

Прикладная Информационная Динамика



50 лет со времени выхода статьи А.Тьюринга
"Computing Machinery and Intelligence" (в русском
переводе "Может ли машина мыслить?")





**Бифуркации
в динамических
системах различной природы**



**Обзоры актуальных проблем
нелинейной
динамики**



Конференции, семинары, симпозиумы,



детерминированным



**Авто-
волны,
самоорганизация**



**Прикладные задачи
нелинейной
теории
колебаний
и волн**



**Нелинейная
динамика
в
лицах.
История. Personatio**

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю.В. Гуляев, академик РАН, Институт радиотехники и электроники РАН, Москва

ЗАМ. ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Д.И. Трубецков, член-корреспондент РАН, Саратовский государственный университет

Д.А. Усанов, академик МАНВШ, Саратовский государственный университет

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

Б.П. Безручко, профессор, Саратовский государственный университет, ведущий научный сотрудник, СФ ИРЭ РАН

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

В.С. Анищенко, профессор, Саратовский государственный университет

Ю.А. Данилов, старший научный сотрудник, Курчатовский научный центр, Москва

Б.А. Калинико, профессор, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

В.И. Кринский, профессор, Институт экспериментальной теоретической биофизики, Пущино

С.П. Кузнецов, профессор, ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

П.С. Ланда, профессор, Московский государственный университет

Ю.М. Романовский, профессор, Московский государственный университет

Л.А. Островский, профессор, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Э.Е. Сон, профессор, Московский физико-технический институт, Долгопрудный

В.В. Тучин, профессор, Саратовский государственный университет

В.Д. Шалфеев, член-корреспондент Академии инженерных наук РФ, Нижегородский государственный университет

В.К. Юлматов, старший научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

научно-технический журнал

издается с 1993 года

Выходит 6 раз в год

Том 8, № 5, 2000, Саратов

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

- Розенфельд Е.В.* Модель распространения сдвига в сильно сжатом кристалле. 3
Жукова И.С., Саичев А.И. Флуктуации контуров равной концентрации пассивной примеси в турбулентной среде. 15
Шувалова Е.В., Кубасов А.А., Романовский Ю.М., Чикишев А.Ю. Динамика переноса протона в активном центре белка-фермента α -химотрипсина. 23
Музычук О.В. Релаксация вероятностных характеристик динамических систем, описываемых уравнением Ферхюльста с «розовым» шумом. . . 36
Усанов Д.А., Вениг С.Б., Скворцов С.И. Режим магнитоуправляемой генерации с добавлением периода и хаосом в схеме с магнито-транзистором 43
Сергеев О.С. Бистабильная система с внешним динамическим воздействием . 48

БИФУРКАЦИИ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

- Жусубалиев Ж.Т., Емельянова Е.Ю.* О синхронизации квазипериодических колебаний при С-бифуркациях в кусочно-линейной неавтономной динамической системе. 57

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС

- Кузнецов А.П., Широков А.П.* Сравнительный анализ приближенного и точного отображения «прыгающего шарика» 72

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ

- Пойзнер Б.Н., Ситникова Д.Л.* Big bifurcation: рождение математического моделирования 82

НОВОЕ В ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКЕ

- Скляр Ю.А., Бричков Ю.И., Воробьев В.А., Котума А.И., Фомина Н.В.* Модернизированный измеритель солнечной постоянной второго поколения ИСП-2 на ИСЗ «Ресурс - 01» № 4. 97

ШКОЛЫ. КОНФЕРЕНЦИИ. СЕМИНАРЫ. СИМПОЗИУМЫ

- Вторая международная конференция «Фундаментальные проблемы физики». Саратов, Россия, 9-14 октября 2000 104
Научная школа-конференция «Нелинейные дни в Саратове для молодых 2000». Саратов, 16-20 октября 2000 106

КНИЖНОЕ ОБОЗРЕНИЕ

- Молекулярная динамика ферментов. 110

ИЗ КНИГ И ЖУРНАЛОВ

- Discrete dynamics in nature and society: An International Multidisciplinary Research and Review Journal 112

- PERSONALIA 114

- АНОНС 47,103

MINISTRY OF EDUCATION OF RUSSIAN FEDERATION

Izvestiya VUZ

APPLIED NONLINEAR DYNAMICS

scientific-technical journal

published since 1993

Published 6 times a year

Vol.8, №5, 2000, Saratov

CONTENTS

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY

- Shear propagation model in strongly compressed crystal. *E.V. Rosenfeld* 3
- Fluctuations of contours of passive tracer equal concentration in turbulent medium. *A.I. Saichev, I.S. Zhukova* 15
- Dynamics of proton transfer in α chymotrypsin enzyme active site. *E.V. Shuvalova, A.A. Kubasov, Yu.M. Romanovsky, A.Yu. Chikishev* 23
- Relaxation of probability characteristics of dynamical systems, described by Ferhulst stochastic equation with «pink» noise. *O.V. Muzychuk* 36
- Magnetocontrolled generation with period-adding sequence and chaos in the circuit with magnetotransistor. *D.A. Usanov, S.B. Wenig, S.I. Skvortsov* 43
- Bistable system with external dynamical influence. *O.S. Sergeev* 48

BIFURCATIONS IN DYNAMICAL SYSTEMS

- On synchronization of quasi-periodic oscillation at C-bifurcations in a piecewise-linear nonautonomous dynamic system. *Zh.T. Zhusubaliyev, E.Yu. Emelyanova* 57

DETERMINISTIC CHAOS

- Comparative analysis of approximate and precise mapping for a «bouncing ball». *A.P. Kuznetsov, A.P. Shirokov* 72

NONLINEAR DYNAMICS AND THE HUMANITIES

- Big bifurcation: birth of mathematical modelling. *B.N. Poizner, D.L. Sitnikova* 82

INNOVATIONS IN APPLIED PHYSICS

- Modernized solar monitor of second generation from «Resurs-01» № 4 satellite. *Yu.A. Sklyarov, Yu.I. Brichkov, V.A. Vorobyov, A.I. Kotuma, N.V. Fomina* 97

CONFERENCES. MEETING. SYMPOSIUMS. SCIENTIFIC SCHOOLS 104

BOOKS REVIEW

- Molecular dynamics of enzymes 110

FROM BOOKS AND JOURNALS

- Discrete dynamics in nature and society: An International Multidisciplinary Research and Review Journal 112

PERSONALIA 114

ANNOUNCEMENTS 47, 103



МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СДВИГА В СИЛЬНО СЖАТОМ КРИСТАЛЛЕ

Е.В. Розенфельд

Предложена простая механическая модель, в которой две сдвиговые волны, распространяющиеся в идеальном безграничном кристалле в одном направлении, при столкновении (обгоне) в результате взаимодействия между собой могут вместе отражаться назад.

Введение

На рубеже пятидесятих–шестидесятих годов была обнаружена весьма необычная особенность сдвиговых колебаний, распространяющихся в сильно деформированных кристаллах [1,2]. Эксперименты проводились на сильно сжатых толстых пластинах, к поверхности которых прикладывалась периодически изменяющаяся внешняя сила с постоянной амплитудой, возбуждающая сдвиговые колебания. Оказалось, что амплитуда этих вынужденных колебаний на поверхности резко возрастает при некоторых частотах, то есть возникают какие-то резонансы. Специально проведенные дополнительные эксперименты показали, что наблюдаемые резонансы имеют следующие принципиальные особенности:

- резонансы эти возникают только в моно- или поликристаллических, но не в аморфных твердых телах;
- резонансные частоты лежат в звуковой области (единицы килогерц) и никак не связаны с размерами системы, то есть резонансы эти не являются следствием интерференции волн, отраженных от межфазных границ в системе;
- для возникновения такого типа резонансов направление осциллирующей внешней силы должно быть касательным к поверхности кристалла (сдвиговые осциллирующие напряжения);
- одновременно по нормали к этой поверхности должно быть приложено постоянное сжимающее внешнее напряжение, величина которого близка к пределу упругости.

Иными словами, в работах [1,2] и последовавших за ними было показано, что существует целый набор частот с характерной величиной порядка 1 кГц, при которых в системе плотно сжатых атомных плоскостей (и только при наличии кристаллической структуры и сильного сжатия!) возникновение сдвиговых деформаций значительно облегчается.

Проведенные в то время попытки связать обнаруженное явление с какими-то собственными частотами кристалла (библиографию можно найти в [3]) к

успеху не привели – характерные фоновые частоты и частоты колебаний дислокаций на много порядков выше. Единственное объяснение этого явления, давшее правильный порядок величины резонансных частот, предложил Фицджеральд [3]. Он построил весьма необычную теорию, связывающую открытый им эффект с дифракцией на кристаллической решетке волн Л. де Бройля, возникающих при колебаниях атомов. Дальнейшего развития его исследования, однако, не получили, и вскоре интерес к этому вопросу был утрачен. Насколько нам известно¹, в последнее время новые экспериментальные исследования на эту тему (давшие примерно такие же результаты) проводились только в группе В.А. Бархатова.

Возникновение открытого Фицджеральдом резонанса можно было бы очень просто объяснить, если бы в однородном полубесконечном кристалле существовал механизм, заставляющий идущую от поверхности сдвиговую волну частично отражаться и возвращаться назад к поверхности². Далее все происходило бы в точности так же, как при отражении волны от какого-то препятствия. Резонанс возникал бы при совпадении на поверхности фаз колебаний отраженных волн с фазой колебаний вынуждающей силы. Однако, насколько нам известно, не существует ни одной теории, в которой возникали бы подобного рода отражения волн в однородной среде. Нашей задачей является доказательство принципиальной возможности существования такого типа отражений.

С этой целью ниже рассматривается распространение по кристаллу не обычных периодических во времени и пространстве волн, а простейших предельно локализованных сдвиговых возбуждений. Условия, при которых такие возбуждения могут существовать, и некоторые их особенности рассмотрены в первом разделе работы. Во втором разделе проведено исследование парных столкновений таких возбуждений, результаты которого обсуждаются в третьем разделе.

Подчеркнем, что в работе всего лишь построена очень простая и весьма специфическая нелинейная механическая модель, в которой указанного типа отражения оказываются возможными. Этот результат, естественно, не является объяснением открытого Фицджеральдом резонанса, и возможность его использования для такого объяснения отнюдь не очевидна. Тем не менее, модель настолько проста, а поведение ее настолько необычно, что полученные результаты, нам кажется, могут представлять и самостоятельный интерес.

1. Модель

Рассмотрим произвольную атомную плоскость, движущуюся в кристалле как целое около своего положения равновесия. Если вектор ее сдвига $\delta\mathbf{r}$ параллелен самой этой плоскости, то потенциал V , в котором она движется, оказывается периодической функцией лишь двух переменных: $V(\delta\mathbf{r} + k\mathbf{a} + n\mathbf{b}) = V(\delta\mathbf{r})$. Здесь \mathbf{a} и \mathbf{b} – векторы решетки в рассматриваемой плоскости, а k и n – произвольные целые числа. Ограничившись сдвигами только в одном каком-то определенном направлении, скажем, параллельном оси y , и обозначив период решетки в этом направлении через b , можно записать просто $V(y) = V(y + nb)$.

Такой одномерный случай впервые исследовался Френкелем и Конторовой [4]. Кроме периодического потенциала $V(y) \sim \sin^2(\pi y/b)$ (потенциал ФК), в котором движется каждый из составляющих плоскость атомов, Френкель и Конторова рассматривали еще и взаимодействие между атомами внутри плоскости. Это позволило им исследовать возникновение статических отклонений от периодичности – сгущений и разрежений атомов внутри плоскости. Мы намерены рассмотреть другую, более простую задачу – исследовать динамику атомной

¹ Сообщение В.А. Бархатова в частной беседе.

² Существенно, что механизм этот должен действовать только при наличии сильного сжатия.

плоскости, движущейся как целое, без возникновения в ней отклонений от периодичности. Решение этой задачи для потенциала ФК хорошо известно, но физике процесса, который мы намерены рассматривать, больше соответствует иная зависимость $V(y)$.

По-видимому, первое, что должно отличать систему сильно сжатых атомных плоскостей от обычного кристалла – это резко нелинейная зависимость возвращающей силы от величины сдвига. Учитывая характерные особенности потенциала межатомного взаимодействия, естественно полагать, что хотя малые сдвиги могут происходить относительно легко, при увеличении амплитуды сдвига сопротивление должно резко возрастать³. Это означает, что возле каждого своего положения равновесия плоскость оказывается в потенциальной яме с относительно пологим дном, но значительно более крутыми, чем в потенциале ФК, стенками.

Предельно упрощая эту ситуацию, рассмотрим случай прямоугольной потенциальной ямы. Это соответствует выбору для потенциала взаимодействия между атомами приближения твердых шаров. Если межатомные расстояния в плоскости достаточно велики, такая плоскость может свободно двигаться между положениями, в которых ее атомы соприкасаются с атомами из соседних плоскостей. Естественно, в этом случае нет никакой необходимости учитывать периодичность $V(y)$ – смещение любой плоскости относительно соседней не может превышать половины межатомного расстояния в направлении y . В дальнейшем это максимальное относительное смещение соседних плоскостей обозначим через h .

Таким образом, мы рассматриваем сильно сжатый кристалл как «гармошку» в определенных пределах свободно скользящих друг относительно друга плоскостей. Возможные конфигурации такой «гармошки» изображены на рис. 1, а. Все состояния, в которых сдвиги соседних плоскостей не превышают h , обладают одинаковой энергией, и плоскости могут располагаться любым образом между двумя крайними положениями, характеризующимися углом сдвига $\alpha = \arctg(h/a)$.

Естественно, в этом случае нет никакой необходимости учитывать явно кристаллическую атомную структуру, и каждая плоскость может рассматриваться как одно тело и характеризоваться единственной координатой. В результате мы приходим к следующей простейшей модели. Рассмотрим систему параллельных эквидистантных проволок (канцелярские счеты), на каждой из которых надета единственная бусинка. Все бусинки одинаковы, имеют массу m и движутся по проволокам без трения. Каждая пара соседних бусинок связана невесомой нерастяжимой нитью длиной $l > a$ (рис. 1, б). Тогда проекция соединяющего соседние бусинки вектора на направление проволок (ось y) по

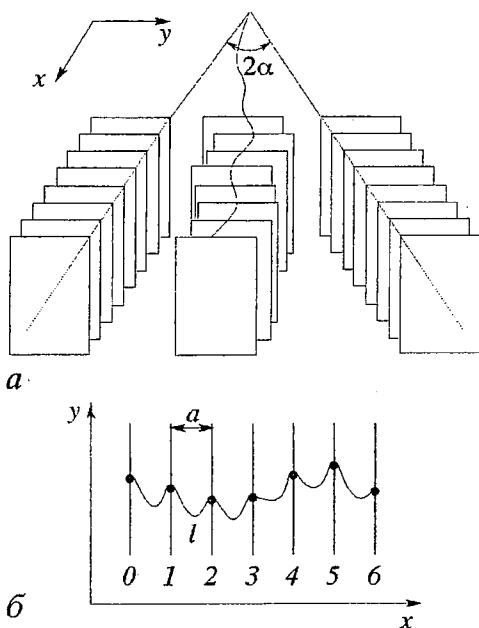


Рис. 1. а – «гармошка» расположенных на расстояниях a друг от друга в направлении оси x атомных плоскостей; соседние плоскости не могут смещаться друг по отношению к другу более, чем на h в направлении оси y , $\alpha = \arctg(h/a)$. б – моделирующие атомные плоскости одинаковые бусинки на эквидистантных проволоках связаны одинаковыми нерастяжимыми нитями длиной l

³ Фактически мы предполагаем здесь, что упаковка атомов в решетке достаточно плотная и каждый атом рассматриваемой плоскости «втискивается» сжимающей силой в промежутки между атомами соседних плоскостей.

модулю не превышает $h=(l^2-a^2)^{1/2}$. Если проволоки имеют номера $n=0,1,2,\dots$, как на рис. 1, б, то координаты бусинок связаны условиями

$$x_n = na, \quad |y_n - y_{n\pm 1}| < h. \quad (1)$$

Представим себе теперь, что мы толкнули бусинку с номером $n=0$ и она приобрела скорость v , направленную, скажем, вверх ($v>0$). Поскольку трение отсутствует, эта бусинка будет двигаться с постоянной скоростью до тех пор, пока нить, соединяющая ее с бусинкой с номером $n=1$, не натянется. Так как массы всех бусинок одинаковы, а y -компонента импульса в такой системе сохраняется, бусинки при натяжении соединяющей их нити обмениваются импульсами. Следовательно, спустя время $\tau_{0,1}=(y_1+h-y_0)/v$ бусинка с $n=0$ остановится, а с $n=1$ начнет двигаться со скоростью v . Далее, в момент $\tau_{1,2}=\tau_{0,1}+(y_2+h-y_1)/v=(y_2+2h-y_0)/v$ первая бусинка остановится, а начнет двигаться вторая и т.д. Это означает, что по системе идет сдвиговая волна, после прохождения которой координаты бусинок оказываются

$$y'_k = y_{k+1} + h \operatorname{sign} v. \quad (2)$$

Возможность использования здесь термина «волна» требует специального обсуждения. В обычной линейной цепочке бусинки связаны пружинками, и после толчка одной бусинки полученный ей импульс начинает постепенно распределяться между все возрастающим числом соседних бусинок, что приводит к возникновению обычной волны. В предлагаемой модели импульс не «расплывается», а передается соседней бусинке целиком, так что в любой момент движется лишь одна-единственная бусинка, на которой и локализовано рассматриваемое сдвиговое возбуждение. Поскольку все бусинки, через которые это возбуждение прошло, поднимаются или опускаются в соответствии с (2), продвижение этого возбуждения совершенно аналогично распространению приливной волны. Везде в дальнейшем термин «волна» используется именно в этом смысле – «приливная волна».

Поскольку столкновения (натяжения нитей) между k -й и $(k-1)$ -й бусинками будут происходить в моменты

$$\tau_{k-1,k} = (y_k + kh - y_0)/v, \quad (3)$$

средняя скорость распространения волны на участке между бусинками с $n=0$ и $n=k$ равна

$$V_k = ka/\tau_{k-1,k} = [va/h]/[1 + (y_k - y_0)/(kh)]. \quad (4)$$

Отсюда ясно видно, что скорость распространения волны очень сильно зависит от начальных координат бусинок. В частности, если в начальный момент все они находятся на одном уровне, то скорость волны $V=(a/h)v$. Если же в начальный момент $y_{k+1}=y_k+h$, как в крайне правой части рис. 1, а, то скорость распространения волны сдвигов «вверх» становится вдвое меньше, так как каждая бусинка теперь должна пройти до столкновения путь не h , а $2h$. Скорость же волны сдвигов «вниз» в этом случае стремится к бесконечности.

Совершенно ясно, что до тех пор пока все бусинки, кроме одной, покоятся, волна в такой системе, начав распространяться в одном каком-то направлении, сама изменить это направление не может. Ситуация, однако, становится не столь тривиальной, если во взаимодействии вступают две соседние бусинки, одновременно движущиеся с разными скоростями. Это произойдет, если вслед за первой волной мы запустим вторую, распространяющуюся с большей скоростью, или если две волны мы запустим навстречу друг другу. В следующем разделе рассмотрены различные варианты исхода таких «парных столкновений» волн.

2. Парные столкновения волн

Ясно, что в случае волн, идущих навстречу друг другу, они встретятся при любых направлениях и величинах скоростей бусинок. Однако догонит ли выпешдшую раньше волну 1 следующая за ней волна 2, зависит от конфигурации системы и скоростей бусинок в волнах v_1 и v_2 , соответственно. Если направления этих скоростей совпадают, то есть $v_1 v_2 > 0$, то, чтобы вторая волна догнала первую, необходимо и достаточно выполнение условия $|v_1| < |v_2|$. Если же направления скоростей бусинок противоположны, $v_1 v_2 < 0$, то при любых соотношениях их модулей волна 2 может догнать, а может и не догнать волну 1 – все зависит от исходной конфигурации системы.

В дальнейшем всегда полагаем, что все необходимые для столкновения волн условия выполнены. Четыре различных типа парных столкновений волн мы рассмотрим по отдельности. При этом будем использовать следующие предположения и обозначения:

- волны всегда взаимодействуют на проволоках с номерами k и $k+1$;
- волна 1 всегда приходит на $(k+1)$ -ю проволоку раньше, чем волна 2 на k -ю.

Промежуток времени $\delta t < 2h/|v_1|$ между этими моментами определяет «начальную фазу» столкновения волн;

• волна 2 всегда распространяется в положительном направлении оси x , а бусинки в ней всегда движутся вверх, $v_2 > 0$;

• момент передачи k -й бусинке импульса mv_2 от $(k-1)$ -й считается моментом начала отсчета времени $t=0$. Ордината k -й бусинки в этот момент считается началом отсчета по оси y : $y_k(t=0) \equiv 0$. С учетом предыдущего предположения отсюда также следует $y_{k-1}(t=0) \equiv h$;

• во всех четырех случаях моменты отражения и прохождения волн обозначены одинаково – τ_r и τ_p , соответственно.

По-видимому, имеет смысл отметить здесь также, что результат тройного или более сложного столкновения не может быть в этой модели сведен к последовательности независимых парных столкновений.

2.1. Лобовое столкновение волн, $v_1 v_2 > 0$. В момент начала столкновения координаты и скорости бусинок связаны следующими соотношениями (рис. 2):

$$y_{k+1}(0) = y_{k+2}(0) - h + v_1 \delta t < h. \quad (5)$$

Если скорости v_1 и v_2 не слишком сильно отличаются друг от друга, k -я и $(k+1)$ -я бусинки вместе движутся вверх, и расстояние между ними растет медленно. В результате еще до того, как соединяющая их нить натянется и они обменяются импульсами, они передадут свои импульсы обратно $(k-1)$ -й и $(k+2)$ -й бусинкам, от которых их и получили. Это означает, что обе волны отразятся от места столкновения обратно в моменты, соответственно,

$$\tau_r^{(1)} = 2h/v_1 - \delta t, \quad \tau_r^{(2)} = 2h/v_2. \quad (6)$$

Если же скорости v_1 и v_2 отличаются достаточно сильно, обмен импульсами между k -й и $(k+1)$ -й бусинками в момент

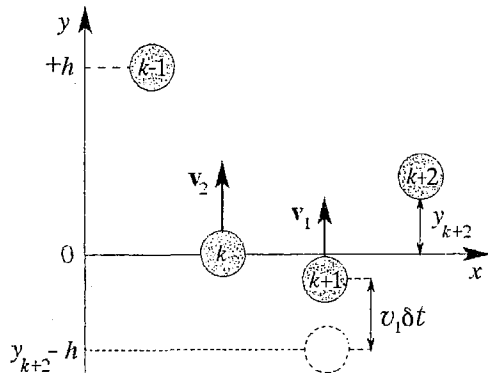


Рис. 2. Начальные положения и скорости бусинок при лобовом столкновении, $v_1 v_2 > 0$

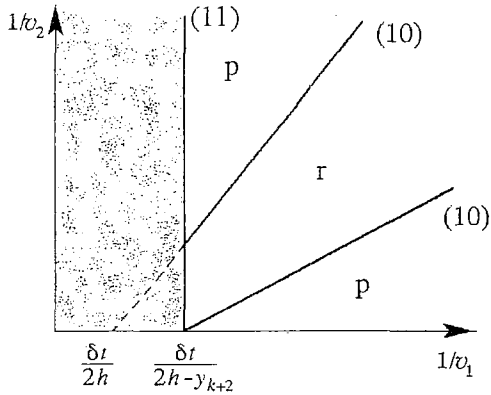


Рис. 3. Диаграмма, поясняющая зависимость исхода столкновения встречных волн от скоростей бусинок v_1 и v_2 в них при $v_1 v_2 > 0$. В областях, где выполняются оба неравенства, (10) и (11), происходит отражение (r) обеих волн. В областях, где (11) выполнено, а (10) – нет, волны проходят (p) друг сквозь друга. В скобках около линий, разделяющих различные области диаграммы, приведены номера соответствующих этим линиям формул

моменты

$$\tau_{(1)p} = 2h/v_1 + (1 - v_2/v_1)\tau_{ch}, \quad \tau_{(2)p} = 2h/v_2 + (1 - v_1/v_2)\tau_{ch} - v_1 \delta t / v_2. \quad (9)$$

Таким образом, столкновение встречных волн с одинаковыми направлениями скоростей бусинок имеет два возможных исхода. Если промежуток времени τ_{ch} (7) превышает хотя бы один из промежутков (6), то есть если выполнено условие

$$[1 - y_{k+2}(0)/(2h)]/v_1 - \delta t/(2h) < 1/v_2 < [2h/y_{k+2}(0)][1/v_1 - \delta t/(2h)], \quad (10)$$

то обе волны отражаются от места столкновения в моменты (6). Если это условие не выполнено, волны проходят друг сквозь друга и в моменты (9) покидают место столкновения. Поясняющая эти выводы диаграмма приведена на рис. 3. Отметим, что из последнего неравенства в (5) следует ограничение

$$1/v_1 > \delta t/[2h - y_{k+2}(0)]. \quad (11)$$

Только при этом условии столкновение волн происходит именно на k -й и $(k+1)$ -й проволоках.

