unstable ones are shown in gray. *b* - The typical structure of the ring-shaped unstable set after appearance of a chaotic component at $\epsilon=0.383$. *c*, *d* - The smooth attracting invariant curve and the ring-shaped unstable set on the threshold of phase-dependent SNB at $\epsilon=0.4585$; *e*, *f* - the destruction of the smooth attractor via phase-dependent SNB ($\epsilon=0.4588$); *g*, *h* - the appearance of intermittent chaotic component of approximation of the SNA ($\epsilon=0.4610$)

forced map has periodic or chaotic orbits, which depend upon the initial phase θ_0 . As θ_0 varies within the interval $[0, 1/F_k)$, the union of such orbits forms full approximations of the attractors and saddles of the system (1). For instance, an approximation of a smooth attracting invariant curve at k -th level represents a uniform set of stable periodic orbits of period F_k . For the case of SNA, the rational approximation may contain orbits of different periods and even chaotic ones. An existence of bifurcations in the structure of rational approximation is a characteristic of strangeness of the attractor.

In terms of RAs, we observe invariant «ring-shaped» unstable sets [4], which are different from smooth unstable invariant curves of the system (1). When passing the dashed curve L in fig. 1, *a*, the ring-shaped unstable set of periodic orbits appears due to phase-dependent saddle-node bifurcation (SNB). At the level of approximation $k=7$ such set is composed of $F_7=13$ small rings (see fig. 2, *a*). These rings are formed by stable (black) and saddle (gray) F_7 -periodic orbits. Originally, the rates of stable and unstable periodic orbits in the ring-shaped set are equal. However, as the parameter ϵ slightly increases, the chaotic attractor appears via period-doubling of stable periodic orbits, and then it disappears due to collision with the saddle F_7 -periodic orbit, see fig. 2, *b*. In the last figure one can see that the rate of stable periodic orbits in the ring-shaped set has contracted, and the unstable (saddle) orbits have become dominant. Therefore we refer such set to as the ring-shaped *unstable* set of orbits. At sufficiently large values of ϵ , the shape of the rings changes and becomes more complicated (see fig. 2, *c*; more details on the ring-shaped unstable sets are given in ref. [4]).

As we approach the border of intermittent transition on the diagram, the ring-shaped unstable set come closer to the attracting invariant curve (fig. 2, *c*). Then, at some critical value $\epsilon = \epsilon_k^{(1)}$ [$\epsilon_7^{(1)} \approx 0.458706$], the phase-dependent SNB between invariant curve and the saddle component of the ring-shaped unstable set occurs, as it is shown in fig. 2, *d*. This bifurcation destroys the invariant curve. From this moment, the attractor of the system becomes nonsmooth, since its approximation contains bifurcations and chaotic regimes. As the parameter ϵ increases further, the chaotic attractor, which was originally associated with the ring-shaped unstable set, undergoes interior widening at next critical value $\epsilon = \epsilon_k^{(2)}$ [$\epsilon_7^{(2)} \approx 0.459639$], and the intermittent chaotic component of the approximation appears, as it is shown in fig. 2, *e*. Thus, in terms of RAs the intermittent transition to SNA consists of two stages: the phase-dependent SNB and widening of the chaotic component of approximation of the SNA. However, in the quasiperiodic limit (at $k \rightarrow \infty$) the distance $\Delta \epsilon_k [= \epsilon_k^{(1)} - \epsilon_k^{(2)}]$ between two transition points tends to zero as $|\Delta \epsilon_k| \sim F_k^{-\alpha}$, where $\alpha \approx 0.8$, and the both values $\epsilon_k^{(1,2)}$ converge to ϵ^* .

2. The new mechanisms of basin-boundary and interior crises

Collision of the attractor with unstable orbit lying on the basin boundary causes crisis, which destroys the attractor [5]. On the other hand, collision with unstable orbit inside the basin gives rise to abrupt widening of the attractor known as «interior» crisis. Previously, the mechanisms of basin-boundary and interior crises due to interaction with periodic and quasiperiodic orbits [5] were known. We found new mechanisms of crises of SNAs and CAs in the quasiperiodically forced maps due to collision with the ring-shaped unstable set. The dynamical transitions a-c near the «tongue» of quasiperiodic regimes (fig. 1, *a*) are associated with interior crises of the attractors: when a smooth attractor, SNA or CA collides with the ring-shaped unstable set lying inside the basin, then intermittency or widening crisis occurs. On the other hand, routes d, e, and f in the «tongue» correspond to the basin-boundary crises of a smooth attractor, SNA and CA, respectively.

For illustration, we consider the mechanism of basin-boundary crisis corresponding

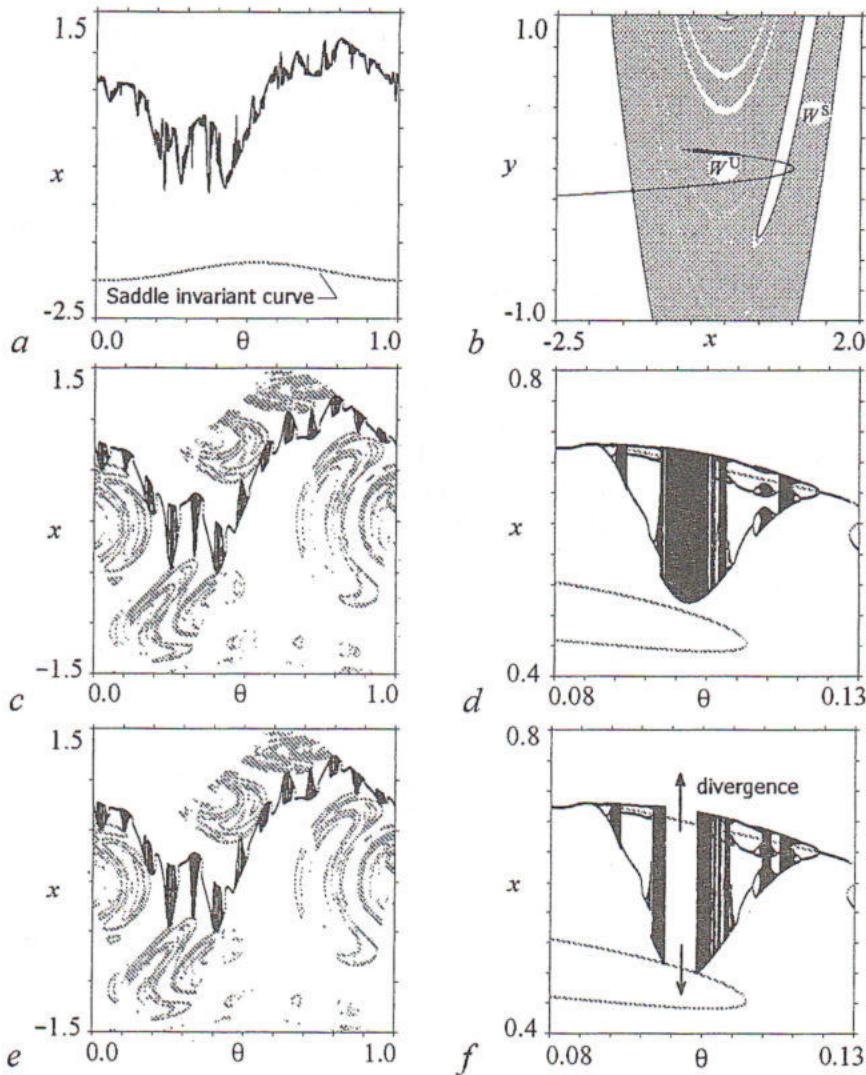


Fig. 3. *a* - The SNA on the threshold of crisis (route *e*) at parameter values $a=1.0925$, $\varepsilon=0.41$; *b* - section of the phase space by plane $\theta_0=0.41$ at the same parameter values; black dots distributed along W^U denote projection of SNA from interval $\theta \in [\theta_0 - 0.01, \theta_0 + 0.01]$ on the section. The rational approximation of level $k=7$ for *c* - the SNA and the ring-shaped unstable set on the threshold of crisis at $a=1.067$, $\varepsilon=0.41$, and *e* - the «remnant» of SNA after crisis at $a=1.069$, $\varepsilon=0.41$. The figures *d* and *f* represent the enlarged fragments of *c* and *e*, respectively

to route *e*. The SNA (fig. 3, *a*) is disposed along the unstable manifold W^U , while the stable manifold W^S determines its basin (fig. 3, *b*). Due to homoclinic intersection of W^S and W^U , the SNA has fractal-like basin boundary. In terms of RAs, the crisis occurs due to collision of the chaotic component of approximation of SNA with the ring-shaped unstable set (see fig. 3, *c-f*). After such collision, the «gap» in approximation opens, where the trajectories exhibit divergence.

3. Conclusion

We studied dynamical transitions associated with intermittent behavior in the quasiperiodically forced Henon map, using the method of rational approximations. It was

shown, that intermittent transition to SNA, as well as the interior and basin-boundary crises of strange attractors, typically occur due to collision of the attractor with a new kind of invariant «ring-shaped» unstable sets. These sets, which in the quasiperiodic limit apparently correspond to a fractal set of chaotic saddles, play a central role in dynamical transitions in the quasiperiodically forced systems.

Acknowledgements

S.Y.K. thanks Prof. Ott for hospitality and support during the visit to the University of Maryland. This work was supported by the Korea Research Foundation (Grant No. KRF-2001-013-D00014). A.J. acknowledge support from the Russian Foundation of Basic Research (Grant No. 00-02-17509).

References

1. Grebogi C., Ott E., Pelikan S, and Yorke J. Strange attractors that are not chaotic // *Physica D*. 1984. Vol. 13. P. 261-268.
2. Prasad A., Negi S.S., and Ramaswamy R. Strange nonchaotic attractors // *Int. J. Bif. Chaos*. 2001. Vol. 11. P. 291-309.
3. Prasad A., Mehra V., and Ramaswamy R. Intermittency route to strange nonchaotic attractors // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79. P. 4127-4130.
4. Kim S.-Y., Lim W., and Ott E. Mechanism for the Intermittent Route to Strange Nonchaotic Attractors // *Phys. Rev.* 2003. Vol. 67. 056203.
5. Osinga H.M. and Feudel U. Boundary crisis in quasiperiodically forced systems // *Physica D*. 2000. Vol. 141. P. 54-64.
6. Pikovsky A.S. and Feudel U. Characterizing strange nonchaotic attractors. II. Sensitivity to perturbations // *Chaos* 5. 1995. P. 253. See Eqs. (11) - (14) for the definition of δ .

*Institute for Research
in Electronics and Applied Physics,
University of Maryland, USA
Department of Physics, Kangwon
National University, Korea
Department of Nonlinear Processes,
Saratov State University, Russia*

*Поступила в редакцию 18.11.02
после доработки 5.04.03*

О ПЕРЕХОДАХ ЧЕРЕЗ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ В КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ

Sang-Yoon Kim, Woochang Lim, Алексей Жалнин

Исследуются механизмы динамических переходов, сопровождающихся перемежающимся поведением, в квазипериодически возбуждаемом отображении Эно. На основе метода рациональной аппроксимации показано, что переход от гладкой притягивающей инвариантной кривой к странному нехаотическому аттрактору через перемежаемость происходит благодаря фазозависимой седло-узловой бифуркации между инвариантной кривой и неустойчивым (седловым) инвариантным множеством, именуемым в соответствии со своей топологией

«кольцеобразным множеством неустойчивых орбит». Исследованы бифуркационные механизмы кризисов столкновения с границей бассейна и внутренних кризисов для странных нехаотических и хаотических аттракторов модельной системы. Показано, что столкновение аттрактора с кольцеобразным множеством неустойчивых орбит может вызвать внутренний кризис или разрушение аттрактора в зависимости от устройства его бассейна притяжения.



Sang-Yoon Kim was born in Korea in 1957. He graduated from Seoul National University (M.S. in Physics (1984), Ph.D. in Physics (1987)). At present he is a Professor of Kangwon National University. His recent research interests are mainly focused on Critical Scaling Behavior in Coupled Dynamical Systems, Synchronization in Coupled Chaotic Systems, and Dynamical Transitions in Quasiperiodically Forced Systems. He has published about 60 papers in these fields. Prof. Kim has experience of international collaboration with scientists in different countries (USA, Russia, China, Hong-Kong).



Woochang Lim was born in Korea in 1971. He graduated from Kangwon National University (M.S. in Physics (1996)), where he is a Ph.D. student. His research fields are Critical Scaling Behaviors in Coupled Dynamical Systems, Synchronization of Coupled Chaotic Systems, Dynamical Transitions in Quasiperiodically Forced Systems. He is a co-author of 14 publications in these fields.



Alexei Jalnine was born in Balashov (Russia) in 1977. He graduated from the Department of Nonlinear Processes of Saratov State University in 2000. In May 2003 he finished postgraduate studies and got Ph.D. degree in Physics. The field of his research interests is concerned with Chaos Synchronization, Controlling Chaos, Strange Nonchaotic Attractors in the Quasiperiodically Forced Systems. He is an author and co-author of 13 publications in these fields.

E-mail: chaos777@rol.ru



WAVES AND THEIR INTERACTIONS IN THE LATTICE LOTKA-VOLTERRA MODEL

*G.A. Tsekouras, A. Provata, F. Baras, A. Shabunin,
V. Astakhov, V. Anishchenko, D. Frantzeskakis, F. Diakonov*

In this work, we study the Lattice Lotka-Volterra model and specifically the properties of the waves that arise from inhomogeneous initial conditions. We consider different types of waves (stripe-like, radial, spirals) and we study their collision rules.

Introduction

The reactive dynamics of systems restricted to low dimensional supports are known to produce very rich and complex spatiotemporal behavior [1-8]. In particular, reactions that take place on a catalytic surface are a special category of reactive systems, that due to their low diffusivity and special spatial features, tend to produce interesting dynamical behavior. Examples of this kind of reactions are the CO oxidation on Pt surface [9-11], the NO reduction on Pt surface [11-14] and the NO+CO reaction on Pt [15,16].

To understand and describe the complex behavior of such reactions as well as analyze the underlying dynamical mechanisms, it is common to employ simplified reactive models, such as the Lattice Lotka-Volterra (LLV) model [2,8]. The LLV-model is a cyclic bimolecular model which involves three species X_1 , X_2 and S . It has been studied in the literature as an alternative model to the usual Lotka-Volterra [17,18] since it also presents conservative Mean-Field (MF) dynamics (see e.g. [19,20]). The LLV-model is described by the following reaction scheme:



In these reactions X_1 and X_2 correspond to two adsorbed chemical species while S denotes the empty sites of the catalyst. In that sense, we have an open reactive system, where reaction (1a) is an autocatalytic reactive step, (1b) denotes cooperative desorption while (1c) cooperative adsorption. The key ingredient of chemical nonlinearity is the

autocatalytic nature of the above reaction scheme. The homogeneous MF equations corresponding to the above scheme are:

$$dx_1/dt = k_2 x_1 s - k_s x_1 x_2, \quad (2a)$$

$$dx_2/dt = k_s x_2 x_1 - k_1 x_2 s, \quad (2b)$$

$$ds/dt = k_1 x_2 s - k_2 x_1 s. \quad (2c)$$

Here x_1 is the concentration of particles X_1 , x_2 is the concentration of X_2 while s is the concentration of empty sites. From conservation of the total number of lattice sites we have thus:

$$x_1 + x_2 + s = 1. \quad (3)$$

To reduce the number of parameters we perform the following rescaling [8]:

$$a_1 = k_1/(k_1+k_2+k_s), \quad (4a)$$

$$a_2 = k_2/(k_1+k_2+k_s), \quad (4b)$$

$$\tau = t(k_1+k_2+k_s). \quad (4c)$$

Using Eqs (4) and (3), eqs (2) are transformed into a reduced and dimensionless form, namely:

$$dx_1/d\tau = a_2 x_1 [1 - x_1 - x_2(1 - a_1)/a_2], \quad (5a)$$

$$dx_2/d\tau = -a_1 x_2 [1 - x_1(1 - a_2)/a_1 - x_2]. \quad (5b)$$

Eqs (5) have four fixed points. Three of them, (0,0), (1,0), (0,1) are saddles and one of them (a_1, a_2) is a center surrounded by an infinity of closed periodic orbits [8,9]. The phase-space portrait can be seen in Fig. 1. We also give a characteristic MF temporal evolution in Fig. 2.

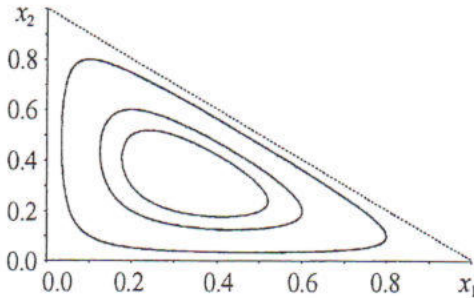


Fig. 1. Phase-space for $a_1=0.333$, $a_2=0.333$

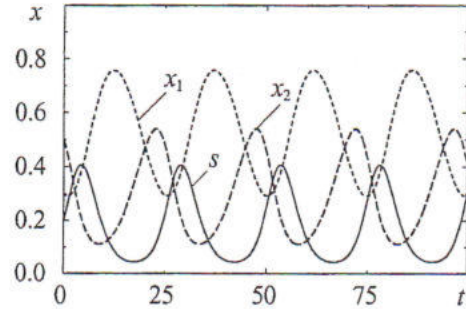


Fig. 2. Time evolution for $a_1=0.53$, $a_2=0.29$

Monte-Carlo simulations

It is generally accepted [1] that homogeneous MF equations are quite inadequate for describing the dynamics of spatially constrained systems. As also addressed in references [1-8] the MF approach cannot take into account the complex phenomena arising from local interactions. The restriction of the dynamics on a low dimensional support has been studied earlier [2,8,20,21] and it was shown that local fluctuations are responsible for driving the system away from MF behavior. To study this we follow references [2,8] and restrict the LLV process on a 2d square lattice support. Each site of the support contains either an X_1 or X_2 particle or it is empty (S). For the reactive steps we consider only nearest neighbor interactions and for the dynamics we use the following Monte-Carlo scheme.

1. At every elementary time step select one site at random.
2. Then, select one of its nearest neighbors at random.
3. Check if these two sites are compatible with any of the reaction of the LLV scheme. If the chosen site is X_1 and the neighbor X_2 then the selected site becomes X_2 with probability k_s . If the chosen site is X_2 and the neighbor S then the selected site becomes S with probability k_1 . Finally, if the chosen site is S and the neighbor X_1 then the selected site becomes X_1 with probability k_2 .
4. In all other case the lattice remains unchanged.
5. Increase the elementary time by one unit and return to step (1).

One Monte-Carlo step is completed when each lattice site is visited once on average (that is after L^2 elementary steps, where L is the linear lattice size). If the system is initialized from homogeneously random initial conditions then it organizes spontaneously into small local oscillators that are oscillating incoherently. As a result, if we calculate the species concentrations in large spatial scales they seem to attain a constant value but in smaller scales the system appears to oscillate coherently [2,8]. Furthermore, it has been shown that these local oscillators have fractal structure and the fractal analysis can also reveal their characteristic length [8]. In Fig. 3 snapshots of the evolution of the system are given when initialized from homogeneous initial conditions.

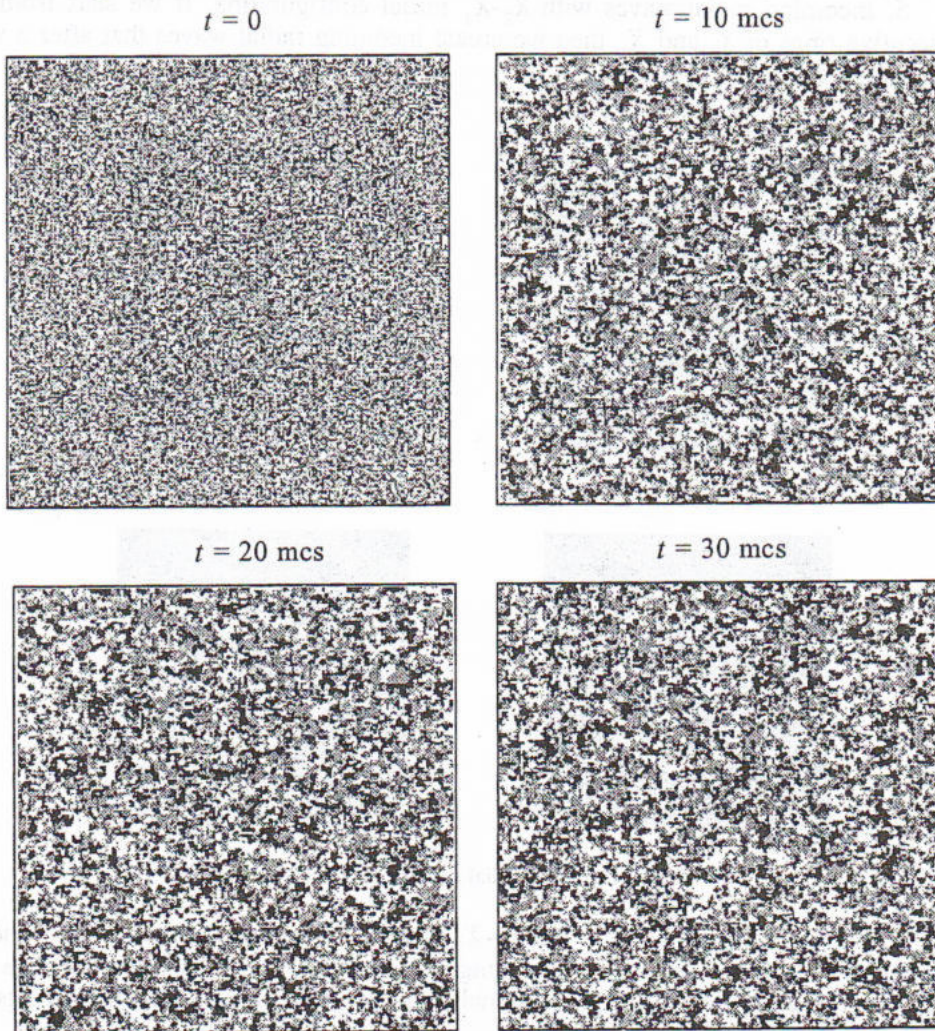


Fig. 3. Evolution of the system for $a_1=0.333$ and $a_2=0.333$ ($k_1=k_s=k_2=1$). X_1 particles are depicted by gray, X_2 by white and empty sites are black. The lattice size is $L=200$

Waves in the LLV-model

In a recent work [21], some wave solutions have been reported to exist for the LLV-model and furthermore the roughening process of the traveling fronts was extensively studied. In this paper we give a full report of already known and new types of traveling solutions and we also study their collision properties. We work for the case $a_1=a_2=0.333$ since in that domain all the wave fronts demonstrate their most stable behavior. The possible traveling solutions for LLV can be categorized as following.

1. X_1 - X_2 linear fronts [21]. In this case the fronts propagate through the empty lattice on constant velocity and the fronts roughen with time. This fronts are unstable and they tend to collapse after some time proportional to their initial width.

2. Random linear front [21]. In this case we have the spontaneous creation of X_1 - X_2 - S zebra like formations and the self-organized front is moving with constant velocity inside the medium.

3. Random disc [21]. Starting from an initial random disc we have the spontaneous creation of zebra like waves as above that propagate outwards.

4. Spiral wave [21]. If we start in a circular lattice by setting three domains of 120° of X_1 , X_2 and S respectively then a fractal spiral wave is created.

5. Incoming radial waves with X_2 - X_1 initial configuration. If we start from two consecutive rings of X_2 and X_1 then we create incoming radial waves that after a while collapse into the center (Fig. 4).

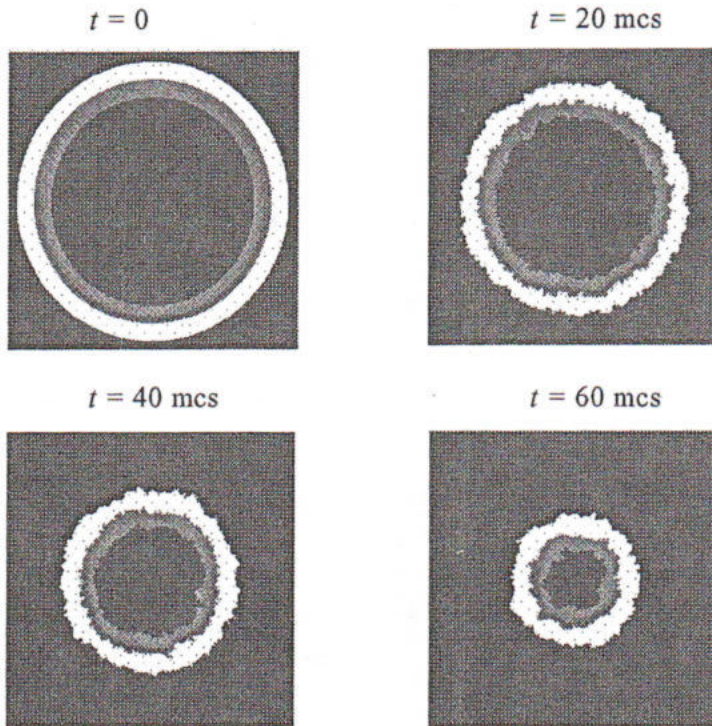


Fig. 4. Incoming radial wave in an $L=512$ lattice

6. Outgoing radial waves with X_1 - X_2 initial configuration. If we transpose the previous configuration then we have outgoing radial waves. These waves are also unstable and collapse after time proportional to the original radial width of the rings (see Fig. 5).

7. Double spiral. Using again a circular lattice and dividing it into 6 areas of X_1 , X_2

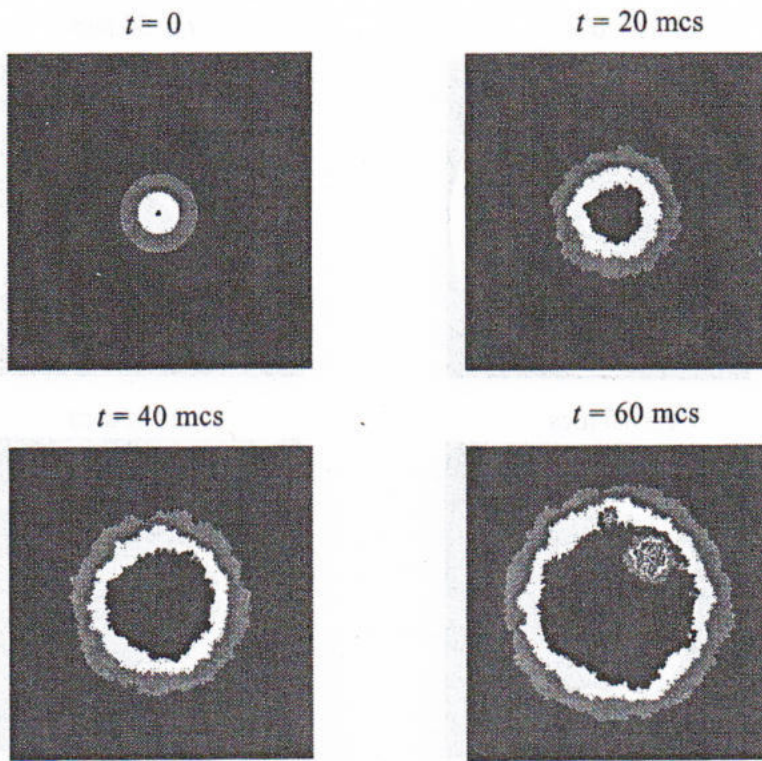


Fig. 5. Outgoing radial wave

and S as in Fig. 6 we may create another spiral wave with more complicated structure than the original one (see Fig. 6). The same is true for spirals of order $3n$.

