ISSN 0869-6632
ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Прикладная Нелинейная Динамика

3
2004

80 лет со дня рождения Бенуа Мандельброта

ИЗДАНИЕ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Издание выпуска поддержано
ФЦП «Интеграция»

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

научно-технический журнал

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год Том 12, № 3, 2004, Саратов

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ

Publication of the issue is supported by FTP «Integration»

DEPARTMENT OF EDUCATION OF RUSSIAN FEDERATION

Izvestiya VUZ

APPLIED NONLINEAR DYNAMICS

scientific-technical journal

published since 1993

Published 6 times a year Vol.12, № 3, 2004, Saratov

CONTENTS

Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004 УДК 571.3

СИНХРОНИЗАЦИЯ И КОЛЛЕКТИВНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ЦЕПОЧКИ ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

П.В. Купцов, С.П. Кузнецов

Изучается режим полной синхронизации цепочки однонаправленно связанных идентичных отображений с периодическими граничными условиями. Показано, что для хаотических отображений существует максимальная длина цепочки, при превышении которой синхронизация становится неустойчивой независимо от вида связи между отображениями. Максимальная длина цепочки зависит от ляпуновского показателя парциального отображения. Для отображений с отрицательным ляпуновским показателем режим синхронизации может быть устойчивым при любой длине цепочки. В качестве конкретного примера рассмотрена цепочка связанных логистических отображений с инерционной и диссипативной связью. Рассмотрена устойчивость режима полной синхронизации этой цепочки при различных типах индивидуальной динамики парциального отображения, а также выявлено несколько других часто наблюдаемых режимов ее поведения.

Введение

Проблема синхронизации является одной из фундаментальных как в классической теории колебаний, так и в современной нелинейной динамике. Сегодня интерес к этому явлению связан, в первую очередь, с изучением синхронизации систем со сложной, нерегулярной индивидуальной динамикой. Этому посвящено значительное число публикаций. Последние достижения в изучении этой проблемы подробно освещаются в работах [1-3].

Как известно, системы с хаотической индивидуальной динамикой при наличии связи между ними могут синхронизироваться. Выделяют три различных типа синхронизации [1]. Полная синхронизация наблюдается при взаимодействии идентичных систем и состоит в том, что в каждый момент времени значения динамических переменных связанных систем полностью совпадают. При частотно-фазовой синхронизации вводятся величины, выступающие, в определенном смысле, в качестве частоты и фазы колебаний парциальной системы, и режим синхронизации идентифицируют по совпадению этих величин. В случае обобщенной синхронизации между динамическими переменными парциальных систем обнаруживается функциональная зависимость.

В настоящей работе рассматривается случай полной синхронизации [4-7]. Этот режим демонстрируют связанные идентичные подсистемы при условии, что функция, задающая связь между ними, обращается в ноль, когда векторы состояний подсистем совпадают. Тогда, если подсистемы имеют точно одинаковые начальные состояния, то это равенство в дальнейшем сохраняется, и система совершает движение на аттракторе, который мы будем называть симметричным.

Сценарий возникновения и разрушения синхронного режима, наблюдаемый при изменении интенсивности связи, существенным образом зависит от структуры симметричного аттрактора. Если имеет место неподвижная точка или цикл, то в зависимости от величины связи он может быть либо устойчивым, либо неустойчивым. Значительно более сложная ситуация имеет место, если симметричный аттрактор является хаотическим. В этом случае возможны четыре ситуации [8,9].

1. Сильная устойчивость. Все траектории на симметричном аттракторе являются устойчивыми к поперечным возмущениям, разрушающим синхронизацию. Аттрактор имеет однородный бассейн притяжения, то есть всегда можно отыскать такую окрестность аттрактора, все точки которой притягиваются к нему.

*2. Слабая устойчивость.*Хотя в среднем симметричный аттрактор является устойчивым, однако существуют траектории, покидающие аттрактор при малом поперечном возмущении. Бассейн притяжения такого аттрактора имеет фрактальную структуру и называется пористым или изрешеченным (riddled basin): в окрестности каждой его точки существует множество ненулевой меры, точки которого не принадлежат бассейну [10,11]. Аттрактор с пористым бассейном называют слабым в смысле определения, данного Милнором [12]. Существование пористого бассейна может быть объяснено наличием инвариантных множеств, вложенных в симметричный хаотический аттрактор - неподвижных точек, циклов, канторовских множеств и т.д., неустойчивых по отношению к возмущениям, не нарушающим симметрию [13]. Как только хотя бы одно инвариантное множество теряет поперечную устойчивость, появляются траектории, которые могут проходить сколь угодно близко к аттрактору и, тем не менее, не притягиваться к нему. В результате бассейн притяжения становится пористым.

3. Слабая неустойчивость. Этот тип поведения возникает, когда симметричный аттрактор в среднем неустойчив, но не все вложенные инвариантные множества потеряли поперечную устойчивость. Это приводит к возникновению on-off перемежаемости, которая характеризуется чередованием всплесков хаотических асинхронных колебаний и возвратов траектории в окрестность симметричного аттрактора [14]. Такой аттрактор называют пузырящимся (bubbling attractor) [15].

*4. Сильная неустойчивость.*Этот тип поведения имеет место, когда симметричный аттрактор и все вложенные инвариантные множества неустойчивы относительно поперечных возмущений.

В работах [16,17] исследуется полная синхронизация цепочки связанных логистических отображений с диффузионной связью и с периодическими граничными условиями. Для случая, когда парциальные отображения демонстрируют хаотические колебания, доказана устойчивость режима полной синхронизации цепочки из 2, 3 и 4-х отображений.

В работе [9] исследуется полная синхронизация двух хаотических отображений, между которыми установлены два канала связи: инерционная связь и диссипативная [18]. Такой двухпараметрический подход позволяет выявить полную картину синхронизации и наблюдать при различных комбинациях параметров связи все четыре типа устойчивости симметричного аттрактора. Кроме того, двухпараметрический анализ позволяет обнаружить точку сверхустойчивой синхронизации, где симметричный аттрактор обладает наибольшей устойчивостью к поперечным возмущениям, разрушающим синхронизацию.

В настоящей работе обобщаются результаты статьи [9] на случай произвольного числа отображений. В разделе 1 изучается синхронизация цепочки связанных отображений с периодическими граничными условиями при наличии между отображениями однонаправленной связи общего вида. Раздел 2 посвящен анализу синхронизации в случае, когда между отображениями существуют инерционная и диссипативная связи. Наконец, в разделе 3 обсуждается цепочка связанных логистических отображений. В Заключении кратко резюмируются полученные результаты.

1. Устойчивость симметричного аттрактора в общем случае

Рассмотрим цепочку из N однонаправленно связанных отображений с периодическими граничными условиями:

$$u_{n+1}^{k} = f(u_n^{k}) + \Phi(u_n^{k+1}, u_n^{k}), \tag{1}$$

где k=0,1,...,N-1 и $u_n^N \equiv u_n^0$. Функция $f(u)$ задает парциальное отображение, а $\Phi(u,v)$ есть функция связи. Обе функции предполагаются дифференцируемыми по своим аргументам по меньшей мере один раз и, кроме того, функция связи выбирается такой, что

$$\Phi(u,u) = 0 \tag{2}$$

для любого u. Благодаря этому свойству система (1) допускает решение вида $u^0=u^1=\ldots=u^{N-1}$, когда парциальные отображения синхронизированы и колеблются как при отсутствии связи. Инвариантное множество, возникающее в этом случае в N-мерном фазовом пространстве системы, мы будем называть симметричным аттрактором. Его структура совпадает со структурой аттрактора парциального отображения.

Симметричный аттрактор может быть устойчивым или неустойчивым относительно поперечных возмущений, разрушающих синхронизацию, что определяется как свойствами самих парциальных отображений, так и свойствами функции связи. Для анализа устойчивости удобно перейти к новым переменным x^k, таким что x^0 соответствует движению системы на симметричном аттракторе, а все другие переменные описывают поперечные возмущения вдоль направлений, перпендикулярных друг другу и симметричному аттрактору. Этому условию удовлетворяют следующие переменные:

$$x^0 = (1/N)\Sigma_{i=0}^{N-1} u^i, \quad x^k = u^k - (1/k)\Sigma_{i=0}^{k-1} u^i. \tag{3}$$

Обратное преобразование производится по формуле:

$$u^k = x^0 + kx^k/(k+1) - \Sigma_{i=k+1}^{N-1} x^i/(i+1). \tag{4}$$

Перейдем к новым переменным, предполагая, что поперечные возмущения малы. Уравнение для x^0 совпадает с парциальным отображением

$$x_{n+1}^{0} = f(x_n^{0}). \tag{5}$$

Уравнения для x^k при $1 \le k \le N$-1 имеют вид

$$x_{n+1}^{\,k} = (\theta_n - \varphi_n) x_n^{\,k} + \varphi_n \times \begin{cases} x_n^{\,k+1} - (1/k)\sum_{i=1}^{k} x_n^{\,i}/(i+1), & k<N\text{-}1 \\ -(N/(N\text{-}1))\sum_{i=1}^{N-1} x_n^{\,i}/(i+1), & k=N\text{-}1, \end{cases} \tag{6}$$

где

$$\theta_n = (df(u)/du)|_{u=x_n^0}, \quad \varphi_n = (\partial\Phi(u,v)/\partial u)|_{u=v=x_n^0}. \tag{7}$$

Вычислим матрицу Якоби J_n,

$$J_n^{\,k,i} = dx_{n+1}^{\,k}/dx_n^{\,i},$$

системы уравнений (5), (6) в точке $(x_n^0,0,0,\ldots,0)$. Нулевая строка этой матрицы соответствует движению на симметричном аттракторе и имеет вид

$$J_n^{\,0,i} = \begin{cases} \theta_n, & i=0, \\ 0, & 1 \le i \le N\text{-}1. \end{cases} \tag{8}$$

Строки с номерами $1 \le k \le N\text{-}2$ определяются формулой

$$J_n^{\,k,i} = \begin{cases} 0, & i=0, \\ -\varphi_n/(k(i+1)), & 1 \le i \le k\text{-}1, \\ \theta_n - \varphi_n(k^2+k+1)/(k^2+k), & i=k, \\ \varphi_n, & i=k+1, \\ 0, & k+2 \le i \le N\text{-}1. \end{cases} \tag{9}$$

Для последней строки с индексом $k=N\text{-}1$ имеем

$$J_n^{\,N-1,i} = \begin{cases} 0, & i=0, \\ -\varphi_n N/((N\text{-}1)(i+1)), & 1 \le i \le N\text{-}2, \\ \theta_n - \varphi_n N/(N\text{-}1), & i=N\text{-}1. \end{cases} \tag{10}$$

Найденная матрица Якоби J_n допускает представление в виде линейной комбинации двух числовых матриц:

$$J_n = \varphi_n K + \theta_n E, \tag{11}$$

Здесь E - единичная матрица, а матрица K имеет следующие элементы:

$$K^{0,i} = 0, \quad 0 \le i \le N\text{-}1, \tag{12}$$

$$K^{k,i} = \begin{cases} 0, & i=0, \\ -1/(k(i+1)), & 1 \le i \le k\text{-}1, \\ -(k^2+k+1)/(k^2+k) & i=k, \\ 1, & i=k+1, \\ 0, & k+2 \le j \le N\text{-}1. \end{cases} \tag{13}$$

$$K^{N-1,i} = \begin{cases} 0, & i=0, \\ -N/((N\text{-}1)(i+1)), & 1 \le i \le N\text{-}2, \\ -N/(N\text{-}1), & i=N\text{-}1. \end{cases} \tag{14}$$

где $1 \le k \le N\text{-}2$.

Замечательным свойством матрицы K является то, что ее собственные числа можно найти в явном виде для произвольного N. Соответствующее характеристическое уравнение имеет вид

$$(1+\mu)^N = 1. \tag{15}$$

Его решение дает спектр собственных чисел

$$\mu_k = e^{2\pi ik/N} - 1, \quad 0 \le k \le N\text{-}1. \tag{16}$$

Используя полученные соотношения, найдем ляпуновские показатели системы

$$\Lambda_k = \lim_{M\to\infty} 1/M \ln |\sigma_k|, \quad 0 \le k \le N\text{-}1, \tag{17}$$

где σ_k есть k-е собственное число произведения M матриц Якоби J_n, вычисленных вдоль траектории на симметричном аттракторе,

$$\det \left(\prod_{n=0}^{M-1} J_n - \sigma E\right) = 0. \tag{18}$$

Используя выражения для J_n (11), эту формулу можно записать следующим образом:

$$\det \left(\prod_{n=0}^{M-1} (\varphi_n K + \theta_n E) - \sigma E\right) = 0. \tag{19}$$

Собственные числа σ_k могут быть выражены через собственные числа матрицы K

$$\sigma_k = \prod_{n=0}^{M-1} (\varphi_n \mu_k + \theta_n) = \prod_{n=0}^{M-1} (\varphi_n (e^{2\pi ik/N} - 1) + \theta_n). \tag{20}$$

Отсюда находим

$$|\sigma_k|^2 = \prod_{n=0}^{M-1} [(\theta_n - \varphi_n)^2 + 2\varphi_n(\theta_n - \varphi_n)\cos(2\pi k/N) + \varphi_n^2]. \tag{21}$$

Введем обозначение $\nu = k/N$, где $0 \le \nu < 1$. В результате получим спектр ляпуновских показателей системы (5), (6):

$$\Lambda(\nu) = \lim_{M\to\infty} 1/(2M) \Sigma_{n=0}^{M-1} \ln((\theta_n - \varphi_n)^2 + 2\varphi_n(\theta_n - \varphi_n)\cos(2\pi\nu) + \varphi_n^2). \tag{22}$$

Отметим, что длина цепочки N в явном виде не входит в эту формулу, а определяет шаг изменения дискретной величины ν.

Проанализируем свойства $\Lambda(\nu)$. Вследствие того, что ν появляется в формуле (22) только в аргументе косинуса, то достаточно ограничиться изучением поведения $\Lambda(\nu)$ при $0 \le \nu \le {}^1/_2$. На концах этого отрезка Λ принимает следующие значения:

$$\Lambda(0) = \lim_{M\to\infty} (1/M) \Sigma_{n=0}^{M-1} \ln|\theta_n|, \tag{23}$$

$$\Lambda({}^1/_2) = \lim_{M\to\infty} (1/M) \Sigma_{n=0}^{M-1} \ln|\theta_n - 2\varphi_n|. \tag{24}$$

Ляпуновский показатель $\Lambda(0)$ отвечает за движение на симметричном аттракторе и равен ляпуновскому показателю парциального отображения. Поперечная устойчивость симметричного аттрактора характеризуется максимальным значением $\Lambda(\nu)$ на интервале $0 < \nu \le {}^1/_2$.

Если N=2, то старший поперечный ляпуновский показатель равен $\Lambda({}^1/_2)$ [9]. При N=3 за поперечную устойчивость отвечает $\Lambda({}^1/_3)$. В общем случае удобно рассматривать ν как непрерывную переменную и искать максимум функции Λ в зависимости от этой переменной.

Каждое из выражений под знаком суммы в формуле (22) возрастает или убывает на отрезке $[0,^1/_2]$ и имеет минимум на одном его конце и максимум на другом. Следовательно, функция $\Lambda(\nu)$ также имеет экстремумы на концах этого отрезка.

Кроме того, возможна ситуация, когда при различных n под знаком суммы встречаются как убывающие, так и возрастающие функции, и вследствие этого $\Lambda(\nu)$ может иметь еще один экстремум во внутренней точке отрезка. Таким образом, можно выделить спектры четырех типов.

Тип 1 - $\Lambda(\nu)$ убывает (рис. 1, *а*). За поперечную устойчивость симметричного аттрактора в этом случае отвечает $\Lambda(1/N)$. Так как при увеличении N эта величина стремится к $\Lambda(0)$, то устойчивость синхронизации зависит от показателя Ляпунова парциальной системы $\Lambda(0)$ и от количества связанных подсистем N. Если $\Lambda(0)<0$, что имеет место, например, когда симметричный аттрактор является периодическим, то $\Lambda(\nu)<0$ для всех ν и синхронизация устойчива при любом количестве подсистем. Если же связаны хаотические отображения, то есть $\Lambda(0)>0$, то условие $\Lambda(1/N)=0$ определяет максимальное количество отображений, для которых симметричный аттрактор остается устойчивым.

Тип 2 - $\Lambda(\nu)$ возрастает (рис. 1, *б*). Теперь за поперечную устойчивость симметричного аттрактора отвечает $\Lambda(^1/_2)$), если N четное, и $\Lambda((N\text{-}1)/(2N))$ при нечетном N. Для хаотических отображений, когда $\Lambda(0)>0$, синхронизация в данном случае всегда неустойчива. В случае отрицательного $\Lambda(0)$ синхронизация цепочки четной длины в зависимости от знака $\Lambda(^1/_2)$ может быть как устойчивой, так и неустойчивой при любом N. Когда число подсистем нечетное, старший показатель Ляпунова $\Lambda((N\text{-}1)/(2N))$ меньше $\Lambda(^1/_2)$ и асимптотически к нему стремится при увеличении N. В частности, возможна ситуация, когда для цепочек четной длины симметричный аттрактор поперечно неустойчив, а для цепочек нечетной длины он устойчив при небольших N и теряет устойчивость с ростом N.

Тип 3 - $\Lambda(\nu)$ имеет минимумы на концах отрезка, а следовательно, между ними имеется точка $\nu=\nu_{max}$, где $\Lambda(\nu)$ достигает максимума (рис. 1, *в*).

Для хаотических отображений $\Lambda(0)>0$ и, следовательно, $\Lambda(\nu_{max})>0$. Симметричный аттрактор может быть поперечно устойчив, только если N достаточно невелико, так что точка $1/N$ оказывается правее точки максимума, то есть $\nu_{max}<1/N$, и за поперечную устойчивость отвечает $\Lambda(1/N)$. Тогда устойчивость имеет место, если в этой точке $\Lambda(1/N)<0$. С увеличением N точка $1/N$ смещается левее точки максимума и устойчивость разрушается.

Для систем с отрицательным $\Lambda(0)$ ситуация похожа на имеющую место для спектра типа 2. Если ν_{max} рациональное число и может быть представлено как k^*/N^*, где N^* и k^* суть натуральные числа, то цепочка, длина которой кратна N^*, будет обладать наименьшей устойчивостью и характер устойчивости в этом случае не зависит от N. Для некратного N, а также в случае иррационального ν_{max}

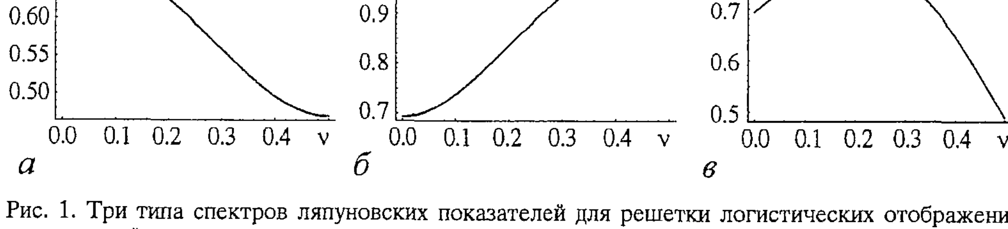


Рис. 1. Три типа спектров ляпуновских показателей для решетки логистических отображений с инерционной и диссипативной связями: *а* - тип 1, при управляющем параметре $\lambda=2$ и при $\varepsilon_i=0$, $\varepsilon_d=0.9$; *б* - тип 2, $\varepsilon_i=0$, $\varepsilon_d=1.2$; *в* - тип 3, $\varepsilon_i=0.6$, $\varepsilon_d=0.9$

старший поперечный ляпуновский показатель увеличивается с ростом N и в асимптотике стремится к $\Lambda(\nu_{max})$.

Тип 4 - $\Lambda(\nu)$ имеет минимум во внутренней точке. Этот тип спектра не представляет самостоятельного интереса и в зависимости от соотношения между $\Lambda(0)$ и $\Lambda(^1/_2)$ сводится к типу 1 или 2.

Таким образом, устойчивая синхронизация цепочки связанных хаотических отображений, для которых $\Lambda(0)>0$, имеет место только если длина цепочки не превышает некоторого максимального значения, зависящего от $\Lambda(0)$. В случае же когда $\Lambda(0)<0$, характер связи может быть таким, что устойчивость сохраняется при любом числе отображений.

2. Устойчивость симметричного аттрактора при наличии инерционной и диссипативной связи

Зададим функцию связи в виде комбинации инерционной и диссипативной связи, как это было сделано в работе [9],

$$\Phi(u,v) = \varepsilon_i(u-v) + \varepsilon_d(f(u)-f(v)), \tag{25}$$

где ε_i - параметр, контролирующий величину инерционной связи; ε_d управляет диссипативной связью [18]; $f(u)$ - функция, задающая парциальное отображение. Используя обозначения (7), получим

$$\varphi_n = \varepsilon_i + \varepsilon_d\theta_n. \tag{26}$$

При таком выборе связи уравнение для k-й подсистемы цепочки связанных отображений (1) запишется в виде

$$u_{n+1}{}^k = f(u_n{}^k) + \varepsilon_i(u_n{}^{k+1}-u_n{}^k) + \varepsilon_d(f(u_n{}^{k+1})-f(u_n{}^k)), \tag{27}$$

где, как и раньше, $k=0,1,\ldots,N$-1 и $u_n{}^N \equiv u_n{}^0$.

Заметим, что при

$$\varepsilon_i = 0, \quad \varepsilon_d = {}^1/_2 \tag{28}$$

формула (27) преобразуется к виду

$$u_{n+1}{}^k = (f(u_n{}^{k+1}) + f(u_n{}^k))/2, \tag{29}$$

то есть происходит усреднение состояний соседних отображений. Рассматривая $\Lambda(\nu)$ как функцию от двух переменных, ε_i и ε_d, мы обнаруживаем, что точка, определяемая формулой (28), является центром симметрии этой функции и Λ инвариантна относительно подстановки

$$\varepsilon_i \to -\varepsilon_i, \quad \varepsilon_d \to 1-\varepsilon_d.$$

В точке (28), независимо от ν и θ_n, Λ имеет минимум и, следовательно, симметричный аттрактор в этой точке обладает наибольшей устойчивостью. Иными словами, если синхронизация неустойчива в этой точке, то она неустойчива и в других точках. Следуя терминологии, принятой в работе [9], мы будем называть (28) точкой сверхустойчивой синхронизации.

Знак старшего поперечного показателя Ляпунова в точке (28) можно использовать как критерий возможности осуществления устойчивой синхронизации для некоторой системы: если этот характеристический показатель больше нуля, то при любых значениях параметров связи ε_i и ε_d синхронизация неустойчива.

В точке сверхустойчивой синхронизации спектр ляпуновских показателей имеет вид

$$\Lambda(\nu) = \Lambda(0) + \ln|\cos(\pi\nu)|. \tag{30}$$

Этот спектр относится к типу 1, следовательно, за поперечную устойчивость симметричного аттрактора отвечает ляпуновский показатель $\Lambda(1/N)$. Приравнивая $\Lambda(1/N)$ к нулю, из формулы (30) получим уравнение, связывающее показатель Ляпунова парциальной системы и длину цепочки, при которых синхронизация в точке (28) становится неустойчивой:

$$\Lambda(0) = -\ln\cos(\pi/N). \tag{31}$$

Из этой формулы следует, что для двух отображений, N=2, с любым, сколь угодно большим положительным $\Lambda(0)$ можно подобрать такие значения параметров связи ε_i и ε_d, что синхронизация будет устойчивой. Для других значений N имеются величины $\Lambda(0)$, при превышении которых режим синхронизации неустойчив для любых ε_i и ε_d. На рис. 2 построен график зависимости $\Lambda(0)$ от N. Видно, что кривая спадает быстрее, чем экспонента и, следовательно, синхронизация большого числа хаотических отображений устойчива, только если их показатель Ляпунова близок к нулю, то есть когда отображения находятся на пороге бифуркации.

Важный частный случай имеет место, когда ε_i=0, и связь является чисто диссипативной. В этой ситуации тип спектра $\Lambda(\nu)$ не зависит от свойств парциальных отображений и можно выяснить, какому ν соответствует старший поперечный ляпуновский показатель. Для определения типа спектра вычислим вторые производные $\Lambda(\nu)$ в точках ν=0 и $\nu={}^1/_2$, где, как обсуждалось выше, функция $\Lambda(\nu)$ имеет экстремумы.

$$\Lambda''(0) = -4\pi^2(1-\varepsilon_d)\varepsilon_d, \tag{32}$$

$$\Lambda''(1/2) = 4\pi^2(1-\varepsilon_d)\varepsilon_d/(1-2\varepsilon_d)^2. \tag{33}$$

Из этих формул видно, что при $0<\varepsilon_d<1$ функция $\Lambda(\nu)$ имеет максимум в точке ν=0 и минимум в точке $\nu={}^1/_2$, следовательно, спектр относится к типу 1 и старшим поперечным ляпуновским показателем является $\Lambda(1/N)$. Когда $\varepsilon_d<0$ или $\varepsilon_d>1$, имеет место спектр типа 2 и, соответственно, за поперечную устойчивость симметричного аттрактора отвечает $\Lambda({}^1/_2)$ для четного N и $\Lambda((N-1)/(2N))$ в случае, когда N нечетное.

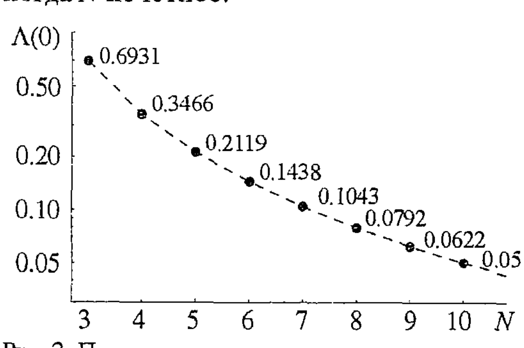


Рис. 2. Предельные значения ляпуновского показателя парциального отображения $\Lambda(0)$, при которых синхронизация N связанных отображений может быть устойчивой. Около точек подписаны соответствующие значения $\Lambda(0)$. На вертикальной оси использован логарифмический масштаб

Другой важный частный случай имеет место при $\varepsilon_d={}^1/_2$, когда можно в явном виде найти связь между свойствами парциального отображения и типом спектра ляпуновских показателей.

$$\Lambda''(0) = \pi^2(4(\varepsilon_i/\Theta_{-2})^2-1), \tag{34}$$

$$\Lambda''({}^1/_2) = \pi^2(4(\Theta_2/\varepsilon_i)^2-1). \tag{35}$$

Здесь Θ_γ - характеристическая величина, вычисляемая для аттрактора парциального отображения по формуле

$$\Theta_\gamma = (\lim_{M\to\infty}(1/M)\Sigma_{n=0}^{M-1}\theta_n^{\gamma})^{1/\gamma}. \tag{36}$$

Сравнивая знаки $\Lambda''(0)$ и $\Lambda''(1/2)$, получаем следующие неравенства для ε_i.

$$\begin{aligned}
&\textit{Тип 1}:\quad 2|\varepsilon_i| < \min(\Theta_{-2},\Theta_2).\\
&\textit{Тип 2}:\quad 2|\varepsilon_i| > \max(\Theta_{-2},\Theta_2).\\
&\textit{Тип 3}:\quad \Theta_{-2} < 2|\varepsilon_i| < \Theta_2.\\
&\textit{Тип 4}:\quad \Theta_2 < 2|\varepsilon_i| < \Theta_{-2}.
\end{aligned} \tag{37}$$

В последнем случае для нахождения старшего поперечного ляпуновского показателя требуется дополнительно сравнить значения $\Lambda(0)$ и $\Lambda(^1/_2)$.

3. Динамика цепочки связанных логистических отображений

Рассмотрим теперь цепочку вида (27), выбрав в качестве парциальной системы логистическое отображение

$$u_{n+1} = f(u_n) = 1\text{-}\lambda u_n^2, \tag{38}$$

где λ - управляющий параметр, принимающий значения от 0 до 2. При $\lambda<\lambda_c$=1.401155189... это отображение совершает периодические колебания, с увеличением λ происходит каскад бифуркаций удвоения периода колебаний, а при переходе через критическую точку λ_c в системе возникают хаотические колебания.

Для численного моделирования динамики цепочки мы будем использовать три значения λ:

1.27 - при этом логистическое отображение демонстрирует периодические колебания с периодом 4, а показатель Ляпунова равен $\Lambda(0)\approx$-0.098;

1.402 - логистическое отображение находится вблизи критической точки и имеет небольшой положительный показатель Ляпунова $\Lambda(0)\approx$0.027;

1.8 - это значение соответствует хаотическим колебаниям, $\Lambda(0)\approx$0.404.

Используя формулу (31), можно найти такое число N связанных логистических отображений, при превышении которого режим синхронизации неустойчив для любых значений параметров связи ε_i и ε_d. При $\lambda<\lambda_c$ ляпуновский показатель парциального отображения отрицателен и, следовательно, независимо от N всегда существуют значения ε_i и ε_d, при которых синхронизация устойчива. При $\lambda>\lambda_c$ максимальное число отображений зависит от λ как показано на рис. 3. Видно, что практически при всех закритических значениях λ это число равно 3 или 4 (за исключением периодических окон, где кривая стремится к бесконечности), и только вблизи критической точки оно может быть сравнительно большим. В частности, при λ=1.402 устойчивая синхронизация может наблюдаться на цепочках длиной до 13 отображений, а при λ=1.8 максимальное число отображений равно 3.

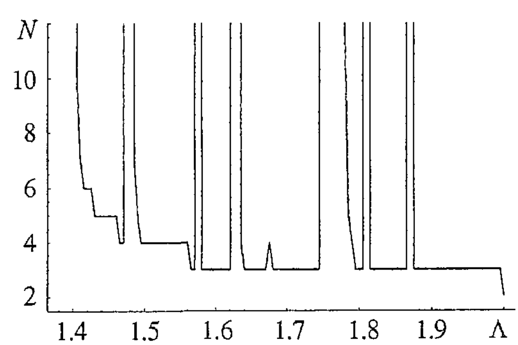


Рис. 3. Максимальное количество логистических отображений N, которые могут быть синхронизированы при $\lambda>\lambda_c$=1.40115. График расходится в критической точке λ_c. Выбросы означают, что при данном λ ляпуновский показатель отрицателен (периодическое окно) и поэтому количество синхронизирующихся отображений не ограничено

Построим карты синхронизации в координатах $(\varepsilon_i,\varepsilon_d)$, на которых выделим области поперечной устойчивости симметричного аттрактора. Их можно выявить, найдя численно точки аттрактора и определив по формуле (22) значение старшего поперечного ляпуновского показателя в каждой точке плоскости (ε_i,ε_d). Как и в случае хаотического симметричного аттрактора, в аттрактор вложены циклы, неустойчивые в продольном направлении. В зависимости от характера поперечной устойчивости типичной траектории на аттракторе, а также от поперечной устойчивости вложенных циклов, возможны четыре случая: сильная и слабая устойчивость и сильная и слабая неустойчивость. Для нахождения соответствующих областей на карте синхронизации необходимо численно получить типичную траекторию, а также отыскать вложенные циклы (будем ограничиваться циклами с периодом не более 8) и по формуле (22) определить их поперечную устойчивость в различных точках плоскости параметров.

На рис. 4, 5 и 6 представлены карты синхронизации для периодического симметричного аттрактора, для аттрактора вблизи критической точки и для аттрактора в режиме развитого хаоса, соответственно. Все карты симметричны относительно точки сверхустойчивой синхронизации. Видно, что для периодического аттрактора с ростом N форма и размеры области устойчивой

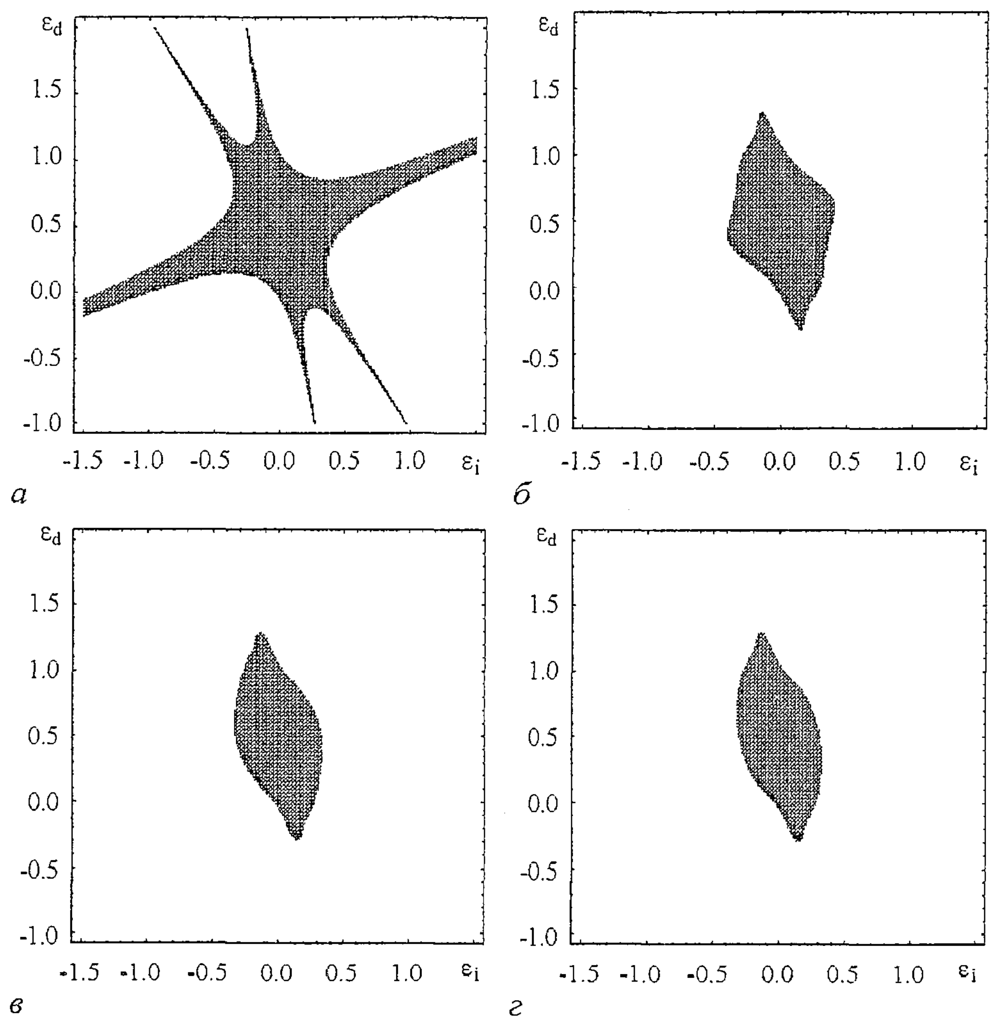


Рис. 4. Карты поперечной устойчивости симметричного аттрактора решетки логистических отображений при λ=1.27. Карты построены для N=2 (*а*), 3 (*б*), 4 (*в*) и 10 (*г*). Видно, что с ростом N форма области синхронизации перестает зависеть от N

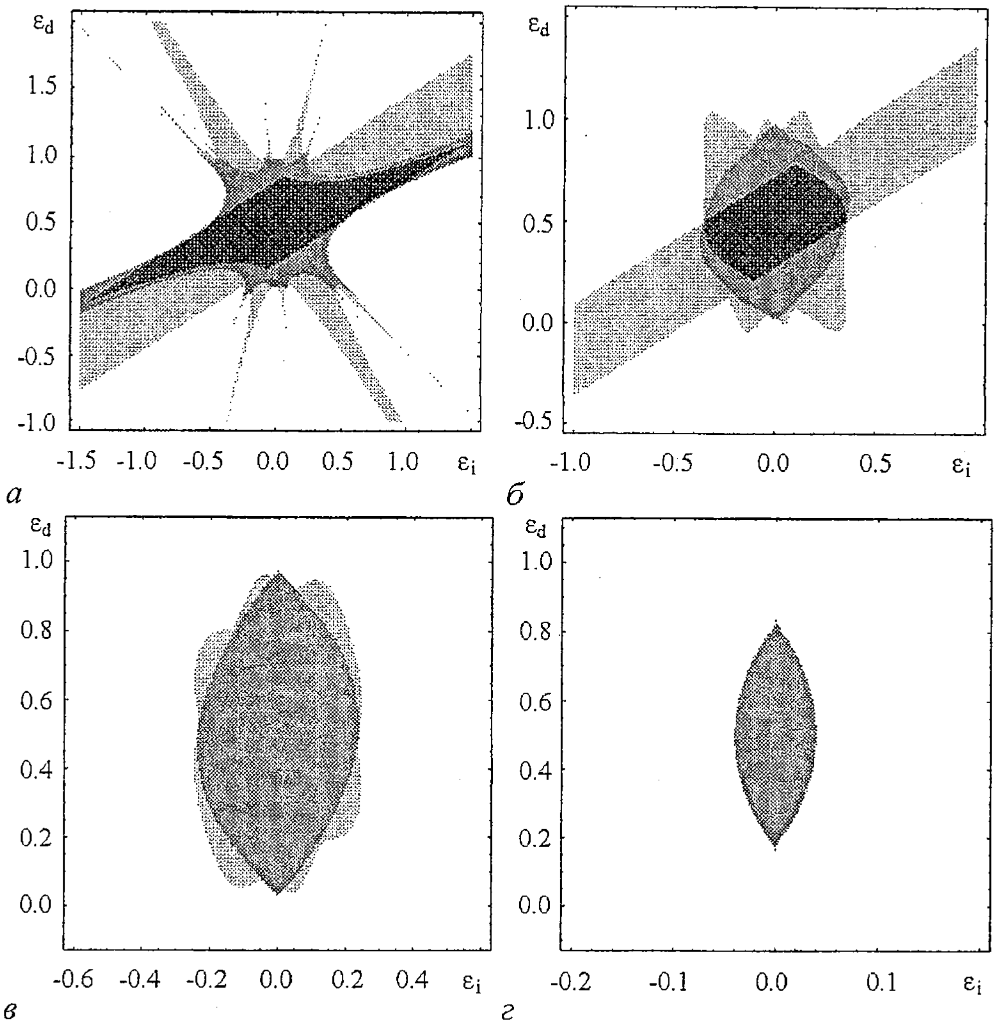
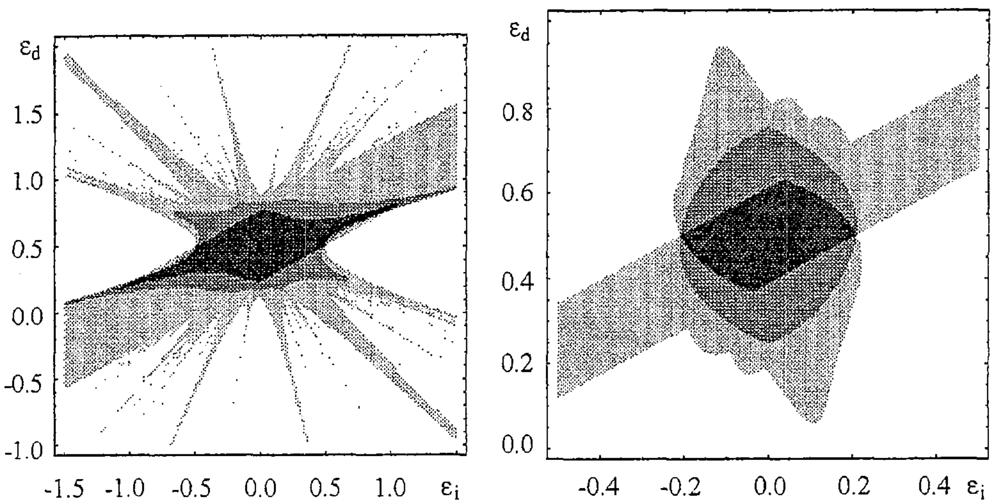


Рис. 5. Карты синхронизации при λ=1.402. Различные типы устойчивости симметричного аттрактора обозначены оттенками серого: черный цвет - сильная устойчивость, темно-серый - слабая устойчивость, светло-серый - слабая неустойчивость, а белый - сильная неустойчивость. Карты построены для N=2 (*а*), 3 (*б*), 4 (*в*), 10 (*г*). Заметим, что размер области синхронизации уменьшается с ростом N

синхронизации перестают зависеть от N. Для аттракторов с положительным $\Lambda(0)$ на картах выделены области с различными типами устойчивости. Заметим, что размеры областей устойчивой синхронизации уменьшаются с ростом N, а сильная устойчивость наблюдается только при $N \leq 3$. На всех рисунках карты синхронизации при N=2 значительно отличаются от остальных. Здесь области устойчивой синхронизации ограничены гиперболами, то есть имеются асимптотические направления, вдоль которых синхронизация остается устойчивой.

Рассмотрим теперь бассейны притяжения симметричного аттрактора, то есть множества точек фазового пространства, стартуя из которых, цепочка выходит на симметричный аттрактор. Так как фазовое пространство N-мерное, будем строить проекции бассейнов на плоскость начальных состояний первого и второго отображений (u^0, u^1), а начальные состояния других отображений зададим как $u^k=(u^0+u^1)/2$, где $k=2,3,\ldots,N-1$.

На рис. 7 приведены примеры бассейнов для трех рассматриваемых случаев. Бассейн притяжения периодического симметричного аттрактора устроен достаточно сложно и вдали от линии аттрактора приобретает фрактальную



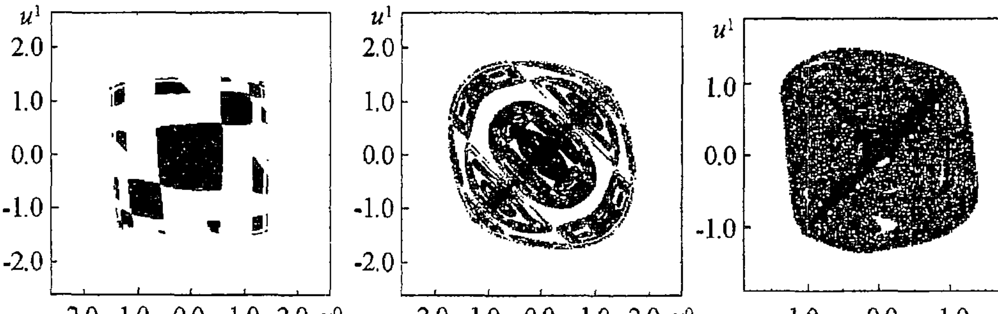
а *б*

Рис. 6. Карты синхронизации при λ=1.8; N=2 (*а*), N=3 (*б*). При большем N симметричный аттрактор поперечно неустойчив во всех точках плоскости

структуру. Однако в непосредственной близости к аттрактору все точки принадлежат бассейну. Бассейн на рис. 7, *а* имеет структуру, подобную бассейнам притяжения аттракторов двух связанных логистических отображений, рассматриваемым в [19].

На рис. 7, *б* и *в* построены бассейны притяжения хаотических симметричных аттракторов. Видно, что они имеют пористую, изрешеченную структуру (riddled basin) [10,11]. Это означает, что в малой окрестности каждой точки бассейна имеются точки, которые ему не принадлежат и выводят систему на другой аттрактор. При этом в случае развитого хаоса (рис. 7, *в*) бассейн имеет менее регулярную структуру и менее разрежен.

На рис. 8, *а* и *б* показаны пространственно-временные диаграммы рассматриваемой цепочки для случая, когда симметричный аттрактор поперечно устойчив и начальное состояние цепочки принадлежит бассейну его притяжения. Значения параметров связи и начальные состояния отображений приведены в таблице. На рис. 8, *в* и *г* построены соответствующие спектры Фурье для первого отображения цепочки, найденные по формуле



а *б* *в*

Рис. 7. Двумерные проекции бассейнов притяжения симметричного аттрактора решетки логистических отображений. По осям отложены начальные состояния первых двух отображений. Состояния остальных отображений задаются как $u^k=(u^0+u^1)/2$. *а* - λ=1.27, N=10, ε_i=-0.1, ε_d=0.9; *б* - λ=1.402, N=10, ε_i=0.02, ε_d=0.5; *в* - λ=1.8, N=3, ε_i=0.16, ε_d=0.61

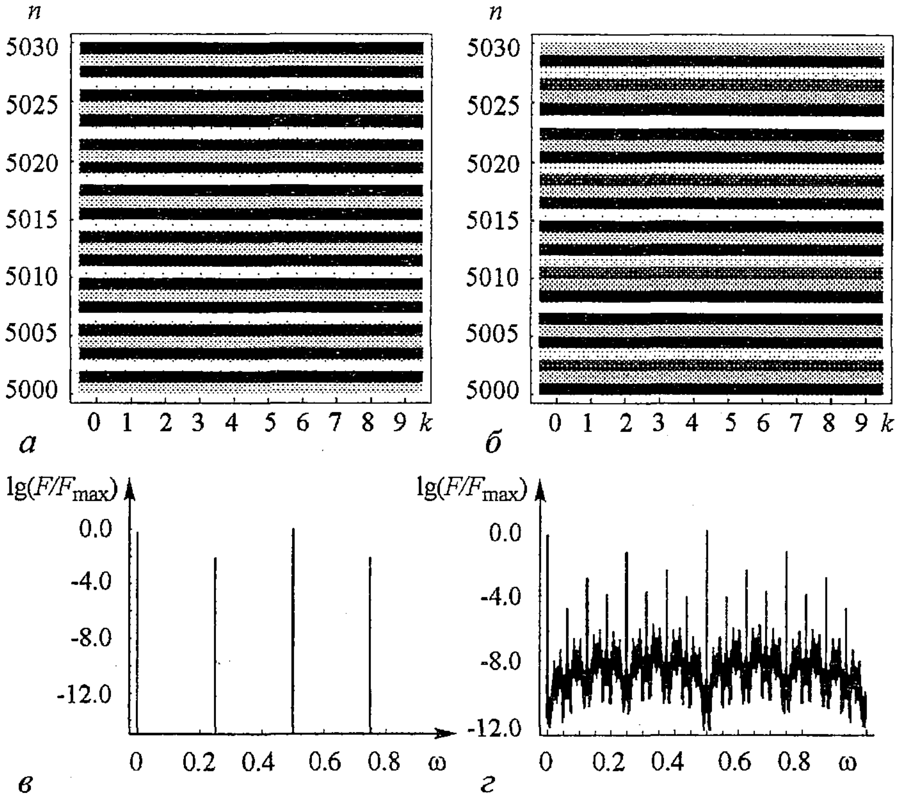


Рис. 8. Синхронизация решетки из N=10 логистических отображений (38) при λ=1.27 (*а*, *в*) и λ=1.402 (*б*, *г*). *а*, *б* - пространственно-временные диаграммы, где значения u_n^k представлены в виде оттенков серого: более светлые точки соответствуют бо́льшим величинам. *в*, *г* - спектры Фурье для u_n^0.

Таблица

Значения параметров связи и начальные состояния отображений решетки, использованные для построения рисунков 8-13

Рис.	ε_i	ε_d	u^0	u^1	u^2	u^3	u^4	u^5	u^6	u^7	u^8	u^9
8, *а*	0.01	0.71	-0.45	0.03	-0.85	0.48	-0.29	-0.92	0.13	-0.62	-0.23	0.67
8, *б*	-0.01	0.63	-0.62	0.13	-0.83	0.54	0.38	0.81	0.97	0.07	0.76	-0.82
9, *а*	-0.04	0.04	-0.96	-0.66	-0.42	0.68	-0.11	-0.29	-0.89	0.34	-0.94	0.29
9, *б*	-0.24	0.83	0.31	0.92	-0.31	-0.37	-0.61	-0.21	0.87	-0.63	-0.38	-0.97
10, *а*	-0.16	0.59	0.80	-0.27	-0.10	1.00	0.26	0.52	0.98	-0.67	0.41	0.00
10, *б*	0.26	0.47	0.09	-0.37	-0.03	0.57	-0.26	-0.89	0.12	0.87	0.76	0.06
11, *а*	-0.28	0.21	-0.68	-0.61	-0.19	0.45	-0.70	-0.85	0.61	0.65	0.00	-0.80
11, *б*	0.49	0.91	0.02	-0.53	-0.16	0.85	-0.27	0.18	-0.87	-0.18	-0.91	-0.15
12, *а*	0.32	0.78	0.80	-0.50	-0.47	0.91	0.57	-0.30	-0.55	0.34	-0.90	0.98
12, *б*	-0.40	0.62	-0.44	1.00	0.79	-0.75	-0.38	0.59	-0.51	0.89	-0.02	-0.36
13, *а*	0.56	0.62	-0.67	0.31	-0.89	-0.38	-0.10	-0.05	0.71	0.14	-0.37	-0.66
13, *б*	0.41	0.85	-0.76	0.56	0.73	-0.34	0.49	0.67	-0.49	0.93	0.89	0.79
13, *в*	0.12	1.10	-0.16	0.99	0.94	-0.12	-0.77	-0.64	0.27	-0.97	0.30	-0.80
13, *г*	0.17	0.82	-0.75	0.36	0.90	-0.89	0.47	0.92	-0.10	0.15	0.68	0.54

$$F(\omega;U_{0,1,\ldots,M-1}) = (1/M)\ |\Sigma_{n=0}^{M-1} U_n \exp(2\pi i n\omega)|^2, \qquad (39)$$

где ω принимает дискретные значения в интервале $0 \le \omega < 1$ с шагом $1/M$, а в качестве U_n берется u_n^0.

Приведенные спектры совпадают со спектрами парциальных отображений при отсутствии связи.

Кроме синхронного режима, обсуждаемая цепочка может демонстрировать большое количество других типов поведения. В отличие от синхронизации, когда отображения колеблются так, как будто связь отсутствует, в асинхронном режиме воздействие соседнего отображения вызывает изменение эффективного значения управляющего параметра отображения. Это приводит к тому, что поведение

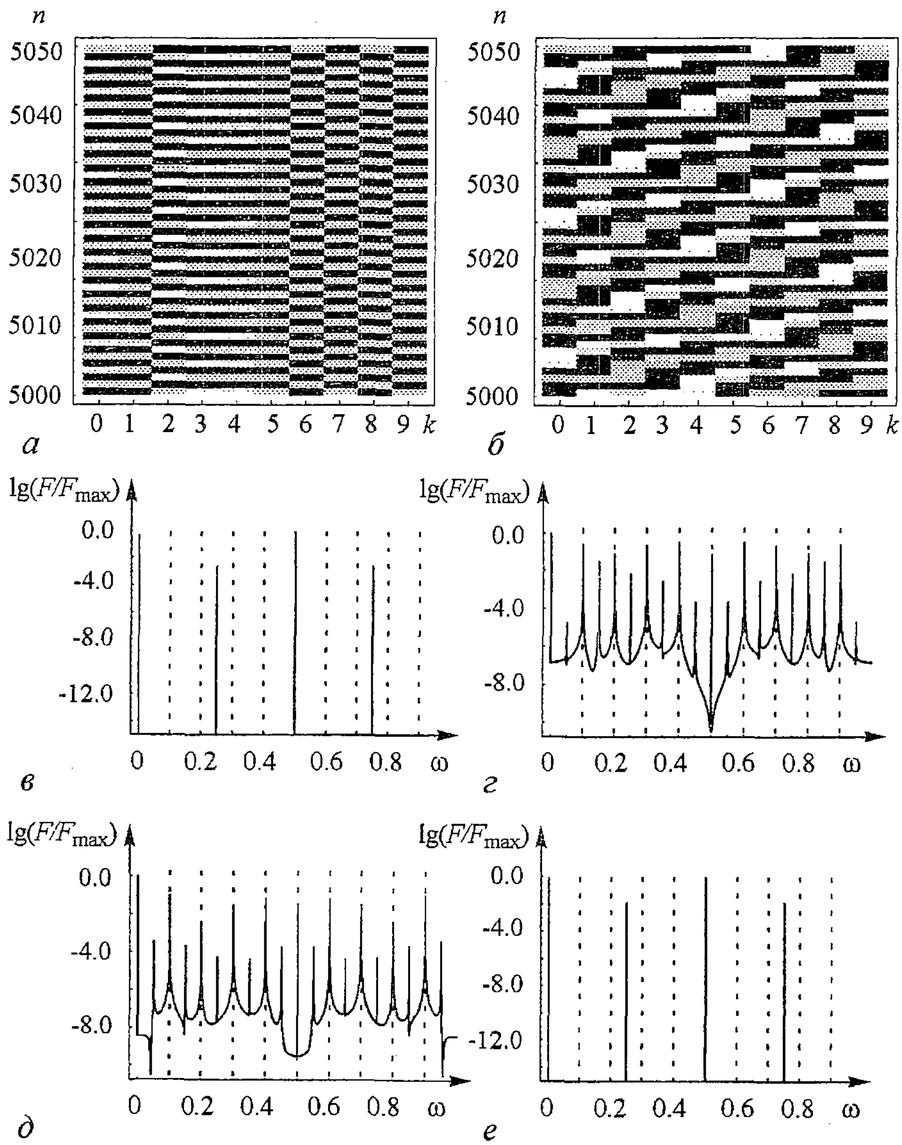


Рис. 9. Резонансный режим решетки связанных отображений: *а*, *в*, *д* - периодические колебания; *б*, *г*, *е* - волна, имеющая единичную скорость. λ=1.27 и N=10. Фурье-спектры *в* и *г* построены для u_n^0 (неподвижная система отсчета), а спектры *д* и *е* - для $u_n^{(N-1-n)\mathrm{mod}N}$ (система отсчета движется слева направо с единичной скоростью). Вертикальные пунктиры показывают частоты, кратные $1/N$. Отметим качественную идентичность спектров *в* и *е*, а также *г* и *д*

цепочки в целом в меньшей степени зависит от управляющего параметра парциального отображения по сравнению с тем, как это имеет место в случае синхронизации.

Выявление различных динамических режимов затруднено тем, что характер поведения, помимо зависимости от двух параметров связи, может чувствительно зависеть также и от начальных состояний отображений цепочки, что делает задачу (N+2)-параметрической. Одним из возможных подходов в этом случае является случайный перебор различных значений управляющих параметров и начальных состояний и последующая классификация обнаруженных типов поведения.