2.2. Лобовое столкновение волн, $v_1 v_2 < 0$. Начальные условия столкновения определяются неравенствами

$$y_{k+1}(0) = y_{k+2}(0) + h - |v_1| \delta t, \quad |v_1| \delta t - 2h < y_{k+2}(0) < 0 \quad (12)$$

(рис. 4). Последнее условие гарантирует, что волна 1 не успеет перейти с $(k+1)$ -й на k -ю проволоку до прихода туда волны 2. Ясно, что в отличие от случая, рассмотренного в предыдущем пункте, здесь волны не могут покинуть место столкновения до того, как k -я и $(k+1)$ -я бусинки обменяются импульсами в момент

$$\tau_{ch} = [2h + y_{k+2}(0) - |v_1| \delta t] / (v_2 + |v_1|). \quad (13)$$

Теперь k -я бусинка движется вниз со скоростью v_1 , а $(k+1)$ -я – вверх со скоростью v_2 . Если бы им ничто не препятствовало, то спустя время T (8)

$$\tau_{ch} = [y_{k+2}(0) + v_1 \delta t - 2h \Theta(v_1 - v_2)] / (v_2 - v_1) \quad (7)$$

происходит раньше, чем хотя бы одна из волн успеет отразиться. Теперь k -я бусинка движется со скоростью v_1 и на достижение уровня $2h$ и передачу импульса $(k-1)$ -й бусинке ей потребуется время $(2h - v_2 \tau_{ch})/v_1$. Аналогично $(k+1)$ -я бусинка, движущаяся со скоростью v_2 , достигнет уровня $y_{k+2}(0) + h$ и передаст свой импульс $(k+1)$ -й бусинке спустя время $[2h - v_1(\tau_{ch} + \delta t)]/v_2$. Ясно, что хотя бы один из этих промежутков меньше, чем период

$$T = 2h/|v_2 - v_1| \quad (8)$$

между последовательными взаимодействиями k -й и $(k+1)$ -й бусинок. Следовательно, второй обмен импульсами произойти уже не успеет и, «пройдя друг сквозь друга» в момент τ_{ch} (7), волны покидают область взаимодействия в

расстояние между ними снова достигло бы h , и они опять обменялись бы импульсами. Однако в этот момент либо k -я бусинка должна иметь ординату $y_k < 0$, либо $(k+1)$ -я — ординату $y_{k+1} > h$. Ни то, ни другое невозможно: в момент прохождения уровня $y=0$ k -я бусинка отдает свой импульс mv_1 $(k-1)$ -й, а $(k+1)$ -я свой импульс mv_2 отдает $(k+2)$ -й еще до того, как достигнет уровня $y=h > y_{k+2}(0)+h$ (см. (12)).

Таким образом, единственным возможным в этом случае исходом столкновения волн является прохождение их друг сквозь друга. Волны покидают область столкновения в моменты

$$\tau_p^{(1)} = [2h + y_{k+2}(0)]/|v_1| - \delta t, \quad \tau_p^{(2)} = [2h + y_{k+2}(0)]/v_2. \quad (14)$$

2.3. Столкновение волн при обгоне, $v_1 v_2 > 0$. Координаты и скорости бусинок в начальный момент столкновения связаны условиями

$$y_{k+1}(0) = v_1 \delta t - h, \quad v_2 > v_1, \quad v_1 \delta t - 2h < y_{k+2}(0) < 0. \quad (15)$$

(рис. 5). Ясно, что последнее условие полностью запрещает отражение волны 2 назад. Поэтому возможны лишь два варианта развития событий. Первый, тривиальный случай, когда $(k+1)$ -я бусинка передаст свой импульс $(k+2)$ -й еще до взаимодействия с k -й, интереса не представляет. В этом случае волна 1 просто «ускользает» от взаимодействия, которое откладывается на более поздний момент. Взаимодействие происходит лишь если выполняется более жесткое чем (15) условие

$$-2h + v_1 v_2 \delta t / (v_2 - v_1) < y_{k+2}(0) < 0. \quad (16)$$

При выполнении этого условия k -я и $(k+1)$ -я бусинки обмениваются импульсами в момент

$$\tau_{ch} = v_1 \delta t / (v_2 - v_1). \quad (17)$$

после чего в момент

$$\tau_p^{(2)} = [2h + y_{k+2}(0)]/v_2, \quad (18)$$

волна 2 проходит вперед, на $(k+2)$ -ю проволоку. Волна 1 последует за ней (то есть k -я бусинка передаст свой импульс $(k+1)$ -й и т.д.) в момент

$$\tau_p^{(1)} = [2h + y_{k+2}(0)]/v_1 - \delta t. \quad (19)$$

Если к этому моменту $(k+2)$ -я бусинка еще не передала свой импульс $(k+3)$ -й, то есть волна 2 еще не ушла дальше вперед, у нас снова движутся две соседние бусинки. Однако взаимодействовать они не смогут, так как для этого $(k+2)$ -я бусинка должна была бы подняться на высоту более чем $2h$ от своего начального положения. Таким

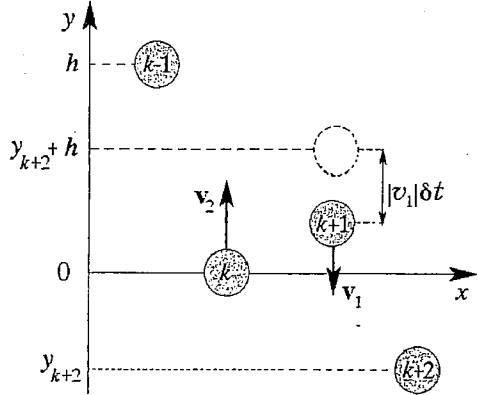


Рис. 4. Начальные положения и скорости бусинок при лобовом столкновении, $v_1 v_2 > 0$

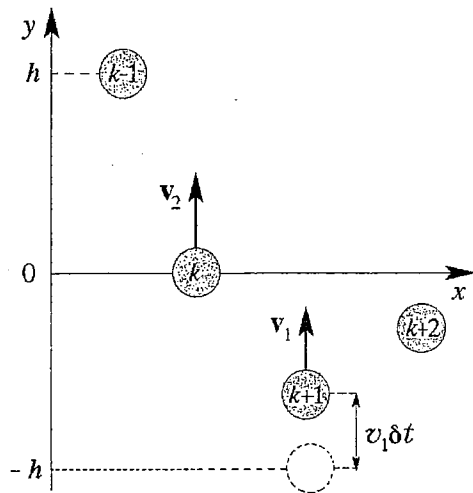


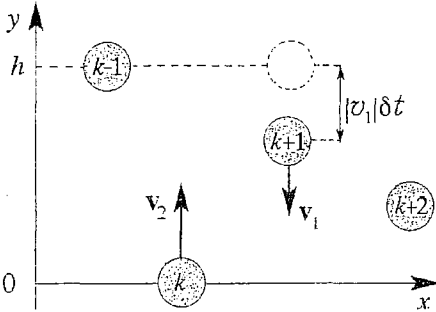
Рис. 5. Начальные положения и скорости бусинок при обгоне, $v_1 v_2 > 0$

образом, простой обгон является единственным и окончательным результатом столкновения волн в этих условиях.

2.4. Столкновение волн при обгоне, $v_1 v_2 < 0$. Ограничения на координаты бусинок в начальный момент столкновения имеют вид

$$y_{k+1}(0) = h - |v_1| \delta t, \quad 0 < y_{k+2}(0) < v_2 \tau_{ch} \quad (20)$$

(рис. 6). Момент первого после начала столкновения обмена импульсами бусинок определяется выражением



$$\tau_{ch} = [2h - |v_1| \delta t] / (v_2 + |v_1|). \quad (21)$$

($k+2$)-я бусинка не может лежать выше уровня $v_2 \tau_{ch}$, на котором окажется k -я бусинка в этот момент, так как в противном случае еще до того ($k+1$)-я бусинка передала бы ей свой импульс, иначе говоря, волна I «ускользнула» бы от столкновения. Поэтому выполнение неравенства (20) гарантирует, что взаимодействие бусинок в момент (21) действительно произойдет.

Рис. 6. Начальные положения и скорости бусинок при обгоне, $v_1 v_2 < 0$

После этого взаимодействия k -я и ($k+1$)-я бусинки «входят в клинч», периодически обмениваясь импульсами через время T (8) и одновременно медленно сдвигаясь вместе, как целое, со скоростью их общего центра масс $(v_1 + v_2)/2$. Выход из «клинча» происходит при передаче импульса какой-либо из двух до того неподвижных соседних бусинок. В данном случае оказываются, в принципе, возможными три канала рассеяния волн после столкновения. Какой единственный из них окажется открытым, зависит от величин скоростей бусинок, начальной их конфигурации и начальной фазы столкновения.

Первая возможность выхода из «клинча» возникает в промежутке между первым столкновением в момент τ_{ch} (21) и вторым, которое должно произойти в момент $\tau_{ch} + T$ (см. (8)): k -я бусинка, имея скорость $v_1 < 0$, может опуститься обратно до своего начального уровня $y_k = 0$ (см. рис. 6). В результате импульс $m v_1$ передается ($k-1$)-й бусинке, то есть волна I отражается назад. Теперь ($k+1$)-я бусинка движется вверх со скоростью v_2 , а k -я застыла ниже ($k+2$)-й (см. (20)). В результате вслед за первой назад отражается и вторая волна. Эти отражения происходят в моменты

$$\tau_r^{(1)} = 2h/|v_1| - \delta t, \quad \tau_r^{(2)} = 2h/v_2, \quad (22)$$

если только k -я бусинка действительно достигает уровня $y_k = 0$.

Нетрудно показать, что к моменту второго своего взаимодействия в «клинче» бусинки должны были бы находиться на уровнях

$$y_k(\tau_{ch} + T) = 2\Delta h - |v_1| v_2 \delta t / (v_2 + |v_1|), \quad y_{k+1}(\tau_{ch} + T) = y_k(\tau_{ch} + T) + h, \quad (23)$$

где

$$\Delta h = T(v_2 + v_1)/2 = h(v_2 - |v_1|)/(v_2 + |v_1|). \quad (24)$$

Δh — смещение центра масс бусинок за время между двумя столкновениями в «клинче» T . Из (23) ясно, что отражение назад первой, а за ней и второй волн в моменты (22) будет происходить только при выполнении условия

$$v_2 - |v_1| < v_2 |v_1| \delta t / (2h) \quad \text{или} \quad 1/v_2 > 1/|v_1| - \delta t / (2\pi). \quad (25)$$

Совместное выполнение неравенств (20) и (25) возможно только если $y_{k+2}(0) < h$. В противном случае $(k+1)$ -я, а потому и k -я бусинка не смогут достичь уровня $y=0$.

Если скорость v_2 достаточно велика, так что (25) не выполняется, выход из «клинча» происходит по-другому. Теперь к моменту $\tau_{ch}+T$ второго столкновения $(k+1)$ -я бусинка находится уже выше уровня h (см. (23)), так что если $(k+2)$ -я бусинка расположена не слишком высоко,

$$0 < y_{k+2}(0) < 2\Delta h - |v_1|v_2\delta t/(v_2+|v_1|), \quad (26)$$

импульс mv_2 будет передан ей еще до второго столкновения «клинча». Это означает, что происходит простой обгон: сначала волна 2, а за ней и волна 1 проходят дальше вперед. Если $(k+2)$ -я бусинка лежит выше, так что $(k+1)$ -я бусинка не сможет достичь уровня $y_{k+2}(0)+h$ после первого столкновения «клинча», она сможет достичь его после третьего, пятого или какого-либо еще нечетного $(2n_p+1)$ столкновения, когда она поднимется до высоты

$$y_{k+1}[\tau_{ch} + (2n_p+1)T] = 2(n_p+1)\Delta h + h - |v_1|v_2\delta t/(v_2+|v_1|). \quad (27)$$

Моменты перехода волны 2 с $(k+1)$ -й на $(k+2)$ -ю проволоку и волны 1 с k -й на $(k+1)$ -ю определяются условиями

$$\tau^{(1)}_p = [2(n_p+1)h - y_{k+2}(0)]/|v_1| - \delta t, \quad \tau^{(2)}_p = [2(n_p+1)h + y_{k+2}(0)]/v_2, \quad (28)$$

а число столкновений в «клинче» до обгона – условием

$$2n_p\Delta h - |v_1|v_2\delta t/(v_2+|v_1|) < y_{k+2}(0) < 2(n_p+1)\Delta h - |v_1|v_2\delta t/(v_2+|v_1|) \quad (29)$$

или, что то же,

$$n_p = \langle [y_{k+2}(0) + |v_1|v_2\delta t/(|v_1|+v_2)]/\Delta h \rangle. \quad (30)$$

Угловые скобки $\langle \dots \rangle$ здесь означают целую часть числа.

Еще один возможный канал рассеяния открывается, если $(k+2)$ -я бусинка расположена слишком высоко, и, соответственно, n_p слишком велико. Действительно, волна 2 сможет пройти вправо (обгон) только в промежутках между последовательными нечетным и четным столкновениями «клинча». В промежутках же между четным и нечетным столкновениями $(k+1)$ -я бусинка движется вниз и в силу (20) не может передать свой импульс $(k+2)$ -й бусинке. В это время, однако, движущаяся вверх k -я бусинка может достичь уровня $2h$, что приведет к отражению волны 2, а за ней и волны 1 назад. Это произойдет после $2(n_r+1)$ -го столкновения «клинча» в моменты, соответственно

$$\tau^{(1)}_r = 2h(n_r+1)/|v_1| - \delta t, \quad \tau^{(2)}_r = 2h(n_r+2)/v_2, \quad (31)$$

где

$$n_r = \langle (2h+v_2\delta t)|v_1|/[\Delta h(|v_1|+v_2)] \rangle. \quad (32)$$

То, какой именно выход из «клинча» реализуется в действительности, определяется соотношением между n_p и n_r . Если $n_r \geq n_p$, происходит простой обгон (28). В противном случае сначала волна 2, а за ней и волна 1 отражаются назад в моменты (31). Подчеркнем здесь, что формулы (22) отнюдь не являются частным случаем формул (31) и описывают совершенно иной процесс: волны 1 и 2 отражаются назад в противоположном порядке. На рис. 7, а, б приведены диаграммы, поясняющие эти выводы.

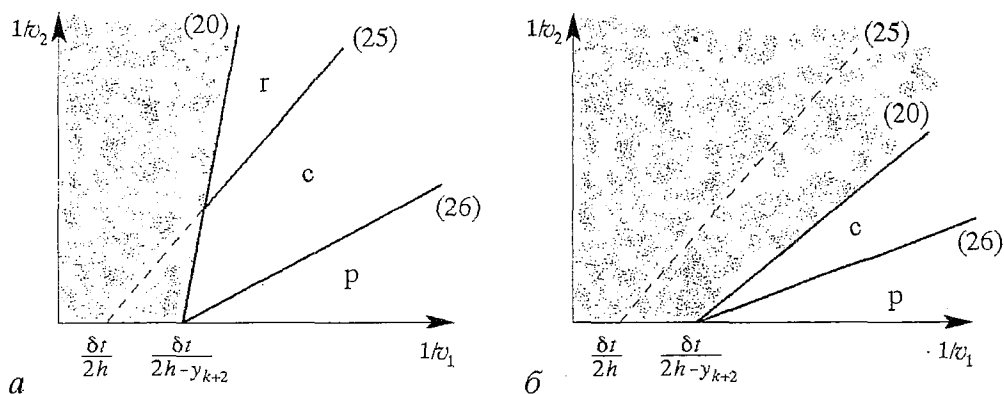


Рис. 7. Диаграммы, поясняющие зависимость исхода столкновения волн при обгоне от скоростей бусинок v_1 и v_2 в них при $v_1 v_2 < 0$: $y_{k+2}(0) < h$ (а); $y_{k+2}(0) > h$ (б). В области, где выполняются оба неравенства, (20) и (25), происходит отражение (r) сначала волны 1, а за ней и волны 2 в моменты (22). В области, где (20) выполнено, а (25) – нет, происходит либо простой обгон (p) после первого взаимодействия (см. (28) при $u_p = 0$), либо бусинки входят в более длительный «клинч» (c) (см. (27)–(32)). В скобках около линий, разделяющих различные области диаграммы, приведены номера соответствующих этим линиям формул

3. Обсуждение результатов

Полученные выше результаты, естественно, не могут быть напрямую использованы для объяснения возникновения резонансов, о которых говорилось во введении. Дело в том, что для запуска одной волны сдвига внешняя сила должна действовать на поверхность тела в течение очень короткого времени. В эксперименте же к поверхности приложена периодическая сила, и можно сказать, что сдвиговые волны при этом идут вглубь тела сплошным потоком. Такая ситуация требует отдельного рассмотрения, результаты которого только и могут сравниваться с экспериментом или использоваться для его объяснения.

В этом смысле полученные в настоящей работе результаты могут рассматриваться только как промежуточные. Однако, по нашему мнению, они могут представлять и самостоятельный интерес по следующим трем основным причинам.

Во-первых, поведение рассмотренных в работе сдвиговых волн во многих отношениях напоминает поведение солитонов. Действительно, они меняют скорость своего распространения в зависимости от состояния среды (конфигурации бусинок) и распространяются, не «расплываясь». При столкновениях они могут проходить друг сквозь друга с некоторым запозданием, но не меняясь. В принципе, возможен распад сдвиговой волны на две, распространяющиеся в противоположных направлениях. Это произойдет, если обе соседние с движущейся неподвижные бусинки окажутся на одном уровне.

Здесь необходимо подчеркнуть, что и формирование, и распространение сдвиговых волн и солитонов определяется существенно различными физическими причинами. Единственное, что их объединяет – принципиально нелинейный характер взаимодействий в среде, в которой они существуют. Отсутствие «расплывания» волны в рассматриваемой модели связано просто с тем, что в промежутках между столкновениями бусинки движутся свободно, а остальные особенности – следствие выполнения закона сохранения импульса. Поэтому причина возникновения многих сходных черт в поведении сдвиговых волн и обычных солитонов нам представляется отнюдь не очевидной. Для прояснения этого вопроса, возможно, могло бы представить значительный интерес рассмотрение усложненного варианта модели, когда дно прямоугольной потенциальной ямы оказывается не плоским. В этом случае движение сдвигового возбуждения по цепочке сопровождается постепенным уменьшением скорости

вследствие излучения обычных линейных или нелинейных – в зависимости от формы дна – волн.

Во-вторых, также интересной особенностью сдвиговых волн в этой модели является наличие в их поведении специфических черт, не свойственных, насколько нам известно, никаким обычным солитонам. Прежде всего, это зависимость характера исхода столкновения от определяющих его количественных параметров – скоростей бусинок в сталкивающихся волнах, начальной фазы столкновения и начальной конфигурации бусинок. В двух из четырех рассмотренных в предыдущем разделе типов парных столкновений, в зависимости от соотношения этих параметров, сталкивающиеся волны могут либо проходить друг сквозь друга, либо отражаться от места столкновения (см. п. 2.1 и 2.4). Другой необычной особенностью этой модели является возможность *отражения назад* обеих волн, двигавшихся до столкновения вперед (см. п. 2.4). Именно такого типа процессы могут являться причиной возникновения обсуждавшихся во введении резонансов.

Здесь стоит обсудить еще одно не совсем обычное явление, которое может возникнуть в этой ситуации. В соответствии с результатами, приведенными в п. 2.4, в зависимости от начальных условий столкновения волны 1 и 2 могут отражаться назад в различном порядке. Ясно, что в одном из этих двух случаев волна, ушедшая назад раньше, будет иметь меньшую скорость. В результате через некоторое время волны должны будут снова столкнуться. Это означает, что наряду с «клинчем» двух бусинок на соседних проволоках в такой модели оказывается возможным и более или менее продолжительный «клинч» двух волн.

В связи с этим уместно упомянуть третью особенность поведения сдвиговых волн, которая может, видимо, представлять значительный интерес при компьютерном моделировании такой системы. С одной стороны, при заданных начальных параметрах исход любого парного столкновения определен достаточно простым алгоритмом. С другой стороны, в некоторых случаях процесс не является устойчивым, так как слабое изменение начальных условий может качественно изменить его исход. Особенно отчетливо эта тенденция проявляется в наиболее естественной конфигурации цепочки, когда в исходном состоянии все бусинки находятся примерно на одном уровне, а скорости обеих волн близки. Следовательно, при наличии в цепочке многих распространяющихся волн, испытывающих парные столкновения, здесь появляется возможность хаотизации динамики системы.

В заключение имеет смысл обсудить очень простой способ вычисления времен окончания столкновений (формулы (6), (9), (14), (18), (19), (22), (28), (31)), который может оказаться полезным при компьютерном моделировании. Представим себе, что в момент взаимодействия между ними две бусинки не только обмениваются импульсами, но и сами одновременно меняются местами. Поскольку все бусинки мы считаем одинаковыми, это никак не отражается на ходе столкновения волн. Однако теперь оказывается, что, скажем, бусинка, движущаяся вверх со скоростью v_2 , после каждого столкновения с бусинкой, движущейся со скоростью v_1 , не просто перескакивает на соседнюю проволоку, но и смещается по оси y на $\pm h$. При этом смещение происходит вниз, если $v_2 > v_1$, и вверх – в противоположном случае. Следовательно, на то, чтобы подняться с уровня y_1 до уровня $y_2 > y_1$, испытав при этом n столкновений, бусинка затратит время $t = (y_2 - y_1 \pm nh) / v_2$. Совершенно аналогично обстоит дело и с бусинкой, движущейся со скоростью v_1 . Именно этим простым обстоятельством объясняется схожесть всех формул для τ_p^i , τ^i с формулой (3).

Автор благодарен В.А. Бархатову за привлечение его внимания к этой теме и за всестороннюю поддержку работы, а также С.А. Зыкову и А.Б. Борисову за полезные обсуждения и интерес к работе.

Библиографический список

1. *Fitzgerald E.R.* Mechanical resonance dispersion in metals at audio frequencies // *Phys. Rev.* 1957. Vol. 108. P. 690.
2. *Fitzgerald E.R.* Mechanical resonance dispersion in crystalline polymers at audio frequencies // *J. Chem. Phys.* 1957. Vol. 27. P. 1180.
3. *Fitzgerald E.R.* Particle waves and deformation in crystalline solids // N. Y. – London – Sydney, International Publishers, Division of John Wiley and Sons, 1968.
4. *Френкель Я. И.* Введение в теорию металлов // М.–Л., 1950. С. 358–366.

*Институт физики металлов
Уральского отделения РАН*

*Поступила в редакцию 13.06.2000
после доработки 5.09.2000*

SHEAR PROPAGATION MODEL IN STRONGLY COMPRESSED CRYSTAL

E.V. Rosenfeld

Simple mechanical model is proposed for shear waves propagated in ideal unlimited crystal. Two waves propagating in the same direction can reflect back together in this model due to interaction between them.



Розенфельд Евгений Владимирович – родился в Екатеринбурге (1948). Окончил Уральский государственный университет (1971, кафедра теоретической физики). С этого времени работает в отделе теоретической физики Института физики металлов Уральского отделения РАН. Старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук (1978). Основные работы – по физике магнетизма.



ФЛУКТУАЦИИ КОНТУРОВ РАВНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

И.С. Жукова, А.И. Саичев

В связи с задачами физики атмосферы и океана изучены статистические свойства длины контура равной концентрации пассивной примеси и полного градиента поля концентрации в хаотически движущейся несжимаемой среде. Получены выражения для статистических моментов этих величин, а также вероятностное распределение полного градиента. Показано, что моменты экспоненциально растут с течением времени, а распределение стремится к логарифмически нормальному.

Введение

Изучение статистических свойств плотности пассивной примеси в турбулентных средах важно, например, для анализа загрязнения окружающей среды и привлекает большое внимание исследователей (см., например, [1–4]). В большинстве работ обычно находятся статистические средние плотности и концентрации пассивной примеси, в то время как их вероятностные свойства, необходимые для лучшего понимания процессов турбулентной диффузии, мало изучены. Хотя в несжимаемой среде отсутствуют сжатия и растяжения, ответственные за флуктуации концентрации в сжимаемой среде, при несжимаемом хаотическом движении первоначально гладкие профили концентрации пассивной примеси становятся все более изрезанными вследствие того, что первоначально близкие частицы примеси разбегаются, а далекие могут оказаться вблизи друг от друга. В итоге участки среды с сильно отличающимися концентрациями примеси могут соседствовать, приводя к резким перепадам концентрации в близких точках [5]. В данной работе подобная нарастающая пространственная изрезанность полей концентрации пассивной примеси в хаотически движущейся несжимаемой среде изучается на примере важных для приложений геометрических характеристик, в частности, длины $l(t)$ контура равной концентрации пассивной примеси.

1. Постановка задачи. Вычисление статистических средних значений

Для простоты ограничимся ниже двумерным случаем, когда компоненты поля скорости следующим образом выражаются через функцию тока $\psi(x, t)$:

$$v_1 = \partial\psi/\partial x_2, \quad v_2 = -\partial\psi/\partial x_1.$$

При статистическом анализе полей будем считать функцию тока $\psi(x, t)$ гауссовой,

статистически изотропной в пространстве и стационарной во времени с известной корреляционной функцией.