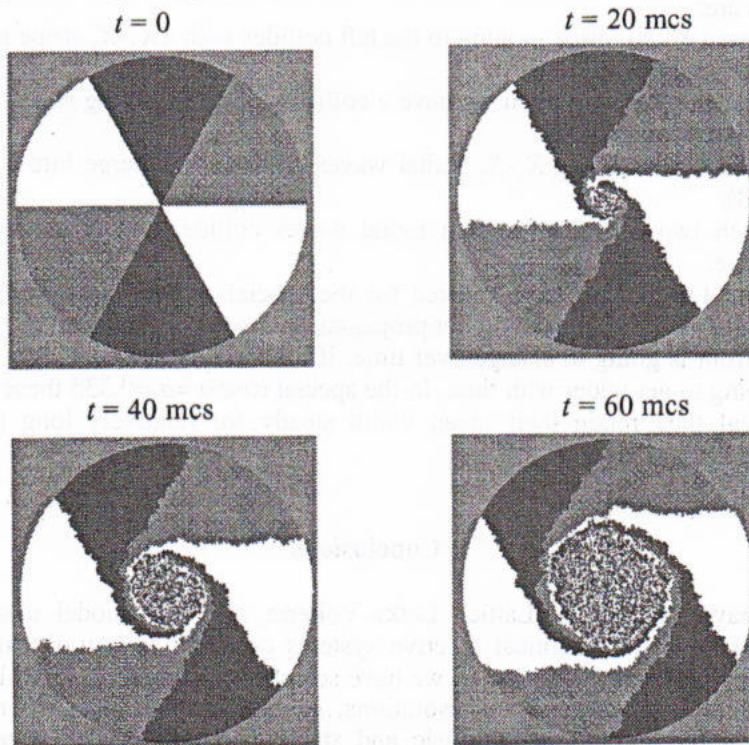


Fig. 6. Double spiral wave

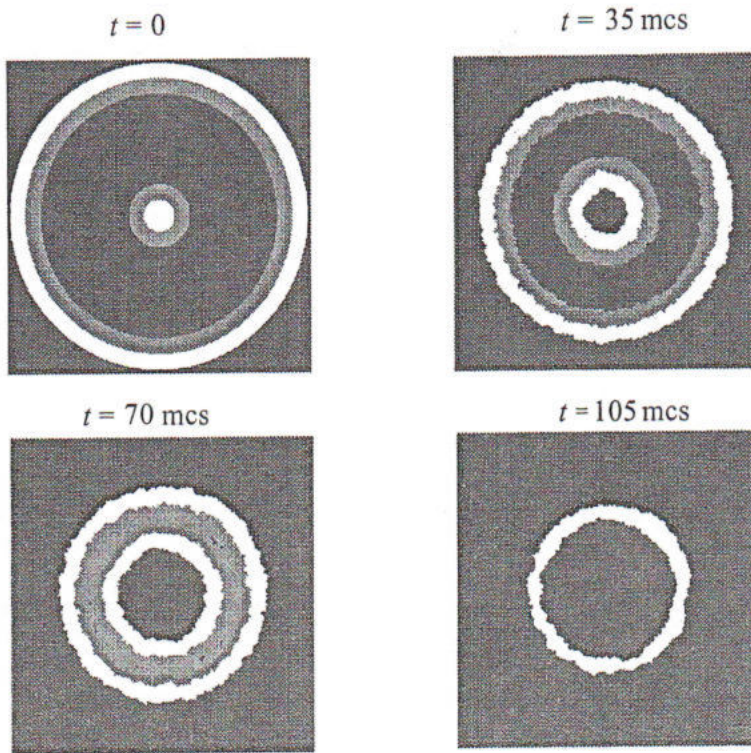


Fig. 7. Incoming-Outgoing collision ($L=1024$)

We have also studied the collision rules of these types of waves. Our main conclusions are:

- When a X_1 - X_2 stripe moving to the left collides with a X_2 - X_1 stripe moving to the right they both annihilate.
- The same happens when we have a collision of an incoming radial wave with an outgoing radial wave (Fig. 7).
- When two outgoing X_1 - X_2 radial waves collide they merge into a big outgoing wave (Fig. 8).
- When two outgoing random radial waves collide they create a new random outgoing wave.

As noted earlier we have worked for the special case of $a_1=a_2=0.333$. If we use different a_1 and a_2 then we can still get propagation as seen in Figs 4 and 5. However, the size of the front is going to change over time. If for instance we take $a_1 > a_2$ the X_1 radial region is going to get wider with time. In the special case $a_1=a_2=0.333$ these radial stripes propagate but they retain their mean width steady for relatively long times (before random fluctuations break them).

Conclusions

We have studied the Lattice Lotka-Volterra as a toy model describing basic properties of nonlinear chemical reactive systems confined to low-dimensionality and low-diffusivity systems. Specifically, we have searched for traveling wave-like solutions. We have found a plethora of such solutions, some of which, (like the random zebra formations or the spirals) are intrinsic and stable solutions of the system appearing spontaneously and being quite stable while others, such as the outgoing and incoming

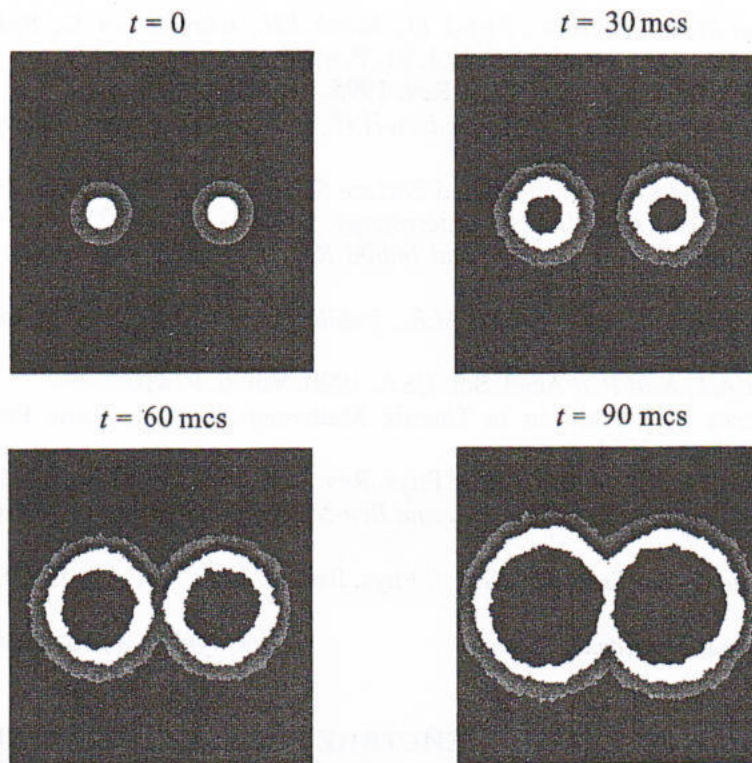


Fig. 8. Outgoing-Outgoing collision ($L=1024$)

X_1 - X_2 solutions are unstable and tend to collapse to more stable solutions. We have also studied the collision rules of such solutions.

It is quite evident from the above discussion that even systems with simple dynamics, such as the LLV, can produce a large variety of dynamical spatiotemporal patterns and are thus good, simple candidate models for analytical and numerical experimentation and for understanding the underlying principles of such complexity before engaging into the analysis of more complicated real-world systems.

Acknowledgments

G.A.T would like to acknowledge support from a Marié Curie Training Site Fellowship during his stay at Université Libre de Bruxelles. The authors acknowledge support by the NATO Collaborative Linkage Grant No. PST.CLG. 977654.

References

1. Nicolis G. and Prigogine I. Self-organization in Non-equilibrium Systems. Wiley, New York, 1977.
2. Provata A., Nicolis G. and Baras F. // J. Chem. Phys. 1999. Vol. 110. P.8361.
3. Tretyakov A., Provata A. and Nicolis G. // J. Phys. Chem. 1995. Vol. 99. P. 2770.
4. Baras F., Vikas F. and Nicolis G. // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. P. 3797.
5. Imbihl R. and G. Ertl // Chem. Rev. 1995. Vol. 95. P. 697.
6. Zhdanov V.P. // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59. P. 6292.
7. Rose H., Hempel H. and Schimanksy-Geier L. // Physica A. 1994. Vol. 206. P. 421.
8. Tsekouras G.A. and Provata A. // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 65. 016204.
9. Ertl G., Norton P.R. and Rustig J. // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 177.

10. Ehsasi M., Matloch M., Frank O., Block J.H., Christmann K., Rys F.S. and Hirschwald W. // J. Chem. Phys. 1989. Vol. 91. P. 4949.
11. Imbihl R. and Ertl G. // Chem. Rev. 1995. Vol. 95. P. 697.
12. Slinko M., Fink T., Loher T., Madden H.H., Lombardo S.J., Imbihl R. and Ertl G. // Surface Science. 1992. Vol. 264. P. 157.
13. Voss C. and Kruse N. // Applied Surface Science. 1994. Vol. 87/88. P. 127.
14. Voss C. and Kruse N. // Ultramicroscopy. 1998. Vol. 73. P. 211.
15. Hartmann N., Kevrekidis Y. and Imbihl R. // J. Chem. Phys. 2000. Vol. 112. P. 6795.
16. Fink Th., Path J.-P., Basset M.R., Imbihl R. and Ertl G. // Surface Science. 1991. Vol. 245. P. 96.
17. Lotka A.J., Natl P. // Acad. Sci. USA. 1920. Vol. 6. P. 410.
18. Volterra V. Lecons sur la Theorie Mathematique de la Lutte Pour la Vie. Gauthier-Villars, Paris, 1931.
19. Picard G. and Johnston T.W. // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 1610.
20. Frachebourg L., Krapivsky P.L. and Ben-Naim E. // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. P. 6186.
21. Provata A. and Tsekouras G.A. // Phys. Rev. E. 2003. Vol. 67. 056602.

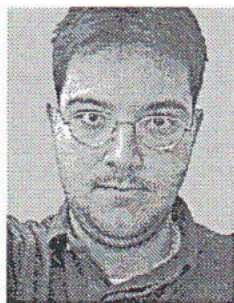
Саратов, Афины, Брюссель, Дижон

Поступила в редакцию 28.02.03

ВОЛНЫ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В МОДЕЛИ РЕШЕТКИ, ОПИСЫВАЕМОЙ УРАВНЕНИЯМИ ЛОТКИ - ВОЛЬТЕРРЫ

*G.A. Tsekouras, A. Provata, F. Baras, A. Шабунин, В. Астахов,
В. Анищенко, D. Frantzeskakis, F. Diakonou*

В работе изучается динамика двумерной решетки, которая в приближении среднего поля описывается уравнениями Лотки - Вольтерры. Рассматривается процесс распространения волновых фронтов, появляющихся при задании специальных начальных условий. В зависимости от выбора конфигурации начального состояния система демонстрирует распространение волн различного типа: плоских, радиальных и спиральных.



Georgios-Artemios S. Tsekouras - PhD Student, National Research Center «Demokritos», 15310 Athens, Greece and Center for Nonlinear Phenomena and Complex Systems Université Libre de Bruxelles, 1050 Brussels Belgium.

Research interests: Nonlinear reactive dynamics on lattices, Statistical Mechanics, Computational Physics. Author of 4 research articles and 1 conference paper.



Dr. Astero Provata - Senior Researcher of the Institute of Physical Chemistry, National Research Center «Demokritos», 15310 Athens, Greece. Research Interests: Non-linear Dynamics, Statistical Dynamics, Bio-informatics. Author of 40 research articles and 12 conference papers.

Corresponding author: aprovata@limnos.chem.demokritos.gr



Prof. Dr. Florence Baras - Senior Researcher (CNRS). Laboratoire de Recherches sur la Réactivité des Solides, UMR 5613 CNRS, Université de Bourgogne 9 Avenue Alain Savary - 21078 Dijon Cedex - France.

Research Interests: Chemical Physics, Nonlinear Dynamics and Statistical Mechanics, Material Sciences. Author of 42 research articles and 12 conference papers. Editor of 3 proceedings volumes.

E-mail: fbaras@u-bourgogne.fr



Шабунин Алексей Владимирович - родился в Саратове (1966). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета по специальности радиофизика (1990). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1998) по синхронизации и управлению хаосом в связанных колебательных системах. Доцент кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Область научных интересов - теория колебаний и динамический хаос. Автор более 30 опубликованных работ.



Андриченко Вадим Семенович - родился в 1943 году. Окончил физический факультет Саратовского университета (1966), защитил диссертацию на звание кандидата физико-математических наук (1970) и доктора физико-математических наук (1986). С 1988 года - заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики СГУ. С 1979 и по настоящее время работает в области исследования нелинейной динамики и стохастических процессов в нелинейных системах. Является автором более 300 научных работ, среди которых 7 монографий на русском и английском языках и 4 учебника. Неоднократно читал лекции в ведущих вузах Германии в качестве приглашенного профессора. Член-корреспондент РАЕН, заслуженный деятель науки РФ (1995), лауреат премии Фонда Александра Гумбольдта (1999). E-mail: wadim@chaos.ssu.runnet.ru



Астахов Владимир Владимирович - окончил Саратовский государственный университет (1980). Защитил кандидатскую диссертацию (1983) и докторскую (1999). Профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ.

Область научных интересов - теория колебаний и динамический хаос, синхронизация и управление хаосом. Имеет более 60 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.

D. Frantzeskakis and F. Diakonou - Department of Physics, University of Athens, 10679 Athens, Greece.



CHAOTIC DYNAMICS OF CHEMICAL REACTIONS IN LOW-DIMENSIONAL SUBSTRATES: MEAN-FIELD AND MONTE-CARLO APPROACHES

A. Efimov, A. Shabunin, V. Astakhov, A. Provata

Complex reactive dynamics on low-dimensional lattices is studied using mean-field model and Monte-Carlo simulation. We consider four-species cyclic chemical reactions on one- and two-dimensional catalytic supports. The resulted mean-field model is conservative. Depending on parameters it shows quasi-periodic or chaotic oscillations. One-dimensional lattice does not demonstrate oscillating behavior due to the geometric restrictions. Lattice Monte-Carlo simulations on two-dimensional lattices show locally emergence of chaotic oscillations which are resulted from complex motions and interactions of clusters of homogeneous species. The properties of the oscillations depends on the size of the lattice.

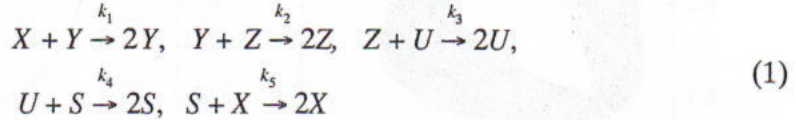
Introduction

For the last decades the dynamics of chemical reactive systems on low-dimensional supports have been in the focus of attention due to their extensive applications in catalytic processes [1-8]. For interpretation of the basic mechanisms underlying the formation of spatiotemporal patterns observed in such processes different models have been proposed [3,5,6]. Methods of non-linear dynamics offer the possibility of analyzing these models and predicting some essential features of their behavior. Basic approaches for similar models are the mean-field and the Monte-Carlo simulation methods. The first one describes the space of reactions as a whole without considering local interactions (if they are present) i.e. description on macrolevel. The other one takes into account processes in the every site of the system and describes local behavior with many interesting phenomena such as clustering, wave propagations etc. Hereunder it uses description on mesolevel. Comparison between these two approach is a subject of the present work. We investigate regular and chaotic behavior of cyclic chemical reactions on lattices with dimensionality one and two in the mean-field and Monte-Carlo approaches. As it was shown in reference [5] similar systems demonstrate different behavior depending on geometry of the lattice. The differences in obtained results can be explained by the fact that the geometry and the dimensionality of the lattice strongly influence the behavior of the investigated system. In the present work we investigate a system of reactions with four interacting components. Mean-field approach leads to conservative dynamical system, which reflects the dynamics of average concentrations of substances. Depending on the parameters and the initial concentrations this model demonstrate

regular (quasi-periodic) or chaotic behavior. The Monte-carlo simulation of the processes on the lattice demonstrates complex motion of spatial clusters of homogeneous species. Results obtained by these methods have both similarities and some differences. Most of the effort in this study is focused in this comparison of the obtained results to a better explanation of spatiotemporal behavior of the system.

Conservative chaos in four-component reactions

We consider systems of cyclic chemical reactions in the form [7,8]



where X, Y, Z, U are reactive components and S are empty lattice sites respectively while k_1, k_2, k_3, k_4 and k_5 represent the kinetic constants of the corresponding reactions. To get mean-field equations we suppose that the probability of the every reaction in the scheme (1) depends on the products of the correspondent components. The standart technique leads to five differential equations for the concentrations of the molecules x, y, z, u and the empty sites s respectively. Using the conservation condition $x+y+z+u+s=\text{const}$ with $\text{const}=1$ leads to four-variables equations for relative concentrations:

$$\begin{aligned} dx/dt &= -k_1xy + k_5x(1-x-y-z-u), \\ dy/dt &= k_1xy - k_2yz, \\ dz/dt &= k_2yz - k_3zu, \\ du/dt &= k_3zu - k_4u(1-x-y-z-u). \end{aligned} \quad (2)$$

Considered system is conservative: it is seen that it has an integral of motion

$$x^{k_2k_4}y^{k_3k_5}z^{k_1k_4}u^{k_2k_5}(1-x-y-u-z)^{k_1k_3} = K. \quad (3)$$

Its phase space has the following equilibrium points and sets: the trivial point: $P_1=(0;0;0;0)$; semi-trivial equilibrium lines $P_2=(0;0;z;0)$, $P_3=(0;y;0;0)$, $P_4=(0;y;0;1-y)$, $P_6=(x;0;1-x;0)$ (when the space of reactions is poisoned by one substance) and one nontrivial equilibrium point $P_7=(k_2k_4/A; k_3k_5/A; k_1k_4/A; k_2k_5/A)$ where $A=k_1k_3+k_2k_4+k_3k_5+k_1k_4+k_2k_5$. The region of our interest (from the point of view of chemical reactions) is bounded by invariant manifolds: $x=0, y=0, z=0, u=0$ and $x+y+z+u=1$ which do not allow phase trajectories to leave the region. The dynamics of the system (2) depends on five parameters: k_1, k_2, k_3, k_4 and k_5 . However, their number can be reduced to four by appropriate renormalization

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -xy + \delta x(1-x-y-z-u), \\ \dot{y} &= xy - \alpha yz, \\ \dot{z} &= \alpha yz - \beta zu, \\ \dot{u} &= \beta zu - \gamma u(1-x-y-u-z), \end{aligned} \quad (4)$$

where $a=k_2/k_1, \beta=k_3/k_1, \gamma=k_4/k_1, \delta=k_5/k_1, \tau=k_1t, \dot{x}=dx/dt$. Dynamics of the system (4) is similar to the one of system (2) up to a time scale. Depending on parameters values and

initial conditions the system (4) demonstrates two qualitatively different types of behavior: quasi-periodic, when the phase trajectory locks on a two-dimensional torus (cases of many-band tori also take place), and conservative chaos. Fig. 1 represents a

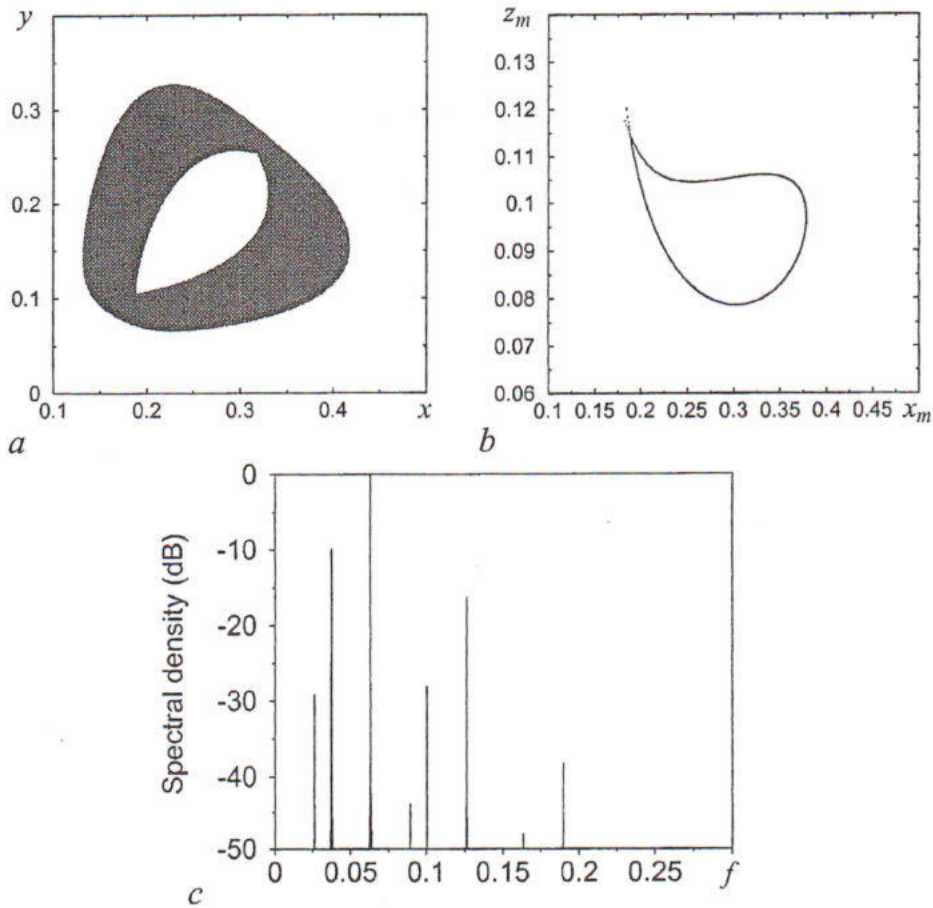


Fig. 1. A projection of the phase portrait (a), a Poincaré section (b) and power spectrum (c) of oscillations in the system (4) for parameters $\alpha=1.5$, $\beta=1.0$, $\gamma=1.0$, $\delta=1.0$ and initial values $x_0=0.2$, $y_0=0.1$, $z_0=0.11$, $u_0=0.3$

typical example of quasi-periodic behavior: phase portrait (a), Poincaré section (b) and power spectrum (c) of the oscillations. In the fig. 2 we see an example of the chaotic behavior. Contrary to dissipative systems, attractor-like behavior is impossible in this case. Hence, every mentioned oscillatory regime depends not only on the values of the parameters but also on the choice of initial conditions. Therefore, we cannot describe the evolution of the system solely based on the parameters because at the same parameters values infinite number of quasi-periodic and chaotic limit sets exist. Fixing the values of the parameters we can observe regular and chaotic regimes coexisting at different initial values. Contrary, fixing initial values we can build regions of existence of typical oscillating regimes on the plane of the parameters. The last case is represented in fig. 3 where we built the region of quasi-periodic behavior on the plane of the parameters α and β . In the figure, regions of quasi-periodic oscillations are located inside the «tongues» marked by «○» and «◇». It is seen that the shapes of the regions are similar for two different initial values. In both cases chaotic oscillations take place at large and at small values of the parameter α . The regions of regular behavior become more narrow with

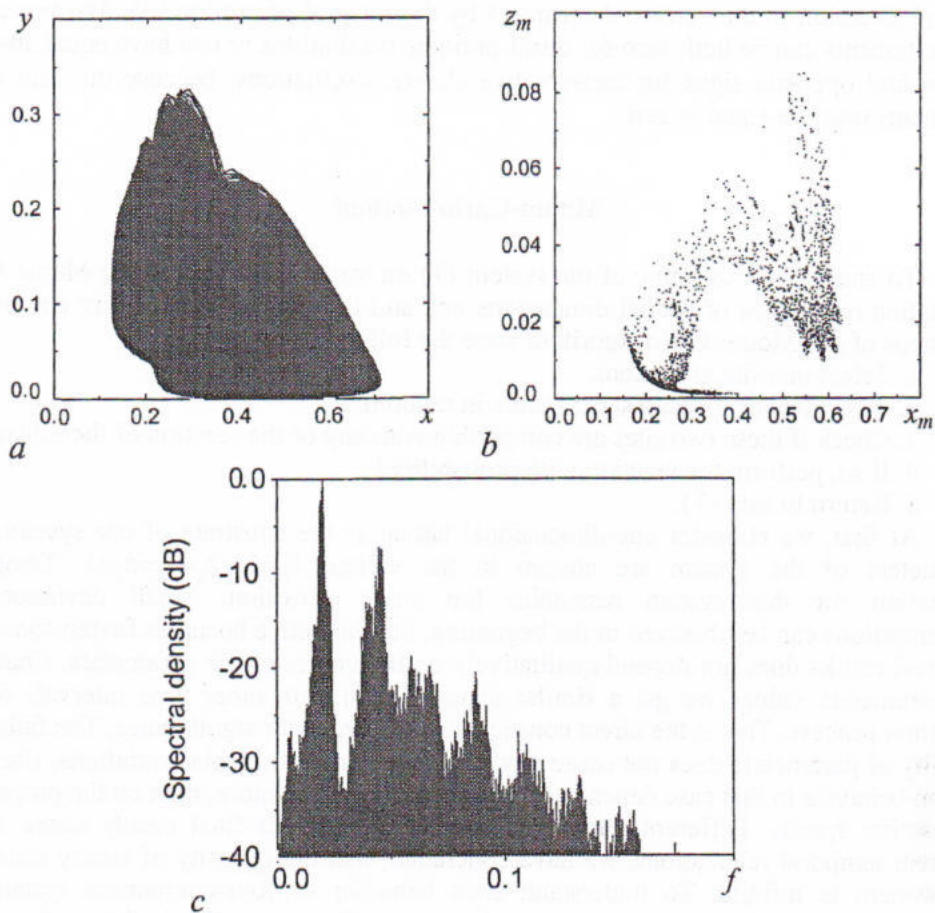


Fig. 2. A projection of the phase portrait (a), a Poincaré section (b) and power spectrum (c) of oscillations in the system (4) for parameters $\alpha=5.98$, $\beta=1.0$, $\gamma=1.0$, $\delta=1.0$ and initial values $x_0=0.2$, $y_0=0.1$, $z_0=0.11$, $u_0=0.3$

decreasing of the parameter β , and at small β ($\beta < 0.1$) quasi-periodic oscillations are not observed. To be sure that we deal with conservative chaotic dynamics we have built the Lyapunov exponents on the trajectory of the system. Fig. 4 demonstrates dependence of all four exponents on the parameter α for the same initial values used in fig. 3. Two of the

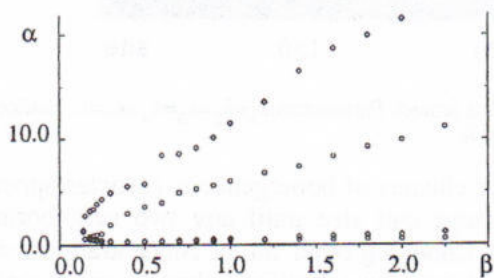


Fig. 3. Boundaries for regions of quasi-periodic behavior for the initial values: $x_0=0.2$, $y_0=0.1$, $z_0=0.11$, $u_0=0.3$ (O) and $x_0=0.4$, $y_0=0.1$, $z_0=0.11$, $u_0=0.3$ (◇) on the plane of parameters $\beta - \alpha$. The other parameters are fixed in the values: $\gamma=1$, $\delta=1$

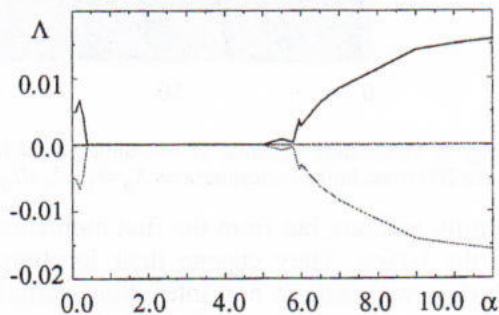


Fig. 4. Dependence of the Lyapunov exponents on the parameter α for initial values $x_0=0.2$, $y_0=0.1$, $z_0=0.11$, $u_0=0.3$. The other parameters are fixed in the values: $\beta=1$, $\gamma=1$, $\delta=1$

exponents are always equal to zero: one of them is along the trajectory and the other is in normal direction to the surface determined by the integral of motion (3). The remaining two exponents can be both zero for quasi-periodic oscillations or can have equal absolute values and opposite signs for conservative chaotic oscillations, because the sum of all exponents must be equal to zero.