Мы будем проводить классификацию динамических режимов по виду их пространственно-временных диаграмм, а также по структуре спектров Фурье $F(\omega;u_n^0)$ и $F(\omega;u_n^{(N-1-n)\mathrm{mod}N})$ (39). Первый из этих спектров можно интерпретировать как наблюдение за системой в неподвижной системе отсчета, а второй - в системе, движущейся справа налево (в направлении действия связи) с единичной скоростью.

Резонансный режим (рис. 9). На рис. 9, *а* показан первый вариант, когда

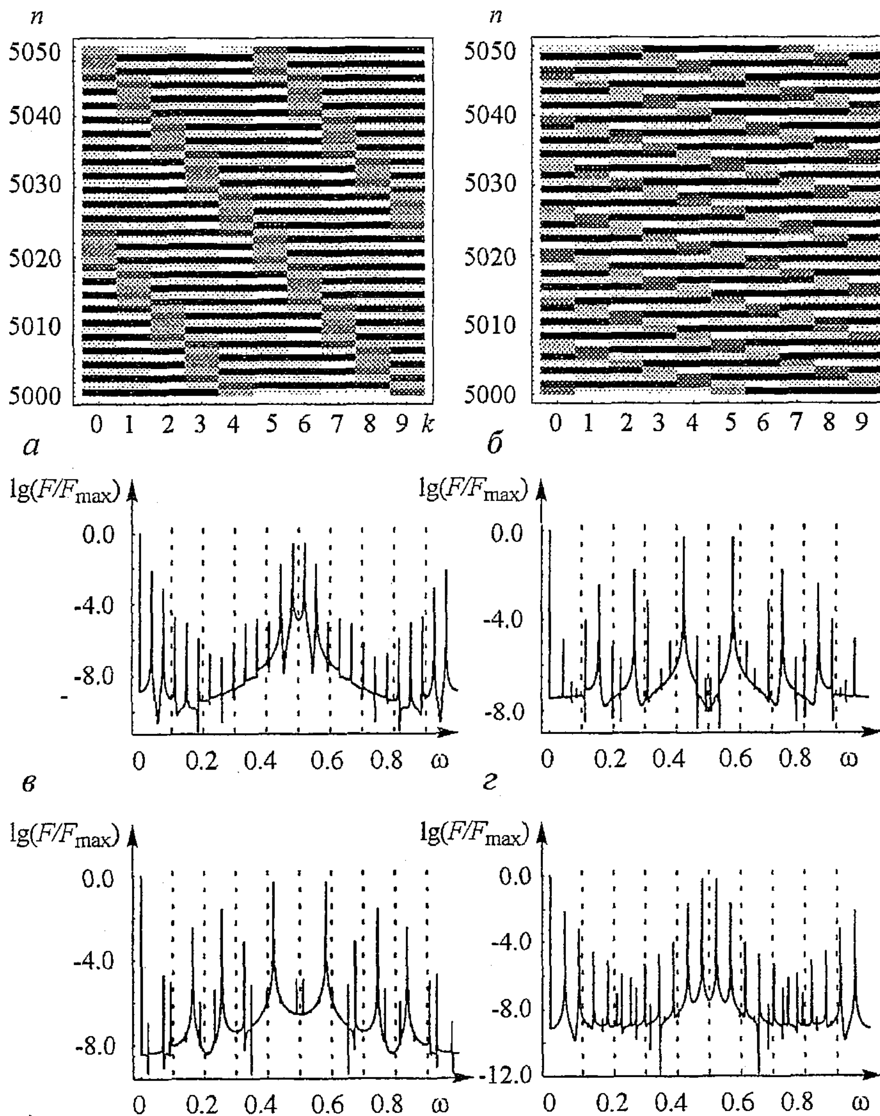


Рис. 10. Локальная синхронизация: существующие в системе синхронные колебания прерываются при прохождении волновых пакетов возмущения, а затем возобновляются, но уже с другой фазой. λ=1.27 и N=10. Спектры Фурье *в-е* построены аналогично рис. 9

Резонансный режим (рис. 9). На рис. 9, *а* показан первый вариант, когда отображения совершают периодические колебания. Отметим, что этот режим можно наблюдать при различных значениях λ, в том числе, соответствующих хаотическому индивидуальному поведению парциального отображения. На рисунке показаны колебания с периодом 4, о чем можно судить по виду спектра Фурье на рис. 9, *в*, однако можно наблюдать колебания и с другими периодами. В движущейся системе отсчета эти колебания трансформируются в волну, бегущую с единичной скоростью, а в соответствующем спектре Фурье появляются пики на частотах, кратных $1/N$ (рис. 9, *д*).

Второй вариант резонансного режима представлен на рис. 9, *б*. Теперь в неподвижной системе отсчета по цепочке бежит волна с единичной скоростью и в

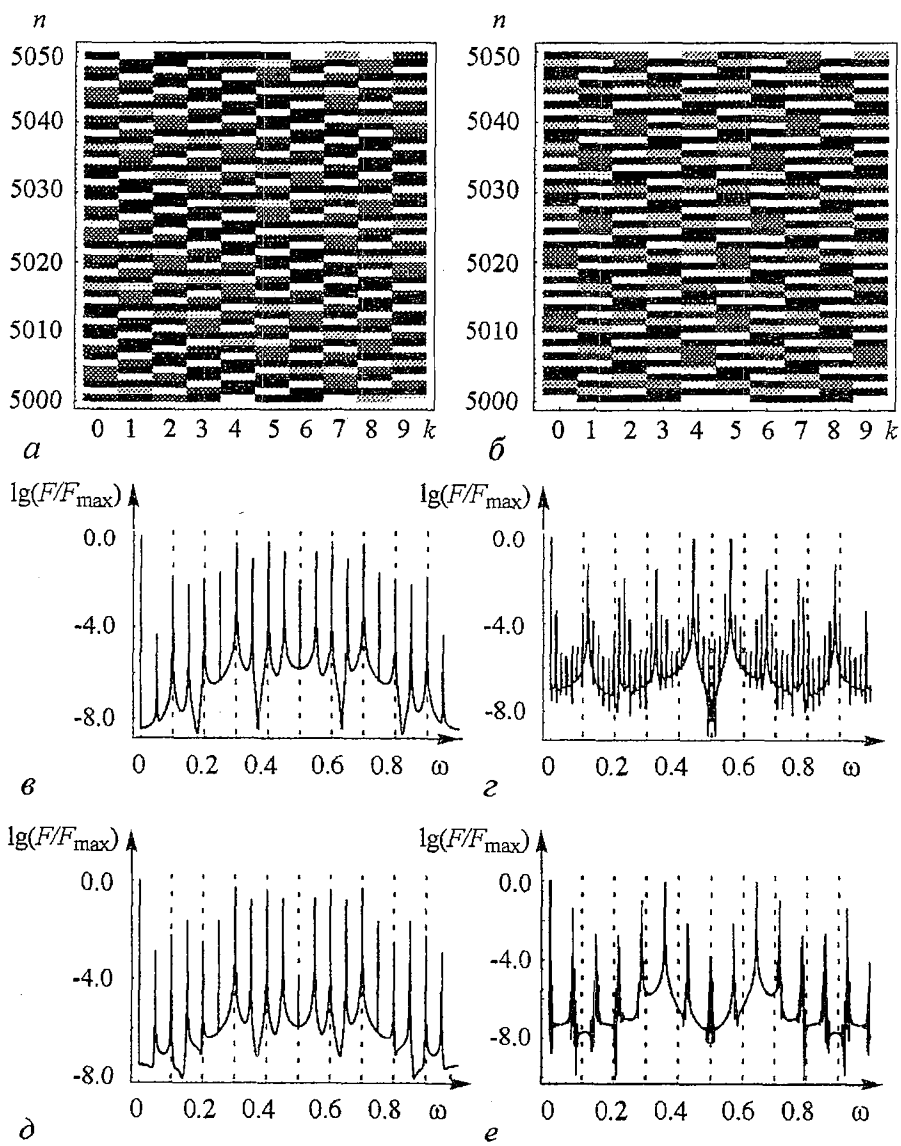


Рис. 11. Смешанный режим: частота колебаний и частота бегущей волны близки и на пространственно-временной диаграмме возникает достаточно однородная картина. При этом спектры в неподвижной (*в* и *г*) и в движущейся (*д* и *е*) системах отсчета устроены более или менее одинаково. Отметим определенное сходство пространственно-временных диаграмма на рис. 11, *а* и рис. 9, *б*, а также на рис. 11*б* и рис. 10, *а*. Значения λ: 1.8 (*а*, *в*, *д*); 1.27 (*б*, *г*, *е*)

Локальная синхронизация (рис. 10). Второй часто наблюдаемый тип поведения также представлен двумя вариантами.

Первый вариант показан на рис. 10, *а*. Колебания соседних отображений синхронизируются, однако бегущий по цепочке волновой пакет возмущения разрушает синхронизацию. После прохождения пакета синхронные колебания возобновляются, но с другой фазой. В спектре, полученном в неподвижной системе отсчета, выделяются низкочастотная и высокочастотная области (рис. 10, *в*). Из пространственно-временной диаграммы хорошо видно, что частота следования волновых пакетов возмущения действительно значительно меньше частоты синхронных колебаний. В спектре, полученном в подвижной системе отсчета (рис. 10, *д*), напротив преобладают высокочастотные составляющие и высоты доминирующих пиков монотонно убывают от центра к краям.

Для второго варианта (рис. 10, *б*) характерно преобладание высокочастотных колебаний, и спектр Фурье в неподвижной системе отсчета имеет вид как на рис. 10, *г*: наиболее высокие пики более или менее монотонно убывают от центра спектра к краям. В подвижной системе отсчета (рис. 10, *е*), пики группируются в области высоких частот, что соответствует синхронным колебаниям, и в области низких частот, что соответствует волновому возмущению.

Смешанный режим (рис. 11) встречается тем чаще, чем больше величина λ. Здесь частота колебаний и частота бегущей волны близки, так что нельзя, как в предыдущем случае, визуально выделить их на пространственно-временной диаграмме. Вместо этого возникает достаточно однородная картина, а спектры Фурье в неподвижной и в движущейся системах отсчета устроены более или менее одинаково. На рис. 11, *а* показан случай, когда волны, бегущие по цепочке, имеют единичную скорость. Это соответствует резонансному режиму (см. рис. 9). На рис. 11, *б* наблюдается локальная синхронизация, как на рис. 10.

На рис. 12 показаны другие интересные случаи. Из рис. 12, *а* видно, что волновой пакет возмущения может бежать в направлении, противоположном действию связи, то есть слева направо. На рис. 12, *б* показан случай, когда колебания во времени прекращаются и возникает стационарное периодическое распределение.

На рис. 13 приведены примеры нерегулярного поведения цепочки. Такое поведение чаще всего встречается, когда λ попадает в область, где индивидуальная динамика парциального отображения является хаотической. Видно, что можно наблюдать «зашумленные» варианты поведения, описанного выше (ср. рис. 13, *а* и

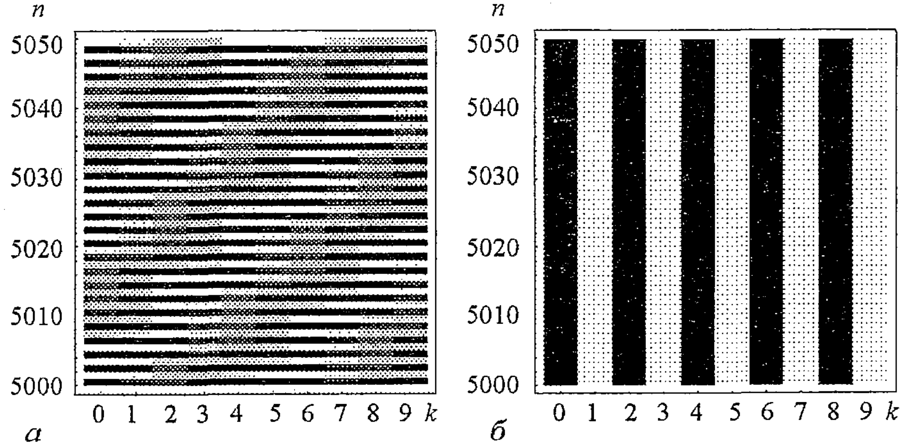


Рис. 12. Другие примеры регулярного поведения: *а* - волна возмущения бежит в направлении, противоположном действию связи; *б* - прекращение колебаний во времени. λ=1.27 и N=10

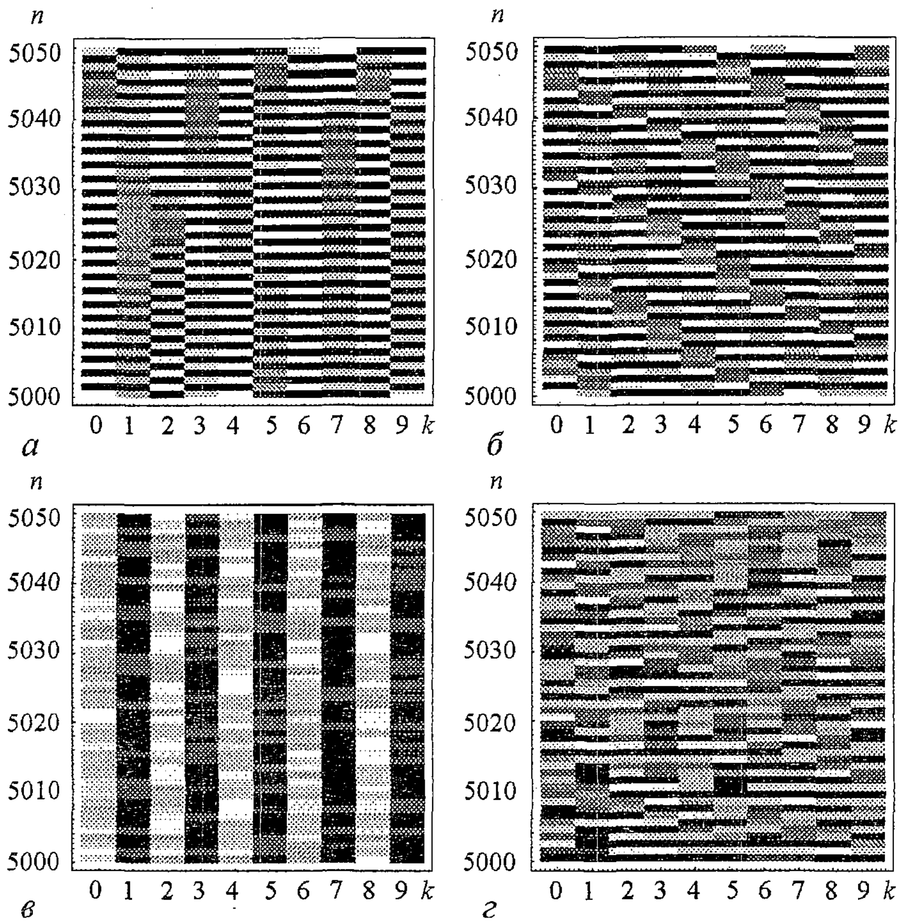


Рис. 13. Примеры нерегулярного поведения. Можно наблюдать как «зашумленные» (*а*, *б*, *в*) варианты пространственно-временных диаграмм, представленных на рисунках выше, так и практически полностью нерегулярные колебания (*г*). Значения параметров: N=10; λ=1.27 (*а*, *б*), 1.402 (*в*), 1.8 (*г*)

динамика парциального отображения является хаотической. Видно, что можно наблюдать «зашумленные» варианты поведения, описанного выше (ср. рис. 13, *а* и 9, *а*; 13, *б* и 10, *а*; 13, *в* и 12, *б*). Кроме того, наблюдаются также практически полностью нерегулярные колебания (рис. 13, *г*).

Заключение

В работе рассмотрена цепочка однонаправленно связанных идентичных отображений с периодическими граничными условиями и функцией связи общего вида, допускающей режим полной синхронизации, то есть режим, в котором все подсистемы в каждый момент времени находятся в одинаковых состояниях. Устойчивость режима синхронизации зависит от ляпуновского показателя парциального отображения и от длины цепочки. В случае, если парциальный ляпуновский показатель отрицателен, то для любого числа отображений можно подобрать такую функцию связи, что синхронизация будет устойчивой. Если же парциальный ляпуновский показатель больше нуля, то в зависимости от его величины существует некоторое предельное количество отображений, при превышении которого синхронизация неустойчива независимо от вида связи.

Рассмотрен случай, когда отображения связаны инерционной и обладает наибольшей устойчивостью. Исходя из этого, получено соотношение, связывающее ляпуновский показатель парциального хаотического отображения и максимальную длину цепочки, для которой синхронизация может быть устойчивой при выборе определенных значений параметров связи. Для двух отображений такие значения существуют независимо от парциального показателя Ляпунова. С ростом длины цепочки предельное значение ляпуновского показателя убывает до нуля быстрее, чем экспонента. Поэтому синхронизация большого числа хаотических отображений может быть устойчива, только если ляпуновский показатель парциального отображения достаточно близок к нулю, то есть на пороге бифуркации.

В качестве конкретного примера рассмотрена цепочка логистических отображений с инерционной и диссипативной связью. Построены плоскости параметров связи и двумерные проекции бассейнов притяжения симметричного аттрактора, на который система выходит в режиме синхронизации. Кроме синхронизации рассмотрены также и другие часто наблюдаемые режимы поведения цепочки, среди которых выделено несколько типичных случаев.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ 03-02-16192.

Библиографический список

1. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е.* Синхронизация периодических, хаотических и индуцированных шумом стохастических колебаний // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 2. С. 133.

2. *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.* Phase synchronization in regular and chaotic systems // Int. J. Bif. Chaos. 2000. Vol. 10, № 10. P. 2291.

3. *Mosekilde E., Maistrenko Yu., Postnov D.* Chaotic synchronization. Applications to living systems // World Scientific Series on Nonlinear Science. Series A. Vol. 42, Singapore, World Scientific, 2002.

4. *Fujisaka H., Yamada T.* Stability theory of synchronized motion in coupled oscillating systems // Prog. Theor. Phys. 1983. Vol. 69. P. 32.

5. *Pikovsky A.S.* On the interaction of strange attractors // Z. Phys. B. 1984. Vol. 55. P. 149.

6. *Афраймович В.С., Веричев Н.Н., Рабинович М.И.* Общая синхронизация // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Vol. 29. P. 795.

7. *Pecora L.M., Carrol T.L.* Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64. P. 821.

8. *Maistrenko Yu., Kapitaniak T*. Different types of chaos synchronization in two coupled piecewise linear maps // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. P. 3285.

9. *Купцов П.В.* Двухпараметрический анализ синхронизации хаотических отображений // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т.7, № 6. С. 42.

10. *Alexander J.C., Yorke J.A., You Z., Kan I.* Riddled basins // Int. J. Bif. Chaos. 1992. Vol. 2, № 4. P. 795.

11. *Ott E., Sommerer J.C.* Blowout bifurcations: the occurrence of riddled basins and on-off intermittency // Phys. Lett. A. 1994. Vol. 188. P. 39.

12. *Milnor J.* On the concept of attractor // Commun. Math. Phys. 1985. Vol. 99. P. 177.

13. *Heagy J.F., Carrol T.L., Pecora L.M.* Desynchronization by periodic orbits // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 52. P. R1253.

14. *Platt N., Spiegel E.A., Tresser C.* On-off intermittency: A mechanism for bursting // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 70, № 3. P. 279.

15. *Ashwin P., Buescu J., Stewart I.* Bubbling of attractors and synchronization of chaotic oscillators // Phys. Lett. A. 1994. Vol. 193. P. 126.

16. *Lin W.W., Peng C.C., Wang C.S.* Synchronization in coupled map lattices with periodic boundary condition // Int. J. Bif. Chaos. 1999. Vol. 9. P. 1635.

17. *Lin W.W., Wang Y.Q.* Chaotic synchronization in coupled map lattices with periodic boundary conditions // SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 2002. Vol. 1. P. 175.

18. *Кузнецов С.П.* Универсальность и подобие в поведении связанных систем Фейгенбаума // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 8. С. 991.

19. *Астахов С.А., Безручко Б.П., Селезнев Е.П., Смирнов Д.А.* Эволюция бассейнов притяжения аттракторов связанных систем с удвоением периода // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5, № 2-3. С. 87.

Саратовское отделение ИРЭ РАН

Поступила в редакцию 16.10.03
после доработки 24.05.04

SYNCHRONIZATION AND COLLECTIVE BEHAVIOR OF A COUPLED MAP LATTICE WITH UNIDIRECTIONAL COUPLING AND PERIODIC BOUNDARY CONDITIONS

P.V. Kuptsov, S.P. Kuznetsov

Full synchronization is considered for a coupled map lattice with periodic boundary conditions. The lattice composed of the identical maps and the coupling is local and unidirectional, i.e., every map undergoes the action only form its right neighbor. If the lattice consists of the chaotic maps, then there is the limiting lattice length above which synchronization is always unstable for any type of coupling. This limiting value depends on the Liapunov exponent of the partial map. When the partial Liapunov exponent is negative, as for the periodic map, there always exists an appropriate coupling for which the lattice of any length have stable synchronization. As an example the lattice of logistic maps with the inertial and dissipative coupling is considered. Stability of synchronization is discussed for the different types of individual dynamics of the partial map. Some other typical regimes of dynamics are revealed and discussed.

Купцов Павел Владимирович родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского университета (1994). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1998). Область научных интересов - нелинейная динамика, теория критических явлений. Автор нескольких научных работ по этой теме.

Кузнецов Сергей Петрович родился в 1951 году. Доктор физико-математических наук, профессор факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета, заведующий лабораторией Саратовского отделения Института радиотехники и электроники РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений при переходе к хаосу. Опубликовал свыше 150 работ в отечественной и зарубежной научной печати. Автор нескольких оригинальных учебных курсов, прочитанных им в разные годы на кафедрах электроники, радиофизики и на факультете нелинейных процессов СГУ. Соросовский профессор (2000, 2001). Член-корреспондент РАЕН.

E-mail: kuz@spkuz.saratov.su.

Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004 УДК 621.396

ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ НЕАВТОНОМНОЙ ДИСКРЕТНОЙ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Д.Э. Палей

Рассмотрены периодические движения, возникающие в дискретных системах фазовой синхронизации при наличии на входе периодического по частоте внешнего воздействия. Получены условия и области существования периодических движений различной структуры. Выявлена структура расположения этих областей в пространстве параметров для систем 1-го и 2-го порядков. Получены качественно-численные оценки на область глобального слежения системы с пилообразной характеристикой фазового детектора.

Введение

Задача анализа неавтономных режимов дискретных систем фазовой синхронизации (ДСФС) при периодическом по частоте воздействии представляют как теоретический, так и практический интерес, так как позволяют ответить на ряд важных вопросов, связанных с изучением динамических свойств поведения системы и использованием ее в составе различных радиотехнических устройств. К их числу относятся различные поисковые по частоте системы, системы слежения за входной частотой при наличии детерминированной помехи на входе, а также устройства, выполняющие функции частотных и фазовых демодуляторов. Актуальность исследования нелинейных дискретных СФС при наличии внешнего воздействия также связана с задачами, возникающими при решении проблем обработки сигналов, когда требуется исключить возможность появления различных периодических движений, связанных с входным воздействием.

Следует отметить, что поведение системы фазовой синхронизации в неавтономных режимах является сугубо нелинейным. При этом для эффективного функционирования системы необходимо определение параметров, которые приводили бы ее в необходимые режимы, что, в свою очередь, невозможно без глубокого анализа ее математической модели в неавтономном варианте.

Для непрерывных СФС задача анализа неавтономных режимов при периодическом по частоте воздействии на сегодняшний день решена в достаточной для практики степени [1-4]. В случае дискретных СФС можно назвать ограниченное число работ, посвященных анализу неавтономных систем. При этом большинство из них посвящено исследованию поисковых по частоте режимов различных модификаций СФС [5-7]. Незначительное число работ посвящено анализу возможных установившихся периодических и квазипериодических движений, обусловленных частотными изменениями на входе [8,9].

Целью данной работы было исследование динамических свойств неавтономных ДСФС при наличии на входе периодического по частоте внешнего воздействия. Основным объектом исследования являлась обобщенная модель неавтономной СФС, описываемая в символическом виде следующим нелинейным отображением [10,11]

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + aW(z)F(\varphi_n) + g_f + u_n, \tag{1}$$

где φ - нормированная на π разность фаз сигналов на входе фазового детектора ($\varphi \in [-1,1]$), имеющего пилообразную характеристику $F(\varphi)$; $W(z)$ - коэффициент передачи фильтра в цепи обратной связи, a - параметр системы; g_f - нормированная начальная частотная расстройка; u_n - входное воздействие в момент времени n.

В работе рассмотрен широко распространенный на практике случай СФС с пилообразной характеристикой фазового детектора. На начальном этапе изучены общие свойства системы (1). Рассмотрены предельные циклы (условия возникновения, области существования, бифуркации), возникающие в системе и обусловленные как собственным поведением системы, так и входным воздействием. Конечным итогом анализа было получение качественных и численных оценок области глобального слежения (ОГС), в которой из любых начальных условий возникает устойчивый режим слежения. При этом под устойчивым режимом слежения понимается состояние системы, в котором под воздействием входного сигнала не происходит проскальзываний по фазе. Можно сказать, что ОГС является неавтономным аналогом области глобальной устойчивости автономных систем, а точнее ее распространением на неавтономный случай, так как область глобальной устойчивости определяет область параметров, при которых система приходит в синхронный режим, но только при постоянном по частоте воздействии.

Отметим, что ОГС может существенно зависеть от типа и вида входного воздействия. Результаты численного расчета приведены для распространенного и практически важного случая входного воздействия: сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ).

Математическая модель

Рассмотрим вначале общие свойства неавтономной ДСФС. Коэффициент передачи фильтра можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} W(z) &= a_n + A(z)/B(z) = \\ &= a_n + (a_{n-1}z^{n-1} + a_{n-2}z^{n-2} + \ldots + a_0)/(z^n + b_{n-1}z^{n-1} + b_{n-2}z^{n-2} + \ldots + b_0), \end{aligned} \tag{1}$$

где коэффициент a_n описывает пропорциональное звено.

Известно, что обобщенное уравнение (1) в этом случае можно свести к системе n+1 уравнений первого порядка вида

$$\begin{cases} \varphi_{j+1} = \varphi_j - sa_nF(\varphi_j) + x_j^1 + u_j + g_f, \\ x_{j+1}{}^1 = a_{n-1}F(\varphi_j) - b_{n-1}x_j^1 + x_j^2, \\ x_{j+1}{}^2 = a_{n-2}F(\varphi_j) - b_{n-2}x_j^1 + x_j^3, \\ \ldots \\ x_{j+1}{}^n = a_0F(\varphi_j) - b_0x_j^1. \end{cases} \tag{2}$$

Для случая пилообразной характеристики детектора $F(\varphi)$ поведение системы можно описать матричным уравнением

$$\mathbf{q}_{j+1} = A\,\mathbf{q}_j + \mathbf{p}_j + \mathbf{u}_j, \qquad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1\text{-}a_n & 1 & 0 & 0 & . & 0 \\ a_{n\text{-}1} & -b_{n\text{-}1} & 1 & 0 & . & . \\ a_{n\text{-}2} & -b_{n\text{-}2} & 0 & 1 & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ a_0 & -b_0 & 0 & 0 & . & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{u}_j = \begin{bmatrix} u_n + g_f \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{p}_j = \begin{bmatrix} p_n \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где $\mathbf{q}_j$ - вектор состояния системы в момент времени j; A - линеаризованная квадратная размерности $(n+1)\times(n+1)$ матрица отображения (2); $\mathbf{u}_j$ - вектор размерности $n+1$, описывающий входное воздействие в момент времени j; $\mathbf{p}_j$ - вектор размерности $n+1$, описывающий нелинейные отображения на j-й итерации ($\mathrm{mod}(\varphi_j,2)=\varphi_j+\pi p_j$, $p_j=\pm 2$, $m\in N$). Фазовым пространством системы (2) является многомерный фазовый цилиндр, так как оно инвариантно относительно замены $\varphi\to\varphi+2\pi n$. При нелинейном отображении вектор состояния $\mathbf{q}_j$ переходит с одного его периода на другой (с одного периода $F(\varphi)$ на другой). Соответственно значение $[p_j]_\varphi$ (φ-компоненты вектора $\mathbf{p}_j$) компенсирует влияние нелинейности $F(\varphi)$ при отображении и не равно нулю. В реальной системе этому движению соответствует явление проскальзывания фазы.

Пусть период внешнего воздействия кратен периоду дискретизации кольца $T_{\text{вх}}=kT_p$. В этом случае все движения в системе будут также периодическими с периодом T_d, кратным $T_{\text{вх}}$, $T_d=mT_{\text{вх}}=mkT_p$, $m=1,2,3,\dots$. Соответственно режим слежения будет представлять движения в системе с периодом k без проскальзывания фазы. Подобный режим выполняет функцию, аналогичную состоянию равновесия (простой неподвижной точке) в системе при постоянном входном воздействии.

Условия существования предельных циклов

Рассмотрим далее произвольный предельный цикл на периоде входного сигнала. Необходимым условием его существования является выполнение условия замыкания (через k итераций вектор $\mathbf{q}_0$ должен прийти в начальное состояние)

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{q}_0 = A^k\mathbf{q}_0 + \Sigma_{j=0}^{k\text{-}1} A^j(\mathbf{p}_{k\text{-}j\text{-}1}+\mathbf{u}_{k\text{-}j\text{-}1}). \qquad (5)$$

Из (5) следует, что структура произвольного движения определяется набором векторов нелинейных отображений на периоде входного сигнала $\{\mathbf{p}_j\}$ ($j=1..k$). В качестве начальной точки цикла мы можем выбрать любой из k векторов состояния на периоде ($\mathbf{q}_i$, $i=0\dots k\text{-}1$). Соответственно при переходе от одной начальной точки к другой набор $\{\mathbf{p}_j\}$ осуществляет циклический сдвиг векторов. В случае, когда значения всех векторов $\mathbf{p}_j$ на периоде входного сигнала равны нулю, наблюдается устойчивое слежение.

Для автономной системы можно показать, что для существования периодического движения заданной структуры необходимо и достаточно, чтобы все точки цикла находились на каждой итерации в пределах одного периода фазового цилиндра по координате φ [12]

$$\varphi_j \in [-1,1], \qquad j = 1\dots k_p. \qquad (6)$$

Аналогичное утверждение справедливо и для предельных циклов отображения (2) при наличии входного воздействия. В самом деле, пусть для некоторого набора $\{\mathbf{p}_j\}$ выполняется условие замыкания (5) предельного цикла и на j-й итерации значение φ_j выходит за пределы фазового цилиндра, то есть $|\varphi_j|>1$. Это означает, что на j-й итерации $\mathrm{mod}(\varphi_j,2)\neq\varphi_j$ и линеаризованная модель (3) уже не может быть использована, то есть становится ложным и равенство (5).

Устойчивость и бифуркации периодических движений

Для случая пилообразной характеристики детектора критерий устойчивости отображения (2), согласно (3), (4), определяется собственными значениями матрицы A^k, не зависит от внешнего воздействия и, таким образом, совпадает с критерием устойчивости автономной системы.

Исходя из этого, бифуркация рождения - исчезновения любого периодического движения связана с выполнением условий существования периодических движений (5), (6). Рассмотрим их в зависимости от вектора $\mathbf{u}$ (внешнего воздействия u_n и начальной расстройки g_f).

Рассмотрим предельный цикл некоторой структуры, определяемой набором $\{\mathbf{p}_j\}$. Из условия замыкания (5) при заданном внешнем воздействии вычислим для него координаты $[q]_\varphi$ всех векторов состояния на периоде входного сигнала. Можно утверждать, что если расстояние по φ между двумя любыми точками цикла меньше 2π ($|\varphi_m-\varphi_n|<2\pi$; m, $n=0\ldots k-1$), то есть такое $g_f\in[g_{\min},g_{\max}]$, при котором этот цикл существует. В самом деле, изменение значения g_f согласно (4) приводит к перемещению векторов состояния вдоль координаты φ. Так как мы предположили, что все векторы принадлежат одному периоду $F(\varphi)$, то цикл возникает, когда вектор состояния с минимальным значением $[q]_\varphi$ пересекает границу $\varphi=-1$ (это соответствует значению $g=g_{\min}$), и исчезает, когда вектор состояния с максимальным значением $[q]_\varphi$ пересекает границу $\varphi=1$ (это соответствует значению $g=g_{\max}$).

По аналогии можно сформулировать такое утверждение: если для заданного внешнего воздействия существуют точки цикла, такие что $|\varphi_m-\varphi_n|>2\pi$, то это периодическое движение не существует при любых значениях g_f.

Приведенные утверждения позволяют оценить возможность существования периодического движения при заданном входном воздействии и определить параметры (например, амплитуду) входного воздействия, при которых существование цикла в принципе возможно.

Функция последования

Для анализа предельных циклов и движений без нелинейных отображений отображения (2) (они соответствуют устойчивому режиму слежения в ДСФС) перейдем, учитывая вышесказанное, к новой временной шкале, в которой шаг дискретизации совпадает с периодом входного сигнала $T_{\text{вх}}$. В новом времени режиму слежения будет соответствовать неподвижная точка, а движениям с периодом $T_d=mT_{\text{вх}}$ - m-кратная неподвижная точка.

Будем описывать поведение системы с помощью вектора состояния $\mathbf{q}_{n,i}^*$, совпадающего в новой шкале со значениями $\mathbf{q}_{n,i}^*=\mathbf{q}_{nk+i}$ ($k>i\geq0$). Не теряя общности, будем далее полагать, что начальная точка цикла - первый вектор состояния на периоде входного сигнала, то есть $i=0$, $\mathbf{q}_{n,0}^*\to\mathbf{q}_n^*$.

Построим функцию последования $f(\mathbf{q}_n^*)$, связывающую состояния системы в два соседних момента в новой временной шкале,

$$\mathbf{q}_{n+1}^* = f(\mathbf{q}_n^*). \tag{7}$$

Для общего вида нелинейности $F(\varphi)$ и произвольного типа входного воздействия сделать это представляется возможным только численным способом. Для случая кусочно-линейной $F(\varphi)$ и входного воздействия, представимого в виде кусочно-линейной функции, $f(\mathbf{q}_n^*)$ можно получить аналитически. Так, для случая ЛЧМ воздействия и пилообразной характеристики детектора с учетом $T_{вх}=kT_p$, вектор входного воздействия можно представить в виде:

$$\mathbf{u}_n = \begin{bmatrix} u_n+g_0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0+iU\Delta u+g_0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0+g_0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} iU\Delta u \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{v}_n,$$

где i=mod(n,k) - номер итерации на периоде входного воздействия. Через период входного воздействия отображение (3) (в терминах вектора состояния $\mathbf{q}_n^*$) примет вид

$$\mathbf{q}_{n+1}^* = A^k\mathbf{q}_n^* + \Sigma_{j=0}^{k-1} A^j(\mathbf{u}_0+\mathbf{v}_{k-j-1}+\mathbf{p}_{k-j-1}). \tag{8}$$

Сворачивая суммы в (8), приходим к отображению в новом времени

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_{n+1}^* = A^k\mathbf{q}_n^* + \frac{E-A^k}{E-A}\mathbf{u}_0 + \frac{E-A^k}{E-A}\begin{bmatrix}(k-1)\Delta u \\ 0\end{bmatrix} - \\ - \frac{(k-1)A^{k+1}-kA^k+A}{(E-A)^2}\begin{bmatrix}\Delta u \\ 0\end{bmatrix} + \Sigma_{j=0}^{k-1} A^j\,\mathbf{p}_{k-j-1},\end{aligned} \tag{9}$$

которое и определяет функцию последования совместно с условиями $|\varphi_i|>1$ при всех i ($k>i\geq 0$) для конкретного набора $\{\mathbf{p}_j\}$.

Условие замыкания, определяемое (5), будет иметь вид

$$\mathbf{q}_{n,0}^* = (E-A^k)^{-1}\left[\frac{E-A^k}{E-A}\mathbf{u}_0 + \frac{E-A^k}{E-A}\begin{bmatrix}(k-1)\Delta u \\ 0\end{bmatrix} - \frac{(k-1)A^{k+1}-kA^k+A}{(E-A)^2}\begin{bmatrix}\Delta u \\ 0\end{bmatrix} + \Sigma_{j=0}^{k-1}A^j\mathbf{p}_{k-j-1}\right].$$

Аналогично получаются условия замыкания для состояний $\mathbf{q}_{n,j}$, $0\leq j\leq k-1$.

Пример расчета функция последования для ДСФС первого порядка

В качестве примера приведем функцию последования СФС первого порядка. В этом случае выражение (9), согласно (2), преобразуется к виду:

$$\varphi_{n+1} = (1-\alpha)^k\varphi_n + (g+u_0)\frac{1-(1-\alpha)^k}{\alpha} + \frac{(k\alpha-1)+(1-\alpha)^k}{\alpha^2}\Delta u + \Sigma_{j=0}^{k-1}(1-\alpha)^j p_{k-j-1}, \tag{10}$$

где $\alpha=sa_0$ - имеет смысл коэффициента усиления по постоянному току в кольце синхронизации. На периоде входного воздействия может произойти в общем случае k нелинейных отображений, которые описываются слагаемым

$$\Sigma_{j=0}^{k-1} (1-\alpha)^j p_{k-j-1}.$$

Согласно (9) на плоскости φ_n, φ_{n+1} функция последования $f(\varphi_n)=f(\varphi_n,k,\alpha,\Delta u)$ будет представлена параллельными отрезками, лежащими на различной высоте по координате φ_{n+1}. Конкретное расположение отрезков будет определяться соответствующими комбинациями $p_0p_1...p_{k-1}$. При наличии пересечения соответствующего участка с линией старта ($\varphi_{n+1}=\varphi_n$) в системе существует режим «квазислежения», при котором на периоде входного сигнала происходят скольжения по фазе, а абсолютное приращение фазы за период составляет величину $\Sigma_{j=0}^{k-1} p_j$.

На рис. 1, 2 приведены примеры расчета функции последования для различных параметров СФС. Функции представляют собой набор отрезков, наклон которых определяется α. Длительность отрезков зависит от комбинации $p_0p_1...p_{k-1}$. Для малого α наиболее характерными являются комбинации с чередованием линейных и нелинейных отображений на периоде (см. рис. 1), для большого α - комбинации без чередования линейных и нелинейных отображений. Комбинация вида «0,0,0,0,0,0,0» соответствует движению без нелинейных отображений. Точка пересечения отрезка функции $f(\varphi_n)$ с данной комбинацией и линии переключения определяет состояние слежения системы (см. рис. 2). Комбинация вида «2,2,2,2,2,2,2» соответствует движению системы с нелинейным отображением одного знака на каждом шаге. Точка пересечения отрезка функции $f(\varphi_n)$ с данной комбинацией и линии переключения определяет состояние кратного слежения, аналога кратному захвату системы для постоянного по частоте воздействия (рис. 2, *б*). Точки пересечения отрезков $f(\varphi_n)$ с другими комбинациями определяют в большом времени существование как простых неподвижных точек (период движения равен k), так и кратных. Во втором случае каждая из точек соответствует одному из состояний движения с периодом mkT_p. Изменение постоянной расстройки g приводит к смене типа неподвижных точек.

Согласно рис. 1 при малом усилении режим слежения невозможен. При малом g характерным является и полное отсутствие неподвижных точек. При этом возникают движения с нелинейным отображением разных знаков (рис. 1, *б*), то

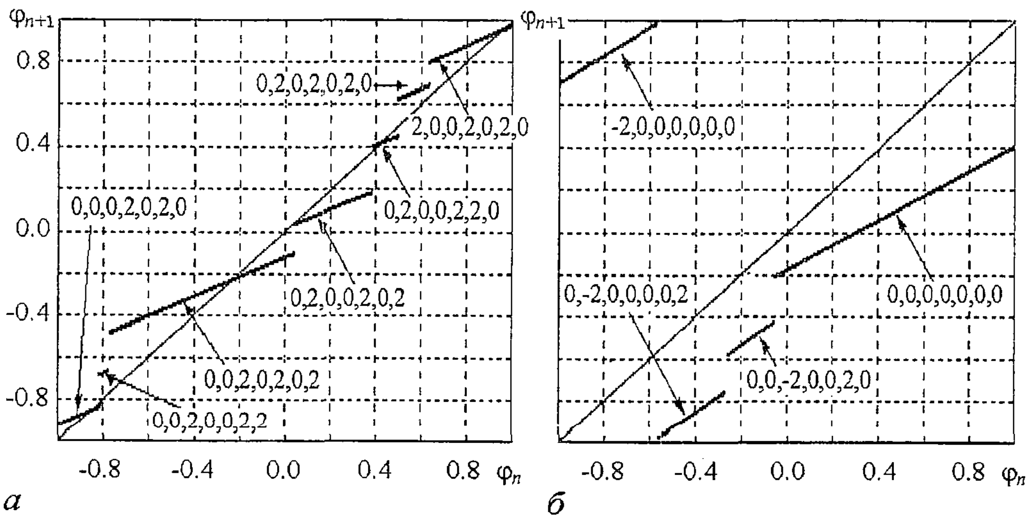


Рис. 1. Функция последования СФС с малым усилением для k=7: *а* - U=0.5, g=0.9, α=0.1; *б* - U=0.5, g=0.02, α=0.05

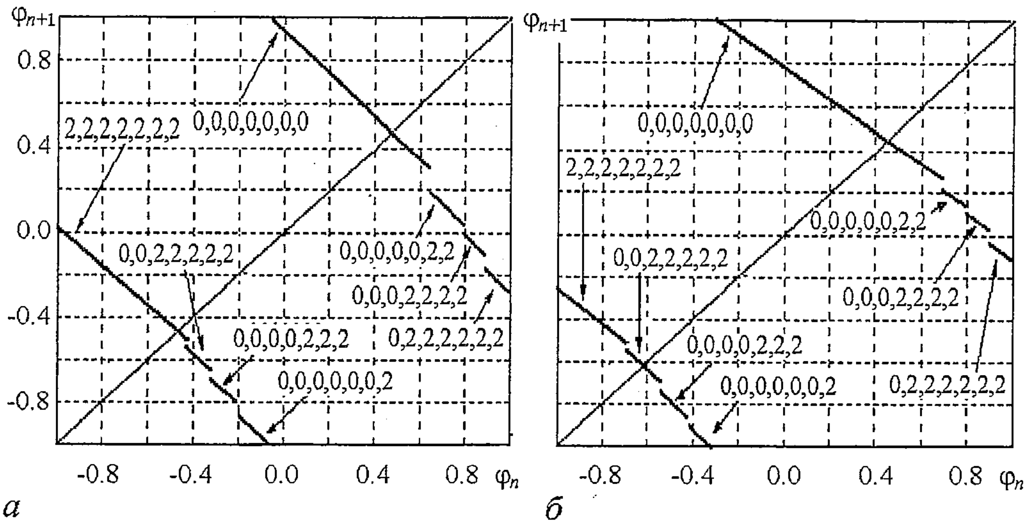


Рис. 2. Функция последования СФС с большим усилением для k=7: *а* - U=0.5, g=1.1, α=1.95; *б* - U=0.5, g=0.87, α=1.95

есть создаются условия для возникновения движений, аналогичных циклам 1-го рода.

При большом усилении существует режим слежения и дополнительно несколько циклов, аналогов колебательным и вращательным движениям. При этом наблюдается зависимость от четности периода k. Для четных k режим слежения, как правило, ограничивается режимом кратного слежения. Для нечетных k режим слежения ограничивается либо кратным слежением, либо циклами 2-го рода, в которые переходит кратное слежение в результате уменьшения числа нелинейных отображений на периоде ЛЧМ.

Области существования периодических движений, область глобального слежения

Рассмотрим примеры расчета областей существования периодических движений СФС различной структуры и области глобального слежения на примере СФС 1-го и 2-го порядков.

СФС 1-го порядка с пилообразной характеристикой детектора для ЛЧМ входного воздействия. На рис. 3 приведен пример расчета областей существования различных периодических движений и области глобального слежения для ДСФС 1-го порядка в плоскости параметров (α,g). На рис. 3, *а* приведены результаты для четного, а на рис. 3, *б* - для нечетного отношения периода входного воздействия и периода дискретизации системы $k=T_{вх}/T_p$.

Следует подчеркнуть стройную схему образования областей существования циклов. При малом усилении с ростом расстройки наблюдается возникновение циклов 2-го рода с равномерным увеличением количества нелинейных отображений и абсолютным приращением разности фаз на периоде цикла. Данные циклы образуют группы, которые с ростом усиления также дают движения с большим числом нелинейных отображений. Количество таких групп равно k-1, в качестве k-й группы при больших расстройках выступает кратное слежение с изменением фазы, равным 2k. На рисунках показаны абсолютные приращения фазы, нормированные на π, на периоде предельного цикла.

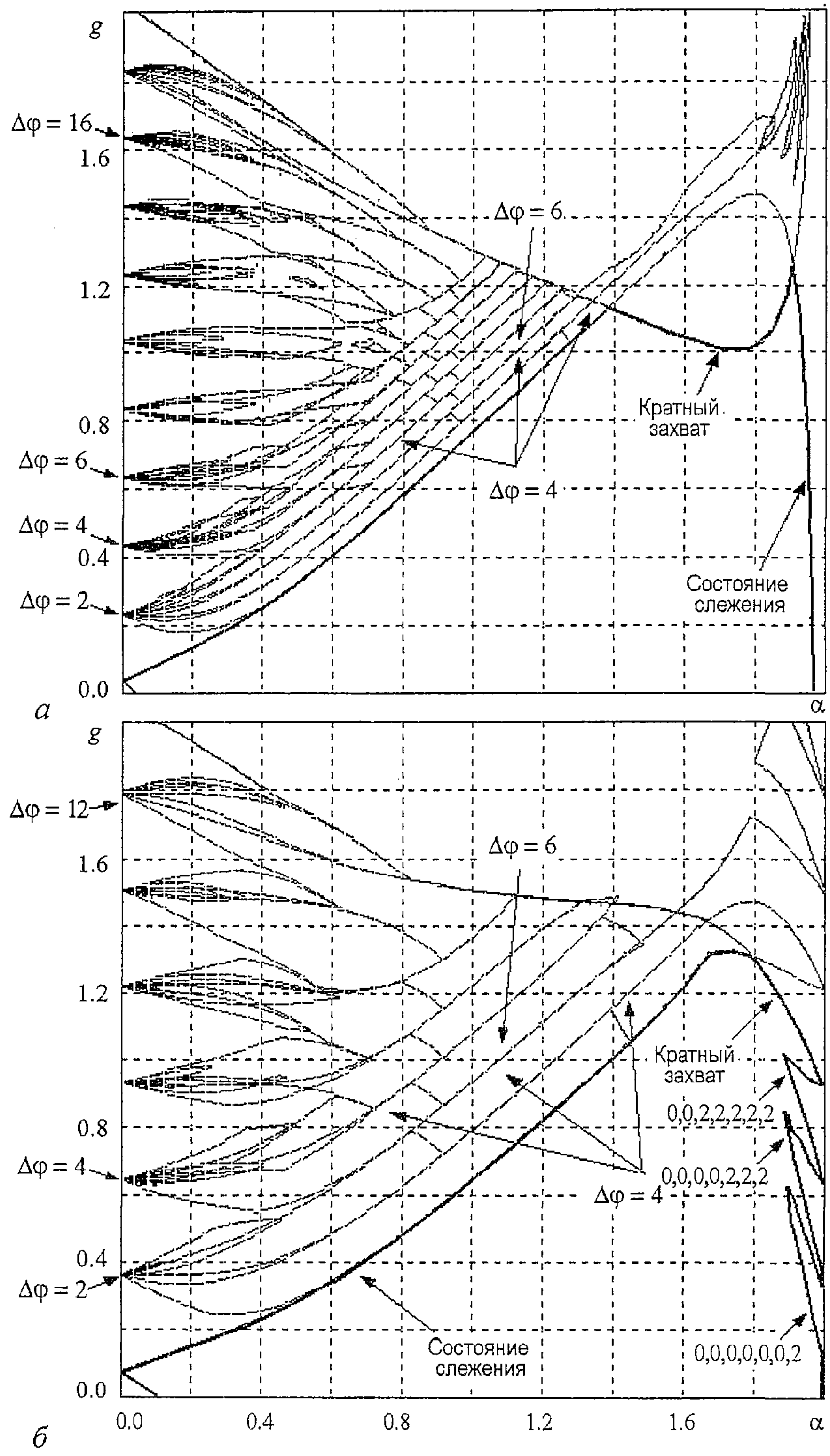


Рис. 3. Области существования установившихся движений: *а* - U=0.3, k=10; *б* - U=0.5, k=7

С ростом усиления в случае четного k граница кратного слежения уходит в область больших расстроек (см. рис. 3, *а*), в случае нечетного k - в область малых расстроек с переходом в границы циклов 2-го рода с меньшим числом нелинейных отображений (см. рис. 3, *б*). Для α, близких к нулю, режим слежения отсутствует.

В целом характер полученных областей на качественном уровне повторяет результаты, полученные для автономных дискретных систем 2-го порядка [13]. Это можно объяснить тем, что неавтономное отображение 1-го порядка путем введения второй координаты может быть сведено к автономному отображению 2-го порядка.

Одним из важных результатов проведенного анализа является установление области глобального слежения за входным сигналом. Выбором параметров системы можно добиться устойчивой работы ДСФС при значительных амплитудах входного воздействия и расстройках по частоте.

СФС второго порядка с пилообразной характеристикой детектора для ЛЧМ входного воздействия. Аналогичный расчет был выполнен для СФС 2-го порядка. Отображение (2) в этом случае преобразуется к следующему виду [10]:

$$\begin{cases} \varphi_{n+1} = \varphi_n - \alpha F(\varphi_n) + x_n + u_n + g_f, \\ x_{n+1} = dx_n - \beta F(\varphi_n), \end{cases} \tag{11}$$

где $\alpha = sa_1$, $\beta = -a_0$, $d = -b_0$. На рис. 4 на плоскости обобщенных параметров α, β приведены области существования режима слежения при постоянной амплитуде входного сигнала и различных расстройках g_f. С ростом g_f наблюдается смещение границы существования от границы локальной устойчивости G_{-1}. Отметим, что это качественно повторяет результаты, полученные для областей существования состояния равновесия автономной системы. В то же время имеется отличие,

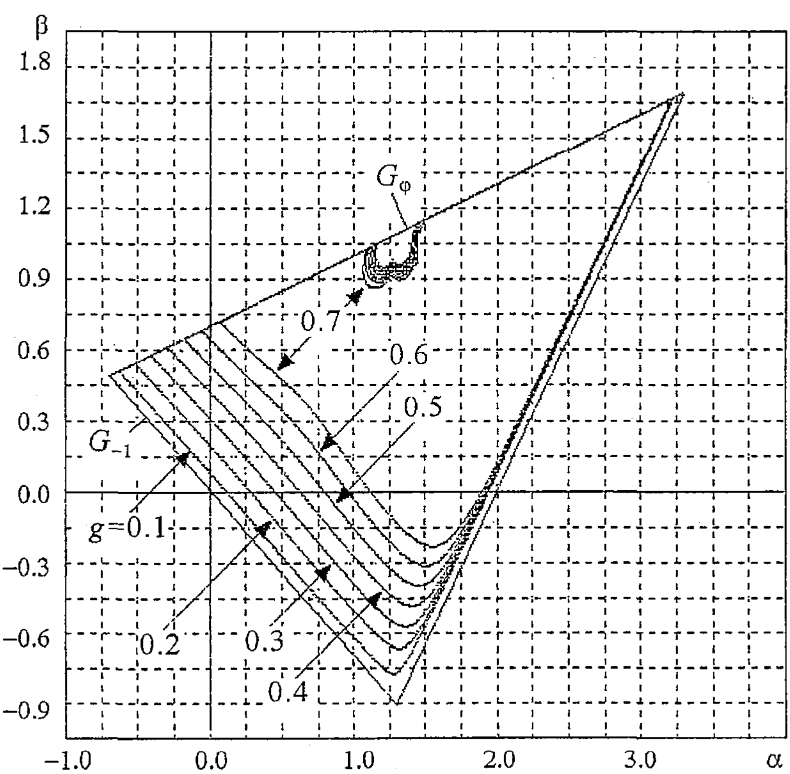


Рис. 4. Области существования режима слежения для d=0.3, U=0.2, k=4

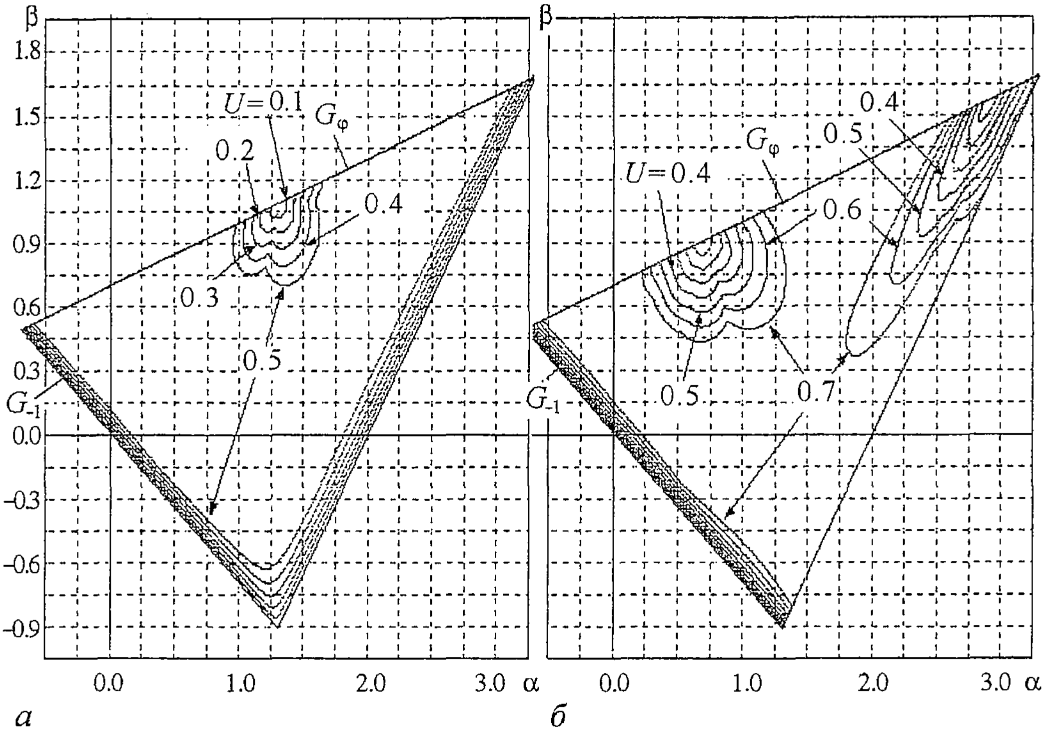


Рис. 5. Области существования режима слежения для d=0.3, g=0, k=4 (a) и d=0.3, g=0, k=5 ($б$)

связанное с тем, что в окрестности границы локальной устойчивости G_φ имеется незначительная замкнутая область, в которой также отсутствует режим слежения, размер области увеличивается с ростом g_f.