Вначале получим выражение для длины контура равной концентрации примеси $l(t)$ в форме, удобной для статистического анализа. Для этого заметим, что интеграл $l = \int \delta(f(\mathbf{x}) - C_1) |\nabla f| d^2x$ определяет длину контура равного уровня $f(\mathbf{x}) = C_1 = \text{const}$ функции $f(\mathbf{x})$. Взяв в качестве $f(\mathbf{x})$ поле концентрации пассивной примеси $f(\mathbf{x}) = c(\mathbf{x}, t) = c_0(\mathbf{Y}(\mathbf{x}, t))$, (где $c_0(\mathbf{x})$ – начальный детерминированный профиль концентрации, а $\mathbf{y} = \mathbf{Y}(\mathbf{x}, t)$ – закон преобразования эйлеровых в лагранжевы координаты), получим интеграл, выражающий зависимость от времени длины замороженного в жидкость контура равной концентрации. Более точно, контура, во всех точках которого концентрация пассивной примеси всегда одинакова и равна c

$$l = \int \delta(c_0(\mathbf{Y}(\mathbf{x}, t)) - c) |\nabla_{\mathbf{x}} c| d^2x. \quad (1)$$

Входящий в (1) градиент поля концентрации можно представить в виде

$$\nabla_{\mathbf{x}} c = \mathbf{e}_1 [\partial c_0 / \partial y_1] j_{11} + (\partial c_0 / \partial y_2) j_{21} + \mathbf{e}_2 (\partial c_0 j_{12} / \partial y_1 + \partial c_0 j_{22} / \partial y_2), \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ – орты эйлеровой системы координат, а j_{km} – компоненты тензора перехода от лагранжевых координат к эйлеровым

$$j_{km} = \partial Y_k(\mathbf{x}, t) / \partial x_m, \quad k, m = 1, 2.$$

Эти компоненты можно выразить через компоненты тензора перехода от эйлеровых к лагранжевым координатам

$$J_{km}(\mathbf{y}, t) = \partial X_k(\mathbf{y}, t) / \partial y_m,$$

продифференцировав очевидное векторное тождество $\mathbf{x} = \mathbf{X}(\mathbf{Y}(\mathbf{x}, t), t)$ по x_1 и x_2 и разрешив полученные уравнения относительно j_{km}

$$j_{11} = J_{22}/J, \quad j_{22} = J_{11}/J, \quad j_{12} = -J_{12}/J, \quad j_{21} = -J_{21}/J. \quad (3)$$

Подставив (3) в (2) и приняв во внимание, что в рассматриваемом случае несжимаемой среды $J = 1$, получим

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} c &= |\nabla_{\mathbf{y}} c_0| (\mathbf{e}_1 J_1 + \mathbf{e}_2 J_2), \\ J_1(\mathbf{y}, t, \theta_0) &= J_{22} \cos \theta_0 - J_{21} \sin \theta_0, \\ J_2(\mathbf{y}, t, \theta_0) &= J_{11} \sin \theta_0 - J_{12} \cos \theta_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $|\nabla_{\mathbf{y}} c_0|$ – начальный модуль градиента концентрации в точке \mathbf{y} , а θ_0 – угол между осью y_1 и начальным направлением градиента.

Еще одной полезной характеристикой пространственного поведения как поля концентрации, так и хаотически движущейся несжимаемой жидкости может служить интеграл

$$A(t) = \int \delta(c_0 \mathbf{Y}(\mathbf{x}, t) - c) (\nabla_{\mathbf{x}} c)^2 d^2x, \quad (5)$$

который назовем полным градиентом поля концентрации. Чтобы пояснить физический смысл величины $A(t)$ заметим, что интеграл в (5) равен криволинейному интегралу по упомянутой выше кривой равной концентрации от модуля градиента поля концентрации

$$A(t) = \oint_{l(t)} |\nabla_{\mathbf{x}} c| dl.$$

Укажем геометрический смысл последнего интеграла. Согласно стандартному определению, среднее значение градиента на данном контуре

$$|\nabla c|_{l(t)}^{\text{ave}} = 1/l(t) \oint_{l(t)} |\nabla_x c| dl.$$

Таким образом, введенный нами выше полный градиент (5) равен среднему градиенту, умноженному на длину контура,

$$A(t) = l(t) |\nabla c|_{l(t)}^{\text{ave}}.$$

Заметим еще, что модуль градиента $|\nabla c| = (\mathbf{n} \cdot \nabla_x c)$ равен скалярному произведению градиента на вектор внутренней нормали \mathbf{n} к контуру $l(t)$. По физической терминологии, это скалярное произведение называют потоком векторного поля (в данном случае поля ∇c) внутрь контура. Внутренней мы здесь считаем нормаль, направленную в сторону увеличения концентрации $c(\mathbf{x}, t)$. Согласно формуле Грина в двумерной среде данный контурный интеграл равен двойному интегралу от дивергенции векторного поля

$$A(t) = \int_S \Delta_x c d^2x,$$

взятому по (многосвязной в общем случае) области S , внутри которой $c(\mathbf{x}, t) > c$.

Статистические характеристики интегралов типа (1), (5) удобно изучать, перейдя в интегралах от эйлеровых к лагранжевым переменным интегрирования. Покажем это на примере полного градиента $A(t)$ (5). После перехода к интегрированию по лагранжевым переменным y с помощью отображения $\mathbf{x} = \mathbf{X}(y, t)$ получим

$$A(t) = \int \delta(c_0(y) - c) (\nabla_x c)^2 d^2y. \quad (6)$$

Будем, как обычно, считать начальную концентрацию $c_0(y)$ детерминированной. Кроме того, для удобства положим ее (радиально) цилиндрически симметричной функцией $c_0(r)$, зависящей только от расстояния до начала лагранжевой системы координат $r = (y_1^2 + y_2^2)^{1/2}$ и монотонно спадающей с ростом r . Тогда интеграл (6) преобразуется к виду

$$A(t) = 1/|\nabla_y c_0| \oint_{L_r} (\nabla_x c)^2 dl, \quad (7)$$

где интегрирование ведется по окружности L_r с центром в начале лагранжевой системы координат и радиусом r_0 , который является корнем уравнения $c_0(r) = c$. Подставив в (7) выражение для градиента

$$\nabla_x c = |\nabla_y c_0| g \mathbf{n},$$

где $g(y, t) = |\nabla_x c| / |\nabla_y c_0|$ – относительное изменение величины градиента, а $\mathbf{n} = \mathbf{e}_1 \cos \theta + \mathbf{e}_2 \sin \theta$ – единичный вектор, описывающий флуктуации направления вектора градиента с течением времени, и перейдя к интегрированию по углу θ_0 ($dl = r d\theta_0$), получим

$$A(t) = A_0 G,$$

где $A_0 = l_0 |\nabla_y c_0|$ – начальный полный градиент, $l_0 = 2\pi r_0$ – начальная длина выбранного контура равной концентрации, а безразмерная величина

$$G(t) = 1/(2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} g^2(y, t, \theta_0) |_{y=r_0 \mathbf{n}} d\theta_0 \quad (8)$$

характеризует относительное изменение во времени полного градиента концентрации вдоль выбранного контура.

Аналогичное выражение для текущей длины этого контура имеет вид

$$l(t) = l_0 \Omega,$$

где

$$\Omega(t) = 1/(2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} g(y, t, \theta_0) |_{y=r_0} d\theta_0 \quad (9)$$

– относительное изменение длины контура.

Используя формулы (8) и (9), а также выражение [5] для моментов функции $g(t)$

$$\langle g^n \rangle = \exp[n(n+2)Bt],$$

в котором коэффициент B определяется равенством

$$\int_{-\infty}^0 \langle \psi(\mathbf{x}, t) \psi(\mathbf{x} + \mathbf{s}, t + \tau) \rangle d\tau = \dots + B/8(s_1^2 + s_2^2)^2 - \dots,$$

где s_1, s_2 – компоненты вектора \mathbf{s} , можно показать, что в диффузионном приближении [6–8]

$$\langle G \rangle = \langle g^2 \rangle = \exp(8Bt),$$

$$\langle \Omega \rangle = \langle g \rangle = \exp(3Bt).$$

Отметим, что подобный экспоненциальный рост статистических средних значений процессов G и Ω в реальной ситуации будет ограничен влиянием молекулярной диффузии.

К сожалению, совпадают только статистические средние случайных процессов G и g^2 (а также Ω и g). Другие их статистические характеристики, например, вероятностные распределения, могут существенно отличаться. Продемонстрируем это на примере пары G и g^2 . Из работы [5] следует, что случайная величина g^2 имеет логарифмически нормальное распределение, согласно которому вероятность попадания g^2 в интервал $(0, 1)$ больше нуля, хотя и быстро стремится к нулю с ростом t . Напротив, случайная величина G не может принимать значений, меньших единицы. Покажем это, подставив в (8) выражение $g^2 = J_1^2 + J_2^2$, следующее из формул (4), и считая для простоты, что радиус окружности, по которой ведется интегрирование в (8), очень мал, так что все компоненты тензора J_{km} можно считать не зависящими от переменной интегрирования. После интегрирования получим

$$G = 1/2(J_{11}^2 + J_{22}^2 + J_{12}^2 + J_{21}^2). \quad (10)$$

С учетом условия несжимаемости жидкости $J_{11}J_{22} - J_{12}J_{21} = 1$ равенство (10) можно переписать в виде

$$G = 1 + 1/2[(J_{11} - J_{22})^2 + (J_{12} + J_{21})^2],$$

откуда следует, что всегда выполняется неравенство $G \geq 1$, даже если случайное поле g^2 с отличной от нуля вероятностью принимает значения меньшие единицы. Таким образом, более адекватно свойства полей пассивной примеси описываются их вероятностными характеристиками, анализом которых мы займемся далее.

2. Вероятностные свойства параметров контура равной концентрации

Обратимся теперь к рассмотрению статистических свойств процесса G . Нетрудно показать, что в лагранжевой системе координат случайные поля J_1, J_2 (4) удовлетворяют следующей системе стохастических уравнений:

$$\begin{cases} dJ_2/dt = \delta J_2 - \beta J_1, & J_1(\mathbf{y}, t=0, \theta_0) = \cos \theta_0, \\ dJ_1/dt = -\delta J_2 + \gamma J_1, & J_2(\mathbf{y}, t=0, \theta_0) = \sin \theta_0. \end{cases} \quad (11)$$

Здесь использованы обозначения

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \partial^2 \psi(\mathbf{x}, t) / (\partial x_1 \partial x_2), \quad \beta(\mathbf{x}, t) = \partial^2 \psi(\mathbf{x}, t) / \partial x_2^2, \quad \gamma(\mathbf{x}, t) = \partial^2 \psi(\mathbf{x}, t) / \partial x_1^2.$$

Введем вспомогательные функции

$$C = 1/(2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} g^2 \cos 2\theta d\theta_0,$$

$$S = 1/(2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} g^2 \sin 2\theta d\theta_0$$

и перейдем от (11) к системе стохастических дифференциальных уравнений для G, C, S

$$1/2 dG/dt = \mu S - \delta C, \quad G(0) = 1,$$

$$1/2 dC/dt = \nu S - \delta G, \quad C(0) = 0,$$

$$1/2 dS/dt = \mu G - \nu C, \quad S(0) = 1,$$

где

$$\nu = 1/2(\gamma + \beta), \quad \mu = 1/2(\gamma - \beta).$$

Переходя к полярным координатам R и φ при помощи равенств $C = R \cos \varphi, S = R \sin \varphi$, получим следующую систему уравнений:

$$1/2 dG/dt = (\mu \sin \varphi - \delta \cos \varphi) R, \quad G(0) = 1, \quad (12a)$$

$$1/2 dR/dt = (\mu \sin \varphi - \delta \cos \varphi) G, \quad R(0) = 0, \quad (12б)$$

$$1/2 R d\varphi/dt = (\mu \cos \varphi + \delta \sin \varphi) G - \nu R, \quad \varphi(0) = 0. \quad (12в)$$

Уравнения (12a) и (12б) имеют решения

$$G = \operatorname{ch} Z(t), \quad R = \operatorname{sh} Z(t),$$

где произвольные процессы $Z(t)$ и $\varphi(t)$ удовлетворяют системе двух уравнений

$$dZ/dt = 2(\mu \sin \varphi - \delta \cos \varphi), \quad Z(0) = 0,$$

$$d\varphi/dt = 2(\mu \cos \varphi + \delta \sin \varphi) \operatorname{cth} Z - 2\nu, \quad \varphi(0) = 0.$$

Используя методику, приведенную в работе [5], можно показать, что одноточечное вероятностное распределение $w(z, t) = \langle \delta(Z(t) - z) \rangle$ случайного процесса $Z(t)$ удовлетворяет в диффузионном приближении уравнению

$$\partial w / \partial \tau + \partial (\operatorname{cthz} w) / \partial z = \partial^2 w / \partial z^2, \quad w(z, t) = \delta(z), \quad (13)$$

где $\tau = 4Bt$ — безразмерное время. Из (13) следует, что статистически эквивалентный процесс $Z(\tau)$ является решением стохастического дифференциального уравнения

$$dZ/d\tau = \operatorname{cth} Z + \xi(\tau),$$

а соответствующий процесс $G(\tau)$ — решением уравнения

$$dG/d\tau = G + \xi(\tau)(G^2 - 1)^{1/2}, \quad G(0)=1,$$

где $\xi(\tau)$ – гауссов белый шум с корреляционной функцией

$$\langle \xi(\tau)\xi(\tau') \rangle = 2\delta(\tau - \tau').$$

Следовательно, распределение вероятности процесса G

$$f(u, t) = \langle \delta(G(t) - u) \rangle = \langle \delta(\text{ch}Z - u) \rangle$$

подчиняется уравнению Фоккера – Планка – Колмогорова

$$\partial f / \partial \tau = (\partial(u^2 - 1) / \partial u) \partial f / \partial u, \quad f(u, t=0) = \delta(u-1). \quad (14)$$

В частности, из (14) следует, что моментные функции процесса G удовлетворяют цепочке уравнений

$$d\langle G^n \rangle / d\tau = n(n+1)\langle G^n \rangle - n(n-1)\langle G^{n-2} \rangle.$$

Например, средний квадрат процесса G и его третий момент равны соответственно

$$\langle G^2 \rangle = 1/3(1 + 2\exp(6\tau)),$$

$$\langle G^3 \rangle = 1/5(2\exp(12\tau) + 3\exp(2\tau)).$$

Решение уравнения (14) может быть выражено через функции Лежандра $P_{-1/2+i\mu}(u)$ ($\mu \geq 0$) [9, 10], являющиеся решением уравнения Лежандра

$$(\partial(u^2 - 1) / \partial u)(\partial P_{-1/2+i\mu}(u) / \partial u) = -(\mu^2 + 1/4)P_{-1/2+i\mu}(u)$$

и имеющие интегральное представление

$$P_{-1/2+i\mu}(u) = (2\text{ch}(\mu\pi) / \pi) \int_0^\infty (\cos(\mu\theta) / (2(u + \text{ch}(\theta\tau)))^{1/2} d\theta, \quad \mu \geq 0. \quad (15)$$

Умножая обе части уравнения (14) на функцию Лежандра и интегрируя дважды по переменной u в пределах от 1 до ∞ , получим простое дифференциальное уравнение

$$d\bar{f}(\mu, \tau) / d\tau = -(\mu^2 + 1/4)\bar{f}(\mu, \tau) \quad (16)$$

для образа \bar{f} преобразования Фурье – Лежандра. Решение уравнения легко найти, используя начальные условия, соответствующие начальным условиям уравнения (14),

$$\bar{f}(\mu, \tau) = \exp[-(\mu^2 + 1/4)\tau].$$

Выполнив обратное преобразование Фурье – Лежандра, получим решение исходного уравнения (14) в форме

$$f(u, \tau) = \int_0^\infty \mu \text{th}(\pi\mu) \exp[-(\mu^2 + 1/4)\tau] P_{-1/2+i\mu}(u) d\mu$$

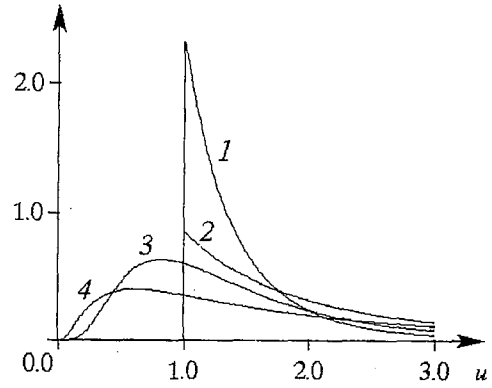
или, используя выражение (15), в такой форме

$$f(u, \tau) = \exp[-\tau/4 + \pi^2/(4\tau)] / (2(2\pi\tau)^{1/2}) \int_0^\infty \{\exp[-\theta^2/(4\tau)] \text{sh}\theta \sin(\pi\theta/(2\tau))\} / (u + \text{ch}\theta)^{3/2} d\theta.$$

На рисунке представлен график вероятностного распределения $f(u, \tau)$ относительного изменения во времени полного градиента плотности вдоль выбранного контура вместе с графиком логнормальной плотности вероятности

$$f_{g^2}(u, \tau) = (1/(2u(\pi\tau)^{1/2})) \exp[-(\ln^2(u \exp(-\tau)))/(4\tau)]$$

Рис. 1, 2 – вероятностное распределение f и 3, 4 – плотность вероятности f_{g^2} квадрата величины градиента в различные моменты времени τ : 1, 3 – 0.2; 2, 4 – 0.5



квадрата величины градиента g^2 . Как видно из рисунка, вероятностные распределения величин G и g^2 существенно различны при малых временах τ , в то время как при больших τ и $u > 1$ данные распределения практически совпадают.

В заключение получим выражение для моментной функции величины G .

$$\Theta(\lambda, \tau) = \int_1^{\infty} f(u, \tau) \exp(-\lambda u) du.$$

В нашем случае

$$\Theta(\lambda, \tau) = \exp(-\tau) - (\lambda/(2\tau))^{1/2} \exp(-\lambda - \tau/4 + \pi^2/(4\tau)) \times \\ \times \int_0^{\infty} \exp[-\theta^2/(4\tau) + 2\lambda \operatorname{ch}(\theta/2)] \sin(\pi\theta/(2\tau)) \operatorname{sh}\theta [1 - \Phi((2\lambda)^{1/2} \operatorname{ch}(\theta/2))] d\theta,$$

где

$$\Phi(z) = 2/\pi^{1/2} \int_0^z \exp(-t^2) dt.$$

Поскольку статистические моменты стохастического процесса $G(\tau)$ являются коэффициентами ряда Тейлора

$$\Theta(\lambda, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \lambda^n / n! \langle G^n \rangle,$$

то, используя формулу

$$1/(\pi\tau)^{1/2} \int_0^{\infty} \exp(-\theta^2/(4\tau)) \sin(\pi\theta/(2\tau)) \operatorname{sh}(\beta\theta) d\theta = \exp(\beta^2\tau - \pi^2/(4\tau)) \sin(\beta\pi),$$

можно получить выражения для $\langle G \rangle$, $\langle G^2 \rangle$ и $\langle G^3 \rangle$, приведенные выше.

Работа выполнена при поддержке гранта INTAS № 97-11134, гранта РФФИ № 00-02-16167, гранта «Ведущие научные школы России» № 00-15-96619, а также гранта Королевской академии наук Швеции.

Библиографический список

1. Csanady G.T. Turbulent diffusion in the environment. Boston: Reidel. 1980.
2. Careta A., Sagues F., Ramirez-Piscina L., Sancho J.M. Effective diffusion in a stochastic velocity field // J. Stat. Phys. 1993. Vol. 71. P. 235.
3. Crisanty A., Vulpiani A. On the effects of noise and drift on diffusion in fluids // J. Stat. Phys. 1993. Vol. 70. P.197.
4. Докучаев В.П. Метод дисперсионных соотношений для средней концентрации в теории турбулентной диффузии пассивной примеси // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1995. Т. 31, № 2. С. 275.
5. Жукова И.С., Саичев А.И. О вероятностных свойствах градиента плотности хаотически движущейся несжимаемой среды // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39, № 5. С.597.

6. Кляцкин В.И. Статистическое описание диффузии пассивной примеси в случайном поле скоростей // УФН. 1994. Т. 164, № 5. С. 531.

7. Saichev A.I., Woyczynski W.A. Distribution of passive tracers in randomly moving media. In: Stochastic Models in Geosystems, IMA volumes, NY: Springer-Verlag 1996. P. 43.

8. Avellaneda M., Majda A. Mathematical models with exact renormalization for turbulent transport // Comm. Math. Phys. 1990. Vol. 131. P. 38.

9. Papanicolaou G.C. Wave propagation in one-dimensional random medium // SIAM J. Appl. Math. 1971. Vol. 21. P. 13.

10. Kesten H., Papanicolaou G.C. A limit theorem for turbulent diffusion // Comm. Math. Phys. 1979. Vol. 65. P. 97.

*Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского*

Поступила в редакцию 26.08.2000

FLUCTUATIONS OF CONTOURS OF PASSIVE TRACER EQUAL CONCENTRATION IN TURBULENT MEDIUM

Saichev A.I., Zhukova I.S.

In view of problems of atmosphere and ocean physics, statistical properties of contours length of passive tracer equal concentration and of the concentration field total gradient in chaotically moving incompressible medium are studied. Expressions for statistical moments of these processes and also the probability distribution of total gradient are derived. It is shown that moments grow exponentially in time and distribution tends to logarithmically normal one.



Жукова Ирина Семеновна – родилась в Горьком (1965), окончила радиофизический факультет Горьковского государственного университета (1987). В настоящее время работает на радиофизическом факультете ННГУ. Опубликовала 15 научных статей в области радиофизики.



Саичев Александр Иванович – родился в Горьком (1946), окончил Горьковский государственный университет в 1969 году. С момента окончания и по настоящее время работает на радиофизическом факультете ННГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ИГУ (1975) и доктора физико-математических наук в НИРФИ (1982) по специальности радиофизика и электроника. Соавтор двух монографий: «Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии», «Distributions in the physical and engineering sciences». Опубликовал 140 научных статей в области радиофизики. Лауреат Государственной премии РФ (1997). Член редакционной коллегии журнала «Известия вузов. Радиофизика». Член Российского акустического общества. Член Американского общества прикладной математики (SIAM).



ДИНАМИКА ПЕРЕНОСА ПРОТОНА В АКТИВНОМ ЦЕНТРЕ БЕЛКА–ФЕРМЕНТА α -ХИМОТРИПСИНА

Шувалова Е.В., Кубасов А.А., Романовский Ю.М., Чикишев А.Ю.

Рассматривался белок–фермент α -химотрипсин, расщепляющий пептидные связи в процессе пищеварения. Процессом, приводящим к разрыву пептидной связи, является переход протона в одной из водородных связей каталитической группы активного центра фермента. Такой переход протона рассматривался в потенциальном поле активного центра фермента. С помощью полуэмпирического метода РМЗ показано, что профиль энергетической поверхности в активном центре изменяется после фиксации субстрата таким образом, чтобы облегчить переход протона. Так как поле активного центра фермента флуктуирует под воздействием случайных тепловых колебаний атомов окружения, переход протона рассчитывался в нестационарном профиле. Флуктуации потенциального поля описывались как белым, так и цветным шумом. Проведено исследование влияния на динамику протона амплитуды и частоты цветного шума и асимметрии глубин ям двухъямного потенциала. Показано, что в нестационарном потенциале помимо туннелирования существует некогерентный, динамически необратимый процесс переноса протона, вызванный воздействием шума на форму потенциала.

Введение

Большую сложность вызывает построение теории, детально объясняющей процесс ферментативного катализа. Действие фермента в процессе катализа можно рассматривать как результат перехода от одной его конформации в другую. Переходы между конформациями являются переходами из одного положения равновесия мультстабильной системы в другое. Поскольку белки–ферменты состоят из многих тысяч атомов, расчет такого процесса с помощью методов молекулярной динамики затруднителен. Тем не менее, учитывая особенности строения молекулы фермента в каждом конкретном случае, решение такой задачи может быть упрощено. Настоящая работа является продолжением и развитием серии наших работ [1–6].

В настоящей работе механизм действия ферментов изучается на примере фермента α -химотрипсина (α -ХТ), функция которого состоит в расщеплении пептидных связей (ПС) субстрата (в процессе пищеварения субстратами являются белковые структуры) [1]. На основе данных рентгеноструктурного анализа показано, что α -ХТ состоит из двух субглобул, каждая из которых подразделяется на шесть более или менее жестких кластеров, связанных водородными и другими связями. Поэтому переходы между мультстабильными состояниями фермента могут быть описаны с помощью методов классической кластерной динамики [см.,

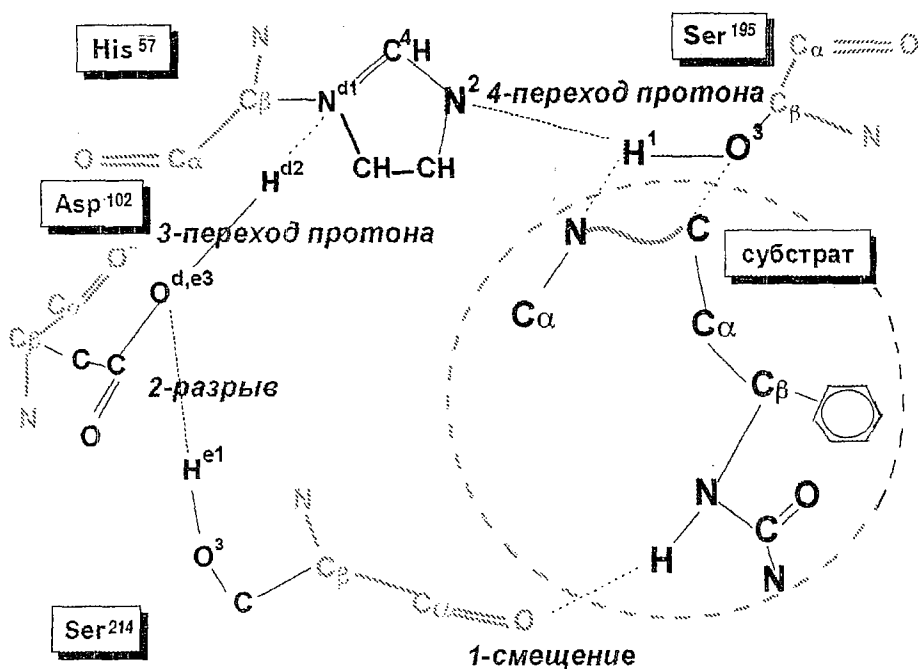


Рис. 1. Модель активного центра фермента α -химотрипсина, содержащего 4 аминокислотных остатка: Ser¹⁹⁵, His⁵⁷, Asp¹⁰², Ser²¹⁴. Последовательность конформационных процессов (протонное реле): 1 – смещение субстрата к Ser²¹⁴; 2 – разрыв водородной связи Ser²¹⁴ – Asp¹⁰²; 3 – переход протона в водородной связи His⁵⁷ – Asp¹⁰², приводящий к смещению заряда в имидазольном кольце His⁵⁷, подготавливая стадию 4 – переход протона в водородной связи Ser¹⁹⁵ – His⁵⁷. Переход 4 приводит к разрыву пептидной связи субстрата N–C

например, [2,4,7,8]. Методами классической динамики можно рассмотреть всю молекулу за исключением активного центра (АЦ), который должен быть рассмотрен на квантовом уровне.