Monte-Carlo Method

To analyze the dynamic of the system (1) on micro level we use the Monte-Carlo simulation on lattices of spatial dimensions one and two with free boundary conditions. The steps of our Monte-Carlo algorithm were the following:

1. Select one site at random.
2. Select one of its nearest neighbors in random.
3. Check if these two sites are compatible with any of the reaction of the scheme.
4. If so, perform the reaction with probability k_i .
5. Return to step (1).

At first, we consider one-dimensional lattice as the substrate of our system. The parameters of the system are chosen in the values: $k_1=k_2=k_3=k_4=k_5=1$. Temporal realization for this system resembles the noise transition. Small deviations of concentrations can be observed in the beginning, but the lattice becomes frozen soon. The obtained results does not depend qualitatively on the values of the parameters. Changing the parameters values we get a similar behavior, but with other time intervals of the transition process. This is the direct consequence of parameter significance. The failure of equality of parameters does not cause any noticeable or fundamental variations, since the system behavior in this case depends on initial configuration more, than on the proportion of reaction speeds. Different initial values lead to different final steady states. From different temporal realizations, we have concluded, that the quantity of steady states for this system is infinite. To understand such behavior of four-component system we demonstrate figure 5, where a space-time dynamic is illustrated. The initial configuration

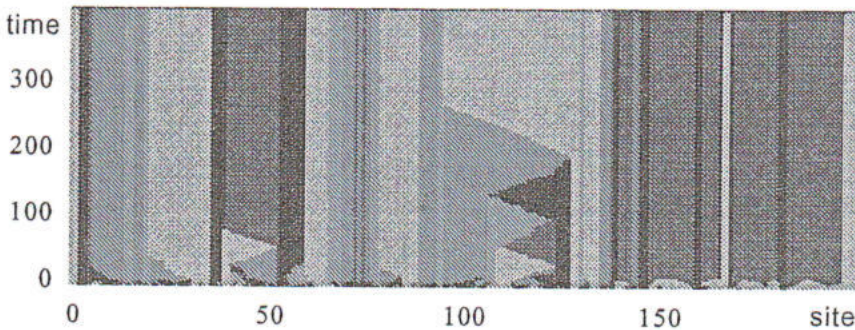


Fig. 5. Space-time dynamic of one-dimensional lattice. Parameters: $k_1=k_2=k_3=k_4=k_5=1$. Lattice size 200 sites. Initial concentrations: $X_0=Y_0=Z_0=U_0=20\%$

is fully random, but from the first moments the clusters of homogeneous particles appear in the lattice. They change their location, shape and size until any two neighboring clusters will contain non-interacting particles. Choosing other initial concentrations, we did not observe any noticeable deviations in reactions flowing, though more rapid transitions to the steady state are possible.

Let us consider now two-dimensional lattice. The behavior of the concentrations is now qualitatively different compare to the one-dimensional case. Lattices of sufficiently large size demonstrate chaotic oscillations of concentrations which do not transit to a

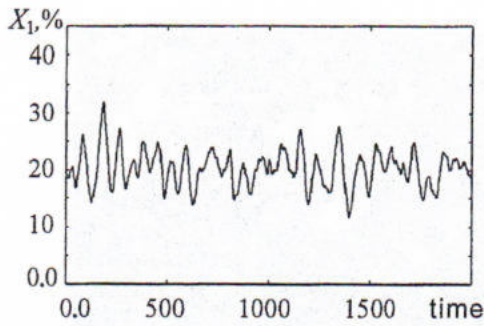


Fig. 6. Time evolution conservative chaotic dynamics on a two-dimensional lattice. Parameters: $k_1=k_2=k_3=k_4=k_5=1$. Initial concentrations: $X_0=Y_0=Z_0=U_0=20\%$. Lattice size 128×128 sites

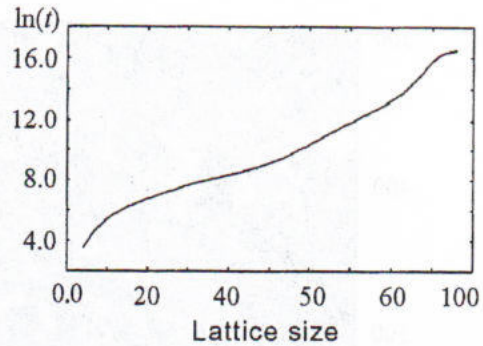


Fig. 7. Dependence of lifetime of oscillations on lattice's size in semi-logarithmic scale. Parameters: $k_1=k_2=k_3=k_4=k_5=1$. Initial concentrations: $X_0=Y_0=Z_0=U_0=20\%$

steady state during reasonable observation times. Typical time-series of concentrations is demonstrated in fig. 6. Lattices of smaller sizes demonstrate temporal chaotic behavior (similar to the described in the fig. 6) which is finished by transition to poisoning of the whole lattice by some substance. The life-time of oscillations depends on both lattice size and chosen initial conditions. Choosing initial concentrations far from equilibrium state leads to shorter life-time. The averaged dependence of the life-time of oscillations on the size of the lattice is shown in fig. 7 (in semi-logarithmic scale). The amplitude of the concentrations of the oscillations depends on the lattice size. When increasing the lattice size the amplitude of oscillations is reduced. Alternatively, if we observe only a smaller part of the lattice of a particular size we see oscillations of larger intensity. For example, in fig. 8 there are time-series of concentrations of substance X built on 10×10 and 50×50 sub-lattices of the original 128×128 lattice. At equal values of parameters the point of nontrivial equilibrium has coordinates $P_7(0.2;0.2;0.2;0.2)$. It means that each substance occupies the lattice on 20% and remaining 20% of sites are empty. In dynamical model this relates to the steady state of the system. In Monte-Carlo simulations we observe oscillations of concentrations of all substances near the value of 20% with some amplitudes. These oscillations are stable with respect to choice of the particular initial conditions while their averaged values remain the same. The temporal averages of the concentrations are equal to the equilibrium values of the dynamical model.

The mean-field dynamical model is conservative with an integral of motion

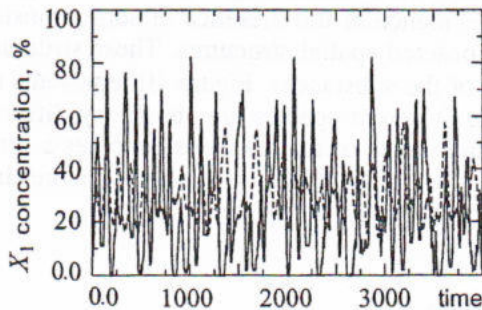


Fig. 8. Oscillations on sub-lattices of the whole lattice of 10×10 sites (solid line) and 50×50 sites (dashed line). The full lattice is 128×128 sites

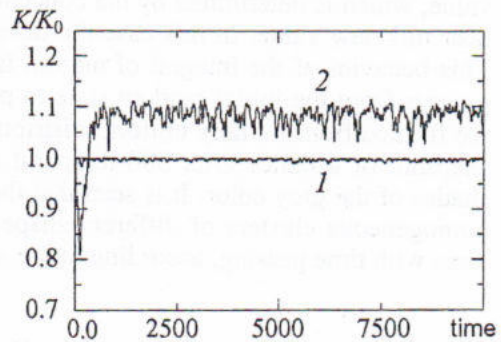


Fig. 9. Dependence of the integral of motion (3) on time for two different sets of initial concentrations: $X=Y=Z=U=20\%$ (curve 1) and $X=20\%$, $Y=10\%$, $Z=10\%$, $U=30\%$ (curve 2) on lattice 500×500 . The values of the parameters: $k_1=k_2=k_3=k_4=1$

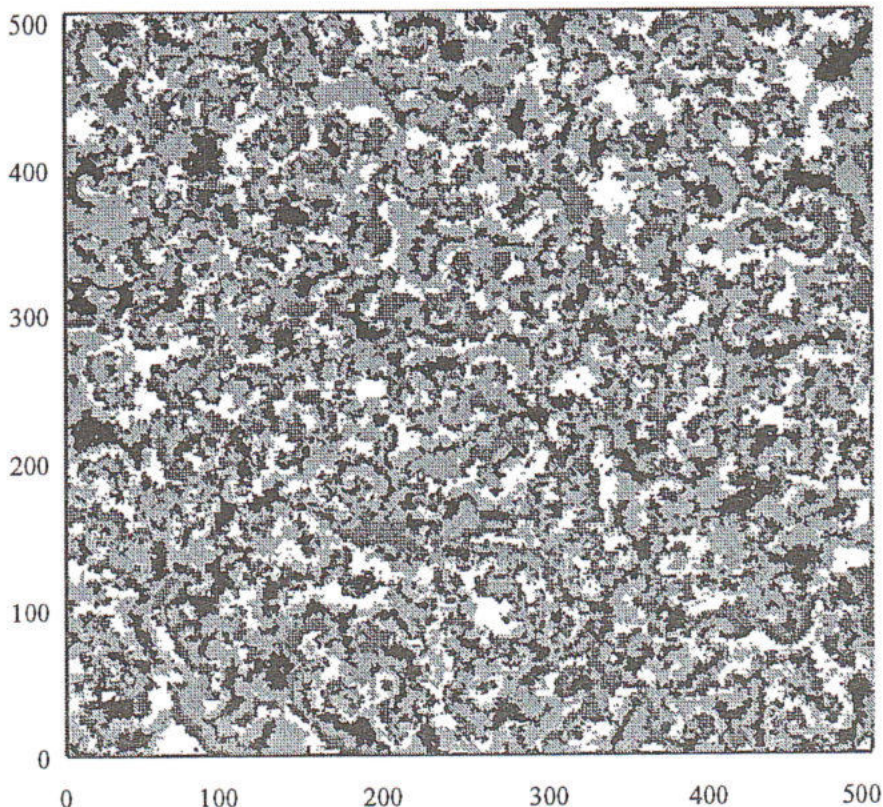


Fig. 10. Space realization for two-dimensional lattice. Parameters: $k_1=k_2=k_3=k_4=k_5=1$. Initial concentrations: $X_0=Y_0=Z_0=U_0=20\%$. Lattice size 500×500 sites. Snapshot of a lattice through 500 temporal units after initial filling

determined by (3). Is this characteristic preserved with time in Monte Carlo simulations? In fig. 9 we show the values of (3) per the value of the integral in the initial moment of time. When initial concentrations are chosen near the equilibrium state the integral is close to its initial value $K_0=K(0)$ (see the curve 1 in the fig. 9) and its deviation remain very small. Choosing initial concentration farther from the equilibrium state we observe departure of the integral from its initial value during very short interval to another steady value, which is determined by the concentrations. Then, the value of the integral oscillate near this new value. In this case the deviations become much larger (curve 2 in fig. 9). This behavior of the integral of motion is an evidence of the presence of some transient process from the initial random state to more ordered spatial structures. These structures are formed from initially uniform distribution of the substances. Figure 10 represents the snapshot of a lattice after 500 temporal units. Different species are shown by different shades of the grey color. It is seen that the whole space of the reactions becomes a set of homogeneous clusters of different shape and size. The clusters move and change their sizes with time passing, according to the scheme of reactions (1).

Conclusion

The mean-field model of the four-components cyclic reactive system demonstrates both chaotic and quasi-periodic behavior. Because the system is conservative and has no attractors its phase space has infinite number of chaotic and torus-like limit sets co-

existing at the same parameters values. In real conditions any small noise being present in the system (for example due to small fluctuations of the system's parameters) will lead to wandering of the trajectory from one limit set to other and hence to intermittent behavior. Using Monte-Carlo simulation on a two-dimensional substrate we observe complex random-like behavior of the average concentrations, the amplitude of which depends on the size of the lattice. The lifetime of these oscillations depends on spatial dimension and size of the lattice. The one-dimensional lattice demonstrates only short transient oscillations to one of the steady states. Two-dimensional lattices demonstrates permanent chaotic oscillations if the size of the lattice is sufficiently large. The oscillation is a result of interaction and relative motion of clusters of homogeneous substances which are formed during the initial time interval.

Acknowledgments

The authors acknowledge support by NATO Collaborative Linkage Grant PST.CLG. 977654. A.E., A.S and V.A. would like to acknowledge support from Civilian Research & Development Foundation (Grant REC-006).

References

1. Ertl G. // Science. 1991. Vol. 254. P. 1750.
2. Voss C., Kruse N. // Applied Surface Science. 1994. Vol. 87/88. P. 127.
3. Zhdanov V.P. // Surface Science. 1999. Vol. 426. P. 345.
4. Ertl G., Freund H. // Physics Today. 1999. Vol. 52. P. 32.
5. Provata A., Nicolis G., Baras F. // Journal of Chemical Physics. 1999. Vol. 110. P. 8361.
6. Liu D.J., Evan J.W. // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 953.
7. Picard G., Johnson T.W. // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 1610.
8. Frachebourg L., Kapivsky P.L., Ben-Naim E. // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. P. 6186.

Saratov State University, Russia
Institute of Physical Chemistry,
National Research Center
«Demokritos», Athens, Greece

Поступила в редакцию 28.02.03

ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ НА РЕШЕТКАХ НИЗКОЙ РАЗМЕРНОСТИ: СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ СРЕДНЕГО ПОЛЯ И МОНТЕ-КАРЛО

А. Ефимов, А. Шабунин, В. Астахов, А. Provata

В работе рассматривается сложная динамика химических реакций, происходящих на решетках низкой размерности, состоящих из молекул катализатора. Для схемы циклических реакций в приближении среднего поля строится система дифференциальных уравнений, описывающая консервативный осциллятор. В зависимости от выбора параметров и начальных значений модель среднего поля демонстрирует квазипериодические или хаотические колебания. Локальная динамика реакций моделируется методом Монте-Карло для решеток размерности один и два. Сопоставляются результаты моделирования методами среднего поля и Монте-Карло.



Efimov Anton Viktorovich, student of the fourth course of the Radiophysics and Nonlinear Dynamics Department of the Saratov State University. Fields of scientific interests are nonlinear oscillations and wave theory, application of nonlinear dynamics methods for problems of chemical physics.

*Редакция приносит свои извинения Сергею Павловичу Курдюмову за ошибку, допущенную в журнале «Известия вузов.ПНД», 2003, т. 11, № 1 стр. 98.
Следует читать:*

ПРОЛОГ

СИНЕРГЕТИКА И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий



CHARACTERIZATION OF THE PARAMETER-MISMATCHING AND NOISE EFFECT ON WEAK SYNCHRONIZATION

Sang-Yoon Kim, Alexei Jalnine, Woochang Lim, Sergey P. Kuznetsov

We investigate the effect of noise and parameter mismatching on the loss of chaos synchronization in coupled one-dimensional maps. Due to existence of positive local transverse Lyapunov exponents, the weakly stable synchronous chaotic attractor demonstrates sensitivity with respect to variation of the mismatching parameter or noise intensity. In order to characterize such parameter and noise sensitivity quantitatively, we introduce new quantifiers, called the parameter sensitivity exponent and noise sensitivity exponent. The values of these exponents are determined by local stability multipliers of the chaotic trajectories, and by the properties of the noise signal (for the noise sensitivity exponent). For the case of bounded uniform noise, the values of the parameter sensitivity exponent and noise sensitivity exponent coincide. In terms of these exponents, we characterize the effect of parameter-mismatching and noise on the intermittent bursting and basin riddling occurring in the regime of weak synchronization.

Introduction

In recent years, the phenomenon of chaos synchronization in coupled dynamical systems attracts attention of the researches. Synchronous chaotic attractor (SCA) exists on the invariant subspace [1]. If the SCA is stable against perturbations transverse to the invariant subspace, it may become an attractor in the whole space. Such a transverse stability is closely associated with properties of unstable periodic orbits, embedded into SCA [2,3]. If all the orbits are transversally stable, then the SCA becomes asymptotically stable, and strong synchronization occurs. However, as the coupling parameter passes through a threshold value, periodic orbit first becomes transversally unstable through a local bifurcation, and trajectories in vicinity of such orbit may be locally repelled from the invariant subspace (diagonal). Thus, weak synchronization arises; for this case, transient intermittent bursting or basin riddling may occur depending on existence of the absorbing area, controlling the global dynamics, inside the basin of attraction.

In a real situation, some small noise and parameter mismatch between subsystems exist, which destroy the invariant diagonal. A typical trajectory leaves the diagonal and undergoes transversal repulsion in vicinity of periodic repellers, embedded into the SCA; as a result, the typical trajectory may have segments exhibiting positive local (finite-time) transverse Lyapunov exponents. Thus, for the case of bubbling, permanent intermittent bursting occurs; for the riddling case, trajectory goes to another attractor or infinity. The both bubbling and riddling regimes of weak synchronization demonstrate sensitivity with

respect to variation of the noise intensity and mismatching parameter. In order to measure the «degree» of such sensitivity quantitatively, we introduce new quantifiers, called the parameter sensitivity exponent (PSE) [4] and noise sensitivity exponent (NSE) [5]. In terms of PSE and NSE, we characterize the effect of noise and parameter mismatching on intermittent bursting and basin riddling. We show that the average escape time from the diagonal (interburst interval for bubbling regime and average lifetime of the chaotic transient for riddling regime) can be characterized quantitatively using the PSE and NSE. We also show, that the bounded noise and parameter mismatch have essentially the same effect on the power-law scaling behavior of the escape time, although their properties such as probability distribution and temporal correlation are in general different.

Characterization of the parameter sensitivity of the synchronous chaotic attractor

We investigate the parameter-mismatching effect on the weak synchronization in two coupled 1D maps:

$$T: \begin{cases} x_{n+1} = F(x_n, y_n) = f(x_n, a) + (1-\alpha)cg(x_n, y_n), \\ y_{n+1} = G(x_n, y_n) = f(y_n, b) + cg(y_n, x_n). \end{cases} \quad (1)$$

Local dynamics in each subsystem with a control parameter $p(p=a, b)$ is governed by the 1D map $f(x, p) = 1 - px^2$, c is a coupling parameter, and $g(x, y) = y^2 - x^2$ is a coupling function. The parameter α tunes the asymmetry of coupling.

For the case of identical 1D maps (i.e., $a=b$), there exists an invariant synchronization line, $y=x$, in the (x, y) phase space. However, in presence of a mismatching between two 1D maps, the diagonal is no longer invariant. To take into consideration such a mismatching effect, we introduce a small mismatching parameter ϵ such that $b=a-\epsilon$, and consider an orbit $\{(x_n, y_n)\}$ starting from an initial point on the diagonal (i.e., $x_0=y_0$). Due to local transverse repulsion, the weakly stable SCA is sensitive to the variation of the mismatching ϵ . In order to characterize such sensitivity of the SCA at $\epsilon=0$, we calculate the derivative of the transverse variable $u_n [=x_n - y_n]$, denoting deviation from the diagonal, with respect to ϵ . Using Eq. (1), we may obtain a recurrence relation

$$\partial u_{n+1} / \partial \epsilon|_{\epsilon=0} = [f_x(x_n^*, a) - (2-\alpha)ch(x_n^*)] \partial u_n / \partial \epsilon|_{\epsilon=0} + f_a(x_n^*, a), \quad (2)$$

where f_x and f_a are the derivatives with respect to x and a , $\{(x_n^*, y_n^*)\}$ is the synchronous orbit with $x_n^* = y_n^*$ for $\epsilon=0$, and $h(x)$ is a reduced coupling function defined by $h(x) = \partial g(x, y) / \partial y|_{y=x}$. Hence, starting from an initial point (x_0^*, y_0^*) on the diagonal, we may to obtain the derivatives at all points of the orbit as

$$\partial u_N / \partial \epsilon|_{\epsilon=0} = S_N(x_0^*) \equiv \sum_{k=1}^N R_{N-k}(x_k^*) f_a(x_{k-1}^*, a), \quad (3)$$

since $\partial u_0 / \partial \epsilon = 0$, and where

$$R_M(x_m^*) = \prod_{i=0}^{M-1} [f_x(x_{m+i}^*, a) - (2-\alpha)ch(x_{m+i}^*)]. \quad (4)$$

One can easily see that the factor $R_M(x_m^*)$ is associated with a local (M -time) transverse Lyapunov exponent $\sigma_M^T(x_m^*)$ of the SCA as $\sigma_M^T(x_m^*) = (1/M) \ln |R_M(x_m^*)|$. Thus, $R_M(x_m^*)$ becomes a local (stability) multiplier. When a typical trajectory visits neighborhoods of repellers embedded into SCA, it has segments experiencing local repulsion from the diagonal. Thus, the distribution of local transverse Lyapunov exponents σ_M^T for a large

ensemble of trajectories and large M may have a positive tail. For the segments of trajectories exhibiting positive local Lyapunov exponents ($\sigma_M^T > 0$), the local multipliers $R_M [= \pm \exp(\sigma_M^T M)]$ can be arbitrarily large, and hence the partial sums S_N may be arbitrarily large. This implies unbounded growth of the derivatives $\partial u_N / \partial \epsilon|_{\epsilon=0}$ (3) as N tends to infinity, and consequently the weakly stable SCA may have a parameter sensitivity.

As an example, we consider the SCA that exists in the interval of $c_{b,l} [\approx -2.963] < c < c_{b,r} [\approx -0.677]$ for $a=1.82$ in the unidirectionally coupled case ($\alpha=1$). When the coupling parameter c passes through $c_{b,l}$ or $c_{b,r}$, the SCA becomes transversally unstable through a blow-out bifurcation. A strongly stable SCA exists for $c_{t,l} [\approx -2.789] < c < c_{t,r} [\approx -0.850]$. For the case of strong synchronization, there is no parameter sensitivity, because all the periodic saddles embedded in the SCA are transversally stable. Hence, in presence of a small parameter mismatching ϵ the strongly stable SCA becomes only slightly perturbed. However, when the coupling parameter c passes through $c_{t,r}$ and $c_{t,l}$, bubbling and riddling transitions occur through the first transverse bifurcation of periodic saddles, respectively; for this case, the weakly stable SCA exhibits parameter sensitivity. However small mismatching ϵ , a persistent intermittent bursting, called the attractor bubbling, occurs in the regime of bubbling. On the other hand, in the riddling regime the weakly stable SCA with a riddled basin is transformed into a chaotic transient with a finite lifetime. To quantitatively characterize the parameter sensitivity of the SCA, we consider the behavior of the partial sums $S_N(x_0^*)$ of Eq. (3). The quantity S_N becomes very intermittent, as it is shown in Figure (a). However, looking only at the maximum $\gamma_N(x_0^*) = \max_{0 \leq n \leq N} |S_n(x_0^*)|$, one can easily see the boundedness of S_N . Figure (b) shows the function γ_N for both cases of strong and weak synchronization. For the case of strong synchronization with $c=-1.5$, γ_N grows up to the largest possible value of $|\partial u / \partial \epsilon|$ along the SCA and then saturates. Thus, the strongly stable SCA has no parameter sensitivity. On

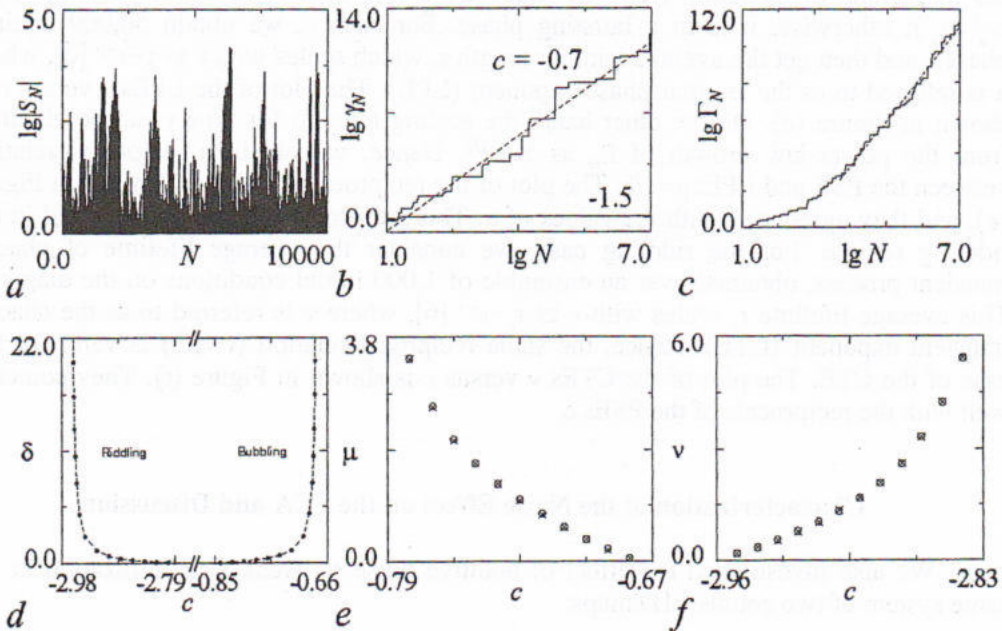


Figure. Parameters are fixed at $\alpha=1$ and $a=1.82$. (a) Intermittent behavior of the partial sums S_N for $c=-0.7$. (b) Two functions γ_N for $c=-1.5$ (strong synchronization) and $c=-0.7$ (weak synchronization). (c) Parameter sensitivity function Γ_N at $c=-0.7$. (d) The plot of the PSEs δ versus c in the regime of weak synchronization. (e) The plot of the LPEs μ (circles); they agree well with the reciprocals of the PSEs (crosses). (f) The plot of the CTEs ν (circles); they agree well with the reciprocals of the PSEs (crosses)

the other hand, for weak synchronization at $c=-0.7$, γ_N grows unboundedly and exhibits no saturation. Consequently, the weakly stable SCA has a parameter sensitivity.

The growth rate of the function $\gamma_N(x_0^*)$ with time N represents the degree of the parameter sensitivity, and can be used as a quantitative characteristic of the weakly stable SCA. However, $\gamma_N(x_0^*)$ depends upon the particular trajectory. To obtain a representative quantity, we consider an ensemble of randomly chosen initial points (x_0^*, y_0^*) on the diagonal, and take the minimum value of γ_N with respect to the initial orbit points,

$$\Gamma_N = \min_{x_0} \gamma_N(x_0^*). \quad (5)$$

Figure (c) shows the parameter sensitivity function Γ_N for $c=-0.7$. Note, that Γ_N grows unboundedly with some power: $\Gamma_N \sim N^\delta$. Here the value $\delta \approx 2.58$ is a quantitative characteristic of the SCA, and we call it the PSE. In each regime of bubbling or riddling, we vary the coupling parameter c from the bubbling or riddling transition point to blow-out point, and obtain the PSE. For obtaining a satisfactory statistics, we consider 100 ensembles for each c , each of which contains 100 randomly chosen initial points, and choose the average of the 100 PSEs obtained in the 100 ensembles. Figure (d) shows the plot of the PSEs versus c . Note that the PSE δ monotonically increases as c is varied from bubbling or riddling transition point, and tends to infinity as c approaches the blow-out transition points. This increase is caused by the increase in the strength of local transverse repulsion of the periodic repellers, embedded into the SCA. After the blow-out bifurcation, the weakly stable SCA transforms into chaotic saddle, which has exponential parameter sensitivity.