На рис. 5 приведены области существования режима слежения для нулевой расстройки и, соответственно, четного (рис. 5, a) и нечетного (рис. 5, $б$) периодов входного сигнала. В случае нечетного k граница G_{-1} совпадает с границей существования, но есть область для больших α, β, в которой нет режима слежения. С ростом амплитуды входного воздействия U области, в которых не существует режим слежения, увеличиваются.

На рис. 6 приведен пример расчета областей существования периодических движений различного типа в плоскости параметров (α, g_f).

На графике приведены только области существования движений с периодом, равным k_p. Исследования показали, что именно эти циклы в основном определяют границы ОГС, которая выделена на графике. Качественно повторяются результаты, полученные для системы 1-го порядка. Области существования периодических движений объединены в семейства. У движений из одного семейства абсолютные приращения координаты φ за период входного сигнала одинаковые. Распределение областей существования вдоль оси g_f практически симметрично относительно значения g_f=1. Аналогично области глобального слежения, в области больших g_f можно выделить область глобального слежения для кратного захвата. Справа, в области больших значений α (большое усиление в системе), ОГС ограничивается кратным захватом.

В заключение отметим, что результаты исследований позволяют судить о свойствах и качественном поведении неавтономной системы в зависимости от ее параметров. Полученные данные могут быть использованы научными работниками и специалистами в области систем синхронизации для исследования и разработки различных типов ДСФС, оптимизации режимов их функционирования.

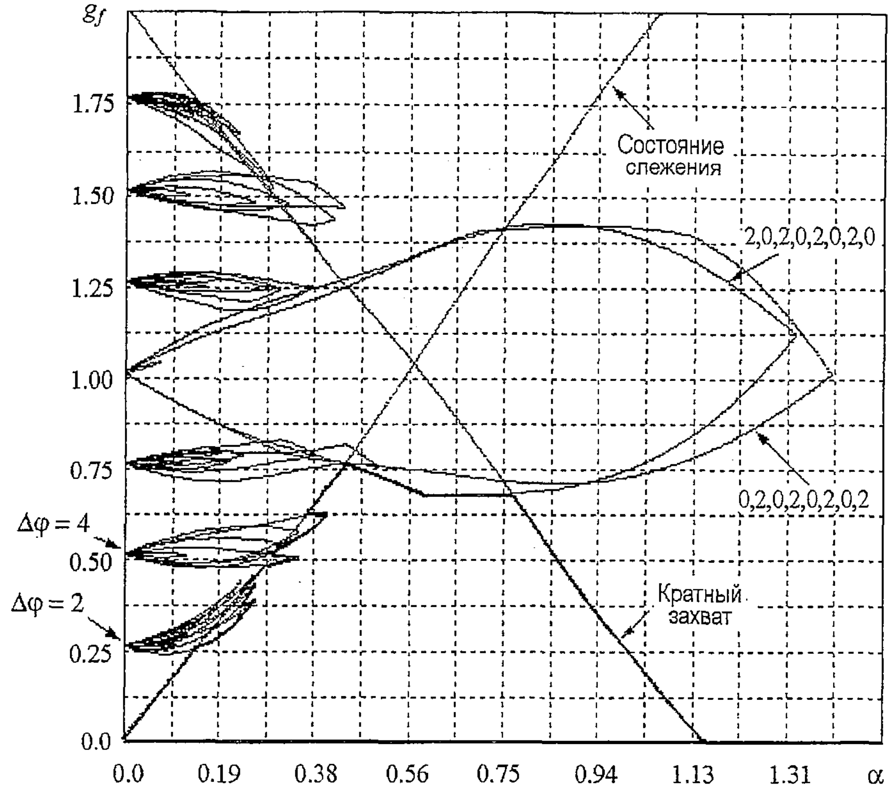


Рис. 6. Области существования периодических движений различной структуры для d=0.5, $U_{вх}$=0.1, k_p=8, β/α=0.5

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 02-02-17500).

Библиографический список

1. *Тузов Г.И.* Выделение и обработка информации в доплеровских системах. М.: Советское радио, 1967. 256 с.

2. *Журавлев В.И.* Поиск и синхронизация в широкополосных системах. М.: Радио и связь, 1986. 240с.

3. *Белых В.Н.* Качественные методы теории нелинейных колебаний сосредоточенных систем: Учебное пособие. Горький, 1980. 98 с.

4. *Шахгильдян В.В., Белюстина Л.Н, Капранов М.В.*и др. Фазовая синхронизация / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М.: Связь, 1975. 288 с.

5. *Рыжков А.В.* Комбинированная система ФАПЧ с реверсивным поиском // Электросвязь. 1975, № 10.С. 68.

6. *Козлов В.И., Литвиненко В.К.*Время установления в импульсной системе фазовой АПЧ с делителем частоты и цифро-аналоговым поиском // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1978. Т. XXI, № 3. С. 98.

7. *Карякин В.Л., Другов М.И.* Система частотно-фазовой автоподстройки // Электросвязь. 1981, № 9. С. 48.

8. *Башмаков М.В., Захаров Д.Е., Казаков Л.Н.* Анализ выходного сигнала цифрового синхронно-фазового демодулятора при наличии на входе гармонической помехи // Современные проблемы радиофизики и электроники. Ярославль: ЯрГУ, 1998. С. 118.

9. *Казаков Л.Н., Башмаков М.В.* Помехоустойчивость цифрового син-

хронно-фазового демодулятора с многоуровневым квадратурным преобразованием входного сигнала // Материалы 2-й международной конф. Цифровая обработка сигналов и ее применение. Москва, 21-24 сентября, 1999.

10. *Палей Д.Э., Казаков Л.Н.* Динамика дискретной системы второго порядка с несколькими нелинейностями // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1995, № 3. С. 61.

11. *Палей Д.Э.* Динамика цифровой системы фазовой синхронизации второго порядка с синусоидальной характеристикой детектора и ограничивающим фильтром // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 6. С. 29.

12. *Палей Д.Э.* Анализ режимов слежения дискретной СФС при периодическом по частоте воздействии // Тез. науч.-тех. конф. Проблемы синхронизации третьего тысячелетия. Ярославль, 26-28 июля, 2000.

13. *Казаков Л.Н., Палей Д.Э.* Анализ полосы захвата импульсной системы фазовой синхронизации второго порядка // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40, № 5. С. 823.

Ярославский государственный университет

Поступила в редакцию 13.11.2003
после доработки 30.03.2004

DYNAMIC BEHAVIOR OF NON-AUTONOMOUS DISCRETE PHASE SYSTEMS

D.E. Paley

The periodical movements of discrete phase lock systems with input signal are examined in this paper. The conditions and regions of existence of different periodical movements are considered. The structure of these regions in a parameter space is investigated for systems of first and second orders. The qualitative and numeral estimations of global tracking region are obtained for system with saw-tooth phase detector characteristic.

Палей Дмитрий Эзрович - родился в Гусеве Калининградской области (1967), окончил физический факультет Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова (1991). После окончания ЯрГУ работал на кафедре радиофизики, а затем на кафедре динамики электронных систем физического факультета. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук в МЭИ (Московский энергетический институт, 1998) в области исследования динамических свойств нелинейных дискретных систем синхронизации с несколькими нелинейностями. Опубликовал более 10 научных работ, посвященных изучению сложной динамики дискретных систем.

E-mail: paley@yars.free.net.

Прикладные задачи нелинейной теории колебаний и волн

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004

УДК 539.219.3:669

ВРЕМЯ УСТАНОВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИМЕСИ В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С ПЕРЕМЕННЫМ ВО ВРЕМЕНИ КОЭФФИЦИЕНТОМ ДИФФУЗИИ

Е.Л. Панкратов

В работе проводится анализ динамики процесса диффузии примеси в неоднородной среде с переменным во времени коэффициентом диффузии. В работе получены требования к пространственной структуре и закону изменения во времени коэффициента диффузии среды, при которых происходит наибольшее ускорение или замедление диффузии примеси.

Введение

Внедрение примеси в исходную пластину (или в эпитаксиальный слой) путем диффузии при высокой температуре является исходным и одним из основных способов легирования полупроводников с целью создания диодных и транзисторных структур [1-3]. Широкое распространение диффузионных процессов в твердотельной электронике (применение диффузионной технологии изготовления полупроводниковых структур, необходимость замедления деградации готовых полупроводниковых структур и т.д.) привело к необходимости изучения динамики процесса диффузии примеси в различных средах. Хотя диффузии частиц в твердых телах посвящено множество работ [1-6], изменение свойств полупроводниковых структур в пространстве и времени учитывается редко. Целью данной работы является количественная оценка влияния пространственных и временных изменений коэффициента диффузии на динамику примеси в технологических процессах. Одновременно рассматривается вопрос о степени допустимости приближения коэффициента диффузии примеси его средним значением при вычислении временных характеристик диффузии [1].

Постановка задачи

Рассмотрим неоднородную одномерную структуру длины L с переменным во времени коэффициентом диффузии. На поверхности структуры сформирован источник примеси. Концентрация примеси в источнике N_1 многократно превышает предел растворимости в образце N_2. В момент времени t=0 температура образца повышается, и примесь начинает диффундировать в глубь образца. С течением времени устанавливается стационарное распределение концентрации примеси $C(x,\infty)=N_2$. Требуется определить время установления распределения примеси в заданной точке структуры x (так называемой точке наблюдения) и провести количественную оценку влияния пространственно-временных изменений коэффициента диффузии на динамику примеси в рассматриваемой структуре.

Метод решения

Пространственно-временное распределение концентрации примеси $C(x,t)$ описывается уравнением диффузии [1,2,5]

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D(x,t)\,\frac{\partial C(x,t)}{\partial x}\right] = -\frac{\partial G(x,t)}{\partial x}, \qquad (1)$$

где $G(x,t)$ - поток примеси. Уравнение диффузии дополняется начальным и граничными условиями $C(0,t)=N_1$, $G(L,t)=0$, $C(x>0,0)=0$.

Для количественного описания влияния пространственно-временных изменений коэффициента диффузии на динамику примеси рассмотрим время установления ее стационарной концентрации. Переходные процессы, описываемые уравнением диффузии, имеют достаточно сложную временную зависимость, и не представляется возможным дать в общем виде количественную оценку времени установления стационарной концентрации непосредственно из решения этого уравнения. В наиболее интересной с практической точки зрения ситуации, когда время установления определяется в точке $x=L$, расположенной на границе структуры, концентрация изменяется во времени практически по экспоненциальному закону. При таком законе изменения время установления удобно определять с помощью известного [7,8] асимптотически оптимального [9] интегрального критерия

$$\Theta(x) = N_2^{-1}\int_0^{\infty}[N_2-C(x,t)]dt. \qquad (2)$$

Для вычисления времени установления определим пространственно-временное распределение концентрации примеси из уравнения (1). Точное решение уравнения диффузии в общем виде неизвестно. По этой причине ограничимся далее случаем малых изменений коэффициента диффузии. Такое приближение позволяет найти аналитическое решение уравнения диффузии, что делает более наглядным физический анализ диффузионных процессов по сравнению со случаем их численного моделирования и позволяет определить время установления концентрации примеси, имеющее место при достаточно быстрых изменениях коэффициента диффузии.

Время установления в приближении малого изменения коэффициента диффузии

При малых изменениях коэффициента диффузии динамика диффузионных процессов описывается, главным образом, средним значением коэффициента диффузии D_0. Следуя работам [8,10,11], представим далее закон изменения коэффициента диффузии $D(x,t)$ в виде: $D(x,t)=D_0[1+\xi\eta(x,t)]$, $0\le\xi<<1$, $|\eta(x,t)|\le1$. Введение малого параметра ξ и условие $|\eta(x,t)|\le1$ позволяют использовать метод Пуанкаре и искать решение уравнения диффузии $C(x,t)$ в виде степенного ряда по параметру ξ

$$C(x,t) = \Sigma_{k=0}^{\infty}\xi^k C_k(x,t). \qquad (3)$$

Подстановка решения (3) в уравнение диффузии приводит к системе уравнений для функций $C_k(x,t)$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C_0(x,t)}{\partial t} = D_0 \dfrac{\partial^2 C_0(x,t)}{\partial x^2}, \\ \dfrac{\partial C_k(x,t)}{\partial t} = D_0\left[\dfrac{\partial^2 C_k(x,t)}{\partial x^2} + \dfrac{\partial}{\partial x}\eta(x,t)\,\dfrac{\partial^2 C_{k-1}(x,t)}{\partial x^2}\right], \quad k \geq 1\,. \end{cases} \qquad (4)$$

Начальные и граничные условия для функций $C_k(x,t)$ с учетом разложения (3) определяются соотношениями

$$C_0(0,t) = N_1, \quad G_{k\geq 0}(L,t) = 0, \quad C_0(x>0,0) = 0, \quad C_{k\geq 1}(x,0) = 0. \qquad (5)$$

С учетом разложения (3) время установления (2) определяется степенным рядом по параметру ξ

$$\Theta(x) = \Theta_0(x)(1+\Sigma_{k=1}^{\infty}\,\xi^k\tau_k(x)), \qquad (6)$$

где

$$\Theta_0(x) = N_2^{-1}\int_0^{\infty}[N_2 - C_0(x,t)]dt \qquad (7)$$

есть нулевое приближение времени установления,

$$\tau_{k\geq 1}(x) = -\,[\int_0^{\infty}[N_2 - C_0(x,t)]dt]^{-1}\int_0^{\infty}C_k(x,t)dt \qquad (8)$$

являются множителями при ξ^k в разложении (6), которые в дальнейшем будем называть нормированными поправками к времени установления.

Для решения уравнений системы (4) воспользуемся операторным методом, базирующимся на преобразовании Лапласа [12]. В данном методе используется не пространственно-временное распределение концентрации и потока примеси, а их лапласовские образы $Y(x,s)=\int_0^{\infty}C(x,t)e^{-st}dt$, $\hat{G}(x,s)=\int_0^{\infty}G(x,t)e^{-st}dt$. Ряд (3) в терминах преобразования Лапласа принимает вид

$$Y(x,s) = \Sigma_{k=0}^{\infty}\xi^k Y_k(x,s). \qquad (9)$$

Функции $Y_k(x,s)$ являются решением системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 Y_0(x,s)}{dx^2} - \beta^2 Y_0(x,s) = 0, \\ \dfrac{d^2 Y_k(x,s)}{dx^2} - \beta^2 Y_k(x,s) = -\dfrac{d}{dx}\,u_{k-1}(x,s), \quad k \geq 1 \end{cases} \qquad (10)$$

с граничными условиями

$$Y_0(0,s) = N_1/s, \quad Y_{k\geq 1}(0,s) = 0, \quad \hat{G}_{k\geq 0}(L,s) = 0, \qquad (11)$$

где $u_k(x,s)=\int_0^{\infty}\eta(x,t)(\partial C_k(x,t)/\partial x)e^{-st}dt$, $\beta^2=s/D_0$.

Не представляет труда получить нулевое приближение времени установления, соответствующее структуре с постоянным коэффициентом диффузии D_0, и первую нормированную поправку к нему

$$\Theta_0(x) = x(L-x/2)/D_0, \tag{12}$$

$$\tau_1(x) = [N_2x(L-x/2)]^{-1}D_0\int_0^x\int_0^\infty \eta(v,t)(\partial C_1(v,t)/\partial v)dtdv. \tag{13}$$

В силу малости параметра ξ и ограниченности по абсолютной величине функции $\eta(x,t)$ вклад последующих членов рядов (3), (6) и (9) мал и ими можно пренебречь по сравнению с первым (линейным) приближением. Нулевое приближение времени установления (12) принимает свое максимальное значение в точке наблюдения $x=L$, находящейся на границе образца: $\Theta_0(L)=L^2/(2D_0)$. Максимальное значение времени установления при постоянном коэффициенте диффузии D_0 для случая ограниченного источника примеси равно $\Theta_0(L)=L^2/(6D_0)$ [10-13], то есть в три раза меньше.

Аппроксимируем закон изменения коэффициента диффузии $\eta(x,t)$ функциями $\cos\omega t\cos v_kx$, $\cos\omega t\sin v_kx$, $\sin\omega t\cos v_kx$ и $\sin\omega t\sin v_kx$, $v_k=2\pi k/L$. В этом случае при $x=L$ первые относительные поправки ко времени установления $\tau_1(L)$ определяются следующими соотношениями:

для $\eta(x,t)=\sin v_kx\sin\omega t$

$$\tau_{1ss}(L) = -\pi k[2\pi^2k^2(\mathrm{sh}2\Omega^{1/2}-\sin2\Omega^{1/2})+\Omega(\mathrm{sh}2\Omega^{1/2}+\sin2\Omega^{1/2})]/(2\psi\Omega^{1/2}); \tag{14}$$

для $\eta(x,t)=\sin v_kx\cos\omega t$

$$\tau_{1sc}(L) = -\pi k[2\pi^2k^2(\mathrm{sh}2\Omega^{1/2}+\sin2\Omega^{1/2})+\Omega(\mathrm{sh}2\Omega^{1/2}-\sin2\Omega^{1/2})]/(2\psi\Omega^{1/2}); \tag{15}$$

для $\eta(x,t)=\cos v_kx\sin\omega t$

$$\tau_{1cs}(L) = [2\pi^2k^2\mathrm{sh}\Omega^{1/2}\sin\Omega^{1/2}-\Omega(\mathrm{ch}^2\Omega^{1/2}-\sin^2\Omega^{1/2}-\mathrm{ch}\Omega^{1/2}\cos\Omega^{1/2})]/\psi; \tag{16}$$

для $\eta(x,t)=\cos v_kx\cos\omega t$

$$\tau_{1cc}(L) = -[\Omega\mathrm{sh}\Omega^{1/2}\sin\Omega^{1/2}+2\pi^2k^2(\mathrm{ch}^2\Omega^{1/2}-\sin^2\Omega^{1/2}-\mathrm{ch}\Omega^{1/2}\cos\Omega^{1/2})]/\psi. \tag{17}$$

Здесь $\Omega=\omega L^2/(2D_0)$ - безразмерная частота изменений коэффициента диффузии во времени, $\psi=(4\pi^4k^4+\Omega^2)[\mathrm{ch}^2\Omega^{1/2}-\sin^2\Omega^{1/2}]$.

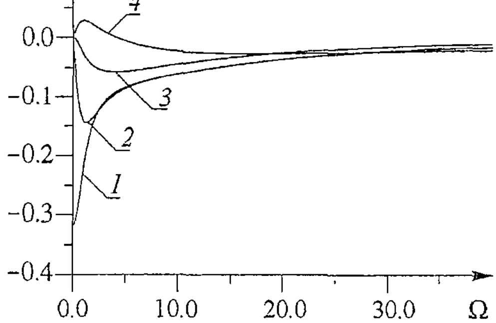


Рис. 1. Частотные зависимости поправки $\tau_1(L)$ для следующих гармонических законов $\eta(x,t)$ изменения коэффициента диффузии: *1* - $\sin(2\pi x/L)\cos(\omega t)$; *2* - $\sin(2\pi x/L)\sin(\omega t)$; *3* - $\cos(2\pi x/L)\cos(\omega t)$; *4* - $\cos(2\pi x/L)\sin(\omega t)$

Зависимости поправок $\tau_1(L)$ (14)-(17), нормированных на время установления, от безразмерной частоты изменений коэффициента диффузии во времени для $k=1$ представлены на рис. 1. Увеличение параметра k приводит к монотонному уменьшению по абсолютной величине поправок $\tau_1(L)$ [8,10].

Наибольшее влияние изменения коэффициента диффузии в пространстве и времени на установление концентрации примеси достигается при законе $\eta(x,t)=\sin v_1x\cos\omega t$ (кривая *1*). В этом случае поправка $\tau_1(L)$ принимает свое максимальное по абсолютной величине значение и время установления изменяется наиболее сильно. Отрицательный знак поправки свидетельствует об уменьшении времени установления стационарного распределения примеси. На частоте $\Omega=0$ поправка $\tau_1(L)$ принимает свое максимальное по абсолютной величине значение, равное $-1/\pi$. Полоса частот эффективного влияния изменений коэффициента диффузии на время установления концентрации на уровне 3 дБ ограничена сверху значением $\Omega_c=0.8$. Поправка убывает по мере роста частоты изменений коэффициента диффузии, на частотах $\Omega>3.4$ ее величина достаточно мала и усредненный коэффициент диффузии дает приемлемое по точности описание динамики диффузионного процесса.

Поправка $\tau_1(L)$, соответствующая закону изменения коэффициента диффузии вида $\eta(x,t)=\sin\nu_1 x\ \sin\omega t$ (кривая *2*), имеет частотную зависимость резонансного вида. Похожая частотная зависимость была получена для времени установления концентрации примеси в среде с постоянным коэффициентом диффузии, находящейся под периодическим во времени внешнем воздействием [13]. Поправка $\tau_1(L)$ принимает свое максимальное по абсолютной величине значение, равное $\tau_1(L)\approx-0.144$, на частоте $\Omega_1=1.3$. Полоса частот наибольшего влияния изменений коэффициента диффузии на время установления распределения примеси ограничена снизу и сверху значениями $\Omega_{1c}=0.53$ и $\Omega_{2c}=3.6$. В области частот $\Omega>14.6$ значение поправки мало и описание динамики процесса с помощью усредненного коэффициента диффузии оказывается вполне приемлемым.

Поправка $\tau_1(L)$, соответствующая аппроксимации коэффициента диффузии вида $\eta(x,t)=\cos\nu_1 x\cos\omega t$ (кривая *3*), также имеет частотную зависимость резонансного вида. Максимальное по абсолютной величине значение поправки, равное $\tau_1\approx-0.057$, достигается на частоте $\Omega_2=4$. Полоса частот наибольшего влияния изменений коэффициента диффузии на время установления концентрации ограничена снизу и сверху значениями $\Omega_{3c}=1.5$ и $\Omega_{4c}=11.45$. В области частот $\Omega>24$ значение поправки мало и процесс диффузии также описывается с помощью усредненного коэффициента диффузии.

Минимальный вклад в значение времени установления дает поправка, соответствующая аппроксимации коэффициента диффузии $\eta(x,t)=\cos\nu_1 x\ \sin\omega t$ (кривая *4*). Максимальное и минимальное значения поправки, равные $\tau_{1\max}\approx0{,}029$ и $\tau_{1\min}\approx-0.026$, достигаются соответственно на частотах $\Omega_3=1.05$ и $\Omega_4=17.2$. Полосы частот наибольшего влияния изменений коэффициента диффузии на время установления концентрации ограничены снизу и сверху парами значений $\Omega_{5c}=0.45$ и $\Omega_{6c}=2.05$; $\Omega_{7c}=8.0$ и $\Omega_{8c}=45.0$. В области частот $\Omega>53.3$ значение поправки мало.

Линейная связь между поправкой (13) и законом изменения коэффициента диффузии $\eta(x,t)$ позволяет воспользоваться методами спектрального анализа. Представление закона изменения коэффициента диффузии $\eta(x,t)$ в виде разложения в гармонический ряд Фурье

$$\eta(x,t) = \Sigma_{k=1}^{\infty} a_k \cos\omega_k t \cos\nu_k x + \Sigma_{k=1}^{\infty} b_k \cos\omega_k t \sin\nu_k x +$$

$$+ \Sigma_{k=1}^{\infty} c_k \sin\omega_k t \cos\nu_k x + \Sigma_{k=1}^{\infty} d_k \sin\omega_k t s\ in\nu_k x$$

позволяет представить поправку как сумму поправок для отдельных спектральных составляющих

$$\tau_1(x) = \Sigma_{k=1}^{\infty} a_k \tau_{1cc}(x,\omega_k,\nu_k) + \Sigma_{k=1}^{\infty} b_k \tau_{1sc}(x,\omega_k,\nu_k) +$$

$$+ \Sigma_{k=1}^{\infty} c_k \tau_{1cs}(x,\omega_k,\nu_k) + \Sigma_{k=1}^{\infty} b_k \tau_{1ss}(x,\omega_k,\nu_k),$$

где $\tau_{1cc}(x,\omega_k,\nu_k)$, $\tau_{1sc}(x,\omega_k,\nu_k)$, $\tau_{1cs}(x,\omega_k,\nu_k)$ и $\tau_{1ss}(x,\omega_k,\nu_k)$ - нормированные поправки к времени установления, соответствующие гармоническим законам изменения коэффициента диффузии $\cos\nu_k x\cos\omega_k t$, $\sin\nu_k x\cos\omega_k t$, $\cos\nu_k x\sin\omega_k t$ и $\sin\nu_k x\sin\omega_k t$. Постоянная составляющая функции $\eta(x,t)$ равна нулю в силу ранее наложенного на нее условия. Аддитивное свойство поправок существенно упрощает расчет времени установления стационарной концентрации примеси. Смена знака закона изменения коэффициента диффузии $\eta(x,t)$ приводит к замене ускорения процесса диффузии на замедление или наоборот.

Пример расчета поправки к времени установления

В полупроводниковой электронике получили широкое распространение многослойные структуры [1-3,14], коэффициент диффузии которых с приемлемой степенью точности можно аппроксимировать функциями Уолша $\mathrm{wal}(m,t)$ [15], приведенными на рис. 2. Наибольший вклад во время установления дают функции Уолша младших порядков. С ростом порядка m функции Уолша (то есть с ростом числа слоев в структуре) первая нормированная поправка быстро спадает по абсолютной величине [8,10].

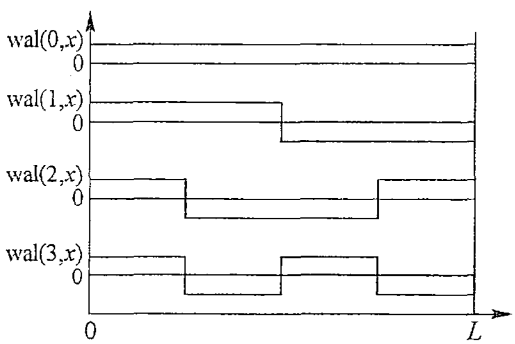


Рис. 2. Функции Уолша младших порядков

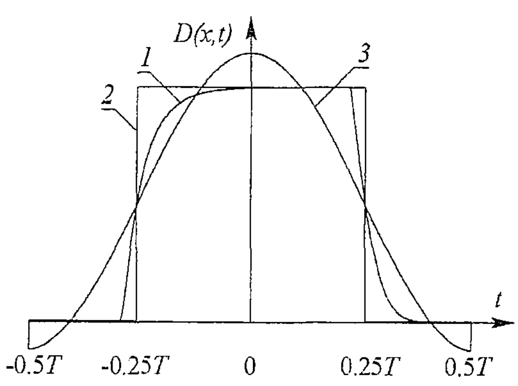
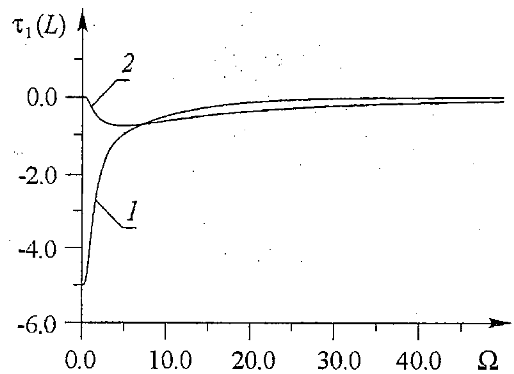


Рис. 3. Временная зависимость коэффициента диффузии в фиксированной точке образца x_0 (кривая *1*); аппроксимации временной зависимости коэффициента диффузии функциями: $\varphi(t)=D_0[1 - \xi\mathrm{wal}(2,t)]$ (кривая *2*) и $\varphi(t)=D_0[1 - \xi\cos(2\pi t/T)]$ (кривая *3*)

Коэффициент диффузии примеси в твердом теле является экспоненциальной функцией его температуры [1,8,16]: $D(T)=D\exp[-E/(kT(t))]$, где D и E - постоянные (зависящие от материала образца), $T(t)$ - температура образца, k - постоянная Больцмана. Температура образца при нагреве и охлаждении меняется практически по экспоненциальному закону при условии постоянного коэффициента температуропроводности. При данных ограничениях зависимость коэффициента диффузии от времени имеет вид, представленный на рис. 3, кривая *1*. Учет непостоянства коэффициента температуропроводности приводит к несколько более сложным функциональным зависимостям температуры и коэффициента диффузии от времени.

При длительном отжиге (время отжига t_0 превышает постоянную времени прогрева образца в несколько раз) закон изменений коэффициента диффузии во времени с хорошей степенью точности может быть аппроксимирован функцией Уолша второго порядка $\mathrm{wal}(2,t)$ (рис. 3, кривая

Рис. 4. Частотные зависимости поправки $\tau_1(L)$ при аппроксимации коэффициента диффузии следующими функциями Уолша: *1* - $\eta(x,t)$=wal$(2,t)$wal$(1,x)$; *2* - $\eta(x,t)$=wal$(2,t)$wal$(2,x)$



2). Частотная зависимость поправок при такой аппроксимации представлена на рис. 4. Небольшая асимметрия закона изменения коэффициента диффузии (рис. 3, кривая *1*) учитывается функциями Уолша нечетных порядков, но их относительный вклад невелик и быстро убывает по мере увеличения продолжительности отжига.

Область применимости полученных результатов

Область применимости линейного по параметру ξ приближения времени установления можно получить с помощью расчета поправок $\tau_{k\geq 2}(x)$ или с помощью численного моделирования процесса установления концентрации примеси. В результате анализа было получено, что линейное приближение времени установления применимо при $0\leq\xi$ (приблизительно 0.09). При этом максимальное ускорение и замедление диффузии достигает примерно 6% по сравнению со случаем диффузии в среде с постоянным коэффициентом диффузии D_0.

Время установления в приближении большого изменения коэффициента диффузии

Точное решение уравнения диффузии (1) в общем виде для произвольной глубины изменения коэффициента диффузии от координаты и времени не известно. Однако наибольшее изменение времени установления концентрации примеси достигается при изменении коэффициента диффузии по закону $\eta(x,t)$=wal$(1,x)$wal$(2,t)$ в пределе низких временных частот. Рассмотрим стационарный закон изменения коэффициента диффузии $D(x,t)\approx D(x)=D_0[1+\xi\eta(x)]$. В этом случае возможно получение точного соотношения для времени установления

$$\Theta(x) = \Theta_0(x)(1+[x(L-x/2)]^{-1}\Sigma_{k=1}^{\infty}[(-1)^k\xi^k/k!]\int_0^x \eta^k(v)(L-v)dv).$$

Суммирование членов последнего соотношения позволяет получить аналитическое значение суммы ряда

$$\Theta(x) = \int_0^x \{(L-v)/[D_0(1+\xi\eta(v))]\}. \tag{18}$$

Соотношение (18) позволяет исследовать зависимость времени установления от величины ξ отклонения коэффициента диффузии от среднего значения. В случае двухслойного образца с коэффициентом диффузии вида $D(x)=D_0[1\pm\xi$wal$(1,x)]$ и точки наблюдения, расположенной на границе образца $x=L$, зависимость времени установления от параметра ξ представлена на рис. 5. Кривая *1* соответствует коэффициенту диффузии $D(x)=D_0[1-\xi$wal$(1,x)]$. В этом случае время установления монотонно растет с ростом ξ и в пределе $\xi\rightarrow 1$ процесс диффузии практически останавливается из-за почти тождественного равенства нулю коэффициента диффузии в части образца. При реально существующих значениях параметра ξ [1,2] процесс диффузии может быть замедлен почти до 4 раз по сравнению со случаем постоянного коэффициента диффузии D_0. Кривая *2* на рис. 5 соответствует коэффициенту диффузии $D(x)=D_0[1+\xi\text{wal}(1,x)]$. В этом случае при $\xi\sim0.25$ происходит наибольшее уменьшение времени установления распределения примеси, примерно на 6.65% от $\Theta_0(L)$. При данной зависимости коэффициента диффузии от координаты время установления слабо зависит от величины параметра ξ (меняется менее чем на 10% от $\Theta_0(L)$) в широком диапазоне ее изменения ($0\leq\xi\leq0.58$). В пределе $\xi\to1$ процесс диффузии также практически останавливается. При реально существующих значениях параметра ξ процесс диффузии может быть замедлен почти в 1.5 раза по сравнению со случаем постоянного коэффициента диффузии D_0.

В случае переменного во времени однородного образца также возможно точно определить время установления

$$\Theta(x) = 2\pi^{-1}\Sigma_{n=0}^{\infty}(n + {}^1/_2)^{-1}\sin[\pi(n + {}^1/_2)x/L] \times$$
$$\times\int_0^{\infty}\exp\{-\pi^2(n + {}^1/_2)^2L^{-2}\int_0^t D(u)du\}dt. \tag{19}$$

Для закона изменения коэффициента диффузии вида $D(t)=D_0[1\pm\xi\text{wal}(1,t)]$ с частотой $\Omega<<1$ при условии $x=L$ зависимость времени установления от параметра ξ представлена на рис. 6. Кривая *1* соответствует зависимости изменения коэффициента диффузии вида $D(x)=D_0[1-\xi\text{wal}(2,t)]$. В этом случае время установления монотонно растет с ростом ξ и в пределе $\xi\to1$ процесс диффузии практически останавливается из-за почти тождественного равенства нулю коэффициента диффузии. Изменение коэффициента диффузии вида $D(x)=$ $=D_0[1+\xi\text{wal}(2,t)]$ в пределе $\xi\to1$ приводит к почти двукратному ускорению диффузии.

В результате численного моделирования процесса диффузии при одновременном изменении коэффициента диффузии в пространстве и во времени показано, что выбором закона изменения коэффициента диффузии время установления может быть уменьшено на несколько процентов или увеличено на

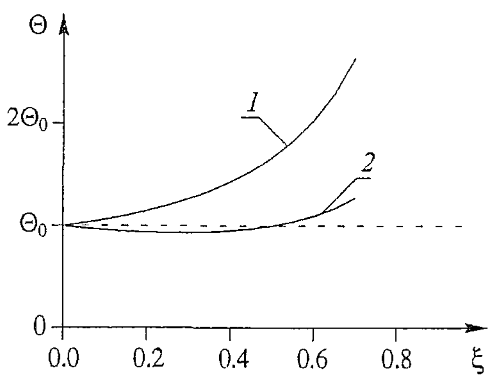


Рис. 5. Зависимость времени установления концентрации примеси в точке наблюдения $x=L$ от величины параметра ξ при следующих зависимостях коэффициента диффузии D от координаты x: *1* - $D_0[1-\xi\text{wal}(1,x)]$; *2* - $D_0[1+\xi\text{wal}(1,x)]$

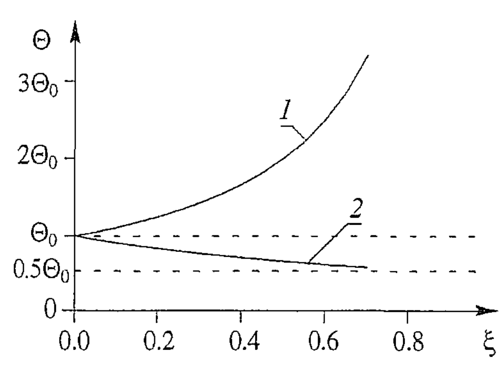


Рис. 6. Зависимость времени установления концентрации примеси в точке наблюдения $x=L$ от величины параметра ξ при следующих зависимостях коэффициента диффузии D от времени t: *1* - $D_0[1-\xi\text{wal}(1,t)]$; *2* - $D_0[1+\xi\text{wal}(1,t)]$ и условии $\Omega<<1$

несколько сотен процентов относительно времени установления при усредненном коэффициенте диффузии.

Заключение

Исследования влияния пространственных и временных изменений коэффициента диффузии на динамику установления стационарного распределения примеси показали, что при быстрых изменениях коэффициента диффузии процесс установления описывается в основном средним значением коэффициента диффузии. Медленные изменения требуют анализа динамики примеси с учетом мгновенных значений и пространственной структуры коэффициента диффузии. Соответствующим выбором закона изменений коэффициента диффузии (порядок чередования слоев многослойной структуры, величина отклонения коэффициента диффузии от среднего значения и т.д.) можно ускорить или замедлить процесс диффузии примеси по сравнению со случаем диффузии при среднем значении коэффициента диффузии. При этом время установления распределения примеси может быть уменьшено на несколько процентов или увеличено на несколько сотен процентов относительно времени установления при усредненном коэффициенте диффузии. Показано, что время установления примеси для случая ее неограниченного источника в несколько раз превышает время установления примеси в случае ограниченного источника.

Данная работа поддержана грантами РФФИ (№ 02-02-17517), НШ-1729.2003.2 и INTAS № 2001-0450.

Библиографический список

1. *Степаненко И.П.* Основы микроэлектроники. М.: Советское радио, 1980.

2. *Тугов Н.М., Глебов Б.А., Чарыков Н.А.* Полупроводниковые приборы. М.: Энергоатомиздат, 1990.

3. *Шишияну С.Т., Шишияну Т.С., Райлян С.К.* Мелкие *p-n*-переходы в Si, изготовленные методом импульсного фотонного отжига // ФТП. 2002. Т. 36, № 5. С. 611.

4. *Ваулина О.С.* Диффузия макрочастиц и критерий фазовых переходов для пылевых структур в слабоионизированной плазме // ЖЭТФ. 2002. Т. 121, № 1. С. 35.

5. *Зон Б.А., Ледовский С.Б., Лихолет А.Н.* Ускорение диффузии примеси в твердом теле гетерогенной реакцией на его поверхности // ЖТФ. 2000. Т. 70, № 4. С.38.

6. *Долбак А.Е., Жачук Р.А., Ольшанецкий Б.А.* Механизм диффузии Cu вдоль поверхности Si(110) // ФТП. 2002. Т. 36, № 9. С. 1031.

7. *Coffey V.T., Crothers D.S.F., Kalmykov Yu.P.* Effect of uniform bias force of the Brownian movement in double-well potential // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55, № 4. P. 4812.

8. *Дубков А.А., Мальцев А.А., Панкратов Е.Л.* Эффективное время установления концентрации вещества в среде со слабо неоднородным коэффициентом диффузии // ЖТФ. 2002. Т. 72, № 11. С.14.

9. *Малахов А.Н., Панкратов Е.Л.* Время установления концентрации вещества в среде с произвольно меняющимися в пространстве коэффициентом диффузии и потенциалом // Известия вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 4. С. 367.

10. *Мальцев А.А., Панкратов Е.Л.* Эффективное время установления концентрации вещества в среде со слабо неоднородным коэффициентом диффузии // Труды 5-й научной конференции по радиофизике / Ред. А.В. Якимов. Нижний Новгород: ННГУ, 2001. С. 211.

11. *Панкратов Е.Л.* Ускорение и замедление диффузии в среде путем временной модуляции коэффициента диффузии // Известия вузов. ПНД. 2003. Т. 11, № 2. С. 96.

12. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1977.

13. *Malakhov A.N., Pankratov A.L.* Evolution times of probability distribution and averages-exact solutions of the Kramers' problem //Adv. in Chem. Phys. 2002. Vol. 121. P. 356.

14. *Zhang A.P., Dang G.T., Ren F. et al.* Direct-current characteristics of *pnp* AlGaN/GaN heterojunction bipolar transistor // Appl. Phys. Let. 2000. Vol. 76, № 20. P. 2943.

15. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Наука, 1977.

16. *Gillin W.P., and Dunstan D.J.* Strain and interdiffusion in semiconductor heterostructure // Phys. Rev. B. 1994. Vol. 50, № 11. P. 7495.

Нижегородский государственный университет

Поступила в редакцию 22.12.2003
после доработки 11.03.2004

RELAXATION TIME OF DOPANT CONCENTRATION IN INHOMOGENEOUS MEDIUM WITH TIME-VARYING DIFFUSION COEFFICIENT

E.L. Pankratov

In this paper the dynamics of dopant diffusion in an inhomogeneous medium with time-varying diffusion coefficient is analyzed. The conditions on spatial and temporal varying of diffusion coefficient, which correspond to maximal acceleration and deceleration of dopant diffusion time, have been determined.

Панкратов Евгений Леонидович - родился в Горьком (1977), окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета (2001). После окончания поступил в аспирантуру ННГУ по специальности «Радиофизика». Опубликовал 11 научных работ по направлению своих исследований.

E-mail: elp@rf.unn.ru

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004

УДК 531.19

МОДИФИКАЦИИ ОТОБРАЖЕНИЯ ПЕКАРЯ: ОСОБЕННОСТИ АСИМПТОТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

А.Ф. Голубенцев, *В.М. Аникин, С.А. Ноянова*

Двумерное недиссипативное отображение пекаря может быть обобщено посредством задания закона изменения «растягивающей» координаты x в форме G-ичного сдвига Бернулли (G - произвольное целое число) или «зеркального» сдвига Бернулли, ветви которого имеют отрицательный угловой коэффициент. Как в случае классического отображения пекаря, так и для его модификаций закон изменения «сжимающей» y-компоненты отображения пекаря может быть представлен в форме линейной авторегрессионной модели первого порядка. Роль «возмущения» играет дискретная случайная величина, с равной вероятностью принимающая значения 0,1,..., G-1 и порождаемая разложением в G-ичную дробь произвольно выбираемого стартового значения x_0 «растягивающей» координаты x. В асимптотике изменение «сжимающей» координаты y теряет зависимость от начального значения условия y_0. Линейный фильтр, описывающий преобразование пекаря, является каузальным, устойчивым и обратимым. Учет асимптотических особенностей отображения пекаря особенно важен в схемах хаотической криптографии, использующих это отображение.

Введение

Среди двумерных отображений, сохраняющих площадь, особая роль принадлежит так называемому «отображению пекаря» (baker transformation). Введенное впервые в 1934 году Е. Хопфом [1], это отображение стало классическим образцом эргодического (обладающего инвариантной плотностью) и перемешивающего (имеющего инвариантную плотность пределом нестационарных распределений - решений оператора Перрона - Фробениуса) отображения [2-12][1].

Интересны приложения отображения пекаря к конкретным задачам моделирования, возникающим в естественных науках. С помощью цепочки связанных отображений пекаря моделировались такие физико-химические процессы, как изомеризация (три связанных отображения пекаря), диффузия и хаотическое рассеяние (бесконечная цепочка отображений пекаря) [13]. Наиболее «прозрачное» и эффективное применение отображение пекаря нашло в последнее

[1] Своим названием рассматриваемое отображение тоже обязано Е. Хопфу, который в работе [1] для придания образности отображению отметил, что «повторное проведение <его> напоминает приготовление слоеного теста».

время при решении криптографических задач[2]. Связано это с тем, что благодаря свойству перемешиваемости отображение пекаря в процессе итераций быстро нивелирует особенности полезного дискретного и квантованного сигнала, который выступает в качестве начального значения для «сжимающей» координаты этого преобразования. Двумерное распределение при этом в силу ярко выраженных хаотических свойств «растягивающей» компоненты отображения «релаксирует» к равномерному. Поэтому аналитическое исследование процесса релаксации имеет для данного круга задач, пожалуй, первостепенное значение.

Классическое отображение пекаря, в основе которого лежит двоичный сдвиг Бернулли, может быть обобщено посредством задания закона изменения «растягивающей» координаты x в форме G-ичного сдвига Бернулли (G - произвольное целое число) или «зеркального» сдвига Бернулли, ветви которого имеют отрицательный угловой коэффициент. Целью настоящего рассмотрения является построение данных модификаций отображения пекаря, выявлений отличий в их характеристиках и исследование их асимптотического поведения, то есть выявление особенностей (закономерностей) преобразования с ростом числа итераций.

1. Классическое отображение пекаря как авторегрессионная система

Преобразование пекаря как дискретный процесс на единичном квадрате ($0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$) определяется системой двух разностных уравнений первого порядка [1-12]

$$\begin{aligned} &x_{n+1} = 2x_n, \quad y_{n+1} = y_n/2, \quad 0 \le x_n < {}^1/_2, \\ &x_{n+1} = 2x_n - 1, \quad y_{n+1} = (y_n+1)/2, \quad {}^1/_2 \le x_n \le 1. \end{aligned} \qquad (1)$$

В процессе итераций (1) происходит преобразование начальных условий (x_0, y_0), и решение системы (1) может быть однозначно представлено через названные начальные условия и номер итерации n

$$x_n = x_n(x_0, y_0, n), \quad y_n = y_n(x_0, y_0, n), \quad n = 1,2,\dots \,. \qquad (2)$$

Как мы далее покажем, в случае преобразования пекаря задача Коши (задача однозначного нахождения решения по заданным начальным условиям) носит своеобразный (вырожденный) характер, а именно: с ростом числа итераций влияние начального условия y_0 на решения (2) утрачивается.

Для наших целей (1) удобнее переписать в несколько другом виде. При итерационном процессе (1) координаты (x,y) переходят в координаты $(2x, y/2)$, если $0 \le x < {}^1/_2$, или в координаты $(2x\text{-}1, (y+1)/2)$, если ${}^1/_2 \le x \le 1$. Таким образом, изменение координаты x при итерациях совершенно не зависит от изменения координаты y. Закон же изменения y, хотя и не включает явной зависимости от x, тем не менее, «управляется» этой координатой посредством выбора правила преобразования в зависимости от подынтервала нахождения x - $[0, {}^1/_2)$ или $[{}^1/_2, 1]$.

Учтем последнее обстоятельство явным образом, записав преобразования (1) отдельно по каждой координате. Именно в такой форме записывают диссипативное (не сохраняющее площадь) отображение пекаря [14] (оно

[2] Последние публикации в этом направлении: R.M. Machado, M.S. Baptista, C.Grebogi. Cryptography with chaos at physical level (Chaos, Solitons and Fractals. 2004. V. 21. Iss. 5. Pp. 1265-1269); G. Tang, X. Liao, Y. Chen. A novel method for designing S-boxes based on chaotic maps (Chaos, Solitons and Fractals. 2004. V. 21).

отличается от «простого» заменой коэффициента $^1/_2$ при координате y на множитель $a<1$).

Введем характеристическую функцию $\theta_{[a,b]}(x)$ отрезка $[a,b]$. По определению, эта функции равна единице внутри этого отрезка и нулю за его пределами. Объединив законы преобразования координаты x для обеих частей единичного отрезка $[0,1]$, легко увидеть, что эта координата изменяется согласно диадическому преобразованию (сдвигу Бернулли с коэффициентом 2)

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 2x_n\theta_{0,1/2}(x_n) + (2x_n-1)\theta_{1/2,1}(x_n) = 2x_n - \theta_{1/2,1}(x_n) = \\ &= 2x_n - \lfloor 2x_n \rfloor = 2x_n \mathrm{mod} 1 = \{2x_n\}, \quad 0 \leq x_n \geq 1. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь символ $\{x\}$ означает дробную часть числа x, а $\lfloor x \rfloor$ - соответственно целую часть этого числа («пол», согласно обозначению Д. Кнута [15]). Соответственно закон преобразования второй координаты будет иметь вид

$$y_{n+1} = (y_n + \theta_{1/2,1}(x_n))/2, \quad 0 \leq x_n \leq 1, \quad 0 \leq y_n \leq 1. \tag{4}$$

Интересно, что характеристическая функция отрезка $[\,^1/_2, 1]$ определяет не что иное, как целую часть числа $2x_n$ для любого значения $x_n \in (0,1)$. Следовательно, выражение (4) может быть переписано в форме [16-17]:

$$y_{n+1} = \,^1/_2\, y_n + \,^1/_2 \lfloor 2x_n \rfloor. \tag{5}$$

Выясним действие преобразований (3)-(5) на двоичные представления начальных условий (x_0,y_0). Пусть стартовые значения задаются как

$$x_0 = 0.\beta_1\, \beta_2 \ldots \beta_n \ldots = \Sigma_{p=1}^{\infty}\, \beta_p/2^p \tag{6}$$

и

$$y_0 = 0.\gamma_1\gamma_2\ldots\gamma_n\ldots = \Sigma_{p=1}^{\infty}\, \gamma_p/2^p, \tag{7}$$

где β_p и γ_p - двоичные разряды. Как известно, для иррациональных чисел x_0 и y_0 односторонние последовательности β_p и γ_p являются бесконечными и неповторяющимися последовательностями нулей и единиц. В случае рациональных чисел их двоичные представления могут быть либо конечными, либо периодически повторяющимися последовательностями нулей и единиц.

Используя представление (6), решение нелинейного разностного уравнения (3) можно представить как

$$x_n = \{2^n x_0\} = \Sigma_{p=1}^{\infty}\, \beta_{n+p}/2^p. \tag{8}$$

Тогда преобразование (4) перепишется в виде

$$y_{n+1} = \,^1/_2\,(y_n + \beta_{n+1}), \tag{9}$$

где β_{n+1} суть $(n+1)$-я цифра в двоичном представлении начального значения x_0.

Пусть начальное условие x_0 представляет случайную величину, равномерно распределенную на интервале $(0,1)$. Как установил еще в 1909 году Э. Борель, в этом случае двоичные разряды β_p можно трактовать как независимые, одинаково распределенные дискретные случайные величины, с одинаковой вероятностью $^1/_2$ принимающие значения 0 или 1 [18]. Независимость двоичных разрядов проявляется в том, что совместное вероятностное распределение любой их совокупности представляется произведением вероятностных законов для отдельных разрядов. В случае же, когда начальное значение x_0 не является равномерно распределенной случайной величиной, его двоичные разряды «теряют» свою независимость. Для двоичного числа в [18] это положение доказывается необыкновенно изящно с использованием тригонометрической формулы Виета. В приложении к статье независимость разрядов случайного числа показывается (непосредственным расчетом многомерного распределения) в общем виде - для совместного распределения разрядов G-ичного числа ($G \geq 2$): в случае равномерного распределения числа x_0 его G-ичные разряды являются независимыми и принимающими значения от 0 до G-1 с равной вероятностью $1/G$. Вопрос этот интересен и в контексте сравнения свойств сдвигов Бернулли с другим фундаментальным отображением в теории чисел - отображением Гаусса, для которого распределение начального значения по инвариантному закону не приводит к независимости коэффициентов разложения числа в непрерывную дробь [19].

С двоичными разрядами числа как его функциями можно соотнести центрированные случайные значения, образующие последовательность Радемахера

$$r_p = (\beta_p - \overline{\beta_p})/\sigma_p = 2\beta_p - 1. \tag{10}$$

Здесь введены моменты дискретной случайной величины β_p (среднее значение, второй начальный момент, дисперсия)

$$\overline{\beta_p} = {}^1/_2,\ \ \overline{\beta_p^{\,2}} = {}^1/_2,\ \ \sigma_\beta^{\,2} = \overline{\beta_p^{\,2}} - \overline{\beta_p}^{\,2} = {}^1/_4.$$

Случайные величины (10) принимают два значения, -1, +1, причем с равной вероятностью ${}^1/_2$, и характеризуются нулевым средним и единичной дисперсией. Выражаемые линейно через β_p величины r_p также являются «независимыми» в указанном выше смысле. В самом деле, начальное значение x_0 через члены последовательности Радемахера может быть выражено как

$$Z_0 = 2X_0 - 1 = \Sigma_{k=1}^{\infty} r_k/2^k.$$

Характеристическая функция случайной величины Z_0=$2X_0$-1 (значение X_0 считается равномерно распределенным) суть

$$\varphi_{Z_0}(t) = \int_0^1 \exp(jt(1\text{-}x_0))dx_0 = \sin t\,/t = \prod_{k=1}^{\infty} \cos\,(t/2^k)$$

(тригонометрическое равенство и есть формула Виета). В то же время характеристическая функция случайной величины ς_p=$r_p/2^p$ есть

$$\varphi_{\varsigma_p}(t) = {}^1/_2\,(\exp(jt/2^p) + \exp(\text{-}jt/2^p)) = \cos\,(t/2^p).$$

Следовательно, производящая функция случайной величины Z_0=$2X_0$-1 как суммы случайных величин ς_p=$r_k/2^k$ представляется в виде произведения характеристических функций отдельных слагаемых

$$\varphi_{Z_0}(t) = \prod_{k=1}^{\infty} \varphi_{\varsigma_k}(t),$$

что и говорит о независимости этих слагаемых. (Данная логика доказательства независимости разрядов двоичного числа использована в [18].)

Случайный характер начального условия x_0 позволяет нам трактовать разностное уравнение (9) как своего рода авторегрессионное уравнение первого порядка (линейный цифровой фильтр), в котором переменная y_{n+1} линейно выражается через переменную y_n и случайный «импульс» $\beta_{n+1}/2$, определяемый двоичным разрядом начального условия. В других терминах можно говорить, что преобразование пекаря также осуществляет линейную фильтрацию стохастической последовательности Радемахера.