Взаимодействие фермента с субстратом проходит в несколько стадий: первая – абсорбция (посадка) субстрата; вторая – разрыв ПС; третья – выход продукта. Процессы конформационных перестроек, происходящие во время посадки субстрата (на рис. 1 процессы 1, 2, 3), мы считаем уже законченными. Такие процессы приводят к тому, что ПС субстрата, которая должна быть разорвана, располагается в непосредственной близости от водородной связи OH–N каталитической группы Ser¹⁹⁵–His⁵⁷. Вторая стадия (разрыв ПС) происходит наиболее эффективно, если протон H может перейти от атома кислорода O Ser¹⁹⁵ к атому азота N His⁵⁷, при этом атом O принимает отрицательный заряд, который способствует разрыхлению и, в конечном итоге, разрыву ПС. В настоящей работе с помощью методов квантовой механики мы рассмотрим вторую стадию процесса взаимодействия фермента с субстратом – разрыв ПС, определяющим этапом которого является [см., например, 9] перенос протона в водородной связи Ser¹⁹⁵–His⁵⁷ АЦ α -ХТ.

Заметим, что подобный механизм перехода протона характерен также и для других гидролитических ферментов [10]. Подобные задачи возникают также при рассмотрении переходов протонов в цепочке атомов с водородными связями [11–13].

1. Построение стационарных профилей поверхности потенциальной энергии в АЦ в двух случаях: в отсутствие субстрата и после его посадки

Потенциальное поле АЦ фермента задается в виде профиля поверхности потенциальной энергии, соответствующего переносу протона между атомом кислорода гидроксильной группы Ser¹⁹⁵ и атомом азота имидазольного кольца

His⁵⁷. Для расчетов профиля потенциальной энергии (любых размерностей) использовался пакет МОРАС 93 [14], реализующий полуэмпирический метод РМ3. Отметим, что в общем случае переход протона происходит в 3D-пространстве, и такие задачи правильнее всего было бы решать в пространстве 3D или 2D, так как в пространстве таких размерностей стерические факторы играют главенствующую роль. Тем не менее, в первом приближении мы рассчитывали перенос протона в 1D-профилях (рис. 2), планируя в дальнейшем перейти к расчетам в 2D-профилях (рис. 3).

При расчете одномерного профиля положение протона задавалось расстоянием r протона от атома кислорода О (см. рис. 2). Для того чтобы сохранить трехмерную структуру фермента, при расчетах положение фрагментов NC α СВО, образующих ПС, было зафиксировано. На рис. 1 эти фрагменты выделены серым цветом. Расстояние между атомами кислорода и азота постоянно на протяжении всех расчетов и составляет 2.707 Å. Были рассмотрены два случая: конформация в отсутствие субстрата (кривая 1 на рис. 2) и конформация, образовавшаяся после абсорбции субстрата (кривая 2 на рис. 2). Конформации различаются только расстоянием между атомом кислорода Ser¹⁹⁵ и атомом углерода ПС субстрата. Положения остальных атомов одинаковы в обеих конформациях и в ходе переноса протона не изменяются. Группа His⁵⁷ в обоих случаях считалась в анионной форме. Высота барьера одномерного симметричного двухъямного потенциала (см. рис. 2) составила 14 ккал/моль, расстояние между минимумами 0.8 Å. Для расчета динамики протона в нестационарном потенциале необходимо задавать потенциал в аналитическом виде. Поэтому потенциал был аппроксимирован суммой двух потенциалов Морзе и полиномов четных порядков

$$V(r,t) = U(r,t) + U(-r+\Delta r,t) + \sum_{n=0,1,2} C_n(r-r_c)^n \quad (1)$$

Здесь U – два потенциала Морзе

$$U(r,t) = D_0 \{ \exp[-2a(r-(r_0+\xi(t)))] - 2\exp[-a(r-(r_0+\xi(t)))] \}, \quad (2)$$

где D_0 – величина энергетического барьера в ккал/моль; a – эмпирический параметр в Å⁻¹; Δr – расстояние между атомами О и N в Å; r_0 – положение равновесия в Å, r_c – центральная точка барьера в Å; $\xi(t)$ – шум в Å (см. раздел 2). Заметим, что 1D-профиль является разрезом двумерного профиля в случае, когда угол Н¹О³Н² (рис. 3, а) равен 0°.

При расчете двумерного профиля положение протона задавалось расстоянием до кислорода О³, углом Н¹О³Н², а также двугранным углом Н¹Н²О³С⁴ (см. рис. 3, а). Двугранный угол равен нулю. Расстояние между атомами кислорода и азота такое же, как и при расчете одномерного профиля. При расчете двумерного профиля также были рассмотрены два случая: конформация в отсутствие субстрата (рис. 3, б) и конформация, образовавшаяся после посадки субстрата, в которой глубины ям равны (рис. 3, в).

Таким образом, без субстрата потенциальный рельеф, в котором происходит движение протона, несимметричен и потенциальный барьер, который должен преодолеть протон, очень высок, около 30 ккал/моль (кривая 1 на рис. 2; рис. 3, в). Влияние субстрата вызывает ряд локальных конформационных перестроек в АЦ

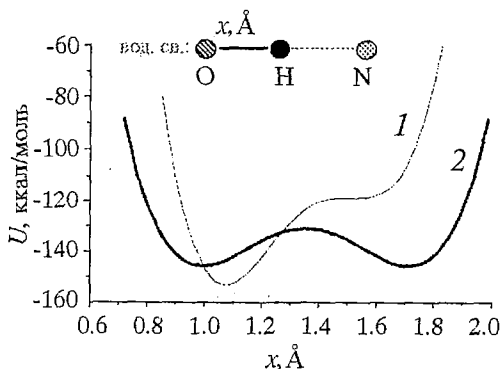
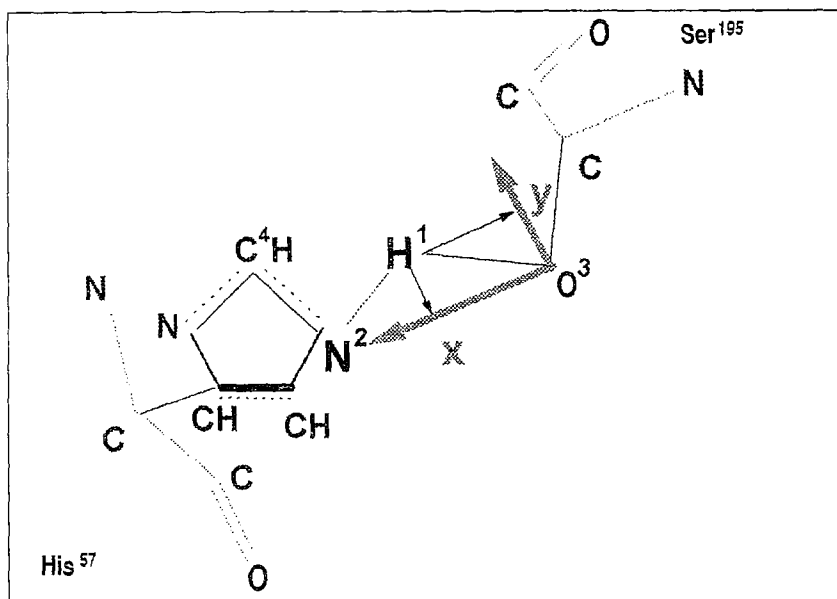
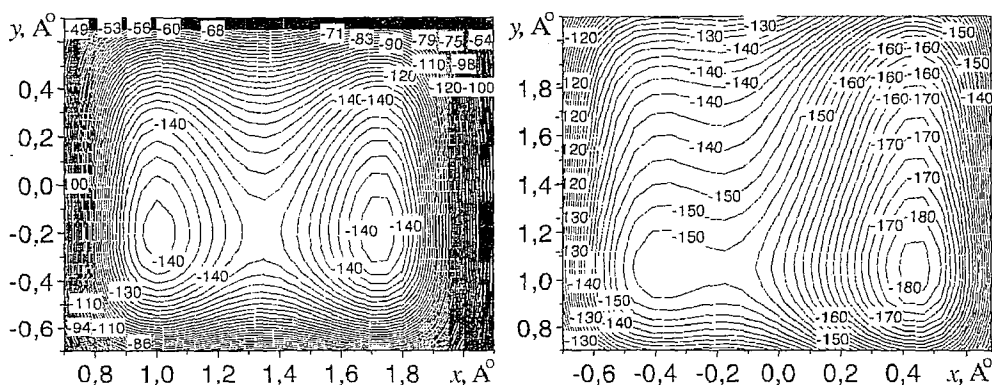


Рис. 2. Профили поверхности потенциальной энергии для водородной связи ОН–N Ser¹⁹⁵ – His⁵⁷ α -химотрипсина; 1 – асимметричный профиль, 2 – симметричный профиль



a



б

в

Рис. 3. *a* – фрагмент активного центра фермента α -химотрипсина, содержащий пять аминокислотных остатков Ser¹⁹⁵, His⁵⁷. Положение фрагментов NCCO было зафиксировано (выделены серым цветом, также как и на рис.1). Положение протона задается расстоянием до кислорода O³, углом H¹O³ N², а также двугранным углом H¹N²O³C⁴. Оси X и Y лежат в плоскости H¹N²O³. Координаты x,y протона – проекции на соответствующие оси; *б* – линии уровня поверхности симметричного двумерного потенциального профиля водородной связи Ser¹⁹⁵ – His⁵⁷; *в* – линии уровня поверхности асимметричного двумерного потенциального профиля водородной связи Ser¹⁹⁵ – His⁵⁷

(см. рис. 1), которые приводят к симметризации рельефа и понижению потенциального барьера (кривая 2 на рис. 2; рис. 3, *б*) [15]. Времена таких локальных перестроек – порядка 100 пс [16], что много больше, чем период колебаний кластеров и валентных связей. Поэтому в используемой нами модели мы не учитывали влияния медленных смен конфигурации фермента и перенос протона рассчитывали в адиабатическом приближении, учитывая только тепловые колебания кластеров и быстрые колебания валентных связей, считая профиль поверхности потенциальной энергии уже симметризованным.

2. Моделирование флуктуирующего потенциального поля АЦ фермента

Каталитические остатки Ser¹⁹⁵ и His⁵⁷ находятся на разных субглобулах. Поэтому все случайные процессы кластерной динамики (например, в результате

случайных столкновений молекулы белка с окружающими молекулами воды [17]) приводят к флуктуационному изменению расстояния между атомами в водородной связи. При этом параметры потенциального рельефа будут флуктуировать вместе с тепловыми колебаниями кластеров, к которым «привязаны» атомы O и N. Для частоты Ω_0 и амплитуды a_0 тепловых колебаний субглобул с использованием методов комбинационного рассеяния и модельных расчетов в [18] были получены следующие оценки:

$$\Omega_0 \sim 10^{11} \div 10^{12} \text{ Гц}, \quad a_0 \sim 0.1 \div 0.2 \text{ \AA}. \quad (3)$$

В нашей модели введен шум в оператор потенциальной энергии по формуле (2). Используются два типа шума $\xi(t)$ для моделирования флуктуационного изменения водородной связи: белый – моделирует тепловые колебания валентных связей; цветной – моделирует тепловые колебания субглобул. Величина отклонения расстояния между минимумами от невозмущенного в случае белого шума задается в виде

$$\zeta(t) = 2\xi_0\xi(t), \quad \xi(t) \in [-1/2, 1/2],$$

где $\xi(t)$ – безразмерная величина, ξ_0 – «амплитуда» флуктуаций в ангстремах. Корреляционная функция такого случайного процесса: $K_\xi(t', t'') = K_\xi(t' - t'') = 2\pi G_0 \delta(t' - t'')$. Спектральная плотность мощности постоянна: $G_\xi(\omega) = 2\xi_0^2/\pi = G_0 = \text{const}$. При случайном изменении потенциала в системе изменяется положение собственных энергетических уровней. Значение ξ_0 выбиралось таким, чтобы максимальная абсолютная разница между уровнями энергии при максимальном и минимальном расстоянии не превышала значения средней тепловой энергии колебаний субглобул ($k_B T_c = 0.6$ ккал/моль). Преобразование в цветной шум $x(t)$ из белого $\xi(t)$ производилось с помощью стохастического уравнения Ланжевена второго порядка [19]

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \xi(t).$$

Амплитуда и частота тепловых колебаний кластеров задаются диапазонами (3). Параметрами модели цветного шума являются частота ω_0 и константа затухания δ . В нашей работе константа δ выбиралась из соотношения для добротности $Q = \omega_0/(2\delta) \approx 10$ [15]. Заметим, что для значения отстройки $\Delta\omega = |\omega_0 - \omega|$ центральной частоты шума ω_0 от собственной частоты системы $\omega_c \approx 10^{12}$ Гц (частоты первого туннельного перехода в двухъямном потенциале) выполняется соотношение

$$\Delta\omega \ll \omega_{13,23}, \quad U_b/\hbar, \quad (4)$$

где $\omega_{13,23}$ – частоты переходов с первого и второго туннельных уровней на третий уровень, U_b – величина потенциального барьера. Выполнение соотношения (4) исключает прямые переходы на высшие состояния с любого из нижних туннельных уровней. Спектральная плотность мощности цветного шума

$$g(\omega) = G_0/[(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\delta^2\omega^2]. \quad (5)$$

3. Определение волновой функции методом симметризации временного оператора эволюции

С помощью метода симметризации оператора эволюции могут быть определены волновая функция протона, а следовательно, и вероятность того, что

протон находится в одной из ям, полная энергия протона и время туннелирования протона в потенциале с двумя минимумами, выражающиеся через волновую функцию. Волновую функцию в системе с гамильтонианом

$$\hat{H} = V(r, \zeta(t)) + \hat{p}^2/(2m) \quad (6)$$

(здесь $\zeta(t)$ – шум) в любой момент времени можно определить, зная начальную волновую функцию $\psi(r, 0)$, с помощью оператора эволюции $\hat{S}(t)$, по формуле

$$\psi(r, t) = \hat{S}(t)\psi(r, 0), \quad (7)$$

где на малых временах $t = \Delta t$ оператор эволюции представим в виде (см., например, [21])

$$\hat{S}(\Delta t) \approx \exp[-i\hat{V}(r)\Delta t/(2\hbar)] \exp[-i\hat{p}^2\Delta t/(2m\hbar)] \exp[-i\hat{V}(r)\Delta t/(2\hbar)]. \quad (8)$$

В любой момент времени t волновая функция может быть определена использованием данного алгоритма $k = t/\Delta t$ раз. На каждом шаге волновая функция нормируется. Ошибка метода связана с некоммутативностью операторов кинетической и потенциальной энергии и составляет

$$\text{ошибка} \approx \max\{-i\Delta t^3/(8m)[\hat{V}, [\hat{V}, \hat{P}^2]], -i\Delta t^3/(8m)[\hat{P}^2, [\hat{P}^2, \hat{V}]]\}/\hbar^3, \text{ где } \hat{P} = \hat{p}^2/(2m).$$

Ошибка проявляется и в фазе и в энергии волновой функции. Заметим, что оценка ошибки представляет определенную трудность. Для специфических случаев гармонического осциллятора и стационарного двухъямного потенциала, когда энергия сохраняется, ошибку можно определить эмпирически. Но в тех случаях, когда система находится под воздействием шума, сохранение энергии может нарушаться, что осложняет эмпирическое определение ошибки. Определенную сложность представляет также оценка устойчивости схемы при воздействии шума, хотя эмпирически устойчивость можно гарантировать, если временной шаг

меньше, чем 10^{-18} с. В ближайшее время мы собираемся представить такую оценку.

Начальная волновая функция задавалась суперпозицией двух собственных функций (симметричной и антисимметричной) расщепленного первого туннельного уровня (рис. 4). Так как квадрат модуля волновой функции $|\psi(r, t)|^2$ есть плотность вероятности нахождения частицы в момент времени t в точке с координатой r , то обнаружить частицу в момент времени t в одной из ям двухминимумного потенциала можно с вероятностью

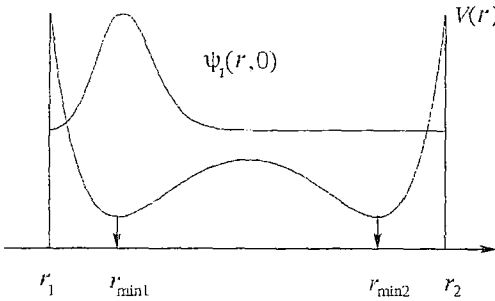


Рис. 4. Начальная волновая функция $\psi_1(r, 0)$ в двухъямном потенциале $V(r)$, заданном на сегменте $[r_1, r_2]$

$$\int_{r_1}^{(r_2 - r_1)/2} |\psi(r, t)|^2 dr = P(t). \quad (9)$$

Зная волновую функцию частицы, мы можем определить полную среднюю энергию частицы

$$E(t) = \overline{V(r)} + \overline{p^2/(2m)} = \int_{r_1}^{(r_2 - r_1)/2} V(r) |\psi(r, t)|^2 dr + \int_{-P_{\max}}^{P_{\max}} p^2/(2m) |\psi(p, t)|^2 dp. \quad (10)$$

Здесь $[r_1, r_2]$ – сегмент, на котором задан потенциал (см. рис. 4) и определена волновая функция $\psi(r, t)$ в координатном представлении; $[-p_{\max}, p_{\max}]$ – область определения волновой функции $\psi(p, t)$ в импульсном представлении. Для частицы, находящейся в стационарном потенциале, выполняется закон сохранения энергии $\overline{E}(t) = \text{const}$.

4. Проверка результатов

Правильность работы разработанного алгоритма вычисления волновой функции была проверена результатами расчета линейного гармонического осциллятора [21]. Потенциальная энергия в гамильтониане (6) частицы, совершающей малые одномерные колебания, имеет вид $V(r) = m\omega^2 r^2/2$, где ω – собственная частота колебаний. Согласно [22], волновая функция частицы в таком потенциале будет осциллировать с периодом $2\pi/\omega$ около положения равновесия, определяемого минимумом потенциала. Полученное методом симметризации временного оператора эволюции значение периода равно 62.81 фс, тогда как теоретическое значение 62.83 фс.

Для получения правильных результатов необходимо, чтобы в процессе работы программы сохранялась нормировка волновой функции и энергия частицы. Кроме того, в качестве контрольного расчета для симметричных стационарных потенциалов с двумя минимумами рассчитана вероятность перемещения частицы в одну из ям методом симметризации оператора эволюции [21] и произведено сравнение с аналитически полученным результатом [23]

$$P(t) = \cos^2[\Delta E t / (2\hbar)],$$

где $\Delta E = [(H_{22} - H_{11})^2 + 4H_{21}H_{12}]^{1/2}$, $H_{kl} = \langle \psi_k, \hat{H}\psi_l \rangle$, $k, l = 1, 2$, ψ_k – собственные волновые

функции гамильтониана \hat{H} . Результат сравнения показан на рис. 5.

Время, за которое частица из первой ямы перейдет во вторую, определяется формулой

$$\tau = \pi\hbar / \Delta E. \quad (11)$$

В асимметричном двухминимумном стационарном потенциале ($\Delta U \neq 0$ – разность между глубинами ям) нами было показано [21, 24], что амплитуда вероятности туннелирования уменьшится примерно в 10 раз по сравнению с амплитудой вероятности в симметричном потенциале, если абсолютная разность между глубинами двух взаимодействующих потенциальных ям сравнима с величиной расщепления в симметричном двухминимумном потенциале $\Delta U \approx \Delta E_{\Delta U=0} \approx 10^{-3} \ll k_B T_c$ ($k_B T_c = 0.6$ ккал/моль). Период туннелирования при этом определяется формулой (11). В случае большой асимметрии ($\Delta U \gg \Delta E_{\Delta U=0}$) период туннелирования протона можно оценить, зная разницу между глубинами двух взаимодействующих потенциальных ям по формуле $T = 2\pi\hbar / \Delta U$. Амплитуда вероятности при этом уменьшится более чем в 10 раз. Таким образом, наиболее эффективным туннельный переход протона будет в симметричном потенциале.

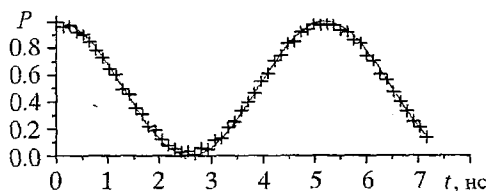


Рис. 5. Сравнение временной зависимости $P(t)$, полученной методом симметризации временного оператора эволюции в симметричном стационарном потенциале, с теоретической

5. Результаты исследования динамики протона в водородной связи серин – гистидин α -ХТ

При моделировании процесса переноса протона исследовалась временная зависимость вероятности туннелирования в двухминимумном симметричном потенциале при учете флуктуационного изменения длины водородной связи. Результаты исследования динамики протона в потенциале (1) методом симметризации оператора эволюции представлены в виде графиков зависимости вероятности нахождения протона в одной из ям и полной энергии протона от времени. Для всех случаев определялась величина времени переноса протона. В симметричном стационарном невозмущенном потенциале, изображенном на рис. 2, период колебаний вероятности для изучаемого нами первого туннельного уровня $T = 6 \cdot 10^{-12}$ с (частота $17 \cdot 10^{12}$ Гц). Нами было проведено исследование влияния белого шума на динамику протона в двухъямном потенциале. С течением времени наблюдается рост энергии частицы, локализованной в начальный момент времени на первом туннельном уровне (рис. 6, б), а вероятность $P(t)$ нахождения частицы в одной из ям двухминимумного потенциала релаксирует к среднему стационарному значению 0.5 (рис. 6, а). Можно предполагать, что по прошествии времени τ_0 частица с равной вероятностью будет находиться в первой или во второй потенциальной яме, а возрастание энергии (см. рис. 6, б) приводит к надбарьерному переносу протона. Релаксационное поведение временной зависимости вероятности $P(t)$ нахождения протона в одной из ям двухминимумного нестационарного флуктуирующего потенциала можно аппроксимировать функцией с экспоненциальным затуханием [25]

$$P(t) = 1/2 + 1/2 \cos(2\pi\nu_1 t) \exp(-t/\tau_0). \quad (12)$$

Здесь варьируемые параметры – τ_0 , ν_1 . Результаты расчетов показали, что ν_1 совпадает с частотой исследуемого туннельного перехода в стационарном потенциале $\nu_1 = 17$ пс⁻¹, $\tau_0 = 13$ пс.

Мы изучили влияние флуктуаций, описываемых цветным шумом, на динамику протона в двухъямном потенциале, при этом мы варьировали отстройку $\Delta\omega = |\omega_0 - \omega_c|$ центральной частоты шума ω_0 от собственной частоты системы $\omega_c = 10^{12}$ Гц (частоты первого туннельного перехода в двухъямном потенциале). На рис. 7 представлена динамика протона в нестационарном потенциале с центральной частотой цветного шума ω_0 , настроенной в точный резонанс с собственной частотой туннельного перехода ($\Delta\omega = 0$). Рис. 7, б также демонстрирует рост энергии протона. Вероятность $P(t)$ нахождения протона в одной из ям двухъямного потенциала спадает к уровню 0.5 (рис. 7, а). Сделав выборку локальных максимумов временной зависимости $P(t)$, можно аппроксимировать полученный набор значений функцией

$$P_{approx}(t) = 1/2 + 1/2 \exp(-t/\tau_0). \quad (13)$$

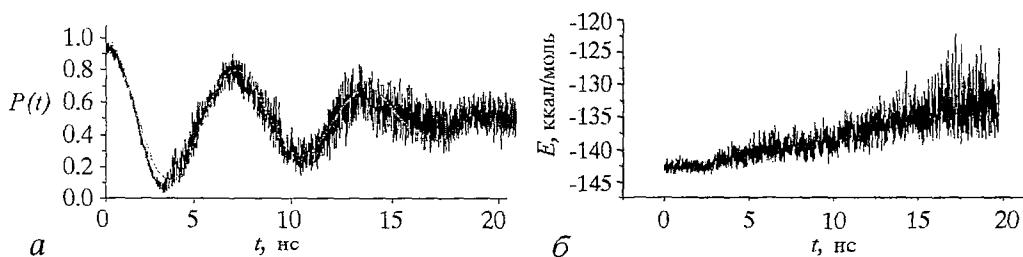


Рис. 6. Динамика протона в стохастическом потенциале под воздействием белого шума: а – вероятность нахождения протона в одной из ям симметричного двухминимумного потенциала. Аппроксимация $P(t)$ (сплошная линия) по формуле (14); б – полная энергия протона в ккал/моль

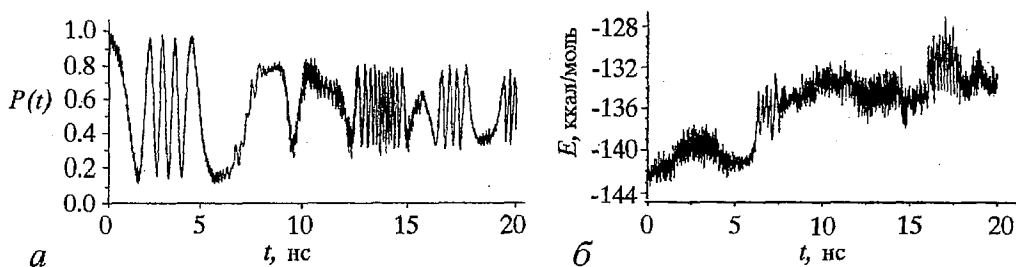


Рис. 7 Динамика протона в стохастическом потенциале под воздействием резонансного цветного шума ($\Delta\omega=0$) амплитудой $\xi_0=0.18 \text{ \AA}$: *a* – вероятность нахождения протона в одной из ям симметричного двухминимумного потенциала; *б* – полная энергия протона

Оцененное с помощью функции (13) значение характерного времени $\tau_0=23$ пс. Величина τ_0 не изменялась при разных реализациях шума. Воздействие цветным шумом с амплитудами (3) и с отстройками $\Delta\omega = \pm 6\delta$ привело к следующему изменению величины τ_0 : 10 пс при $\Delta\omega=6\delta$; 16 пс при $\Delta\omega=-6\delta$. В случае воздействия шума с малыми амплитудами ($\xi_0\approx 10^{-2} \text{ \AA}$) временное распределение вероятности принципиально не отличается от стационарного случая. Наблюдается деформация волновой функции, а следовательно, и вероятности, но релаксации к уровню 0.5 нет.