We characterize the parameter-mismatching effect on the bubbling and riddling in terms of PSEs for $a=1.82$ and $\alpha=1$. The quantity of interest in the both cases is the average time τ that a typical trajectory spends near the diagonal. For the case of bubbling, this is an average interburst interval. The trajectory is supposed to be in laminar phase if the magnitude of deviation from the diagonal is less than a threshold value u_b^* (i.e., $|u_n| < u_b^*$); otherwise, it is in a bursting phase. For each c , we obtain 50,000 laminar phases, and then get the average laminar length τ , which scales with ε as $\tau \sim \varepsilon^{-\mu}$ [6], where μ is referred to as the laminar phase exponent (LPE). The plot of the LPEs μ versus c is shown in Figure (e). On the other hand, the scaling relation for time τ can be obtained from the power-law growth of Γ_N as $\tau \sim \varepsilon^{-1/\delta}$. Hence, we obtain a reciprocal relation between the PSE and LPE: $\mu=1/\delta$. The plot of the reciprocals of δ is also shown in Figure (e), and they agree well with the values of μ . This reciprocal relation is also valid in the riddling regime. For the riddling case, we consider the average lifetime of chaotic transient process, obtained over an ensemble of 1,000 initial conditions on the diagonal. This average lifetime τ_c scales with ε as $\tau_c \sim \varepsilon^{-\nu}$ [6], where ν is referred to as the chaotic transient exponent (CTE). Hence, the same reciprocal relation ($\nu=1/\delta$) is valid for the case of the CTE. The plot of the CTEs ν versus c is shown in Figure (f). They coincide well with the reciprocals of the PSEs δ .

Characterization of the Noise Effect on the SCA and Discussion

We also investigated the effect of additive noise on weak synchronization in the same system of two coupled 1D maps:

$$\mathbf{T}: \begin{cases} x_{n+1} = F(x_n, y_n) = f(x_n, a) + (1-\alpha)cg(x_n, y_n) + \sigma\xi_n^{(1)}, \\ y_{n+1} = G(x_n, y_n) = f(y_n, a) + cg(y_n, x_n) + \sigma\xi_n^{(2)}, \end{cases} \quad (6)$$

where $\xi_n^{(1,2)}$ are independent uniformly distributed random variables with zero mean

$\langle \xi_n^{(1,2)} \rangle = 0$ and unit variance $\langle (\xi_n^{(1,2)})^2 \rangle = 1$, and σ controls the «strength» of such a random noise. In order to characterize the noise sensitivity of the SCA, we calculate the derivative of the transverse variable u_n with respect to the noise intensity σ at $\sigma=0$: $\partial u_n / \partial \sigma|_{\sigma=0}$. Following the same arguments as in the case of parameter sensitivity, we introduce the noise sensitivity function $\Gamma_N^{(n)}$, which exhibits the power-law growth in the regimes of weak synchronization, and the noise sensitivity exponent (NSE) $\delta^{(n)}$, which measures quantitatively sensitivity of the SCA to variation of the noise intensity. For the case of bounded noise signal, the values of NSEs coincide with the same of PSEs, and hence, we can expect, that the bounded noise has the same effect on the power-law scaling of the escape time from the diagonal, as the parameter-mismatching effect. Indeed, the values of scaling exponents LPE and CTE for the both cases of the parameter mismatch and noise with bounded distribution are shown to be the same [5,6].

Finally note, that our method of characterization of the noise and parameter sensitivity of the SCA may be generalized to the coupled high-dimensional systems as Henon map or oscillators.

Acknowledgements

S.Y.K. thanks Prof. Ott for hospitality and support during the visit to University of Maryland. This work was supported by the Korea Research Foundation (Grant №. KRF-2001-013-D00014). A.J. and S.P.K. acknowledge support from the Russian Foundation of Basic Research (Grant № 00-02-17509) and the CRDF (Grant № REC-006).

References

1. Fujisaka H. and Yamada T. Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems // Prog. Theor. Phys. 1983. Vol. 69. P. 32-47.
2. Lai Y.-C., Grebogi C., Yorke J.A., and Venkataramani S.C. Riddling bifurcation in chaotic dynamical systems // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77. P. 55-58.
3. Kim S.-Y. and Lim W. Mechanism for the riddling transition in coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63. 026217.
4. Jalnine A. and Kim S.-Y. Characterization of the parameter-mismatching effect on the loss of chaos synchronization // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 65. 026210.
5. Kim S.-Y., Lim W., Jalnine A., and Kuznetsov S.P. Characterization of the Noise Effect on Weak Synchronization // Phys. Rev. E. 2003. Vol. 67. 016217.
6. Kim S.-Y., Lim W., and Kim Y. Effect of parameter mismatch and noise on weak synchronization // Prog. Theor. Phys. 2002. Vol. 107. P. 239-252.

*Institute Research in Electronics and
Applied Physics, University of Maryland, USA
Department of Physics, Kangwon National
University, Chunchon, Korea
Department of Nonlinear Processes,
Saratov State University, Russia
Institute of Radio-Engineering
and Electronics of RAS, Saratov Branch, Russia*

Поступила в редакцию 18.11.02

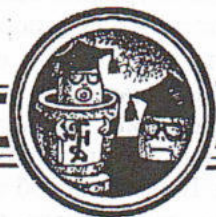
ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЖИМОВ СЛАБОЙ ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА И РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ

Sang-Yoon Kim, Алексей Жалнин, Wooschang Lim, Сергей Кузнецов

Исследуется влияние шума и расстройки параметров на динамические режимы при разрушении хаотической синхронизации в системе из двух связанных одномерных отображений. Благодаря наличию положительных значений локальных трансверсальных мультипликаторов хаотических траекторий, слабо устойчивый синхронный хаотический аттрактор демонстрирует чувствительность к вариации расстройки параметров и уровня шума. Для того чтобы количественно характеризовать параметрическую и шумовую чувствительность синхронного хаотического аттрактора, вводятся новые показатели, называемые показателями параметрической и шумовой чувствительности. Их значения определяются локальными трансверсальными мультипликаторами хаотических траекторий и свойствами шумового сигнала (для показателя шумовой чувствительности). В случае шума с ограниченным равномерным распределением значения показателей параметрической и шумовой чувствительности совпадают. Показано, что характеристики перемежающегося хаотического поведения и переходного процесса, индуцированных расстройкой параметров и шумом в режиме слабой синхронизации, могут быть выражены через показатели параметрической и шумовой чувствительности.



Кузнецов Сергей Петрович - родился в 1951 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, заведующий лабораторией Саратовского отделения Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского госуниверситета, член-корреспондент РАЕН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений при переходе к хаосу. Занимается также исследованиями в области квантового хаоса. Опубликовал свыше 150 работ в отечественной и зарубежной научной печати. Соавтор двух монографий и одной популярной книги. Автор нескольких оригинальных учебных курсов, прочитанных им в разные годы на кафедрах электроники, радиофизики и факультета нелинейных процессов СГУ, в том числе курса лекций «Динамический хаос» (М.: Физматлит, 2001). Соросовский профессор (2000). Член американского физического общества. E-mail: kuz@spkuz.saratov.su.



ИССЛЕДОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ПОРОГА ВНЕШНЕЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

М.В. Логинова, В.С. Анищенко

В данной работе изучается влияние негиперболичности на закономерность в зависимости амплитудного порога синхронизации от такой характеристики динамической системы, как метрическая энтропия Колмогорова. Синхронизация хаоса рассматривается как смена хаотического режима регулярным при изменении параметров внешней гармонической силы. При этом синхронизация возникает при достаточно большой амплитуде внешнего воздействия, то есть имеет место амплитудный порог синхронизации. Проверяется гипотеза об универсальности степенной зависимости, связывающей амплитудный порог синхронизации хаотической системы с ее метрической энтропией Колмогорова на системе Лоренца в режиме квазигиперболического аттрактора. Исследуется влияние негиперболичности на закономерность, полученную для систем с гиперболическим хаосом. Для этого рассматривается негиперболический аттрактор в системе Лоренца, а также спиральный и винтовой негиперболические аттракторы в системе Ресслера.

Введение

Для хаотических систем существует множество различных видов синхронизации. Одной из первых появилась концепция, в которой синхронизация понималась как возникновение некоторого регулярного режима при внешнем периодическом воздействии на систему с хаотической динамикой [1,2]. Эффект синхронизации может иметь место при взаимодействии двух идентичных хаотических осцилляторов и состоит в том, что в режиме синхронизации временные реализации парциальных систем полностью совпадают друг с другом, то есть осцилляторы колеблются «синфазно» [3-6]. В некоторых работах [7-10] предлагается рассматривать синхронизацию как обобщение классического случая захвата и подавления частоты для систем с фейгенбаумовским сценарием возникновения хаоса. Также существует более общая концепция, когда под синхронизацией понимают появление некой функциональной зависимости между мгновенными состояниями взаимодействующих систем [11-12]. Нас интересует синхронизация как переход от хаотического к регулярному режиму при внешнем периодическом воздействии на динамическую систему. Такой переход возможен только при достаточно большой амплитуде внешнего воздействия и, как правило, характеризуется амплитудным порогом синхронизации. Изучению величины этого порога в зависимости от некоторых характеристик динамической системы и

посвящена данная работа. Но прежде всего необходимо определить, что понимать под порогом синхронизации. Для исследуемых систем переход от регулярного режима к хаосу вблизи порога происходит через бифуркацию удвоения периода. Существует два способа определения порога. Можно определить порог как минимальное значение амплитуды, при котором происходит переход от хаотического режима к регулярному, не обращая внимания на структуру области синхронизации и определяя ее по обращению в ноль старшего ляпуновского показателя. Второй способ заключается в том, что рассматривается синхронизация какого-либо конкретного цикла, то есть хаотические колебания подавляются внешним воздействием до тех пор, пока не появится нужный периодический режим (в данной работе выбирался двухтактный цикл для системы Ресслера и одноктактный для системы Лоренца). В этом случае под порогом синхронизации понимается минимальное значение амплитуды внешнего воздействия, при котором выбранный периодический режим сменяется каким-либо другим, хаотическим или регулярным.

В работе [13] на основе численного эксперимента с системами с инерционным самовозбуждением выдвинута гипотеза, что величина амплитудного порога синхронизации связана с метрической энтропией Колмогорова, которая является количественной мерой стохастичности. В [14] на ряде примеров показано, что зависимость между порогом синхронизации A_n и энтропией K достаточно хорошо аппроксимируется формулой

$$A_n = CK^\chi, \quad (1)$$

где C - величина, зависящая от выбора масштабов динамических переменных и времени, а значение χ примерно одинаково для всех исследованных систем и равно 0.33 ± 0.1 .

В работе [14] для трехмерных систем энтропия отождествлялась с положительным ляпуновским показателем λ^+ , поскольку, согласно теореме Песина, энтропия может быть оценена как сумма положительных ляпуновских показателей

$$K \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i^+, \quad (2)$$

где n - число положительных ляпуновских показателей. Как известно, трехмерные системы могут иметь только один положительный показатель.

Однако следует заметить, что формула (2) верна не для всех типов динамических систем. Более того, степень перемешивания и энтропия Колмогорова могут определяться не только положительным показателем Ляпунова [15,16]. Поэтому, проводя численные исследования зависимости амплитудного порога синхронизации от ляпуновского показателя, в строгом смысле нельзя говорить о зависимости этого порога от энтропии Колмогорова.

На рис. 1. представлена зависимость (1) при $\chi=0.33$, а также нанесены точки, соответствующие результатам, полученным при численном интегрировании ряда динамических систем, исследованных в [13].

Степень универсальности зависимости (1) требует дополнительного исследования. Является ли данная гипотеза справедливой для всех типов

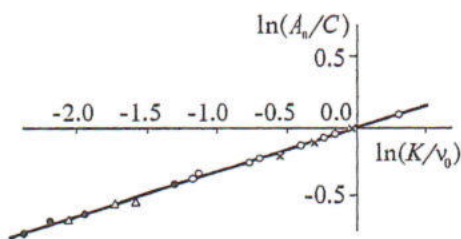


Рис. 1. Зависимость амплитудного порога синхронизации от метрической энтропии $K=\lambda^+$ в двойном логарифмическом масштабе [13]. v_0 - средняя частота, на которой возникает порог синхронизации

аттракторов как образов динамического хаоса? Чтобы ответить на этот вопрос, исследовались системы Лоренца и Ресслера под внешним периодическим воздействием, которое вводилось в виде аддитивного слагаемого в правую часть одного из уравнений системы. Хотелось получить ответ на следующие вопросы. Выполняется ли (1) для системы Лоренца в режиме негиперболического хаоса? Будет ли верна зависимость (1) для какой-либо другой системы с негиперболическим аттрактором, например для системы Ресслера?

Методы исследования

В качестве исследуемых систем использовались система Лоренца в режиме квазигиперболического и негиперболического хаоса и система Ресслера в режиме негиперболического хаоса спирального и винтового типов. Для каждого фиксированного значения параметра системы рассчитывался амплитудный порог синхронизации двумя способами. При первом способе использовалась следующая методика. Для двухтактного цикла внутри области синхронизации с помощью пакета прикладных программ LOCBIF строились линии бифуркации удвоения периода. Затем по минимальному значению амплитуды определялся порог синхронизации. Второй способ заключался в следующем. Фиксировалась амплитуда внешнего воздействия и изменялась его частота. Рассчитывался старший ляпуновский показатель системы, и определялся его знак. Затем уровень амплитуды менялся на меньший и все повторялось. В результате была получена область параметров, в которой ляпуновский показатель меняет знак с положительного на отрицательный. При этом минимальное значение амплитуды и будет искомым порогом синхронизации.

Продemonстрируем эти два способа на конкретном примере. Возьмем систему Ресслера (3) в режиме спирального хаоса при $a=b=0.2$, $m=4.5$, $A=0$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + ay + A \cos 2\pi ft, \\ \dot{z} &= b - mz + xz, \end{aligned} \quad (3)$$

где x, y, z - динамические переменные; a, m, b - параметры системы; A - амплитуда; f - частота внешней силы. На рис. 2 изображена область синхронизации для системы Ресслера под внешним периодическим воздействием, которое вводилось в виде аддитивного слагаемого в правую часть второго уравнения системы. На данном рисунке показаны области синхронизации двухтактного l_2 и четырехтактного l_4 циклов, а также линия l_0 перехода к хаосу, рассчитанная по обращению в ноль старшего ляпуновского показателя. Если определять порог синхронизации первым способом, то он соответствует точке B на графике, то есть переходу от хаоса к регулярному режиму. При этом пороговое значение амплитуды равно A_1 . Второму способу отвечает точка C , и порог равен A_2 . Это

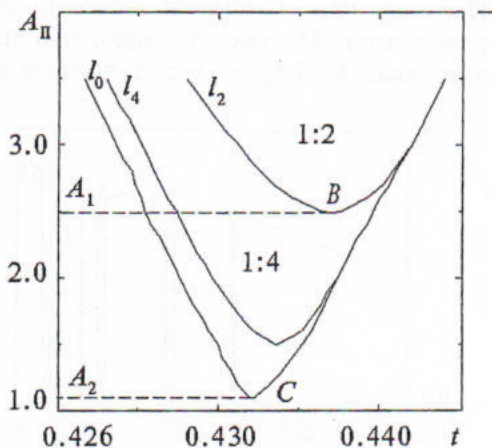


Рис. 2. Область синхронизации для системы Ресслера ($a=b=0.2$, $m=4.5$)

соответствует минимальному значению амплитуды, при котором происходит переход от двухтактного цикла к четырехтактному, что является потерей синхронизации для двухтактного цикла.

Результаты

Рассмотрим систему Лоренца под внешним периодическим воздействием, которое вводится в виде аддитивного слагаемого в правую часть третьего уравнения системы

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\sigma x + \sigma y, \\ \dot{y} &= -y + rx - xz, \\ \dot{z} &= -bz + xy + A \cos 2\pi f t,\end{aligned}\tag{4}$$

где x, y, z - динамические переменные; σ, r, b - параметры системы; A - амплитуда; f - частота внешней силы.

Параметры σ и b фиксировались ($\sigma=10, b=8/3$) и рассчитывалась величина амплитудного порога для различных значений r . Параметр r изменялся в пределах от 24 до 80. Значениям $r < 32$ соответствует режим почти гиперболического аттрактора Лоренца, а для значений $r > 32$ система демонстрирует режим негиперболического аттрактора. График зависимости старшего ляпуновского показателя от параметра r представлен на рис. 3.

В результате проведенных вычислений был построен график зависимости амплитудного порога синхронизации от параметра r (рис. 4). Жирная линия соответствует первому способу расчета амплитудного порога, а тонкая является результатом расчетов вторым способом. Из графика видно, что величина амплитудного порога растет с ростом r . Однако для нас важно, как изменяется порог синхронизации в зависимости от старшего ляпуновского показателя.

С учетом графиков, изображенных на рис. 3 и 4, было установлено, что интересующая нас зависимость имеет вид, представленный на рис. 5. Сплошная линия соответствует первому способу определения порога синхронизации, а точки являются результатом расчета по второму способу.

В [14] были приведены результаты расчета зависимости амплитудного порога синхронизации от энтропии Колмогорова для аттрактора Лоренца. Поэтому нас, в первую очередь, интересовала возможность повторить эти результаты. На рис. 5 видно, что при малых значениях r (это соответствует значениям $\lambda^+ \leq 1.2$), то есть в области квазигиперболического аттрактора Лоренца

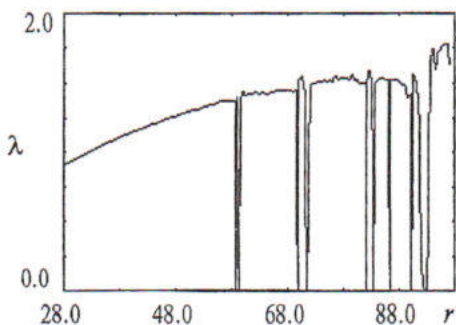


Рис. 3. Зависимость старшего ляпуновского показателя от параметра r для системы Лоренца ($\sigma=10, b=8/3$)

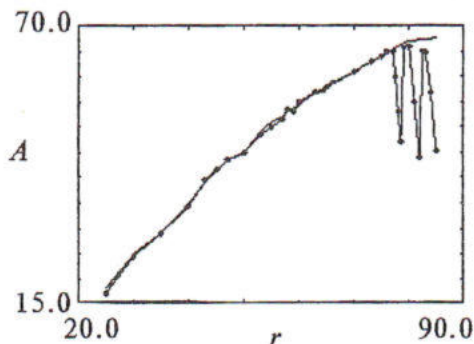


Рис. 4. Зависимость амплитудного порога синхронизации от параметра r для системы Лоренца

зависимость амплитудного порога синхронизации от старшего ляпуновского показателя представляет собой гладкую монотонную функцию. Это подтверждает справедливость соотношения (1) для данного случая. Однако, как видно из дальнейшего хода кривой, для области параметров, в которой существует негиперболический аттрактор, закономерность (1) нарушается. Чтобы убедиться в этом и сравнить результаты, полученные путем численного решения системы уравнений (4), с теоретической закономерностью (1), построим обе кривые в логарифмическом масштабе. То есть будем строить зависимость $\ln(A_n/C)$ от $\ln(\lambda^+)$.

Очевидно, что при этом закономерность (1) будет представлять собой прямую с угловым коэффициентом χ . На рис. 6 изображена теоретическая прямая, соответствующая (1), а также нанесены точки, отвечающие результатам численного решения для системы (4), полученные для определения порога синхронизации как перехода от конкретного цикла к любому другому режиму (рис. 6, а) и для порога синхронизации как перехода от хаотического режима к любому регулярному (рис. 6, б). Однако следует заметить, что теоретическая прямая получена при $\chi=0.48$, что не совпадает с константой, приведенной в [14].

Как видно из рис. 6, при малых λ^+ , что соответствует значениям параметра r в области аттрактора Лоренца и в самом начале области квазиаттрактора, результаты численного интегрирования хорошо совпадают с теоретической зависимостью (1). При дальнейшем росте λ^+ закономерность, описываемая формулой (1), нарушается. Это связано с тем, что мы переходим в область значений λ^+ , которым соответствуют значения параметра r , принадлежащие области негиперболического аттрактора, и график зависимости старшего ляпуновского показателя от r в этой области не является монотонным.

Полученные результаты показывают, что для системы Лоренца, находящейся в режиме негиперболического аттрактора, закономерность (1) не выполняется. Естественным образом возникает необходимость проверить справедливость (1) на других системах с негиперболическим аттрактором.

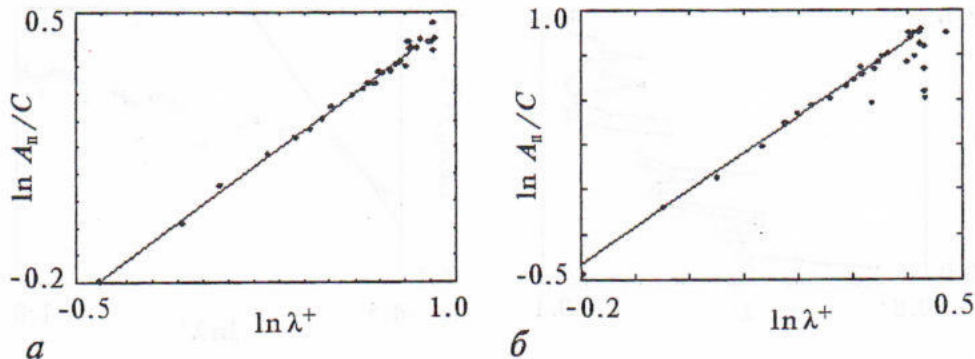


Рис. 6. Зависимость амплитудного порога синхронизации от старшего ляпуновского показателя для системы Лоренца в двойном логарифмическом масштабе: а - при определении порога через потерю синхронизации цикла; б - при определении порога через переход от хаотического режима к регулярному

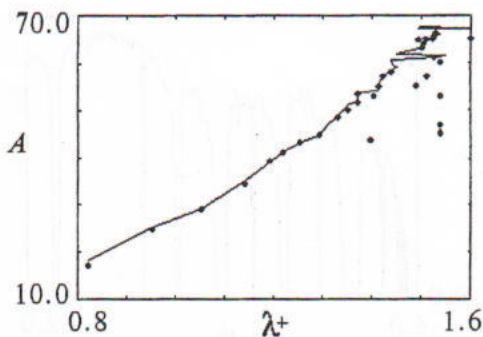


Рис. 5. Зависимость амплитудного порога синхронизации от старшего ляпуновского показателя для системы Лоренца. Линия соответствует определению порога через потерю синхронизации цикла, точки - через переход от хаотического режима к регулярному

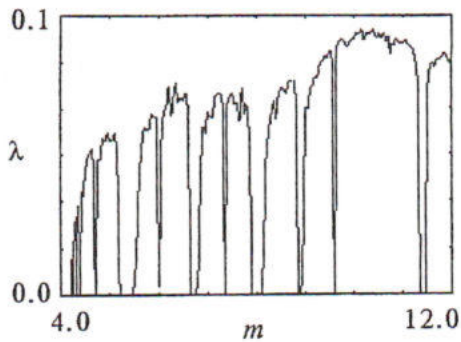


Рис. 7. Зависимость старшего ляпуновского показателя от параметра m для системы Ресслера

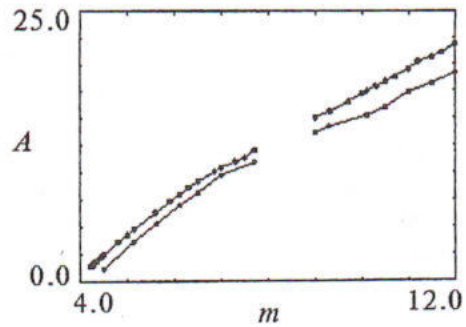


Рис. 8. Зависимость амплитудного порога синхронизации от параметра m для системы Ресслера

В качестве такой системы была взята система Ресслера. Она рассматривалась в двух режимах: спирального и винтового хаоса. Периодическое воздействие вводилось во второе уравнение системы (3). Параметры a, b фиксировались ($a=b=0.2$), а параметр m изменялся в пределах от 4.25 до 8 и от 9 до 13, что отвечает режимам спирального и винтового хаоса, соответственно. Путем численного моделирования на ЭВМ была получена зависимость максимального ляпуновского показателя от параметра m , которая представлена на рис. 7. По аналогии с системой Лоренца величина параметра m выбиралась таким образом, чтобы не попадать в окна устойчивости. В результате, с помощью метода, описанного выше, был построен график зависимости амплитудного порога синхронизации от параметра m , что отражено на рис. 8. Жирная линия соответствует первому определению порога, а тонкая - второму (как переходу от хаотического режима к любому регулярному). Здесь, так же как и в системе Лоренца, наблюдается рост амплитудного порога с увеличением m . Однако, если построить зависимость порога синхронизации от старшего ляпуновского показателя (рис. 9), то видно, что полученная кривая уже не является однозначной.

По аналогии с системой Лоренца построим зависимость (1) в логарифмическом масштабе и нанесем на этот же график точки, соответствующие результатам численного интегрирования системы (3) при определении порога синхронизации как перехода от конкретного периодического режима к любому другому режиму, хаотическому или регулярному (рис. 10).

Как видно из рисунка, при малых значениях старшего ляпуновского

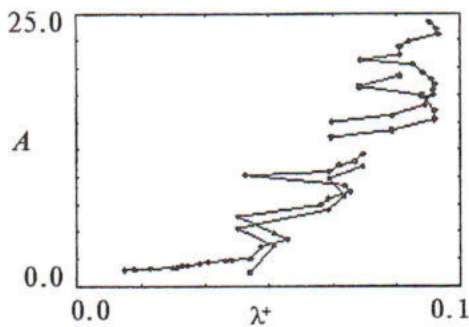


Рис. 9. Зависимость амплитудного порога синхронизации от старшего ляпуновского показателя для системы Ресслера

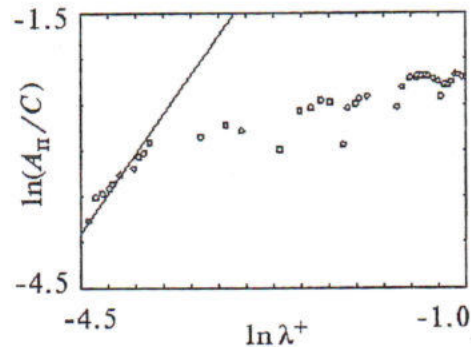


Рис. 10. Зависимость амплитудного порога синхронизации от старшего ляпуновского показателя для системы Ресслера в двойном логарифмическом масштабе

показателя результаты, полученные путем численного моделирования, приблизительно совпадают с теоретической зависимостью (1) при $\chi=0.46$. Эти значения λ^+ соответствуют области параметра m , которая отвечает малому значению надкритичности. В данной области тоже существуют окна устойчивости, однако огибающая подчиняется степенному закону, поэтому, выбирая m вне окон устойчивости, получаем неплохое совпадение с формулой (1). Но, как следует из рис. 10, ни в случае спирального, ни в случае винтового хаоса такое соответствие между численными и теоретическими результатами не наблюдается. То есть соотношение (1) не выполняется для негиперболического хаоса.

Выводы

В результате проведенных вычислений на примере системы Лоренца было показано, что зависимость (1) выполняется для квазигиперболического хаоса. Однако следует рассматривать зависимость амплитудного порога синхронизации от старшего ляпуновского показателя, а не от энтропии Колмогорова, поскольку об их эквивалентности можно с уверенностью говорить только для отображений, а мы имеем дело с потоковыми системами.

Также было получено, что для систем в режиме негиперболического хаоса закономерность (1) нарушается. Причем речь идет не об изменении значения константы χ , а о нарушении самого вида зависимости, более того, об отсутствии какой-либо явной зависимости между амплитудным порогом синхронизации и старшим ляпуновским показателем вообще. Это было показано на примере двух систем - системы Лоренца в области негиперболичности и системы Ресслера в областях спирального и винтового хаоса.

Мы хотели бы подчеркнуть следующее. Любой вычислительный эксперимент неизбежно включает ошибки, вносимые компьютером. В связи с этим, данные, представленные на рис. 9 и 10, могут быть восприняты как результат влияния ошибок численного моделирования. Мы склонны считать, что в силу высокой точности и единых методов расчета как почти гиперболических, так и негиперболических режимов хаоса результат есть свидетельство различия в структуре аттракторов и их динамических характеристик, а не следствие ошибок счета.