Для нахождения решения разностного уравнения (9), то есть представления y_n через y_0 и номер шага итерации n, воспользуемся техникой одностороннего z-преобразования [20]. Умножим каждый член (9) на z^{-n} и просуммируем от 0 до ∞. Вводя z-преобразование для односторонней бесконечной последовательности y_n

$$Y(z) = \Sigma_{n=0}^{\infty} y_n z^{-n}, \tag{11}$$

z-преобразования для односторонних бесконечных числовых последовательностей 2^{-n} и $2^{-(n+1)}$

$$H_0(z) = \Sigma_{n=0}^{\infty} 2^{-n} z^{-n} = 1/(1-(2z)^{-1}), \tag{12}$$

$$H(z) = \Sigma_{n=0}^{\infty} 2^{-(n+1)} z^{-n} = 1/(2-z^{-1}) \tag{13}$$

и z-преобразование односторонней бесконечной последовательности двоичных разрядов числа x_0

$$B(z) = \Sigma_{n=0}^{\infty} \beta_n z^{-n}, \quad \beta_0 = 0, \tag{14}$$

получим из (9), что $Y(z)$ удовлетворяет уравнению

$$Y(z) = H_0(z)y_0 + H(z)B(z) = 1/(1-(2z)^{-1})y_0 + 1/(2-z^{-1})B(z). \tag{15}$$

Соотношения (12)-(15) справедливы для области комплексного z, удовлетворяющей условию $|z|>1$. Вычисляя обратное преобразование от (11), найдем представление для n-й итерации координаты y

$$\begin{aligned} y_n &= (^1/_2)^n y_0 + (^1/_2)^{n+1} \otimes \beta_n = \Sigma_{p=1}^{\infty} \gamma_p / 2^{p+n} + \Sigma_{p=0}^{n} \beta_p / 2^{n+1-p} = \\ &= 0.\beta_n \beta_{n-1} \beta_{n-2} \ldots \beta_2 \beta_1 \gamma_1 \gamma_2 \ldots . \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь символом $\otimes$ обозначена свертка последовательностей β_p и

$$h(n) = (^1/_2)^{n+1}\Theta(n), \quad \Theta(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

Нахождение точных решений (8) и (12) нелинейных разностных уравнений (1), определяющих динамику отображения пекаря, позволяет четко выявить следующие его свойства.

1. «Сжимающая» координата y_n на каждом шаге итераций выражается двоичной дробью, первыми n разрядами которой являются записанные в обратном порядке n первых разрядов стартового значения x_0 «растягивающей» координаты, а последующие позиции занимают двоичные разряды стартового значения y_0.

2. С каждой итерацией последовательность разрядов, отвечающих y_0, в представлении для y_n сдвигается вправо на одну позицию.

3. В асимптотике (при $n \to \infty$) главную роль в формировании значения y_n играют первые n разрядов начального значения x_0; «ценность» (значимость) же разрядов начального значения y_0 самой «сжимающей» координаты в представлении y_n «утрачивается».

4. Установившийся стационарный режим пары (x_n, y_n) можно принимать как

стационарный режим авторегрессионной системы, не зависящий от распределения начального условия y_0.

2. «Инверсное» отображение пекаря

Классическое отображение пекаря (1) (или в покоординатной форме (3), (4)) строится на основе двоичного сдвига Бернулли, применяемого для описания динамики «растягивающей» координаты. Если в правых частях названных уравнений провести замену переменных по правилу $x \leftarrow 1-x$, $y \leftarrow 1-y$, получим двумерное отображение в форме:

$$x_{n+1} = 1 - \{2x_n\} = (1-2x_n)\theta_{0,1/2}(x_n) + (2-2x_n)\theta_{1/2,1}(x_n), \tag{17}$$

$$y_{n+1} = {}^1/_2\,(1-y_n)\theta_{0,1/2}(x_n) + (1- {}^1/_2\, y_n)\theta_{1/2,1}(x_n). \tag{18}$$

Уравнение (17) определяет так называемый «зеркальный» сдвиг Бернулли (reflected Bernoulli map) [21]. Оно характеризуется отрицательным угловым коэффициентом линейных составляющих. Двумерное отображение (17)-(18) по этой причине можно назвать «зеркальным» отображением пекаря. Даваемая им картина перемешивания точек - зеркальный аналог картины двумерной динамики, даваемой обычным отображением пекаря. С отображением (17)-(18) можно соотнести и термин «инверсное» отображение пекаря, поскольку точные решения для координат выражаются через инвертированные двоичные разряды начального значения x_0 [22]. В самом деле, с учетом представлений (6) и (8) получим точное решение для уравнения (17)

$$x_n = \Sigma_{p=1}^{\infty}\, {}^1/_2{}^{p} - \Sigma_{p=1}^{\infty}\beta_{n+p}2^p = \Sigma_{p=1}^{\infty}(1-\beta_{n+p})/2^p = \Sigma_{p=1}^{\infty}\overline{\beta_{n+p}}/2^p, \tag{19}$$

где $\overline{\beta_k}=1-\beta_k$ - инвертированные двоичные разряды начального значения x_0. В то же время закон преобразования второй компоненты отображения имеет вид

$$y_{n+1} = -\, {}^1/_2\, y_n + {}^1/_2 + {}^1/_2\lfloor 2x_n\rfloor = -\, {}^1/_2\, y_n + {}^1/_2 + {}^1/_2\, \overline{\beta_{n+1}}, \tag{20}$$

или

$$y_{n+1} = {}^1/_2\,(1-y_n+\lfloor 2\{(-2)^n x_0\}\rfloor),$$

где

$$\{(-2)^n x_0\} = \begin{cases} \{2^n x_0\}, & n = 2k, \\ 1 - \{2^n x_0\}, & n = 2k+1, \quad k = 0,1,\dots . \end{cases}$$

В отличие от классического варианта (9) в уравнении для «инверсного» отображения (20) изменился знак при y_n и появился постоянный член ${}^1/_2$. Если применить z-преобразование к (20), возникает положительная составляющая в решении относительно y_n, дополнительно обусловливающая положительность этого значения. Но отмеченная для классического преобразования пекаря тенденция сохраняется: с ростом n начальное значение y_0 все в меньшей степени влияет на y_n, поскольку в решение оно входит как $(-{}^1/_2)^n y_0$. Однако замещение начальных разрядов y_0 в решении для y_n происходит по более сложному правилу, чем в соответствующем выражении для классического случая (16) - инвертированные разряды $\overline{\beta_p}$ начального значения x_0 участвуют в формировании y_n с множителем $(-1)^{n+1-p}$.

Инверсное отображение пекаря, как и классический аналог, имеет равномерную инвариантную плотность. Это следует из вида оператора Перрона - Фробениуса этого отображения

$$P\psi(x,y) = \psi((1\text{-}x)/2,\, 1\text{-}2y)\,\theta_{0,1/2}(x) + \psi((2\text{-}x)/2,\, 2(1\text{-}y))\,\theta_{1/2,1}(x). \tag{21}$$

Для сравнения приведем запись эволюционного оператора для классического отображения [7]

$$P\psi(x,y) = \psi(x/2,\, 2y)\,\theta_{0,1/2}(y) + \psi((x+1)/2,\, 2y\text{-}1)\theta_{1/2,1}(y). \tag{22}$$

Первые аргументы функций, представленных в правых частях выражений (21) и (22), преобразуются по закону для y-компоненты отображения пекаря, а вторые аргументы - по закону для x-компоненты. Первой собственной функцией (с единичным собственным числом) операторов (21) и (22) является плотность равномерного распределения в единичном квадрате $f(x,y)=1$.

3. G-адическое отображение пекаря

В отличие от классического отображения пекаря в G-адическом преобразовании управляющим является G-ичный сдвиг Бернулли [23]. Запишем это отображение в обозначениях раздела 1

$$x_{n+1} = \{Gx_n\} = \begin{cases} Gx_n, & 0 \le x_n < 1/G, \\ Gx_n - 1, & 1/G \le x_n < 2/G, \\ \quad\dots & \\ Gx_n - k, & k/G \le x_n < (k+1)/G, \\ \quad\dots & \\ Gx_n - (G\text{-}1), & (G\text{-}1)/G \le x_n \le 1. \end{cases} \tag{23}$$

$$y_{n+1} = 1/Gy_n + 1/G\lfloor Gx_n \rfloor = \begin{cases} y_n/G, & 0 \le x_n < 1/G, \\ (y_n+1)/G, & 1/G \le x_n < 2/G, \\ \quad\dots & \\ (y_n+k)/G, & k/G \le x_n < (k+1)/G, \\ \quad\dots & \\ (y_n+G\text{-}1)/G, & (G\text{-}1)/G \le x_n \le 1. \end{cases} \tag{24}$$

Сдвиг Бернулли с целым коэффициентом G соотносится с G-ичным представлением числа. Так, начальное значение x_0 в этой системе счисления будет иметь вид

$$x_0 = \Sigma_{p=1}^{\infty} \beta_p/G^p = (0.\beta_1\beta_2\ldots\beta_n\ldots)_G,$$

где β_k играют роль G-ичных цифр. Соответственно точное решение для разностного уравнения (23) представится как

$$x_n = \{G^n x_n\} = (0.\beta_{n+1}\beta_{n+2}\ldots)_G = \Sigma_{p=1}^{\infty}\beta_{n+p}/G^p. \tag{25}$$

Подставляя (25) в (24), найдем, что вторая координата обобщенного отображения пекаря удовлетворяет разностному уравнению

$$y_{n+1} = (y_n + \beta_{n+1})/G. \tag{26}$$

Применяя к (26) z-преобразование для односторонних последовательностей, найдем, что функция

$$Y(z) = \Sigma_{n=0}^{\infty} y_n z^{-n}$$

удовлетворяет уравнению

$$Y(z) = H_0(z)y_0 + H(z)B(z), \tag{28}$$

где

$$H_0(z) = Gz/(Gz\text{-}1),\quad H(z) = z/(Gz\text{-}1),\quad B(z) = \Sigma_{n=1}^{\infty}\beta_n z^{-n}.$$

Обратное преобразование от (28) дает решение для итерированных значений y_n:

$$\begin{aligned} y_n &= y_0/G^n + \Sigma_{p=1}^{n}\beta_n/G^{n+1-p} = (0.00\ldots0\gamma_1\gamma_2\ldots\gamma_n\ldots)_G + (0.\beta_n\,\beta_{n-1}\ldots\beta_1)_G = \\ &= (0.\beta_n\,\beta_{n-1}\ldots\beta_1\gamma_1\gamma_2\ldots\gamma_n\ldots)_G, \end{aligned} \tag{29}$$

где первые n позиций числа y_0/G^n занимают нули.

Решения (25) и (29), отвечающие обобщенному отображению пекаря, имеют структуру, совершенно аналогичную классическому случаю, и выводы для G=2 сохраняют силу и для произвольного целого G>2, а именно: G-ичное представление для y_n имеет в составе первые n G-ичные разряды x_0, записанные в обратном порядке, продолжаемые G-ичными разрядами y_0. С ростом n разряды, отвечающие y_0, оттесняются вправо разрядами x_0. А компонента y_n удовлетворяет уравнению линейного цифрового фильтра первого порядка, в котором роль возмущения играет (n+1)-й разряд в G-ичной записи x_0.

4. В каком смысле обратимо преобразование пекаря?

Остановимся на трактовке понятия «обратимости» преобразования пекаря в контексте представления его каузальным линейным цифровым фильтром, описываемым уравнениями (9), (15) и (16). Этот фильтр характеризуется передаточной функцией (13), которая имеет особенности (нуль и полюс) внутри круга $|z|<1$ на комплексной плоскости. Следовательно, за пределами этого круга, где определено z-преобразование для разностного уравнения (9), передаточная функция обратима. Соответственно для обратной передаточной функции $H^{-1}(z)=2\text{-}z^{-1}$ «входная» последовательность β_p может быть однозначно определена через «выходную» последовательность y_n.

С отображением пекаря можно соотнести преобразование, описывающее движение в «прошлое», в направлении уменьшения индекса n. Оно задается теми же самыми (по форме) уравнениями, что и «прямое» движение в «будущее», в сторону возрастания n. В самом деле, из (23) можно получить, что

$$x_{n+1} = Gx_n - \lfloor Gx_n \rfloor = Gx_n - \lfloor G\{G^n x_0\}\rfloor = Gx_n - \lfloor G\cdot 0.\beta_{n+1}\beta_{n+2}\ldots\rfloor = Gx_n - \beta_{n+1},$$

откуда следует, что

$$x_n = (x_{n+1}+\beta_{n+1})/G. \tag{30}$$

В то же время из (26) вытекает, что

$$\{Gy_{n+1}\} = \{y_n+\beta_{n+1}\} = \{y_n\} = y_n, \tag{31}$$

поскольку β_k не имеет дробной части, принимая либо нулевое значение, либо целое из диапазона от 1 до G-1. Формально меняя в (30) и (31) обозначения переменных ($x\leftrightarrow y$), придем к уравнениям

$$x_n = \{Gx_{n+1}\}, \tag{32}$$

$$y_n = (y_{n+1}+\beta_{n+1})/G. \tag{33}$$

Сравнение систем уравнений (23), (26) и (32), (33) показывает, что заданные отображения пригодны (при обмене ролями между пространственными координатами) как для описания «будущего», так и для описания «прошлого». И только в этом смысле их можно считать «обратимыми».

В то же время отдельный закон изменения «растягивающей» координаты, даваемый сдвигом Бернулли, не является взаимно-однозначным преобразованием, то есть не является обратимым в общепринятом теоретико-функциональном смысле.

Заключение

Классическое отображение пекаря в известной авторам литературе описывается, в основном, на качественном уровне, и соотносимые с ним определения тоже носят скорее интуитивный характер. Поскольку это отображение является базовым при иллюстрации понятий эргодичности и перемешиваемости в эргодической теории (теории хаотических динамических систем), в этой работе представлены точные решения для координатных составляющих этого отображения - как для «классического» варианта, так и для некоторых разновидностей этого отображения. Отображения, характеризуемые одной и той же инвариантной плотностью, имеет смысл изучать по той простой причине, что они отличаются друг от друга рядом других важных характеристик, например, скоростью перемешивания (значением показателя Ляпунова), поведением автокорреляционных функций, решением спектральных задач для оператора Перрона - Фробениуса.

Основной вывод, следующий из проведенного математического описания, таков: уравнение «сжимающей» координаты отображения пекаря в любой из своих модификаций - это уравнение для выходного сигнала дискретного устойчивого, каузального, обратимого фильтра, на входе которого действует случайная последовательность в форме G-ичных (инвертированных G-ичных) разрядов начального значения x_0. Этот фильтр описывается линейной авторегрессионной моделью первого порядка. В асимптотике эта модель обладает свойством «забывчивости» по отношению к начальному значению «сжимающей» координаты y_0.

Приложение

О распределении G-ичных разрядов случайного числа

Рассмотрим G-ичное представление некоторого числа x_0:

$$x_0 = 0.\beta_1\beta_2\ldots\beta_n\ldots = \Sigma_{p=1}^{\infty}\beta_p/G^p. \tag{A1}$$

G-ичные разряды β_n числа как его функции определяются посредством операции сдвига

$$\beta_n(x_0) = \lfloor 2\{2^{n-1}x_0\}\rfloor, \quad n = 1,2,\dots . \tag{A2}$$

Предположим, что рассматриваемое число является случайным, имеющим плотность распределения $f_0(x_0)$ и интегральный закон $F_0(x_0)=\int_0^{x_0} f_0(x)dx$. На основе представления (A2) возможно определение одномерного закона распределения для G-ичных разрядов числа $\beta_n(x_0)$

$$f_n(\beta_n) = \int_0^1 \delta(\beta_n-\lfloor G\{G^{n-1}x_0\}\rfloor)f_0(x_0)dx_0 = \Sigma_{q=0}^{G-1} \delta(\beta_n-q)P(\beta_n=q), \tag{A3}$$

где вероятность принятия разрядом значения q ($q=0,1,\dots,G-1$) определяется выражением

$$P(\beta_n=q) = \Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1} (F_0(p/G^{n-1}+q/G^n+1/G^n)-F_0(p/G^{n-1}+q/G^n)). \tag{A4}$$

Техника получения (A4) является типичной при подсчете и многомерных распределений, поэтому остановимся на ней несколько более подробнее. Проводя в (A3) замену переменных по правилу $\xi=G^{n-1}x_0$, получим

$$f_n(\beta_n) = \int_0^{G^{n-1}} \delta(\beta_n-\lfloor G\{\xi\}\rfloor)f_0(\xi/G^{n-1})d\xi/G^{n-1} = \Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1} \int_p^{p+1} \delta(\beta_n-\lfloor G\{\xi\}\rfloor)f_0(\xi/G^{n-1})d\xi/G^{n-1} =$$

$$= \Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1} \int_0^1 \delta(\beta_n-\lfloor G\eta\rfloor)f_0((p+\eta)/G^{n-1})d\eta/G^{n-1}.$$

Вводя переменную $\varsigma=G\eta$, получим далее

$$f_n(\beta_n) = \Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1}\int_0^G \delta(\beta_n-\lfloor\varsigma\rfloor)f_0((p+\varsigma/G)/G^{n-1})d\varsigma/G^n =$$

$$\Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1}\Sigma_{q=0}^{G-1}\int_q^{q+1} \delta(\beta_n-\lfloor\varsigma\rfloor)f_0((p+\varsigma/G)/G^{n-1})d\varsigma/G^n =$$

$$= \Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1}\Sigma_{q=0}^{G-1}\int_0^1 \delta(\beta_n-q)f_0((Gp+q+\xi)/G^n)d\xi/G^n =$$

$$= \Sigma_{q=0}^{G-1} \delta(\beta_n-q)\,\Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1}\int_0^{1/G^n} f_0((Gp+q+\xi)/G^n)d\xi.$$

Отсюда следует, что

$$P(\beta_n=q) = \Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1}\int_0^{1/G^n} f_0((Gp+q+\xi)/G^n)d\xi,$$

что эквивалентно (A4).

Когда начальное распределение x_0 является равномерным ($F_0(x)=x$), из (A4) следует, что принятие *любым* G-ичным разрядом этого числа любого значения $(0,1,\dots,G-1)$ является *равновероятным*

$$P(\beta_n=0) = P(\beta_n=1) = \dots = P(\beta_n=G-1) = 1/G. \tag{A5}$$

Отличие распределения числа x_0 от равномерного ведет к нарушению (A5), то есть в общем случае вероятность принятия разрядом значений $0,1,2,\dots,G-1$ не является одинаковой, причем соответствующие вероятности становятся зависящими от номера разряда n

$$P(\beta_n=0) = \Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1} (F_0(p/G^{n-1} + 1/G^n) - F_0(p/G^{n-1})),$$

$$P(\beta_n=1) = \Sigma_{p=0}^{G^{n-1}-1} F_0(p/G^{n-1} + 2/G^n) - F_0(p/G^{n-1}+1/G^n)$$

и т.д., причем нормировочное соотношение выполняется

$$P(\beta_n = 0) + P(\beta_n = 1) +\ldots + P(\beta_n = \mathrm{G} - 1) = 1.$$

Соотношения (A4), (A5) дают вероятности принятия G-ичными разрядами числа значений 0, 1, 2, ..., G-1, но из них не следуют какие-либо выводы о статистической зависимости или независимости величин β_n. Для ответа на этот вопрос необходимо найти выражение для совместного распределения n G-ичных разрядов числа. Используя (A2) и развитую выше технику расчетов, найдем для n-мерной плотности распределения разрядов случайного числа x_0

$$f_n(\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_n) = \int_0^1 \delta(\beta_1-\lfloor Gx_0\rfloor)\delta(\beta_2-\lfloor G\{Gx_0\}\rfloor)\ldots\delta(\beta_n-\lfloor G\{G^{n-1}x_0\}\rfloor)f_0(x_0)dx_0 =$$

$$= \Sigma_{p_1=0}^{G-1} \Sigma_{p_2=0}^{G-1} \ldots \Sigma_{p_n=0}^{G-1} \delta(\beta_1-p_1)\delta(\beta_2-p_2)\ldots\delta(\beta_n-p_n) \int_0^{1/G^n} f_0(\Sigma_{i=1}^{n} p_i/G^i+\xi)\, d\xi.$$

Здесь целочисленные величины p_i (i=1,2,...,n,) могут принимать значения от 0 до G-1. Поэтому совместное распределение n дискретных случайных величин $\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_n$ будет иметь вид

$$P(\beta_1=p_1, \beta_2=p_2, \ldots, \beta_n=p_n) = F_0(\Sigma_{i=1}^{n} p_i/G^i + 1/G^n) - F_0(\Sigma_{i=1}^{n} p_i/G^i). \qquad (A6)$$

Только для равномерного распределения числа его разряды оказываются независимыми величинами - совместная плотность распределения (A6) представляется произведением маргинальных плотностей $P(\beta_i=p_i)$

$$P(\beta_1=p_1, \beta_2=p_2, \ldots, \beta_n=p_n) = 1/G^n.$$

Таким образом, двоичные разряды случайного числа действительно могут считаться одинаково распределенными и независимыми в случае равномерного распределения этого числа (равномерное распределение является *инвариантным* для сдвигов Бернулли). В случае иного распределения числа его двоичные разряды оказываются зависимыми величинами с индивидуальными законами распределения.

Несколько иная ситуация имеет место при разложении случайного числа в непрерывную дробь, осуществляемом в результате преобразования Гаусса [19]. Равномерное распределение в данном случае не является инвариантным, причем коэффициенты разложения являются зависимыми величинами в любом случае, даже если распределение числа и будет описываться инвариантным для данного преобразования законом, хотя маргинальные законы для коэффициентов, как и для двоичного формата числа, будут одинаковыми.

Выражение членов числовых последовательностей x_n и y_n через x_0 и y_0 при случайном характере начальных значений суть формулировки *прямого* вероятностного описания случайных величин x_n и y_n. *Косвенное* вероятностное описание тех же самых величин (то есть через вероятностные распределения) заключается в формулировке уравнения Перрона - Фробениуса и нахождении его решений.

Библиографический список

1. *Хопф Э.* Эргодическая теория // УМН. 1949. Т. 4. Вып. 2(39). С. 113.

2. *Халмош П.* Лекции по эргодической теории. Ижевск: РХД, 2001. 132 с.

3. *Арнольд В.И., Авец А.* Эргодические проблемы классической механики. Ижевск: РХД, 1999. 284 с.

4. *Рид М., Саймон Б.* Методы современной математической физики. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977. 360 с.

5. *Корнфельд И.П., Фомин С.В., Синай Я.Г.* Эргодическая теория. М.: Наука, 1980. 383 с.

6. *Лихтенберг А., Либерман М.* Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984. 528 с.

7. *Lasota A., Mackey M.C.* Probabilistic properties of deterministic systems. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. 358 p.

8. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. М.: Мир, 1990. 334 с.

9. *Пригожин И.* Конец определенности. Время, хаос и новые законы природы. Ижевск: РХД, 2000. 208 с.

10. *Табор М.* Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. М.: Эдиториал УРСС. 2001. 320 с.

11. *Шредер М.* Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. Ижевск: РХД, 2001. 528 с.

12. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос. Курс лекций. М.: Физматлит, 2001. 296 с.

13. *Gaspard P.* Diffusion, effusion and chaotic scattering: An exactly solvable Liouvillian dynamics // J. Stat. Phys.1992.Vol. 68, № 5/6. P. 673.

14. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. Введение. М.: Мир, 1988. 240 с.

15. *Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О.* Конкретная математика. Основание информатики. М.: Мир, 1998. 703 с.

16. *Голубенцев А.Ф., Аникин В.М., Ноянова С.А.* О связи преобразования пекаря с авторегрессионной моделью первого порядка // Вторая международная конференция «Фундаментальные проблемы физики». Саратов, Россия, 9-14 октября 2000. Материалы конференции. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2000. С. 63.

17. *Goloubentsev A.F., Anikin V.M., Noyanova S.A., Barulina Y.A.* Baker transformation as autoregression system // Int. Conf. «Physics and Control». Proceedings. Saint Petersburg, Russia, August 20-22, 2003. P. 654.

18. *Кац М.* Статистическая независимость в теории вероятностей, анализе и теории чисел. М.: Иностранная литература, 1963. 165 с.

19. *Голубенцев А.Ф., Аникин В.М.* Евклид, Гаусс и детерминированный хаос // Известия Саратовского университета. Новая серия. 2003. Т. 3, вып. 2. С. 166.

20. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848 с.

21. *Driebe D.J., Ordonez G.E.* Using symmetries of the Frobenius-Perron operator to determine spectral decompositions // Phys. Lett. A. 1996. Vol. 211. P. 204.

22. *Голубенцев А.Ф., Аникин В.М., Ноянова С.А.* «Инверсное» отображение пекаря // 6th International School on chaotic oscillations and pattern formation. Saratov, Russia, October 2-7, 2001. The Book of abstracts. Саратов, ГосУНЦ «Колледж», 2001. С. 59.

23. *Antoniou I., Tasaki S.* Generalized spectral decomposition of mixing dynamical systems // Int. J. of Quantum Chemistry. 1993. Vol. 46. P. 425.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 26.04.04

MODIFICATIONS OF THE BAKER TRANSFORMATION AND THEIR ASIMPTOTIC PROPERTIES

A.F. Goloubentsev, *V.M. Anikin, S.A. Noyanova*

Some modifications of the baker transformation are introduced. The equations for the brunches of the maps are solved exactly. It is shown that the y-component of baker transformations is represented by a linear autoregression equation of the first order where digits of the initial value x_0 play the role of an excitation (input signal) if x_0 is considered as a random value. It is shown that the digital filter corresponding to the baker transformation is causal, stable and reversible one. The asymptotic regime of baker transform dynamics does not depend on the distribution of the initial value y_0. Investigations of asymptotic properties of the baker map are important for chaos-based key cryptography schemes for digital communication.

Голубенцев Александр Федорович (1933 - 2003) - доктор физико-математических наук, профессор. Заведовал кафедрой вычислительной физики и автоматизации научных исследований СГУ. Автор 7 монографий, 7 учебных пособий и 150 статей по статистической электронике и радиофизике, нелинейной динамике.

Аникин Валерий Михайлович - родился в 1947 году в Аткарске Саратовской области. После окончания в 1970 году с отличием физического факультета СГУ работал в НИИ механики и физики СГУ, с 1984 года - на кафедре вычислительной физики и автоматизации научных исследований СГУ. Кандидат физико-математических наук, доцент. Область научных интересов - аналитическое моделирование стохастических и хаотических процессов. Автор 5 монографий и 70 научных статей, научный редактор специальных выпусков журналов «Applied Surface Science» и «Радиотехника», сборника памяти А.Ф. Голубенцева и др. изданий. С 1990 года - ученый секретарь докторского диссертационного совета при СГУ по радиофизике, физической электронике, оптике и твердотельной электронике. В 2000-2003 - секретарь Всемирной конференции по вакуумным источникам электронов (IVESC).

E-mail: Anikinvm@info.sgu.ru

Ноянова Светлана Анатольевна- родилась в 1971 году во Львове. В 1993 с отличием окончила физический факультет Саратовского государственного университета. В 1993-1996 - аспирант кафедры ядерной физики, с 1998 - сотрудник кафедры вычислительной физики и автоматизации научных исследований СГУ, с марта 2003 - ассистент кафедры. Область научных интересов - нелинейная динамика.

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004 УДК 534.1.014.5

ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Л.Н. Канов, В.А. Соколов

Показано, что при совместной работе электрических машин постоянного тока последовательного и параллельного возбуждения возникают хаотические колебания токов и скоростей вращения машин. Получены числовые характеристики хаотических колебаний.

Введение

К настоящему времени подробно исследованы хаотические колебания в электрических и электронных цепях [1-5]. Однако подобные колебания, связанные с потерей локальной устойчивости, могут существовать и в электромеханических системах [6]. В классических монографиях по электроприводам (см., например, [7]) утверждается, что устойчивая совместная работа двигателя постоянного тока последовательного возбуждения в режиме генератора с машиной параллельного возбуждения невозможна. Такая ситуация возникает при динамическом торможении электропривода постоянного тока. В статье показана возможность возникновения хаотических колебаний токов и скоростей вращения электрических машин в подобной системе электропривода постоянного тока.

1. Математическая модель

Анализ электромагнитных процессов в системе электропривода постоянного тока выполним на основе цепи, показанной на рис. 1. Система состоит из двигателя последовательного возбуждения М1, к которому приложен вращающий момент M, и генератора параллельного возбуждения М2, вращающегося с неизменной скоростью. Упрощенная математическая модель системы имеет вид

$$\begin{cases} di/dt = 1/L\ [(k_{\text{В}1}\omega - R - R_a)i + (R_a - k_{\text{В}2})i_{\text{В}}], \\ di_{\text{В}}/dt = 1/L_{\text{В}}\ [R_a i + (k_{\text{В}2} - R_a - R_{\text{В}})i_{\text{В}}], \\ d\omega/dt = 1/J\ (M - k_{\text{тр}}\omega - C_M\, i^2), \end{cases} \tag{1}$$

где i, ω - ток и скорость вращения двигателя последовательного возбуждения М1; $i_{\text{В}}$, i_a - ток возбуждения и ток якоря генератора параллельного возбуждения М2;

M - момент, прикладываемый к двигателю; L, R - индуктивность и сопротивление двигателя M1; L_B, R_B, R_a - индуктивность, сопротивление возбуждения, сопротивление якоря генератора M2; $e_1=k_{B1}\omega i$, $e_2=k_{B2}i_B$ - эдс двигателя и генератора; k_{B1}, k_{B2} -коэффициенты возбуждения; C_M - электромеханическая постоянная; $k_{тр}$ - коэффициент трения; J - приведенный к валу двигателя момент инерции.

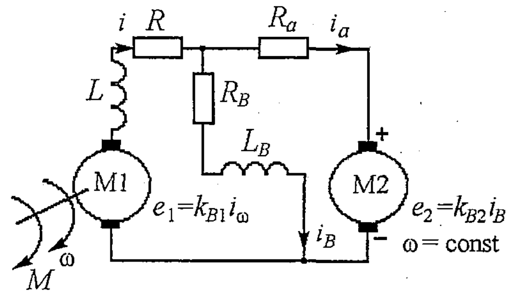


Рис. 1. Схема электропривода постоянного тока

2. Метод решения

Приравнивая правые части уравнений (1) к нулю и исключая i_B и ω, получаем уравнение равновесного состояния системы

$$(k_{B1}/k_{тр})(iM-C_M\, i^3) - (R+R_a)i + (R_a-k_{B2})R_a i/(R_a+R_B-k_{B1}) = 0. \tag{2}$$

Отсюда следует, что возможны три равновесных значения тока двигателя: $i_1=0$ и $i_{2,3}=\pm((M-M_{кр})/C_M)^{1/2}$. Здесь обозначен критический момент

$$M_{кр} = k_{тр}/k_{B1}[R+R_aR_B/(R_a+R_B-k_{B2})] \tag{3}$$

и $R_B > k_{B2}$.

Таким образом, если внешний вращающий момент меньше критического (3), существует состояние равновесия системы (1) при $i=i_B=0$ и $\omega=M/k_{тр}$. С увеличением момента возникают два состояния равновесия с токами $i=\pm((M-M_{кр})/C_M)^{1/2}$, $i_B=iR_a/(k_{B2}-R_a-R_B)$ и скоростью $\omega=M_{кр}/k_{тр}$. Как видно из последнего выражения, при $M>M_{кр}$ скорость не зависит от величины момента M.

Для оценки устойчивости состояний равновесия составим матрицу A линеаризованной системы (1)

$$A = \begin{bmatrix} (k_{B1}\omega-R-R_a)/L & (R_a-k_{B2})/L & k_{B1}\, i/L \\ R_a/L_B & (k_{B2}-R_a-R_B)/L_B & 0 \\ -2C_M\, i/J & 0 & -k_{тр}/J \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Собственные числа матрицы определяются уравнением

$$\begin{aligned}(p+k_{тр}/J)[(p+(R+R_a-k_{B1}\omega)/L)(p+(R_a+R_B-k_{B2})/L_B) + (R_a/L_B)(k_{B2}-R_a)/L] +\\ + (2C_Mk_{B1}/(JL))i^2(p+(R_a+R_B-k_{B2})/L_B) = 0.\end{aligned} \tag{5}$$

Равновесию с нулевыми токами i и i_B при $M<M_{кр}$ и $L<L_B$ соответствует $p_1=-\,k_{тр}/J$ и еще пара вещественных отрицательных корней, что говорит об устойчивости этого состояния.

Равновесие с ненулевыми токами i, i_B дает полное кубическое уравнение (5) вида $p^3+a_1p^2+a_2p+a_3=0$. Анализ коэффициентов этого уравнения, выполненный при типичных значениях параметров системы с машинами небольшой мощности ($L\approx2$ Гн, $L_B\approx3$ Гн, $R_a\approx R\approx1$ Ом, $R_B=40$ Ом, $k_{B1}=2.1$ Ом·с, $k_{B2}=32$ Ом, $J=0.8$ кг·м^2, $k_{тр}\approx$ ≈1 Н·м·с, $C_M=2.5\cdot10^{-3}$ Н·м/А^2), в соответствии с условием $a_1a_2-a_3=0$ дает граничное значение момента M_0, при котором система еще будет устойчива: $M_0=5.8$ Н·м, критический момент для этих же численных данных $M_{кр}=2.6$ Н·м.

В этих условиях система имеет пару сопряженных собственных чисел $p_{1,2}=\lambda_1 \pm j\lambda_2$ и одно отрицательное вещественное собственное число $p_3=-\alpha$, $\alpha>0$.

При $5.8>M>2.6$ собственные числа $p_{1,2}$ находятся в левой полуплоскости и определяют состояние равновесия типа устойчивого фокуса. Исключив из очевидных соотношений $-a_1=2\lambda_1+\alpha$, $a_2=|p|^2+2\lambda_1\alpha$, $-a_3=|p|^2\alpha$ величины α, λ_2, получаем для λ_1 уравнение $-a_2(a_1+2\lambda_1)=-a_3+2\lambda_1(a_1+2\lambda_1)^2$. Дифференцируя это уравнение по M и учитывая, что при $M=M_0$ $\lambda_1=0$, находим выражение для производной $d\lambda_1/dM =$ $=1/[2(a_1^2+a_2)]d(a_3-a_1a_2)/dM$. С учетом вышеприведенных значений параметров системы определяем, что при $M=M_0$ производная $d\lambda_1/dM>0$, то есть при граничном значении момента пара сопряженных собственных чисел $p_{1,2}$ переходит из левой полуплоскости в правую.

3. Результаты

Таким образом, в точке $M=M_0$ выполняется условие теоремы Хопфа [8] о бифуркации рождения цикла, в соответствии с которой можно утверждать, что при достижении моментом значения M_0 в системе происходит бифуркация рождения неустойчивого цикла. На рис. 2 приведены фазовые траектории

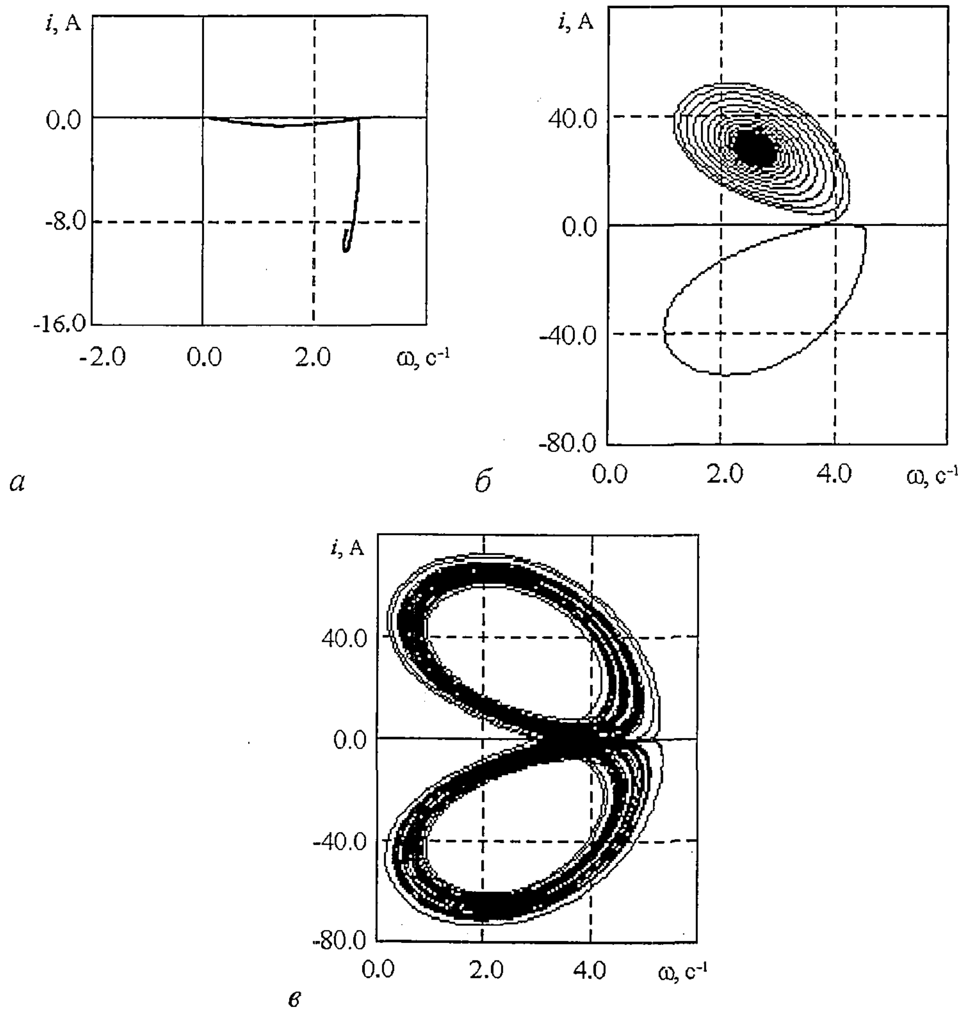


Рис. 2. Фазовые траектории при различных значениях M, Н·м: 2.62 (*а*); 4.6 (*б*); 6.0 (*в*)

системы, иллюстрирующие ее поведение при различных значениях M. Рис. 2, *в* показывает, что при $M>M_0$ система (1) переходит в режим хаотических колебаний, и в ее фазовом пространстве возникает странный аттрактор - область глобально устойчивых, но локально неустойчивых колебаний (рис. 3). Первый лист аттрактора расположен в квадранте i, $i_в$, $\omega>0$; второй - i, $i_в<0$, $\omega>0$. Фазовая точка попадает в область притяжения одного из листов аттрактора, однако после нескольких оборотов вокруг неустойчивого фокуса она захватывается областью притяжения другого листа, чтобы затем вновь покинуть его. Хаотические колебания, возникающие в системе (1) при $M>M_0$, изображены на рис. 4.

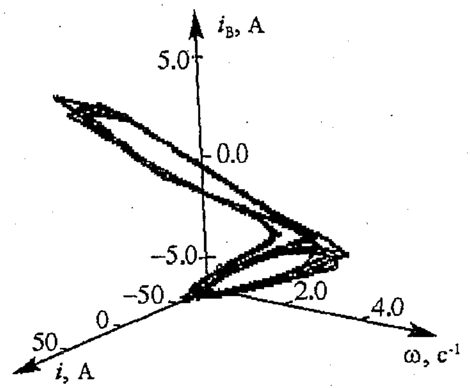


Рис. 3. Аттрактор, M=6.0 Н·м

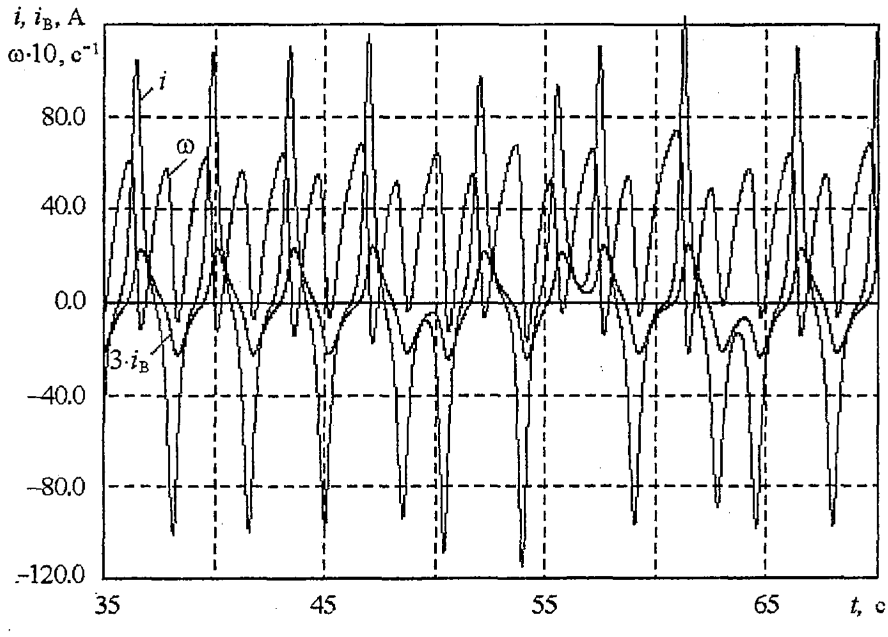


Рис. 4. Колебания токов и скорости двигателя, M=9.0 Н·м

Для оценки диапазона значений момента M, вызывающих хаотические колебания, в интервале 0 … 600 с выполнялось численное интегрирование уравнений (1) при различных M с нулевыми начальными условиями. Для каждого M фиксировались точки пересечения фазовой траектории с плоскостью ω=2. На рис. 5 показана построенная таким образом диаграмма точечного отображения Пуанкаре для тока i. Из диаграммы следует, что при моменте, большем критического, в системе происходит появление все

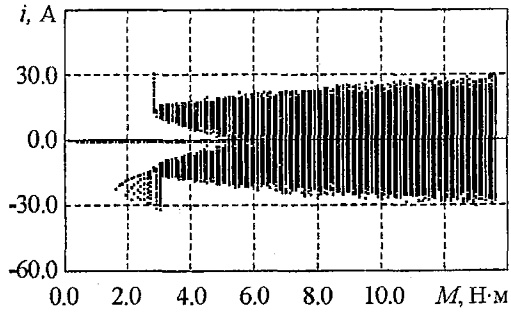


Рис. 5. Отображение Пуанкаре, ω=2.0 с$^{-1}$

большего количества субгармоник, приводящее к хаотическим колебаниям в широком диапазоне значений момента.

Подтверждение хаотического характера колебаний дают показатели Ляпунова [9], характеризующие разбегание близких фазовых траекторий с течением времени. Первый показатель λ_1 определяется из соотношения $|y(t)|/|y(0)|=\exp(\lambda_1 t)$, где $y(t)$ - вектор состояния линеаризованной однородной системы с матрицей А из (4). Исходная система (1) и линеаризованная система с начальными условиями $y_1(0)=1$, $y_2(0)=y_3(0)=0$ интегрируются совместно в течение достаточно большого времени, после чего показатель λ_1 подсчитывается по формуле $\lambda_1=\lim_{t\to\infty}(1/t)\ln(|y(t)|/|y(0)|)$. В случае устойчивого детерминированного процесса $\lambda_1<0$. При хаотических колебаниях линеаризованная система неустойчива вдоль траектории системы (1) (вначале близкие траектории разбегаются), и $\lambda_1>0$. На рис. 6 приведены графики показателей Ляпунова в зависимости от изменения момента M. Из графиков следует, что при всех значениях момента, когда существуют хаотические колебания, показатель λ_1 положителен, а показатель λ_3 всегда отрицателен.

Размерность странного аттрактора системы (1) в режиме хаотических колебаний оценивается по показателям Ляпунова [1]: $\dim=j+\Sigma_{i=1}^{j}\lambda_i/|\lambda_{i+1}|$, где $\lambda_1\geq\lambda_2\geq\lambda_3$, а j определяется из условий: $\lambda_1+\ldots+\lambda_j\geqslant0$, $\lambda_1+\ldots+\lambda_j+\lambda_{j+1}<0$. На рис. 6 показан также график зависимости размерности аттрактора системы (1) от момента M, из которого следует, что в области хаотических колебаний аттрактор имеет дробную размерность $1\leq\dim\leq3$, что говорит о его фрактальной структуре.

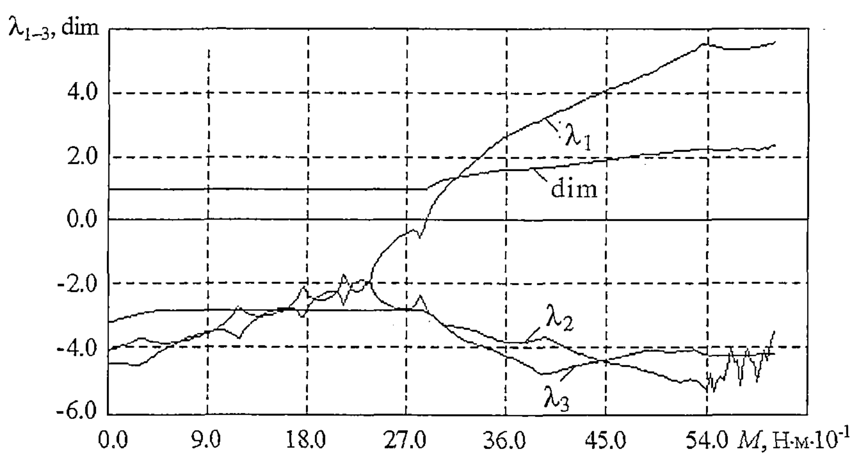


Рис. 6. Показатели Ляпунова и размерность аттрактора

Заключение

Аналогичный анализ показывает, что подобные явления возникают в рассматриваемой паре машин и при других условиях, например, когда машина М2 работает в режиме двигателя, а также тогда, когда машина М1 работает в режиме генератора с постоянной скоростью. В последнем случае хаотически изменяются ток и скорость машины М2. К хаотическим колебаниям приводит не только изменение вращающего момента, но и изменение параметров машин, например k_{B1}. Кроме того, хотя в упрощенной модели электропривода (1) магнитные характеристики машин полагались линейными, тем не менее, при учете насыщения магнитных цепей машин возникновение хаотических колебаний также имеет место.

Проведенные исследования подтверждают невозможность совместной устойчивой работы машин последовательного и параллельного возбуждения. Попытка перевести двигатель последовательного возбуждения в генераторный режим вызывает появление сложных периодических или хаотических колебаний токов якорей и возбуждения обеих машин, а также их скоростей вращения. Это происходит в широком диапазоне изменения как вращающего момента, так и параметров машин.

Библиографический список

1. *Неймарк Ю.И., Ланда П.С.* Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 424 с.
2. *Зевеке Г.В.* Основы теории цепей. М.: Энергоатомиздат, 1989. 528 с.
3. *Канов Л.Н., Хаиндрава В.М.* Хаотические колебания в нелинейных электрических цепях // Вестник СевГТУ. Вып. 26: Информатика, электроника, связь. Севастополь, 2000. С. 26.
4. *Канов Л.Н., Соколов В.А.* Хаотические колебания в нелинейном колебательном контуре со схемой Бушеро // Вестник СевГТУ. Вып.31: Информатика, электроника, связь. Севастополь, 2001. С. 122.
5. *Соколов В.А., Канов Л.Н.* Энергетический метод анализа хаотических колебаний нелинейных систем // Вестник СевГТУ. Вып. 41: Информатика, электроника, связь. Севастополь, 2002. С. 129.
6. *Канов Л.Н., Кудашев В.С., Языков А.А.* Хаотические колебания в электроприводах постоянного тока // Оптимизация производственных процессов. Вып. 4. Севастополь, 2001. С. 127.
7. *Андреев В.П., Сабинин Ю.А.* Основы электропривода. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963. 772 с.
8. *Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн И.* Теория и приложения бифуркации рождения цикла. М.: Мир, 1985. 280 с.
9. *Былов Б.Ф.* Теория показателей Ляпунова и ее применение. М.: Наука, 1966. 514 с.

Севастопольский национальный технический университет
Московский государственный университет, Черноморский филиал

Поступила в редакцию 24.12.03
после доработки 22.06.04

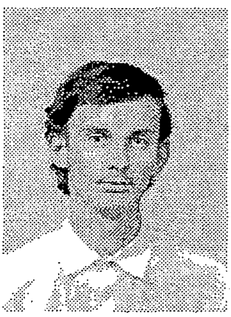
CHAOTIC OSCILLATIONS IN ELECTROMECHANICS SYSTEMS

L.N. Kanov, V.A. Socolov

It is shown that chaotic fluctuations of current and of rotation-velocities appear at collaboration of electrical machines of direct current of consequent and parallel excitation. Numeric features of chaotic fluctuations are received.

Канов Лев Николаевич - родился в Тюмени (1948), окончил Севастопольский приборостроительный институт (1974), кандидат технических наук в области теоретической электротехники, доцент кафедры судовых и промышленных электромеханических систем факультета морских технологий и судоходства Севастопольского национального технического университета. Область научных интересов - схемное моделирование, прикладная нелинейная динамика, теория управления.

E-mail: pu541@sevcom.net



Соколов Владимир Андреевич - родился в Севастополе (1983), аспирант Черноморского филиала Московского государственного университета по специальности «физика». Область научных интересов - прикладная нелинейная динамика.

E-mail: pu541 @ sevcom.net

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004

УДК 531.3, 538.913

МОДЕЛИРОВАНИЕ КООПЕРАТИВНЫХ ЭФФЕКТОВ ПРЕДПЛАВЛЕНИЯ С ПОЗИЦИЙ ТЕОРИИ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА

С.Г. Жицкий

Плавление кристаллических веществ рассматривается с позиций детерминированного хаоса для объяснения эффектов выброса тепла вблизи точки плавления в реальных динамических условиях. Поведение кристаллической решетки при реальном плавлении исследуется на основе пространственно-распределенной модели связанных хаотических осцилляторов. Показано, что вблизи точки плавления возможен переход твердого тела в качественно новое упорядоченное состояние в результате хаотической синхронизации колебаний узлов кристаллической решетки. Рассматриваются условия такого перехода. Полученные результаты сопоставляются с ранее имевшимися объяснениями данного явления.

Введение

С развитием методов нелинейной динамики появилась возможность описания многих явлений, имеющих хаотический характер, на языке детерминированного хаоса. К числу таких явлений относятся неравновесные фазовые переходы, наблюдаемые методом дифференциального термического анализа при плавлении изотропных кристаллических веществ (KCl, Ge, Cu) [1-4]. Процесс плавления кристаллов в реальных динамических условиях происходит не в точке, а в достаточно протяженном интервале температур и сопровождается эффектами предплавления и постплавления. Характерной особенностью этих эффектов является их скачкообразность, экзотермичность и флуктуационность выделяемой теплоты диссипации (рис. 1). Следует подчеркнуть, что наблюдаемые эффекты, непосредственно примыкая к области плавления, являются экзотермическими (с выделением тепла), в то время как само плавление представляет собой эндотермический процесс (с поглощением тепла).

В настоящее время нет моделей, дающих удовлетворительное объяснение данному явлению.

Представления о кооперативных переходных процессах при плавлении были впервые введены Френкелем [5]. В работах Хайта [6] эффект предплавления рассматривается как результат корреляций фононной подсистемы, приводящей к образованию кластеров. Образование в системе кластеров можно трактовать как возникновение в ней стационарных возбужденных состояний. Однако в модели Хайта не рассматривается механизм корреляции, приводящий к кластеризации, и условия существования этих кластеров. Поэтому модель Хайта не объясняет такие

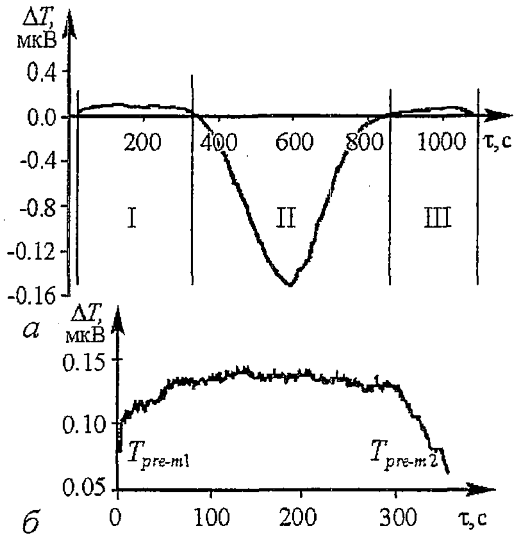


Рис. 1. *а* - Термограмма плавления Cu, полученная на установке ДТА: *I* - область предплавления, *II* - область плавления, *III* - область постплавления. *б* - увеличенный участок термограммы *I*, $T_{\text{pre-m1}}$ и $T_{\text{pre-m2}}$ - температуры начала и конца эффекта предплавления

экспериментальные факты, обнаруженные в работах [1-4], как выделение тепла и флуктуации теплоты диссипации.

В последние годы активно изучаются нелинейные динамические процессы и связанные с ними эффекты синхронизации и стохастического резонанса в хаотических колебательных системах [7]. В работе [8] было показано, что для пространственно-распределенных (2- и 3-мерных) систем связанных хаотических осцилляторов при определенных условиях возможно формирование кластерных подсистем, образующихся в результате эффекта синхронизации между ее элементами.

При рассмотрении эффектов, связанных с плавлением кристаллических веществ, хаотической колебательной системой можно считать колеблющиеся узлы атомов кристаллической решетки твердого тела, поток энергии к которым поступает от внешнего нагревательного источника. При этом, согласно принципам теории физики твердого тела, в любой узел решетки возможен как приток энергии от соседних, более нагретых узлов, так и ее передача менее нагретым узлам кристаллической решетки. Получение и передача энергии узлами кристаллической решетки осуществляется квантами элементарных возбуждений твердого тела - фононами [9]. Таким образом, любой узел кристаллической решетки может рассматриваться как автоколебательная диссипативная динамическая система.