Заключение

- Релаксация вероятности локализации протона в одной из ям к уровню 0.5 с одновременным возрастанием полной энергии протона связана с переходом протона на высшие уровни, как было уже нами показано в работах [21,24]. Но характер такого взаимодействия с высшими состояниями различен при воздействии белым или цветным шумом. В случае белого шума такой переход обеспечивается широким спектральным диапазоном шума и не зависит от его спектральной мощности. Спектральный диапазон цветного шума является ограниченным (5). Поэтому при выполнении условия (4) прямые переходы на высшие уровни, как в случае белого шума, невозможны. Взаимодействие с высшими уровнями определяется амплитудой цветного шума [21,24]. Такое взаимодействие проявляется тем больше, чем сильнее изменение параметров нестационарного потенциала. Воздействие белым шумом с амплитудой $\xi_0\sim 10^{-2} \text{ \AA}$ вызывает релаксацию к уровню 0.5. В случае воздействия цветным шумом с амплитудой того же порядка релаксации нет. Воздействие спектрально ограниченного цветного шума с такой амплитудой не вызывает драматических изменений в характере зависимости от времени вероятности нахождения протона в одной из ям. В то же время, воздействие цветного шума с амплитудой из диапазона (3) ($\xi_0\sim 10^{-1} \text{ \AA}$) обеспечивает достаточное взаимодействие с высшими состояниями, и релаксация к уровню 0.5 происходит. Таким образом, механизмом переноса протона в нестационарном потенциальном поле АЦ α -ХТ мы считаем необратимый некогерентный надбарьерный перенос, происходящий в результате флуктуационного изменения формы потенциала и взаимодействия с высшими состояниями.

- Процесс переноса протона (обратимый процесс туннелирования, необратимый процесс надбарьерного переноса), имеет наибольшую вероятность при общем условии симметризации профиля потенциальной энергии; кроме того, необратимый характер такого процесса достигается, если энергетический профиль нестационарен. В стационарном потенциале существует только надбарьерный перенос, обусловленный флуктуацией энергии протона,

классическая теория которого дана в [26]. Такой процесс намного менее вероятен, чем туннелирование. В нестационарном флуктуирующем потенциале помимо такого надбарьерного переноса существует необратимый некогерентный надбарьерный перенос, вызванный воздействием шума на форму потенциала и связанный с взаимодействием с высшими энергетическими состояниями. Таким образом, в силу того, что обратная связь между формой потенциала и положением протона нами не учитывается, туннелирование, как обратимый и очень чувствительный к асимметрии процесс, не описывает перенос протона, в отличие от необратимого надбарьерного переноса, преимуществом которого является слабая чувствительность к асимметрии.

• Существует множество работ, посвященных исследованию переходов частиц в стационарных и нестационарных двухъямных потенциалах. Наиболее важный для проводимого рассмотрения вывод сделан в работе [27], где показано, что при определенных параметрах возбуждения, приводящего к флуктуации барьера, надбарьерный переход определяет механизм переноса частицы в двухъямном потенциале. В работе [28] теоретически показано, что в условиях неадиабатичности, которые реализуются и в нашей задаче, механизмом перехода протона также является надбарьерный перенос. Для нашей задачи интересна также работа [29], где с помощью аппарата нелинейной динамики проведен анализ переходов автолокализованных частиц в стационарных и стохастических двухъямных потенциалах. Такие переходы описываются нелинейным уравнением Шредингера (нелинейность второго порядка, соответствующая эффектам само-воздействия). В этой работе показано, что переходы из одного автолокализованного состояния в стохастическом потенциале в другое являются случайными.

• В дальнейшем мы собираемся отказаться от изучения воздействия белого шума на двухъямный потенциал, так как этот вид шума является, во-первых, не физическим, а во-вторых, для того чтобы задать адекватно белый шум, необходимо использовать бесконечно малый шаг по времени при численных расчетах. Дальнейшее изучение системы под воздействием цветного шума мы планируем продолжить на частотах, близких к классической частоте колебаний в одиночной яме, а также на частоте, в два раза большей этой частоты. Для того чтобы точнее объяснить перенос протона в модели АЦ гидrolитических ферментов, следует ввести обратную связь между движением протона в водородной связи и видом потенциала, моделирующего эту связь. Предполагаем также рассмотреть задачу в 2D-пространстве, определить возможность ухода протона в близлежащие минимумы, образующиеся в результате расположения субстрата вблизи исследуемой водородной связи, поставить задачу о разрыхлении ПС, связанного со случайными воздействиями атома $O^{\delta-}$, имеющего избыточный отрицательный заряд.

Авторы благодарны Б.А. Гришанину за бесценную помощь в разработке теоретических методов решения поставленной задачи и сделанные по ходу работы критические замечания, а также П.В. Елютину за многие конструктивные советы.

Работа поддержана Центром Фундаментальных исследований природы (Высшая школа, Россия), Государственной программой «Научные школы России» (грант № 95-15-97782), РФФИ (грант № 98-03-331191а).

Библиографический список

1. Нетребко А.В., Нетребко Н.В., Романовский Ю.М., Хургин Ю.И., Эбелинг В. Стохастическая кластерная динамика фермент-субстратного комплекса // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1996. Т. 4, № 3. С. 53.
2. Нетребко А.В., Нетребко Н.В., Романовский Ю.М., Хургин Ю.И., Шидловская Е.Г. Сложные модуляционные режимы и стохастизация колебаний в кластерных динамических моделях макромолекул // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 3-4. С. 26.

3. Romanovsky Yu.M., Netrebko A.V. Some problems of cluster dynamics: models of molecular scissors // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 1998. Vol. 6, №4. P. 31.
4. Romanovsky Yu.M. Some problems of cluster dynamics of biological macromolecules // *Stochastic Dynamics. Ser. Lecture notes on Physics* / Eds L. Shimansky-Geier, T. Peschel. Springer Verlag, Berlin, 1997. P. 1.
5. Grishanin B.A., Romanovsky Yu.M., Chikishev A.Yu., Shuvalova E.V. Quantum-mechanical model of proton transfer in a fluctuating potential field of the α -chymotrypsin active site // *Stochastic Dynamics. Ser. Lecture notes on Physics* / Eds L. Shimansky-Geier, T. Peschel. Springer Verlag, Berlin, 2000. P. 1.
6. Chikishev A.Yu., Netrebko N.V., Romanovsky Yu.M., Ebeling W., Shimansky-Geier L., Netrebko A.V. Stochastic cluster dynamics of macromolecules // *Int. J. of Bifurcation and Chaos*. 1998. Vol. 8, № 5. P. 921.
7. Shydlovskaya E., Shymansky-Geier L., Romanovsky Yu.M. Nonlinear processes in two-dimensional protein cluster mode with linear bonds // *Z. Phys. Chem. Leipzig*, 2000. Vol. 214, № 1. P. 62.
8. Шайтан К.В. Динамика электронно-конформационных переходов и новые подходы к физическим механизмам функционирования макромолекул // *Биофизика*. 1994. Т. 39. С. 949.
9. Фершт Э. Структура и механизм действия ферментов // М.: Мир, 1980.
10. Quinn D.M. Acetylcholinesterase: Enzyme, structure, reaction dynamics and virtual transition states // *Chem. Rev.* 1987. Vol. 87. P. 955.
11. Davydov A. Solitons in molecular systems // D. Reidel publishing company, Dordrecht. 1985.
12. Nylund E., Linderberg K., Trisons G. Proton dynamics in hydrogen-bonded system // *J.Stat.Phys.*, 1993. Vol. 70. P. 163.
13. Маневич Л., Михлин Ю., Филипчук В. Метод нормальных мод для нелинейных систем. М.: Наука, 1989.
14. Stewart J. Optimization of parameters for semi-empirical method and application // *J. Comput. Chem.*, 1989. P. 209, 221.
15. Romanovsky Yu. M., Khurgin Yu.I., Chikishev A. Yu. Subglobular motion and proton transfer model in the α -chymotrypsin molecule // *J. Mol. Catalysis*, 1988. Vol. 47. P. 235.
16. Рубин А.Б. Биофизика. М.: Высшая школа, 1987.
17. Кашипаров И.В., Попов М.Е., Андреева Н.С. Роль молекул воды, расположенных вблизи активного центра аспаратиновых протеиназ // *Молекулярная биология*. 1997. Т. 31. С. 1030.
18. Романовский Ю.М., Тихомирова Н.К., Хургин Ю.И. Электромеханическая модель фермент-субстратного комплекса // *Биофизика*. 1979. Т. 24. С. 442.
19. Shimansky-Geier L., Zulicke Ch. Harmonic noise: Effect on bistable system // *Z. Phys. B. Condensed Matter*. 1980. Vol.79. P. 451.
20. Kosloff R. Time-dependent quantum-mechanical methods for molecular dynamics // *J. Phys. Chem.*, 92, 2087 (1998).
21. Гришанин Б.А., Шувалова Е.В., Чикишев А.Ю. Динамика переноса протона в активном центре белка-фермента α -химотрипсина // *Молекулярная динамика ферментов* / Под ред. Ю.М. Романовского, В. Эбелинга. М.: Изд-во Московского университета, 2000. С. 139-151.
22. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
23. Фейнман Р., Лейптон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 8. Квантовая механика: часть 1. М.: Мир, 1966. С. 271.
24. Grishanin B. A., Chikishev A. Yu., Romanovsky Yu. M., Shuvalova E. V. Quantum-mechanical model of proton transfer in a fluctuating potential field of the active site of α -chymotrypsin // *Stochastic processes in physics, chemistry and biology*. Springer Verlag, 2000.
25. Лэкс М. Флуктуации и когерентные явления. М.: Мир, 1974.
26. Kramers H.A. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions // *Physica*. 1940. Vol. 7, № 4. P. 284.

27. Kagan Yu. // Phys. Chem. 1991. Vol. 95, № 3. P. 411.

28. Блюмфельд Л.А., Гольданский В.И., Подгорецкая М.И., Чернавский Д.С. Пространственная и временная делокализация электронов в молекулярных системах // Журнал структурной химии. 1967. Т. 8, № 5. С. 854.

29. Elyutin P.V., Rogovenko A.N. // quant-ph/9912026 (1999).

МГУ им. М.В. Ломоносова
Физический факультет
Международный лазерный центр
Химический факультет

Поступила в редакцию 21.06.2000

DYNAMICS OF PROTON TRANSFER IN α -CHYMOTRYPSIN ENZYME ACTIVE SITE

Shuvalova E.V., Kubasov A.A., Romanovsky Yu.M., Chikishev A.Yu.

The α -chymotrypsin enzyme that splits peptide chains in the process of digestion is considered. The proton transfer in one of hydrogen bonds of catalytic group of enzyme active site is process, which leads to peptide bond splitting. Such process in potential field of enzyme active site is studied. It is demonstrated that energy surface profile of active site is changed after substrate fixing to facilitate a proton transfer. The enzyme active site field fluctuating by the influence of random thermal oscillation of environment atoms, the proton transfer in nonstationary profile is accounted. Fluctuations of potential field are described by both of white and coloured noise. The influence amplitude and frequency of coloured noise, also asymmetry between depth of the double-well potential are investigated. It is showed that in addition to tunnelling in a nonstationary potential the non-coherent, dynamical irreversible process of the proton transfer exists. That is called because affect of the noise to the potential form.



Шувалова Екатерина Викторовна – родилась в Москве (1977). Окончила физический факультет МГУ им. Ломоносова (2000); в настоящее время является аспирантом физического факультета. Опубликовано 5 статей (в том числе доклады на конференциях) о переходах протонов в активном центре ферментов.



Кубасов Алексей Алексеевич – родился в г. Речица Гомельской обл. БССР (1937). Окончил химический факультет МГУ им. Ломоносова (1959). Защитил кандидатскую диссертацию на тему: «Каталитическая изомеризация цикленов на окиси алюминия» (1965). Заслуженный преподаватель МГУ, Соросовский доцент. Лауреат Премии Минвуза СССР. Изобретатель СССР – имеет порядка 10 авторских свидетельств и патент РФ. Опубликовал более 200 статей, автор 2 электронных учебников по физической химии «Статистическая термодинамика» и «Химическая кинетика и катализ».



Романовский Юрий Михайлович – родился в 1929 году, окончил физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (1952), доктор физико-математических наук. В настоящее время – профессор физического факультета МГУ, руководитель лаборатории лазерной и математической биофизики. Автор 6 монографий, посвященных проблемам динамики нелинейных систем и математической биофизики.



Чикишев Андрей Юрьевич – родился в Москве (1958). Окончил физический факультет МГУ им. Ломоносова (1982) и аспирантуру (1985). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему «Молекула белка как колебательная система: лазерная спектроскопия и математическое моделирование» (1986). Имеет больше 100 опубликованных работ по лазерной спектроскопии.
E-mail: ach@lasmed.ilc.msu.su



РЕЛАКСАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ОПИСЫВАЕМЫХ УРАВНЕНИЕМ ФЕРХЮЛЬСТА С «РОЗОВЫМ» ШУМОМ

О.В. Музыкачук

Рассмотрена релаксация вероятностных характеристик решения стохастического уравнения Ферхюльста, имеющего широкий спектр приложений. Случайное воздействие на систему считалось гауссовым марковским процессом с произвольным временем корреляции. На основе численного решения уравнений релаксации моментов предложены две модели нестационарных вероятностных распределений, одно из которых имеет точную стационарную асимптотику для случая дельта-коррелированной случайной силы, другое – для квазистатической. Исследована зависимость релаксации основных вероятностных характеристик от нелинейности системы, начальных условий, интенсивности и вида спектра шума. Построена эволюция модельных вероятностных распределений.

Статистический анализ нестационарных процессов в динамических системах, находящихся под воздействием случайных сил, актуален для широкого круга задач нелинейной динамики и ее приложений (см., например, [1–3]). Математическим аппаратом исследования подобных систем является теория марковских процессов и процессов диффузионного типа (см., например, [4–6]), но, как известно, аналитических решений нестационарных уравнений Фоккера – Планка для искомым вероятностных распределений в нетривиальных случаях нет. Ясно также, что аппроксимация реальных случайных воздействий дельта-коррелированными не всегда правомерна. Очевидно, что для статистического описания динамических систем с отличными от нуля временами корреляции случайных сил приходится комбинировать аналитические и численные методы анализа.

В настоящей работе рассматривается релаксация вероятностных характеристик стохастического уравнения Ферхюльста (имеющего широкий спектр приложений в экологических моделях, теории фазовых переходов [3] и других областях). Случайное воздействие на систему полагаем гауссовым марковским шумом с произвольным временем корреляции. На основе численного решения уравнений релаксации моментов строятся два модельных вероятностных распределения, одно из которых имеет точную стационарную асимптотику для случая дельта-коррелированного шума, а другое – для квазистатического. Численным образом исследуется также релаксация вероятностных характеристик под действием квазистатической случайной силы.

1. Рассмотрим стохастическое уравнение Ферхюльста

$$Tdx/dt = [1 + \xi(t)]x - \gamma x^2. \quad (1)$$

В «экологической» терминологии здесь $x(t)$ – численность изолированной популяции; $T=1/a$, где a – среднее значение трофического коэффициента; γ – безразмерный коэффициент внутривидовой конкуренции. Случайный шум $\xi(t)$ считаем гауссовым марковским процессом с произвольной шириной спектра Π , определив его стохастическим уравнением

$$d\xi/dt + \Pi\xi = \eta(t), \quad (2)$$

где $\eta(t)$ – чисто вспомогательный дельта-коррелированный шум, то есть

$$\langle \eta \rangle = 0, \quad \langle \eta(t)\eta(t-\tau) \rangle = D_\eta \delta(\tau). \quad (3)$$

На основании уравнений (1)–(3) можно получить следующую цепочку уравнений релаксации совместных моментов решения уравнения (1) и случайной силы (здесь и ниже используем безразмерное время $\theta=t/T$)

$$\langle x^n \xi^m \rangle' = (n - \nu m) \langle x^n \xi^m \rangle + n \langle x^n \xi^{m+1} \rangle - \nu n \langle x^{n+1} \xi^m \rangle + m(m-1) \nu p \langle x^n \xi^{m-2} \rangle, \quad (4)$$

$$n = 1, 2, \dots, \quad m = 0, 1, \dots,$$

где $p = \langle \xi^2 \rangle = D_\eta / 2\Pi$ – мощность шума ξ , $\nu = \Pi T$ – относительная ширина его спектра. Для замыкания системы (4) используем гауссово приближение по совокупности случайных переменных $\{x, \xi\}$, учитывая только корреляционные связи этих переменных и опуская кумулянты высших порядков. (В теории стохастических линейных систем соответствующий прием известен как приближение Бурре.)

Ограничившись рассмотрением релаксации среднего значения и дисперсии $D_x = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$, на основании (4) получим

$$\begin{aligned} \langle x \rangle' &= (1 - \gamma \langle x \rangle) \langle x \rangle + \langle x \xi \rangle - \gamma D_x, \\ \langle x \xi \rangle' &= (1 - \nu - 2\gamma \langle x \rangle) \langle x \xi \rangle + p \langle x \rangle, \\ 1/2 D_x' &= (1 - 2\gamma \langle x \rangle) D_x + \langle x \rangle \langle x \xi \rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

Стационарные значения искомых величин запишем в виде

$$\langle x \rangle_{st} = 1/\gamma, \quad \langle x \xi \rangle_{st} = D \langle x \rangle / (1 + \tau), \quad D_{st} = D \langle x \rangle^2 / (1 + \tau), \quad (6)$$

где $\tau = 1/\nu$, $D = p\tau$ – относительное время корреляции шума и его спектральная плотность в «нуле», соответственно. (Как легко видеть из уравнения (1), стационарное среднее значение $\langle x \rangle_{st}$ вообще не зависит от наличия и вида случайного воздействия ξ .)

Интересно отметить, что, хотя второе и третье уравнения системы (5) приближенные, стационарные значения (6) являются точными в предельных случаях как дельта-коррелированного, так и квазистатического шума ξ . Первое легко установить, используя марковский аппарат, а второе – непосредственно из уравнения (1). Соответствующие предельные переходы в (6) к белому шуму

$$\tau \rightarrow 0, \quad D = \text{const} \quad (7a)$$

и квазистатическому

$$\tau \rightarrow \infty, \quad p = \text{const} \quad (7b)$$

очевидны. Как следует из (6), с ростом времени корреляции дисперсия D_x уменьшается при фиксированном значении D и увеличивается при фиксированной мощности шума p , что свидетельствует о преобладающем влиянии низкочастотных спектральных компонент процесса $\xi(t)$.

Заметим, что релаксацию моментов при квазистатическом случайном воздействии можно найти и непосредственно из уравнения Ферхольста. Если относительное время корреляции $\tau \gg 1$, то, рассматривая в уравнении (1) ξ как случайную величину и интегрируя, получим

$$x(s;t) = s/[\gamma + (s/x_0 - \gamma)\exp(-st)], \quad s = \xi + 1 \quad (7)$$

(x_0 – начальное значение). При этом релаксация моментов находится интегрированием выражения (7) с заданной плотностью вероятности $w_s(s)$

$$\langle x^n(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^n(s;t) w_s(s) ds = 1/(2\pi p)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} x^n(s;t) \exp[-(s-1)^2/(2p)] ds. \quad (8)$$

Последнее интегрирование (для гауссова распределения ξ) выполняется численным образом.

2. Обратимся теперь к построению релаксации вероятностного распределения $W_x(x;t)$. Как известно [7,8], стационарное решение соответствующего уравнения Фоккера – Планка (при дельта-коррелированном шуме) имеет вид

$$w_x(x) = Cx^{1/D-1} \exp(-\gamma x/D), \quad x > 0, \quad (9)$$

а стационарные значения моментов определяются рекуррентной формулой

$$\langle x^{n+1} \rangle_{st} = (1+nD) \langle x^n \rangle_{st} / \gamma, \quad n = 0, 1, \dots \quad (10)$$

В частности, для среднего и дисперсии имеем (как и из формул (6))

$$\langle x \rangle_{st} = 1/\gamma, \quad D_{st} = D \langle x \rangle_{st}^2. \quad (11)$$

Для построения нестационарной плотности вероятности воспользуемся приемом, предложенным в работе [9] для случая дельта-коррелированного шума $\xi(t)$. На основании выражений (11) распределение (9) представим в виде

$$w_x(x) = Cx^{1/d_x-1} \exp(-x/\langle x \rangle d_x), \quad C^{-1} = (\langle x \rangle d_x)^{1/d_x-1} \Gamma^{-1}(1/d_x), \quad (12)$$

где $d_x = D_x / \langle x \rangle^2$ – нормированная дисперсия, $\Gamma(z)$ – гамма-функция. В качестве первой модели нестационарного вероятностного распределения возьмем выражение (12) с «размороженными» параметрами $\langle x(t) \rangle$ и $d_x(t)$, значения которых находим численным решением системы уравнений (5), то есть положим*

$$W_x^{(1)}(x;t) = w_x[x; \langle x(t) \rangle, d_x(t)]. \quad (13a)$$

В другом предельном случае квазистатического шума стационарная плотность вероятности $w_x(x)$ имеет тот же вид, что и распределение величины ξ ; если последнее является гауссовым, из (1) элементарно находим

$$w_x(x) = \gamma/(2\pi p)^{1/2} \exp[-(\gamma x - 1)^2/(2p)]. \quad (13)$$

При этом, как видно из (6), стационарная дисперсия $D_x = p \langle x \rangle^2$, поэтому в качестве

* Численные оценки адекватности такой модели, основанные на сравнении с некоторыми точными решениями, приведены в [9].

другой модели нестационарного распределения можно взять гауссову плотность вероятности

$$W_x^{(2)}(x;t) = 1/[2\pi D_x(t)]^{1/2} \exp[-(x - \langle x(t) \rangle)^2 / (2D_x(t))]. \quad (14a)$$

Релаксацию среднего значения и дисперсии, как и ранее, находим численным интегрированием системы (5), а при больших значениях τ для сравнения используем квазистатистическую формулу (8).

Начальными значениями для распределений (13a) и (14a) будем считать соответствующие выражения при начальных условиях

$$\langle x(0) \rangle = \langle x \rangle_0, \quad D_x(0) = D_0. \quad (14)$$

Отметим, что оба распределения при $t \rightarrow 0$ и $D_x \rightarrow 0$ стягиваются в дельта-функцию

$$W_x(x;0) = \delta(x - \langle x \rangle_0), \quad (15)$$

что позволяет для обеих моделей использовать и детерминированные начальные условия ($x(0) = x_0, D_x(0) = 0$).

Заметим также, что, поскольку гамма-распределение (12) при малых d_x является асимптотически гауссовым, при относительно слабом шуме различие между указанными модельными распределениями незначительно.

Как показывает анализ, релаксация среднего значения $\langle x(t) \rangle$ даже при сильном шуме мало отличается от релаксации при $\xi = 0$, поэтому ниже для модельного распределения (13a) рассмотрим также установление соответствующего наиболее вероятного значения x^* . Как следует из (12),

$$x^*(t) = \langle x(t) \rangle (1 - d_x(t)). \quad (16)$$

Отметим, что при $d_x < 0$ у вероятностного распределения (13a) имеется интегрируемая особенность в нуле.

3. Обсудим теперь основные результаты, полученные изложенным методом. Нас интересует влияние параметров системы, а также интенсивности и времени корреляции случайной силы на релаксацию вероятностных характеристик. На рис. 1 показана релаксация наиболее вероятного значения x^* и стандартного отклонения $\sigma_x = D_x^{1/2}$ (а) и соответствующие стационарные вероятностные распределения при разных значениях мощности и времени корреляции шума (σ). На рис. 1, а кривые 1 (1σ) и 2 (2σ) для относительно слабого шума $p=0.1$ с временами корреляции $\tau=0.5, 4.0$, соответственно. Кривые 3 (3σ) и 4 (4σ) для более сильного шума $p=0.4$ и $\tau=0.5, 4.0$, соответственно; $\gamma=0.1$ всюду. Все кривые выходят на свои стационарные значения, определяемые формулами (6) и (16).