Соотношение (1) нельзя считать некой универсальной зависимостью для всех хаотических режимов. Можно лишь сказать, что эта зависимость выполняется для некоторых конкретных систем, не претендуя на общность. Возможно, будет справедливым утверждение, что эта закономерность выполняется для систем с квазигиперболическим хаосом и нарушается для негиперболических режимов. Однако для такого утверждения недостаточно исследования лишь одной системы Лоренца, необходимо проводить более широкие исследования, но это уже выходит за рамки данной работы.

Библиографический список

1. Кузнецов Ю.А., Ланда П.С., Ольховой А.Ф., Перминов С.М. Амплитудный порог синхронизации как мера хаоса в стохастических автоколебательных системах // ДАН СССР. 1985. Т. 281, вып. 2. С. 1164-1169.
2. Dykman G., Landa P., Neimark Y. Synchronized of chaotic oscillations by external force // Chaos, Solitons and Fractals. 1992. Vol. 1, 4. P. 339-353.

3. Yamada Y., Fujisaka H. Stability Theory of synchronized notions in couple oscillators // Progr. Theor. Phys. 1984. Vol. 69. P. 32.

4. Афраймович В.С., Веричев Н.Н., Рабинович М.И. Стохастическая синхронизация колебаний в диссипативных системах // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1989. Т. 29, № 9. С. 1050-1060.

5. Волковский А.Р., Рульков Н.Ф. Экспериментальное исследование бифуркаций на пороге стохастической синхронизации // Письма в ЖТФ. 1989. т. 15, вып. 7. С. 5-10.

6. Pecora L., Carroll T. Synchronization of chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64.

7. Анищенко В.С., Постнов Д.Э. Эффект захвата базовой частоты хаотических автоколебаний. Синхронизация странных аттракторов // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, вып. 6.

8. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E., Safonova M.A. Synchronization of Chaos // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1992. Vol. 2, 3. P. 633-644.

9. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E., Sosnovtseva O.V., Wu C.W., Chua L.O. Dynamics of the non-autonomous chua's circuits // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1995. Vol. 5, 6. P. 1525-1540.

10. Anishchenko V.S., Astakhov V.V., Vadivasova T.E., Sosnovtseva O.V., Wu C.W., Chua L.O. Dynamics of two coupled Chua's circuits // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1995. Vol. 5, 6. P. 1677-1699.

11. Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I. Generalized synchronization of chaos in unidirectionally coupled chaotic systems // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51. P. 980.

12. Kocarev L., Parlitz U. Generalized Synchronisation, Predictability, and Equivalence of Unidirectionally Coupled Dynamical Systems // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76, 11. P. 1816.

13. Кузнецов Ю.И., Ланда П.С., Ольховой А.Ф., Перминов С.М. Связь между амплитудным порогом синхронизации и энтропией в стохастических автоколебательных системах // ДАН СССР. 1985. Т. 281, 2.

14. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.

15. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Kopeikin A.S., Kurths J., Strelkova G.I. Peculiarities of the relaxation to an invariant probability measure of nonhyperbolic chaotic attractors in the presence of noise // Phys. Rev. E., 2002. Vol. 65, 036306 (10 pages).

16. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Okrokvetskikh G.A., Strelkova G.I. Correlation analysis of dynamical chaos // Physica A. 2003. Vol. 7491, № 1.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 31.01.03
после доработки 18.04.03

INVESTIGATION OF UNIVERSAL PROPERTIES OF EXTERNAL SYNCHRONIZATION THRESHOLD IN CHAOTIC SYSTEMS

M.V. Loginova, V.S. Anishchenko

In this paper the dependence of amplitude threshold of synchronization on Kolmogorov entropy is considered. The influence of nonhyperbolicity on this regularity is investigated. Synchronization of chaos takes place when chaotic regime changes to a regular one with external force parameters changing. In this case synchronization appears

when the amplitude of external force is rather big, that means the amplitude threshold takes place. The hypothesis about universality of the exponential dependence between amplitude threshold and Kolmogorov entropy is checked by investigation of Lorenz system in quasihyperbolic regime. The influence of nonhyperbolicity on the regularity got for hyperbolic systems is investigated. For this purpose we consider nonhyperbolic attractor in Lorenz system and funnel and spiral nonhyperbolic attractors in Rössler system.



Логина Мария Вячеславовна - родилась в Саратове (1979). Окончила физический факультет Саратовского университета (2000). В настоящее время является ассистентом кафедры радиофизики и нелинейной динамики и аспирантом первого года обучения на этой же кафедре. Область научных интересов: нелинейная динамика, динамический хаос.

От авторов. Главное внимание в нашей работе уделено исследованию негиперболических аттракторов и здесь мы хотели бы дать некоторые пояснения.

...Рецензент считает, что в системе Ресслера и Лоренца (при $r > 30$) существует реальный аттрактор, а не «квази». Мы подчеркиваем, что речь идет действительно о реальном, но негиперболическом аттракторе. Для указанных систем доказано существование негрубых гомоклинических траекторий и, как следствие, применимы теоремы Ньюхауса (1979) и Гонченко - Шильникова - Тураева (1992). А это означает, что в рассматриваемых системах теоретически существует счетное множество аттракторов, а не один-единственный. Именно в этом смысле мы говорим о квазиаттракторе, как о «реальном», но гораздо более сложном множестве, включающем в себя помимо хаотических периодические аттракторы.

Рецензент склонен считать наши результаты в этой части ошибками компьютерного счета. Формально здесь возражать, казалось бы, нечего - компьютер дает результаты с конечной точностью. Однако в нашей работе ошибки расчетов сведены к минимуму и они одинаковы как в случае почти гиперболического, так и для негиперболических аттракторов. Действительно, в обоих случаях решается задача Коши, интегрируются ОДУ с заданных начальных условий, одним и тем же методом и с одинаковой численной схемой. Мы понимаем, что в этой области действительно усиливается влияние циклов с малыми бассейнами притяжения, но именно наличие встроенных циклов и является главной спецификой негиперболических аттракторов. В этом все дело.

От рецензента. Ответ авторов меня абсолютно не удовлетворил. Поскольку в негиперболическом аттракторе существует один или много устойчивых предельных циклов, то порог синхронизации теоретически должен быть строго равен нулю. Но экспериментально и численно он, безусловно, отличен от нуля, что объясняется сильным влиянием малых случайных возмущений на такие системы, гораздо более сильным, чем на системы с гиперболическим аттрактором (см., например, Ю.И. Неймарк, П.С. Ланда «Стохастические и хаотические колебания», где приводятся оценки такого влияния). Поэтому утверждение авторов, что решение в обоих случаях проводилось с одинаковой точностью, не имеет никакого смысла. Вместе с тем, при правильной трактовке работа вполне может быть опубликована, как оценка степени влияния малых возмущений на такие системы в зависимости от параметров.

Примечание редакции. Редакция и рецензент отмечают актуальность и научную новизну результатов численных экспериментов, представленных в настоящей статье. Однако в плане трактовки результатов и сделанных выводов мнения рецензента и авторов статьи не совпадают. Учитывая научную и практическую значимость вопроса о свойствах структурно-неустойчивых (негиперболических) динамических систем, редакция решила опубликовать эту статью. Мы выражаем надежду, что у заинтересованного читателя работа вызовет определенный интерес, и готовы к обсуждению ее результатов и выводов с целью установления научной истины.



УСКОРЕНИЕ И ЗАМЕДЛЕНИЕ ДИФФУЗИИ В СРЕДЕ ПУТЕМ ВРЕМЕННОЙ МОДУЛЯЦИИ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ

Е.Л. Панкратов

На основании разработанного ранее подхода к оценке временных характеристик процессов массопереноса определено время установления концентрации примеси в среде с нестационарным коэффициентом диффузии. На основе спектрального разложения определены условия, которым должен удовлетворять коэффициент диффузии, позволяющий максимально ускорить или замедлить процесс диффузии.

Введение

Актуальной проблемой теории массопереноса является определение временных характеристик процесса диффузии в средах с параметрами, зависящими от координаты и времени. Изменение коэффициента диффузии во времени может быть осуществлено, например, изменением температуры среды [1,2]. Зависимость коэффициента диффузии от координаты определяется пространственной структурой исследуемого объекта [1].

В представленной работе исследуется влияние изменения во времени коэффициента диффузии на время установления стационарного распределения примеси. На основе разработанного ранее [3,4] подхода к оценке временных характеристик процессов массопереноса получены соотношения для вычисления времени установления концентрации примеси и выявлены условия, которым должен удовлетворять коэффициент диффузии, соответствующий максимальному ускорению или замедлению диффузии.

Постановка задачи

Рассмотрим одномерную среду $0 \leq x \leq L$ с отражающими границами и переменным во времени коэффициентом диффузии $D(t)$. В момент времени $t=0$ в среду внедряется примесь единичной массы с заданным распределением концентрации $C(x,0)=f(x)$. С течением времени концентрация примеси приходит к стационарному распределению $C(x,\infty)=1/L$. Целью настоящей работы является определение времени установления стационарной концентрации примеси в произвольной точке среды x и оптимизация закона изменения коэффициента

диффузии во времени для получения минимально и максимально возможных времен установления примеси.

Метод решения

Закон изменения концентрации примеси описывается уравнением диффузии [1,2,4]

$$\partial C(x,t)/\partial t = D(t)\partial^2 C(x,t)/\partial x^2 = -\partial G(x,t)/\partial x, \quad (1)$$

где $G(x,t) = -D(t)\partial C(x,t)/\partial x$ - поток примеси. Уравнение диффузии дополняется начальным $C(x,0) = f(x)$ и граничными $G(0,t) = G(L,t) = 0$ условиями. Не представляет труда найти решение уравнения (1) [2]. Но переходные процессы установления концентрации имеют сложную временную зависимость, и определить время установления концентрации примеси из решения уравнения (1) в общем виде не представляется возможным. В наиболее интересном с практической точки зрения случае, когда начальная концентрация примеси сосредоточена на одной границе среды, а время установления определяется в точке, расположенной на другой границе ($f(x) = \delta(x-0)$, $x=L$, где $\delta(x-0)$ - односторонняя дельта-функция [5]), концентрация изменяется во времени монотонно. В этом случае время установления удобно определять с помощью известного [4,6] интегрального критерия в виде равновеликого по площади прямоугольника

$$\Theta(x) = [C(x,0) - C(x,\infty)]^{-1} \int_0^\infty [C(x,t) - C(x,\infty)] dt. \quad (2)$$

Данный критерий является асимптотически оптимальным [7], то есть минимизирует среднеквадратичную ошибку (в асимптотике бесконечно большого времени наблюдения t_N за процессом диффузии по сравнению со временем установления концентрации примеси), возникающую при аппроксимации функции $C(x,t)$ (в фиксированной точке среды x) ступенчатой функцией, которая в асимптотике $t_N \gg \Theta$ переходит в равновеликий по площади прямоугольник.

С целью упрощения определения условий, которым должен удовлетворять коэффициент диффузии для максимального ускорения или замедления процесса диффузии ограничимся случаем малых изменений коэффициента диффузии. В приближении малых отклонений процесс диффузии в первом приближении описывается средним значением коэффициента диффузии D_0 . По этой причине закон изменения $D(t)$ удобно представить в виде суммы его среднего значения и отклонения от него, учитывающего относительное изменение коэффициента диффузии во времени $D(t) = D_0[1 + \mu v(t)]$, $0 \leq \mu \ll 1$, $|v(t)| \leq 1$. Введение малого параметра μ и ограничения $|v(t)| \leq 1$ позволяет использовать метод Пуанкаре и искать функцию $C(x,t)$ в виде ряда по малому параметру [3,4]

$$C(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} \mu^k C_k(x,t). \quad (3)$$

Подстановка (3) в уравнение (1) и группировка слагаемых с одинаковыми степенями параметра μ в обеих частях уравнения диффузии приводит к системе уравнений

$$\begin{cases} \partial C_0(x,t)/\partial t = D_0 \partial^2 C_0(x,t)/\partial x^2, \\ \partial C_k(x,t)/\partial t = D_0 \partial^2 [C_k(x,t) + v(t)C_{k-1}(x,t)]/\partial x^2, \quad k \geq 1. \end{cases} \quad (4)$$

Начальное и граничные условия для функций $C_k(x,t)$ с учетом (3) принимают вид

$$\partial C_{k \geq 0}(x,t)/\partial x|_{x=0} = \partial C_{k \geq 0}(x,t)/\partial x|_{x=L} = 0, \quad (5)$$

$$C_0(x,0) = f(x), C_{k \geq 1}(x,0) = 0.$$

Линейность критерия (2) относительно концентрации $C(x,t)$ с учетом разложения (3) позволяет записать

$$\Theta(x) = \Theta_0(x)(1 + \sum_{k=1}^{\infty} \mu^k \tau_k(x)), \quad (6)$$

где $\Theta_0(x)$ - нулевое приближение времени установления, а функции $\tau_k(x)$ будем называть относительными поправками ко времени установления $\Theta(x)$. Функции $\Theta_0(x)$ и $\tau_1(x)$ определяются соотношениями

$$\Theta_0(x) = [6D_0 d(x)(1 - Lf(x))]^{-1}, \quad (7)$$

где $d(x) = [6Lx F_0(x) - 3F_2(L) + 6L(F_1(L) - F_1(x)) - 2L^2 - 3x^2]^{-1}$, $F_i(x) = \int_0^x y^i f(y) dy$,

$$\tau_1(x) = 6D_0 d(x) (Lu_0(x) - \int_0^L u_0(y) dy), \quad (8)$$

где $u_0(x) = \int_0^{\infty} v(t) C_0(x,t) dt$. Условия малости μ и ограниченности по модулю функции $v(t)$ позволяют пренебречь членами рядов (3) и (6) второго и более высоких порядков малости по параметру μ по сравнению с первыми (линейными) приближениями.

Пример

Линейность поправки (8) по $v(t)$ позволяет пользоваться спектральным разложением [5] функции $v(t)$, что упрощает расчет поправки $\tau_1(x)$ [4]. При спектральном анализе наиболее часто используется функция $v(t) = \cos(\omega t + \varphi)$. Линейность соотношения (8) по $v(t)$ и одно из известных тригонометрических соотношений [5] позволяют представить поправку $\tau_{1\cos(\omega t + \varphi)}(x)$, соответствующую функции $v(t) = \cos(\omega t + \varphi)$, в виде суперпозиции поправок $\tau_{1\sin}(x)$ и $\tau_{1\cos}(x)$, соответствующих функциям $v(t) = \sin \omega t$ и $v(t) = \cos \omega t$

$$\tau_{1\cos(\omega t + \varphi)}(x) = \tau_{1\cos}(x) \cos \varphi - \tau_{1\sin}(x) \sin \varphi.$$

При вычислении поправок $\tau_{1\sin}(x)$ и $\tau_{1\cos}(x)$ ограничимся случаем $f(x) = \delta(x-0)$ и $x=L$

$$\begin{aligned} \tau_{1\sin \delta}(L) = 3z \{ [a_1 \cos(\gamma L) \operatorname{ch}(\gamma L) + a_2 \sin(\gamma L) \operatorname{sh}(\gamma L)] / 2\psi - \\ - \operatorname{sh}(\gamma L) \cos(\gamma L) + \sin(\gamma L) \operatorname{ch}(\gamma L) - z \}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tau_{1\cos \delta}(L) = 3z \{ [a_1 \cos(\gamma L) \operatorname{ch}(\gamma L) + a_2 \sin(\gamma L) \operatorname{sh}(\gamma L)] / 2\psi - \\ - \operatorname{sh}(\gamma L) \cos(\gamma L) - \sin(\gamma L) \operatorname{ch}(\gamma L) \}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\gamma = \omega^{1/2} (2D_0)^{-1/2}$, $\psi = \operatorname{ch}^2(\gamma L) - \cos^2(\gamma L)$, $z = (\gamma L)^{-1}$, $a_1 = \operatorname{sh}(2\gamma L) - \sin(2\gamma L)$, $a_2 = \operatorname{sh}(2\gamma L) + \sin(2\gamma L)$.

Изменение времени установления стационарной концентрации путем выбора закона изменения коэффициента диффузии

Проанализируем зависимость поправки $\tau_1(L)$ от параметров изменения коэффициента диффузии с целью нахождения условий на закон изменения коэффициента диффузии, при которых процесс диффузии максимально ускоряется или замедляется по сравнению со случаем постоянного коэффициента диффузии D_0 . Таким образом, требуется найти такие условия на закон изменения коэффициента диффузии, при которых поправка $\tau_1(L)$ будет максимальной по модулю. Ускорение процесса соответствует отрицательной поправке, замедление - положительной.

Следует отметить немонотонность частотной зависимости поправки $\tau_{1\sin}(L)$ (сплошная линия на рисунке). Максимум модуля этой зависимости достигается на частоте $\omega_0 \approx 2\pi/4.13\Theta_0(L)$ и равен (-0.55) при любых значениях D_0 и L . Интересно отметить, что в случае существования в среде с постоянным коэффициентом диффузии периодического во времени потенциального барьера $\Phi(x,t)$, временные характеристики транспорта примеси в такой среде также являются немонотонной функцией частоты [8] резонансного вида. Частотная зависимость поправки $\tau_{1\cos}(L)$ практически монотонна (см. рисунок). Как и следовало ожидать, максимальное по модулю (отрицательное) значение поправки $\tau_{1\cos}(L)$ достигается на частоте $\omega=0$. На частоте $\omega_1 \approx 2/1.21\Theta_0(L)$ рассматриваемая частотная зависимость равна нулю. В области частот $\omega > \omega_1$ поправка $\tau_{1\cos}(L)$ достигает своего положительного максимального значения равного 0.012, на частоте $\omega_2 \approx 2/0.88\Theta_0(L)$.

Нетрудно выявить с помощью спектрального анализа, что возрастающей по модулю в начальный момент времени периодической функции $v(t)$ соответствует частотная зависимость поправки $\tau_1(L)$ с четко выраженным экстремумом. Не возрастающей по модулю в начальный момент времени периодической функции $v(t)$ соответствует монотонная или почти монотонная частотная зависимость поправки $\tau_1(L)$.

Начальная фаза коэффициента диффузии, соответствующая максимальному различию между $\Theta(L)$ и $\Theta_0(L)$, удовлетворяет условию $d\tau_1(\varphi)/d\varphi=0$ и равна $\varphi_0 = -\arctg[\tau_{1\sin}(L)/\tau_{1\cos}(L)]$. Величины поправок $\tau_{1\sin}(L)$ и $\tau_{1\cos}(L)$ определяются с помощью выражений (9) и (10).

Пределы применимости полученных результатов

Следует отметить, что решение уравнения (1) можно найти точно при любой глубине изменения коэффициента диффузии во времени [2]. Подстановка точного решения в выражение (2) дает точное соотношение для времени установления. В данной работе ограничимся только частным случаем $f(x)=\delta(x-0)$ и $x=L$

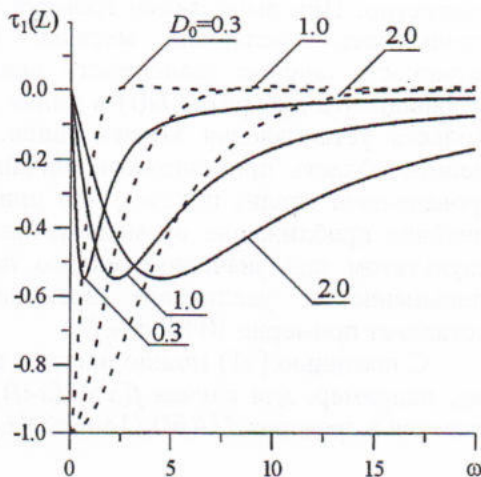


Рис. Зависимости поправки $\tau_1(L)$ от частоты коэффициента диффузии. Сплошные линии соответствуют закону изменения $v(t)=\sin\omega t$, пунктирные - $v(t)=\cos\omega t$

$$\Theta(L) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \int_0^{\infty} \exp\{-(\pi n/L)^2 \int_0^t D(u) du\} dt. \quad (11)$$

Аналитическое выражение суммы членов ряда в (11) в большинстве случаев неизвестно. При вычислении времени установления с помощью (11) приходится использовать численные методы. Их применение существенно снижает наглядность анализа зависимости времени установления от закона изменения коэффициента диффузии $D(t)$ в целях максимального ускорения или замедления процесса установления концентрации. Однако данное соотношение позволяет оценить область применимости линейного приближения времени установления. Проведенный анализ показал, что при гармоническом коэффициенте диффузии линейное приближение времени установления практически совпадает с точным результатом при значениях малого параметра $\mu \leq 0.1$. При этом максимальное уменьшение и увеличение времени установления концентрации примеси составляет примерно 10% от $\Theta_0(L)$.

С помощью (11) можно оценить интервал изменения времени установления. Так, например, для случая $f(x) = \delta(x-0)$, $x=L$, $v(t) = \cos(\omega t + \varphi)$ время установления меняется в пределах: $L^2/(6D_0(1+\mu)) \leq \Theta(L) \leq L^2/(6D_0(1-\mu))$.

Заключение

В настоящей работе исследована зависимость времени установления стационарной концентрации примеси в однородной среде от характера изменений во времени коэффициента диффузии. Выявлено, что динамика установления примеси определяется начальной фазой изменений коэффициента диффузии. По этой причине требуется синхронизация момента инъекции примеси с изменениями коэффициента диффузии. Получена оценка сверху и снизу времени установления концентрации примеси. В работе показано, что при некоторых периодических законах изменения коэффициента диффузии время установления является немонотонной функцией частоты, имеющей сходство с резонансной кривой.

Данная работа поддержана грантами РФФИ (№ 02-02-17517 и № 03-02-06158), ИШ (№ 1729.2003.2) и INTAS (№ 2001-0450).

Библиографический список

1. Gillin W.P. and Dunstan D.J. Strain and interdiffusion in semiconductor heterostructures // Phys. Rev. B. 1994. Vol. 50. P. 7495.
2. Райченко А.И. Математическая теория диффузии в приложениях. Киев: Наукова Думка, 1981.
3. Мальцев А.А., Панкратов Е.Л. Время установления концентрации вещества в слабо неоднородной среде // Труды (пятой) научной конференции по радиопизике / Ред. А.В. Якимов. Н. Новгород: ННГУ, 2001. С. 211.
4. Дубков А.А., Мальцев А.А., Панкратов Е.Л. Эффективное время установления концентрации вещества в среде со слабо неоднородным коэффициентом диффузии // ЖТФ. 2002. Т. 72, № 11. С.14.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1977.
6. Garanin D.A. Integral relaxation time of a single-domain ferromagnetic particles // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. 3250.
7. Малахов А.Н., Панкратов Е.Л. Время установления концентрации веще-

ства в среде с произвольно меняющимися в пространстве коэффициентом диффузии и потенциалом // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 4. С. 367.

8. *Malakhov A.N., Pankratov E.L.* Evolution times of probability distribution and averages-exact solutions of the Kramers' problem // Adv. Chem. Phys. 2002. Vol. 121. P. 356.

*Нижегородский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 6.11.02
после доработки 17.02.03*

ACCELERATION AND DECELERATION OF DIFFUSION IN A MEDIUM BY TIME MODULATION OF DIFFUSION COEFFICIENT

E.L. Pankratov

On the base of recently elaborated approach to a estimating time characteristics of mass transport, the relaxation time of dopant concentration in a medium with nonstationary diffusion coefficient is determined. On the base of spectral decomposition, the conditions for the change law of diffusion coefficient when maximum acceleration or deceleration of diffusion process take place are determined.



Панкратов Евгений Леонидович - родился в Горьком (1977), окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета (2001). После окончания поступил в аспирантуру ННГУ по специальности «Радиофизика». Опубликовал 11 научных работ по направлению своих исследований.



EXACT CALCULATION OF EFFECTIVE DIFFUSION CONSTANT IN FLUCTUATING PERIODIC POTENTIALS

A.A. Dubkov

Exact formula for diffusion coefficient of Brownian particle moving in modulated by white noise periodic field is obtained. As it is shown the acceleration of diffusion in comparison with a free diffusion case takes place for an arbitrary potential profile. Calculations of effective diffusion constant for different periodic potentials are performed.

Introduction

The problem of diffusion in periodic potential is related to a rich variety of physical situations such as diffusion of atoms in crystals, «ad-atom» moving near a solid surface, synchronization of oscillations, fluctuations of a Josephson supercurrent and so on. During the 1970's, an exact expressions for diffusion constant was independently obtained in the overdamped limit by various methods for an arbitrary periodic potential [1] and for sinusoidal potential [2]. Recently the mean velocity and effective diffusion coefficient of Brownian particle moving in a tilted periodic potential have been found in [3].

At the same time, the case of time-varying periodic potential is also of interest to practice. So, diffusion in fast fluctuating periodic field was the subject of investigation in [4]. Author derived the exact result for effective diffusion constant in the serrated potential. Present paper is generalization of results [4] on the case of arbitrary potential profiles.

Derivation of effective diffusion coefficient

We consider an overdamped Brownian particle in fluctuating periodic potential $U(x)$ whose dynamics is governed by the Langevin equation

$$dx/dt = -\zeta(t)dU(x)/dx + \xi(t) \quad (1)$$

where $x(t)$ is the displacement in time t , $\xi(t)$ and $\zeta(t)$ are statistically independent Gaussian white noises with zero means and intensities D and D_ζ respectively. Further we assume that potential $U(x)$ is even function with period L and place the origin in one of potential minima.

Following [1], [2] we determine the diffusion constant as the limit

$$D_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \langle x^2(t) \rangle / t = \lim_{t \rightarrow \infty} d\langle x^2(t) \rangle / dt \quad (2)$$

because in considering case $\langle x(t) \rangle = 0$. It is easy matter to write from Eq. (1) the Fokker-Planck equation for probability density $W(x, t)$ ¹

$$\partial W / \partial t = (D_\zeta / 2) (\partial U'(x) / \partial x) (\partial (U'(x)W) / \partial x) + (D / 2) \partial^2 W / \partial x^2. \quad (3)$$

Since we interest an asymptotic behaviour of mean square coordinate of Brownian particles the initial condition for Eq. (3) may be chosen arbitrarily. With this possibility we place all Brownian particles in the origin at $t=0$: $W(x, 0) = \delta(x)$. In view of evenness of potential $U(x)$ the diffusion will go symmetrically in both directions of x -axis and the probability flow at the point $x=0$ will be equal to zero. This means that for calculation of D_∞ we can place the reflecting boundary in the origin and consider a diffusion in a positive direction of x -axis only.

Let introduce into consideration the Laplace transform of probability density

$$Y(x, s) = \int_0^\infty W(x, t) \exp(-st) dt.$$

As a result Eq. (3) becomes the second-order ordinary differential equation for function $Y(x, s)$

$$(D/2)(d^2 Y / dx^2) + (D_\zeta/2)(dU'(x)/dx)(d(U'(x)Y)/dx) - sY = 0 \quad (x > 0). \quad (4)$$

In addition to Eq. (4) we should write the normalization condition for probability density

$$\int_0^\infty Y(x, s) dx = 1/s. \quad (5)$$

Upon Floquet's theorem [5] linear homogeneous differential Eq. (4) with periodic coefficients has the next finite solution in the area $x > 0$

$$Y(x, s) = \exp(-\mu(s)x) \Phi(x, s) \quad (6)$$

where $\Phi(x, s)$ is periodic function with the same period L and $\mu(s)$ is the characteristic exponent of solution. The positive exponent $\mu(s) \rightarrow 0$ when $s \rightarrow 0$ by virtue of the fact that Eq. (4) has periodic solution at $s=0$.