Целью данной работы является исследование условий возникновения стационарных возбужденных состояний при плавлении твердого тела как результата синхронизации в пространственно-распределенной системе связанных хаотических осцилляторов, моделирующих колебания узлов кристаллической решетки твердого тела.

1. Базовая модель

В качестве базовой модели рассматривается одномерная цепочка связанных осцилляторов Ресслера [10] (рис. 2).

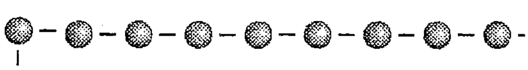


Рис 2. Модель одномерной цепочки осцилляторов Ресслера

Выбор системы Ресслера в качестве модельной для описания колебаний узла кристаллической решетки был обусловлен как ее автоколебательным, диссипативным характером, так и соображениями удобства в расчетах.

Для *j*-го осциллятора система уравнений запишется следующим образом:

$$\dot{x}_j = -\omega_j y_j - z_j,$$

$$\dot{y}_j = \omega_j x_j + a y_j + \gamma(y_{j-1} - 2y_j + y_{j+1}), \qquad (1)$$

$$\dot{z}_j = b + z_j(x_j - c).$$

Здесь γ - параметр связи; ω - частота рассогласования; a - параметр, определяющий режим хаотичности осциллятора; b, c - параметры осциллятора. Для такой модели изучались условия возникновения эффекта синхронизации в зависимости от режимов хаоса (слабый хаос при значениях параметра $a \leq 0.21$ и сильный хаос при $0.21 < a \leq 0.3$), параметра связи γ, длины цепочки и пространственного строения модели. С этой целью проводилось численное решение системы уравнений на ЭВМ с использованием следующих граничных условий:

$$y_0 = 0, \quad y_{n+1} = 0. \tag{2}$$

При численном моделировании стартовые точки на аттракторе выбирались каждый раз произвольным образом, в результате ни в одном из экспериментов начальные условия не повторялись. Таким же образом задавалась частотная расстройка осцилляторов в пределах $1 \leq \omega \leq 1.05$. Параметры системы Ресслера имели значения: b=0.4, c=8.5.

Разность фаз между соседними осцилляторами рассчитывалась по формуле:

$$\Delta\Phi = \sin^2[{}^1/_2(y_j / x_j - y_{j+1}/x_{j+1})], \tag{3}$$

то есть в данном случае рассматривалась пространственная синхронизация осцилляторов, а не синхронизация отдельных временных реализаций какой-либо из переменных.

В качестве критерия сравнения степени синхронности колебаний использовалась средняя разность фаз колебаний всей цепочки, взятая в некоторый произвольный момент времени.

При оценке влияния степени хаотичности на возможность синхронизации в одномерной системе осцилляторов видно, что с ростом параметра a, а следовательно, и степени хаотичности колебаний каждого осциллятора, синхронность колебаний уменьшается, отсутствуя полностью в режиме сильного хаоса, a=0.3 (рис. 3).

В случае реальных хаотических систем, таких как колебания цепочки узлов кристаллической решетки на этапе предплавления, произойдет увеличение ангармонизма колебаний, что приведет к возникновению режима сильного хаоса. Кроме того, любая реальная кристаллическая решетка является пространственно-распределенной системой. Следовательно, говорить об одномерной модели цепочки осцилляторов как о реально отражающей процессы колебаний узлов решетки, не приходится. Поэтому целесообразно перейти от рассмотрения одномерной цепочки осцилляторов Ресслера к пространственно-распределенной системе.

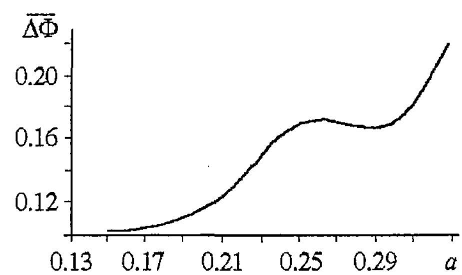


Рис. 3. Зависимость средней разности фаз колебаний цепочки осцилляторов Ресслера от параметра a

2. Пространственно-распределенная модель связанных хаотических осцилляторов

Рассматриваемая двумерная модель представляет собой две цепочки из 50 осцилляторов Ресслера, пересекающиеся в одной точке, то есть имеющие один общий узел-осциллятор (рис. 4). Система уравнений для осцилляторов, расположенных по осям x и y, соответственно, будет иметь следующий вид.

По оси x:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_j &= -\omega_j y_j - z + \gamma(x_{j-1}-2x_j+x_{j+1}),\\
\dot{y}_j &= \omega_j x_j + a y_j,\\
\dot{z}_j &= b + z_j(x_j-c).
\end{aligned}
\tag{4}
$$

По оси y:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_j &= -\omega_j y_j - z_j,\\
\dot{y}_j &= \omega_j x_j + a y_j + \gamma(y_{j-1}-2y_j+y_{j+1}),\\
\dot{z}_j &= b + z_j(x_j-c).
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Уравнения для общего осциллятора цепочек запишутся как:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_j &= -\omega_j y_j - z + \gamma(x_{j-1}-2x_j+x_{j+1}),\\
\dot{y}_j &= \omega_j x_j + a y_j + \gamma(y_{j-1}-2y_j+y_{j+1}),\\
\dot{z}_j &= b + z_j(x_j-c).
\end{aligned}
\tag{6}
$$

В результате исследования данной двумерной системы было отмечено следующее. Добавление в модель еще одной цепочки влияет на колебания во всей системе. На рис. 5 можно видеть типичное изменение траектории движения осциллятора, расположенного вблизи точки пересечения цепочек, в зависимости от параметров связи. С возрастанием параметра связи по дополнительной цепочке она все сильнее начинает взаимодействовать с первой, что влияет на траектории осцилляторов в обеих цепочках, изменяя их структуру.

Характерной особенностью плавления любого твердого тела является возникновение в нем при нагреве точечных дефектов-вакансий, приводящих к разрывам в непрерывной цепочке узлов кристаллической решетки. Это вызывает ослабление взаимодействия между соседними атомами решетки. Известно, что концентрация вакансий в кристалле экспоненциально возрастает с увеличением температуры. В работе [11] отмечается, что в кристалле вблизи точки плавления на каждые 5 узлов кристаллической решетки приходится одна вакансия. Таким образом, вблизи точки плавления не могут находиться длинные, не деформированные вакансиями цепочки узлов кристаллической решетки. Их реальная длина будет составлять на момент предплавления всего несколько узлов. Таким образом, двумерная модель должна быть проверена на зависимость степени синхронности колебаний от длины цепочки (рис. 6). Видно, что по мере

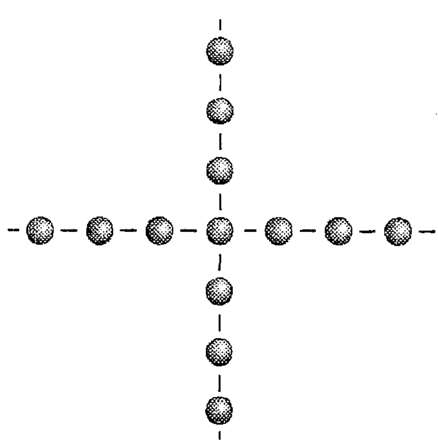


Рис. 4. Модель двумерной цепочки осцилляторов Ресслера

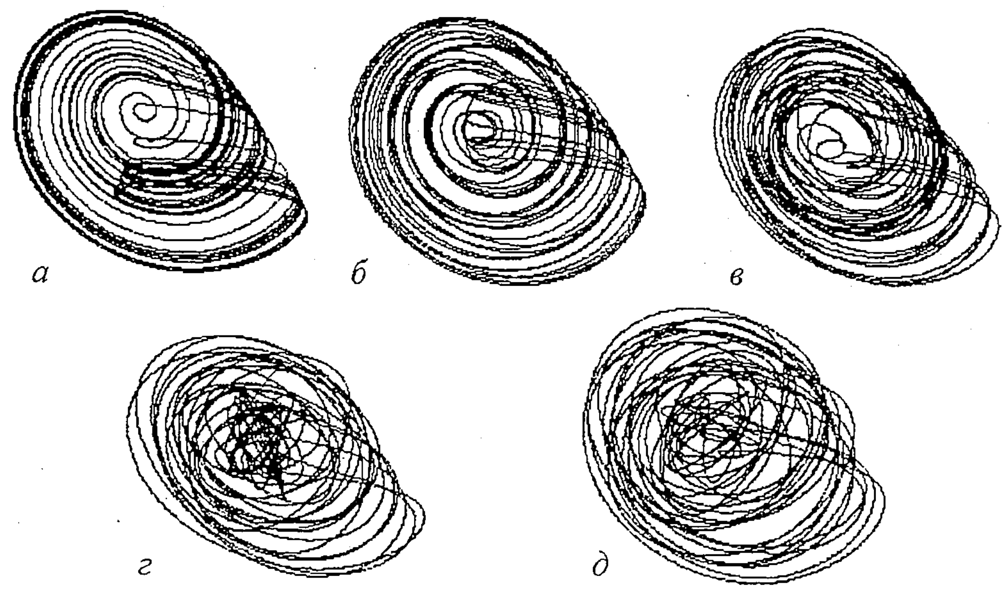


Рис. 5. Изменение траектории движения 25-го осциллятора в зависимости от параметров связи: *а* - $\gamma_x=\gamma_y=0$; *б* - $\gamma_x=0, \gamma_y=0.8$; *в* - $\gamma_x=0.1, \gamma_y=0.8$; *г* - $\gamma_x=0.5, \gamma_y=0.8$; *д* - $\gamma_x=\gamma_y=0.8$

уменьшения длины цепочки при сильной связи между соседними осцилляторами (случай, реализуемый в области предплавления) возникают устойчивые области сильной синхронизации. Численный расчет показывает, что степень синхронности колебаний в этих областях на 3-4 порядка превосходит этот параметр для случая 50-ти сильносвязанных осцилляторов. Таким образом, несмотря на то, что рассмотрение двумерной модели из 5 осцилляторов ведется исключительно для режима сильного хаоса, порядок синхронизации на значительных промежутках времени может достигать тех же значений, что и в одномерной модели в режиме слабого хаоса.

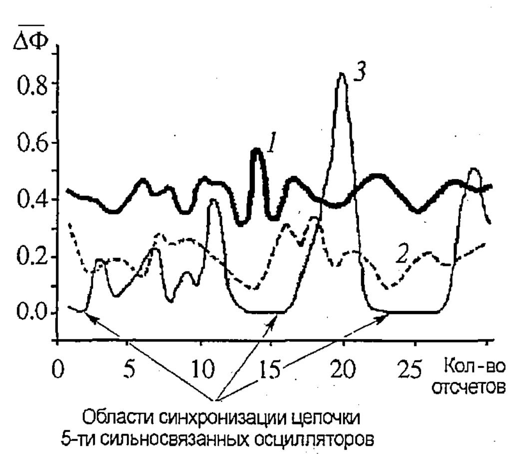
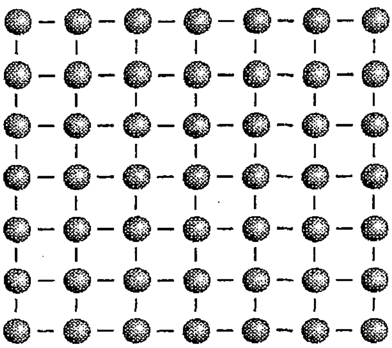


Рис. 6. Зависимость степени синхронизации двумерных цепочек осцилляторов Ресслера от степени связи между осцилляторами и количеством осцилляторов в цепочке для 50 несвязанных осцилляторов (кривая *1*), 50 сильносвязанных (*2*) и 5 сильносвязанных осцилляторов (*3*)

3. Двумерная модель связанных хаотических осцилляторов

Двумерная модель связанных хаотических осцилляторов Ресслера представляет собой дальнейшее развитие одномерных моделей. Рассматриваемая двумерная система является матрицей осцилляторов размером $n \times n$, взаимодействующих друг с другом (рис. 7).

Уравнения (i, j)-го осциллятора ($1<i<n$, $1<j<n$) такой системы будут иметь вид



$$\dot{x}_{i,j} = -\omega_{i,j} y_{i,j} - z_{i,j} + \gamma(x_{i,j-1} - 2x_{i,j} + x_{i,j+1}),$$
$$\dot{y}_{i,j} = \omega_{i,j} x_{i,j} + a y_{i,j} + \gamma(y_{i-1,j} - 2y_{i,j} + y_{i+1,j}), \quad (7)$$
$$\dot{z}_{i,j} = b + z_{i,j}(x_{i,j} - c)$$

при следующих граничных условиях:

$$x_0 = x_{n+1} = y_0 = y_{n+1} = 0. \quad (8)$$

Рис. 7. Двумерная модель связанных хаотических осцилляторов Ресслера

Для данной модели исследовалась возможность возникновения синхронизации при различных режимах осциллятора и зависимость степени синхронности колебаний от размера матрицы осцилляторов (числа n).

Первоначально рассматривалась система размером 65×65 осцилляторов. В качестве критерия возникновения синхронизации в системе использовалась визуальная оценка трехмерного графика, по осям x и y которого располагались соответствующие осцилляторы, а по оси z откладывалась разность фаз между соседними осцилляторами. Различным численным интервалам разности фаз соответствовал определенный цвет. Таким образом, синхронизированной системе соответствовала бы однородная окраска поверхности (или близкая к однородной), а построенная таким образом поверхность рассинхронизированной системы представляла бы собой совершенно неупорядоченную картину. В качестве дополнительного критерия синхронизации рассчитывалась средняя разность фаз в системе.

На рис. 8 приведена картина потери синхронизации системы 65×65 осцилляторов для параметра связи $\gamma_x=\gamma_y=0.85$ при изменении параметра a от 0.15 до 0.3. Можно сделать вывод, что для значений a=0.15 - 0.26 средняя разность фаз колебаний осцилляторов довольно велика и сопоставима со значениями средней разности фаз для a=0.28-0.3. Но, вместе с тем, на рис. 8, *а* и *б* видно, что разность фаз довольно однородна для всей системы. Это позволяет говорить о наличии в области a=0.15-0.26 синхронизации, но без захвата фазы, то есть разность фаз во всей системе примерно одинакова.

При уменьшении размеров рассматриваемой системы картина радикально меняется. Так для системы 10×10 осцилляторов зависимость $\overline{\Delta\Phi}$ от параметра a выглядит следующим образом (см. таблицу).

Если построить для такой системы графики разности фаз осцилляторов, аналогичные рис. 8, в тех же интервалах, то они будут представлять собой сплошное одноцветное поле для всех значений параметра a в силу малых значений разности фаз. Таким образом, при уменьшении размеров исследуемой системы выясняется, что это также ведет к появлению устойчивых синхронных состояний даже при значениях параметра a=0.3, то есть при максимальной хаотичности исследуемой системы. Возникновение таких состояний связано с захватом фазы колебаний, что не наблюдается в больших системах даже при меньших значениях параметра a, то есть при меньшей хаотичности исследуемой системы.

Применительно к реальному плавлению твердого тела, наличие областей *сильной синхронизации означает следующее. Переход к синхронным колебаниям* неизменно будет сопровождаться выделением некоторого количества энергии, а именно такого, которое ранее затрачивалось на совершение работы по преодолению сил взаимодействия между соседними узлами решетки. Процесс

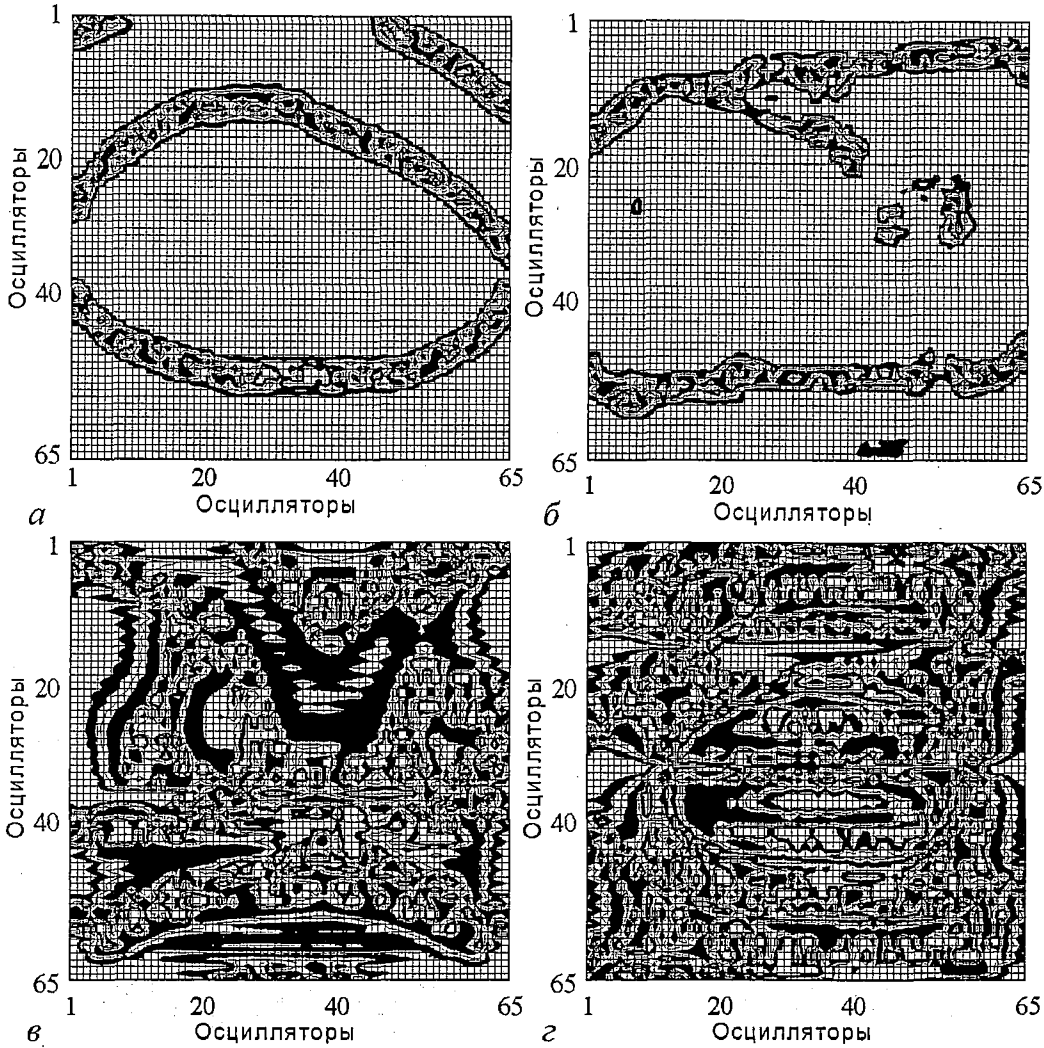


Рис. 8. Потеря синхронизации в системе 65× 65 сильносвязанных осцилляторов при изменении параметра *a*: *a*=0.15→$\overline{\Delta\Phi}$=1.22*e*-01 (*a*); *a*=0.26→$\overline{\Delta\Phi}$=1.23*e*-01(*б*); *a*=0.28→$\overline{\Delta\Phi}$=4.85*e*-01 (*в*); *a*=0.3→$\overline{\Delta\Phi}$=5.00*e*-01(*г*)

Таблица

Зависимость средней разности фаз колебаний от параметра *a* в системе 10×10 сильносвязанных осцилляторов

a	0.15	0.26	0.28	0.3
$\overline{\Delta\Phi}$	1.44E-04	7.53E-03	3.65E-02	6.39E-02

выделения энергии будет носить временный характер, поскольку синхронизация возникает лишь на какой-то промежуток времени. Так как основным условием возникновения синхронных колебаний при сильном хаосе является ограниченность размеров системы взаимодействующих осцилляторов, то можно говорить о возникновении в твердом теле большого числа малых областей - кластеров, которые могут в некоторый момент времени начать выделять энергию. Они, фактически, при этом будут являться некоторыми внутренними источниками выделения тепла.

Выводы

Предлагаемая нелинейная модель синхронизации колебаний атомов в кластере позволяет представить кластеры на этапе предплавления не только как структурное образование. Согласно модели синхронизации, кластер представляет собой динамическое и энергетически активное образование, формирующее новое фазовое состояние вещества - мезофазу предплавления. Существование кластера как активного структурного элемента обусловлено взаимодействием коллективных степеней свободы для ограниченного числа связанных пространственно-распределенных колеблющихся атомов. Взаимодействие в такой системе приводит к стационарной генерации энергии, а не локальной, как в случае невозбужденных систем. В силу случайных изменений величины средней разности фаз колебаний кластера с течением времени, внутри кластера генерация энергии носит статистический характер, обуславливая протяженность переходных процессов во времени и флуктуационность процесса в целом. Самоподдерживающийся процесс синхронизации колебаний в кластерах объясняет стационарность переходных процессов в изотермическом режиме. Таким образом, макроскопический подход, используя методы нелинейной динамики, позволяет объяснить механизм возникновения корреляций и дать представление о причине аномального выброса тепла вблизи точки плавления.

Библиографический список

1. *Битюцкая Л.А., Машкина Е.С.* Кооперативные эффекты пред- и постпереходных состояний при плавлении германия // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21, вып. 17. С. 8-11.

2. *Битюцкая Л.А., Машкина Е.С.* Влияние анизотропии кристаллической структуры на переходные процессы при плавлении сурьмы // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21, вып. 20. С. 30.

3. *Битюцкая Л.А., Машкина Е.С.* Особенности пред- и постпереходных состояний при плавлении меди // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21, вып. 24. С. 90.

4. *Bityutskaya L.A., Mashkina E.S.* System of kinetic parameters of the transition processes under melting of crystalline substances // Phase Transition. 2000. Vol. 71. P. 317.

5. *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкости. Л., 1975.

6. *Khait Yu.L.* Calculation of narrow temperature interval of premalting phenomena // Phys. Stat. Sol. (b). 1985. Vol. 131. P. K19.

7. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов: Изд-во СГУ, 1999. 368 с.

8. *Belykh V., Belykh I., Hasler M., Nevidin K.* Cluster synchronization in three-dimensional lattices of diffusively coupled oscillators // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2003. Vol. 13, №. 4. P. 755.

9. *Павлов П.В., Хохлов А.Ф.* Физика твердого тела: Учебник для вузов. 3-е изд. М.: Высшая школа, 2000. 493 с.

10. *Osipov G., Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.* Phase synchronization effects in a lattice of nonidentical Ressler oscillators // Phys. Rev. E. Vol. 55.

11. *Карасевский А.И., Любашенко В.В.* Физические процессы в твердых телах, приводящие к плавлению. I. Фазовый переход первого рода в кристалле с вакансиями // Расплавы. 1997. № 3. С. 80.

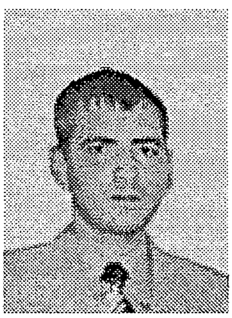
Воронежский государственный университет

Поступила в редакцию 07.04.2004
после доработки 15.06.2004

MODELING OF COOPERATIVE EFFECTS OF PRE-MELTING FROM POSITIONS OF THE DETERMINISTIC CHAOS THEORY

S.G. Zhitskey

Melting of crystal substances is considered from positions of deterministic chaos. It gives an explanation of the heat generation effects near the melting point in the real dynamic conditions. The behavior of the crystal lattice in the real melting is investigated on the base of the spatial-distributed model of coupled chaotic oscillators. It is shown that a transition is possible from solid to qualitatively new ordered state as a result of chaotic synchronization of oscillation of lattice points. Conditions are considered of such transition. Received results are compared with the results of earlier examinations.



Жицкий Семен Григорьевич - родился в Грозном (1978), окончил Воронежский государственный университет по специальности «физика полупроводников и микроэлектроника» (2001). Аспирант физического факультета ВГУ.

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004 УДК 517.9

СУБГАРМОНИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В УРАВНЕНИИ ВАН ДЕР ПОЛЯ

А.П. Кузнецов, С.В. Милованов

В работе рассматривается резонанс в системе Ван дер Поля в случае, когда частота внешнего воздействия близка к утроенной собственной частоте системы. Представлен метод медленно меняющихся амплитуд для такой системы, получено укороченное уравнение, обсуждаются его бифуркации и форма языка синхронизации. Материал может быть полезен преподавателям, ведущим занятия по теории колебаний и нелинейной динамике.

Введение

Как хорошо известно, нелинейные колебательные системы под внешним воздействием могут демонстрировать резонансный отклик не только при возбуждении на частоте, близкой к собственной. Простейшими примерами могут служить ситуации, когда частота внешнего сигнала приблизительно в целое число раз (два, три и т.д.) превосходит собственную. Такие ситуации называют *субгармоническими резонансами*. Субгармонические резонансы - также классическое явление нелинейной теории колебаний [1-4], да и физики вообще [5]. Для нелинейного осциллятора с квадратичной нелинейностью известна приближенная аналитическая теория для резонанса на удвоенной частоте, а для осциллятора с кубической нелинейностью - на утроенной [5]. Соответствующие вопросы традиционно излагаются в курсах теории колебаний.

Другой эталонной моделью теории колебаний и нелинейной динамики является осциллятор Ван дер Поля. Он представляет собой простейший пример системы, демонстрирующей автоколебательные режимы и бифуркацию Андронова - Хопфа. В любом учебнике по теории колебаний можно найти в той или иной форме приближенную теорию основного резонанса в системе Ван дер Поля, объясняющую появление языка синхронизации на плоскости частота - амплитуда воздействия. Исходное уравнение имеет следующий вид:

$$\ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x = b\sin\omega t. \qquad (1)$$

Здесь ω - частота внешнего сигнала, b - его амплитуда, λ - управляющий параметр автономной системы. (Скажем два слова о нормировке. Гораздо чаще второе слагаемое в уравнении (1) записывают в виде $\lambda(1-x^2)$. В этом случае, однако, в уравнении (1) отсутствует бифуркация Андронова - Хопфа. Мы считаем, что терять такой феномен в эталонном уравнении теории колебаний не следует, и отдаем предпочтение указанной выше форме уравнения.)

При использовании метода медленно меняющихся амплитуд решение ищут в виде $x={}^1/_2\,(ae^{i\omega t}+a^*e^{-i\omega t})$ при дополнительном условии $\dot{a}e^{i\omega t}+\dot{a}^*e^{-i\omega t}=0$. После процедуры усреднения получаются известные укороченные уравнения для комплексной амплитуды

$$\dot{a} + i(\omega^2-1)/(2\omega)a = (\lambda/2)a - ({}^1/_8)|a|^2a - b/(2\omega). \qquad (2)$$

Если ввести безразмерные переменные и параметры

$$\tau = \lambda t/2,\ z = 1/(2\lambda^{1/2})a,\ \Delta = (\omega^2-1)/(\lambda\omega),\ \varepsilon = b/(2\omega\lambda^{3/2}), \qquad (3)$$

то можно получить безразмерное укороченное уравнение

$$\dot{z} + i\Delta z = z - |z|^2 z - \varepsilon. \qquad (4)$$

Здесь Δ - безразмерная отстройка внешней частоты от собственной, ε - безразмерная амплитуда внешнего воздействия. Уравнения для амплитуды и фазы переменной $z=\mathrm{R}e^{i\varphi}$ из (4) принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{R} &= R - R^3 + \varepsilon\cos\varphi, \\ \dot{\varphi} &= -\Delta - (\varepsilon/R)\sin\varphi. \end{aligned} \qquad (5)$$

При малом внешнем воздействии можно считать динамику амплитуды независимой от фазы. Тогда из первого уравнения (5) следует, что $R=1$, а из второго уравнения, что

$$\dot{\varphi} = -\Delta - \varepsilon\sin\varphi. \qquad (6)$$

Это известное уравнение фазовой динамики, которое иногда называют уравнением Адлера [3-4]. Из его вида и следует, что режимы синхронизации имеют место внутри области (языка Арнольда), ограниченной линиями $\Delta=\pm\varepsilon$ на плоскости частота - амплитуда воздействия [1-4].

В последнее время в учебники стали включать и более подробный бифуркационный анализ укороченных уравнений (2) при произвольных амплитудах воздействия. Эти результаты, появившиеся впервые, по-видимому, в известной монографии Гукенхеймера и Холмса, недавно вышедшей на русском языке [6], стали постепенно «перекочевывать» из научной литературы в учебную (см., например, [3]). Результат соответствующего бифуркационного анализа представлен на рис. 1 и 2. На рис. 1 дан общий вид языка синхронизации и характерные фазовые портреты уравнений (5). На рис. 2 показана окрестность точки сборки, в которую приходит линия седло-узловой бифуркации (край языка) при увеличении амплитуды сигнала. В ее окрестности в вершинах языка синхронизации появляются линии бифуркаций Неймарка - Сакера (бифуркации Андронова - Хопфа для укороченных уравнений), точка Богданова - Такенса, из которой выходит эта линия, а также линия нелокальной бифуркации. (Подробности можно найти в [3,6].) Заметим, что в отличие от изложенного в книге [6] мы приводим не качественные портреты, а точные, построенные на компьютере для уравнений (5). Построение соответствующих бифуркационных линий и фазовых портретов может служить хорошим упражнением для компьютерного практикума.

В то же время из компьютерных расчетов известно, что полная картина резонансов в системе (1) весьма сложна (см., например, [6-7]). Общее представление о картине бифуркаций дает рис. 3 для случая $\lambda=1$ [7]. На этом

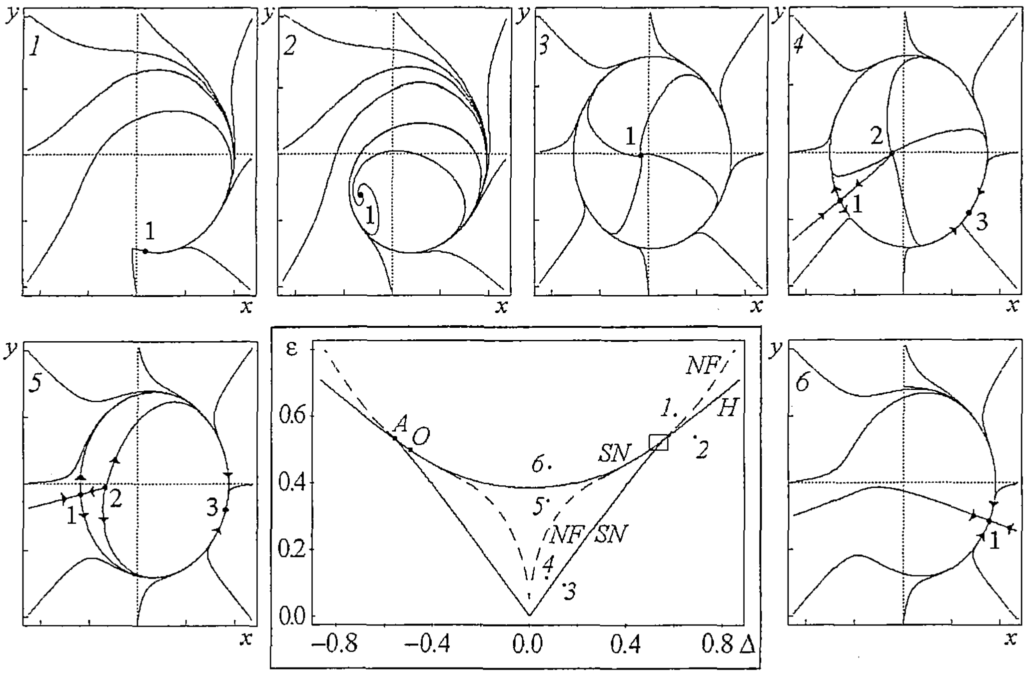


Рис. 1. Плоскость параметров укороченного уравнения (4) вблизи основной частоты и характерные фазовые портреты. SN - линии седло-узловых бифуркаций, H - линия бифуркации Неймарка - Сакера (Андронова - Хопфа), NF - линия превращения узла в фокус

рисунке можно видеть как основной резонанс, так и систему субгармонических резонансов. Отметим, что картина бифуркаций в этой системе очень тонкая и представленная карта отображает лишь наиболее существенную, но и наиболее

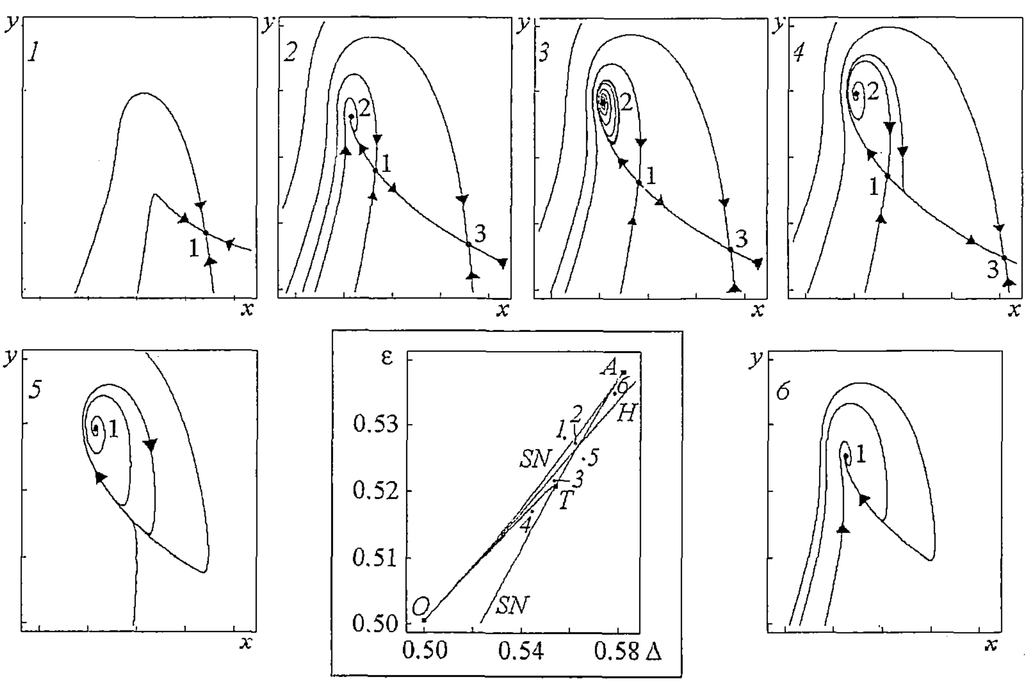


Рис. 2. Увеличенный фрагмент плоскости параметров укороченного уравнения (4) в окрестности точки сборки A. SN - линии седло-узловых бифуркаций, H - линия бифуркации Неймарка - Сакера (Андронова - Хопфа), T - точка Богданова - Такенса

грубую картину. В частности, не видны супергармонические резонансы, располагающиеся по оси частот «левее» основного. Детали численного бифуркационного анализа системы (1) можно найти в прекрасных работах Парлитца и его соавторов [7-8].

Обратим далее внимание на весьма характерную форму языка синхронизации на утроенной частоте воздействия, который имеет овальную вершину. (Она становится еще более выраженной при уменьшении λ.) Все теоретики и экспериментаторы, имеющие дело с явлением синхронизации, знают, что это очень характерный вид резонанса на утроенной частоте. Попробуем объяснить форму соответствующего языка синхронизации и уточним картину бифуркаций у его вершины. Оказывается, что для этого вполне достаточно простейших методов, по сути представляющих собой версию метода медленно меняющихся амплитуд.

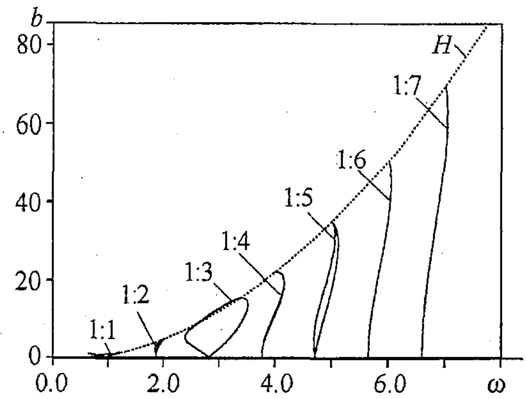


Рис. 3. Картина языков синхронизации, отвечающих основному резонансу и резонансу на главных субгармониках для дифференциальной системы Ван дер Поля (1) при $\lambda=1$

1. Метод медленно меняющихся амплитуд для субгармонического резонанса

Итак, обратимся к системе (1) в случае, когда частота внешнего сигнала ω примерно равна утроенной собственной частоте $\omega\approx3$. По аналогии с задачей о поиске субгармонического резонанса в нелинейном осцилляторе [5], прежде всего находим нерезонансный отклик на этой частоте, для чего вполне достаточно линейного приближения. Подставим в (1) $x(t)$=-$A\cos\omega t$, тогда $(\omega^2-\omega_0^2)A=b$, откуда $A=b/8$.

Для того, чтобы получить укороченное уравнение, описывающее субгармонический резонанс на утроенной частоте, полагаем

$$x = {}^1/_2\,(ae^{i\omega t/3} - Ae^{i\omega t} + a^*e^{-i\omega t/3} - Ae^{-i\omega t}). \qquad (7)$$

Подставим это соотношение в исходное уравнение (1). В полученном уравнении выделим лишь резонансные члены порядка $e^{i\omega t/3}$, с линейными членами поступим аналогично обычному резонансу в уравнении Ван дер Поля. В результате некоторых преобразований получим

$$\dot{a} - \lambda a/2 + [1-(\omega/3)^2]/[2(i\omega/3)]a + {}^1/_8\,[|a|^2a^*-|a^*|^2A+2aA^2] = 0. \qquad (8)$$

Полагаем $[1-(\omega/3)^2]/[2(\omega/3)]\approx1-(\omega/3)$, так как $\omega\approx3$. Выполним замену переменных

$$\tau = \lambda t/2,\quad z = a/(2\lambda^{1/2}),\quad \Delta = 2(\omega/3-1)/\lambda,\quad \varepsilon = A/(2\lambda^{1/2}) = b/(16\lambda^{1/2}). \qquad (9)$$

Тогда получим

$$\dot{z} = z - |z|^2z - i\Delta z - 2\varepsilon^2 z + \varepsilon|z^*|^2. \qquad (10)$$

Это и есть укороченное безразмерное уравнение в комплексной форме, описывающее субгармонический резонанс на утроенной частоте. Параметры ε и Δ

представляют собой безразмерные амплитуду внешнего воздействия и отстройку внешней частоты от утроенной собственной.

Выполнив подстановку $z=Re^{i\varphi}$, придем к уравнению для амплитуды и фазы

$$\begin{aligned} \dot{R} &= (1-2\varepsilon^2)R - R^3 + \varepsilon R^2\cos 3\varphi, \\ \dot{\varphi} &= -\Delta - \varepsilon R\sin 3\varphi. \end{aligned} \tag{11}$$

2. Малые амплитуды воздействия. Уравнение Адлера

Так же как и в традиционном случае основного резонанса, рассмотрим сначала случай малых амплитуд воздействия ε. По аналогии с задачей об основном резонансе [3,4] будем полагать, что динамика амплитуды идет независимо от фазы. Тогда из первого уравнения (11) получаем $R=(1-2\varepsilon^2)^{1/2}$. Подставляем этот результат во второе уравнение (11)

$$\dot{\varphi} = -\Delta - \varepsilon(1-2\varepsilon^2)^{1/2}\sin 3\varphi. \tag{12}$$

Получаем уравнение типа уравнения Адлера, но синус теперь утроенного угла. Из вида уравнения (12) заключаем, что вблизи значения частоты $\omega\approx 3$ в системе также наблюдается явление синхронизации. Как легко видеть из уравнения Адлера, границы языка синхронизации в анализируемом случае задаются соотношением $\Delta=\pm\varepsilon(1-2\varepsilon^2)^{1/2}$. При малых ε имеем $\Delta=\pm\varepsilon$ (рис. 4, *а*), то есть язык имеет классическую форму в виде острия. Если, однако, нарисовать «полную» функцию $\Delta=\pm\varepsilon(1-2\varepsilon^2)^{1/2}$ (рис. 4, *б*), то язык оказывается замкнутым сверху и имеет овальную вершину.

3. Основные бифуркации в случае произвольных амплитуд воздействия

Уточним теперь форму языка синхронизации. Для этого найдем стационарное решение укороченных уравнений (11). Полагаем в уравнениях для амплитуды и фазы $\dot{R}=0$, $\dot{\varphi}=0$

$$\begin{aligned} (1-2\varepsilon^2)R - R^3 &= -\varepsilon R^2\cos 3\varphi, \\ \Delta &= -\varepsilon R\sin 3\varphi. \end{aligned} \tag{13}$$

Делим первое уравнение системы (13) на R, возводим оба уравнения в квадрат и складываем. Тогда получим

$$(1-2\varepsilon^2-R^2)^2 + \Delta^2 = \varepsilon^2 R^2. \tag{14}$$

Положим $\xi=R^2+2\varepsilon^2-1$, тогда $\xi^2-\varepsilon^2(\xi-2\varepsilon^2+1)+\Delta^2=0$ или $\xi^2-\varepsilon^2\xi+\Delta^2+2\varepsilon^4-\varepsilon^2=0$, откуда

$$\xi_{1,2} = \varepsilon^2/2 \pm (\varepsilon^4/4-\Delta^2-2\varepsilon^4+\varepsilon^2)^{1/2}. \tag{15}$$

Из последнего соотношения видно, что пара новых стационарных решений укороченных уравнений возникает, когда выражение под корнем становится положительным. Таким образом, **седло-узловая бифуркация** имеет место при

$$\Delta^2 = \varepsilon^2 - 7/4\varepsilon^4. \tag{16}$$

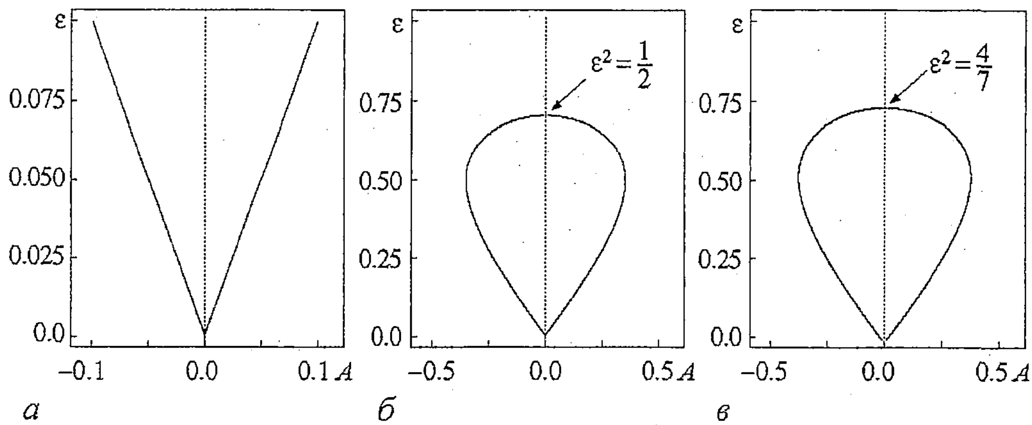


Рис. 4. Граница языка синхронизации в случае резонанса на утроенной частоте: *а* - случай $\varepsilon \to 0$, *б* - случай малых амплитуд, *в* - случай произвольных амплитуд воздействия

Сравнив с решением, полученным в предыдущем пункте, заключаем, что приведенное там выражение правильно передает форму языка. (См. рис. 4, где показано в увеличенном виде острие языка (*а*) и его конфигурация, описываемая приближенным (*б*) и точным (*в*) соотношением (16).) Теперь мы можем уточнить координату вершины языка: $\Delta=0$, $\to \varepsilon^2={}^4/_7$ (рис. 4, *в*).

Найдем далее линию **бифуркации Андронова - Хопфа**. Пусть $z=x+iy$. Тогда из укороченного уравнения (10) получаем

$$\dot{x} = x - (x^2+y^2)x + \Delta y - 2\varepsilon^2 x - \varepsilon(x^2-y^2),$$
$$\dot{y} = y - (x^2+y^2)y - \Delta x - 2\varepsilon^2 y + 2\varepsilon xy. \qquad (17)$$

Найдем линеаризованную матрицу

$$\mathrm{M} = \begin{bmatrix} 1 - 2\varepsilon^2 - (x^2+y^2) - 2x^2 - 2\varepsilon x & \Delta + 2\varepsilon y - 2xy \\ -\Delta + 2\varepsilon y - 2xy & 1 - 2\varepsilon^2 - (x^2+y^2) - 2y^2 + 2\varepsilon x \end{bmatrix}. \qquad (18)$$

Исходная система имеет тривиальное положение равновесия $x=y=0$. Для него

$$\mathrm{M} = \begin{bmatrix} 1 - 2\varepsilon^2 & \Delta \\ -\Delta & 1 - 2\varepsilon^2 \end{bmatrix}. \qquad (19)$$

След матрицы определяется соотношением $S=2(1-2\varepsilon^2)$. Условием бифуркации Андронова - Хопфа является равенство нулю следа матрицы линеаризации: $S=0 \to \varepsilon^2=1/2$. Соответственно, якобиан $J=\Delta^2>0$.

Формально условие $S=0$ выполняется и для нетривиального положения равновесия, но для него $J<0$ и оно не отвечает бифуркации Андронова - Хопфа.

Устройство плоскости параметров (ε,Δ) укороченного уравнения Ван дер Поля в случае резонанса на утроенной частоте и характерные фазовые портреты представлены на рис. 5. Буквами *SN* обозначены линии седло-узловых бифуркаций, *H* - линия бифуркации Андронова - Хопфа, *T* - точки Богданова - Такенса. Обратим внимание, что при $\varepsilon^2={}^1/_2$ одновременно $\Delta=0$ и $J=\Delta^2=0$. Это некоторое дополнительное вырождение (но не точка Богданова - Такенса, так как в нее не приходит линия седло-узловой бифуркации). Исследование фазовых портретов показывает, что в нее приходят линии *G* влипания предельного цикла в

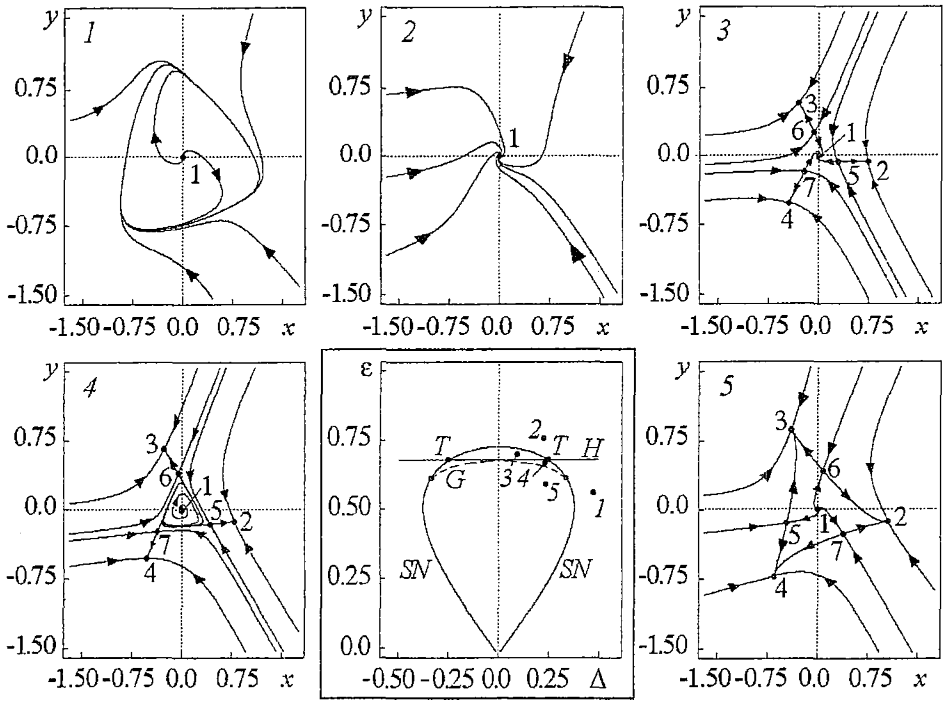


Рис. 5. Устройство плоскости параметров (ε,Δ) укороченного уравнения Ван дер Поля в случае резонанса на утроенной частоте. На вставках - характерные фазовые портреты укороченного уравнения. *SN* - линии седло-узловых бифуркаций, *H* - линия бифуркации Андронова - Хопфа, *T* - точки Богданова - Такенса, *G* - линия глобальной бифуркации

петлю сепаратрисы. Это довольно естественно, так как внутри языка при уменьшении ε цикл должен исчезнуть. Исчезновение предельного цикла в результате этой бифуркации можно наблюдать при переходе от фазового портрета на вставке *4* к портрету на вставке *5*. Обратите внимание на характерные острые углы в картине многообразий на вставке *5*. Таких углов в случае основного резонанса нет.

Итак, мы продемонстрировали, что простая версия метода медленно меняющихся амплитуд позволяет описать основные особенности субгармонического резонанса на утроенной частоте в неавтономной системе Ван дер Поля. Надеемся, что этот материал будет полезен лекторам, читающим курсы теории колебаний, и позволит наряду с субгармоническим резонансом в нелинейном осцилляторе давать простые иллюстрации соответствующего явления в неавтономных автоколебательных системах. Заметим также, что в силу характера нелинейности в уравнении Ван дер Поля, предложенный способ эффективен лишь для этого резонанса. Однако нормальные формы для других основных резонансов известны (см., например, [9]). Мы рекомендуем эту литературу также для методического осмысления, так как представленные в этих работах результаты по структуре резонансов практически отсутствуют в учебной литературе. Приведем соответствующие формулы для сильных резонансов в «готовом виде» (поскольку соответствующие источники не всегда доступны для русскоязычных читателей).

Резонанс 1 : 2

$$\dot{z} = \mu z + C_3\varepsilon^3 z^* + C_4|z|^2 z, \tag{20}$$

где

$$\mu = i(\Delta - C_1\varepsilon^2) + (d - C_2\varepsilon^2). \tag{21}$$

Резонанс 1 : 3

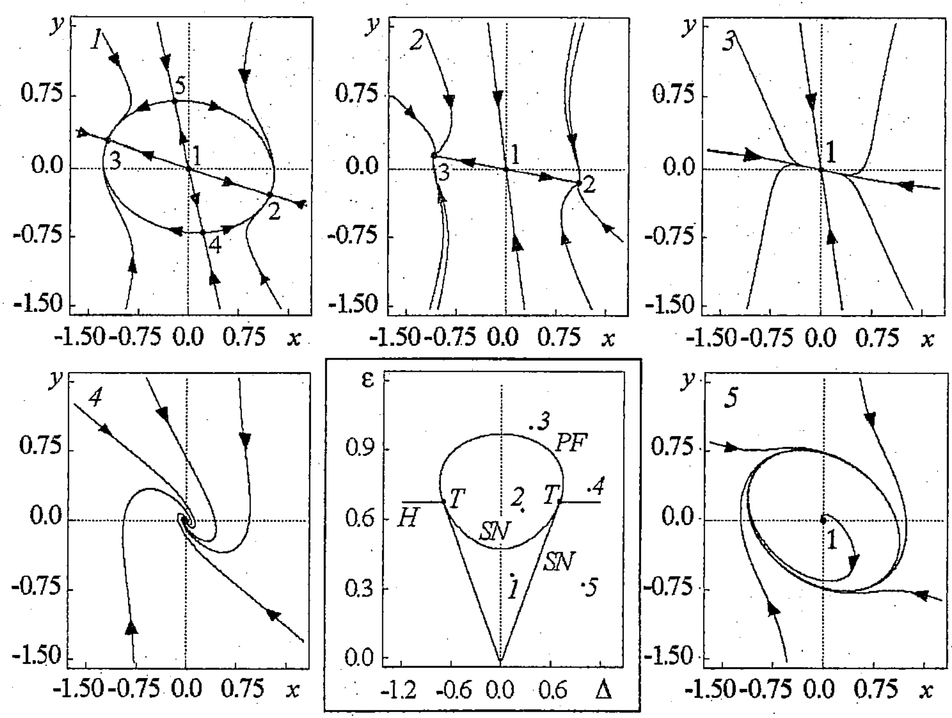


Рис. 6. Устройство плоскости параметров (ε,Δ) укороченного уравнения (24) и характерные фазовые портреты для резонанса 1:2. *SN* - линии седло-узловых бифуркаций, *H* - линия бифуркации Андронова - Хопфа, *PF* - линия бифуркации вилки, *T* - точки Богданова - Такенса

$$\dot{z} = \mu z + C_3\varepsilon(z^*)^2 + C_4|z|^2z. \qquad (22)$$

Нетрудно видеть, что полученное нами укороченное уравнение для системы Ван дер Поля (10) принадлежит к данному классу.

Резонанс 1 : 4

$$\dot{z} = \mu z + C_3\varepsilon(z^*)^3 + C_4|z|^2z. \qquad (23)$$

Для них вполне возможно построить картинки, аналогичные представленным на рис. 5. Это может быть прекрасным упражнением в компьютерном практикуме по теории колебаний или по теории бифуркаций, которое даст наглядные образы различных резонансов в автоколебательных системах. Например, для уравнения

$$\dot{z} = z - |z|^2z - i\Delta z - 2\varepsilon^2 z + \varepsilon z^*, \qquad (24)$$

являющегося частным случаем резонанса 1 : 2 (20), картина бифуркационных линий и точек, а также характерные фазовые портреты представлены на рис. 6. При переходе от вставки *2* к вставке *3* можно наблюдать бифуркацию типа вилки, что связано с определенной симметрией уравнения (24).

Наконец, глобальную картину бифуркаций и особенности устройства языков синхронизации, отвечающих основным резонансам, можно найти на примере химической системы в [10], а на примере оптотермальной системы в [11].

Работа поддержана грантом АФГИР REC-006 и Российским фондом фундаментальных исследований, грант 03-02-16074.

Библиографический список

1. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М., 1984. 432 с.

2. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов, 1999. 368 с.

3. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М.* Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2002. 292 с.

4. *Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация. Фундаментальное нелинейное яаление. М.: Техносфера, 2003. 494 с.

5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. I. Механика. М.: Наука, 1965. 204 с.