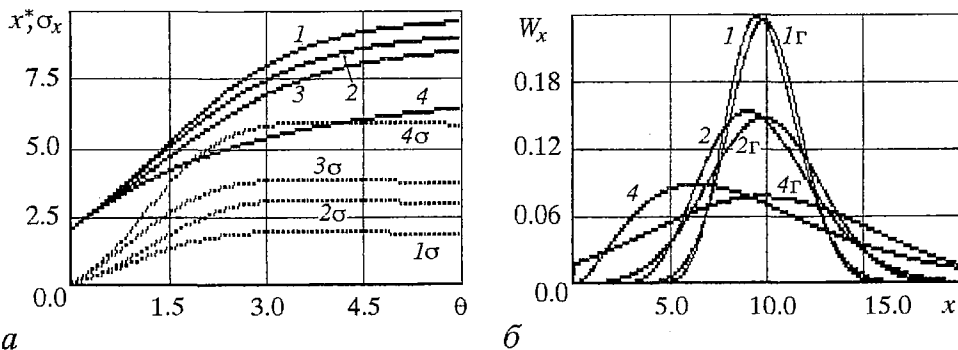


Рис. 1. а – релаксация наиболее вероятного значения и стандартного отклонения; б – стационарные модельные вероятностные распределения

На рис. 1, б кривые 1–4 – модельное распределение (13а), кривые 1г–4г – гауссово модельное распределение (14а). Значения параметров соответствуют кривым рис. 1, а (кривые 3, 3г опущены). Кривые 1 для относительно слабых и быстрых флуктуаций $\xi(t)$, 2 – для слабых медленных, 4 – для сильных медленных (низкочастотных). Различие модельных распределений достаточно заметно (кривые 4 и 4г) лишь при сильных низкочастотных флуктуациях, при этом $\sigma_x \approx x^*$ (см. рис. 1, а). Как следует из приведенных результатов, при фиксированной мощности большее дестабилизирующее действие на систему оказывает низкочастотный шум $\xi(t)$.

На рис. 2 приведена релаксация наиболее вероятного значения (а) и модельной плотности вероятности (б) при разных начальных условиях x_0 ($\gamma=0.2$; $p=0.4$ всюду). Кривые 1–4 на обоих рисунках соответствуют значению $x_0=8$, а кривые 1' – 3' – $x_0=1$. На рис. 2,а кривые 1, 1' – для широкополосного шума ($\tau=0.25$), кривые 2, 2' – для низкочастотного ($\tau=5$) той же мощности. Релаксация модельного распределения (13а) построена (см. рис. 2, б) для случая широкополосного шума ($\tau=0.25$); здесь кривые 1, 1' – начальные дельта-распределения, 4 – стационарная плотность вероятности (9), промежуточные кривые соответствуют моментам, показанным метками на оси времени рис. 2, а. Отметим, что установление вероятностного распределения при большом значении x_0 идет существенно быстрее, чем при малом. Из сравнения кривых 2 и 1 на рис. 2, а, видно, что при низкочастотном шуме установление происходит несколько медленнее, чем при широкополосном.

На рис. 3 показана релаксация нормированной дисперсии d_x при различных значениях начальных условий и времен корреляции шума (а) и установление гауссовой модельной плотности вероятности W_x (б). (Неизменяемые параметры – $\gamma=0.1$, $p=0.15$.) Отметим, что при малых начальных условиях релаксация нормированной дисперсии (см. рис. 3, а) немонотонна, что связано с различной динамикой установления среднего значения и дисперсии. Кривые 1–3 построены для $x_0=1$ и $\tau=0.25, 1.0, 4.0$, соответственно; кривая 4 – «квазистатическая релаксация», полученная на основании численного интегрирования выражения (8). Кривые 2' и 3' соответствуют значению $x_0=5$, при этом установление идет значительно быстрее и монотонно. Рис. 3, б показывает эволюцию модельного распределения (14а) при низкочастотном шуме ($\tau=4$). Здесь кривая 1 – начальная дельта-функция, кривые 2–4 соответствуют моментам времени, отмеченным на рис. 3, а; кривая 5 – квазистатическое ($\tau=\infty$) стационарное распределение (13).

Приведенная ниже таблица показывает зависимость времени релаксации среднего значения $\tau_{\langle v \rangle}$ и дисперсии τ_{D_x} от основных параметров системы и шума.

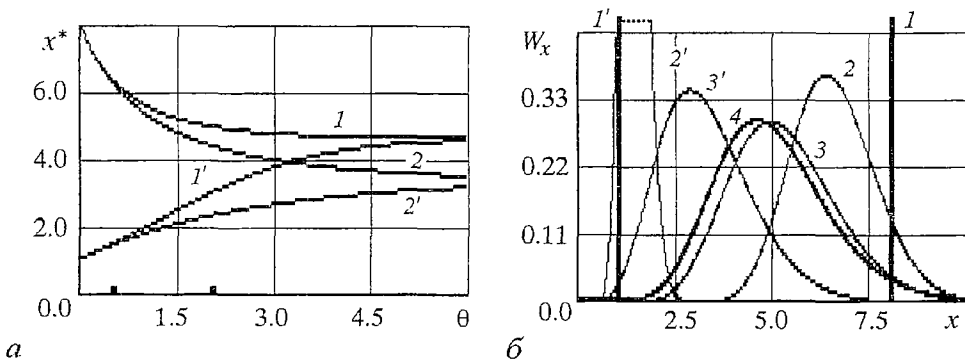


Рис. 2. а – релаксация наиболее вероятного значения при различных начальных условиях; б – эволюция модельных вероятностных распределений при широкополосном шуме

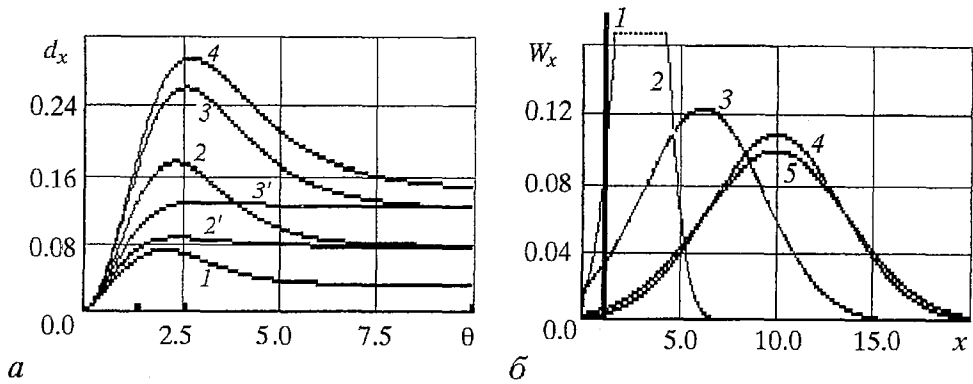


Рис. 3. а – релаксация нормированной дисперсии; б – эволюция модельного вероятностного распределения при низкочастотном шуме

Эти времена определялись численным образом по заданному отклонению (10%) от стационарных значений.

Таблица

x_0	0.5		7.0		0.5		7.0		0.5		7.0	
γ	$\tau_{(x)}$	τ_{Dx}	$\tau_{(x)}$	τ_{Dx}	$\tau_{(x)}$	τ_{Dx}	$\tau_{(x)}$	τ_{Dx}	$\tau_{(x)}$	τ_{Dx}	$\tau_{(x)}$	τ_{Dx}
0.05	6.0	5.4	2.8	1.8	6.3	5.5	3.0	1.8	6.2	7.2	2.7	2.0
0.2	4.4	2.5	1.2	1.2	4.5	2.5	1.5	1.2	4.4	5.2	2.2	1.3
	$\tau=0.5,$		$p=0.1$		$\tau=0.5,$		$p=0.4$		$\tau=4.0,$		$p=0.1$	

Видно, что с ростом нелинейности времена установления уменьшаются; как отмечалось выше, при малых начальных значениях релаксация идет медленнее. Дисперсия устанавливается обычно быстрее среднего значения и при широкополосном шуме несколько быстрее, чем при низкочастотном. На релаксацию средних значений шум не оказывает существенного влияния.

Выполненный анализ показывает, что полученные результаты не только качественно, но и количественно описывают релаксацию вероятностных характеристик системы в широком диапазоне значений мощности и времен корреляции случайного воздействия. При широкополосном шуме более адекватно модельное гамма-распределение (13а), а при низкочастотном – гауссово (14а); при слабом шуме модели эквивалентны.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты № 99-02-17544 и № 00-15-96620.

Библиографический список

1. Диментберг М.Ф. Нелинейные стохастические задачи механических колебаний. М.: Наука, 1980. 368 с.
2. Noise in nonlinear dynamical systems / Eds F. Moss and P.V.E. McClintock. England, Cambridge: Cambridge University Press, 1989. Vol. 1-3.
3. Хорстхемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы: теория и применение в физике, химии и биологии. М.: Мир, 1987. 397 с.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1964. Т. 1, 2.
5. Кляцкин В.И. Стохастические уравнения и волны в случайно-

6. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ негауссовых случайных процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978.

7. Диментберг М.Ф. Точные решения уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова для некоторых многомерных динамических систем // ПММ. 1983. Т. 47, вып.4. С. 55.

8. Музычук О.В. Некоторые точные результаты для вероятностных характеристик стохастического уравнения Ферхюльста // Изв. вузов. ПНД. 1996. Т. 4, № 3. С.18.

9. Музычук О.В. Аналитико–численное построение нестационарных вероятностных распределений для одного класса нелинейных стохастических систем // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 9.

Нижегородский архитектурно–
строительный университет

Поступила в редакцию 2.06.2000
после доработки 14.08.2000

RELAXATION OF PROBABILITY CHARACTERISTICS OF DYNAMICAL SYSTEMS, DESCRIBED BY FERHULST STOCHASTIC EQUATION WITH «PINK» NOISE

O.V. Muzychuk.

Probability characteristics relaxation of a solution of Ferhulst stochastic equation is considered. It was supposed, that random influence on the system is Gaussian Markov process with arbitrary values of correlation time. Two models of nonstationary probability distributions with exact stationary athymptotic are proposed on the basis of numerical solutions of relaxation equations for moments: in the case of delta–correlated random force and quasistationary force. Relaxation of main probability characteristics is examined in dependence on nonlinearity, initial conditions, noise intensity and kind of noise spectrum. Evolution of the model probability distributions has been constructed.



Музычук Олег Владимирович – родился в городе Ярцево Смоленской области (1947). Окончил радиофизический факультет Горьковского университета (1970). После окончания работал на кафедре статистической радиофизики ГГУ, там же защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук (1978) в области исследования динамических систем с флуктуирующими параметрами. С 1978 года работает на кафедре физики Нижегородского архитектурно–строительного института. Автор примерно 40 статей в центральных журналах. Круг интересов – стохастические системы с интенсивными не дельта–коррелированными случайными силами. E–mail: physics @ anatolic.da.ru



РЕЖИМ МАГНИТОУПРАВЛЯЕМОЙ ГЕНЕРАЦИИ С ДОБАВЛЕНИЕМ ПЕРИОДА И ХАОСОМ В СХЕМЕ С МАГНИТОТРАНЗИСТОРОМ

Д.А. Усанов, С.Б. Вениг, С.И. Скворцов

Представлены результаты экспериментальных исследований режимов работы релаксационного генератора, в котором в качестве одного из транзисторов использован биполярный магнитотранзистор. Показана возможность возникновения в таком генераторе магнитоуправляемой последовательности добавления периода, причем дискретное изменение периода колебаний происходит с постоянным шагом для дискретных значений индукции магнитного поля с одинаковым интервалом его изменения. Обнаружен режим работы генератора, при котором переход от периодических колебаний через последовательность добавления периода в режим хаотических колебаний характеризуется высокой инерционностью.

Изменение параметров колебательного контура генератора на туннельном диоде позволило наблюдать чередование режимов периодических и хаотических колебаний [1]. В качестве такого регулируемого параметра использовалась емкость р-п-перехода, которая зависит от приложенного к нему напряжения питания. При этом переход от хаотических колебаний к периодическим происходил с добавлением периода. В работе [2] нами была показана возможность реализации сложных динамических режимов полупроводниковых генераторов, в схему которых включен магнитодиод.

В настоящей работе приведены результаты исследований режимов работы генератора релаксационных колебаний на биполярных транзисторах, в качестве одного из которых использовался магнитотранзистор, в качестве другого – транзистор КТ361, при изменении параметров магнитотранзистора, связанных с воздействием на него магнитного поля. Магнитотранзистор был размещен между полюсами электромагнита. Управление характеристиками генератора осуществлялось изменением величин индукции магнитного поля и напряжения питания. Схема генератора приведена на рис. 1.

В отсутствие внешнего магнитного поля изменение режимов работы

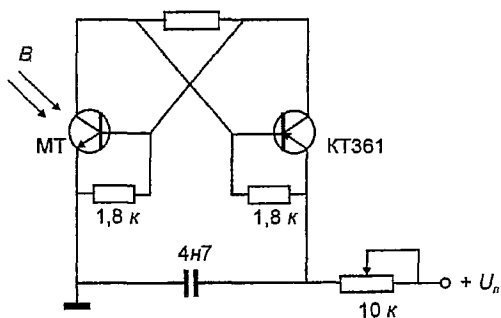


Рис. 1. Схема электрическая принципиальная генератора релаксационных колебаний

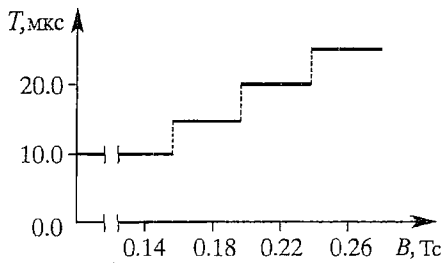


Рис. 2. Зависимость периода колебаний генератора от индукции внешнего постоянного магнитного поля

льного значения 144.7 кГц при напряжении питания 3.2 В. При напряжениях свыше 3.5 В исследуемая генераторная схема работала в режиме хаотических колебаний, а при напряжениях свыше 3.8 В происходил срыв колебаний.

При работе генератора в режиме периодических колебаний с периодом T_0 изменение индукции приложенного внешнего магнитного поля приводит к реализации последовательности бифуркаций добавления периода. Величина периода колебаний для каждого шага последовательности увеличивалась на $T_0/2$ мкс и составляла $T_n = T_0 + (n-1)T_0/2$ мкс, где $n=1,2,3,\dots$, при этом вершины импульсов оказывались как бы модулированными сигналом с периодом $T_0/2$ мкс. На рис. 2 представлена зависимость периода колебаний от величины магнитного поля при напряжении питания генератора 2.65 В и частоте генерации 100 кГц. Как следует из представленной зависимости, с ростом величины индукции магнитного поля добавление периода происходит дискретно через равные интервалы значений индукции магнитного поля. На рис. 3 представлены осциллограммы временных

генераторной схемы в зависимости от напряжения питания происходит следующим образом. Для напряжений питания, не превышающих по величине 2 В, генерация в схеме отсутствует. Дальнейшее увеличение напряжения питания приводит к возникновению хаотических колебаний, а затем, в интервале значений напряжения 2.5÷3.5 В, к возникновению периодических релаксационных колебаний, частота которых изменяется немонотонно от 93.6 кГц до 86.6 кГц, достигая максима-

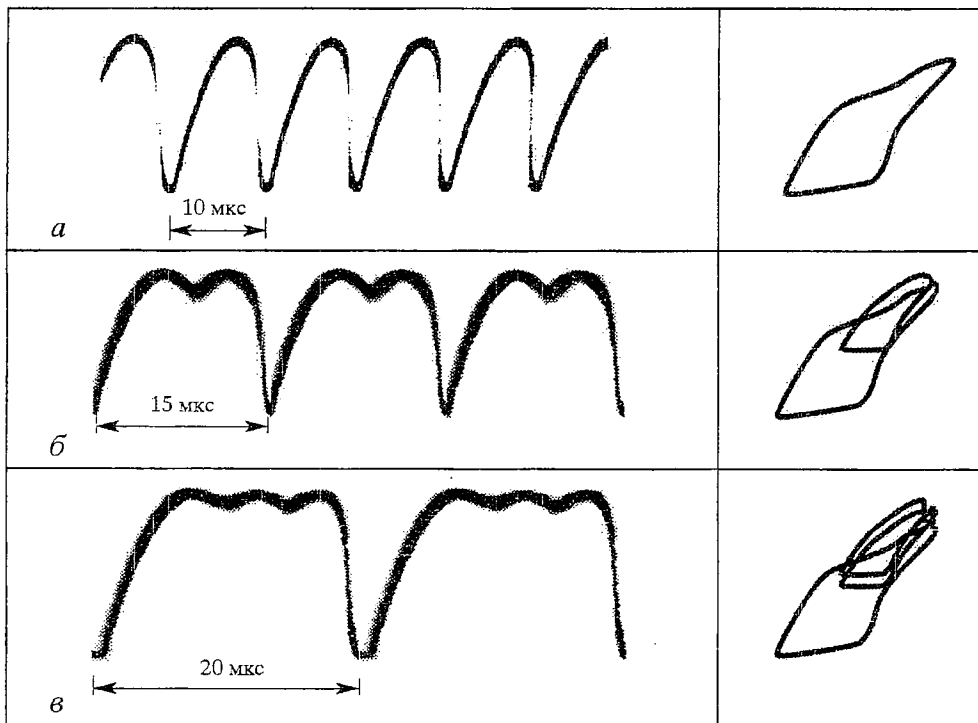


Рис. 3. Осциллограммы временных реализаций и виды проекций фазовых портретов таких колебаний: а – колебания в отсутствие магнитного поля; б – $B=0.16$ Тл; в – $B=0.2$ Тл

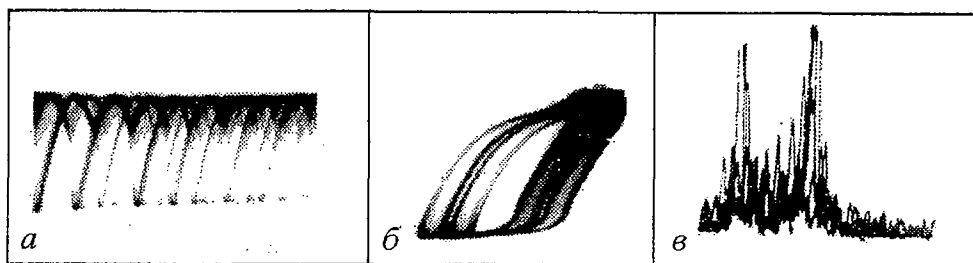


Рис. 4. Временная развертка, проекции фазовых портретов и спектр хаотической генерации

реализаций и виды проекций фазовых портретов таких колебаний при различных значениях индукции магнитного поля.

При значениях индукции магнитного поля, превышающих 0.28 Тл, генератор переходит в режим хаотических колебаний. Временная развертка, проекции фазовых портретов и спектр хаотической генерации представлены на рис. 4.

Полученные результаты эксперимента можно трактовать как последовательное возбуждение во внутреннем контуре транзистора субгармоник f_0/n , где f_0 – частота основной генерации, $n \in N$. При этом процесс добавления периода происходит через области неустойчивости (например, временная реализация неустойчивой генерации при возникновении колебаний с периодом $T_2 = T_0 + 5$ мкс показана на рис. 5). Характер зависимости, приведенной на рис. 2, аналогичен зависимости, называемой «чертовой лестницей» [3].

В случае работы генератора в режиме хаотических колебаний при напряжениях менее 2.5 В включение магнитного поля переключает генератор из режима хаотических в режим периодических колебаний, при этом индукция магнитного поля в зависимости от напряжения питания должна превышать значение 0.1 Тл. Отключение магнитного поля приводит к возврату режима хаотических колебаний в генераторе. При этом переключения между режимами работы происходят скачкообразно, и последовательность бифуркаций добавления периода не наблюдается. Было обнаружено, что при напряжении питания 2.32 В поведение генераторной схемы при мгновенном отключении магнитного поля существенно отличается от характерного для других напряжений питания. В этом случае в генераторной схеме наблюдается инерционный процесс перехода к хаотической генерации через все стадии последовательности добавления периода, причем длительность такого процесса может составлять до 8 мин. Такое поведение схемы можно объяснить перебросом рабочей точки за счет возникающей при мгновенном отключении магнитного поля ЭДС самоиндукции в эквивалентных индуктивных элементах в область значений напряжения, при которых возможно возникновение последовательности добавления периода.

Таким образом, показано, что при использовании в качестве нелинейного элемента магнитотранзисторов в генераторных схемах на их основе возможна реализация сложных динамических режимов работы, управление которыми осуществляется при изменении величины индукции магнитного поля. Обнаружена возможность возникновения в таком генераторе последовательности добавления

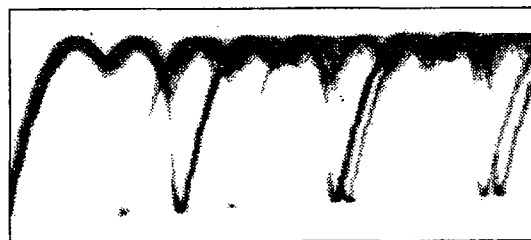


Рис. 5. Временная реализация неустойчивой генерации при возникновении колебаний с периодом $T_2 = T_0 + 5$ мкс

периода, причем дискретное изменение периода колебаний происходит с постоянным шагом для дискретных значений индукции магнитного поля с одинаковым интервалом его изменения. Процесс перехода генератора из режима периодических колебаний в режим хаотических при мгновенном выключении магнитного поля характеризуется высокой инерционностью.

Авторы выражают благодарность профессору Безручко Б.П. и профессору Астахову В.В. за полезные советы при обсуждении работы.

Библиографический список

1. Андрушкевич А.В., Кипчатов А.А. Хаос и периодичность в генераторе на туннельном диоде // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 4. С. 43.
2. Усанов Д.А., Вениг С.Б., Скворцов С.И. Генератор с магниточувствительной инерционной нелинейностью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 2,3. С. 12.
3. Мацумото Т. Хаос в электронных схемах // ТИИЭР. 1987. Т. 75, № 8. С. 66.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 19.05.2000
после доработки 11.10.2000

MAGNETOCONTROLLED GENERATION WITH PERIOD-ADDING SEQUENCE AND CHAOS IN THE CIRCUIT WITH MAGNETOTRANSISTOR

D.A. Usanov, S.B. Wenig, S.I. Skvortsov

Experimental investigation results of relaxation oscillator operation are presented, in which bipolar magnetotransistor is used as one of transistors. Possibility of magnetocontrolled period-adding sequence initiation in such oscillator is shown, and the discrete variation of an oscillation period takes place with constant step for discrete values of magnetic field induction with an equal interval of its change. Mode of the oscillator operation is found, at which the transition from periodic oscillation through period-adding sequence to chaotic oscillation is characterized by high sluggishness.



Усанов Дмитрий Александрович – родился в Менделеевске (1943), окончил Саратовский государственный университет (1965), куда после нескольких лет службы на предприятии электронной промышленности поступил на работу и где работает заведующим кафедры физики твердого тела по настоящее время. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в области физики полупроводников и диэлектриков (1972) и доктора физико-математических наук в области радиофизика, включая квантовую радиофизику (1989). Профессор СГУ, академик МАН ВШ, заслуженный деятель науки РФ. Область научных интересов – твердотельная СВЧ электроника, радиоволновые и оптические методы контроля, применение нелинейной динамики в полупроводниковой электронике СВЧ. Автор многих статей, патентов и изобретений по указанным выше направлениям.



Вениг Сергей Борисович – родился в Саратове (1957), окончил Саратовский государственный университет (1979). После окончания работал инженером ОКБ ПО «Тантал». С 1981 года, после перевода в очную аспирантуру, работает в СГУ. Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1988) по специальности «радиофизика, включая квантовую радиофизику» и доктора физико-математических наук по специальностям «радиофизика» и «физика полупроводников и диэлектриков», доцент кафедры физики твердого тела СГУ. Область научных интересов, по направлениям которой опубликовано более 60 научных работ, – физика полупроводников, твердотельная электроника и радиофизика.



Скворцов Сергей Игоревич – родился в Саратове (1974), окончил Саратовский государственный университет (1996). После окончания СГУ учится в очной аспирантуре на кафедре физики твердого тела. Опубликовал ряд статей в центральной печати, имеет свидетельство на полезную модель. Область научных интересов – твердотельная электроника, схемотехника, прикладная нелинейная динамика.



*В издательстве ГосУНЦ «Колледж»
вышло в свет учебное пособие*

Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой: Лекции соросовского профессора: Учебное пособие. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2000.180 с.: ил. ISBN 5-900641-93-7

В учебном пособии приведены тексты девяти лекций, написанных автором по программе «Соросовские профессора». Лекции посвящены фундаментальным основам нелинейной динамики систем с конечным числом степеней свободы. Рассматриваются и анализируются понятия динамической системы, устойчивости и бифуркаций, детерминированного хаоса, синхронизации, стохастического резонанса. Обсуждаются проблемы диагностики и реконструкции динамических систем по экспериментальным данным.

Пособие ориентировано на студентов, дипломников и аспирантов естественно-научных специальностей университетов.

Более развернутая информация об издании будет дана в следующем номере.

*Заинтересованный читатель может
заказать пособие наложенным платежом (60 руб.)
по электронной почте или телефону*

E-mail: and@cas.ssu.runnet.ru
Тел.: (8-845)52-38-64





БИСТАБИЛЬНАЯ СИСТЕМА С ВНЕШНИМ ДИНАМИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

О.С. Сергеев

Исследуется влияние аддитивного периодического и динамического хаотического возмущений на положение бифуркационной границы, разделяющей моно- и бистабильный режимы в одномерной динамической системе с кубической нелинейностью.