Based on the limiting theorems of Laplace transform we obtain from Eq. (2)

$$D_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 \overline{x_s^2} \quad (7)$$

where

$$\overline{x_s^2} = \int_0^\infty x^2 Y(x, s) dx = \partial^2 / \partial \mu^2 \int_0^\infty \exp(-\mu x) \Phi(x, s) dx. \quad (8)$$

Because the value $\overline{x_s^2}$ enters into the limit (7) it is sufficient to find an approximate expression for the integral in Eq. (8) at $s \rightarrow 0$ (i.e. $\mu \rightarrow 0$). Taking into account the periodicity of function $\Phi(x, s)$ in Eq. (6) and the normalization condition (5) we have

$$\begin{aligned} 1/s &= \sum_{n=0}^\infty \int_{nL}^{(n+1)L} \exp(-\mu x) \Phi(x, s) dx = \\ &= \int_0^L \exp(-\mu x) \Phi(x, s) dx \sum_{n=0}^\infty \exp(-\mu nL) \simeq 1/(\mu L) \int_0^L \exp(-\mu x) \Phi(x, s) dx. \end{aligned}$$

Thus,

¹ We interpret Eq. (1) in symmetrized Stratonovich form in order to obtain parametric effects.

$$\overline{x_s^2} \approx 2/(\mu^3 L) \int_0^L \exp(-\mu x) \Phi(x,s) dx \approx 2/(\mu^2 s). \quad (9)$$

Substitution of Eq. (9) into Eq. (7) leads to a new expression for diffusion coefficient in the form of limit

$$D_\infty = 2 \lim_{s \rightarrow 0} s/(\mu^2(s)). \quad (10)$$

As it is obvious from Eq. (10) the problem is reduced to calculation of the characteristic exponent $\mu(s)$ of Eq. (4). This calculation, as a rule, presents a certain difficulties associated with a zero condition for infinite determinant [5]. But in this situation we can derive the exponent $\mu(s)$ directly from Eq. (4) based on small value of μ .

First of all, let us replace the variable $Y(x,s)$ by $Z(x,s)=[D+D_\zeta(U'(x))^2]^{1/2}Y(x,s)$ and rewrite Eq. (4) in the form

$$(D/2)d^2Z/dx^2 + (D_\zeta/2)U'(x)dU'(x)/dx dZ/dx - sZ = 0. \quad (11)$$

Since the multiplier $[D+D_\zeta(U'(x))^2]^{1/2}$ is a periodic function the characteristic exponent of Eq. (11) coincides with $\mu(s)$. By above-mentioned Floquet's theorem the characteristic exponent of Eq. (11) for an even functions $U(x)$ can be found from the equation

$$\cosh \mu L = Z_1(L,s), \quad (12)$$

where $Z_1(x,s)$ is the particular solution of Eq. (11) which satisfies the conditions

$$Z_1(0,s) = 1, \quad Z_1'(0,s) = 0. \quad (13)$$

Using a small value s we can expand $Z_1(x,s)$ in power series

$$Z_1(x,s) = z_0(x) + sz_1(x) + \dots \quad (14)$$

and obtain the next expressions after substitution Eq. (14) into Eq. (11) and equating the terms with the same powers of s

$$(D/2)d^2z_0/dx^2 + (D_\zeta/2)U'(x)dU'(x)/dx dz_0/dx = 0, \quad (15)$$

$$(D/2)d^2z_1/dx^2 + (D_\zeta/2)U'(x)dU'(x)/dx dz_1/dx = z_0.$$

The conditions for functions $z_0(x)$ and $z_1(x)$ can be found from Eqs (13), (14)

$$z_0(0) = 1, \quad z_0'(0) = 0, \quad z_1(0) = 0, \quad z_1'(0) = 0. \quad (16)$$

The solution of the first Eq. (15) with conditions (16) is very simple: $z_0(x)=1$. Substituting the expansion (14) in Eq. (1) we find approximately the characteristic exponent $\mu^2(s) \approx 2sz_1(L)/L^2$ and after substitution in Eq. (10) get the exact result

$$D_\infty = L^2/z_1(L) \quad (17)$$

where the value $z_1(L)$ has dimension of time and must be calculated from the second Eq. (15)

$$(D/2)d^2z_1/dx^2 + (D_\zeta/2)U'(x)dU'(x)/dx dz_1/dx = 1 \quad (18)$$

with condition (16).

Rewriting Eqs (16)-(18) in terms of new variable $\tau(x)=z_1(L)-z_1(x)$ we obtain

$$D_\infty = L^2/\tau(0) \quad (19)$$

where $\tau(x)$ satisfies well-known equation for the mean first-passage time

$$\tau''(x)D/2 + \tau'(x)(D_\zeta/2)U'(x)dU'(x)/dx = -1 \quad (20)$$

with boundary conditions

$$\tau'(0) = 0, \quad \tau(L) = 0. \quad (21)$$

Thus, we arrive at the conclusion that the problem of calculating the diffusion coefficient D_∞ reduces to determining the mean first-passage time of an absorbing boundary $x=L$ for Brownian particles starting from the reflecting boundary at the point $x=0$. It should be noted that the equivalence of the definitions (2) and (19) was first demonstrated in paper [6] for fixed periodic field. By analogy with the expression for free diffusion ($U(x)=0$) the diffusion coefficient (19) was called in [6] as effective constant.

Solving Eq. (20) with conditions (21) we obtain the exact formula finally for diffusion coefficient of Brownian particle in fast fluctuating periodic potential $U(x)$

$$D_\infty = D[1/L \int_0^L (1+D_\zeta(U'(x))^2/D)^{-1/2} dx]^{-2}. \quad (22)$$

As it is obvious from Eq. (22) $D_\infty < D$ for arbitrary potential profile $U(x)$, i.e. diffusion of Brownian particles accelerates in comparison with the case $U(x) = 0$. This result fully confirms the assumption previously proposed in [4]. We emphasize that the value of diffusion constant depends not on a height of potential barriers as for fixed potential [1,2], but on its gradient $U'(x)$.

It is easily to explain the phenomenon of diffusion acceleration directly from Eq. (19) as in [4]. The point is that potential barriers change a place through a random modulation and Brownian particles move from point $x=0$ to point $x=L$ more rapidly in comparison with free diffusion case (in the average particles move downhill for the most part of the distance).

Examples

Let us consider some particular shapes of potential $U(x)$. For the serrated profile $U(x)=2E|x|/L$ at $|x| \leq L/2$ we instantly arrive at Malakhov's exact result [4]

$$D_\infty = D + D_\zeta 4E^2/L^2. \quad (23)$$

On the other hand, we obtain for sinusoidal potential $U(x)=E \sin^2(\pi x/L)$ from Eq. (22)

$$D_\infty = \pi^2 D (1+\gamma^2) / [4K^2(\gamma/(1+\gamma^2)^{1/2})], \quad \gamma = \pi E/L (D_\zeta/D)^{1/2}, \quad (24)$$

where $K(k)$ is complete elliptic integral of the first kind ($0 < k < 1$). We derive from Eq. (24) at small strength D_ζ of modulating white noise ($\gamma < 1$)

$$D \approx D + D_\zeta \pi^2 E^2 / (2L^2).$$

This formula coincides with approximate result [4] obtained on the assumption of Gaussian probability density $W(x,t)$ although the real probability density is multimodal. In opposite case $\gamma \gg 1$ using the asymptotic formula for elliptic integral [7]

$$K(k) \approx \ln(4/(1-k^2)^{1/2}) \quad (k \rightarrow 1),$$

we find from Eq. (24)

$$D_\infty \approx D(\pi\gamma)^2 / (4 \ln^2 \gamma) \sim D_\zeta / (\ln^2 D_\zeta). \quad (25)$$

According to Eq. (25) the effective diffusion coefficient increases with intensity D_ζ of modulating noise but more slow than linear law (23).

At last, for periodic potential profile representing by parabolic pieces

$$U(x) = \begin{cases} 8E(x/L)^2, & |x| \leq L/4 \\ E[1-8(x/L - 1/2)^2], & L/4 \leq x \leq 3/4L \end{cases}$$

it is not difficult to derive from the exact formula (22) the following result

$$D_{\infty} = Dm^2/\ln^2(m+(1+m^2)^{1/2}), \quad m = 4E/L(D_{\zeta}/D)^{1/2}.$$

As it is seen at comparatively small intensity D_{ζ} ($m \ll 1$)

$$D_{\infty} \approx D + D_{\zeta}16E^2/(3L^2)$$

that is differed a little from formula for sinusoidal potential. Moreover, the dependence of effective diffusion coefficient on large D_{ζ} is similar to the law (25) for sinusoidal potential profile.

Conclusion

We studied the diffusion of an overdamped Brownian particle in a fast fluctuating periodic potential and calculated the effective diffusion coefficient. The exact formula (22) obtained points to a diffusion acceleration in comparison with a free diffusion case for any potential profiles. We offered an explanation of the above-mentioned phenomenon and considered the different shapes of potentials. Our results may be of interest in modern diffusive technologies.

This work has been supported by Russian Foundation for Basic Research (projects 00-15-96620, 02-02-17517), INTAS (grant 2001-0450), and Scientific Program «Universities of Russia» (project UR.01.01.008).

References

1. Festa R., d'Agliano E.G. Diffusion coefficient for a Brownian particle in a periodic field of force. I. Large friction limit // *Physica A*. 1978. Vol. 90. P. 229.
2. Medvedev S.Yu., Saichev A.I. Exact calculation of phase diffusion constant for synchronized generator // *Radiotekhnika i Elektronika*. 1979. Vol. 24, № 10. P. 2058.
3. Lindner B., Kostur M. and Schimansky-Geier L. Optimal diffusive transport in a tilted periodic potential // *Fluct. and Noise Lett.* 2001. Vol. 1, № 1. P. R25.
4. Malakhov A.N. Acceleration of Brownian particle diffusion parallel to a fast random field with a short spatial period // *Technical Physics Letters*. 1998. Vol. 24, № 11. P. 833.
5. Zwillinger D. *Handbook of Differential Equations*. 3rd ed. Boston, MA. Academic Press, 1997.
6. Weaver D.L. Effective diffusion coefficient of a Brownian particle in a periodic potential // *Physica A*. 1979. Vol. 98. P. 359.
7. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables* / Eds M. Abramowitz and I.A. Stegun. Dover Publications, Inc., New York, 1972.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 19.11.02
после доработки 14.02.03

ТОЧНЫЙ РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОЙ ПОСТОЯННОЙ ДИФФУЗИИ ВО ФЛУКТУИРУЮЩИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛАХ

А.А. Дубков

Получена точная формула для коэффициента диффузии броуновской частицы, движущейся в модулируемом белым шумом периодическом поле. Показано, что для любого потенциального профиля наблюдается ускорение диффузии по сравнению со случаем свободной диффузии. Выполнены расчеты эффективной диффузионной постоянной для различных периодических потенциалов.



Дубков Александр Александрович - родился в Горьком (1949), окончил радиофизический факультет Горьковского, ныне Нижегородского, государственного университета (1972). После окончания работает в должности доцента ННГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ННГУ (1981) в области статистической радиофизики. В настоящее время является докторантом ННГУ и заканчивает работу над докторской диссертацией. Опубликовал 50 научных статей в области статистической физики и радиофизики, теории случайных процессов, динамического хаоса и турбулентности.

E-mail: dubkov@rf.unn.ru



НОРМИРОВАННАЯ ЭНТРОПИЯ В ОЦЕНКЕ КАРДИОВАСКУЛЯРНЫХ РЕАКЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ У ОСОБЕЙ РАЗНОГО ПОЛА

О.А. Климова, М.А Семенова, Т.Г. Анищенко, Н.Б. Игошева

Исследована чувствительность сердечно-сосудистой системы к блокаде парасимпатической нервной системы интактных и кастрированных самок и самцов крыс в условиях покоя и стресса с использованием традиционных физиологических параметров и нового критерия степени сложности сигналов кровяного давления - нормированной энтропии. Результаты показали, что изменения нормированной энтропии были более выраженными по амплитуде и продолжительности по сравнению с частотой сердечных сокращений и давлением крови. Кроме того, в отличие от последних, нормированная энтропия увеличивалась у одной части крыс и уменьшалась у другой. Качественные и количественные особенности в изменениях нормированной энтропии свидетельствуют о том, что новая мера степени сложности сигналов кровяного давления может давать дополнительную информацию об изменениях в сердечно-сосудистой системе при различных воздействиях.

Введение

Поскольку данная статья имеет медицинскую направленность и медицинская терминология для большинства читателей журнала является малознакомой, считаем целесообразным привести список используемых сокращений: *E/H* - нормированная энтропия; *КД* - кровяное давление; *САД* - среднее артериальное давление; *ССС* - сердечно-сосудистая система; *ЧСС* - частота сердечных сокращений; *ЭБС* - эмоционально-болевой стресс.

Повышенную устойчивость женщин по сравнению с мужчинами к сердечно-сосудистым заболеваниям объясняют кардиопротекторным действием женских половых гормонов [1]. Вместе с тем, мало изучен вопрос о роли мужских половых гормонов в кардиоваскулярной стресс-устойчивости. Традиционные медико-биологические методы, такие как измерение *ЧСС*, определение *КД* являются недостаточно информативными и не позволяют детально проследить изменения деятельности *ССС*, что предполагает поиск новых методов для оценки реакций *ССС* на различные воздействия [2]. Показано, что даже в условиях физиологического покоя сердечный ритм не является постоянным и *ССС* может демонстрировать различные режимы колебаний. В изменениях сердечного ритма и кровяного давления обнаруживаются многие физические явления, которые традиционно являются предметом изучения нелинейной динамики: динамический

хаос, взаимная синхронизация различных частот [3]. Данное обстоятельство позволяет существенно расширить спектр традиционно используемых в медицине и физиологии методов анализа сигналов биологического происхождения за счет методов нелинейной динамики. Применение таких мер сложности системы, как размерность, ляпуновские показатели, энтропия и др., было успешным для исследования сложной природы активности ССС в здоровом и больном организме [4]. Ранее была выявлена высокая информативность нового показателя степени сложности сигнала КД - нормированной энтропии (E/H), являющейся энтропией Шеннона, нормированной на среднюю энергию системы [5]. Нами было показано, что E/H является более чувствительным критерием в оценке реакций ССС на разнообразные стрессорные ситуации по сравнению с традиционными показателями [6].

Целью наших экспериментов явилось изучение влияния женских и мужских половых гормонов на чувствительность ССС к различным воздействиям с использованием нормированной энтропии и традиционных физиологических показателей.

Материалы и методы

Эксперименты выполнены на 20 интактных и 20 кастрированных самках и самцах белых крыс линии Sprague-Dawley. Кастрация проводилась за 3 недели до начала опыта. Через 3 недели крысам имплантировали полиэтиленовые катетеры в брюшную аорту через бедренную артерию для прямого измерения КД и в бедренную вену для введения атропина сульфата (0.2 мг/100г веса), блокирующего парасимпатический (холинергический) отдел вегетативной нервной системы. Регистрацию сигналов КД осуществляли с помощью измерительно-вычислительного комплекса [5] с частотой дискретизации 500 Гц. Время записи одной реализации составляло 30 секунд. При цифровой обработке сигнала КД получали параметры САД и ЧСС. Вычисление E/H производили с помощью программы «Observer», используя алгоритм для расчета степени упорядоченности сигналов КД [5].

В течение трех дней одно и то же животное подвергалось трем различным воздействиям: введению атропина, ЭБС в виде 60-минутной иммобилизации и ЭБС на фоне атропинизации. Во всех опытах сигналы КД регистрировались через каждые 5-10 минут в течение 2 часов после введения фармакологического препарата, в течение 60 минут при ЭБС и 60 минут после отмены стресса (восстановительный период). Статистическая обработка полученных данных проводилась с помощью пакета программ Statistica 5.0. Для исследования влияния отдельных факторов (пола, атропина) на изучаемые гемодинамические параметры использовался метод дисперсионного анализа (ANOVA/MANOVA) с постхоковым анализом ранговым тестом Duncan. Различия считались достоверными при $p < 0.05$.

Результаты исследования

Результаты исследований показали, что кастрация вызывала увеличение исходных значений ЧСС примерно в одинаковой степени у женских и мужских особей крыс по сравнению с интактными животными (на 12% и 11%, соответственно) и не повлияла на уровень САД ни у самок, ни у самцов. Это свидетельствует о том, что на исходные уровни ЧСС модулирующий тормозной эффект оказывают не только эстрогены, но и андрогены.

Введение атропина интактным животным вызывало более значительное

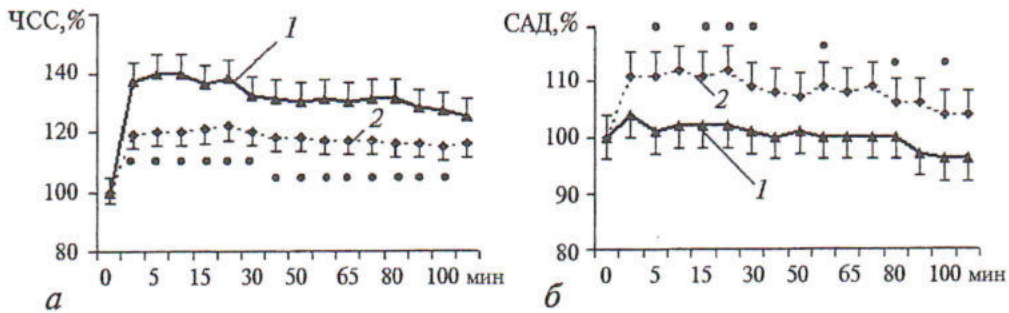


Рис. 1. Изменения ЧСС у самок (а) и САД у самцов (б) белых крыс при введении атропина: 1 - интактные; 2 - кастрированные животные. Здесь и далее: (*) - $p < 0.05$ относительно группы интактных животных

увеличение ЧСС (тахикардия) у самок (25-40%) по сравнению с самцами (17-38%). Кастрация изменила это соотношение: амплитуда реакции ЧСС на введение препарата у кастрированных самцов оказалась выше (17-30%), чем у кастрированных самок (15-22%). Причиной такой инверсии является то, что кастрация снизила реакцию ЧСС на атропин у самок (рис. 1, а), но не изменила ее

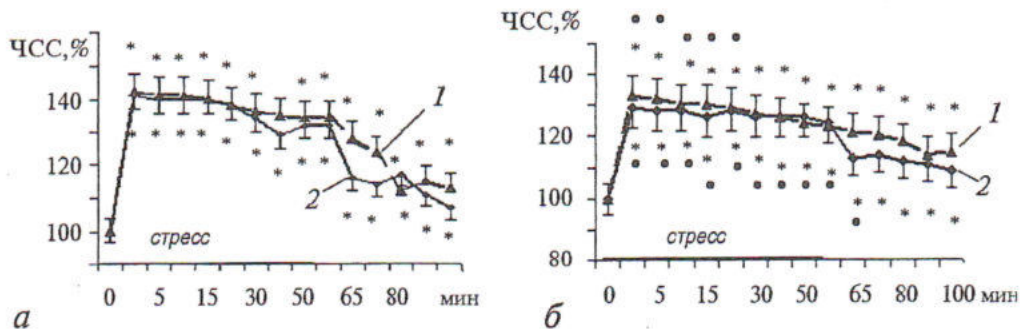


Рис. 2. Изменения ЧСС у интактных (а) и кастрированных (б) самцов 1 и самок 2 белых крыс при ЭБС. Здесь и далее: (*) - $p < 0.05$ относительно исходного уровня

у самцов. Чувствительность САД к введению атропина после кастрации увеличилась у самцов (рис. 1, б) и не изменилась у самок.

При ЭБС как у интактных, так и у кастрированных животных отмечалось значительное учащение ЧСС и повышение САД по сравнению с исходным уровнем. Повышенные значения ЧСС сохранялись в течение всего ЭБС как у интактных, так и у кастрированных самок и самцов. Вместе с тем, после кастрации уровень ЧСС у самок и самцов во время ЭБС был ниже, чем у интактных животных (рис. 2). После окончания ЭБС (в восстановительный период) различий в уровне ЧСС между интактными и кастрированными самками и самцами не наблюдалось. У кастрированных самцов, но не у самок, отмечалась более значительная продолжительность гипертензивных реакций по сравнению с интактными животными (в течение 120 и 60 минут исследования, соответственно).

У интактных животных сочетанное воздействие ЭБС и атропина сопровождалось тахикардией и гипертензией, более выраженными у самцов, чем у самок (рис. 3). Кастрация усилила гипертензивные реакции на данное комбинированное воздействие у самок (на 7-15%) и у самцов (3-5%), снизив при этом уровень тахикардии у самцов (на 11-17%), но не у самок (рис. 4). В результате у кастрированных животных на фоне более высоких гипертензивных ответов на

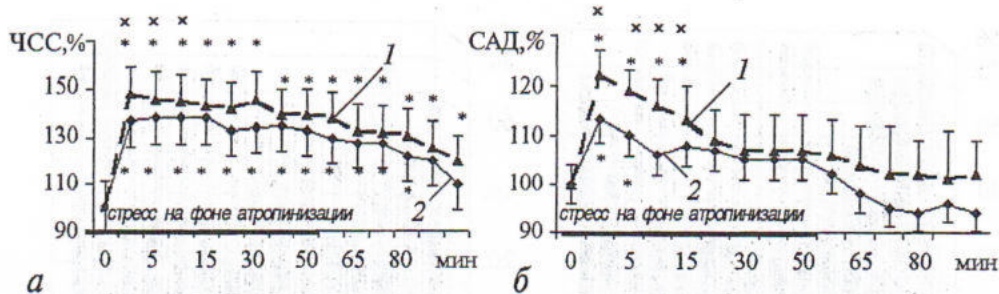


Рис. 3. Изменения ЧСС (а) и САД (б) у интактных самцов 1 и самок 2 белых крыс при стрессе на фоне атропинизации. (x) - $p < 0.05$ относительно самок

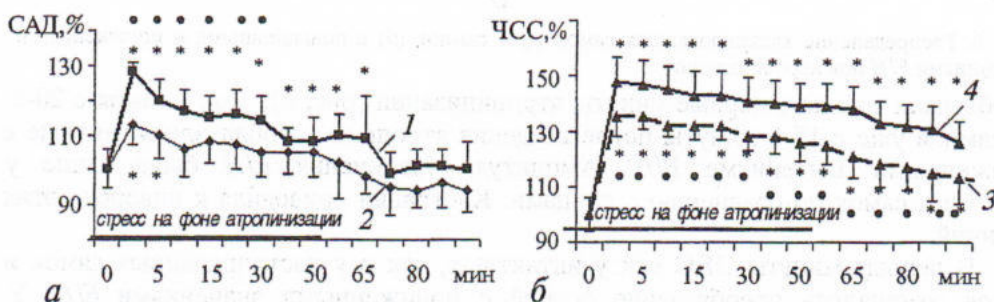


Рис. 4. Изменения САД у самок (а) и ЧСС у самцов (б) белых крыс при стрессе на фоне атропинизации: кастрированных 1 и 3; интактных 2 и 4

ЭБС и атропин величина их у самцов была по-прежнему выше, чем у самок. Однако уровень тахикардии при этом был одинаков у самок и самцов.

В отличие от физиологических показателей, которые всегда увеличивались, E/H возрастала у одних животных, что свидетельствовало об увеличении степени хаотичности сигналов КД, и уменьшалась у других, что характеризовало увеличение степени упорядоченности сигналов КД. Изменения E/H по амплитуде и продолжительности были более выраженными по сравнению с изменениями ЧСС и САД.

При атропинизации интактных животных у самок число особей с повышенной E/H было больше, чем у самцов. Примерно у 80% интактных самок повышенные значения E/H сохранялись на протяжении всего эксперимента (рис. 5, а). Среди интактных самцов, начиная с 30-й минуты после введения атропина, также наблюдалось преобладание особей с повышенными значениями E/H (рис. 5, б).

У кастрированных самок и самцов особи с повышенными значениями E/H

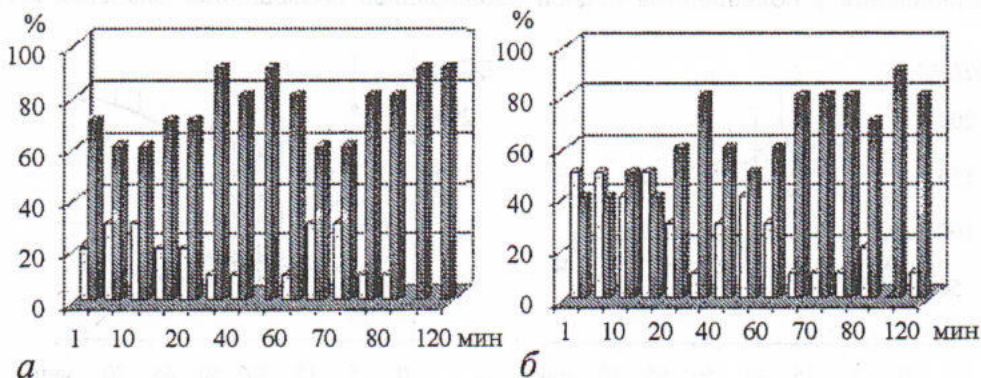


Рис. 5. Распределение интактных самок (а) и самцов (б) с повышенной и пониженной E/H при атропинизации. Здесь и на следующих рисунках количеству особей с повышенными значениями E/H соответствуют черные столбики, с пониженными - белые

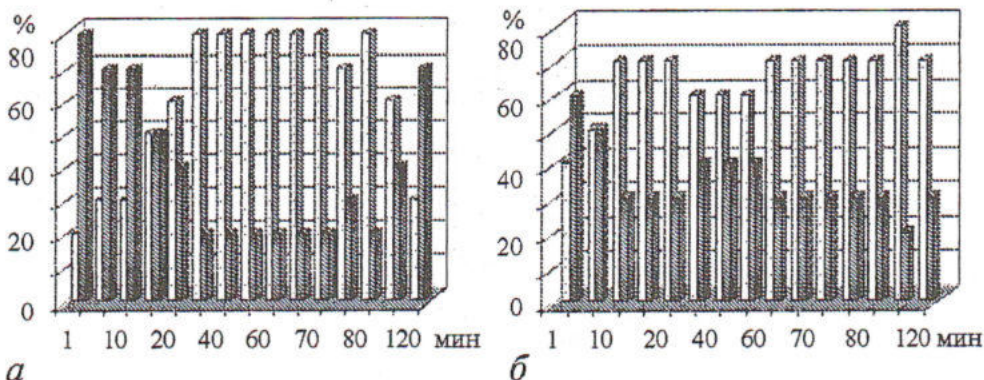


Рис. 6. Распределение кастрированных самок (а) и самцов (б) с повышенными и пониженными значениями E/H при атропинизации

преобладали только в первые минуты атропинизации (рис. 6). Так, у самок с 20-й, а у самцов уже с 15-й минуты после введения атропина преобладали животные с пониженными значениями E/H . Амплитуда увеличения E/H была выше у интактных самок по сравнению с самцами. Кастрация приводила к инверсии этих различий.

В первые минуты ЭБС как у интактных, так и у кастрированных самок и самцов отмечалось преобладание особей с пониженными значениями E/H . У интактных животных число особей с пониженной E/H было больше у самцов (60-90%) по сравнению с самками (60-70%). Уже к началу восстановительного периода у интактных самок и самцов преобладали особи с повышенной E/H . У кастрированных же самок и самцов преобладание особей с повышенными значениями E/H наблюдалось только к концу восстановительного периода.