6. *Гукенхеймер Дж., Холмс П.* Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Ижевск: РХД, 2002. 560 с.

7. *Mettin R., Parlitz U., Lauterborn W.* Bifurcation structure of the driven Van der Pol oscillator // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1993. Vol. 3, № 6. P. 1529.

8. *Parlitz U.* Common dynamical features of periodically driven strictly dissipative oscillators // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1993. Vol. 3, № 3.

9. *Noris J.* The closing of Arnold tongues for periodically forced limit cycle // Nonlinearity. 1993. Vol. 6. P. 1093.

10. *Vance W., Ross J.* A detailed study of forced chemical oscillator: Arnold tongues and bifurcation sets // J. Chem. Phys. 1989. Vol. 91, № 12. P. 7654.

11. *Farjas J., Herrero R., Orriols F.* Experimental analysis of codimensional-2 bifurcations in a periodically-forced opto-thermal oscillator // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1998. Vol. 38, № 7. P. 1413.

Саратовское отделение ИРЭ РАН,
Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 22.12.03

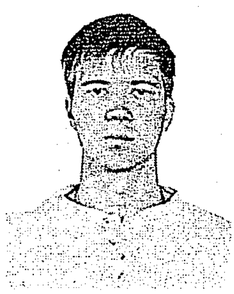
SUBHARMONIC RESONANCE IN VAN DER POL SYSTEM

A.P. Kuznetsov, S.V. Milovanov

The article deals with the resonance in Van der Pol system when the frequency of external force is in close proximity to triple natural frequency of autonomous system. The method of slowly verifying amplitude for this system is presented, the amplitude equation is obtained. The shape of the synchronization tongue and possible bifurcations are also discussed. The article can be useful to the lecturers in Oscillation Theory and Nonlinear Dynamics.

Кузнецов Александр Петрович родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского отделения Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского госуниверситета, заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ в СО ИРЭ РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений. Занимается использованием идей теории катастроф и теории бифуркаций, а также развитием концепции сценариев перехода к хаосу применительно к многопараметрическим модельным и физическим нелинейным системам. Соросовский профессор (2000, 2001), научный руководитель студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика» и заочной школы факультета нелинейных процессов. Опубликовал более 100 научных работ. Автор нескольких оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов и лицея прикладных наук СГУ, шести учебных пособий и монографии «Нелинейные колебания» (совместно с С.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным. М.: Физматлит, 2002). Член редколлегии журнала «Империя математики».

E-mail: alkuz@sgu.ru; www.sgtnd.tserv.ru



Сергей Викторович Милованов родился в 1980 году. Аспирант факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета. Область научных интересов - методы топологии в нелинейной динамике, сложная динамика неавтономных систем и двумерные отображения. Принимал участие в 12 научных конференциях, в том числе в 3-х международных. Имеет 2 публикации. Соросовкй студент (2000, 2001). В 2003 году был с рабочим визитом в Потсдамском университете (Германия).

Нелинейная динамика и гуманитарные науки

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004 УДК (8+14): 168+536.75

ХАРИЗМА: РЕПЛИКАЦИЯ ВОСПРИЯТИЯ

Б.Н. Пойзнер

Почему феномен харизмы заслуживает внимания социосинергетики? Как изменилось содержание понятия «харизма» от античности до наших дней? В чем особенность восприятия харизмы в русской культуре? Как выглядит окружение харизматика через призму нелинейной динамики? Автор стремится ответить на подобные вопросы, исходя из положения: распространение мнения о некой личности как харизматической - типичный случай репликации культурного образца. Автор опирается на работы по синергетике, культурологии, социологии, лингвистике, истории науки, философской антропологии, примеры стиля публицистов.

В первой части статьи харизма была описана как психологическое явление, восходящее к первобытному обществу. Касаясь этимологии слова «харизма», автор выявлял неизменные и вариативные значения понятия. Удалось сравнить контексты, в которых используется понятие «харизма» в христианстве, иудаизме, восточной философии. Освещены различные смысловые оттенки этого понятия в русском, французском, английском языках.

Часть 2

Во второй части статьи сопоставляются трактовки харизмы в шаманизме, христианстве, современной культурной практике. Показывается тенденция вульгаризации этого слова. Сравниваются понятия «харизматик» и «гений». Обсуждается репликация структур человеческой активности как основа культуры и механизм ее самообновления. Примеры иллюстрируют репликацию отношения к харизматику.

3. Харизматик и гений: восприятие сообществом

Ко мне на грудь садится черным вороном
И карканьем зовет свою подружку,
Абсурдную Арину Родионовну,
Бессмысленный и беспощадный Пушкин.

Вс. Емелин

Мы начали обсуждение феномена харизмы с обращения к архаическому мировоззрению. К сказанному следует добавить наблюдения сибиреведов, изучавших социальные аспекты шаманизма. Например, у нганасан, самых северных обитателей России (устаревшее название - самоеды, тавгийцы), в антропологическом облике и культуре которых обнаруживается влияние палеоазиатской основы, шаман (как и у других народов) выступает в роли медиатора, то есть посредника между миром людей и миром духов. От последних он - после «шаманской болезни», благоприятного исхода испытаний в мире духов и произведенной ими трансформации его тела - получает дар врачевания и прорицания [137, с. 98-99, 101]. Согласно автобиографиям шаманов, обретение дара может иметь разные причины: наследование от предков, случайный контакт с духами, наследование в сочетании с ранним взаимодействием с духами (во младенчестве или даже в пренатальном периоде!) [137, с. 88-89]. Разработка шаманами причин своего избранничества духами вызвана необходимостью поддерживать свой авторитет из-за «конкуренции в борьбе за влияние на соплеменников» как с подлинными, так и ложными шаманами [137, с. 102]. По мнению этнографа Л.Я. Штернберга (1927), «дар шамана приобретается не по воле последнего, обычно - наоборот, против его желания, а высокий дар этот принимается, как тяжкое бремя, которое человек приемлет, как неизбежное, покоряясь ему с тяжелым сердцем обреченного. Не шаман избирает духа-покровителя, а дух избирает шамана. Для получения дара шамана необходим особый момент призывания. <...> С этого момента начинается шаманское служение» (цит. по [137, с. 102]). Разрабатывая этический аспект поведения харизматической личности, было бы интересно сравнить это наблюдение Л.Я. Штернберга с характеристиками святости в сочинении Г.П. Федотова [138], написанном в эмиграции (1931), и с исследованием С.М. Климовой [139], демонстрирующим процесс перекодирования святости страстности как сферы человеческого переживания и самопреодоления в концепт русской (православной и светской) культуры.

В христианской традиции харизма рассматривалась прежде всего как знак божественной избранности. Ее носители играли ведущую роль в отправлении культа на протяжении того периода, когда клир еще не отделился от массы мирян. Сегодня подобное понимание встречается в оценках лиц, выделяющихся своими духовными достижениями. «Солженицын не только писатель <...>, он одарен еще пророческим даром, пророческой харизмой», - считает Н.А. Струве [140, с. 530]. Харизматиком также часто воспринимался тот, кто был чем-то отмечен: увечьем, редкой болезнью, стигмами (от др.-греч. στιγμα - «клеймо, пятно»), то есть особыми знаками, *etc.* Напротив, ветхозаветная, античная, древнегерманская культуры (повлиявшие на христианское Средневековье) отличались земной ориентацией системы моральных ценностей и норм, соотнося болезнь и страдания со шкалой отрицательных значений. Поэтому в глазах представителей этих культур больные и инвалиды имели меньшую социальную значимость, чем здоровые. Христианство принципиально изменило аксиологический статус болезни, утверждая ее осмысленность и оправданность в силу включенности страданий в общий замысел Божий. «Из беды и неудачи болезнь превратилась в благо, поскольку по воле Господа ведет к благодати, укрепляя духовные силы христианина и направляя его взор к вечности» [141, с. 143-144].

В традиционных культурах и к юродивым относились как к носителям благодати [9, с. 88; 137, с. 98-99; 142; 143, с. 120]*. Разъясняя юродство как культурный феномен, возникший в средневековой Руси, А.М. Панченко пишет: «”Благодать почиет на худшем” - вот, что имеет в виду юродивый» [142, с. 394]. Для древнерусского сознания непосредственный контакт монарха с юродивым возможен и даже обязателен. В восприятии наших предков эти два статуса равносильны: царь - помазанник Божий, а юродивый - сосуд благодати, Божий

---

* Ссылки с [1-136]см. в библиографическом списке статьи Б.Н. Пойзнер. Харизма: репликация восприятия. Часть 1 // Изв. вузов ПНД. 2004. Т. 12, № 1-2. С. 80.

избранник [142, с. 402, 405]. Действительно, контакт столь полярных фигур закономерен, если они обе оцениваются народом как харизматики. А.М. Панченко (отсылая к «Золотой ветви» Дж. Фрэзера) выявляет в их демонстративной близости культурный архетип, отождествлявший царя и изгоя - раба, прокаженного, нищего, шута. Модификации этого архетипа проникли в наши придворные обычаи через Византию. Ее император, появляясь перед подданными, держал в руках не только символы власти, но и «акакию» - мешочек с пылью, напоминавший о ничтожестве бренного человека [142, с. 404] (от др.-греч. ακακια - «незлобие, невинность»).

Еще одну грань сходства с харизматическим лидером, нуждающимся в публичных представлениях, открывает следующая квалификация: «Юродивому нужен зритель, которому предназначена активная роль. Ведь юродивый - не только актер, но и режиссер. Он руководит толпою и превращает ее в марионетку, в некое подобие коллективного персонажа. Толпа из наблюдателя становится участником действа, реагирует непосредственно и страстно. Так рождается своеобразная игра» [142, с. 394].

Игровое это начало без перерыва сохранилось до начала XX в. Историк Н.Н. Баженов, словно предвидя феномен Гр. Распутина, писал в 1909 г. о юродивых: «Странным на первый взгляд и необъяснимым представляется, что явно слабоумный, сверх того, внушающий своей нечистоплотностью отвращение, был окружен таким ореолом популярности, и что к нему, как к пророку, стекались толпы, и не только темного люда, но и более культурных классов. Чтобы понять это, нужно учесть то потенциальное напряжение веры в сверхъестественное, в потустороннее, то искание откровений будущего, которое так разлито в человечестве и которое составляет фонд всяческих суеверий» (цит. по [144, с. 206]). В петербургский период сложилось явление, которое А.М. Панченко называет светским вариантом юродства. Оно определило бескомпромиссную совестливость русской классики [142, с. 407; 16, с. 60-118]. Установление коммунистического режима придало актуальность нонконформизму юродства. Вероятно, намекая на средневековую европейскую традицию шутовских выборов «короля», воспроизводившую упомянутый культурный архетип, О. Мандельштам в «Стихах памяти Андрея Белого» (1934) пишет: «На тебя надевали тиару - юрода колпак...» [145, с. 82]. Функцию светского юродства более или менее успешно исполняла радикальная часть художественной богемы (примеры имеются в [31; 38; 67; 71]). Когда же тоталитарная система пала, то есть светским юродивым стало некого обличать, они разом превратились всего лишь в «притворно беснующихся» (аттестация, идущая от Петра I [142, с. 407], приложима и к энтузиастам акционизма, «прямого действия», арттерроризма *etc*. [146, с. 120-121]). А их поведение сделалось безопасным и часто прибыльным занятием, то есть пародией на «самоизвольное мученичество».

В социально-психологическом отношении показательно также существование «движения харизматического возрождения» в 1960-х гг. в среде католиков и протестантов экуменической ориентации. Оно восходит к американской секте пятидесятников, возникшей в начале XX в. Ее члены практиковали экстатический ритуал «крещения Святым Духом», во время которого на достойных людей якобы нисходит благодать. А признаком ее оказывается легендарная глоссолалия - способность пророчествовать на иных языках. Напротив, по словам ортодокса, «дары Святого Духа не открываются тем, кто пребывает вне православной Церкви» [147, с. 215-216].

Секуляризация европейской культуры и жизни («расколдовывание мира», по слову М. Вебера), заметно ускорившаяся в XIX в., проявилась и в изменении представлений о существе харизмы. Уход религиозного смысла из концепта можно обнаружить, обратившись к лексиконам эзотерических терминов [2; 148]. Даже в них происхождение понятия «харизма» связывается с социологическими теориями начала XX в. А разъяснения они дают противоречивые. «В наше время принято считать, что у всякого популярного лидера есть “харизма”. Но на самом деле этим качеством обладали только личности такого масштаба, как Моисей, Иисус или Наполеон» [148, с. 514]. Более того, в современной христианской публицистике этот концепт нередко имеет сугубо социологический смысл. Так, в обзоре А. Кырлежева [149] читаем про «особые политические “харизмы” у церковных лидеров». А философ истории Е.Б. Рашковский ассоциирует с феноменальной личностью Махатмы Ганди «харизматический опыт ненасильственной освободительной борьбы» [150, с. 88].

Вот пассаж из политологического текста: «Харизма Чкалова должна была вернуть органам [НКВД] утраченный авторитет, а Берии предназначалась руководящая работа в роли заместителя» [151, с. 53]. Описывая выморочность форм российской жизни 1990-х гг., политолог констатирует: «СМИ способны создать подобие харизмы, они же могут ее разрушить» [152, с. 363]. Действительно, харизма общественного деятеля является не столько проблемой выбора им идеологической платформы, сколько «способом ее преподнесения» [9, с. 92]. Рациональные советы публичному политику даны, например, в [9; 11]. Но то, что позволено ему, в демократическом обществе не запрещено и простому смертному. Его призвано выручить, например, произведение [153] (из серии «Сам себе психолог»), оперирующее простенькой категорией «энергетическое излучение человека». Аннотация сообщает, что автор «дает детальные рекомендации, как развить в себе те способности, благодаря которым однажды вас назовут харизматической личностью, а сами вы обретете все, о чем пока только мечтаете»...

Замечание Ю.С. Степанова о том, что термин «харизма» и его производные воспринимаются русским слухом как неологизмы [13, с. 590], находит подтверждение и в эссе поэтессы Юнны Мориц. (Его название «Даешь харизму!» (журнал «Столица». 1993. № 11) пародирует лозунг-штамп большевистского Агитпропа.) Играя изощренной лексикой, Ю. Мориц выявляет мотивы, антипатии, ассоциации, из-за которых неизбежно отторжение массой подозрительного словечка из лексикона власти: «<...> для простолюдинов с их заботами простолюдинскими и дикорастущим юмором в слове “харизматический” - одни только хари маразматических вождей и фанатиков, харизматерно посылаемых в их подземные города <...>. Харизматики коммунизма хотят победы любой ценой <...>. Народ весьма харизматерно посылает всю эту харизматью <...>. О да, если наши отечественные кошмары плюс ко всему увенчаются президенткой-харизматичкой - тут уж, как говорится, так рванет, что мало не покажется».

Комментируя позицию поэтессы, социолингвист Г.Ч. Гусейнов проницательно подмечает, что та «с самоотверженностью матери, защищающей дитя-язык, бросилась на вошедшее в моду в 1990-х гг. слово <...>. Человеку не нравится то время, когда толпа рыщет в поисках “харизматических типов”, и тогда сам образ времени и людей отливается в уродливых превращениях немилого слова». Причем «игра на созвучии греческой “харизмы” и “наших отечественных харь” попадает в тот же поэтический континуум» и у других авторов. Г.Ч. Гусейнов диагностирует: «Слово-раздражитель (в данном случае - харизматический лидер) действует как отхаркивающее средство для подсознания, заставляя носителя языка произносить десятилетиями томившие его сгущения слов, эсхрофемически (от др.-греч. αισχρολογια - “сквернословие” + φημι - “говорить”. - *Авт.*) смазывая при этом поток своей речи» [154, с. 220].

В социологическом плане свойство харизмы относительно нейтрально к роду деятельности ее носителя и морально-этическому содержанию деятельности [9, с. 87]. Эта закономерность помогает некоторым писателям освежить банальный культ низменных инстинктов. Так, осенью 2002 г. увидел свет роман Леонида Каганова «Харизма». Цитируем рецензента: «Текст, понятное дело, харизматический, никаких рамок не допускающий в принципе» [155]. А вот и голос читателя. В разделе «Мой любимый анекдот» полубульварного еженедельника студент педагогического вуза изрекает: «Харизматическая личность - это личность, чья харя ничего, кроме мата, не вызывает» [156]. (По М. Фасмеру, просторечное «харя» преобразовано из слова «ухаря» (от «ухо»), то есть ушастая маска, или «личина» [86, с. 225-226].) Ассоциацию с матом уверенно укрепляет томский журналист, видимо, не обремененный познаниями в филологии. Сообщая о реакции на стиль проведения выборной кампании, он рассказывает о планируемой скандальной акции, «которая сводится к написанию на избирательном бюллетене харизматического слова из трех букв» [157, с. 1].

Сколь долго харизматик воспринимается в контексте живой современности? Не будем касаться легендарных основателей религий, память о которых сохраняется, благодаря усилиям оптимизированных за столетия церковных институций и финансовой поддержке верующих. Обратимся к русской словесности. Например, с конца 1920-х до середины 1930-х гг. в Москве - в частном порядке - действовал «Кружок читающих “Евгения Онегина”». В нем состояли: литераторы (Г.И. Чулков, Ю.Н. Верховский, В.В. Вересаев, И.А. Новиков), филологи-пушкиноведы (М.А. Цявловский, Л.П. Гроссман), артисты МХТ, художники. Почти еженедельно они собирались «для бесед о творчестве поэта» [158, вклейка перед с. 385, с. 463]. В 1937 г. массовые мероприятия в СССР, приуроченные к столетию гибели Пушкина, - несмотря на обстановку террора, придававшую «всенародному празднику» характер фантасмагории, - воспринимались просвещенной публикой как продолжение отечественной традиции [159]. Не менее значимыми были пушкинские торжества для русской эмиграции, организовавшей всемирное чествование своего поэта [160]. По наблюдениям филолога и переводчика М.Л. Гаспарова, 200-летний юбилей того или иного корифея литературы обычно совпадает с периодом перехода его из актуального автора в редкочитаемого классика. Не была ли «истерическая пышность» недавнего празднования 200-летия Пушкина «бессознательной попыткой скрыть, что Пушкин для нас тоже отодвигается в музейные ценности?» [161, с. 14]. Возможно, что именно так. Во всяком случае, организуя и проводя празднества, посвященные Пушкину, его соотечественники невольно «выдают» то, что кроется в их бессознательном. И потому - «страшен русский юбилей, бессмысленный и беспощадный» [162, с. 509].

Для понимания эволюции концепта «харизма» важна мысль Ю.С. Степанова о соотношении этого развития с динамикой концепта «гений» и взаимосвязи их. Понятие о гении (на определенном этапе, не в начале своего пути) выражает какую-то одну сторону духовной личности человека. Поэтому такая квалификация требует конкретного уточняющего определения: литературный гений Толстого, поэтический гений Гете и т.д. Лишь в конце своего пути понятие о гении начинает означать всего одаренного человека: Пушкин - гений, Рембрандт - гений. Напротив, понятие о харизме сначала означает неделимый духовный дар вообще, а позднее - различные конкретные проявления этой благодати в человеке: скажем, согласно новозаветной градации, их девять [13, с. 591]. Случай такого употребления понятия находим в газетном очерке о творчестве Рикардо Мути: «Его <...> итальянский темперамент сочетается с <...> потрясающей харизмой - тем, что невозможно объяснить словами, но без чего великий дирижер состояться не может» [163]. Кстати, и Гидон Кремер называет искусство дирижера «харизматической профессией» [164, с. 30]. А филолог А.К. Жолковский в своих мемуарных виньетках описывает, как он, живя в Калифорнии, разговаривал с Микельанджело Антониони, «наслаждаясь красотой антуража, неброской харизмой моего собеседника и сознанием причастности к моменту» [165, с. 377].

Попутно напомним, что концепт «гений» (от лат. *genius* - «дух-хранитель, сопутствующий человеку и влияющий на него») занимал существенное место в европейской эстетике второй половины XVIII - начала XIX вв. Исследователь подчеркивает, что внимание к концепту демонстрировали самые различные школы и направления. Вопрос о природе гения принадлежал одновременно к сфере эстетики, философии и эмпирической психологии, а позднее - еще и этики. Указанный период духовной истории Европы примечателен в социокультурном и социально-психологическом плане тем, что в синергетике называют сильной неравновесностью. Вот как описывает эту пору историк литературы: «Общая атмосфера начала XIX в., пронизанная хилиастическими (от др-греч. χιλιασμος < χιλιοι - “тысяча”, то есть относящимися к религиозному учению о тысячелетнем “Царстве Божьем” на земле перед Страшным Судом и концом света. - *Прим. авт*) и мессианскими (от др.-евр. *мешиах* - “царь, букв. помазанник”, то есть царь эсхатологических времен, предшествующих появлению нового мира (в иудаизме); спаситель, ниспосланный с неба, Иисус Христос (в христианском богословии) [2, с. 220-221]. - *Прим. авт*) ожиданиями, придала идее гения мощный аспиративный (от лат. *aspiratio* - “дуновение, веяние; чаяние”. - *Прим. авт*) потенциал». Так например, йенские романтики и Шеллинг связывали скорое возвращение Золотого века и наступление Царства Божия с возрождением идеальной поэзии: задача, разрешить которую предстояло гениям - идеальным гражданам будущего мира.

В этом контексте следует понимать и известное определение Гоголя: Пушкин - это «русский человек в его развитии, в каком он, может быть, явится через двести лет» [166, с. 55-56, 93]. Знаменитая эта формула подвергнута деконструкции Борисом Парамоновым, историком русской философии, эмигрировавшим в 1970-е гг. в США. Из его провокативного эссе «Пушкин - наше ничто» (1999) можно вынести иную дефиницию гения и ценностно значимой харизматической личности: «Пушкин - русское будущее в смысле времени мифа: не будущее и не прошлое, а вечное настоящее. <...> О будущем можно говорить только в отношении России - сможет ли она увидеть и оценить Пушкина как свободного человека, ничему и никого не учившего; сможет ли она жить по-пушкински - хорошо делать свое дело и не напрягаться» [167, с. 424]. Здесь Б.М. Парамонов связывает культурный образец восприятия харизматика с перспективой целой страны.

Для контраста, помогающего осознать универсальность феномена харизмы, приведем наблюдение над современным надгробием. Особенность его символики обусловлена тем, что в постсоветской России общественный культ памяти был перенесен в новое пространство. Поэтому для многих граждан «тело Ленина лишилось своей харизматической силы» [168, с. 75]. Но, воистину, свято место не бывает пусто. Грубое политическое насилие большевиков, в конце концов, сменилось насилием уголовников. И теперь «не тело одного Ленина, а коллективное тело целой социальной группы - мафиози - стало объектом бальзамирования». Как показывает семиотический анализ, стиль роскошных захоронений российских бандитов 1990-х гг. отражает перемену в нашей общественной идеологии: раньше она опиралась «на власть харизматического Вождя», а теперь она признает только власть денег [168, с. 76].

Последний сюжет иллюстрирует известный тезис Х. Ортеги-и-Гассета: активизация усредненного человека толпы, или «восстание масс», является отличительной особенностью современного общества. Тон в нем задает человек массы - тот, у кого стереотипное мышление, кто не способен сам генерировать новые культурные образцы. Отличительной чертой процесса «омассовления» является усвоение массами образцов поведения, привычек и вкусов, ранее считавшимися изысканными, так как они были достоянием немногих [169, с. 124-126]. Массовость - это не количественная, а качественная характеристика, возникающая вследствие тиражированности, рутинизации данного культурного образца. И харизма - не исключение: ведь «харизматиком может стать каждый, пока не докажет обратного» [9, с. 90]. В этом смысле харизматик нынче превращается в выразителя типичных черт человека массы. Вспомним, как острил Гр. Зиновьев: Сталин - самая выдающаяся посредственность в партии.

Омассовление ведет к тому, что меняется восприятие людьми культурных образцов, включая и содержание концепта «харизма». Понятие это, относившееся ранее к ряду самых «высоких», в результате тиражированности снизило свой ранг. Харизма становится делом ремесленной техники и, можно предполагать, переходит в разряд стандартного явления, что выражает общую тенденцию десакрализации содержания многих концептов. Но и такая «девальвированная» харизма проявляется в виде качеств, которые воспринимаются приверженцами как особые и значимые. Харизматику не обязательно иметь сверхъестественные способности, ему важнее создать у его последователей впечатление обладания особыми качествами. То есть важно казаться собственником харизмы, а не быть им. Иллюстрацией здесь оказывается, например, иронический заголовок рецензии (на сервильное сочинение Р. Медведева о политике, вышедшем из чрева КГБ): «Харизма, порожденная действием» [170].

Настоящая харизма, по М. Веберу, является «природным даром, присущим объекту или лицу, обрести который невозможно никакими усилиями». Решающий признак настоящего харизматика - личное призвание. Его миссия не поручена им кем-либо, а узурпирована. Пророческое откровение означает, прежде всего, для самого пророка, а затем для его сторонников единое видение жизни, обретенное путем сознательного единого осмысленного отношения к ней. Функция харизматика - формулировка и проведение в жизнь новых, общих для всех ценностей [6, с. 124]. Иными словами, харизма оказывается фактором повышения когерентности сообщества, придания ему идеологической или иной однородности.

Согласно К.Г. Юнгу, носитель харизмы представляет собой проекцию коллективного бессознательного сообщества его приверженцев. Харизматик - это вождь в силу власти, спроецированной на него людьми. «... Для всякого немца Гитлер является зеркалом его бессознательного, в котором не для немца, конечно, ничего не отражается. <...> Власть Гитлера не политическая, она *магическая*» - диагностировал К.Г. Юнг в октябре 1938 г. [171, с. 176]. Действительно, для шведа или француза фюрер был фигурой малопривлекательной или даже комичной. Подобным образом Герберт Уэллс в очерках «Россия во мгле» (1920) пытался разгадать причину популярности Ленина, которого он снисходительно именовал «кремлевским мечтателем». Но по нынешней оценке, тот «был, прежде всего, непримиримым антиутопистом-теоретиком и при этом коварным прагматиком, использующим утопизм в своей тактике захвата власти» [38, с. 177]. (Надо заметить, что в оценке, вынесенной Г. Уэллсом большевистскому эксперименту, немало парадоксального и многозначно интерпретируемого (см., например, [172]). Следует также учесть влияние утопических романов Г. Уэллса на сознание читателей в России [38, с. 167, 169].) Или такое впечатление дипломата: «Для меня загадка - массовое обожествление Сталина. Ведь никакой видимой харизмы не было видно в этом человеке» [173, с. 101]. Напротив, мемуары «железного наркома» Л.М. Кагановича [174] - образчик мышления, характерного для обитателя магийного мира. К несчастью, и - поведения. В середине 1940-х гг., «когда брат Лазаря Кагановича Михаил застрелился, в Киеве арестовали его другого брата [по приказу кремлевского горца, конечно. - *Авт*]. Из Киева Лазарю позвонил взволнованный родственник: “Лазарь, спасай брата!” Каганович ответил: “У меня нет брата. Мой брат - товарищ Сталин”» [175, с. 430].

4. Репликация структур в социокультурной среде

> Только нереальное обладает шансом превратиться в реальную силу.
>
> *Ю.М. Лотман*

> Чем больше масса, тем недостойнее индивид.
>
> *C.G. Jung*

М. Вебер интересуется, в первую очередь, не качествами харизматической личности как таковой, а результатами ее деятельности [6]. Будем следовать его подходу и, описывая самоорганизацию в сообществе приверженцев харизматика, обратимся к понятиям «репликация» (либо «репликатор»), оперируя ими в рамках объяснительной схемы «порядок из хаоса» И. Пригожина и И. Стенгерс [176, с. 216-265].

В биологии репликацией (от лат. *replicatio* - «развертывание») называют спонтанное самовоспроизведение структуры цепных молекул. Она обеспечивает передачу наследственной информации. Репликацию осуществляет репликатор - самовоспроизводящаяся и способная к изменчивости единица информации, например, ген [177]. В физике репликатор процессов в автогенераторах - флуктуация физического поля (квант спонтанного излучения в случае лазера и мазера, вызывающий лавину актов вынужденного испускания). В программировании, очевидно, это - компьютерный вирус.

Из содержания понятия репликации непосредственно следует, что оно помогает раскрыть смысл и описать процессуальную природу фундаментального явления коммуникации. Подтверждение этому мы находим, например, у американского лингвиста Эд. Сепира. В его классической статье (1931) сразу подчеркивается, что базис коммуникации составляет самовоспроизводство неких социокультурных форм. «Общество, - указывает Эд. Сепир, - только кажется статичной суммой социальных институтов: в действительности оно изо дня в день возрождается или творчески воссоздается с помощью определенных актов коммуникативного характера, имеющих место между его членами» [178, с. 210]. Однако такая - минимальная по масштабу - репликация культурных форм не обрекает человеческое общество на простое движение по кругу. Напротив, оно, бесспорно, эволюционирует. Анализируя важнейшие теории социокультурной эволюции и опираясь на схему «порядок из хаоса» [176, с. 216-265], а также на историко-культурную интерпретацию ее, данную Ю.М. Лотманом, Н.А. Хренов склоняется к важному заключению. «В истории, - констатирует он, - происходит постоянное чередование периодов детерминированных, стабильных, стационарных и периодов нестабильных, демонстрирующих неустойчивость, неуравновешенность, отсутствие детерминизма» [179, с. 18]. Постоянство этого чередования дает основание видеть в нем проявление репликации некой - максимальной по масштабу - многомерной информационной целостности. Ее самовоспроизводство вызвано свойствами человеческого сообщества, образованного взаимодействием множества людей, которые объединены в многообразные социокультурные системы: государства, федерации, экономические, образовательные, религиозные и прочие организации.

Гуманитариями термин «репликатор» еще почти не употребляется (среди исключений - американский философ науки Д. Дойч, определяющий репликатор как объект, который побуждает определенные среды его копировать). Но фактически гуманитарии оперируют им в самых разнообразных контекстах - обычно, когда описывают некую образно-смысловую конструкцию. Так, в этнографии репликатор - традиция. В социальной культурологии репликатор - *cultural pattern* (у А. Кребера), или культурный образец (у Н.С. Розова), то есть объект в сфере культуры, с которым люди сообразуют свое мышление и поведение при решении стандартных проблем. Репликатором является также *habitus* (от лат. *habitus* - «внешность, наружность»), термин М. Мосса [180, с. 66], семантику которого дополнил П. Бурдье [18]. Согласно содержательному определению П. Бурдье, габитус есть «системы <...> структурированных структур, предназначенных для функционирования в качестве структурирующих структур (*i.e.* в качестве принципов, которые порождают и организуют практики и представления <...> и не требуют особого мастерства), <...> при этом они могут исполняться коллективно, не будучи продуктом организующего действия дирижера» [181, с. 17-18]. В «смыслогенетической культурологии» А.А. Пелипенко репликатор - ритмическая структура, благодаря которой осуществляется «рутинизация» [182, с. 17]; в теории М.Г. Савина это - «культурон», то есть «космический носитель культуры» [183, с. 172]; в концепции «второй памяти» культуры Г.С. Кнабе - «преобразованное воссоздание» некогда изжитых и на время забытых социокультурных форм [184, с. 4]; в журналистском изложении социосинергетики - «медиавирус» [185]. В социологии русских формалистов репликатор - литературный быт и литературное поведение, трактуемое Б.М. Эйхенбаумом в 1929 г. как «практика письма в контексте существующих литературных институций» [186, с. 222]. Приведенный перечень неполон (см. [187, с. 127-132]).

Для данной статьи существенно, что в психологии репликатор - символ и юнговский архетип [188, с. 116-117, 122]. (Попутно упомянем «репликационную» формулу Ю.М. Лотмана: символ - «ген сюжета» [189, с. 115; 190].) На наш взгляд, в учении З. Фрейда репликация представлена понятием повторения (*Wiederholen* либо *Wiederholungszwang*). Согласно комментаторам, это «навязчивое повторение неприятного и даже мучительного опыта выступает как неопровержимый аналитический факт» [191, с. 235, 236]. Аналогично, в философской теории Антропологической Границы С.С. Хоружего фундаментальный для личности и культуры «Первоимпульс неприятия смерти» *de facto* также оказывается содержанием репликатора. Действительно, этот Первоимпульс «реализуется в процессах, носящих характер циклического повторения некоторого динамического стереотипа, паттерна (повторение, *Wiederholen* <...> по Лакану, напомним, отличаемое от воспроизведения, *Reproduzieren*). <...> Эта психоаналитическая парадигма символически представляется Лаканом как циклическое движение вокруг пустоты отсутствующего в горизонте опыта, недостижимого Объекта <...>» [192, с. 45].

В перечисленных сюжетах простейшая модель акта репликации есть универсальная логическая операция (называемая импликацией): *if A*, *then B*, где *A* - некие условия, *B* - предпринимаемое в них действие либо новые условия. Описывая взаимодействие репликаторов, можно строить графы [193, с. 321], то есть сети и разветвления операций *if A*, *then B*, тем самым моделируя многомерную природу процессов самоорганизации в реальных системах.

Известны ли первые в истории модели репликации? По-видимому, одной из них была идея метемпсихоза, то есть переселения душ [194], присущая архаическим культурам. По словам религиеведа, «идея переселения душ в ходе длинной цепочки перерождений является составной частью многих широко распространенных верований, засвидетельствованных с древнейших времен» [195, с. 49]. (Кстати, по данным опроса в Москве [196, с. 63], на пороге XXI века «треть школьников и половина предпринимателей верят в переселение душ».) То есть в этом сюжете мы имеем дело с разветвленной и многократной репликацией самой модели репликации.

К феномену репликации, пожалуй, приложимы слова Ж.-П. Сартра: «Бытие может породить лишь бытие, и если человек вовлечен в этот процесс порождения, он произведет на свет то же бытие» (цит. по [197, с. 263]). Анализируя понятие репликации и внося его в контекст объяснительной схемы «порядок из хаоса» [176, с. 216-265], можно сделать ряд выводов.

1. Репликатор правомерно трактовать как самовоспроизводящуюся, самодовлеющую, структурированную, относительно изменчивую (подверженную мутациям) информационную целостность. Следовательно, репликация неотделима от человеческого общения. Действительно, оно предполагает, что получатель сообщения (более или менее правильно) воспроизводит его содержание, то есть смысл, подтекст *etc.*, сформированное отправителем. Например, так происходит с идеями харизматического персонажа и со связанной с ним мифологией в среде его поклонников (но только в этой среде). Если же в сознании адресата не происходит репликации содержания послания, то и акт коммуникации не совершается.

Евангельский зачин: «В начале было Слово», - можно толковать как осознание репликационной основы культуры, в которой слово, λογος - средство объяснения/изменения реальности. Кстати, этимология слова *cultura* восходит к индоевропейскому корню **cuel* - «вращаться, двигаться». А вращение - наглядная (механическая) модель репликации, метафорически выражаясь, - колеса истории. Очевидно, что примордиальным (от лат. *primordium* - «первое начало, происхождение») репликатором оказывается слово. Действительно, согласно русскому философу Г.Г. Шпету, «это - знак всеобщий, **универсальный**. На него возможен перевод с любой другой системы знаков, но не обратно: нет такой другой системы знаков, на которую СЛОВО можно было бы перевести полностью. <...> И потому-то оно и есть выражение и объективация всего культурного духа человечества: человеческих воззрений, понимания, знания, замыслов, энтузиазмов, волнений, интересов и идеалов» [198, с. 1133].

Восходящее к Апостолу Павлу толкование харизмы широко практикуется и в наши дни для квалификации выдающихся творческих возможностей. Математик (хирург, педагог, шахматист, живописец и т.д.) *милостью Божьей* - принято говорить в подобных случаях. Кто же воспринимается - почти в любой культуре - главным носителем дара свыше? Из сказанного следует: поэт, то есть распорядитель слов, пускающий в оборот (**cuel!*) их новые смыслы и формы. Подтверждение нашему мнению находим у Д. Бетеа, современного американского слависта. «Для великого ума, - пишет он, - образ и слово неразделимы, это и есть средоточие "харизмы", вдохновения: одновременная обработка живых впечатлений и не менее ярких идей, ими вызванных» [104, с. 45].

2. Репликатор конкурирует с себе подобными за максимальное число самовоспроизведений в неравновесной нелинейной системе, но пока она устойчива, активность множества некогерентных актов репликации образует лишь слабый хаотический фон.

Иллюстрацию к этому выводу можно взять из доклада А.Д. Синявского «Анекдот в анекдоте» (1978): «В отличие от других фольклорных жанров, рассчитанных на многократное повторение и закрепление в народной памяти, каждый конкретный анекдот быстрее сходит со сцены, замещенный новым, более острым, актуальным откликом. В новизне - его соль, живучесть, подвижность, всепроницаемость, историчность. Здесь же и его быстротечность. Он мигом вспыхивает, но скоро сгорает, забывается. Хотя мы и любим порою вспоминать старые анекдоты, нам хочется всегда услышать какой-то новый, еще неизвестный, самого последнего выпуска» [21, с. 241].

Другой пример: положительное отношение к некоторому носителю харизмы со стороны его приверженцев. Численность сообщества (включающего и этих приверженцев), в мышлении и поведении которых может - в принципе - самовоспроизводиться позитивное отношение к харизматику, всегда ограничена. Иначе говоря, ограничен ресурс репликации такого отношения. В данном сообществе может формироваться скептическое отношение к этому лидеру либо поклонение одновременно и другому потенциальному харизматику. В любом из этих двух вариантов реальный ресурс репликации почтения к носителю харизмы уменьшается (по сравнению с полной численностью сообщества), поскольку в сознании части сообщества самовоспроизводится альтернативный репликатор.

3. В точке бифуркации (при утрате устойчивости системы и/или в переходном слое на границе с другой подсистемой [199]) один из репликаторов, случайно опередивший конкурентов, оказывается инициатором процесса самоорганизации, начальная стадия которого носит лавинный характер из-за наличия богатого ресурса репликации. В случае социокультурных процессов размер последнего может быть близок к взрослому населению государства или даже целого региона. Вспомним, что в 1917-1918 гг. идеями революционного радикализма заразились обитатели Российской империи, а от них - граждане Баварии и Венгрии.

А долговечность репликации некоторой идеологемы в сообществе может, в свою очередь, служить симптомом того, что сложившаяся историческая ситуация «возродила», активизировала забытое умонастроение и/или определенный культурный архетип. Вот, скажем, идея России как «третьего Рима». Не раз звучавшая из уст харизматических персонажей, она дискутируется и сегодня [48]. Идея возникла в XV в., в период ассимиляции византийской культуры. Согласно Г.В. Флоровскому, вначале она не была общенародной, а составляла достояние образованного меньшинства, постепенно проникая в более широкие слои. Причиной утраты духовной устойчивости стало падение столицы Византии Константинополя (1453), воспринятое на Руси в апокалиптическом духе: как примета конца света. (Специфика переживания средневековым человеком подобных событий иллюстрировалась ранее комментарием медиевиста [105, с. 228].) В обществе быстро распространяются эсхатологические ожидания. В атмосфере социокультурной бифуркации, «когда рушится одно царство и рождается новое царство, к жизни вызывается идея “третьего Рима”, первоначально возникшая в сознании инока Елеазарова монастыря Филофея. Проблема заключается в том, - пишет исследователь, - что эта идея утверждает себя не как идея монаха-маргинала, к усвоению которой общество не готово. Наоборот, она мгновенно подхватывается правящей элитой, получая распространение в народе» [179, с. 7]. Пожалуй, особой проблемы здесь нет, поскольку действует универсальный механизм «порядок из хаоса» [176, с. 216-265], а репликатором, инициирующим процесс самоорганизации в древнерусском обществе, оказывается своевременная и не имеющая серьезных конкурентов идеологема. Почему своевременная? Это разъясняет историк культуры: «Притягательность теории Филофея связана с эсхатологическими настроениями массы переходной эпохи, чему способствовали последствия монгольского ига, междоусобицы князей, эпидемии, пожары, голод, ереси, связанная с централизацией Московского государства жестокость. Все это определяло сознание ожидающих близкую кончину мира русских людей, формировало особую социальную психологию» [179, с. 7].

Правомерно думать, что в нашем отечестве «воскрешение» и репликация древней идеи Филофея коррелирует с обстановкой бифуркации. Вот и Н.А. Хренов заключает: «Видимо, апокалиптика сопровождает любой переход», - приводя коллекцию характеристик социальных и культурных рубежей [179, с. 8-12]. Но случайно ли идея «третьего Рима» дискутируется в наши дни? Очевидно, нет. Приведем его диагноз: «Помимо того, что Россия включена в эпоху перехода от модерна к постмодерну, она находится в ситуации раздвоения между двумя типами цивилизации - традиционной и либеральной. <...> Как это имело место еще в средневековой Руси, современная Россия тяготеет к инверсионному принципу функционирования, или шараханью от одной крайности к другой. Это означает что так называемая «срединная» культура, которая в России утверждалась с пушкинского времени и могла служить основой либеральных ценностей, здесь не имеет столь важного для окончательной победы либерализма статуса. <...> Последние столетия русская история вообще превращается в затянувшийся переходный период» [179, с. 9-10].

4. Вовлечение всего ресурса репликации в когерентные акты само-воспроизводства приводит к тому, что внутри системы доминирует новый порядок. Он поддерживается благодаря восполнению ресурса репликации за счет источника неравновесности и благодаря массовому самовоспроизводству содержания господствующего репликатора. Последним часто служит ядерный культурный образец (терминология Н.С. Розова), на котором зиждется социально-политическая мифология победившего харизматика. С нею часто связаны проекты исправления мира [38; 200, с. 104-113].

5. Воцарившийся в системе порядок обеспечивает когерентность процессов в ней на фоне слабого хаоса, которая нарушается при очередной потере устойчивости. Например, успешный харизматический персонаж и его приверженцы (ре)структурируют социокультурное пространство. Публичное поведение харизматика задает его новым сторонникам ориентиры для построения системы культурных образцов: позитивных норм, ограничений, эталонов рассуждения, ценностных приоритетов *etc*. Борис Пастернак, присутствовавший в гуще восторженных слушателей вождя, свое впечатление от его речи выразил весьма точно: «Он управлял теченьем мысли / И только потому - страной» [201, с. 244]. Источником влияния лидера служит подтверждение его харизматических качеств «чудесными» событиями, победами и т.д. Харизма является значимой в глазах приверженцев до тех пор, пока вождю сопутствует успех.

6. Вблизи точки бифуркации шансы на победу в конкурентной борьбе имеет репликатор, обладающий наибольшими преимуществами в отношении темпа и массовости распространения в среде.

Применительно к конкуренции культурных образцов в сообществе едва ли не главным оказывается преимущество в эффективности коммуникации [187, с. 142-162; 202]. Вот в романе «Война и мир» (Т. I, Ч. 2, X), описывая талант дипломата Билибина (прототипом послужил поэт Федор Тютчев), Лев Толстой, походя, определил условие успешной репликации. Читаем: «Разговор Билибина постоянно пересыпался оригинально-остроумными, законченными фразами, имеющими общий интерес. Эти фразы изготовлялись во внутренней лаборатории Билибина, как будто нарочно портативного свойства, для того чтобы ничтожные светские люди удобно могли запоминать их и переносить из гостиной в гостиную» [203, с. 146] (подчеркнуто нами. - *Авт.*).

Уменьшение количества информации, составляющей содержание репликатора, то есть упрощение его трансляции, восприятия и самовоспроизведения, способно повлечь устойчивый рост ресурса репликации. Подобное, насколько можно судить [204, с. 100-102], произошло некогда, благодаря изменению аутентичного вероучения Христа (по-видимому, вышедшего из кругов талмудических мыслителей). Решившийся на это Апостол Павел сформировал «иудаизм на экспорт» (выражение историка Л.Е. Гомберга; см. также [121, с. 119-128]), то есть доктрину, ориентированную на обращение в новую (по сравнению с талмудическим иудаизмом) веру преимущественно язычников-неевреев. Оказалось, что в их среде восприятие и усвоение этой доктрины имеют высокий темп самовоспроизводства, а число потенциальных неофитов практически не ограничено.

Очевидно, что в обстановке почитания харизматического лидера созданные или «освященные» им культурные образцы имеют среди его сторонников исключительное преимущество. Менее очевидно, что здесь проявляется стадный инстинкт, характерный для сообществ животных с иерархической организацией и обучением молодняка. У обезьян, например, относительно длительный срок обучения всей популяции вызван тем, что первыми обучаются молодые обезьяны, последние в иерархии, а старые, стоящие во главе стада, не спешат это делать. Причина в том, что у обезьян не принято воспринимать опыт молодых, даже если он, безусловно, полезен. Напротив, когда какую-то новинку в поведении продемонстрирует доминирующий самец, то «все члены стада с подобострастным восторгом перенимают эту методику» [177, с. 10-11].

7. Репликация (в частности, редупликация, то есть удвоение молекулярных и субклеточных структур, лежащее в основе деления клеток) служит необходимым условием перехода от низшего этапа эволюции к высшему. Согласно теории метасистемного перехода В.Ф. Турчина, на каждом этапе эволюции биологическая система имеет подсистему, которая выполняет функцию высшего управляющего устройства, имея наиболее позднее происхождение и наиболее высокую организацию. Переход на новый этап происходит путем размножения этих подсистем (путем многократной редупликации), а затем объединения их в одно целое с образованием (по методу проб и ошибок) системы управления. Во главе последней стоит новая подсистема, являющаяся теперь высшим управляющим устройством на новом этапе эволюции. Поскольку новая система оказывается метасистемой (от др.-греч. μετα - «после») по отношению к прежней, то описанный переход называют метасистемным [205, с. 59].

8. Репликация составляет необходимое условие «избыточности» человеческого генома, мозга и социокультурных структур. Согласно концепции С.Д. Хайтуна, мнимая избыточность возникает не ради повышения надежности структур, а «сама по себе, чисто эволюционно, и происходит это в ходе саморазвития материи под давлением взаимодействий в сторону интенсификации процессов превращения друг в друга разных форм энергии (точнее - разных форм взаимодействий) посредством прогрессивных самосборок с возрастанием энтропии». За счет образования новых типов структур появляются новые виды превращения взаимодействий, то есть происходит эволюционное усложнение с наращиванием новых уровней структурности материи [206, с. 94].

Например, увеличение генома одноклеточных путем наращивания некодирующих (и в этом отношении кажущихся избыточными) частей ДНК «произошло как прогрессивная самосборка в направлении требуемого законами эволюции наращивания интенсивности метаболизмов» [206, с. 94-95] (метаболизм (от др.-греч. μεταβολη - «перемена») - обмен веществ в клетке). Как выражается С.Д. Хайтун, появление кроманьонца было «избыточным», с точки зрения примитивного неандертальца. А ведь кроманьонец породил (добавим - благодаря феномену репликации, обеспечившему закрепление в культуре успешных форм практики и мышления) все знакомые нам социальные структуры высочайшей сложности. И тем самым сделал невозможным существование самого неандертальца [206, с. 94].

9. Устойчивая репликация культурных образцов нередко далека от оптимальной деятельности или даже имеет иррациональную природу. В этом пункте мы сталкиваемся с фундаментальным противоречием. По нашему мнению, его точно выразил современный философ Эрнест Геллнер, противопоставив культуре разум [207]. Пожалуй, можно поставить вопрос о (бес)сознательной репликации людьми культурных образцов как базисе (ир)рациональности в культуре. Богатый исторический материал для такого анализа сосредоточен также в [38; 54-56], но мы ограничимся несколькими примерами.

Петр Великий и сегодня сохраняет для многих государственных мужей харизматическое обаяние. Но «стержневая идея петровских реформ - идея использования некоторых готовых средств, технологий», когда «европейская культура оценивалась реформатором как источник средств для достижения сложившихся целей». Порок такой модернизации состоял в том, что она делала ставку не на развитие почвеннической инициативы, но на заимствование *готовых* культурных образцов [55, с. 302-303]. Разве не то же самое отношение к Западу у постсоветских политиков? И не та же беспомощность в стимулировании культуротворческих начинаний в нашем отечестве?

Сошлемся и на обобщение, принадлежащее филологу-античнику О.М. Фрейденберг, изучавшей рудименты античной культуры в современной организации общества. Вяч. Вс. Иванов считает, что ее исследование «представляет собой детальную семиотическую критику всех институтов современной цивилизации. Фрейденберг показывает, что они сохраняются тысячелетиями без всяких на то рациональных оснований» [208, с. 689]. Упоминавшаяся многовековая репликация идеи переселения душ - вопреки отсутствию объективных доказательств его - один из случаев этой иррациональности. Некритическое, аффектированное [171, с. 176] следование за харизматическим лидером - еще один сюжет.

Поэтому правомерно интересоваться: в какой мере (ир)рациональной репликацией некоторых устойчивых структур обусловлены образы и проекты будущего, равно как и формирующая их культурная память человечества? Для поиска ответов на первую часть вопроса, видимо, не обойтись без обзора утопических учений. Их самовоспроизведение в русском общественном сознании идет со времени принятия христианства. Тревожный итог этой репликации - «упорная ностальгия по утопии, бесконечное разнообразие форм утопизма, питающее русскую культуру <...>. Представить мир, и тем более Россию, без утопизма - значит создать еще одну утопию» [38, с. 242]. Ряд этих доктрин связан с деятельностью харизматических фигур. Вторая часть вопроса предполагает выявление систем репликаторов, которые определяют строение и содержание «исторического воображения» (ключевая категория, выдвинутая американским мыслителем X. Уайтом [209]) и «конституирующего воображения». Последнее понятие введено французским историком античности П. Веном, желавшим подчеркнуть, что «люди не находят истину: они ее творят, как творят они свою историю, и культуры вполне позволяют им это делать» [210, с. 6]. При таком подходе харизматик есть продукт конституирующего воображения, одинакового - в главных чертах - у членов некоторого сообщества. В свою очередь, история (*historia rerum gestarum*), то есть повествование о прошлом («просто правдивый рассказ», как насмешливо выражается П. Вен [211, с. 7]), выступает сводом моделей мышления и деятельности, воспроизводя которые, люди воспринимают, толкуют, оценивают настоящее и грядущее. Надо ожидать, что для сообщества, скажем, историков-христиан фондом самовоспроизводящихся структур исторического сознания служит Священное Писание. Подтверждение нашей догадке обнаруживается, например, в объяснительных схемах, посредством которых русские летописцы XII-XIV вв. раскрывали смысл монголо-татарского нашествия. «"Язык Библии" <...> оказывался универсальным инструментом, позволявшим в рамках религиозного мировосприятия отображать события окружающей действительности, давать им адекватные оценки». Ясно, что «без выявления этого языка невозможно понять те цели, которые ставили перед собой древнерусские авторы, те системы образов, которые ими создавались, те проблемы - художественные и морально-нравственные, - которые они решали» [212, с. 58].

На одно из следствий подобного репликационного механизма указывает формула нидерландского философа Ф.Р. Анкерсмита: наша история есть наша идентичность [213, с. 14]. Наверное, его слова можно перефразировать применительно к харизматикам, пользовавшимся признанием в России. С 1990-х гг. культурная идентичность составляет у нас предмет напряженного анализа и острого спора. Следовательно, стоит взглянуть на основные версии отечественной истории с учетом упоминавшихся концепций исторической науки и представлений о репликации. Иными словами, целесообразно осознать и разработать репликационное измерение исторического сознания, если воспользоваться емким названием философского труда Р. Арона (1961) [214] .

Тем не менее, репликация устаревшего культурного образца не исключает получения ценного творческого результата. Любой физик знает, что один из тех, кому мы обязаны открытием второго принципа термодинамики, - французский инженер С. Карно. Но не всякий вспомнит, что в брошюре «Размышление о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» (1824) он исходил из теории флогистона (то есть «начала горючести»), предложенной в XVII в., но отвергаемой с конца XVIII в. [51, с. 244].

10. Благодаря долговременной и многократной репликации культурных образцов и архетипов, «любая действительность выражает действительность бытующих в обществе мифов». В кавычки взят вывод К.А. Богданова [215, с. 112], специалиста по фольклору, подкрепленный многими примерами из сферы мифологии повседневности.

Да это так, поскольку устойчивость и целостность социокультурной системы покоятся на бесперебойной репликации ядерных и связанных с ними периферийных культурных образцов (терминология Н.С. Розова). В основе большинства ядерных лежат социокультурные архетипы, восходящие к архэ (от др.-греч. αρχη - «начало, основа»), то есть определенному действию, которое, «с точки зрения мифа», совершило когда-то некое божественное существо (Афина, Посейдон *etc.*), «и с тех пор это событие идентично повторяется» [216, с. 122]. Как же человек осваивает «содержание» и «строение» социокультурной действительности? Очевидно, через формальное и неформальное образование, то есть через передачу ядерных культурных образцов, давным-давно сконструированных и уходящих центральным корнем в архетип, в миф. Структуры восприятия и рецепции «нормального» человека формируются - взаимодействием с обществом - так, чтобы обеспечивать самовоспроизведение человеком ядерных культурных образцов в мышлении, поведении, воображении (вплоть до автоматизма). В этом отношении реальная социокультурная сфера оказывается для такого человека именно действительностью бытующих в обществе мифов. Естественно, приверженцы харизматика воспринимают и объясняют действительность, а также ведут себя в ней согласно содержанию мифологии, связанной с предметом их поклонения.