Введение

Данная работа посвящена исследованию аддитивного воздействия динамического происхождения на одномерную бистабильную динамическую систему с кубической нелинейностью, а именно, влиянию возмущения данного типа на положение бифуркационной границы, отвечающей слиянию устойчивого и неустойчивого состояний равновесия. Бистабильные динамические системы являются базовыми элементами для построения сетей взаимосвязанных активных элементов, к изучению которых в настоящее время проявляется большой интерес. Динамика подобных систем напрямую зависит от динамики базового элемента, который, в зависимости от условий задачи, может быть подвержен воздействиям той или иной природы. Исследование показывает, что какое-либо возмущение (регулярное или хаотическое), внесенное в систему, может сместить границы моно- и бистабильного режимов. Величина и характер возможного смещения будут зависеть от величины и типа возмущения. В зависимости от природы внешнего воздействия рассмотрение такой задачи может вестись либо статистическими, либо динамическими методами. Классическая постановка задачи о статистическом рассмотрении динамических систем была дана в работе [1]. Задача здесь сводится к решению уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова для плотности вероятности переменных системы. Иллюстрация такого подхода с применением кумулянтного анализа [2] дана, например, в [3], а также в [4], где исследовалось влияние на бистабильную систему белого шума, в частности, зависимость величины смещения границы режимов от интенсивности шума.

В данной работе представлен динамический подход к решению подобной задачи. Здесь рассматривается та же модель, что и в [4], однако исследование проводится для возмущений не статистической, а динамической природы на примерах периодического воздействия и воздействия типа динамического хаоса (на примере системы Чуа) в предположении их достаточной малости.

1. Модель

Одномерная бистабильная система описывается уравнением

$$du/dt = -u^3 + au + \gamma, \tag{1}$$

где a и γ – параметры. Система имеет либо одно глобально устойчивое состояние равновесия (моностабильный режим), либо два устойчивых состояния равновесия, разделенных неустойчивым (бистабильный режим) (рис. 1). Пространством параметров системы (1) является плоскость (a, γ) . Область параметров, при которых система бистабильна, расположена правее кривой L (рис. 2), описываемой уравнением

$$|\gamma| = 2(a/3)^{3/2}. \tag{2}$$

Область левее кривой L отвечает моностабильному режиму. Кривая L соответствует бифуркации слияния устойчивого и неустойчивого состояний равновесия.

Возмущенная система описывается уравнением

$$du/dt = -u^3 + au + \gamma + \Delta q(t), \tag{3}$$

где Δ – амплитуда воздействия ($\Delta \geq 0$), а $q(t)$ есть T -периодическая функция со следующими свойствами:

$$\begin{aligned} q(t+T) &= q(t), \\ q(t+T/2) &= -q(t), \\ |q(t)| &\leq 1. \end{aligned} \tag{4}$$

Система (3) заменой t и u и введением новых параметров

$$\begin{aligned} t &= \bar{t}T/\pi, \quad u = \bar{u}(\pi/T)^{1/2}, \\ a &= \bar{a}\pi/T, \quad \gamma = \bar{\gamma}(\pi/T)^{3/2}, \\ \Delta &= \bar{\Delta}(\pi/T)^{3/2}, \quad \bar{q}(\bar{t}) = q(\bar{t}T/\pi) \end{aligned}$$

может быть преобразована к виду

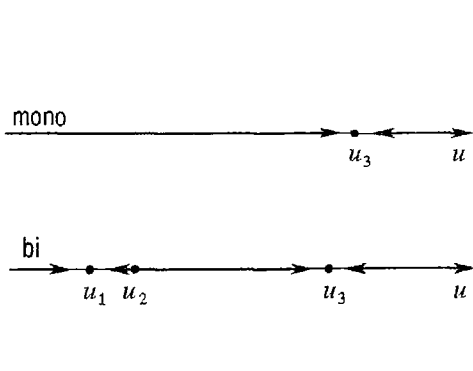


Рис. 1. Фазовая прямая невозмущенной системы в моно- и бистабильном режимах

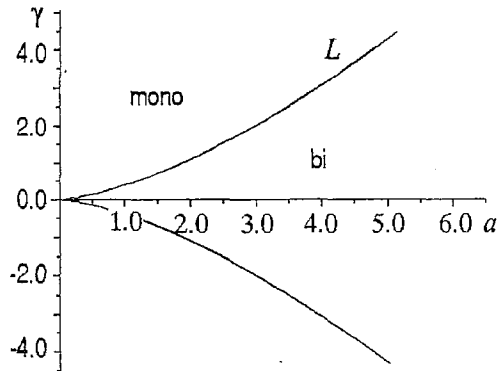


Рис. 2. Граница моно- и бистабильного режимов в невозмущенной системе

$$\dot{u} = -u^3 + au + \gamma + \Delta q(t), \quad (5)$$

где $(\dot{}) = d/dt$ и $q(t)$ — π -периодическая функция. Поэтому рассмотрение периодических возмущений без потери общности может быть ограничено изучением лишь π -периодических воздействий. Тогда значки () при величинах и параметрах в дальнейшем можно опустить.

2. Поведение системы вблизи границы моно- и бистабильного режимов при периодическом возмущении

Система (5) неавтономна и не имеет состояний равновесия. Поэтому моно- и бистабильный режим в данном случае означает наличие одного или двух устойчивых периодических движений, соответственно, в цилиндрическом фазовом пространстве, где система автономна.

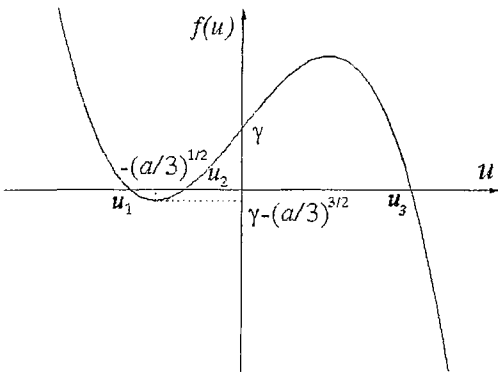


Рис. 3. Качественный вид нелинейности системы вблизи границы моно- и бистабильного режимов. Здесь $f(u) = -u^3 + au + \gamma$

Дальнейшее рассмотрение задачи будет продолжено для таких значений параметров, при которых одно из двух устойчивых состояний равновесия и неустойчивое состояние равновесия невозмущенной системы расположены близко друг от друга (рис. 3): $u_2 - u_1 \ll \ll (a/3)^{1/2}$, то есть для значений параметров вблизи границы моно- и бистабильного режимов невозмущенной системы. Данное условие означает близость состояний равновесия u_1 и u_2 к точке с координатой $u_* = -(a/3)^{1/2}$, где происходит их слияние в момент бифуркации. Система (5) симметрична относительно знака γ и моностабильна для любых $a \leq 0$. Поэтому для определенности можно положить в дальнейшем рассмотрении $\gamma \geq 0$ и $a > 0$. Предполагая, что

$$u_2 - u_1 = 2\mu(a/3)^{1/2}/3^{1/2},$$

где $0 < \mu \ll 1$, и что u_1 и u_2 симметричны относительно точки $(a/3)^{1/2}$

$$u_{1,2} = (a/3)^{1/2}(-1 \mp \mu/3^{1/2}),$$

можно получить, отыскивая u_1 и u_2 по формуле Кардано,

$$\gamma = 2(a/3)^{3/2}(1 - \mu^2/2),$$

то есть

$$\mu = \{2[1 - \gamma/(2(a/3)^{3/2})]\}^{1/2}. \quad (6)$$

Полагая $u(t) = u_{1,2} + \xi(t)$, где ξ достаточно малая величина, и разлагая правую часть (5) в ряд Тейлора до второго порядка по $\xi(t)$, можно получить

$$\dot{\xi} = 2\alpha\xi + \Delta q(t) + \varepsilon\xi^2, \quad (7)$$

где

$$\alpha = \mp a\mu/3^{1/2} - \mu^2/9,$$

$$\varepsilon = (3a)^{1/2}(1 \pm \mu/3^{1/2} - \mu^2/18).$$

Уравнение (7) есть общее уравнение Риккати [5], которое заменой

$$\xi = -(y'/y + \alpha)/\varepsilon \quad (8)$$

преобразуется в уравнение

$$\ddot{y} + [-\alpha^2 + \Delta\varepsilon q(t)]y = 0. \quad (9)$$

Уравнение (9) представляет собой уравнение Матье, динамика которого рассмотрена в [6].

Как видно из (7), если $\Delta=0$, то система имеет два состояния равновесия: устойчивое и неустойчивое. Если Δ увеличивать от нуля, то из состояний равновесия рождаются, соответственно, устойчивое и неустойчивое периодические движения, которые при дальнейшем увеличении Δ сливаются, образуя полуустойчивое периодическое движение, и далее исчезают. (Все траектории с одной стороны полуустойчивого периодического движения стремятся к нему и удаляются от него с другой стороны при $t \rightarrow +\infty$ [7].) Соотношение параметров, отвечающее полуустойчивому периодическому движению, в данном случае определяет границу моно- и бистабильного режимов исходной системы (5).

Для того, чтобы уравнение (7) имело ограниченное решение $\xi_*(t)$, достаточно, чтобы существовало не имеющее нулей решение уравнения (9) $y_*(t)$, так как стремление $y_*(t)$ к нулю означает, согласно (8), стремление $\xi_*(t)$ к бесконечности.

Согласно [6] любое решение уравнения Матье

$$\ddot{y} + [A + Bq(t)]y = 0 \quad (10)$$

является неосциллирующим, то есть имеющим не более одного нуля на любом конечном интервале, если параметры A и B принадлежат зоне неустойчивости с нулевым номером или границе этой зоны с зоной устойчивости с нулевым номером. Для любых других значений параметров любое решение (10) является осциллирующим, то есть имеет счетное число нулей.

Область пространства параметров, состоящая из нулевой зоны неустойчивости и ее границы с нулевой зоной устойчивости, может быть описана согласно [6] неравенством

$$A \leq -\Psi_q(B),$$

где $\Psi_q(B)$ определяется функцией $q(t)$ и обладает следующими свойствами:

$$\Psi_q(B) \geq 0, \quad \Psi_q(0) = 0,$$

$$\Psi_q(B) < |B|, \quad \Psi_q(-B) = \Psi_q(B),$$

$$\Psi_q(B \rightarrow 0) = O(B^2), \quad 0 < d\Psi_q/dB < 1,$$

при этом уравнение

$$\Psi_q(B) = \kappa B, \quad |\kappa| < 1,$$

имеет два и только два корня, один из которых равен нулю. Поэтому неосциллирующее решение (9) и соответствующее ему ограниченное решение (7) следует искать в области параметров

$$\alpha^2 \geq q\Psi_q(\varepsilon\Delta).$$

Всегда существует такое $y_*(t)$, что $\xi_*(t)$, соответствующее ему согласно преобразованию (8), есть π -периодическая функция. Утверждение следует из того факта, что условие $\xi_*(t+\pi)=\xi_*(t)$ и равенство нулю определителя Вронского для решений $y_*(t+\pi)$ и $y_*(t)$ эквивалентны. Последнее означает линейную зависимость между $y_*(t+\pi)$ и $y_*(t)$. Но согласно теории Флоке [6] такое решение уравнения (10) всегда существует для любых значений параметров A и B .

Уравнение (7) может быть линеаризовано около предполагаемого ограниченного периодического движения $\xi_*(t)$. В результате можно найти условие полуустойчивости $\xi_*(t)$ как условие ненарастания и неубывания малых возмущений вблизи $\xi_*(t)$ на периоде

$$\int_0^\pi (\alpha + \varepsilon \xi_*(t)) dt = 0,$$

что эквивалентно

$$|y_*(\pi)/y_*(0)| = 1.$$

Последнее уравнение означает условие принадлежности параметров границе зон неустойчивости и устойчивости уравнения Матье. На основе полученных результатов можно заключить: отвечающая полуустойчивому периодическому движению в (7) бифуркационная граница совпадает с границей зон неустойчивости и устойчивости с нулевым номером уравнения Матье (9). Таким образом, искомое уравнение границы

$$\alpha^2 = \Psi_q(\varepsilon\Delta). \quad (11)$$

Согласно [6] зависимость $A = -\Psi_q(B)$ для уравнения (10) может быть найдена как удовлетворяющая краевой задаче

$$\ddot{y} + [A + Bq(t)]y = 0,$$

$$y(\pi) = y(0), \quad \dot{y}(\pi) = \dot{y}(0).$$

Решение данной краевой задачи эквивалентно нахождению такого соотношения параметров, что характеристическая константа Ляпунова $\Lambda_q(A, B)$ для (10) равна 1. Согласно определению

$$\Lambda_q(A, B) = 1/2(y_1(\pi) + \dot{y}_2(\pi)),$$

где $y_1(t)$ и $y_2(t)$ – решения уравнения Матье с начальными условиями

$$y_1(0) = 1, \quad \dot{y}_1(0) = 0,$$

$$y_2(0) = 0, \quad \dot{y}_2(0) = 1.$$

При вычислении характеристической константы Ляпунова за начальную точку необходимо принять $\Lambda_q(0, 0) = 1$, что соответствует границе зон с нулевым номером. Как видно, в отсутствие внешнего воздействия $\Psi_q(B) \equiv 0$. Таким образом, задача нахождения полуустойчивого периодического движения в неавтономной системе (7) (достаточно сложная для общего случая произвольной функции $q(t)$) сведена к более простой задаче решения дифференциального уравнения и нахождения нулей функции.

Уравнение (11) можно переписать в виде

$$(\mp a\mu/3^{1/2} - \mu^2/9)^2 = \Psi_q[\Delta(3a)^{1/2}][1 \pm \mu/3^{1/2} - \mu^2/18].$$

Чтобы упростить рассмотрение, слагаемое с μ^2 в левой части и слагаемые с μ и μ^2 в правой части уравнения можно отбросить как несущественные, тогда уравнение границы принимает вид

$$a^2\mu^2/3 = \Psi_q(\Delta(3a)^{1/2}). \quad (12)$$

Полагая $\mu < \mu_0 \ll 1$, $\mu_0 = \text{const}$ как условие применимости для (12) и принимая во внимание симметрию задачи относительно знака γ , можно получить уравнение бифуркационной кривой, разделяющей области моно- и бистабильности системы (5)

$$|\gamma| = 2(a/3)^{3/2} - \Psi_q(\Delta(3a)^{1/2})/(3a)^{1/2} \quad (13)$$

с условием применимости

$$a > 3(\Delta/\mu_0^2)^{2/3}. \quad (14)$$

Неравенство (14) следует из условий $\mu < \mu_0$ и $\Psi_q(B) < |B|$. Кроме того, условие (14) может быть интерпретировано как приближение малого возмущения. Из формулы (13) следует, что граница моно- и бистабильного режимов смещается в сторону бистабильной области. Это означает, что при возмущении одномерной бистабильной системы периодическим воздействием образуется область параметров, отвечающая бистабильному режиму в невозмущенной системе и моностабильному режиму в возмущенной.

На рис. 4 представлены примеры функций Ψ_q . Функции Ψ_{rec} , Ψ_{sin} и Ψ_{sin^3} соответствуют прямоугольному, синусоидальному (sin) и \sin^3 π -периодическим воздействиям. Пунктиром на рисунке показана биссектриса. Функции Ψ_{sin} и Ψ_{sin^3} построены численно, функция Ψ_{rec} найдена аналитически. Стоит отметить, что согласно свойствам функции Ψ_q и условию применимости теории

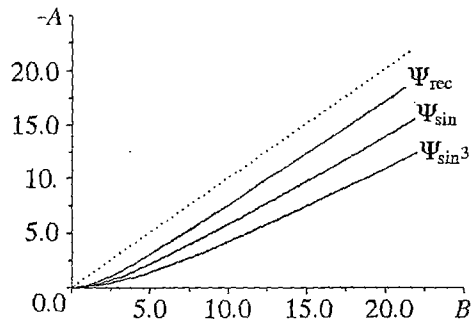


Рис. 4. Примеры функций Ψ_q для прямоугольного (Ψ_{rec}), синусоидального (Ψ_{sin}) и \sin^3 (Ψ_{sin^3}) π -периодических воздействий

$$\Psi_q(\Delta(3a)^{1/2})/(3a)^{1/2} < \Delta < \mu_0^2(a/3)^{3/2} \ll 2(a/3)^{3/2},$$

поэтому судить о величине смещения границы режимов для различных внешних воздействий удобно по виду функций Ψ_q на плоскости $(B, -A)$.

3. Поведение системы вблизи границы моно- и бистабильного режимов при возмущении типа динамического хаоса

В данном разделе рассматривается система (3) в предположении, что $q(t)$ динамическое хаотическое воздействие, то есть воздействие порожденное внешней динамической системой с n -мерным фазовым пространством и хаотическим аттрактором. Встает вопрос, как в данном случае определить моно- и бистабильный режимы? По аналогии с предыдущим разделом моно- и бистабильный режимы могут быть определены как наличие соответственно одного или двух притягивающих множеств в $(n+1)$ -мерном фазовом пространстве, где система автономна.

Пусть аттрактор, отвечающий $q(t)$, центральносимметричен (условие

аналогичное симметрии периодического сигнала), а $q(t)$ удовлетворяет следующим свойствам:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \int_0^T q(t) dt = 0,$$

$$|q(t)| \leq 1.$$

В предположении близости параметров к границе моно- и бистабильного режимов невозмущенной системы и в полном соответствии со случаем периодического воздействия система (3) может быть сведена к уравнению Матье (9). Продолжением построения аналогии между периодическим и хаотическим случаями могут служить следующие рассуждения.

Предполагаем, что аттрактор, реализующий $q(t)$, обладает свойством рекуррентности траекторий, то есть для любой точки x на аттракторе и для любого $\delta > 0$ существует такой временной отрезок $T_x(\delta)$, что расстояние в фазовом пространстве между начальной точкой $x(t=0)$ и конечной точкой дуги траектории временной длины $T_x(\delta)$ меньше δ . Если отрезок $T_x(\delta)$ использовать в качестве периода при вычислении $\Lambda_q(A, B)$ в уравнении Матье, и функции $A = -\Psi_q(B)$, вычисленные для любых начальных точек на аттракторе, будут совпадать друг с другом с точностью δ , то аналогия между периодическим и хаотическим воздействиями можно считать построенной. Иными словами, воздействие динамического хаотического сигнала на смену режимов в одномерной бистабильной системе эквивалентно с точностью δ воздействию периодического сигнала, полученного повторением отрезка реализации временной длины, равной периоду возвращаемости для любой точки на аттракторе.

Для доказательства высказанных предположений был проведен численный эксперимент. В качестве источника внешнего воздействия была использована система Чуа [8]

$$\dot{x} = \sigma(y - f(x)),$$

$$\dot{y} = x - y + z,$$

$$\dot{z} = -\beta y,$$

где $f(x) = 0.0625x^3 - 0.1666x$. Хаотическому режиму в данной системе отвечает аттрактор типа двойного завитка (double scroll). Временные интервалы $T_x(\delta)$ были найдены для четырех произвольных точек на аттракторе: $T_1 = 28.777$, $T_2 = 76.815$,

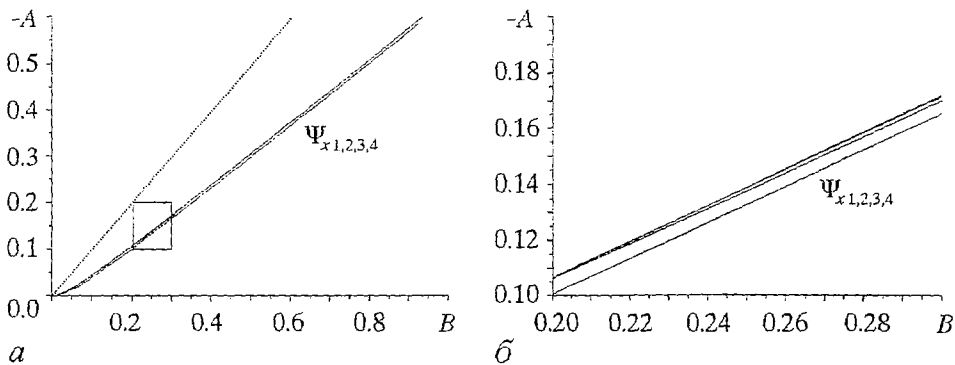


Рис. 5. График функций Ψ_q , построенных по четырем отрезкам реализации x -координаты аттрактора Чуа (а); выделенная область в увеличенном масштабе (б)

$T_3=49.304$, $T_4=43.577$ (для параметров: $\delta=0.01, \sigma=5.9, \beta=7.7$). Вычисление функции Ψ_q было сделано для всех трех координат аттрактора.

На рис. 5 представлены кривые $-A=\Psi_q(B)$ для x -координаты аттрактора для всех четырех точек (кривые $\Psi_{x1,2,3,4}$). На рис. 6 и 7 представлены кривые для y - и z -координат аттрактора, соответственно, для тех же точек (кривые $\Psi_{y1,2,3,4}$ и $\Psi_{z1,2,3,4}$). Кривые для различных периодов воздействия построены с одинаковой точностью, этим объясняется различная длина кривых. Пунктирные линии на рисунках – биссектрисы. Как видно, кривые, отвечающие разным точкам и соответственно различным интервалам $T_x(\delta)$, практически совпадают. Этот факт подтверждает предположение о возможности построения аналогии данным способом.

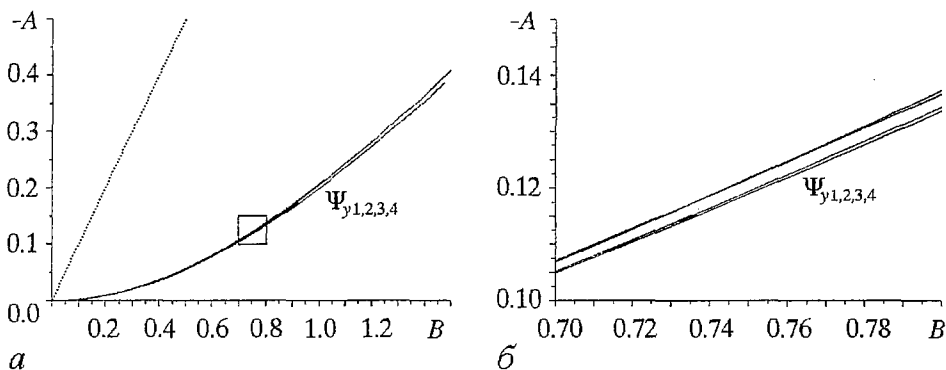


Рис. 6. График функций Ψ_q , построенных по четырем отрезкам реализации y -координаты аттрактора Чуа (а); выделенная область в увеличенном масштабе (б)

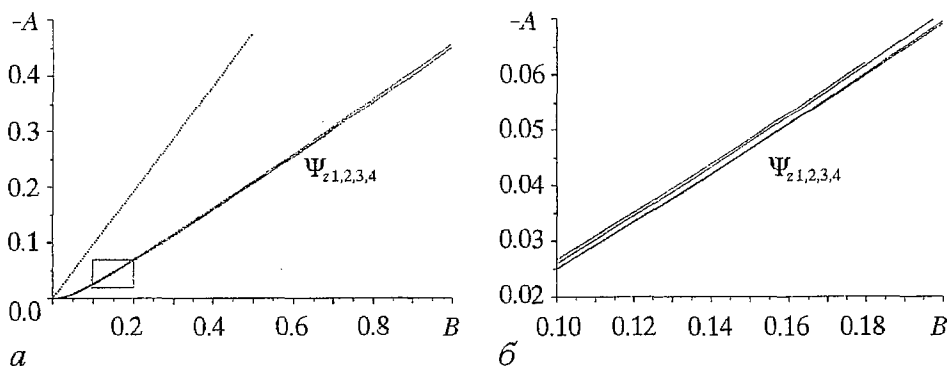


Рис. 7. График функций Ψ_q , построенных по четырем отрезкам реализации z -координаты аттрактора Чуа (а); выделенная область в увеличенном масштабе (б)

Заключение

В данной работе сделана попытка исследования эффекта смещения бифуркационной границы, разделяющей моно- и бистабильный режимы в одномерной системе с кубической нелинейностью при аддитивном воздействии на нее малого периодического и динамического хаотического возмущения. На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

- В случае периодического воздействия граница моно- и бистабильного режимов смещается в бистабильную область невозмущенной системы. Существует

общий закон смещения границы для любого периодического воздействия, нахождение которого сводится к задаче отыскания границы зон неустойчивости и устойчивости уравнения Матье.

• В численном эксперименте доказано, что задача нахождения закона смещения границы моно- и бистабильного режимов при динамическом хаотическом воздействии малой амплитуды может быть сведена с некоторой точностью к периодическому случаю. В качестве периода может быть взят временной интервал возвращаемости траектории на хаотическом аттракторе для любой точки аттрактора. Граница режимов в данном случае также смещается в бистабильную область невозмущенной системы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ 99-02-17742, 15-00-96582).

Библиографический список

1. Понтрягин Л.С., Андронов А.А., Витт А.А. О статистическом рассмотрении динамических систем // ЖЭТФ. 1933. Т. 3, № 3. С. 165.
2. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Советское радио, 1978.
3. Бочков Г.Н., Цветов М.А., Шалфеев В.Д. Исследование статистических свойств системы ФАПЧ методом кумулянтов // Динамика систем. Фазовая синхронизация / Под. ред. Ю.И. Неймарка. Горький: Изд-во ГГУ, 1976. С. 68.
4. Сергеев О.С. О смене режимов в бистабильной системе с шумом // Вестник ННГУ. Радиофизика. 1998. № 1. С. 151.
5. Камке Е. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1978.
6. Якубович В.А., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М.: Наука, 1972.
7. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
8. Chua's circuit: A Paradigm for Chaos / Ed. by R.N. Madan. Singapore: World Scientific, 1993.