При стрессе на фоне атропинизации у интактных самцов амплитуда увеличения E/H была выше, чем у самок (рис. 7, а). Напротив, у кастрированных животных до 30 минут воздействия более значительное увеличение E/H наблюдалось у самок по сравнению с самцами (рис. 7, б). В первые минуты сочетанного воздействия стресса и атропина как у интактных, так и у кастрированных самок и самцов преобладали особи с пониженной E/H . Уже с 15-й минуты воздействия у большинства интактных самок, но не у самцов, наблюдались повышенные значения E/H (рис. 8). В восстановительном периоде у интактных самок преобладали особи с пониженными значениями E/H , а у самцов - с повышенными. У кастрированных самок, в отличие от интактных, в период восстановления у большинства особей наблюдались повышенные значения E/H

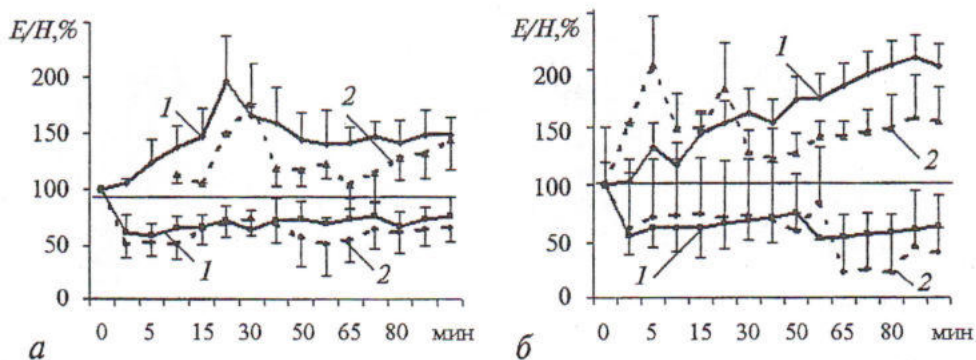


Рис. 7. Изменение E/H у интактных (а) и кастрированных (б) самцов 1 и самок 2 белых крыс при ЭБС на фоне атропинизации

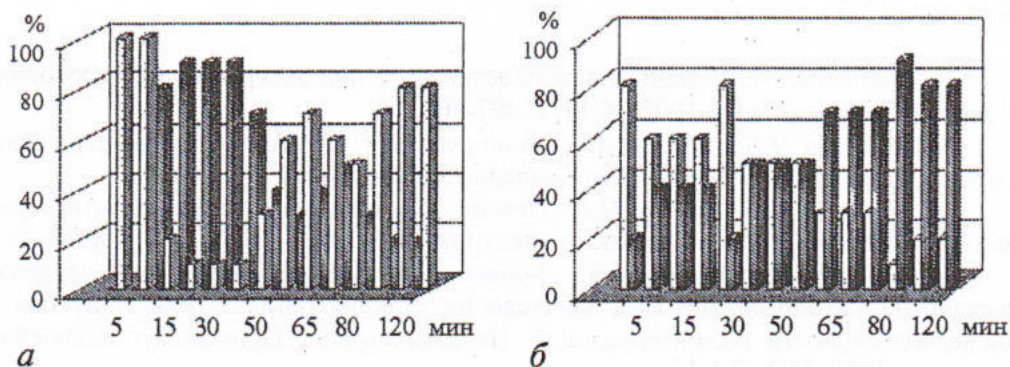


Рис. 8. Распределение intactных самок (а) и самцов (б) с повышенными и пониженными значениями E/N при ЭБС на фоне атропинизации

(рис. 9, а). У кастрированных самцов, в отличие от intactных, особи с повышенными значениями E/N преобладали почти на всем протяжении воздействия (рис. 9, б).

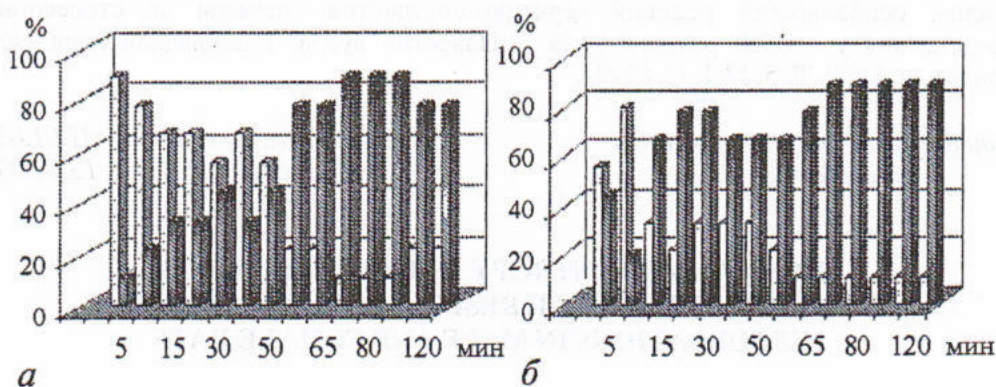


Рис. 9. Распределение кастрированных самок (а) и самцов (б) с повышенными и пониженными значениями E/N при ЭБС на фоне атропинизации

Таким образом, кастрация самок и самцов, оказывая однонаправленное влияние на базальные значения гемодинамических параметров, вызывает зависимые от пола и состояния животных изменения в сердечно-сосудистой чувствительности к атропину. Увеличение базальных уровней ЧСС после кастрации как у самок, так и у самцов и более высокая интенсивность и продолжительность гипертензивных ответов на различные воздействия у кастрированных самцов по сравнению с intactными свидетельствует о модулирующем влиянии как женских, так и мужских половых гормонов на эффективность холинергической регуляции ССС в условиях покоя и стресса. Количественные и качественные особенности изменений показателя E/N при указанных воздействиях, проявляющиеся в разнонаправленности этих изменений, более выраженной амплитуде и длительности по сравнению с изменениями ЧСС и САД, свидетельствуют о том, что нормированная энтропия, характеризующая степень сложности сигналов КД, отражает такие изменения в ССС, которые не регистрируются традиционными гемодинамическими параметрами. Следовательно, использование нормированной энтропии в качестве дополнительного критерия является перспективным для более глубокого анализа активности ССС при различных воздействиях.

Исследования выполнены при частичной поддержке грантом CRDF (REC-006) и грантом Министерства образования России РД 02-1.4-261.

Библиографический список

1. Матюшин А.И. Защитная роль эстрадиола при экстремальных состояниях // Бюл. эксп. биол. и мед. 1992, № 11. С.497-500.
2. Игошева Н.Б., Павлов А.Н., Анищенко Т.Г. Методы анализа сердечного ритма. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2001. 120 с.
3. Анищенко Т.Г., Янсон Н.Б., Павлов А.Н. Может ли режим работы сердца быть регулярным? // Радиотехника и электроника. 1996. Т. 42, № 8. С. 1005-1010.
4. Павлов А.Н., Янсон Н.Б., Анищенко В.С. и др. Диагностика сердечно-сосудистой патологии методом вычисления старшего показателя Ляпунова по последовательности RR-интервалов // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998, № 2. С.3-14.
5. Анищенко В.С., Сапарин П.И., Сафонова М.Ф. Измерительно-вычислительный комплекс для диагностики сложных режимов автоколебаний // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37, № 3. С. 467-478.
6. Анищенко Т.Г., Игошева Н.Б., Хохлова О.Н. Нормированная энтропия в оценке особенностей реакций сердечно-сосудистой системы на стрессорные воздействия у особей разного пола // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5, № 1. С. 81-92.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 31.01.03
после доработки 15.04.03

NORMALIZED ENTROPY IN THE EVALUATION OF CARDIOVASCULAR RESPONSES TO DIFFERENT PERTURBATIONS IN MALE AND FEMALE RATS

O.A. Klimova, M.A. Semyonova, T.G. Anishchenko, N.B. Igosheva

In this research we studied the cardiovascular sensitivity to parasympathetic blockade in normal and castrated male and female rats under usual and stress conditions using the traditional physiological measures and a new measure of complexity of blood pressure dynamics - normalized entropy E/H . The results showed that changes in E/H were more pronounced and prolonged in comparison with heart rate and blood pressure. Also, unlike the latter, E/H increased in one part of rats and decreased in another part of ones. These quantitative and qualitative particularities in E/H changes give evidence that using a new measure of complexity degree of blood pressure signal one can receive an additional information about the changes in cardiovascular system evoked by different perturbations.



Климова Оксана Анатольевна - родилась в Кушке (1978), окончила биологический факультет СГУ (2000). Аспирантка кафедры радиофизики СГУ. Имеет 5 опубликованных работ. В настоящее время работает над кандидатской диссертацией. Занимается исследованием роли гормональных и генетических факторов в формировании половых особенностей кардиоваскулярной стресс-реактивности и стресс-устойчивости с привлечением традиционных физиологических и математических методов изучения сердечно-сосудистой системы.



Семенова Мария Алексеевна - родилась в Москве (1980), окончила биологический факультет СГУ (2002). Аспирантка кафедры физиологии человека и животных СГУ. Имеет 4 опубликованных работы. Занимается исследованием роли половых гормонов в стресс-реактивности и стресс-устойчивости сердечно-сосудистой системы с использованием традиционных физиологических методов и методов нелинейной динамики.



Анищенко Татьяна Григорьевна - родилась в Ульяновске, окончила биологический факультет СГУ (1964). С 1966 года и по настоящее время работает на кафедре физиологии человека и животных. С 1995 года заведует кафедрой физиологии человека и животных. Защитила кандидатскую диссертацию (1967), докторскую диссертацию на тему «Половые аспекты проблемы стресса и адаптации» (1993). Имеет 135 опубликованных работ. Под ее руководством защищены 4 кандидатских диссертации. В последние годы занимается исследованием возможности применения методов нелинейной динамики к анализу стрессорных изменений сердечно-сосудистой системы.



Игошева Наталья Борисовна родилась в Саратове (1968), окончила биологический факультет СГУ (1990). С 1992 по 1997 работала ассистентом на кафедре человека и животных. В 1997 году защитила кандидатскую диссертацию на тему «Половые различия в стресс-реактивности и стресс-устойчивости у белых крыс». В 2002 году было присвоено научное звание доцента. Имеет 55 опубликованных работ. С 1998 по 2001 была участником 9 международных и отечественных научных грантов. В последнее время занимается исследованиями, связанными с разработкой новых прогностических критериев индивидуальной стресс-устойчивости сердечно-сосудистой системы. В настоящее время проходит стажировку в Институте репродукции и биологии развития при Императорском колледже (Лондон) и работает над докторской диссертацией.



НОРМИРОВАННАЯ ЭНТРОПИЯ КАК ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ К БЛОКАДЕ НЕРВНОЙ РЕГУЛЯЦИИ У КРЫС РАЗНОГО ПОЛА

Т.Г. Анищенко, О.В. Глушкова-Семякина

В опытах на крысах разного пола исследована чувствительность сердечно-сосудистой системы к блокаде важнейших звеньев регуляции - симпатического и парасимпатического отделов вегетативной нервной системы с использованием физиологических параметров - частоты сердечных сокращений, артериального давления, а также нового критерия степени сложности сигналов кровяного давления - нормированной энтропии. Результаты опытов показали, что сердечно-сосудистая система самок более чувствительна к действию фармакологических препаратов, блокирующих симпатические и парасимпатические влияния. Эти факты свидетельствуют о более существенном вкладе вегетативных отделов нервной системы в регуляцию деятельности сердца и сосудов у самок по сравнению с самцами. Показано, что нормированная энтропия является более чувствительным критерием изменений в сердечно-сосудистой системе у крыс разного пола при фармакологических воздействиях, чем физиологические параметры. Данные исследования свидетельствуют о перспективности применения нового критерия степени сложности сигналов кровяного давления в оценке чувствительности сердечно-сосудистой системы к различным внешним и внутренним раздражителям.

Введение

Сердечно-сосудистые заболевания являются одной из основных причин смертности во всех цивилизованных странах. При этом, по данным медицинской статистики, мужчины по сравнению с женщинами обладают повышенной склонностью к гипертонии, инфаркту миокарда [1]. Вполне очевидно, что различная у мужчин и женщин устойчивость сердечно-сосудистой системы (ССС) к повреждениям обеспечивается многочисленными системными механизмами, среди которых, по мнению некоторых авторов [2], немаловажную роль играет нервная регуляция ССС (симпато-парасимпатические влияния [3,4]), имеющая разную степень активности в мужском и женском организме. Современная диагностика испытывает потребность в точных методах для выявления ранних форм сердечно-сосудистых заболеваний. И хотя частота сердечных сокращений (ЧСС), артериальное давление (АД), электрокардиограмма остаются традиционно применяемыми индикаторами состояния ССС, за последние годы возник интерес к применению методов нелинейной динамики для оценки сложной реактивности

ССС. Возможность применения этих методов основана на факте наличия в ССС даже в состоянии покоя нерегулярного режима колебаний. В наших предыдущих исследованиях была показана высокая чувствительность нормированной энтропии (E/H), являющейся энтропией Шеннона, нормированной на среднюю энергию сигнала, к изменениям в ССС при различных стрессорных воздействиях [5].

Целью настоящих исследований явилось изучение чувствительности ССС к блокаде симпатических и парасимпатических влияний у крыс разного пола с использованием физиологических показателей - ЧСС, АД и нового критерия степени сложности сигналов кровяного давления - E/H .

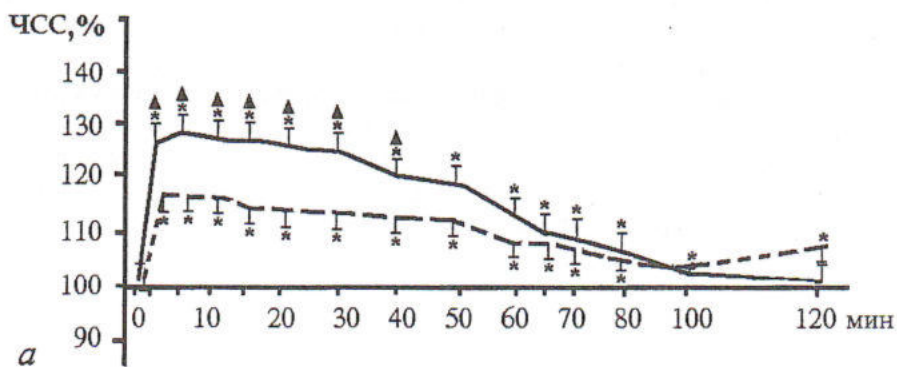
Материалы и методы

Эксперименты выполнены на беспородных самках и самцах белых крыс. Запись сигналов кровяного давления (КД) осуществляли на специальной установке для прямой регистрации ЧСС и АД с помощью катетерной технологии. Вживление катетеров под общим нембуталовым наркозом (0.35-0.4 мг/100 г) осуществлялось в сосуды - в артериальный для записи сигналов КД и в венозный для введения фармакологических препаратов: атропина (0.2 мг/100 г), блокирующего парасимпатические влияния; пропранолола (0.1 мг/100 г), подавляющего симпатические влияния. Для вычисления степени сложности сигналов КД использовали алгоритм расчета E/H [6]. Статистическая обработка экспериментальных данных, полученных при фармакологических и стрессорном воздействиях, осуществлялась в программе Statistica for Windows с помощью параметрических и непараметрических критериев для сопряженных выборок (между самцами или самками относительно исходных значений, на графиках «*») и несопряженных выборок, (между самками и самцами, на графиках «▲»). Данные представлены как средние значения плюс-минус стандартная ошибка среднего. При обработке экспериментальных данных все статистические выводы делались с уровнем значимости $p < 0.5$.

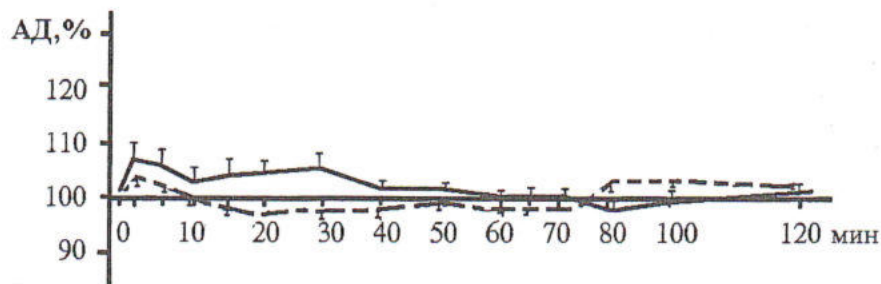
Результаты исследования и их обсуждение

Блокада холинергической системы атропином сопровождалось длительным увеличением ЧСС (тахикардия) без каких-либо значительных изменений в АД (рис. 1). При этом, несмотря на более низкие исходные значения пульса у самок по сравнению с самцами (375 ± 12 и 400 ± 8 уд/мин, соответственно), уровень тахикардии у крыс женского пола при введении атропина был более выражен (23-29%), чем у крыс мужского пола (15-17%). Отметим, что, несмотря на более высокие значения ЧСС, восстановление исходного ритма сердечных сокращений у самок происходило быстрее, чем у самцов. Так, повышенные значения ЧСС у самок сохранялись в течение 80 минут, в то время как у самцов - в течение 120 минут исследования.

Введение пропранолола, блокирующего симпатические влияния на сердце, сопровождалось длительным урежением ритма сердечных сокращений (брадикардия), выраженным в большей степени и у большего числа самок (67%) по сравнению с самцами (58%) (рис. 2, а). Так, на протяжении 80 минут после введения пропранолола уровень брадикардии у самок составлял 10-21%, а у самцов - 12-14%. К концу наблюдения (на 80-100 минут) у самок отмечалось еще более выраженное урежение пульса (23-25%, а у самцов только 8-12%). Однако уже к 120-й минуте эксперимента как у самок, так и у самцов наблюдалось

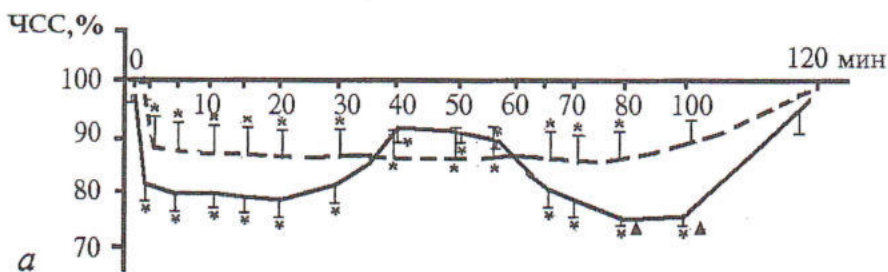


а

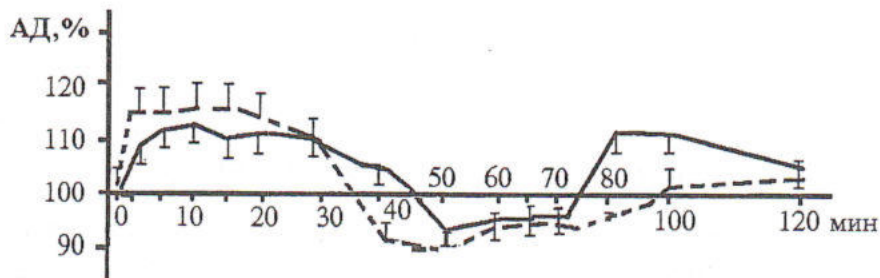


б

Рис. 1. Изменения ЧСС (а), АД (б) при введении атропина у самок (сплошная линия на всех рисунках) и самцов (штриховая линия на всех рисунках). Здесь и далее: (*) - $p < 0.05$ относительно исходного уровня, (Δ) - $P < 0.05$ относительно самцов



а

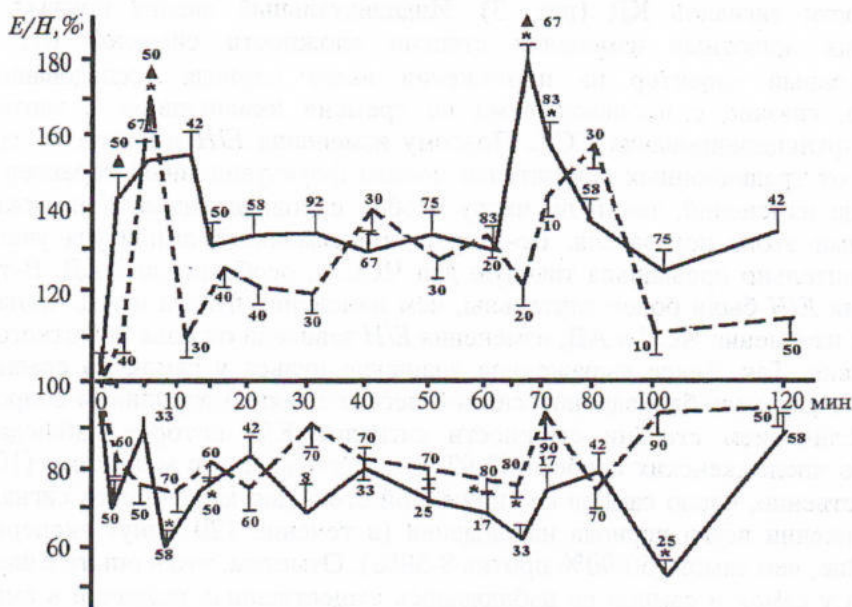


б

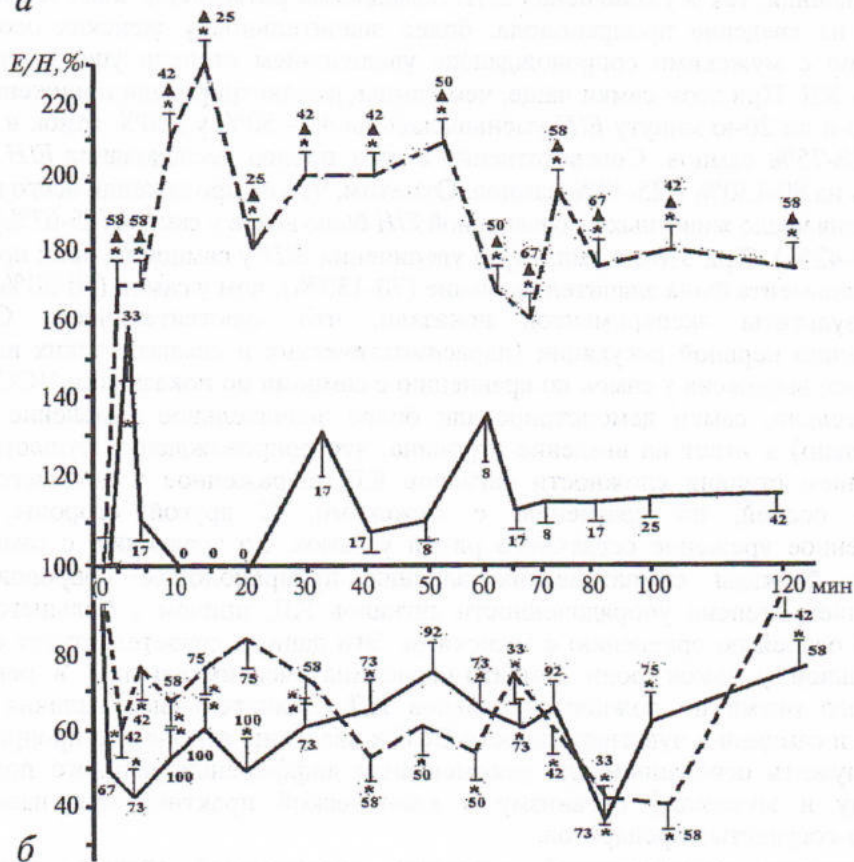
Рис. 2. Изменения ЧСС (а), АД (б) при введении обзидана у самок и самцов

восстановление исходного уровня сердцебиений. При этом брадикардия сопровождалась кратковременным компенсаторным увеличением АД у 58% самок и лишь у 16% самцов (рис. 2, б). Отметим, что исходные значения ЧСС и АД у самок и самцов были примерно одинаковы.

В динамике степени хаотичности сигналов КД при сравнении с изменениями физиологических показателей можно выделить ряд особенностей. Во-первых, E/H



a



б

Рис. 3. Изменения E/H при введении атропина (*a*) и обидана (*б*) у самок и самцов. Числа соответствуют количеству животных в % с указанными значениями показателей относительно общего количества испытуемых

на всем протяжении исследования увеличивалась у одной части животных и уменьшалась у другой, отражая, соответственно, повышение и снижение степени хаотичности сигналов КД (рис. 3). Индивидуальный анализ показал, что у некоторых животных изменения степени сложности сигналов КД носили колебательный характер на протяжении всего периода исследования, что, вероятно, связано с происходящими во времени изменениями в хаотическом режиме функционирования ССС. Поэтому изменения E/H в целом по группе в отличие от традиционных показателей носили флуктуационный характер как по амплитуде изменений, так и по числу особей с повышенными и пониженными значениями этого показателя. Во-вторых, максимальная амплитуда увеличения E/H значительно превышала таковую для ЧСС и, особенно, для АД. В-третьих, изменения E/H были более длительны, чем изменения пульса и АД. Однако, так же как и изменения ЧСС и АД, изменения E/H зависели от пола животного и вида воздействия. Так, более выраженное учащение пульса у самок по сравнению с самцами в условиях блокады парасимпатических влияний атропином сопровождалось увеличением степени сложности сигналов КД, которое наблюдалось у большего числа женских особей (42-92%) по сравнению с мужскими (10-50%). Соответственно, число самцов со сниженной степенью хаотичности сигналов КД на протяжении всего периода наблюдения (в течение 120 минут эксперимента) было выше, чем самок (50-90% против 8-58%). Отметим, что в опыте с введением атропина у самок и самцов не наблюдалось существенных различий в амплитуде как увеличения, так и уменьшения E/H . Замедление ритма сердечных сокращений в ответ на введение пропранолола, более значительное у женских особей по сравнению с мужскими сопровождалось увеличением степени упорядоченности сигналов КД. При этом самки чаще, чем самцы, демонстрировали понижение E/H . Так, с 10-й по 20-ю минуту E/H уменьшалась на 40 - 50% у 100% самок и на 18 - 30% у 58-75% самцов. Соответственно в этот период исследования E/H увеличивалась на 80-130% у 25-42% самцов. Отметим, что на протяжении всего периода наблюдения число животных с повышенной E/H было выше у самцов (25-67%), чем у самок (8-42%). При этом и амплитуда увеличения E/H у самцов на всем протяжении эксперимента была значительно выше (70-130%), чем у самок (10-30%).

Результаты экспериментов показали, что чувствительность ССС к выключению нервной регуляции (парасимпатических и симпатических влияний) была более выражена у самок по сравнению с самцами по показаниям ЧСС и E/H . Действительно, самки демонстрировали более значительное изменение пульса (тахикардию) в ответ на введение атропина, что сопровождалось существенным увеличением степени сложности сигналов КД, выраженное у большего числа женских особей, по сравнению с мужскими. С другой стороны, более существенное урежение сердечного ритма у самок, по сравнению с самцами, в условиях блокады симпатических влияний пропранололом сопровождалась увеличением степени упорядоченности сигналов КД, причем у большего числа женских особей по сравнению с мужскими. Эти данные свидетельствуют о более значительной у самок роли симпато-парасимпатических влияний в регуляции сердечного ритма и сложности сигналов КД. Значительные различия между самками и самцами в чувствительности ССС к введению атропина и пропранолола могут служить основанием для рекомендации дифференцированного подхода к женскому и мужскому организму в клинической практике при назначении сердечно-сосудистых препаратов.

Динамика нормированной энтропии, отражающей степень сложности сигналов, имела ряд особенностей, которые наблюдались во всех сериях экспериментов. Изменения E/H , в отличие от ЧСС и АД, были разнонаправленными, более выраженными по амплитуде и длительности. Эти качественные и

количественные особенности динамики E/H в условиях блокады симпатических и парасимпатических влияний позволяют считать, что показатель степени сложности сигналов КД, отражающий влияние на ССС многочисленных нервных и гуморальных факторов [7], выявляет более глубокие и длительные изменения в активности ССС, чем регистрируемые физиологическими показателями. Наши данные об изменении E/H при введении атропина согласуются с результатами исследователей [8,9], которые обнаружили положительную корреляцию между активностью парасимпатической системы и изменениями «approximate entropy» и «two-dimensional entropy», соответственно.