Амортизация, износ смысла из-за многоразовой репликации, видимо, подчиняется некоему аналогу второго начала термодинамики, поскольку приводит к деградации, снижению ценности содержания. Скажем, перевирание поэтических строк, неизбежное при частом исполнении вслух (тем более экспромтом) различными чтецами, на первый взгляд, относится всего лишь к издержкам популярности текстов. Но пристальное внимание А.К. Жолковского к подобным оговоркам позволило ему сформулировать по существу одно из положений рецептивной эстетики. «Такое смазывание тонкостей оригинала показательно, - настаивает он, - ибо, возвращая структуру назад к ее преодоленным банальным источникам, наглядно демонстрирует, в чем именно состоял остраняющий творческий ход» [165, с. 462-463]. Остранение (от слова «странный», то есть внесение непривычного для читательского восприятия элемента) как средство усиления художественной выразительности первым обосновал теоретически В.Б. Шкловский (1916) [217]. Репликационный аспект приема остранения рассматривается в [218]. Не становится ли благоговение перед харизмой - подвергнутое многократному воспроизведению в обществе - жертвой вульгаризации? Кажется, ответом может служить наблюдение филолога: «Массовое потребление всегда склонно стащить новое, да и вообще особенное, с его котурнов и вернуть в общую колею» [165, с. 463]. Феномен художественного кича (от нем. *verkitschen* - «удешевлять»), то есть мировоззренчески-стилистического атрибута массовой культуры, обычно автоматически связан с восприятием некой персоны как харизматической либо расчетливо эксплуатируется ею. Самовоспроизводство положительного отношения к кичу, например, эстетических запросов широкой публики, предполагает, что репликаторы отвечают определенным критериям: узнаваемости, интеллектуальной доступности, модности и пр.

11. Существует ряд механизмов порождения и обновления культурных образцов [219, с. 98]. Один из механизмов противоположен по своему содержанию устойчивой репликации (рассмотренной в п. 9). Человек, с одной стороны, стремится к скрупулезному выполнению предписаний традиции, к социальному мимезису (др.-греч. μιμησισ- «уподобление, подражание»), то есть к репликации без каких-либо отклонений. С другой же - человек изощряется в создании новых репликаторов и преобразовании или уничтожении старых либо «неправильных». Фигура генератора репликаторов опознается в мифах о культурном герое [220]. Он отнюдь не идеален и часто явлен как трикстер (от нем. *trick* - «трюк, уловка»), то есть плут и обманщик [221, с. 338]. Сходную функцию выполняет и харизматик, действующий в точке бифуркации. Последствия творческой активности изобретателей репликаторов удачно выразил Ф.А. Хайек: «Большинство шагов в эволюции культуры было сделано индивидами, которые порывали с традиционными правилами и вводили в обиход новые формы поведения. Они делали это не потому, что понимали преимущества нового. На самом деле новые формы закреплялись лишь в том случае, если принявшие их группы преуспевали и росли, опережая прочие» [222, с. 237].

Среди древних и мощных регулятивов новаторской деятельности выделяется страх влияния, то есть боязнь воздействия, которое оказывают принятые в сообществе культурные образцы, регламентирующие восприятие, мышление, поведение и воображение человека. Здесь мы следуем книге «Страх влияния» Гарольда Блума, американского литературоведа конца XX в. Стремление индивида «избежать принудительного повторения» чужих (а порой и собственных, созданных ранее) культурных образцов [223, с. 18], то есть уклониться от рутинной репликации, навязанной обстоятельствами, оказывается стимулом творчества в литературе, искусстве, социогуманитарных науках. Г. Блум выявил ментальные репликаторы, присутствующие в античной философии, Ветхом и Новом Завете, гностических апокрифах, Каббале, поэмах Дж. Мильтона, трудах З. Фрейда, М. Бубера, социал-демократа Э. Бернштейна, выступавшего в конце 1890-х г. с ревизией доктрины К. Маркса, *etc.* [223, с. 318]. Очевидно, что указанный мотив, будучи осознан, способен стать контрсуггестивным (от лат. *suggestio* - «внушение») средством, позволяющим человеку «избежать принудительного повторения» культурных схем, внушаемых ему при межличностном общении, через СМИ и т.д., в том числе - по поводу чьей-либо харизмы.

12. Преобладающий тип репликации ядерных культурных образцов взаимно обусловлен интенсивностью коммуникации между людьми. Она зависит, в частности, от роста их численности в сообществе. В малочисленных и слабо взаимодействующих с другими сообществах основное требование к репликации - максимальная точность копирования. Так, священные тексты и связанные с ними комплексы культурных образцов (передаваемые устно или письменно), сформировались в малых общинах, нередко изолированных от остального мира либо уклоняющихся от «обмена» культурными образцами. В подобных коллективах (например, традиционных обществах) одна из миссий вождя - строго следить за точностью репликации, более того, придавать самой этой точности сакральный смысл. Условно говоря, это - «репликация статики», система с *отрицательной обратной связью.*

По мере роста размеров сообществ и развития как внутренних, так и внешних коммуникаций (приблизительно с эпохи Пред- и Возрождения) все более значимой становилась изменчивость культурных образцов, проявлялась их потенциальная подверженность мутациям. Развитие коммуникаций демонстрировало многообразие оснований, на которых построены «другие» культуры, и ускоряло распространение новаций, а многочисленность населения (особенно городского) затрудняла контроль за точностью воспроизведения надлежащих культурных образцов и исключением из оборота всех иных. Ренессансный культ творчества, по-видимому, означал, что в процессах культуронаследования приоритет отдается изменчивости, а не постоянству. Доля первого во всем необозримом массиве репликаций постоянно увеличивалась, подстегиваемая демографическим фактором и прогрессом техники коммуникаций. Чтобы опередить конкурентов, харизматику (равно как и писателю, композитору, художнику, ученому, кутюрье) приходится искать непредсказуемую пропорцию старого и нового. В случае успеха как раз и воспроизводится эта пропорция, но в каждом акте по-новому, то есть, условно говоря, это - «репликация (квази)регулярной динамики», система с положительной обратной связью при наличии шумов.

Известно, что на рубеже XX-XXI вв. ширится распространение глобальных сетей и начался демографический переход. Так именуют возникшее в 1989 г. - впервые за всю историю - замедление роста народонаселения мира и тенденцию к стабилизации численности человечества на уровне 10-11 млрд. человек. Согласно модели А.В. Подлазова, максимальное число людей на планете обусловлено не ограничениями земных ресурсов, а пределом развития жизнесберегающих технологий [224, с. 330-331]. Под ними понимают любые культурные образцы, репликация которых способствует спасению человека от смерти или продлению его жизни. Это не только медико-биологические методики, охрана материнства и младенчества, мероприятия по обеспечению безопасности жизнедеятельности *etc.*, но также институты семьи и права, религиозные и моральные запреты на убийство, гуманное отношение к слабым, предупреждение войн и т.п. Изобретение жизнесберегающих технологий позволило выжить человеку в период первобытного общества, а в дальнейшем увеличить свою численность в 100 тысяч раз. Но через несколько поколений человечество «вступит в принципиально новую фазу своего развития». Она опасна фундаментальным противоречием, с которым человек еще не сталкивался. С одной стороны, прекратится рост эффективности жизнесберегающих технологий. Это означает, что - впервые - дальнейший прогресс не будет биологически обусловленным, то есть вызванным приростом населения. С другой же стороны, технический прогресс будет продолжаться исключительно высокими темпами. «В этой связи современную цивилизацию можно уподобить экспрессу, несущемуся на полных парах вперед, несмотря на то, что рельсы уже кончились» [224, с. 344]. Продолжая метафору, можно сказать, что отсутствие рельсов означает метасистемный переход (в смысле В.Ф. Турчина [205] - см. п. 7), ожидающий человеческую культуру.

Дальше этой бифуркации заглянуть нельзя, но симптомы современности склоняют к двум предположениям. Характер репликации культурных образцов станет иным. Триада режимов системы (статика - регулярная динамика - детерминированный хаос) подсказывает, что культуронаследование станет преимущественно детерминированно-хаотическим, «турбулентным», когда культурные образцы фактически воспринимаются *всеми от всех.*(В этом смысле их передача была наиболее «ламинарной» на заре истории и в эпохи «тотальности мировосприятия (мировоззрения), образа жизни и различных практик» [5, с. 2].) Не только характер репликации, но и спектр содержания ядерных культурных образцов изменится. Вероятнее всего - по принципу рокировки: центр станет периферией *et vice versa.* Здесь можно обратиться к идеям С.С. Хоружего. Рассматривая ведущие тенденции и характерные проявления современной личности, он построил философскую концепцию «Границы Человека». С.С. Хоружий исходил из того, что «упорное непреодолимое влечение человека к своей Границе - определяющая черта сегодняшней антропологической ситуации». При построении «антропологии Границы» философ использовал синергетическое объяснение самоорганизации, полагая человека «открытой системой» [192, с. 39, 42]. Переход маргинальных культурных явлений в центр выражается, например, в упоминавшейся «девальвации» харизмы.

13. Что касается ценностной стороны репликации вообще, а тем более восприятия харизмы сообществом, то у репликации, на наш взгляд, имеется минимум одно негативное свойство. Очевидно, что репликация придает когерентность процессам в системе, то есть согласовывает их пространственно-временные ритмы, обеспечивает единство формы и/или содержания структур человеческой деятельности - от восприятия мира и себя самого до фантазий о том, каким может быть либо должно стать бытие, и т.п.

Разумеется, в этом - положительная черта феномена репликации. Рискнем предположить, что одним из импульсов к рождению земной цивилизации оказалась репликация (такая догадка согласуется, например, с современной теорией эволюции [75]), а именно: репликация приемов производства каменных орудий. До этого рубежа человек умелый, *Homo habilis*, изготовлял так называемые галечные орудия. Особенность их, кроме примитивности - «разнообразие: нет устоявшейся формы, стандарта в размерах <...>. Но вот около полутора миллионов лет назад происходит резкий скачок, на смену человеку умелому приходит архантроп (питекантроп, по старой терминологии). Он уже умеет изготовлять более совершенные орудия - ручные рубила <...>. Эти орудия более стандартны, симметричны и даже отличаются своеобразным изяществом» [177, с. 11]. По мнению Б.М. Медникова, такой скачок вызван качественным изменением знаковой системы, то есть возникновением человеческого языка. Продолжая его мысль, естественно считать, что появление языка и, следовательно, надежной коммуникации открыло возможность передачи, совершенствования и все более широкого распространения жизненно важных технологических приемов. В процедуре обучения содержание любого приема укладывается в структуру логической операции *if A*, *then B*. Но ведь она, как уже говорилось, есть модель акта репликации. А материальным воплощением репликации и вызванной ею когерентности процессов изготовления каменных инструментов стала их «стандартность».

Однако когерентность снижает степень разнообразия, порождаемого эволюцией в изменчивой среде. Очевидно, что не во всех социокультурных ситуациях единообразие - благо. Скажем, еще не исчезло такое явление, как «морально-политическое единство советского народа». Рудимент его - демонстрации в дни 7 ноября и 1 мая, на которых несут портреты грозных когда-то и отнюдь не человеколюбивых харизматиков. Для понимания негативной стороны репликации привлечем тезис К. Леви-Строса. «Цивилизация, взятая в своей совокупности, - пишет он, - может быть описана как в высшей степени сложный механизм, в котором нам хотелось бы увидеть шанс нашей вселенной на выживание, если бы его функция не состояла в производстве того, что физики называют энтропией <...>. Каждое произнесенное слово, каждая напечатанная строчка устанавливают связь между двумя собеседниками, делая неподвижным тот уровень, который ранее характеризовался разной степенью информации, то есть более высокой организацией» (цит. по [104, с. 24]). Унификация, которая немыслима без репликации определенных структур, опасна тем, что обедняет оперативный запас культурных образцов, пригодных для решения проблем, то и дело встающих перед сообществом.

Поэтому необходим критический анализ явления репликации в свете принципа необходимого разнообразия Эшби, известного в теории систем, и деятельностного подхода, разработанного Г.П. Щедровицким с его коллегами и учениками. Согласно этому подходу, одну из фундаментальных проблем всех деятельностных систем составляет напряжение между разнообразием и нормативностью [225, с. 22], которая, очевидно, осуществляется благодаря репликации норм. Причем «очень важно описывать не только выявляемые и предъявляемые правила и нормы, но также скрытые и спрятанные не твердые, но мягкие структуры, такие, например, как значения в оппозицию личностным смыслам, которые внутренне регулируют действия» [225, с. 22]. Описание и выявление подобных норм не обязательно ограничивает процессы диверсификации (от лат. *diversus* - «разнообразный» + *facere* - «делать»). Дело в том, что на практике нормы (то есть репликаторы) «часто оказываются не выраженными и существуют лишь имплицитно (от англ. *implicit* - “подразумеваемый, невыраженный” - *Авт.*), и потому остается не выраженным пространство для выявления разнообразия. В подобных практических ситуациях обнаруживаются лишь псевдовариации вместо подлинного разнообразия» [225, с. 22]. Следовательно, «работа с разнообразием предполагает работу с нормативностями» [225, с. 27], то есть с явлением самовоспроизведения культурных образцов.

Если обратиться к отдельной личности, то правомерно рассматривать ее как совокупность многих процессов репликации, в которых она (бес)сознательно участвует. Не все из этих процессов идут ей во благо. Ведь для многих организаций и социальных структур каждый человек *ценен лишь как ресурс репликации* определенных форм деятельности, в которой эти организации заинтересованы. В этом смысле фирма, распространяющая пищевые добавки или торгующая телевизорами, религиозная община, администрация стадиона, политическая партия, профсоюз *etc.* по своей функции ничем не отличаются [200, с. 15-24]. Осуществима ли диагностика содержания (образно говоря, «репликационной начинки») конкретной личности, опирающаяся на выявление и опознание спектра наиболее значимых репликаторов? Да, диагностика репликации возможна, причем двоякая: извне и изнутри. Действительно, так называемый дискурсивный анализ речи или письменных текстов позволяет выяснить: какие объяснительные схемы, оценки, идеологемы, художественные образы, понятия и прочие культурные образцы мышления воспроизводятся, обеспечивая движение мысли автора [154; 162; 165; 178; 184; 188; 209-214]. Аналогично, семиотический анализ, тоже осуществляемый извне, позволяет «разложить» поведение человека на совокупность актов репликации тех или иных структур. Обычно по ним можно судить о происхождении, жизненном пути, воспитанности, ценностных предпочтениях, претензиях, психологических параметрах и т.п. Здесь уместно вспомнить тематику «Пигмалиона» Б. Шоу. Некоторые стереотипы повседневной деятельности имеют мифологическую подоплеку [137; 168; 180; 186; 196; 200; 215; 216], и порою харизматики ловко используют ее.

Если же человек изнутри осмысливает свое участие в актах репликации, то иногда он приходит к вечной проблеме самоопределения и духовной самостоятельности [226]. По слову Пушкина, «самостоянье человека - залог величия его». И вывод поэта актуален для наших соотечественников не только в плане восприятия харизматичности. Из него вытекает - в качестве критерия зрелости - способность человека *не вовлекаться* в акты репликации культурных форм, запущенной в чьих-то целях. Конечно, сегодня подростку и молодому человеку весьма сложно противостоять игу недобросовестных СМИ, но стремление к личностной автономии, по крайней мере, не грозит жизни. Контрастным примером расплаты за уклонение от принудительной репликации может служить драматическая судьба Габриеля Акосты (1590-1640). Будучи сыном крещеного еврея из Португалии, он воспитывался в католическом духе. Сомневаясь в истинности христианской догмы о загробной жизни и изучая Ветхий Завет, он решил перейти в иудаизм, для чего приехал в Амстердам. Осуществив свое намерение и столкнувшись с бытом еврейской общины, Уриель (его новое имя) испытал глубокое разочарование. Он стал энергично критиковать евреев за отход от ветхозаветных моральных принципов. Семь лет Уриель идейно противостоял общине и родным. Но не выдержал и согласился на акт отречения от иудаизма. Эта унизительная церемония повлекла его самоубийство [227, с. 98-99]. Напомним, что советская жизнь 1920-1950-х гг. сделала акты публичного отречения рутиной: их самовоспроизведение составляло элемент социальной педагогики.

14. Особую остроту проблеме «самостоянья человека» придает потребность людей в культурно-антропологической идентификации. Она заключается в отождествлении себя с некой социокультурной целостностью: нацией, конфессиональной или профессиональной организацией и т.п., - воспринимая свою причастность к ней как ценность. В лекциях, раскрывающих этот феномен, метко названный «жажда тождества», Г.С. Кнабе указывает, что противоречивый поиск идентификации служит «вечно присутствующим и вечно актуальным фоном общественного и исторического бытия» [228, с. 5]. Очевидно, что идентификация на практике осуществляется репликацией системы культурных образцов, установленных коллективом (порой - мнимым, воображаемым), к традициям которого присоединяется человек. Скажем, к традиции поклонения персоне, считающейся в данном коллективе носителем благодати. Разумеется, чем сильней потребность человека идентифицировать себя с какой-либо социокультурной общностью, тем податливей он к воздействию хвалебных мнений о харизматике.

Следует ожидать, что у нас дополнительным стимулом к идентификации окажется активизация регионального самосознания как реакция на мировую тенденцию - глобализм. «Идет неизбывная борьба национальных и культурных автономий за свою самобытность, - подчеркивает знаток русской культуры Б.Ф. Егоров. - И чем ярче и глубже "региональность", тем больше оснований бороться и осуществляться. Как в нынешних ситуациях интеллигенция занимает островное положение в разливанном море мещанства, так и региональные культуры в будущем глобальном равенстве: островки!» [229, с. 9]. А устойчивость таких «островков» зависит от наличия харизматического лидера.

Тяга к стае, часто к стадности, обостряется в эпоху перемен и междуцарствия. К тому же обстановка бифуркации, неустойчивости жизненных форм производит специфический тип человека и среду, которую можно условно назвать «лиминальное общество». Это не совсем неологизм, поскольку еще в 1907 г. А. ван Геннеп, выявив структуру обрядов перехода, пользовался понятием промежуточного состояния, или лиминальной фазы (от лат. *limen* - «порог, вход, выход»). Его идею в 1960-1970-е гг. развивал В. Тэрнер, в частности, разрабатывая концепцию «лиминальных людей». Фундаментальные ритуалы перехода человека (или группы) в качественно новый статус, такие как родильный обряд, инициация, свадьба, похороны, непременно предполагают три фазы: отделение, промежуточное состояние, включение [230, с. 164-166]. В первой фазе поведение личности (или группы) символизирует, что она открепляется от занимаемого ранее места в социальной структуре. Во время промежуточного (лиминального) периода особенности «переходящего» неизбежно двойственны: ведь он проходит через ту область культуры, у которой очень мало (либо вовсе нет) свойств прошлого или будущего состояния. В третьей фазе переход завершается обретением сравнительно устойчивого положения в социокультурном пространстве [231, с. 168-170]. Итак, особую нужду в идентификации (скажем, в приобщении к поклонению харизматику) испытывает *Homo zwischens* (от нем. *zwischen* - «между») [199, с. 464]. Это наш современник - человек, оказавшийся в переходной зоне, колеблющийся в выборе культурных образцов для репликации.

15. В каких же отношениях с феноменом репликации находится харизма, если понимать ее традиционно, то есть как бесспорный (в глазах приверженцев) дар свыше? Не стремясь ответить на этот вопрос в полном объеме, коснемся древнейшей традиции, различающей «благодать» и «закон». Сопоставление этих концептов в отечественной литературе появилось в сочинении «Слово о законе и благодати» Илариона (XI в.) - первого киевского митрополита из русских. Заглавие его восходит к Канону Иоанну Крестителю, содержащему церковное песнопение в честь святого. В древнегреческом оригинале оно начинается словами: Χαρις τε και νομος... (Благодать и закон...). В древнерусской христианской книжности сведение вместе этих понятий означало противопоставление двух эпох и парадигм: ветхозаветного (Моисеева) закона, которого держатся иудеи, и христианской (Христовой) благодати, которой держатся «обновленные люди» [232, с. 36]. А символом смены парадигмы служит легендарный Иоанн Креститель. Но по своей природе закон предполагает ограничение воли человека, благодать же - свободу воли. Поэтому, реконструируя трактовку этой парной оппозиции в церковнославянской гимнографии, современный лингвист считает, что в ней «закон уподобляется *космосу*, а благодать - *хаосу*» [232, с. 32-33].

Ясно, что различие между ними нельзя абсолютизировать, поскольку космос (возникший при неких условиях из хаоса), потенциально, а иногда и локально хаотичен, то есть чреват возможностью перехода, возвращения к хаосу. Нечто подобное проявляется и в смысловой связи категорий «закон» и «благодать». Согласно исследователям новозаветных и древнерусских религиозных текстов, благодать не есть закон. Действительно, она не является соблюдением (то есть репликацией) определенных внешних норм, которым надлежит следовать в случае любого (не)писаного закона, распространяющегося на всех людей. А если считать, что закон - это правильный нравственный выбор, совершаемый добровольно или благодаря синергии божественной и человеческой воли? Тогда благодать оказывается регулятором жизни отдельного человека либо сообщества, то есть она есть закон. Значит ли это, что особая среда способна вызвать ее репликацию? Все-таки нет, и вот почему. «Благодать невозможно кодифицировать, она - дух, не имеющий буквы <...>. Кроме того, благодать дается и даруется индивидуально, она может возрастать и умаляться». Ее нельзя отождествить с моральным императивом Канта, поскольку благодать является регулятором, не требующим порядка (хотя и устанавливающим его), а действующим исключительно на добровольной основе. Потому-то здесь уместен оксюморон: благодать - это хаотичный космос [232, с. 40].

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобразования РФ, грант № Г02-1.4-377.

Библиографический список

137. *Христофорова О.Б.* Получение дара: рассказы о шаманском становлении у нганасан // Мировое древо. 2003. № 10. С. 87-105., с. 98-99.

138. *Федотов Г.П.* Собр. соч. в 12 т. Т. 8: Святые Древней Руси / Сост., примеч. С.С. Бычков. М.: Мартис, 2000. 268 с.

139. *Климова С.М.* Феноменология святости и страстности в русской философии культуры. СПб.: Алетейя, 2004. 329 с.

140. *Струве Н.А.* О Гарвардской речи А. Солженицына // Струве Н.А. Православие и культура. М.: Русский путь, 2000. С. 530-540.

141. *Арнаутова Ю.Е.* Колдуны и святые: Антропология болезни в средние века. СПб.: Алетейя, 2004. 398 с.

142. *Панченко А.М.* Юродивые на Руси // Панченко А.М. Русская история и культура: Работы разных лет. СПб.: Юна, 1999. С. 392-407.

143. *Зайченко А.А.* Юродство // Античный мир и мы: Материалы межвуз. научн. конф. (22-24 мая 2003 г., Саратов). Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2003. Вып. 9. С. 119-125.

144. *Янгулова Л.* Юродивые и Умалишенные: генеалогия инкарцерации в России // Мишель Фуко и Россия: Сб. ст. / Под ред. О. Харахордина. СПб.; М.: Европейский ун-т в Санкт-Петербурге; Летний сад, 2001. С. 192-212.

145. *Мандельштам О.* Собр. соч. в 4-х т. Т. 3: Стихи и проза 1930-1937 / Сост. и коммент. П. Нерлер, А. Никитаев. М.: Арт-Бизнес-Центр, 1994. 528 с.

146. *Файбисович С.* Русские новые и неновые: Эссе о главном. М.: Новое лит. обозрение, 1999. 288 с.

147. Мистики XX века. Энциклопедия / Под ред. А. Ровнера. М.: Миф - Локид; 1996. 522 с.

148. Энциклопедия мистических терминов / Сост. С. Васильев и др. М.: Локид; Миф, 1998. 576 с.

149. *Кырлежев А.* Церковь и мир: парадокс или синтез? // Русская мысль (Париж), 2000. № 4324 от 29.06-05.07. С. 19.

150. *Рашковский Е.Б.* На оси времен: Очерки по философии истории. М.: Прогресс-Традиция, 1999. 208 с.

151. *Брудный А.А.* Персонетика: проект «Глубокий рейд». М.: Лабиринт, 2003. 256 с.

152. *Булдаков В.П.* Красная смута. Природа и последствия революционного насилия. М.: РОССПЭН, 1997. 376 с.

153. *Домбровский Т.* Харизма / Пер. с нем. О. Гофман. СПб.: Питер, 2002. 192 с.

154. *Гусейнов Г.Ч.* Советские идеологемы в русском дискурсе 1990-х. М.: Три квадрата, 2004. 272 с.

155. Бесовская харизма // Книжное обозрение «НГ Ex libris». 31.10.2002. С. 6.

156. «Сад "Буфф"» (Томск), 28.11.2002. С. 16.

157. *Соколов А.* Выбор на три буквы // Томский вестник: Областная ежедневная газета. 15.03.2004. С. 1

158. *Чулков Г.* Откровенные мысли / Предисл., публ. и коммент. Н.Ю. Грякаловой // Писатели символистского круга: Новые материалы. СПб.: Дмитрий Буланин, 2003. С. 457-499, вклейка перед с. 385, с. 463

159. *Молок Ю.А.* Пушкин в 1937 году. М.: Новое лит. обозрение, 2000. 232 с.

160. Пушкин в эмиграции. 1937 / Сост., коммент., вступит. очерк В. Перельмутера. М.: Прогрес-Традиция, 1999. 800 с.

161. *Гаспаров М.Л.* Столетие как мера, или Классика на фоне современности // Новое лит. обозрение. 2003. № 4 (62). С. 13-14.

162. *Перельмутер В.* Пушкинское эхо: Записки. Заметки. Эссе. М.; Торонто: Минувшее - Library of Toronto Slavic Quarterly, 2003. 512 с.

163. *Мак В.* Израильские премии Пьеру Булезу и Рикардо Мути // Русская мысль (Париж), № 4321 (8-14 июня 2000). С. 16.

164. *Кремер Г.* Обертоны. М.: Аграф, 2001. 352 с.

165. *Жолковский А.К.* Эросипед и другие виньетки. Томск-М.: Водолей Publishers, 2003. 624 с.

166. *Мазур Н.Н.* Пушкин и «московские юноши»: вокруг проблемы гения // Пушкинская конференция в Стэнфорде, 1999: Материалы и исследования. М.: ОГИ, 2001. С. 54-105.

167. *Парамонов Б.* Пушкин - наше ничто // Парамонов Б. След: Философия. История. Современность. М.: Независимая Газета, 2001. С. 411-424.

168. *Матич О.* Успешный мафиози - мертвый мафиози: культура погребального обряда // Новое литературное обозрение. 1998. № 5. С.75-107.

169. *Ортега-и-Гассет Х.* Восстание масс // Вопросы философии. 1989. № 3-4. С. 117-138.

170. *Вознесенский А., Лесин Е.* Харизма, порожденная действием // Книжное обозрение «НГ Ex libris». 12.02.2004. С. 1.

171. *Юнг К.Г.* Три интервью из книги «Юнг говорит...» // Аналитическая психология / К.Г. Юнг, Э. Сэмюэлс, В. Одайник, Дж. Хаббэк; Сост. В.В. Зеленский, А.М. Руткевич. М.: Мартис, 1995. С. 167-198.

172. *Поварцов С.Н.* Мережковский, Уэллс и красная звезда // Вопросы литературы. 2002. Ноябрь - Декабрь. С. 168-186.

173. *Мирский Г.И.* Жизнь в трех эпохах. М.; СПб.: Летний сад, 2001. 368 с.

174. *Каганович Л.М.* Памятные записки. М.: Вагриус, 1996. 572 с.

175. *Борев Ю.Б.* Сталиниада. М.: ООО «Агентство "КРПА" *Олимп*». 2003. 461 с.

176. *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой / Под ред. В.И. Аршинова, Ю.Л. Климонтовича, Ю.В. Сачкова. М.: Прогресс, 1986. 432 с.

177. *Медников Б.М.* Аналогия (параллели между биологической и культурной эволюцией) // Человек. 2004. № 1. С. 5-17.

178. *Сепир Эд.* Коммуникация // Сепир Эд. Избранные труды по языкознанию и культурологии / Общ. ред. и вступ. ст. А.Е. Кибрика. М.: Прогресс-Универс, 1993. С. 210-215.

179. *Хренов Н.А.* Культура в эпоху социального хаоса. М.: Едиториал УРСС, 2002. 448 с.

180. *Мосс М.* Техники тела // Человек. 1993. № 2. С. 64-79.

181. *Бурдье П.* Структуры, Habitus, Практики // Современная социальная теория: Бурдье, Гидденс, Хабермас: Учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1995. С. 16-31.

182. *Пелипенко А.А.* Генезис смыслового пространства и онтология культуры // Человек. 2002. № 2. С. 6-21.

183. *Савин М.Г.* Культурон - космический носитель культуры // Человек. 2002. № 5. С. 165-172.

184. *Кнабе Г.С.* Вторая память Мнемозины // Вопросы литературы. 2004. Январь - Февраль. С. 3-24.

185. *Рашкофф Д.* Медиавирус: Как поп-культура тайно воздействует на ваше сознание. М., 2003. 368 с.

186. *Бойм С.* Общие места: Мифология повседневной жизни. М.: Новое лит. обозрение, 2002. 320 с.

187. *Пойзнер Б.Н., Ситникова Д.Л.* Самообновление культуры и синтез научных знаний. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. 184 с.

188. *Введенова Е.Г.* Архетипы коллективного бессознательного и проблемы становления культуры // Эволюция. Язык. Познание. М.: Языки русской культуры. 2000. С. 113-133.

189. *Лотман Ю.М.*Внутри мыслящих миров. Человек - семиосфера - история. М.: Языки русской культуры, 1996. 464 с.

190. *Лотман Ю.М.* Повторяемость и уникальность в механизме культуры // Лотман Ю.М. История и типология русской культуры. СПб.: Искусство-СПб, 2002. С. 67-70.

191. *Лапланш Ж., Понталис Ж.-Б.*Словарь по психоанализу. М.: Высш. шк., 1996. 623 с.

192. *Хоружий С.С.* Человек и его три дальних удела. Новая антропология на базе древнего опыта // Вопросы философии. 2003. № 1. С. 38-62.

193. *Розов С.М.* Дарвинизм и эпистемология: генетика и меметика // На теневой стороне. Материалы к истории семинара М.А. Розова по эпистемологии и философии науки в Новосибирском Академгородке. Новосибирск: НГУ, 1996. С. 311-338.

194. Переселение душ: Сб. ст. М.: АДЕ «Золотой Век», 1994. 426 с.

195. *Юлен М.* Идея переселения душ в XXI в., или Будущее одной иллюзии // Вопросы философии. 2003. № 3. С. 49-61.

196. *Жидков В.С., Соколов К.Б.* Искусство и картина мира. СПб.: Алетейя, 2003. 464 с.

197. *Токарев Д.В.* «Воображение мертво воображайте»: «Французская» проза Сэмюэля Беккета // Беккет С. Никчемные тексты. СПб: Наука, 2001. С. 257-315.

198. *Шпет Г.Г.*Литература // Шпет Г.Г. История как проблема логики. Критические и методологические исследования. Материалы. В двух частях. М.: Памятники исторической мысли, 2002. С. 1133-1136.

199. *Баранцев Р.Г.* Имманентные проблемы синергетики // Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. М.: Наука, 2002. С. 460-477.

200. *Соснин Э.А., Пойзнер Б.Н.* Рабочая книга по социальному конструированию (Междисциплинарный проект). Ч. 2. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2001. 132 с.

201. *Пастернак Б.Л.*Высокая болезнь // Пастернак Б.Л. Стихотворения и поэмы / Вступит. ст. А.Д. Синявского; Сост., подготовка текста и примеч. Л.А. Озерова. М.-Л.: ЛО изд-ва «Сов. писатель», 1965. С. 236-244.

202. *Пойзнер Б.Н., Ситникова Д.Л.* Big bifurcation: рождение математического моделирования // Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика, 2000. Т. 8. № 5. С. 82-97.

203. *Толстой Л.Н.*Война и мир. В 2-х т. Т. I. М.: Худож. лит., 1978. 416 с.
204. *Соснин Э.А., Пойзнер Б.Н.* Социальная виртуалистика. ? Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. 118 с.
205. *Турчин В.Ф.* Феномен науки: Кибернетический подход к эволюции. М.: Наука, 1993. 296 с.
206. *Хайтун С.Д.*Феномен «избыточности» мозга, генома и других развитых органических и социальных структур // Вопросы философии. 2003. № 3. С. 85-96.
207. *Геллнер Э.* Разум и культура: Историческая роль рациональности и рационализма. М.: Моск. школа полит. исследований, 2003. 252 с.
208. *Иванов Вяч. Вс.* Очерки по предыстории и истории семиотики // Иванов Вяч. Вс. Избр. тр. по семиотике и истории культуры. Т. 1. М.: Языки русской культуры, 1999. С. 605-812.
209. *Уайт Х.*Метаистория: Историческое воображение в Европе XIX века / Пер. под ред. Е.Г. Трубиной и В.В. Харитонова. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2002. 528 с.
210. *Вен П.* Греки и мифология: вера или неверие?: Опыт о конституирующем воображении. М.: Изд. дом «Искусство», 2003. 224 с.
211. *Вен П.* Как пишут историю. Опыт эпистемологии. М.: Научный мир, 2003. 394 с.
212. *Рудаков В.Н.* Язык Библии в ранних рассказах русских летописей о монголо-татарском нашествии // Одиссей. Человек в истории. 2003 / Гл. ред. А.Я. Гуревич. М.: Наука, 2003. С. 49-60.,
213. *Анкерсмит Ф.Р.*История и тропология: взлет и падение метафоры. М.: Прогресс-Традиция, 2003. 496 с.
214. *Арон Р.* Избранное: Измерения исторического сознания. М.: РОССПЭН, 2004. С. 7-176.
215. *Богданов К.А.* Повседневность и мифология: Исследования по семиотике фольклорной действительности. СПб.: Искусство-СПб., 2001. 438 с.
216. *Хюбнер К.* Истина мифа. М.: Республика, 1996. 448 с.
217. *Шкловский В.Б.* Искусство как прием // Шкловский В.Б. Гамбургский счет. М., 1989. С. 58-72.
218. *Пойзнер Б.Н.* О синергетическом измерении искусства // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2001. Т. 9, № 6. С. 168-189.
219. *Пойзнер Б.Н.* Репликатор - посредник между человеком и историей // Изв вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 6. С. 83-104.
220. *Кэмпбелл Дж.* Герой с тысячью лицами. Киев: София, 1997. 336 с.
221. *Юнг К.Г.* Душа и миф: шесть архетипов. Киев: Гос. библиотека Украины для юношества, 1996. 384 с.
222. *Хайек Ф.А.* Общество свободных. London: OPI, 1990. 309 с.
223. *Блум Х.* Страх влияния. Карта перечитывания / Пер., сост., примеч., послесл. С.А. Никитина. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1998. 352 с.
224. *Подлазов А.В.* Теоретическая демография. Модели роста народонаселения и глобального демографического перехода // Новое в синергетике: Взгляд в третье тысячелетие. М.: Наука, 2002. С. 324-345.
225. *Громыко Ю.* Социокультурное разнообразие как оселок деятельностного подхода // Кентавр. 2004. Вып. 33. С. 20-27.
226. *Пойзнер Б.Н.* О стимулах становления человека и смены его ценностей // Высшее образование в России. 1996. № 3. С. 57-60.
227. *Тилкес О.К.* Еврейское время и пространство в Амстердаме // Ремизов и Голландия: Переписка с Б.Н. Рапчинским (1947-1957) / Сост. Т.В. Цивьян; Отв. ред. Вяч. Вс. Иванов. М.: Наука, 2004. С. 88-136.
228. *Кнабе Г.С.* Жажда тождества: Культурно-антропологическая идентификация. Вчера. Сегодня. Завтра. М.: РГГУ, 2003. 60 с.

229. *Егоров Б.Ф.* О провинциальной культуре и региональном самосознании (Ответы на вопросы Н.В. Серебренникова) // Сибирь в контексте мировой культуры: Опыт самоописания. Томск: Сибирика, 2003. С. 7-9.

230. *Геннеп А. ван.* Обряды перехода. Систематическое изучение обрядов. М.: Восточная литература, 1999. 198 с.

231. *Тэрнер В.* Ритуальный процесс. Структура и антиструктура // Тэрнер В. Символ и ритуал. М.: Наука, 1983. С. 104-264.

232. *Верещагин Е.М.* Благодать: хаотичный космос? // Логический анализ языка. Космос и хаос: Концептуальные поля порядка и беспорядка / Отв. ред. Н.Д. Арутюнова. М.: Индрик, 2003. С. 32-40.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию *03.09.2003*
после переработки *14.05.2004*

CHARISMA: REPLICATION OF RECEPTION

B.N. Poizner

Why the phenomenon of charisma deserves attention of social synergetics? How the sense of «charisma» concept has varied from antiquity up to now? What is a peculiarity of the charisma reception in Russian culture? How the midst of charismatic looks through the prism of nonlinear dynamics? The author aspires to answer similar questions proceeding from following thesis: propagation of the judgement about some person as a charismatic is typical case of a cultural pattern replication. The author bases on works on synergetics, theory of culture, sociology, linguistics, history of science, philosophical anthropology, examples of publicist style.

In first part of the paper a short description of charisma as a psychological phenomenon going back to the primeval society is done. Etymology of «charisma» concept is revealed, constants and variables of the concept sense are shown. It is suggested to compare contexts in which the «charisma» concept is used in Christianity, Judaism, East philosophy. Semantic peculiarities of the «charisma» concept in Russian, French, English are discussed.

Part 2

In second part of the paper treatments of charisma in shamanism, Christianity, modern cultural practice are compared. Tendency to this word vulgarization is showed. Concepts of «charismatic» and «genius» are compared. Replication of human activity structures as a base of culture and a mechanism of culture self-renewal is discussed. Replication of relation to charismatic is illustrated by examples.

Пойзнер Борис Николаевич - родился в Томске (1941), окончил радиофизический факультет Томского государственного университета. Защитил кандидатскую диссертацию по теории колебаний и волн (1970), доцент кафедры квантовой электроники и фотоники ТГУ. Читает лекции по нелинейной оптике, физике, физике лазеров, принципам управления лазерным излучением, основам синергетики. Область научных интересов: квантовая электроника, применение нелинейной динамики в оптике и материаловедении, прикладная наукометрия, культурологическая теория образования. Имеет много статей по указанной тематике. Инициатор подготовки и редактор семи библиографических указателей (в том числе «Синергетика и сопредельные науки», «Университетское образование и его социальная роль», «Интеллигенция в российском обществе и университете», «Психика и интеллект обучаемого»). Действительный член Всероссийского общества библиофилов. E-mail: Pznr@elefot.tsu.ru

Изв. вузов «ПНД», т.12, № 3, 2004

В предыдущем номере журнала была опубликована статья С.А.Анисимовой «Нелинейные модели теории рефлексивного управления» («Изв. вузов. ПНД», 2004, т.12, №1-2, с. 96), вызвавшая противоречивые отзывы рецензента и научного консультанта автора статьи. С разрешения участников редакция публикует наиболее существенные моменты дискуссии, которые представляют самостоятельный интерес для читателя.

Первая рецензия

В работе С.А. Анисимовой затрагивается широкий круг вопросов, прямо или косвенно связанных с проблемами принятия решений с учетом «рефлективных» обстоятельств. Идеи В. Лефевра и его последователей о сугубо алгоритмической природе многих аспектов реальных процедур выбора, в том числе морального выбора, в последнее время приобрели широкую известность.

Автор статьи пишет: «...целью статьи было знакомство читателя непосредственно с моделями рефлексирующего субъекта». Однако остается непонятно, как сам автор позиционирует свою работу. Является ли она обзором или же «оригинальным исследованием». Из текста статьи также совершенно не ясно, где оканчивается изложение результатов В. Лефевра и начинается изложение собственных результатов автора. Автор пишет: «В работе дается систематическое изложение нескольких формальных моделей субъекта, предложенных В. Лефевром в рамках теории морального выбора (В.А. Лефевр. Алгебра совести. М.: Когито-центр, 2003. 426 с.)». Складывается впечатление, что автор полагает изложение самого В.Лефевра недостаточно систематичным. В то же время в целом ряде фрагментов статьи автор, излагая модели В. Лефевра, употребляет слова «наша функция», «мы можем определить» и т. д., как бы не отделяя себя от В. Лефевра, солидаризуясь с ним.

К сожалению, выбранная автором форма подачи материала скорее имеет тот недостаток, что не позволяет судить о степени обоснованности излагаемого материала. В каких случаях автор, выступающий в двух лицах, полемизирует с В. Лефевром (самим собой), а в каких разделяет и/или развивает излагаемые взгляды.

Поскольку критический разбор основных положений теории В. Лефевра не является целью настоящего отзыва, представляется уместным остановиться подробнее на той части работы, которая представляется автором как безусловно оригинальная. Речь идет об иллюстрации адекватности «линейно-квадратичной» модели с помощью анализа одного из эпизодов известного романа Ф.М. Достоевского «Братья Карамазовы». Прежде всего, обращает на себя внимание то, что автором предпринимается попытка как бы переосмыслить саму по себе сложную проблему, затронутую в романе, используя «рефлективные» методы. Хочется сразу сказать, что проведенный автором анализ для понимания самого эпизода и затрагиваемой философской и нравственной проблемы в целом не дает ничего нового. Автор демонстрирует, что некоторые из описываемых в эпизоде обстоятельств могут рассматриваться, по его мнению, вне общего контекста всего произведения в терминах булевой «алгебры совести». Тем самым делается вывод, что средства указанной алгебры в принципе могут быть использованы для анализа и интерпретации моральных проблем самого высокого масштаба.

К сожалению, данный вывод никак не может быть сделан из того анализа, который проведен автором в представленной статье. Прежде всего, женщина в момент исповеди не находится на пороге принятия решения в состоянии морального выбора. Она ничего не выбирает в данный момент. Убийство произошло три года назад. Не может идти речь и ни о каком принципе саморефлексии, как совпадении **готовности** действовать с **интенцией**. Еще раз подчеркну, женщина не стоит в момент исповеди на пороге выбора действия. Действие уже свершилось! Более того, в момент самого действия героиню вовсе не интересовали «оценки со стороны Зосимы». Поэтому представляется совершенно ошибочным использовать апостериорные оценки (для коэффициентов модели «β_1 и β_2») для того, чтобы судить о степени рациональной «адекватности» ее поведения в прошлом. Развитый В. Лефевром подход просто не относится к проблемам апостериорного оценивания и, тем более, морального оправдания действий.

С некоторой долей неуверенности можно допустить, что в момент самой исповеди на пороге принятия решения должен стоять Зосима и, может быть, его-то действия и стоило проанализировать автору в рамках развиваемого подхода?

Таким образом, единственная из приведенных в качестве косвенных доказательств адекватности метода иллюстраций должна быть признана не имеющей отношения к сути разбираемых методов.

Доктор ф.-м.н., зав. лабораторией
Научного центра гематологии РАМН

Г.Т. Гурия

Ответ автора

Уважаемый рецензент! Большое спасибо за оперативность и проявленное внимание! Я переработала статью, учтя некоторые из Ваших замечаний. Однако с рядом из них я не могу согласиться*.

В работе С.А. Анисимовой затрагивается широкий круг вопросов, прямо или косвенно связанных с проблемами принятия решений с учетом «рефлективных» обстоятельств. Идеи В. Лефевра и его последователей о сугубо алгоритмической природе многих аспектов реальных процедур выбора, в том числе морального выбора, в последнее время приобрели широкую известность. Автор статьи пишет: «...целью статьи было знакомство читателя непосредственно с моделями рефлексирующего субъекта».

Алгебра совести не оперирует представлениями об «алгоритмической

* Другим шрифтом выделены выдержки из первой рецензии. - Прим. ред.

природе многих аспектов реальных процедур выбора». Она формальным образом описывает их результат. Такова парадигма и большей части мирового психологического сообщества, да и физического тоже. Согласитесь, что все-таки есть разница между реальностью и нашими знаниями о ней.

Остается непонятным, как сам автор позиционирует свою работу. Является ли она обзором или же «оригинальным исследованием».

И тем, и другим. Предлагая читателю новую модель в какой-либо области, мы либо предполагаем, что читатель знаком со «старыми» моделями, либо предоставляем ему их обзор. Математическая психология, в том числе теория рефлексивного поведения является областью весьма перспективной, но, несомненно, малознакомой читателям журнала «Прикладная нелинейная динамика». Поэтому краткий обзор используемых положений и ранее созданных моделей, мне кажется, вполне уместен.

Из текста статьи остается совершенно не ясным, где оканчивается изложение результатов В.Лефевра и начинается изложение собственных результатов автора.

Справедливое замечание. Я постаралась его учесть.

Автор пишет: «В работе дается систематическое изложение нескольких формальных моделей субъекта, предложенных В. Лефевром в рамках теории морального выбора (В.А. Лефевр, Алгебра совести. М.: Когито-центр, 2003. 426 с.)» Складывается впечатление, что автор полагает изложение самого В. Лефевра недостаточно систематичным

Форматы монографии и журнальной статьи принципиально различаются и, соответственно, предполагают разное представление о систематичности. Изложение В.А. Лефевра красиво и иллюстративно, но при этом неспешно и обстоятельно. Для статьи мне пришлось избрать совершенно иной способ подачи материала, предложив, действительно, систематизированное краткое изложение идей Лефевра.

В то же время в целом ряде фрагментов статьи автор, излагая модели В. Лефевра, употребляет слова «наша функция», «мы можем определить» и т.д., как бы не отделяя себя от В. Лефевра, солидаризуясь с ним.

Употребление местоимения «мы» в научных публикациях даже в случае одного заявленного автора является принятой практикой. С одной стороны, это отмечает партнерство читателя и автора (аудитории и докладчика *etc.*), а с другой обозначает тот факт, что в проделанной работе принимало участие более одного человека.

К сожалению, выбранная автором форма подачи материала скорее имеет тот недостаток, что не позволяет судить о степени обоснованности излагаемого материала. В каких случаях автор, выступающий в двух лицах, полемизирует с В. Лефевром (самим собой), а в каких разделяет и/или развивает излагаемые взгляды.

Предлагаемая работа не является полемикой с Лефевром. Речь идет о развитии его подхода на те ситуации, которые не укладываются в рамки существующих моделей. По крайней мере, с такой трактовкой этой работы согласен сам В.А. Лефевр.

Речь идет об иллюстрации адекватности «линейно-квадратичной» модели с помощью анализа одного из эпизодов известного романа Ф.М. Достоевского «Братья Карамазовы». Прежде всего обращает на себя внимание, что автором предпринимается попытка как бы переосмыслить саму по себе сложную проблему, затронутую в романе, используя «рефлективные» методы.

Проблема вовсе не переосмысливается, а используется как рабочий материал. Она служит наглядным примером. Описанная Ф.М. Достоевским, «великим философом и знатоком души человеческой», ситуация является очень компактной по форме и, в то же время, глубокой по психологическому содержанию, тем самым замечательно подходя для иллюстрации математических результатов.

> Хочется сразу сказать, что проведенный автором анализ для понимания самого эпизода и затрагиваемой философской и нравственной проблемы в целом не дает ничего нового.

Именно потому, что никакой попытки переосмысления и не предпринималось.

> Автор демонстрирует, что некоторые из описываемых в эпизоде обстоятельств могут рассматриваться, по его мнению, вне общего контекста всего произведения в терминах булевой «алгебры совести».

Вообще говоря, да. Данный эпизод помимо всего прочего хорош тем, что самодостаточен и может быть понят вне контекста произведения (оставаясь при этом, несомненно, крайне важным для понимания самого романа).

> Тем самым делается вывод, что средства указанной алгебры в принципе могут быть использованы для анализа и интерпретации моральных проблем самого высокого масштаба.

Данный вывод в работе нигде не делается. В ней лишь продемонстрировано, что, по крайней мере, к некоторым моральным проблемам алгебра совести на современном этапе ее развития может быть успешно применена. А от масштаба здесь ничего не зависит - оперирование категориями добра и зла автоматически осуществляется «зашитым» в нашу когнитивную систему процессором, из существования которого исходит Лефевр и устройство которого мы не обсуждаем.

> К сожалению, данный вывод никак не может быть сделан из того анализа, который проведен автором в представленной статье.

Поскольку этот вывод и не делался, данное замечание не имеет отношения к существу рассматриваемой статьи.

> Прежде всего, женщина в момент исповеди не находится на пороге принятия решения в состоянии морального выбора. Она ничего не выбирает в данный момент. Убийство произошло три года назад.

Действием является не убийство, а осознание (констатация) возможности прощения, о чем в тексте, как мне представляется, было сказано предельно ясно. Однако с учетом возникшего недоразумения изложение данного момента было доработано.

> С некоторой долей неуверенности можно допустить, что в момент самой исповеди на пороге принятия решения должен стоять Зосима и, может быть, его-то действия и стоило проанализировать автору в рамках развиваемого подхода?

Данное замечание представляется неприемлемым и некорректным. Что Зосима мог анализировать: убить окончательно своим презрением кающуюся или не убить?

С искренним уважением

Автор

Заключительная рецензия

В переработанную версию статьи автором внесены изменения. Однако разграничение между результатами В.А. Лефевра и своими собственными по-прежнему остается нечетким. По-видимому, оригинальные результаты автор начинает излагать, начиная со слов: «Предлагаемая нами модель». Все предшествующее служит, по мнению автора, «кратким обзором используемых положений и ранее созданных моделей» и кажется автору «вполне уместным». Думается, однако, что это не так.

Во-первых, дело в пропорциях. Предлагаемая модель излагается на одной странице, иллюстрируется и обсуждается на четырех с половиной, а обсуждение чужих результатов (имеющих и не имеющих прямого отношения к делу) дается на девяти с половиной страницах.

Во-вторых, автор настаивает, что он предлагает «действительно, систематизированное краткое изложение идей Лефевра». На страницах ПНД представляется совершенно недопустимым публиковать пространные компилятивные материалы, смешивая «ложку» своих результатов с «бочкой» чужих.

В представленном виде статья содержит ровно одну претендующую на оригинальность «линейно-квадратичную модель». Указанная модель основана на посылке, что «человеку свойственно более тонко и сложно оценивать свои действия, нежели действия партнера». Эта посылка не очевидна. И уж во всяком случае, эта модель не может считаться адекватной, если в качестве предполагаемого партнера, мысленного собеседника выступает Вездесущий. И оценку своих действий ты вынужден соизмерять с Его оценкой. Излишне говорить, что имея дело с таким Партнером, априорно исходить из Его, большей (по сравнению с твоей), линейности - это верный путь к заблуждению.

К сожалению, избранная автором иллюстрация «квадратично-линейной модели» на примере эпизода из романа Ф.М. Достоевского не имеет никакого отношения к проблеме выбора из двух альтернатив одной. Подчеркну главное, гостья Зосимы никакого выбора не делает. Возможные альтернативы вообще не в ее власти. Она просто боится. Умирать боится. Предстать перед Высшим судом боится. Где здесь моральный выбор?

Попытка автора подправить статью в этой части косметическими средствами никуда не годится. Автор пишет: «Модели рефлективного выбора» это модели выбора одной из альтернатив. Но субъект способен не только выбирать ту или иную альтернативу, но и назначать вероятности, с которыми он будет их выбирать (В.А.Лефевр. Рефлексия. М.: Когито-центр, 2003. 496 с.). Иными словами, субъекту «необязательно» выбирать в соответствии с формирующимися у него вероятностями предпочтения полюсов, он может «завершить» свой выбор на констатации (осознании) этих вероятностей, на оценке своей готовности выбрать тот или иной полюс. В этом смысле оценка «это незавершенный выбор, несовершенное действие».

Остается еще раз повторить, что гостья Зосимы не находится ни в каком положении выбора. Она ничего не выбирает, никаких вероятностей не высчитывает. Все это вообще не в ее власти. Она стоит перед лицом совсем других проблем, не обсуждаемых автором статьи.

Можно сколько угодно рассуждать о том, «завершенный ли выбор или незавершенный», что субъекту делать обязательно, а что нет, но если выбор в ситуации вообще отсутствует, то такого рода ситуацию никак нельзя привлекать для иллюстрации применимости и, тем более, справедливости рефлексивных моделей биполярного выбора.

В этом главное противоречие развиваемого автором подхода. В этом его ошибочность. Поэтому, «завершая свой выбор на констатации», приходишь к выводу, что и сам главный тезис автора «о линейности» восприятия партнера и его доказательство, именуемое «иллюстрацией модели», не являются убедительными. Приводимые в пользу того и другого аргументы представляются произвольными. (Если угодно, слишком «мягкими» в рамках принятой научной эстетики.)

Автор должен для себя решить, что и с помощью чего он иллюстрирует и подтверждает. Свою модель с помощью христианских заветов и известных литературных фрагментов или сами христианские заветы. И в том, и в другом случае от него потребуется большая тщательность в подборе аргументов. А пока получается, что автор настойчиво разъясняет в своем ответе рецензенту: «Проблема вовсе не переосмысливается, а используется как рабочий материал», и далее: «…никакой попытки переосмысления не предпринималось», а в разделе «Выводы» статьи читаем: «Таким образом, мы получили возможность на новом уровне осмыслить христианские заветы, показать их жизненную важность».

Может быть, с точки зрения автора, «осмыслить на новом уровне» и «переосмыслить» совсем разные вещи. Трудно судить. Можно только сказать, что если действительно открылась «возможность на новом уровне осмыслить христианские заветы», то это непременно должно заинтересовать соответствующие религиозные организации.

Думается, что публикация статьи С.А. Анисимовой в силу приведенных выше соображений в журнале «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика» нецелесообразна.

ПСИХОЛОГИЯ И НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

Комментарии научного консультанта

Глупый человек - тот, кому ничто не интересно.
Старый - тот, кого ничто не радует.

Фольклор студентов МГУ

Воспоминания и контекст

В истории Саратовского университета завершилась целая эпоха. Эпоха, связанная с междисциплинарными надеждами, замечательными экспериментами, вдохновляющими свершениями. Эпоха ректорства Дмитрия Ивановича Трубецкова.

Полагаю, что очень скоро пройдет время энергичных дельных отчетов, рассказов об исследовательских программах, написанных статьях и книгах, защищенных диссертациях, о проведенных экспериментах и практических приложениях. Этот жанр важен и сам по себе - преподаватели, студенты, исследователи должны знать о том, что удалось коллегам, и как послание в будущее [1,2]. Тем, кто придет потом, важно представлять, что многое можно сделать и что многое уже было сделано.

И, вероятно, скоро настанет время романтических воспоминаний. Размышлений о том, что и как могло бы сложиться, если бы судьба распорядилась иначе. И прошлое, конечно, будет казаться чуть-чуть лучше, чем было на самом деле.

Поэтому позволю себе забежать чуть-чуть вперед, в это самое время, и вспомнить одну из школ, которая проводилась в Саратове. Школа эта, проведенная по инициативе Д.И. Трубецкова, была посвящена методам нелинейной динамики и компьютерного моделирования в исторических исследованиях.

Я часто и с удовольствием вспоминаю эту школу. Лекции в спортивном зале. Настойчивость Дмитрия Ивановича и его уверенность, что можно достучаться до исследователей-гуманитариев и увлечь их нелинейной динамикой. Серьезность саратовских историков, считающих, что если их послушают, то это уже хорошо. А если не будут мешать, то еще лучше. Полуночные посиделки с друзьями и коллегами из «Колледжа» и университета, их рассказы о саратовской реальности, теплая, радостная атмосфера. Удивленные аспирантки исторического факультета, которые никак не могли поверить, что занятые люди из самой Москвы приехали «просто рассказать и просто послушать про историю и нелинейную динамику». Вдохновенного Георгия Гурия, толкующего о перспективах Саратовского университета, о «людях первого темпа», о том, что горизонт гораздо ближе, чем кажется.

Это одна сторона той замечательной школы. Но есть и другая. О ней я думаю в последнее время все чаще. Костер междисциплинарных исследований ни в тот раз, ни несколько раз после этого разжечь не удалось. Не начались совместные работы, серьезный предметный анализ исторических проблем методами нелинейной динамики. Прекрасные возможности были упущены. Траектория пошла иначе.

Почему? Это важно понять, потому что мы вновь и вновь стучимся в ту же дверь, и не находим ожидаемого ответа. Что было не так? Какие важные слова не были сказаны?

Простой и легкий ответ, который состоит в том, что мы обратились не к тем людям, давайте сразу отбросим. Если у нас есть отличный вопрос, то, как это часто бывает в науке, найдутся люди, которые сумеют на него ответить. Поэтому давайте сосредоточимся на себе, на «нелинейных динамиках» и «синергетиках», а не на «гуманитариях».

Ответ мне сейчас видится следующим. Взаимный интерес, знакомство друг с другом важны, но второстепенны. Начинать надо с главного, с того, что должно объединять. С тех сверхзадач, которые «гуманитарии» и «нелинейные динамики» считают ключевыми и которые они не могут решить друг без друга.

Тогда, на мой взгляд, в качестве такой сверхзадачи надо было рассматривать превращение истории («теоретической истории», «количественной истории», «альтернативной истории») в прикладную науку. В основу для стратегического планирования, для выбора будущего. Если в этом главном мы сходимся, то обо всем остальном можно договорится. Если нет, то время для междисциплинарных исследований в этом научном сообществе еще не настало. И заниматься, видимо, надо взаимным просвещением, если у коллег есть желание, силы и время…

Когда проводилась та запомнившаяся школа в Саратове, и мы и наши американские коллеги по части теоретической истории и стратегического прогноза, опирающегося на компьютерное моделирование и междисциплинарные исследования, находились на уровне идей. С тех пор ситуация изменилась.

Судя по ряду докладов, заявлений, прогнозов американских коллег, они взялись за дело всерьез. По-видимому, у них появились и модели, и серьезные прогнозы, и научное сообщество, анализирующее сценарии развития мира.

Сценарии эти, представленные на открытом сайте ЦРУ США и озвучиваемые американскими геополитиками, неутешительны для России. В известном прогнозе «Мир до 2015 года» [3] наша страна рассматривается как зона социально-политической нестабильности. Некоторые аналитики высказываются более определенно, предрекая распад России на 6-8 государств. Известна трактовка ведущего американского исследователя, автора концепции «столкновения цивилизаций» Самюэля Хантингтона [4]. По его мнению, «мир России является «расколотой цивилизацией» - самой слабой среди всех остальных цивилизаций, соперничество которых определит историю XXI века.

Популярно высказывание, приписываемое ведущему американскому геополитику З. Бжезинскому: «Америка будет развиваться против России, за счет России и на обломках России». В той картине мира, которую предсказывает этот деятель, место России незавидно [5]. Полагаю, что сейчас наши западные коллеги располагают не только концептуальными, но и математическими моделями.

А мы по-прежнему находимся в мире идей и возможных в далеком будущем проектов. Знакомимся с гуманитариями (не первый десяток лет). Присматриваемся друг к другу. Иногда вместе с ними обсуждаем, в какой мере математические методы или синергетика применимы к гуманитарным проблемам... Хотя, конечно, острая необходимость серьёзных междисциплинарных проектов в этой важной области не понимается с обеих сторон, не говоря уже о лицах, принимающих решения.

Справедливости ради, следует признать, что работа идет. Появляются и обсуждаются модели, проводятся семинары [6, 7]. На пока это совсем не то, что может обеспечить выработку и поддержку принятия решений на государственном уровне. До этого еще идти и идти. Но уже догоняя наших оппонентов. Идеи, модели, концепции нелинейной динамики играют в разработке теоретической истории ключевую роль. К сожалению, этот круг проблем практически не обсуждался на страницах нашего журнала. Но это, как раз, можно исправить.

На мой взгляд, в точности то же самое происходит сейчас с междисциплинарными проектами в области психологии или, более широко, в области нейронауки. Но тут в России дело пока не пошло дальше семинаров.

Синергетика и высокие гуманитарные технологии

Я хочу все-таки объяснить тебе, что происходит. Ты, кажется, вообразил, что я собираюсь с голыми руками идти против танка. Ничего подобного. Мы имеем дело с законом природы. Воевать против законов природы - глупо. А капитулировать перед законом природы - стыдно. В конечном счете - тоже глупо. Законы природы надо изучать, а изучив, использовать. Вот единственно возможный подход.

А. Стругацкий, Б. Стругацкий
За миллиард лет до конца света

Мне уже не раз доводилось говорить и писать, что золотой век науки кончился [8, 9]. Кончилось время исследований по всему фронту. Кончилась безмятежная пора, и надеяться, что следующее поколение будет старше и умнее, и сумеет расхлебать все последствия сегодняшних действий, не приходится. Кончилось блаженное время, когда фундаментальная наука была «удовлетворением собственного любопытства за счет государства».

Наступила другая эпоха. Видимо, «серебряный век» не состоится, и мы сразу окажемся в «железном». Хотя, конечно, хотелось бы пожить в «серебряном».

Рано или поздно придется сформулировать те сверхзадачи науки, которые

• помогут человечеству выжить в эпоху больших перемен;

• согласуются с внутренний логикой развития научного знания;

• соответствуют достигнутому уровню научного знания и доступным современной науке ресурсам.

На мой взгляд, таких сверхзадач три.

Теория безопасности и управления риском. По существу, концепция устойчивого (sustainable) развития сводится к поиску способов избежать бедствий и катастроф, ставящих под угрозу само существование человечества, а также к созданию нового поколения технологий. Управленческих, социальных, промышленных, сельскохозяйственных и прочих. Технологий, которые позволяют обеспечить существование и развитие (нам придется понять, что означают эти слова в новых исторических условиях) не в течение десятилетий, а в течение веков.

Нейронаука. Человек является самой большой загадкой, доставшейся науке

XXI века от науки прошлого столетия. Загадка и в «техническом», и в социальном, и во многих других смыслах. Многие эксперты полагают, что если XX век был веком высоких технологий в промышленности, управлении и военном деле (high-tech), то XXI век станет веком высоких гуманитарных технологий, направленных на раскрытие и эффективное использование потенциала людей и коллективов (high-hume). Вероятно, именно здесь будут лежать основные возможности, и главные угрозы начавшегося века.

Теоретическая история. Судя по всему, в своем развитии человечество очень неудачно прошло несколько ключевых точек бифуркации в XX веке. И новый уровень возможностей мирового сообщества и отдельных стран предполагает новый уровень ответственности. Управлять - значит предвидеть. Предвидеть - значит представлять, между какими вариантами развития придется делать выбор. Для этого нужны соответствующие научные инструменты.

Весьма вероятно, что роль, значение и само будущее различных научных дисциплин будут определяться тем, насколько полезны и существенны они окажутся при решении этих сверхзадач. И это, видимо, будет касаться всех наук от ботаники до астрофизики, от философии до родной и близкой нашему сердцу нелинейной динамики.

Сформулированный взгляд получил поддержку в нескольких научных сообществах и во многих аудиториях. Серьезные соображения, высказанные оппонентами, скорее усиливают изложенную позицию, чем ставят ее под сомнение [10,11].

Очевидно, все перечисленные сверхзадачи являются междисциплинарными. Еще более очевидно, что к «синергетикам», «нелинейным динамикам» - нам с вами - наши коллеги, всерьез взявшись за их решение, непременно обратятся. Но, наверно, и нам стоит подумать о завтрашнем деле и сделать необходимые шаги навстречу. Иными словами, взглянуть на эти задачи с нашей, синергетической, точки зрения.

Исходя из этого, я и предлагаю взглянуть на психологию, на нейронауку.

Во-первых, потому что во всех трех сверхзадачах нужны гораздо более глубокие и серьезные знания о человеке, чем те, которые имеются в настоящее время.

Во-вторых, прошлые и настоящие успехи нелинейной динамики дают основание для того, чтобы не только «присматриваться и знакомиться», но и чтобы совместно с психологами начать работать над проблемами современной нейронауки. Помните, как у Льюиса Кэрролла один из героев объясняет одно «странное место»: чтобы оставаться в нем, приходится очень быстро бежать? На мой взгляд, современная наука и является таким «странным местом». И чтобы сохранить те позиции, которые в ней завоевала синергетика, в нелинейной динамике сейчас следует расширить круг тех задач, за которые мы беремся.

В-третьих, в развитии науки есть свои закономерности, своя внутренняя логика, свои альтернативы и бифуркации. В одной из недавних статей в «Вопросах философии» была напечатана статья ведущего специалиста по философии науки академика В.С. Степина [12]. По его мнению, в XXI веке синергетика окажется в центре общенаучной парадигмы. Видимо, со стороны виднее происходящие изменения, и к ним надо быть готовыми. И один из главных путей - развитие идей, концепций, моделей синергетики в контексте наук о человеке.

Что хотелось бы узнать и чему хотелось бы научиться

- Наверно, трудности психологической науки во многом связаны с тем, что, приходя учиться на психфак, половина народу намеревается решить свои проблемы, а не проблемы психологии.
- Не половина. Все сто процентов.

Из разговора с выпускницей психфака

Начну издалека. Психология, на взгляд дилетанта, к каковым я себя отношу, представляется интересной, перспективной, захватывающей областью. Областью деятельности, искусства, сложным ремеслом, требующим больших врожденных способностей. Но пока не областью науки. Во всяком случае, естествознания.

И тут я хотел бы в порядке разъяснений, извинений и замечаний, позволяющих далее не возвращаться у этому пункту, вспомнить Ричарда Фейнмана. У выдающегося физика есть прекрасный пассаж, что если что-то не наука, то это не означает, что это плохо, или с этим что-то не в порядке. Просто не наука и все. От себя добавлю, что это может быть еще не наука или уже не наука. Асимптотика и завидная участь многих научных направлений - созреть, дать плоды и стать технологиями. Доступное сегодня единицам должно завтра превратиться в обычную методику, доступную рядовому профессионалу.

Думаю, что психология «еще не наука» по нескольким причинам.

Во-первых, здесь никак не удается влезть «на плечи гигантов», как в физике или химии. Не удается создать парадигму, вооружившись которой, можно уверенно продвигаться, ставить вопросы, получать на них определенные ответы и накапливать объективное, общезначимое знание.

Во-вторых, в психологии, как и в искусстве, по-прежнему очень важен субъективный момент, личность создателя направления. Не тексты, не эксперименты, не методики, а именно личность. Да и учатся-то психологи, желающие иметь дело не с пыльными фолиантами и мнениями великих, а с человеком, на тренингах, в мастер-классах, глядя на успешных коллег. Там, где становление науки уже произошло, все гораздо более просто и объективно.

В-третьих, психология, в отличие от состоявшихся наук, не хочет жестко формулировать свои нерешенные проблемы и сосредоточиться на них (вспомните Эрлангенскую программу Феликса Клейна или знаменитые проблемы Гильберта, два десятка «главных проблем физики», выделенные несколько десятилетий назад В.Л. Гинзбургом и т.д.). Часто она остается на уровне мудрых притч и забавных наблюдений [13,14].

Императив «понять» в психологии с легкостью уступает место императиву «помочь». Медики для подобного придумали красивое слово «симптоматическое лечение». Под последним скрывается простая мысль, что можно помочь, не понимая. И, действительно, иногда можно.

Так как же можно вести совместные междисциплинарные исследования с представителями «не науки»?! Очень просто. Надо вначале договориться о главном. О том, что, видимо, объективные законы субъективной реальности существуют и могут быть выявлены. И совместные усилия надо направить на то, чтобы вначале понять их, а потом подумать, как их можно использовать, а как использовать нельзя. И, конечно, сосредоточиться на конкретных задачах, важных и интересных и для психологов, и для «синергетиков».

Поясню последнее, напомнив историю, которую любят вспоминать и у нас в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, и в Институте психологии РАН. К выдающемуся советскому исследователю, главному теоретику космонавтики, президенту Академии наук СССР Мстиславу Всеволодовичу

Келдышу обратился в свое время известный психолог Борис Фёдорович Ломов. Обратился с предложением создать институт психологии в Академии.

«Вы, вероятно, ошиблись академией. Вам надо обратиться в духовную академию, а здесь Академия наук», - ответил, судя по рассказам, Мстислав Всеволодович.

Но прошло совсем немного времени и начались длительные космические полеты, где космонавтам приходилось проводить месяцы в экстремальных условиях. И выяснилось, что именно человек, его психика, является самым слабым и уязвимым звеном. Что именно человека надо прежде всего беречь, защищать и психологически поддерживать в этой опасной и необычной работе.

И тогда М.В. Келдыш выступил с инициативой создать институт психологии в Академии наук, поручить ему решить этот круг проблем и возложить руководство институтом на Б.Ф. Ломова. Так и была создана одна из ведущих научных школ и ведущий коллектив исследователей-психологов в нашем отечестве [15]. Поставленные задачи были успешно решены. Героическая эпоха. Доброе старое время. Золотой век науки.

Ну, а теперь с конца. Представим, что задача уже решена, как это делают математики. Представим, что и «психологи», и «синергетики» уже перечитали тексты друг друга, которые заслуживают внимания. К счастью, есть энтузиасты, которые эти тексты собирают и издают [16,17]. Здесь очень важны личности, олицетворяющие поначалу такое междисциплинарное взаимодействие. И тут нам очень повезло - такой человек, умевший говорить на языках нескольких научных дисциплин и способный увидеть научную проблему там, где другие видят административную суету, тезисы на очередную конференцию или невыученные в свое время уроки, был. Это бывший сотрудник Института прикладной математики АН СССР и впоследствии заведующий первой и пока единственной в России лабораторией математической психологии Института психологии РАН Владимир Юрьевич Крылов. Междисциплинарный диалог в психологии уже начинался [18].

Сложные системы могут вести себя просто. Но у них может быть очень много вариантов, образцов такого «простого поведения». Иногда это свойство рассматривается в качестве определения сложности [19]. Поэтому в простых ситуациях удается построить достаточно простые модели (к примеру, описываемые катастрофой «сборки» или динамической системой из двух уравнений). Признаюсь, и я в свое время внес вместе с В.Ю. Крыловым и С.П. Курдюмовым скромную лепту в построение таких моделей, в объяснение психологических процессов на языке синергетики. Поэтому будем считать, что такой перевод уже сделан, и о том, что понимаем, мы уже можем говорить на любом языке.

Представим себе, что, наконец, пришла пора заняться тем, чего мы не понимаем, но что для нас важно, и что мы хотим понять. Тем, чем психология по существу отличается от остальных научных дисциплин. Тем, что может потребовать развития представлений и расширения рамок нелинейной динамики. Перечислим несколько таких задач.

Анализ и построение теории жесткого воздействия на сознание человека. Признаем очевидное. То, что находится перед глазами, и то, что крайне важно для нас, порой с большим трудом становится предметом науки. «Нет подходящих соответствий и нет созвучных им имен», - как сказано в одном из переводов «Фауста».

Мы вступили в ту реальность, в которой главы крупнейших держав трактуют терроризм как одну из важнейших опасностей. Приходится констатировать, что мегаполисы и многие другие опасные объекты нельзя защитить от террора. Человек, готовый умереть для того, чтобы выполнить свою задачу, оказывается, в конечном итоге, сильнее ведущих спецслужб и существующих технических средств.

Каков же этот человек? Каков его внутренний мир? Что сделало его таким? Как можно на него повлиять? Это тем более важно понять, потому что отбор, воспитание и подготовку смертников в конце XX века удалось поставить на поток. Мир увидел высокую гуманитарную технологию. Страшную и крайне эффективную.

Мне довелось обсуждать этот круг проблем с Владимиром Лефевром и другими американскими коллегами, участвующими в крупной научной программе, посвященной этому кругу вопросов. Представления о русском политическом терроре, который описал Борис Савинков [20], о камикадзе, не сыгравших существенной роли в японо-американской войне на море [21], очень далеки от того, что имеет место сейчас.

Подозреваю, что тут не обходится без химии и без психотропных средств, но это, очевидно, не основной, а вспомогательный инструмент. Ключевыми являются технологии, которые могут изменить сознание. Изменить надежно и эффективно.

Принципиальными здесь, вероятно, оказываются рефлексивные процессы. Процессы отражения и оценки реальности и результатов собственных действий. Наверно, главным, что придется отражать в математических моделях, становятся такие «гуманитарные категории» как «совесть», «смысл», «ценности», «психологические установки», «долг», «идеалы», «грех». Более того, эти сущности надо научиться прямо или косвенно измерять. Чтобы бороться со злом, его придется понять. Понять на уровне естественных наук.

Попытка сделать это предпринята в теории рефлексивного управления, которое переживает сейчас второе рождение [22]. Обзор ряда ключевых понятий этой теории, важных модельных экспериментов, уже созданных и работающих моделей и дан в статье Светланы Анисимовой. Предложена и собственная модель, основанная на представлении о нелинейности рефлексирующего субъекта. Надеюсь, что это начало большой работы, которая пока не понимается и встречает активное сопротивление и со стороны психологов, и со стороны «нелинейных динамиков». Но времена меняются. А бедствия и катастрофы - жестокие, но хорошие учителя.

Эти модели кажутся очень простыми - простая логика и немного теории вероятности. Но именно в терминах рефлексивного управления удается осмыслить такие парадоксальные психологические явления как «стокгольмский синдром», психотехники, применяемые в тоталитарных сектах, тактику спецслужб, желающих направить действия террористов по определенному сценарию [23].

Уже есть язык, на котором это можно описывать и моделировать. И это важно. Есть ли в современной теории рефлексивного управления «прикладная нелинейная динамика»? Послушав американских коллег и ознакомившись с практическими результатами их работы, бюджетами соответствующих научных программ, понимаешь, что у них «прикладная» уже есть. Значит и у нас может быть.

«Нелинейная» тоже налицо. Это и сама нелинейная модель, и обращение к аппарату логики. Логика связана со «взвешиванием», своеобразной внутренней самоорганизацией. Напомню модель поляризации общественного мнения перед голосованием, описанную в классической книге Г. Хакена [24]. Выработка решения в этой модели возникает как результат самоорганизации. В недавно появившейся динамической теории информации Д.С. Чернавский делает попытку трактовать логику в целом, как одно из приближений, возникающих при описании нелинейных систем. Всерьез рассматриваются и другие приближения - конструктивная, целесообразная, диалектическая логики [25].

«Динамики», на мой взгляд, пока в этой области и, соответственно, в этой статье не хватает. В моделях теории рефлексивного управления возможен тупик, когда субъект не может принять какого-либо решения. Но человеку-то их принимать приходится! И тут, вероятно, восприятие ситуации со временем меняется. Это прекрасно описано в ряде художественных произведений, очевидно, тут есть и психологические эксперименты. О факторе времени очень многое знают практики, которым приходится вести переговоры с террористами.

Нет, динамические модели в этой области есть. Они строились профессором В.Е. Лепским и его соавторами и использовали представления о динамике одномерных отображений [26]. Однако пока, на мой взгляд, они умозрительны и отвлечены от психологических реалий. Но, видимо, появятся и более глубокие модели. Конечно, если междисциплинарные подходы в психологии будут всерьез развиваться.

Вернемся к нашим коллегам американцам, безусловно лидирующим в научном обеспечении антитеррористической деятельности. Один из конкретных проектов в этой сфере, которым руководит В.А. Лефевр и с частью которого нас познакомили, имеет бюджет, превышающий 10 миллионов долларов [23]. Его цель - выработка предложений для спецслужб и пограничной охраны, реализация которых позволила бы предотвратить доставку на территорию США оружия массового уничтожения.

Модели рефлексивного управления здесь возникают на нескольких стадиях. Описание вербовки террористов. Анализ методик, в соответствии с которыми корректируются действия вербовщиков, информационное взаимодействие с террористами (закрытие или, наоборот, открытие им части информации о реальной защищенности отдельных участков границы). Конечно, есть тут и геоинформационные системы, позволяющие «играть за террористов» и выявлять наиболее эффективные маршруты доставки, и теория игр, и исследование операций, и задачи оптимизации. Но психологические задачи, тем не менее, остаются главными.

Естественно, информационное сопровождение такой деятельности тоже весьма серьезно: от информации спецслужб об общей стратегии и способах координации террористической деятельности до сведений о конкретных центрах подготовки, вербовщиках, мечетях, где молодежь вовлекается в эту деятельность. Так что без междисциплинарности при решении этой прикладной задачи не обойтись.

Психологические основы устойчивого развития. Обращу внимание на важнейшую, с моей точки зрения, задачу. Задачу, требующую междисциплинарного подхода, использования теории рефлексии, но как-то до сих пор, насколько я знаю, не вошедшую в орбиту научного исследования. Речь пойдет о счастье.

В самом деле, мы сейчас не представляем будущего нашей цивилизации даже на несколько десятков лет. Начиная с Дж. Форрестера [27], строятся модели мировой динамики. В них прогнозируются уровень производства, изменение основных фондов, численность населения и многие другие глобальные показатели. При инерционном сценарии развития, если ничего всерьез не предпринимать, а только толковать о важности проблемы, сценарий неутешителен. Загрязнение, истощение ресурсов, коллапс экономики, сокращение численности населения мира в разы по сравнению с нынешним. Очевидно, это приведет к целой серии войн за ресурсы.

Есть и другая возможность. Если будут, причем достаточно быстро, созданы гигантские отрасли по переработке уже существующих отходов, по рекультивации земель, сравнимые по масштабам с мировым военно-промышленным и топливно-энергетическим комплексом, соответственно, то все может сложиться иначе.

Уровень потребления, численность населения, уровень производства даже при достаточно простом управлении удастся вывести на постоянные значения [28]. По идее, именно это и есть устойчивое, в смысле «самоподдерживающееся», развитие, когда дети имеют стартовые условия, сравнимые с теми, которые имели их отцы. (Хотелось бы, чтобы лучше, но на это в обозримой перспективе рассчитывать не приходится.)

И за всеми этими глобальными проблемами как-то теряется главное. А какой, собственно, человек сумеет жить в этом мире? Ведь поворот, который предстоит пережить и в сфере социальной, и в сфере индивидуальной психологии грандиозен. В самом деле, представьте себе, что в городе из года в год, из века в век живет одинаковое число людей. Это совершенно другой внутренний мир, другая культура, другая мораль. Что-то похожее было только в Средневековье, когда деревня не могла прокормить город, даже если он чуть-чуть вырастал. Сейчас даже трудно вообразить эту реальность.

Как же подвести человека к этому повороту? Как всегда, инструментов два - кнут и пряник. Кнут - это жесткая необходимость. Необходимость любой ценой адаптироваться к беспощадной реальности - «жить, чтобы выжить». Но, как показывает история стран, этносов, организаций, при таком императиве долго не выживают. Нужна мечта, образ желаемого будущего, путь к счастью. Да и само представление о счастье. То есть «пряник».

Заметим, что при этом субъективное сплошь и рядом оказывается важнее объективного. При одних и тех же материальных условиях одни люди могут чувствовать себя как в раю, а другие ощущать себя глубоко несчастными. Вновь рефлексивные процессы. Те самые, о которых идет речь в статье С. Анисимовой, и изучение которых сейчас энтузиасты пытаются возродить в России.

Думаю, что здесь все совсем не просто и не очевидно. Когда отступает свет, приходит тьма. И наука уступает место религии, а потом и магам, экстрасенсам и откровенным шарлатанам. Может быть, правы пессимисты и культура будущего с необходимостью будет «наркотической». Культы, ритуалы, упрощение личности. Меня удивляет, как быстро «воцерковлены» оказались многие российские чиновники и как усердно они начали креститься и молиться.

А может быть культура станет наркотической не только в переносном, но и в прямом смысле слова? Возможности для этого очень скоро откроются фантастические. Может быть Карлоса Кастанеду следующие поколения будут воспринимать как пророка новой эпохи. Да и в «магическом реализме» что-то есть.

В статье С. Анисимовой для иллюстрации и пояснения модели привлекается эпизод из «Братьев Карамазовых» со старцем Зосимой. Мне казалось, что не всем очевиден и смысл, и текст, и контекст этого эпизода. Для меня - атеиста - более убедительны были бы другие эпизоды и ситуации. Но, прочитав отзыв уважаемого рецензента - Г.Т. Гурия - я совершенно успокоился. Очевидно, он, оказывается, является еще большим специалистом в области психологических и духовных сущностей, лежащих на грани науки и религии, чем автор статьи. Тогда, вероятно, и читатели воспримут описанный эпизод близко к сердцу.

Итак, психологический прогноз в контексте различных вариантов будущего является еще одной важной и интересной междисциплинарной задачей.

Проблема королевского пути. Помнится, в школьные времена как-то учительница с большим подъёмом рассказала историю о греческом мудреце и незадачливом царе. Тогда считалось необходимым при получении царского образования изучать начала геометрии. И царь, убоявшись вертикальных углов, биссектрис, медиан и прочей премудрости, спросил, нельзя ли все это освоить как-нибудь побыстрее. И получил гордый ответ: «В геометрии нет царского пути!»

Но давайте взглянем на эту историю свежим взглядом. Если пути действительно нет, то наши дела совсем плохи. В самом деле, обучение многим вещам занимает все больше времени. Мы в России учим будущих медиков то ли шесть, то ли семь лет. В американском университете мне рассказали, что между моментом, когда будущий кардиохирург переступит порог университета, и первой самостоятельной операцией на сердце проходит примерно пятнадцать лет. Это почти предел.

Если «королевского пути» нет, то это поставит естественный предел для развития науки, технологий, для развития в целом. Подобный процесс предсказывал в свое время один из отцов квантовой механики Евгений Вигнер, размышляя о будущем науки. Он считал, что освоение созданного будет требовать так много времени и сил, что до переднего края науки люди за свою жизнь просто не будут успевать добраться.

Вот тут, коллеги-психологи, ваш выход! Расскажите, что же на самом деле возможно, а что нет. Объясните, на что можно надеяться в перспективе. А может быть, лучше позвать классиков из Академии педагогических наук и они дадут ответ?

Однако и эта проблема, несмотря на значимые успехи когнитивной психологии, несмотря на модели теории обучения - излюбленного раздела математической психологии, является междисциплинарной.

Наверно, коллегам, занимающимся преподаванием, очевидно, что «королевский путь» есть. Иначе не было бы феномена научных школ. Включите телевизор, посмотрите, что сейчас умеют иные прыгуны, пловцы или гимнастки. Путь, по которому раньше тренеры вели своих питомцев многие годы, сейчас проходится фантастически быстро. Понимаю - гормоны, амфетамины, анаболики и прочая химия. Но не забудем и о другой стороне - огромный прогресс в методике тренировок.

Напомню о нейролингвистическом программировании (НЛП), предъявляющем в ряде случаев очень эффективные методики тренинга. Высокой науки НЛП-мастерам, по мнению многих психологов, явно не хватает, но может быть, это и не такая большая беда?

Учеба - это системный феномен. Тут участвуют и ученик, и учитель, и общество. Огромный пласт предыдущего опыта, побед и неудач и, главное, это следует понять, осмыслить, развить и передать...

Кажется, я знаю, какая мысль появится у читателей журнала после чтения этих строк. Мысль о самоорганизации, о выделении параметров порядка в том массиве знаний, которому мы обучаем или обучаемся. И тут, конечно, огромное поле деятельности для «нелинейных динамиков» и «синергетиков». Да, собственно, эта работа уже и началась.

Повторю сказанное другими словами. До последних лет основное внимание в синергетике уделялось *объективной самоорганизации* - эффективному уменьшению числа параметров порядка в конфигурационном или фазовом пространстве. Именно такое поведение типично для многих задач физики, химии, биологии, гидродинамики, где есть диссипативные процессы. Сейчас на авансцену синергетики, на мой взгляд, выходят объекты, для которых характерна *субъективная самоорганизация* - самоорганизация в пространстве стратегий, смыслов, ценностей, генотипов.

И вновь то самое рефлексивное управление, которому посвящена обсуждаемая статья и к которому я хочу привлечь внимание коллег, здесь имеет огромное значение. И представления синергетики тут должны играть принципиальную роль. Напомню, что *синергиями* физиологи называют те связи между различными степенями свободы организма, которые возникают в процессе обучения (ребенок учится улыбаться, сидеть, стоять, ходить). Очевидно, при этом формируются те самые параметры порядка, к которым будут подстраиваться остальные степени свободы. Естественно, параметры порядка должны возникать и при обучении более сложным навыкам (плавать, считать, рисовать). И активное использование рефлексивных процессов может ускорить процесс обучения многократно.

Известен пример систем с биологической обратной связью. На компьютере визуализируется состояние человека (пульс, артериальное давление), и обучаемому дается задание добиться перевода собственных параметров в наиболее благоприятную область. И он за несколько сеансов учится делать это. Обучение методам воздействия на собственный организм, которое у йогов занимает годы, здесь может уложиться в неделю. Это ли не «королевский путь»? И вновь это хочется понимать и использовать.

Еще одна интереснейшая задача - выявление профессиональных знаний опытного специалиста. Знаний неотрефлексированных, но крайне важных и активно используемых. Эта задача в своё время ставилась и успешно решалась применительно к задачам медицинской диагностики. Достигнутые успехи для ряда заболеваний, на мой взгляд, поразительны.

Из многих сотен диагностических признаков, которые описаны в учебниках, для выявления которых проводятся исследования и анализы, можно выделить несколько (иногда три-четыре), которые опытный врач *действительно использует,* при постановке диагноза. И самое удивительное, что это иногда удается сделать [29].

Вообще говоря, это путь к профессиональному компьютерному бессмертию.

Мне кажется, что не надо откладывать самое важное на потом. Ведь все, что говорится о «королевском пути», имеет прямое отношение и к нашему образованию. Конечно, тысячу раз прав Ричард Фейнман: «...Я думаю, что самое лучшее решение проблемы образования - это понять, что самым превосходным обучением является прямая, личная связь между учеником и хорошим учителем, когда ученик обсуждает идеи, размышляет о разных вещах и беседует о них. Невозможно многому научиться, просто отчитывая лекции или даже просто решая задачи. Но в наше время такое множество студентов должно быть обучено, что для идеалов приходится подыскивать эрзацы».

Но эрзацы бывают разные. Бывают разрушительные, такие как, например, единый государственный экзамен, который стрижет всех не только под одну гребенку, но и заменяет людей бумагами, снижает еще сохранившийся уровень образования и взрывает высшую школу, открывая двери для тотальной лжи и в этой сфере.

Бывают очень полезные компьютерные эрзацы типа «морковка перед носом». Например, таковой представлен на сервере http://acm.timus.ru, где выложены олимпиадные задачи по программированию. Решайте задачу в любое время дня и ночи, посылайте, тестовая система вмиг проверит, и вы с удовлетворением узнаете, что, к примеру, эта задача подняла вас на сто с лишним номеров вверх в рейтинге решателей.

Но можно пойти дальше, к адаптивным и рефлексивным системам, к тем наглядным картинкам и образцам, которые именно вам помогут оперировать с абстрактными сущностями. По тому пути идет, к примеру, компания fizikon, работающая на Физтехе, делающая обучающие компьютерные программы по физике, химии, биологии, геометрии для российских и американских школьников. Сейчас они разрабатывают проект, в котором есть возможность для данного ученика, учитывая показываемые им успехи, корректировать программу освоения того или иного предмета из точных наук, подбирать наиболее ценные для него задачи и структуру освоения курса. Не удивительно, что теоретической основой для этой работы стала «нелинейная теория обучений» (название пока рабочее), предложенная преподавателем Физтеха М.А. Капустиным и самым активным образом использующая методы и модели нелинейной динамики - одномерные отображения, анализ аттракторов и прочее [25]. Эти модели позволяют описывать и использовать «скачок понимания» - выход обучаемого на качественно иной уровень владения материалом. На этот эффект в давние времена обратили внимание психологи, анализировавшие процесс обучения операторов атомных станций.

На мой взгляд, можно надеяться, что психологи, синергетики, педагоги, осознавшие необходимость совместной работы, преуспеют в поисках «королевских путей» уже в обозримом будущем.

Разгадка психологического кода. Принципиальную роль в развитии многих наук играет выяснение тех элементарных сущностей, из которых строится всё остальное - выявление алфавита или кода. Одним из главных открытий XIX века стало открытие «химического кода» - периодической таблицы Д.И. Менделеева. Удивительно, что все десять с лишним миллионов известных химических веществ - всего лишь причудливые комбинации из сотни с небольшим «букв» - химических элементов.

Одним из главных открытий XX века стала расшифровка генетического кода. Все живое записано на языке четырех оснований и 20 аминокислот. Правда, из библиотеки геномов, стремительно растущей у нас на глазах, понять удалось пока немногое. Но само открытие алфавита трудно переоценить. Замечу, что работа Уотсона и Крика была в полном смысле слова междисциплинарной. Они привели в ту область, куда пришли, идеи из совершенно другой научной дисциплины.

Хочется надеяться, что наука XXI века принесет разгадку «психологического кода» - способов записи, передачи, кодировки информационных сигналов в нервной системе. И, на мой взгляд, роль нелинейной динамики в решении этой фундаментальной роли нейронауки может оказаться очень велика. Почему?

Во-первых, потому что для описания и понимания нейрофизиологических данных все чаще привлекаются методы и идеи нелинейной динамики. В этой связи обращу внимание на замечательные исследования У. Фримена (Беркли, США) по анализу обонятельной луковицы кролика [30]. Представление о динамическом хаосе, об аттракторах, о бифуркациях оказалось в этой задаче полезным и конструктивным [31].

Во-вторых, привлечение идей синергетики, даже при минимальном контакте с нейрофизиологами, позволяют генерировать содержательные гипотезы. Приведу пример. В отличие от кардиограмм, энцефалограммы представляют собой очень сложные сигналы (попытка построить реконструированный аттрактор и посчитать его размерность показывает, что если таковой и существует, то его размерность очень велика). Возникновение периодичности в этом сигнале часто свидетельствует о приближении эпилептического припадка. Поэтому, естественно, возникает вопрос «зачем хаос мозгу». Мне, в свое время, вместе с Е.И. Ижикевичем довелось искать на него ответ. Возникла гипотеза, заинтересовавшая нейрофизиков и специалистов по распознаванию образов [32, 33]. Однако междисциплинарное взаимодействие прервалось и продолжения не последовало.

Но бурное развитие теории нейросетей и практический опыт использования динамического хаоса в передаче и обработке информации (работы группы А.С. Дмитриева, Институт радиоэлектроники РАН, Москва), позволяет вернуться к этому вопросу на следующем уровне. Думаю, что «нелинейные динамики» к этому готовы, и проблема, как обычно, в наших коллегах из других областей и в организации междисциплинарного взаимодействия.

Наконец, в-третьих. Представление о самоорганизации, о сложности, возникающей благодаря совместному действию относительно простых объектов - нейронов, является одной из главных метафор нейронауки. Существует огромный экспериментальный материал. Наконец, современные томографы позволяют *видеть, какие зоны мозга активизируются при различной деятельности*. Не хватает догадки, способной упорядочить элементы этой головоломки.

Развитие «кремниевой биологии» и психические болезни. Фронт нашего незнания в области нейронауки очень велик. Поэтому, возможно, имеет прямой смысл обратить особое внимание на те области, где определенные успехи уже достигнуты, и на те направления исследований, где такие успехи особенно нужны. В случае нейронауки эти две области совпадают. Это исследование и лечение психических заболеваний.

Думаю, что об актуальности здесь говорить не надо - речь идет о принципиальном улучшении качества жизни миллионов людей. Процитирую Государственный доклад «О состоянии здоровья населения Российской Федерации в 1999 году» [34]: «По данным эпидемиологических исследований, проведенных в последние годы НЦПЗ РАМН, а также в результате экспертной оценки, установлено, что примерно у $^1/_3$ населения России, то есть приблизительно у 52,5 млн. человек имеются психические расстройства различной степени». Критерий истины здесь тоже понятен : «Понимаю, если могу помочь больному».

Принципиальной проблемой в этой области является выяснение природы и лечение *шизофрении* (расщепленного сознания) - тяжелейшего психического заболевания. Успехи последних десятилетий здесь были достигнуты методом проб и ошибок. Эти успехи связаны с тем, что в значительной мере случайно были найдены нейролептики (галоперидол, клозапин и др.), существенно улучшающие состояние больных.

В течение двадцати с лишним лет в этой области царствовала так называемая дофаминовая гипотеза [35]. Информация в нервной системе передается внутри нервной клетки - нейрона с помощью электрических импульсов, а между клетками с помощью нейромедиаторов - веществ, которые клетки способны, соответственно, выделять и связывать. Одним из таковых является дофамин. Наркотики по своей молекулярной конфигурации близки к нейромедиаторам. Дофаминовая гипотеза связывала психические нарушения с избыточным или, наоборот, недостаточным выделением этого медиатора и соответственно с недостаточной или избыточной чувствительностью к нему клеток больного. Сейчас эта гипотеза все чаще ставится под сомнение.

Но давайте отдадим себе отчет, что речь идет, в сущности, о химической кинетике, диффузии, о распространении электрических импульсов по нервному волокну. Но позвольте, ведь это все - то, что нелинейная динамика давно умеет! То, чему мы давно учим студентов!

Так почему бы не попробовать промоделировать физико-химические процессы, с которыми могут быть связаны ответы на принципиальные вопросы нейронауки? Раньше можно было бы ответить, что реакций, как это обычно бывает в биохимии, слишком много, что константы реакций не всегда известны, что все это отличается от любимых двухкомпонентных систем, как небо от земли, и т.д. и т.п. Но в последние годы вначале на Западе, а потом в России были начаты крупные проекты по так называемой «кремниевой биологии», полномасштабному моделированию клеточного метаболизма. По этому поводу собираются научные сессии Отделения информатики и вычислительной техники РАН. Эти работы активно ведутся на кафедре биофизики биологического факультета МГУ. Пока речь идет о моделировании метаболизма кишечной палочки Esherihia colli. Но исследования ведутся с конкретными прикладными целями для совершенствования биотехнологических процессов, в которых участвует этот объект. Одних продуктов метаболизма должно быть как можно больше, других как можно меньше. А как этого добиться, могут подсказать специалисты по компьютерному моделированию и микробиологи, работая в тесном контакте.

Казалось бы, естественно с тех же позиций взглянуть на процессы, происходящие в нервных клетках. И опять междисциплинарно. Вместе с нелинейными динамиками, нейробиологами, биохимиками. Может быть, время таких исследований уже пришло?

Выявление пределов возможностей человека. Есть один внешний, не главный, но важный признак, отличающий «состоявшиеся науки» от «еще не наук». В первых достаточно понятны пределы, в которых они применимы, и «нормальные» свойства тех объектов, которые они изучают. И если вдруг выясняется, что что-то где-то в эти пределы не укладывается, то это либо грандиозное открытие, либо ошибка эксперимента, либо блеф.

Возьмем, к примеру, физику. Не будем говорить о высоком - принципах запрета, сотношении неопределенностей или скорости света. Спустимся с небес на Землю. Например, в студенческий физпрактикум. Представим лабораторную работу по определению ускорения свободного падения g. Представьте себе, что вы меряете эту величину и получаете, к примеру, 12 м/сек^2. Звоните в физический институт, оттуда прибывают коллеги, перемеряют - опять 12 м/сек^2. И всё. Этого достаточно, чтобы взорвать все величественное здание механики. Отсюда немедля следует, что мы, очевидно, не знаем чего-то важного либо про тяготение, либо про нашу Землю, либо про пространство и время.

Ну, а теперь представим другую ситуацию. К вам приходит человек и демонстрирует что-нибудь совершенно выходящее за рамки ваших представлений о человеческих возможностях (пролистайте Шекли, Саймака или Брэдбери, чтобы выбрать что-нибудь наиболее наглядное для Вас). Представьте себе, что предъявленная способность демонстрируется не один раз и не только Вам. Станет она поводом для пересмотра основ, для расширения представлений о возможном, для ревизии всего здания нейронауки?

Нет, нет и еще раз нет. Просто потому что еще этих рамок нет, потому что отсутствуют ясные представления о возможном и невозможном. На мой взгляд, именно такая ситуация имеет место в психологии. В ней мы даже всерьез не знаем, чему следует удивляться. Как ни странно, причину этого мне объяснил специалист по философии науки В.С. Степин [12]. Есть опыт, непосредственное чувственное восприятие. Есть логика, рациональное знание, теории. И в философии науки давно поняли, что второе *непосредственно не выводится* из первого. Нужен посредник, наши интуитивные представления, простейшие модели, тот «птичий язык», пусть грубый и не очень правильный, на котором мы можем говорить о происходящем. В физике это всякие маятники, наклонные плоскости, абсолютно твердые тела - объекты, с которыми нам все ясно.

А если этого нет? Вспомните мытарства Б.П. Белоусова, предъявляющего в разных аудиториях колебательную химическую реакцию, происходящую на глазах у зрителей. И огромные усилия, которые понадобились, чтобы ввести этот феномен в научный оборот. А ведь это в успешной и благополучной химии.

Приведу два конкретных примера, проясняющих постановку вопроса. Несколько лет назад на Президиуме РАН с большим успехом прошел доклад заведующего кафедрой энзимологии химфака МГУ профессора С.Д. Варфоломеева об органах чувств у человека. Докладчик поставил вопрос, можно ли одарить человека новыми, «полезными в практических целях» органами чувств. Например, дать возможность работающим с силовыми установками чувствовать магнитные поля, а операторов атомных станций наделить ощущением радиоактивности [36]. И, как показывает наука, до практической реализации таких возможностей остается не так много времени - 10-15 лет. И тогда естественно встал вопрос, а что на самом-то деле в его нынешнем состоянии способен чувствовать человек?

На физическом факультете МГУ в течение нескольких лет под руководством профессора Ю.П. Пытьева велись эксперименты, в которых исследовалась способность людей определять ориентацию магнитного поля. Опыт прост - человеку завязывают глаза и на некотором расстоянии держат магнит, и человек говорит, где у этого магнита северный полюс, а где южный. Поразительно, но есть люди, которые этой способностью, по мнению экспериментаторов, обладают.

Мой университетский преподаватель - профессор Юрий Петрович Пытьев - выдающийся специалист в области распознавания образов, теории вероятностей, методов решения обратных задач, серьезный профессионал. Эксперименты были поставлены со всей возможной тщательностью, отчеты опубликованы в научных журналах. Но они не замечены. Их как бы и нет. И даже гипотетического объяснения для феномена пока еще нет. Мы просто пока не очень знаем, что такое человек.

Ну а при чем здесь нелинейная динамика, рефлексивное управление, мы с вами? Экспериментаторы - психологи и физики - пусть экспериментируют, теоретики пусть теоретизируют.

По-моему мнению, синергетика и нелинейная динамика особенно ценны и полезны там, где следует «измышлять гипотезы», где нужно придумывать простые качественные модели сложных коллективных процессов.

И вот второй пример.

Может быть, самый простой путь от феномена к нейронауке лежит через клиническую практику.

В мире давно и успешно используются иглоукалывание, электропунктура, воздействие на активные точки лазером или электромагнитным излучением миллиметрового диапазона. Оставим вопрос, зачем нужны организму все эти активные точки и как удалось выявить их китайским медикам несколько тысяч лет назад. Спросим себя, почему это иногда помогает.

И тут блестящую, на мой взгляд, гипотезу предложил один из выдающихся специалистов по нелинейной динамике Дмитрий Сергеевич Чернавский, который является главным научным сотрудником Физического института им. П.Н. Лебедева, а также профессором физического и биологического факультетов МГУ [7]. Очевидно, кроме инфекционных болезней у нашего организма есть множество системных болезней, связанных с рассогласованием в работе различных органов. Очевидно, с большинством болезней организм справляется сам, без вмешательства врачей, мобилизуя внутренние ресурсы.

Но чтобы знать, что мобилизовать, очевидно, должна существовать система диагностики. Д.С. Чернавский предположил, что такая система, он назвал её *аутодиагностической* , действительно есть. По его теории, она схожа с двухслойной нейронной сетью, входами которой и являются эти самые активные точки. Более того, он указал конкретные структуры организма, обеспечивающие функционирование этой нейронной сети. Предложенная теория помогла при решении конкретной задачи [7], но, вероятно, ее значение в нейронауке пока недооценивается.

Когда мы, вторя гуманитариям, говорим, что возможности человека беспредельны, то мы не возвеличиваем, а принижаем его. Важным шагом станет выявление пределов наших возможностей - психических, физиологических, социальных. И когда мы их поймем, то у нас будет возможность гордиться тем, как, располагая столь немногим, мы смогли добиться великого.

В детстве мне читали на сон грядущий сказку про Буратино. Ключевых моментов в ней два - получение по ходу дела информации о существовании дверки и ключика, подходящего к ней. При достаточной энергии и некотором везении остальные проблемы решаются.

Наша задача, связанная с междисциплинарными исследованиями в области психологии, нейронауки в чем-то гораздо проще. О существовании двери в сказку, которую стоит открывать, мы уже знаем. Надеюсь, что из представленного текста и из статьи С. Анисимовой это тоже становится ясно. Думаю, что сомнений в существовании ключа, который дает нелинейная динамика, у читателей «Прикладной нелинейной динамики» тоже нет. И кроме того он не утерян, в отличие от сказки, мы держим его в руках и готовы его использовать.

Но в чем-то задача и сложнее. Чтобы открыть дверь, в нашем случае нужно, по крайней мере, два ключа. И психологам предстоит осознать, что один ключ у них, а если у них его еще нет, то вскоре должен появиться. Более того, нам важно не перессориться, например, при делении будущих лавров или, если хотите, шкуры неубитого медведя. После этого предстоит согласованно повернуть ключи, толкнуть дверь... В сказке про Буратино у героев все получилось, они вошли в другую реальность, гораздо лучшую, чем та, из которой они вышли. Очень хочется, чтобы и у нас с вами это получилось.

Библиографический список

1. *Анищенко В.С.* Научно-образовательный центр «Нелинейная динамика и биофизика» Саратовского государственного университета: основные показатели развития за 2000-2003 годы: из отчета директората НОЦ // Известия Саратовского университета. Новая серия. 2003. Т.3, вып.2. С.5.

2. *Трубецков Д.И.* Две культуры не по Чарльзу Сноу: о преподавании курса «Концепции современного естествознания» в Саратовском государственном университете // Известия Саратовского университета. Новая серия. 2003. Т.3, вып.2. С. 66.

3. Global trends 2015: A dialogue about the future with non-government experts. http://www.cia.gov/cia/reports/globaltrends2015

4. *Хантингтон С.* Столкновение цивилизаций. М.: АСТ, 2003. 608 с.

5. *Бжезинский З.* Великая шахматная доска. М.: Международные отношения, 2003. 256 с.

6. Новое в синергетике: взгляд в третье тысячелетие / Информатика: неограниченные возможности и возможные ограничения / Ред. С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий. М.: Наука, 2002. 480 с. http://www.keldysh.ru/book/ns.html

7. *Чернавский Д.С.* Синергетика и информация. Динамическая теория информации. 2-е изд. / Синергетика: от прошлого к будущему. М.: Эдиториал УРСС, 2004. 288 с.

8. *Малинецкий Г.Г.* Начало конца или конец начала? // Компьютерра. 2004, №4. С. 20.

9. *Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и прогнозы будущего. 3-е изд. М.: Эдиториал УРСС, 2003. 288 с. http://iph.ras.ru/~mifs/kkm/Vved.htm

10. *Крылов О.В.* Будет ли конец науки // Российский химический журнал. 1999. Т.43, №6. С. 96.

11. *Редько В.Г.* Модели адаптивного поведения - естественнонаучный подход к развитию постинформационных технологий // Информационные технологии и вычислительные системы. 2004, №1. С. 16.

12. *Степин В.С.* Саморазвивающиеся системы и постнеклассическая рациональность// Вопросы философии. 2003, №8. С. 5.

13. *Годфруа Ж.* Что такое психология. М.: Мир, 1992. Т.1, 496 с. Т.2, 376 с.

14. *Фрейд З.* Психология бессознательного. М.: Просвещение, 1989. 448 с.

15. *Ломов Б.Ф.* Методологические и теоретические проблемы психологии. М.: Наука, 1984. 448 с.

16. Синергетика и психология. Тексты. Вып. 3. Когнитивные процессы. М.: Когито-Центр, 2004, 416 с.

17. Психология индивидуальных различий. Тексты. М.: Изд-во Московского университета, 1982. 320 с.

18. *Крылов В.Ю.* Методологические и теоретические проблемы математической психологии. М.: Янус-К, 2000. 376 с.

19. *Дойч Д.* Структура реальности. Москва-Ижевск: РХД, 2001. 400 с.

20. *Савинков Б.* Избранное. Л.: Художественная литература, 1990. 432 с.

21. *Переслегин С., Переслегина Е.* Тихоокеанская премьера. М.: АСТ, СПб.: Terra Fantastica, 2001. 704 с.

22. *Лефевр В.А.* Рефлексия. М.: Когито-центр, 2003. 496 с.

23. *Крамер К.Х., Кайзер Г.Б., Шмидт С.Е., Дависон Дж.Е., Лефевр В.А.* От предсказаний к рефлексивному управлению // Рефлексивные процессы и управление. 2003. Т.3, №2. С. 35.

24. *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир, 1980. 408 с.

25. *Владимиров В.А., Воробьев Ю.Л., Капустин М.А., Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В., Посашков С.А. и др.* Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика. М.: Наука, 2000. 432 с. http://www.keldysh.ru/papers/2003/source/book/gmalin/risk.htm

26. *Лефевр В.А.* Алгебра совести. М.: Когито-центр, 2003. 426 с.

27. *Форрестер Дж.* Мировая динамика. М.: Наука, 1978.

28. *Малинецкий Г.Г., Махов С.А., Посашков С.А.* Процессы глобализации, устойчивое развитие и компьютерное моделирование// Безопасность Евразии. 2003, №4(14). С. 292.

29. *Котов Ю.Б.* Математическое моделирование решений врача. М.: УРСС, 2004.

30. *Шепперд Г.* Нейробиология. М.: Мир, 1987. Т.1, 466 с. Т.2, 368 с.

31. *Фриман У.Дж.* Динамика мозга в восприятии и сознании: творческая роль хаоса// Синергетика и психология. Тексты. Вып. 3. Когнитивные процессы. М.: Когито-центр, 2004.

32. *Ижикевич Е.М., Малинецкий Г.Г.* О возможной роли хаоса в нейросистемах // Докл. РАН. 1992. Т. 326. С. 627.

33. *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 336 с.

34. Белая книга. Экономические реформы в России. 1991-2001. М.: Алгоритм, 2002. 432 с.

35. *Джевит Д., Кайл Е.* Загадки шизофрении // В мире науки. 2004, №4. С. 30.

36. *Варфоломеев С.Д., Евдокимов Ю.М., Островский М.А.* Сенсорная биология, сенсорные технологии и создание новых органов чувств человека. // Вестник РАН. 2000. Т.70, №2. С. 99. http://www.ibmh.msk.su/vivovoco/VV/JOURNAL/VRAN/BIOS.HTM

Доктор ф.-м.н., заместитель директора
Института прикладной математики РАН

Г.Г. Малинецкий

Зав. редакцией *Н.Н. Левина*
Редакторы *Л.А. Сидорова, Н.Н. Левина*
Обложка художника *Д.В. Соколова*
Оригинал-макет подготовлен
Г.А. Суминой, О.Н. Строгановой, И.А. Пономаревой
на компьютерной системе Apple Macintosh

**Подписка журнала на I полугодие 2005 года
осуществляется Саратовским государственным университетом
и редакцией журнала**

Стоимость подписки на I полугодие 195 руб.

Оплата на расчетный счет Саратовского государственного университета:
ИНН 6452022089, банковские реквизиты:
р/с 40503810800001000431 ГРКЦ ГУ банка России по Саратовской обл. г. Саратов
л/с 06075075430 БИК 046311001 КПП 645201001
Адрес: 410012, Саратов, Астраханская, 83
Тел. (845-2)51-46-88, 51-51-95

**Распространение журнала осуществляется редакцией журнала
в I полугодии 2005 года
по предоставлению платежного поручения и почтового адреса подписчика
на адрес редакции**

410012, Саратов, Астраханская, 83
Тел./факс: (845-2) 52-38-64; e-mail:and@cas.ssu.runnet.ru

Сдано в набор 01.10.04. Подписано к печати 23.12.04. Формат 70x108/16
Бумага «Снегурочка». Печать трафаретная. Гарнитура Латинская
Усл. печ. л. 11,55(8,25). Уч.-изд. л. 11,0. Тираж 200. Заказ 349

Отпечатано на ризографе GR 3750
редакции журнала

При оформлении обложки использованы рисунки из статьи П.В.Купцова и С.П.Кузнецова (стр. 3-23)