Таким образом, результаты наших исследований доказывают перспективность применения E/H к оценке активности ССС при различных внешних и внутренних воздействиях. Следует особо отметить, что функциональные нарушения в ССС (подавляющий эффект пропранолола в отношении сердечного ритма) сопровождался существенным снижением E/H , то есть увеличением степени упорядоченности сигналов КД у подавляющего числа животных, а в ряде случаев - на 10-20-й минутах исследования у всех самок и у большей части самцов. Эти факты дают основание считать, что E/H может применяться наряду с физиологическими показателями в качестве дополнительного маркера функциональных нарушений в ССС.

Исследования выполнены при частичной поддержке грантом CRDF (REC-006) и грантом Министерства образования России РД 02 -1.4-261.

Библиографический список

1. Stoney C.M., Davis M.C., Matthews K.A. Sex differences in physiological responses to stress and coronary heart disease: a causal link? *Psychophysiol.* 1987. Vol. 24. P. 127-131.
2. Dart A., Xiao-Jun D., Bronwyn A. Gender, sex hormones and autonomic nervous control of the cardiovascular system // *CVRA.* 2001. 0515: R1.
3. Н.Н. Алимов. Пейсмекерные клетки сердца: электрическая активность и влияния вегетативных нейромедиаторов // *Успехи физиол. наук.* 1993. Vol. 24 (2). P. 37-64.
4. Общий курс физиологии человека и животных. Кн. 2: Физиология висцеральных систем. М.: Изд-во: «Высшая школа», 1991. С. 350.
5. Anishchenko T., Igosheva N., Yakusheva T., Glushkovskaya-Semyachkina O., Khokhlova O. Normalized entropy applied to the analysis of interindividual and gender-related differences in the cardiovascular effects of stress // *Eur. J. Appl. Physiol.* 2001. Vol. 85. P. 287-298.
6. Анищенко В.С., Сапарин П.И., Сафонова М.Ф. Измерительно-вычислительный комплекс для диагностики сложных режимов автоколебаний // *Радиотехника и электротехника.* 1998. Т.37, № 3, С.467-472.
7. Persson P.B. Modulation of cardiovascular control mechanisms and their interaction // *Physiol. Rev.* 1996. Vol. 76. P. 193-244.
8. Ryan S.M., Goldberger A.L., Pincus S.M., Mietus J., Lipsitz L.A. Gender and age-related differences in heart rate dynamics: Are women more complex than men? // *J. Am. Coll. Cardiol.* 1994. Vol. 24. P. 1700-1707.
9. Kanters J.K., Holstein-Rathlou N.H., Agner E. Two dimensional entropy as a measure of parasympathetic activity. A method of quantifying non-linear patterns of heart rate variability // *J. Mol. Cell. Cardiol. (Abstract).* 1994. Vol 26. P. CXX.

*Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 3.04.03
после доработки 22.05.03*

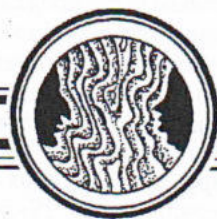
NORMALIZED ENTROPY AS AN ADDITIONAL CRITERIA OF CARDIOVASCULAR RESPONSIVITY TO NERVE REGULATION BLOCKADE IN RATS OF BOTH SEXES

T.G. Anishchenko, O.V.Glushkovskaya-Semyachkina

In experiments on rats of both sexes we investigated the sensitivity of cardiovascular system to sympathetic and parasympathetic blockade using physiological parameters - heart rate, arterial pressure and a new criteria of complexity of blood pressure dynamics - normalized entropy. The results showed that in females compared with males cardiovascular system is more sensitive to pharmacological agents blocking the sympathetic and parasympathetic influences. These facts suggest that autonomic nerves regulation of cardiovascular system is more pronounced in females than in males. The normalized entropy was demonstrated to be more sensitive criteria of changes in cardiovascular system induced by pharmacological agents. Our data suggested that new measure of the complexity degree of blood pressure dynamics may be useful for evaluation of cardiovascular response to different external and internal perturbations.



Глушковская-Семячкина Оксана Валерьевна - родилась в 1975 году. Окончила Саратовский государственный университет по специальности биология (1999). Защитила кандидатскую диссертацию (2002). Работает ассистентом на кафедре физиологии человека и животных. Имеет 47 публикаций. Принимала участие в 6 международных и 5 российских научных конференциях. Занимается исследованиями механизмов половых особенностей адаптации сердечно-сосудистой системы к стрессам с использованием физиологических подходов и методов нелинейной динамики.



**К 100-ЛЕТИЮ О.В. ЛОСЕВА,
ПЕРВОГО КОНСТРУКТОРА ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ
ГЕНЕРАТОРОВ И УСИЛИТЕЛЕЙ**

Д.А. Усанов

В феврале 1922 года наш соотечественник Олег Владимирович Лосев сделал первое сообщение о новом явлении, открытом им, - способности генерировать и усиливать электромагнитные колебания с помощью схемы, в которой функции активного элемента выполняет детекторный диод с контактом металл - полупроводник. В качестве полупроводника им использовался цинкит (ZnO). Контакт с цинкитом осуществлялся с помощью металлического острья. Генерация наблюдалась при напряжении от источника питания примерно 8-12 В, подключенном к детектору через балластное сопротивление 1000-1500 Ом. На вольтамперной характеристике полупроводникового диода присутствовал участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением. В своей публикации Лосев отмечает, что подобная способность генерировать электромагнитные

колебания демонстрировалась перед Физическим обществом в Лондоне в 1910 году при совсем иных условиях - напряжении 500 В, токе 1 А.

О.В. Лосевым была продемонстрирована возможность использования созданного им устройства в качестве автодинного приемника. Созданный приемник получил название «кристадин» (кристаллический гетеродин). В 1923 году им было сообщено о достижении с помощью такого устройства частоты генерации 12.3 МГц. В американском и французском журналах того времени отмечалось, что заявка на патентование за рубежом от О.В. Лосева не поступала и поэтому, как они выразились, он, обнаружив свое открытие, как бы подарил его миру, думая о своих коллегах-радиистах. Следует отметить, что это открытие О.В. Лосев сделал, будучи 19-летним радиолюбителем. В дальнейшем он исследовал различные эффекты, проявляемые кристадином, которые являются сегодня объектами анализа прикладной нелинейной динамики: эффекты умножения и деления частоты; режим релаксационных колебаний; возникновение за счет энергии основных колебаний сигнала низкой частоты с любым, не только целочисленным, отношением к основной частоте; генерация шума.

В 1923 году О.В. Лосев, исследуя свойства контакта металл (стальная проволока) - карборунд (SiC - карбид кремния) обнаружил свечение в области контакта. В результате своих опытов он пришел к выводу, что зарегистрированное свечение происходит без выделения тепла, его возникновение и исчезновение является малоинерционным. Исследуя различные типы контактов, он установил, что генерация света связана с дефектами в кристалле, а яркость свечения пропорциональна току через контакт и связана с его детектирующей способностью. Олег Владимирович приходит к выводу, что это свечение связано с «электронной бомбардировкой» кристалла. Им было обнаружено также свечение в цинкистных детекторах. Открытое явление О.В. Лосев предложил использовать для создания светового реле, на устройство которого он получил патент. В зарубежных изданиях этот эффект получил название *свечение Лосева*. В последствие данное явление стали называть *электролюминесценцией*. С этим открытием О.В. Лосева связывают зарождение новой научной дисциплины - *полупроводниковой оптоэлектроники*. В современной литературе, в том числе зарубежной, посвященной физике светодиодов, работы О.В. Лосева упоминаются как пионерские. В то же время отмечается, что электролюминесценцию в контакте металл - карбид кремния впервые наблюдал Раунд в 1907 году, что, по-видимому, в то время было недооценено и малозамечено.

О широте научных интересов О.В. Лосева говорит изобретение им электро-стимулятора сердечной деятельности, действие которого он испытывал на себе. Это направление относится к современной медицинской физике, привлекающей сегодня к себе внимание все большего числа научных работников и инженеров.

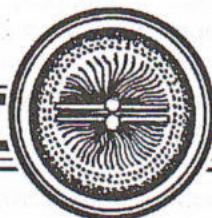
Умер Олег Владимирович в 1942 году, отказавшись от эвакуации из блокадного Ленинграда. Можно себе представить, сколько ушло вместе с ним нерезализованных и неподаренных им миру изобретений и открытий.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 17.04.2003



Усанов Дмитрий Александрович - родился в г. Менделеевске (1943), окончил Саратовский государственный университет (1965), куда после нескольких лет службы на предприятии электронной промышленности поступил на работу и где работает заведующим кафедрой физики твердого тела по настоящее время. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в области физики полупроводников и диэлектриков (1972) и доктора физико-математических наук в области радиофизики, включая квантовую радиофизику (1989). Профессор СГУ, академик МАН ВШ, заслуженный деятель науки РФ. Область научных интересов - твердотельная СВЧ-электроника, радиоволновые и оптические методы контроля, применение нелинейной динамики в полупроводниковой электронике СВЧ. Автор многих статей, патентов и изобретений по указанным выше направлениям. E-mail: UsanovDA@info.sgu.ru



ЛЕКЦИИ ПО СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ ДЛЯ ФИЗИКОВ

Том 1

Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов

© ФИЗМАТЛИТ, 2003

М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 496 с.
ISBN 5-9221-0372-5 (Т. 1)
ISBN 5-9221-0371-7

Современная сверхвысокочастотная электроника представлена в книге с технической стороны с кратким описанием физики и основ теории различных электронных ламп, а детальным описанием основных физических явлений, возникающих при взаимодействии электронных потоков с электромагнитными полями и лежащих в основе различных типов устройств. В книге уделено большое внимание математическому моделированию на ЭВМ явлений в электронных потоках на сверхвысоких частотах. Изложение ведется так, чтобы показать тесную связь сверхвысокочастотной электроники с современной нелинейной теорией колебаний и волн и теорией излучения. Особенностью книги является то, что в ней определенное место занимает история СВЧ-электроники. В первом томе книги излагаются основные понятия, методы и модели «классической» сверхвысокочастотной электроники. Также в нем рассматриваются релятивистские аналоги классических СВЧ-устройств: клистронов, ламп бегущей и обратной волны, приборов со скрещенными полями.

Лекции предназначены для физиков различных специальностей, интересующихся процессами взаимодействия электронов с электромагнитными полями, для научных работников, аспирантов и инженеров, проводящих исследования в области вакуумной СВЧ-электроники, радиофизики, радиотехники и физики плазмы. Они могут быть полезны студентам старших курсов соответствующих специальностей.

Предисловие

Самый успешный путь обучения - проделать все самому и учиться на собственных ошибках. Лучшее это пути нет. Еще один хороший путь - наблюдать, как кто-то проделывает это. Третий путь - слушать лекции о том, как и что делать; и последний стоящий путь - прочитать об этом.

Р. Компфнер

У книг по сверхвысокочастотной (СВЧ) электронике, в основном, два стиля. Наиболее распространенный можно назвать техническим. В соответствии с этим стилем большую часть книги занимает описание конструкций и параметров

соответствующих приборов, разумеется, с изложением основ их физики и элементов теории. Типичной книгой, написанной в этом стиле, является известный учебник И.В. Лебедева «Техника и приборы СВЧ» (Том I. Техника СВЧ, М.: Высшая школа, 1970 и Том II. Электроракуумные приборы СВЧ, М.: Высшая школа, 1972). Второй стиль - физический. По-настоящему в этом стиле написана, по нашему мнению, лишь одна книга - книга Л.А. Вайнштейна и В.А. Солнцева «Лекции по сверхвысокочастотной электронике» (М.: Сов. радио, 1973). Эта книга уникальна и останется на все времена, пока существует СВЧ-электроника. Но с момента её издания прошло почти тридцать лет. Книга не устарела, но стала неполной: она не отражает сегодняшнего дня СВЧ-электроники. Кроме этого, с появлением вакуумной и плазменной релятивистской электроники, лазеров на свободных электронах и вакуумной микроэлектроники к исследованиям подключились физики, не имеющие систематического образования в СВЧ-электронике. Сказанное определило появление предлагаемых читателю лекций. Это действительно лекции, которые в разном виде (общий курс, спецкурсы) читались студентам-радиофизикам Саратовского государственного университета, на Саратовских школах-семинарах по электронике СВЧ и радиофизике, на соответствующих предприятиях и в НИИ. Поскольку в последнее время оба автора занимаются нелинейной динамикой, под которой сами понимают современную теорию колебаний и волн, в книге широко используются представления и методы этого нового междисциплинарного направления в науке. В частности, использованы элементы курса лекций «Нелинейная динамика и сверхвысокочастотная электроника», который один из авторов (Д.И. Трубецков) прочитал в июне 2001 года в Сеульском национальном университете (Корея).

Ещё одна особенность лекций - в них определённое место занимает история сверхвысокочастотной электроники. М.В. Волькенштейн в своей книге «Перекрестки науки» (М.: Наука, 1972) писал: «Есть физики - и очень хорошие физики, которые не интересуются историей своей науки. Мне это не импонирует. Мне всегда казалось, что знание истории науки, более того, знание творческих индивидуальностей, её развивающих, очень обогащает мысль. В отличие от искусства наука объективна, она имеет дело с независимыми от человека законами природы. Но наука так же как и искусство, создаётся людьми, она есть и познание и творчество. Интересны не только окончательные результаты исследования, но и путь, который к ним привёл, в особенности, если этот путь был найден великим интеллектом». С этим трудно не согласиться, тем более потому, что основные идеи СВЧ-электроники выдвинули не только физики, но и лётчик Сигурд Вариан, гуманитарий Хэлл и архитектор Компфнер.

Основное внимание в книге уделено детальному описанию физических явлений, возникающих при взаимодействии электронных потоков с электромагнитными полями. Математические выкладки приводятся подробно. В ряде случаев даны алгоритмы численного решения задач на ЭВМ. Последнее авторам кажется особенно важным, потому что через всю книгу проходит попытка показать тесную связь сверхвысокочастотной электроники с современной нелинейной теорией колебаний и волн, которая невозможна без вычислительного эксперимента.

Список литературы к каждой лекции не является полностью исчерпывающим и охватывает, как правило, те работы, которые непосредственно использовались при написании лекции. В Предисловии нет краткого изложения каждой лекции, поскольку дано расширенное оглавление, повторяющееся перед текстом каждой из лекций.

Подчеркнём, что первая часть книги будет полезна как раз для физиков, которые не изучали систематически СВЧ-электронику в университете (книга

получилась очень объёмной и пришлось разбить её на два тома). В первом томе излагаются основные понятия, методы и модели «классической» сверхвысокочастотной электроники. Рассматриваются такие, уже ставшие привычными, приборы как клистроны, магнетроны, лампы бегущей и обратной волны. Во втором томе пойдет речь о таких современных областях исследований в электронике, как взаимодействие криволинейных электронных потоков с электромагнитными волнами; лазеры на свободных электронах; сверхизлучение в электронных потоках; плазменная СВЧ-электроника; сверхмощные релятивистские генераторы высокочастотного излучения; вакуумная микроэлектроника.

Лекции предназначены для физиков различных специальностей, интересующихся процессами взаимодействия электронов с электромагнитными полями (в том числе для тех, кто ранее не изучал СВЧ-электронику), для научных работников, аспирантов и инженеров, проводящих исследования в области вакуумной СВЧ-электроники, радиофизики, радиотехники и физики плазмы. Они могут быть полезны студентам старших курсов соответствующих специальностей.

*Д.И. Трубецков
А.Е. Храмов*

Содержание

Предисловие

Лекция 1. Вводная. Основные особенности сверхвысокочастотной электроники. Пять идей, которые создали СВЧ-электронику. Индивидуальное излучение заряженных частиц (спонтанное излучение классических осцилляторов). Индуцированное излучение ансамбля возбужденных классических осцилляторов. Возбуждение резонансной системы заданным током. Стационарные уравнения возбуждения линии передачи электронным потоком. Нестационарная теория возбуждения волновода током медленно меняющейся амплитуды.

Лекция 2. Элементарная кинематическая теория клистронов. Модуляция электронного потока по скорости. Кинематический анализ процесса группировки электронов в пространстве дрейфа. 100\$ идея братьев Вариан и Хансена. Клистронные усилители и умножители частоты. Некоторые результаты теории резонансных автогенераторов. Элементарная теория отражательного клистрона. Клистронный генератор с запаздыванием: от режимов монохроматических колебаний до режимов динамического хаоса.

Лекция 3. Волны пространственного заряда малой амплитуды. Гидродинамическое описание электронного потока. Волны пространственного заряда и группирование в пространстве дрейфа. Резистивный усилитель. Волны пространственного заряда в электронном потоке со столкновениями и диффузией. Двухлучевая неустойчивость (абсолютная и конвективная неустойчивость; глобальная неустойчивость). Неустойчивость Гельмгольца и об одной гипотезе образования спиц в кольцах Сатурна (многопучковая неустойчивость). Циклотронные волны. Связанные волны.

Лекция 4. Нелинейные явления в электронных потоках в гидродинамическом приближении. Неизлучательная неустойчивость Пирса. Диод Пирса: от регулярных автоколебаний к хаосу. Уравнения Годфри. Конечномерная модель колебаний в электронном потоке в диоде Пирса. Управление режимами колебаний в диоде Пирса. Нелинейные волны пространственного заряда. Моделирование нестационарных нелинейных процессов в клистроне с помощью гидродинамических уравнений.

Лекция 5. Математическое моделирование нелинейных явлений на ЭВМ и оптимизация параметров пролетных клистронов. Каскадное группирование электронного потока. Многорезонаторные клистроны. Нелинейная двумерная модель взаимодействия электронного потока с ВЧ полями в клистроне. Уравнения одномерной релятивистской теории многорезонаторного клистрона. Моделирование и оптимизация многорезонаторных релятивистских клистронов. Двумерные эффекты в многорезонаторных клистронных усилителях. Многолучевые клистроны.

Лекция 6. Индуцированное и спонтанное излучение в резонансных автогенераторах. Индуцированное излучение в автогенераторах типа О. Спонтанное излучение электрона при произвольном движении через резонатор. Связь между индуцированным и спонтанным излучением электрона в резонансных автогенераторах. Сравнение классического и квантового подхода.

Лекция 7. Магнетрон, амплитрон и другие. Кинематическая дрейфовая теория движения электронов в скрещенных статических электрическом и магнитном полях и в поле бегущей волны. Фазирувка в скрещенных полях. Расчет мощности взаимодействия и к.п.д. применительно к плоскому магнетрону. Что вносит цилиндричность в физику магнетрона. Цилиндрический магнетрон: история создания от Хэлла до Бута и Рэндала. Вильям Браун и усилитель со скрещенными полями. Карматрон и дематрон.

Лекция 8. Пространственный заряд в скрещенных полях. Пространственный заряд в скрещенных полях и три загадки магнетрона (свойства магнетрона при магнитном поле больше критического, когда генерации нет; начало генерации в магнетроне; есть ли вообще стационарный режим генерации в магнетроне). Неустойчивость электронного потока в скрещенных полях. Вычислительная физика и магнетрон. Связь с проблемой турбулентности в электронном потоке. Сложная динамика пространственного заряда в усилителе со скрещенными полями.

Лекция 9. История создания лампы бегущей волны и элементарная теория взаимодействия электронного потока с бегущей электромагнитной волной. История изобретения Рудольфом Компфнером лампы бегущей волны. Роль Джона Пирса. Анализ взаимодействия электронного потока с бегущей прямой электромагнитной волной на основе метода последовательных приближений. Квадратичная группировка. Качественное описание процесса группирования электронов в бегущей волне. Принципы подобию для приборов с длительным взаимодействием (нерелятивистские и ультрарелятивистские пучки).

Лекция 10. Нелинейная теория лампы бегущей волны. Нелинейные уравнения ЛБВО. Линеаризация нелинейных уравнений ЛБВ. Дисперсионное уравнение ЛБВ. Закон сохранения энергии в электронном потоке, взаимодействующем с бегущей электромагнитной волной. Механизм фазирувки в бегущей электромагнитной волне. Особенности и результаты решения задачи на ЭВМ. Спиральная лампа бегущей волны как основа усилительного модуля. Способы повышения к.п.д. ЛБВО.

Лекция 11. Лампа бегущей волны с цепочкой связанных резонаторов. Особенности физических процессов в ЛБВО с цепочкой связанных резонаторов. Об особенностях физических процессов вблизи границ пропускания периодической замедляющей системы. Дискретный и волновой подход к анализу

взаимодействия в ЛБВО с цепочкой связанных резонаторов. Клистрон с бегущей волной. Линейные ускорители заряженных частиц.

Лекция 12. Карсинотрон. Взаимодействие электронного потока с обратной электромагнитной волной. Карсинотрон. «Чужие следы на песке...» - история изобретения лампы обратной волны Компфнером и Эшштейном. Теория пускового режима лампы обратной волны в приближении заданного поля. Нелинейное поведение лампы обратной волны (результаты стационарной нелинейной теории) Лампа обратной волны магнетронного типа.

Лекция 13. Карсинотрон как распределенная автоколебательная система. Натурный эксперимент и нестационарная теория ЛОВ: от монохроматических автоколебаний через автомодуляцию к динамическому хаосу. Релятивистский карсинотрон: нестационарная теория и результаты численного моделирования. Влияние сил пространственного заряда и отражений от концов замедляющей структуры на генерацию в релятивистской ЛОВ. Экспериментальное исследование сложной динамики в релятивистской ЛОВ. Релятивистский карсинотрон и радиолокация.

Лекция 14. Некоторые методы решения нелинейных нестационарных задач электроники. Метод «частиц в ячейке». Учет влияния пространственного заряда. Методы расчета полей в замедляющей системе: метод эквивалентных схем и уравнение возбуждения. Конечно-разностный метод решения нестационарных уравнений релятивистского карсинотрона в лагранжевых переменных. Математическое моделирование электронных приборов с помощью самосогласованной системы уравнений Максвелла - Власова. Применение метода функционального отображения к анализу нестационарных процессов в ЛБВ с запаздывающей обратной связью.

Лекция 15. Оротрон. Взаимодействие электронного потока с полями открытых резонаторов. Излучение Смита - Парселла. Оротрон. Основные уравнения оротрона. Некоторые результаты теории оротрона. Нестационарные процессы в оротроне. Методы повышения к.п.д. оротрона. Модификации оротрона.

Зав. редакцией *Н.Н. Левина*
Редакторы *Л.А. Сидорова, Н.Н. Левина, А.Ю. Бирюкова*
Обложка и коллаж художника *Д.В. Соколова*
Оригинал-макет подготовлен *Г.А. Суминой, О.Н. Афанасьевой*
на компьютерной системе Apple Macintosh

Подписка на I полугодие 2004 года
по каталогу «Газеты и журналы», индекс 73498,
стоимость подписки на I полугодие 150 руб.

Распространение журнала по подписке и предварительным заявкам
осуществляется Государственным учебно-научным центром «Колледж»
при Саратовском государственном университете. ИНН 6452006136
Банковские реквизиты
р/с № 40603810900000000378 в ЗАО «Экономбанк» г. Саратова,
БИК 046311722, кор.счет банка 30101810100000000722
КПП 645201001

Правила подписки за рубежом на сайте: <http://www.periodicals.ru>

Сдано в набор 11.02.03. Подписано к печати 12.05.03. Формат 70x108/16
Бумага «Снегурочка». Печать трафаретная. Гарнитура Латинская
Усл. печ. л. 11,3 (8,15). Уч.-изд. л. 11,1. Тираж 200. Заказ 312

Издательство ГосУНЦ «Колледж». Лицензия ЛР №020773 от 15.05.98
410012, Саратов, ул. Астраханская, 83
Тел. (845-2)523864, факс (845-2) 523864
E-mail: and@cas.ssu.runnet.ru
<http://cas.ssu.runnet.ru>

Отпечатано на ризографе GR 3750 издательства ГосУНЦ «Колледж»

© Издательство ГосУНЦ «Колледж» 
© Оформление художника Д.В. Соколова, 2003



EDITOR-IN-CHIEF

Yu.V. Gulyaev, Member of the Russian Academy of Sciences, Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Moscow

EDITORS

D.I. Trubetskov, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Saratov University

D.A. Usanov, Member of the International Academy of Sciences of High School, Saratov University

SECRETARY-IN-CHIEF

B.P. Bezruchko, Professor, Saratov University, Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Saratov Branch

EDITORIAL BOARD

V.S. Anishchenko, Professor, Saratov University

Yu.A. Danilov, Professor, Russian Scientific Centre «Kurchatov Institute», Moscow

A.S. Dmitriev, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Moscow

S.P. Kuznetsov, Professor, Saratov University, Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Saratov Branch

P. S. Landa, Professor, Moscow University

G.G. Malinetskii, Professor, Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow

O.V. Rudenko, Professor, Moscow University

Yu.M. Romanovsky, Professor, Moscow University

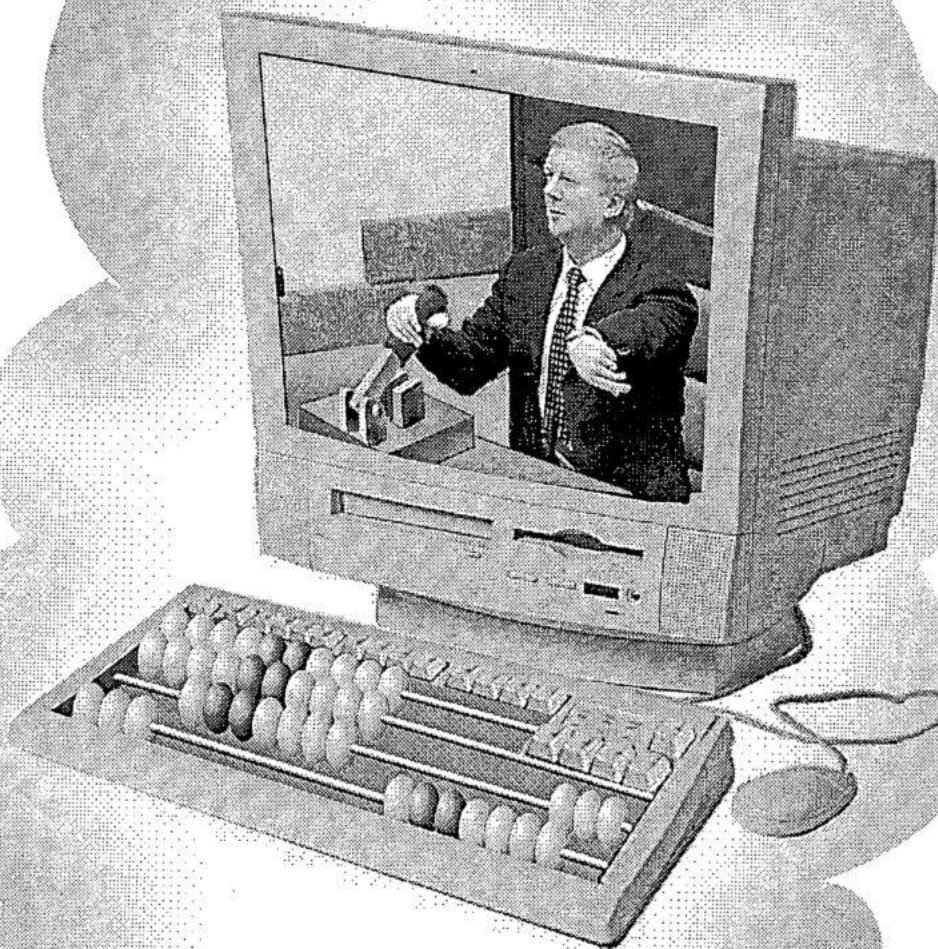
E.E. Son, Professor, Institute of Physics and Technics, Dolgoprudny

V.D. Shalfeev, Corresponding Member of the Russian Academy of Engineer Sciences, Nizhny Novgorod University

V.V. Tuchin, Professor, Saratov University

V.K. Yulpatov, PhD, Institute of Applied Physics of RAS, Nizhny Novgorod

V.G. Yakhno, Professor, Institute of Applied Physics of RAS, Nizhny Novgorod



*И при железных дорогах
лучше сохранять двуколку.*

Козьма Прутков