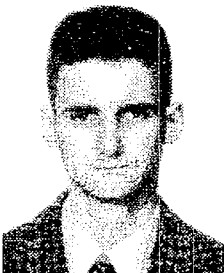
*Нижегородский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 17.10.2000
после доработки 21.11.2000*

BISTABLE SYSTEM WITH EXTERNAL DYNAMICAL INFLUENCE

O.S. Sergeev

In this paper we have studied the influence of additive periodical and dynamical chaos perturbation on the location of the bifurcation boundary which separates mono- and bistable regimes in bistable one-dimensional dynamical system with cubic nonlinearity.



Сергеев Олег Сергеевич – родился в Дзержинске Горьковской области (1973). Окончил радиофизический факультет ННГУ (1996). В настоящее время является аспирантом кафедры теории колебаний указанного факультета. Область научных интересов – теория колебаний и волн, влияние внешних воздействий на динамику систем. Является соавтором нескольких научных публикаций по указанным направлениям.



О синхронизации квазипериодических колебаний при С-бифуркациях в кусочно-линейной неавтономной динамической системе

Ж.Т. Жусубалиев, Е.Ю. Емельянова

Исследуется поведение кусочно-линейной динамической системы с внешним периодическим воздействием при С-бифуркациях, связанное с возникновением резонансных циклов, являющихся следствием синхронизации квазипериодических колебаний. В качестве примера рассматривается динамика системы автоматического управления с широтно-импульсной модуляцией первого рода, описываемой трехмерной кусочно-линейной неавтономной динамической системой. В плоскости параметров обнаружены области существования резонансных циклов на двумерном торе (области синхронизации) специфической формы, аналогичные языкам Арнольда, но имеющие существенные различия в сравнении с последними в структуре внутреннего устройства и бифуркационных переходах, которые принципиально не реализуются в гладких динамических системах. Детально изучается структура С-границ и бифуркационные переходы внутри области синхронизации.

Введение

Многие задачи из приложений, например, осцилляторы с сухим трением, виброударные системы [1], релейные и импульсные системы автоматического управления [2,3], электронные и радиотехнические схемы с кусочно-гладкими характеристиками или с ключевыми элементами (см., например, [4]), широкий класс устройств преобразовательной техники [5] и др. часто приводят к исследованию поведения решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений, правые части которых имеют разрывы первого рода на некоторых гладких гиперповерхностях (поверхностях) [6–8]. Эти поверхности разделяют фазовое пространство динамической системы на некоторые области, в каждой из которых поведение системы описывается различными дифференциальными уравнениями с достаточно гладкими правыми частями. При переходе изображающей точки из одной области гладкости в другую решения этих уравнений «сшиваются» тем или другим образом на границах областей, например, по непрерывности или условиями разрыва [1,3,7,8].

Рассмотрению колебательных режимов динамических систем с разрывными правыми частями посвящены многочисленные статьи. В работах [9–11] исследовалась динамика системы автоматического управления с широтно-импульсной модуляцией второго рода (ШИМ-2), описываемой двумерной кусочно-линейной динамической системой с внешним периодическим воздействием. Было показано, что в такой системе наряду с периодическими могут

возникать и хаотические колебания. Как следует из результатов этих работ, переход от режимов периодических колебаний к хаотическим при изменении параметров может происходить по типичным сценариям, например, через каскад бифуркаций удвоения периода, либо через жесткое возникновение множества различных локально устойчивых периодических движений, каждое из которых с изменением параметров может претерпевать конечную или бесконечную последовательность бифуркаций удвоения периода, завершающихся переходом к хаосу.

В то же время, в динамических системах с разрывными правыми частями переходы к хаосу могут иметь некоторые особенности, связанные со специфическими для таких систем бифуркациями. Как известно, в кусочно-гладких динамических системах возможны различные типы периодических решений (см., например, [1,3]). Периодическое решение конкретного типа характеризуется вполне определенной последовательностью прохождения фазовой точкой областей кусочной гладкости, а следовательно, определенным порядком сшивания траектории этого движения из отдельных участков. При изменении параметров возможны специфические нарушения условий существования периодического решения, связанные с изменением числа участков фазовых траекторий, из которых сшивается траектория движения [1]. Подобные нарушения топологической структуры фазового пространства получили название S -бифуркаций периодических решений [1].

К числу первых работ, в которых были описаны S -бифуркации, по-видимому, следует отнести работы М.И.Фейгина [12–14]. В [12] были получены аналитические критерии удвоения периода колебаний, а также слияния двух циклов различных типов с последующим их исчезновением. Для примера в [12] приведены результаты анализа удвоения периода колебаний и слияния двух циклов при S -бифуркациях в двумерной кусочно-линейной неавтономной динамической системе, описывающей поведение механической системы с ограничителем перемещения. В [13] для этой динамической системы с использованием описанного в работе [12] локального подхода получены аналитические условия рождения сложных субгармонических колебаний и показана возможность рождения семейств неустойчивых циклов. В [14] установлено соответствие между аналитическими условиями S -бифуркаций, приведенными в [12,13], и спектром собственных значений матриц локальных точечных отображений. В [14] эта методика применена сначала к случаю двумерного кусочно-линейного отображения, зависящего от трех параметров, для построения карты динамических режимов и изучения структуры бифуркационных границ, а затем – для иллюстрации возможности возникновения хаотических колебаний при S -бифуркациях в одномерном кусочно-линейном отображении. Эти результаты были систематизированы в монографии [1], где приводится классификация типичных S -бифуркаций коразмерности один в общем классе кусочно-гладких динамических систем.

В более поздних работах [15–17] Н.Е. Nusse и J.A. Yorke назвали S -бифуркации *border collision bifurcations*. На основе кусочно-линейного двумерного отображения и отображения Хенона они построили семейство кусочно-гладких двумерных отображений [15]. Там же представлены результаты численных экспериментов, иллюстрирующие типичные S -бифуркационные переходы (см. также [16,17]) такие, например, как переходы от устойчивого цикла периода 2 к устойчивым циклам периода m , а также от устойчивого цикла к так называемым циклам хаотических интервалов [18] (в [15–17] они названы *m-piece chaotic attractor*). Подробное исследование механизмов возникновения и динамических свойств таких притягивающих множеств приведено в [18,19].

Бифуркации для семейства кусочно-гладких одномерных отображений численно и аналитически исследованы в [16]. Детальное обсуждение S -бифуркаций в одномерных кусочно-линейных отображениях приведено в [17] (см. также [14, 18,19]).

Для кусочно-линейного трехсегментного (бимодального) отображения –

three-segment (bimodal) piecewise-linear continuous 1D-map – в трехмерном пространстве параметров аналитически построены [19] области периодичности с различными числами вращения, соответствующие языкам Арнольда. Показано, что разрушение двумерного тора (авторы этой работы используют термин «разрушение языков Арнольда») связано с С-бифуркациями.

Сводка некоторых результатов М.И.Фейгина в контексте современной теории бифуркаций имеется в [20]. Там же можно найти ссылки на более поздние его работы, опубликованные в середине и конце 90-х годов. Обсуждаются типичные динамические особенности кусочно-гладких систем, связанных с С-бифуркациями, grazing bifurcations, приводится классификация С-бифуркаций. Основное внимание уделено вопросам управления бифуркациями и хаосом в кусочно-гладких динамических системах. Для примера рассматриваются трехмерная кусочно-линейная автономная модель схемы Чуа и двумерная неавтономная кусочно-линейная модель преобразователя постоянного напряжения с широтно-импульсной модуляцией.

При исследовании двумерной системы неавтономных дифференциальных уравнений в [9] обнаружен случай слияния двух циклов и последующего их исчезновения через С-бифуркации, а также С-бифуркации простого изменения типа решения. Однако для целей, преследуемых в указанной работе, это не имело принципиального значения и внимание на этом не акцентировалось.

Для двумерной модели релейной системы с внешней принудительной синхронизацией в [21] были выявлены С-бифуркации удвоения периода 3-цикла, С-бифуркации простого изменения типа решения с потерей локальной устойчивости. Описано явление бесконечного каскада аддитивного увеличения периода. Из результатов численных расчетов, представленных в этой работе, следует, что хаотизация колебаний при движении по параметрам от одной области периодичности к другой происходит по следующему сценарию: сначала от устойчивого цикла возникает цикл хаотических интервалов через С-бифуркацию (см., например, [19]), который затем с изменением управляющего параметра преобразуется в односвязное хаотическое множество.

Для трехмерной кусочно-линейной системы дифференциальных уравнений с внешним периодическим воздействием в [22,23] изучены более сложные случаи поведения при С-бифуркациях. Показано, что при С-бифуркациях возможно не только удвоение, но и утроение, учетверение и упятерение периода колебаний, возникновение множества периодических режимов с кратными периодами, описаны сценарии перехода к хаосу через последовательность С-бифуркаций. Результаты детальных исследований С-бифуркаций и переходов к хаосу в многомерных кусочно-гладких системах дифференциальных уравнений представлены в [24].

В данной работе исследуются С-бифуркации резонансных циклов на двумерном торе для трехмерной кусочно-линейной неавтономной системы дифференциальных уравнений. В качестве примера рассматривается динамика системы автоматического управления с широтно-импульсной модуляцией первого рода (ШИМ-1), описываемой трехмерной кусочно-линейной неавтономной динамической системой.

Показано, что в плоскости параметров на линии, где устойчивый цикл с периодом внешнего воздействия бифурцирует в двумерный тор, существуют точки коразмерности два, на которые опираются языки синхронизации специфической формы, аналогичные языкам Арнольда [25–27]. Такие области в работе названы «языками С-синхронизации» в силу того, что имеют существенные различия в структуре внутреннего устройства и бифуркационных переходах в сравнении с языками Арнольда. Как показывает численный анализ, языки С-синхронизации в плоскости параметров расположены всюду плотно. Такие области можно условно разделить на два типа. Первый тип отвечает резонансным циклам с четным, а второй – с нечетным периодом. Резонансные кловы ограничены не кривыми седло-узловой бифуркации (см., например, [25,26]), а С-бифуркационными линиями, где сливаются и исчезают устойчивый и неустойчивый циклы различных

типов. Детально изучается структура С-границ и бифуркационные переходы внутри области С-синхронизации.

1. Постановка задачи и методы исследования

В качестве примера системы управления с широтно-импульсной модуляцией рассмотрим транзисторный преобразователь постоянного напряжения [5], схема замещения которого приведена на рис. 1, а, где ТП – транзисторный преобразователь; КУ – пропорционально интегрирующее корректирующее звено; ДН – датчик напряжения; ШИМ – широтно-импульсный модулятор; $U_{osc}(t)$ – внешнее периодическое воздействие. Регулирование выходного напряжения x_2 осуществляется методом широтно-импульсной модуляции первого рода [5]. Временные диаграммы, поясняющие принципы формирования импульсов управления ключевыми элементами транзисторного преобразователя, приведены на рис. 1, б.

Уравнение движения рассматриваемой системы имеет вид

$$dX/dt = AX + B(t,X), \quad B(t+a,X) \equiv B(t,X), \quad (1)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -R/L & -1/L & 0 \\ 1/C & -1/(CR_{II}) & 0 \\ 0 & -\alpha\beta/\tau & -1/\tau \end{bmatrix}, \quad B(t,X) = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 K_F(\xi)/L \\ 0 \\ -\alpha U_{ref}/\tau \end{bmatrix}, \quad B(t,X) = B(K_F(\xi)).$$

Здесь $\xi = \xi(t,X)$, $\xi(t+a,X) \equiv \xi(t,X)$; $K_F(\xi)$ – управляющий сигнал и сигнал на выходе широтно-импульсного модулятора. Выходной сигнал $K_F(\xi)$ модулятора в пределах интервала $(k-1)a < t < ka$, $k=1,2,3\dots$ определяется [9–11] следующим образом:

$$K_F(\xi) = \begin{cases} 1, & (k-1)a < t < t_k \\ 0, & t_k < t < ka \end{cases} \quad k = 1,2,3\dots,$$

где a – период внешнего воздействия (период модуляции); величина t_k определяется в зависимости от ξ по алгоритму [9–11]

$$t_k = \begin{cases} (k-1)a, & \xi((k-1)a, X_{k-1}) \leq 0, \\ \rightarrow \xi(t_k, X_{k-1}) = 0, & \xi((k-1)a, X_{k-1}) > 0, \quad \xi(ka, X_{k-1}) < 0, \\ ka, & \xi(t, X_{k-1}) > 0, \quad (k-1)a \leq t \leq ka, \end{cases} \quad (2)$$

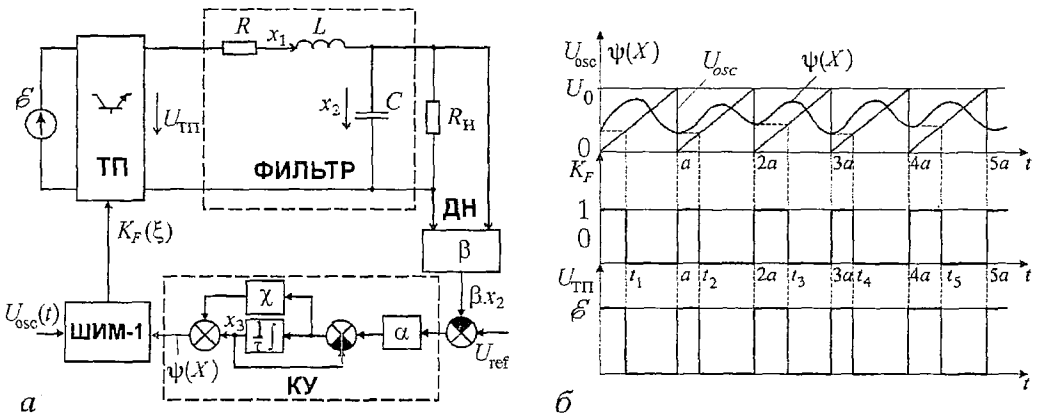


Рис. 1. а – схема замещения преобразователя напряжения с широтно-импульсной модуляцией первого рода; б – временные диаграммы, поясняющие принципы формирования импульсов управления транзисторным преобразователем

$$\xi(t, X) = \psi(X) - U_{\text{osc}}(t), \quad \psi(X) = \alpha \chi(U_{\text{ref}} - \beta x_2) + (1 - \chi)x_3,$$

$$U_{\text{osc}} = U_0(t/a - E_1(t/a)), \quad X_k = X(ka)$$

или

$$\xi(t, X) = \alpha \chi U_{\text{ref}} - U'X - U_0(t/a - E_1(t/a)).$$

Здесь $U' = (0, \alpha\beta\chi, (\chi-1))$ – матрица–строка, определяющая закон регулирования; $E_1(t/a)$ – целая функция.

Параметры динамической системы (1): $R=10.6$ Ом, $L=0.1$ Гн, $R_n=100$ Ом, $C=10^{-6}$ Ф, $E_0=104$ В, $U_0=10$ В, $U_{\text{ref}}=5$ В, $\beta=0.1$, $a=10^{-4}$ с, $\tau=4 \cdot 10^{-4}$ с, $\alpha > 0$, $0 < \chi < 1$.

Исследование динамической системы (1) было сведено к изучению свойств трехмерного отображения

$$X_k = CX_{k-1} + V_k, \quad (3)$$

$$C = \exp(Aa), \quad V_k = [\exp(Aa) - \exp(Aa(1-z_k))]A^{-1}B_1 - [E - \exp(Aa(1-z_k))]A^{-1}B_0,$$

$$B_1 = B(1), \quad B_0 = B(0),$$

$$z_k = \begin{cases} 0, & \alpha\chi U_{\text{ref}} - U'X_{k-1} \leq 0, \\ \alpha\chi U_{\text{ref}}/U_0 - U'X_{k-1}/U_0, & 0 < \alpha\chi U_{\text{ref}} - U'X_{k-1} < U_0, \\ 1, & \alpha\chi U_{\text{ref}} - U'X_{k-1} \geq U_0. \end{cases} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь $z_k = t_k/a - k + 1$ – относительная длительность импульса (коэффициент заполнения). Период T периодического решения динамической системы (1) в общем случае является кратным периоду внешнего воздействия: $T = ma$, $m = 1, 2, \dots$. Движение с таким периодом будем называть m -циклом [9,11].

Периодические движения находились численно из решения системы трансцендентных уравнений (4) относительно z_1, z_2, \dots, z_m , полученной на основе (3) и условия периодичности [9,11],

$$\Phi_k(z_1, z_2, \dots, z_m) = \mu_k(z_k), \quad k = \overline{1, m}, \quad (4)$$

$$\mu_k(z_k) = \begin{cases} < 0, & z_k = 0, \\ > 0, & z_k = 1, \\ 0, & 0 < z_k < 1, \end{cases}$$

$$\Phi_k(z_1, z_2, \dots, z_m) = \alpha\chi U_{\text{ref}} - U'X_{k-1}^c - U_0 z_k,$$

$$X_{k-1}^c = C^{k-1} [E - C^m]^{-1} \sum_{i=1}^m C^{m-i} V_i + \sum_{i=1}^{k-1} C^{k-1-i} V_i.$$

Для определения типа периодического решения аналогично тому, как это делалось в [1], нами введена характеристика, определяющая порядок прохождения фазовой точкой областей кусочной непрерывности. В качестве таковой естественно было выбрать последовательность циклических точек периода

m : z_k^c , $k = \overline{1, m}$, $z_k^c = z_{k+m}^c$, $k = \overline{1, m}$. Очевидно, что z_k^c , $k = \overline{1, m}$ – суть решение уравнения (4). Тогда порядок сшивания траектории периодического движения конкретного типа будет определяться любой из характеристик

$$S_{m,1} = (z_1^c z_2^c \dots z_{m-1}^c z_m^c), \quad S_{m,2} = (z_2^c z_3^c \dots z_m^c z_1^c), \quad \dots, \quad S_{m,m} = (z_m^c z_1^c \dots z_{m-2}^c z_{m-1}^c), \quad (5)$$

переходящих друг в друга при циклической перестановке компонент.

Последовательности z_k^c , $k = \overline{1, m}$ можно поставить в соответствие

последовательность, составленную из трех символов 1,0,*, где символы 1 и 0 соответствуют тем z_k^c , $k=\overline{1,m}$, которые принимают значение 1 и 0, а «*» – $0 < z_k^c < 1$. Тогда характеристики (5), определяющие тип движения, могут быть записаны в символической форме, получаемой заменой z_k^c , $k=\overline{1,m}$ в (5) соответствующими символами. Использование символической характеристики позволяет существенно упростить понимание общей картины возможных типов движений и бифуркаций.

Число участков фазовых траекторий, из которых сшивается траектория цикла периода m ,

$$N = 2 \cdot (m - r - l),$$

где r, l – число нулей и единиц в символической характеристике. Изменению числа участков сшиваемых фазовых траекторий соответствует обращение символа «*» в нуль или единицу, или наоборот.

Локальная устойчивость периодических решений определяется собственными числами ρ_i , $i=1,2,3$ (мультипликаторами) основной матрицы $F(T)$, являющимися корнями уравнения

$$\det(F(T) - \rho E) = 0,$$

где основная матрица рассчитывается по рекуррентной формуле [11]

$$F_k = F_{k-1} \partial X_k^c / \partial X_{k-1}^c, \quad F_0 = E, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad F(T) = F_m,$$

$$\partial X_k^c / \partial X_{k-1}^c = C + \begin{cases} \partial X_k^c / \partial z_k (\partial z_k / \partial X_{k-1}^c)', & 0 < z_k < 1, \\ 0, & z_k = 1, \quad z_k = 0. \end{cases}$$

Здесь O – нулевая матрица.

2. Анализ областей существования резонансных циклов на двумерном торе

Результаты двухпараметрического анализа динамической системы в плоскости параметров $\Pi = \{(\alpha, \chi) : 14 \leq \alpha \leq 43; 0.097 \leq \chi \leq 0.124\}$ представлены на рис. 2. На этом рисунке через Π_m обозначены области, образованные множеством точек $P = (\alpha, \chi)$, $P \in \Pi$, в которых существуют резонансные циклы периода m , $m > 1$. На рис. 2, а показаны четырнадцать относительно широких языков S -синхронизации. На самом деле число языков в Π бесконечно. Между языками синхронизации расположены области квазипериодичности и хаоса. Языки синхронизации опираются на линию N_ϕ , в точках которой цикл периода 1 бифурцирует в двумерный тор (рис. 2, б), и ограничены S -бифуркационными линиями, где устойчивый m -цикл одного типа сливается с неустойчивым другого типа того же периода и исчезает. Ключи S -синхронизации расположены всюду плотно. Тем не менее, суммарная их ширина на кривой N_ϕ равна нулю, а вправо от N_ϕ растет, но немонотонно.

На диаграмме можно выделить две группы областей S -синхронизации. Первую группу составляют области, которые отвечают резонансным циклам с нечетным периодом, а вторую – с четным. Такое разделение связано с различием в структуре их внутреннего устройства в Π , которое состоит в том, что в Π_m с четным m существует единственный устойчивый m -цикл, непрерывный по параметрам, в то время как в Π_m с нечетным m имеются области, где существуют два m -цикла различных типов.

Начнем рассмотрение с анализа структуры S -границ областей Π_m с

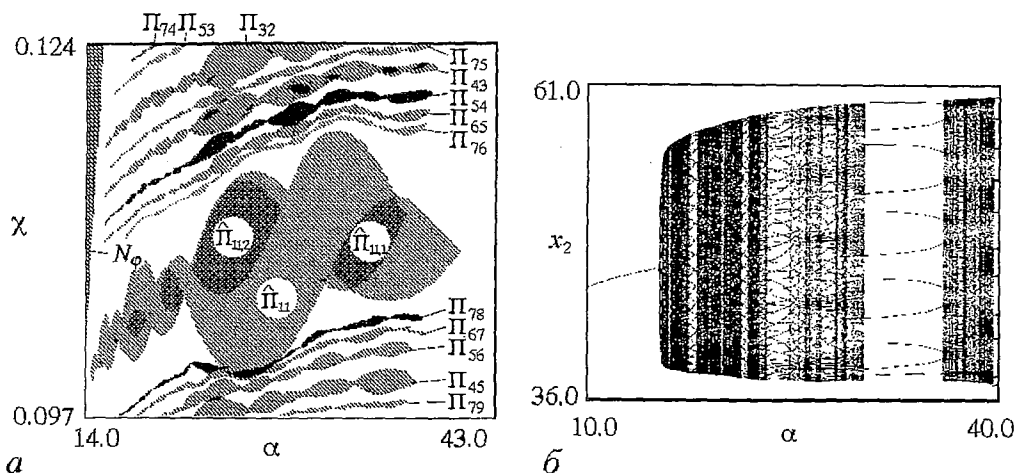


Рис. 2. *a* – двухпараметрическая диаграмма областей существования резонансных циклов в плоскости параметров $\Pi = \{(\alpha, \chi): 14 \leq \alpha \leq 43; 0.097 < \chi < 0.124\}$; *b* – однопараметрическая бифуркационная диаграмма, построенная в сечении, иллюстрирующая возникновение двумерного тора из цикла периода 1

нечетным периодом на примере Π_{11} . Результаты двухпараметрического бифуркационного анализа приведены на рис. 3, *a*. На диаграмму нанесены четыре С-бифуркационные линии L_1, L_2, L_3, L_4 , каждая из которых состоит из совокупности С-границ двух типов

$$L_j = \cup_i L_{ji}^{\pm}, \quad j = \overline{1,4}, \quad i = 1, 2, \dots,$$

где линии L_{ji}^+ соответствуют С-границам слияния устойчивого и неустойчивого циклов разных типов и последующего их исчезновения, а L_{ji}^- – С-границам простого изменения типа решения.

Область Π_{11} ограничена совокупностью С-бифуркационных линий L_{ji}^+ . На рис. 3, *a* через $\hat{\Pi}_{11,i}, i = 1, 2, \dots, \hat{\Pi}_{11,i} \subset \Pi_{11}$, обозначены те части Π_{11} , где для всех точек $P \in \hat{\Pi}_{11,i}$ существуют два устойчивых 11-цикла разных типов. Области $\hat{\Pi}_{11,i}, i = 1, 2, \dots$ ограничены С-бифуркационными линиями L_{ji}^+ , в точках которых устойчивый 11-цикл одного типа сливается с неустойчивым другого типа и исчезает. Внутри каждой из $\hat{\Pi}_{11,i}, i = 1, 2, \dots$ периодические движения гладко зависят от параметров, а при переходе через точки С-границ L_{ji}^+ наблюдаются жесткие переходы от устойчивого 11-цикла одного типа к устойчивому 11-циклу другого типа и наоборот, с типичным для таких переходов гистерезисом. Бифуркационные линии L_{ji}^+ внутри Π_{11} опираются на точки $P_{11,i}, i = 1, 2, \dots$ коразмерности два (рис. 4). На диаграмме (см. рис. 3) приведены символические характеристики устойчивых циклов. Рядом с каждой С-бифуркационной кривой указаны те из $z_k^c, k = 1, 2, \dots, m$ символической характеристики, обращение которых в нуль или единицу приводит к изменению типа решения.

На рис. 3, *a* штриховые и пунктирные линии соответствуют С-границам, где происходит простое изменение числа сшиваемых участков фазовых траекторий (простое изменение типа решения [1]). Они являются продолжением С-границ L_{ji}^+ , обозначенных на диаграмме сплошными линиями. Это означает, что если двигаться по параметрам вдоль $L_j, j = 1, 2, 3, 4$, то при переходе через точки $P_{11,i}, i = 1, 2, \dots$ коразмерности два, линии L_{ji}^+ непрерывно переходят в С-бифуркационные линии L_{ji}^- простого изменения типа решения. Пунктиром обозначены С-границы изменения типа устойчивого цикла, а штриховой линией – неустойчивого.

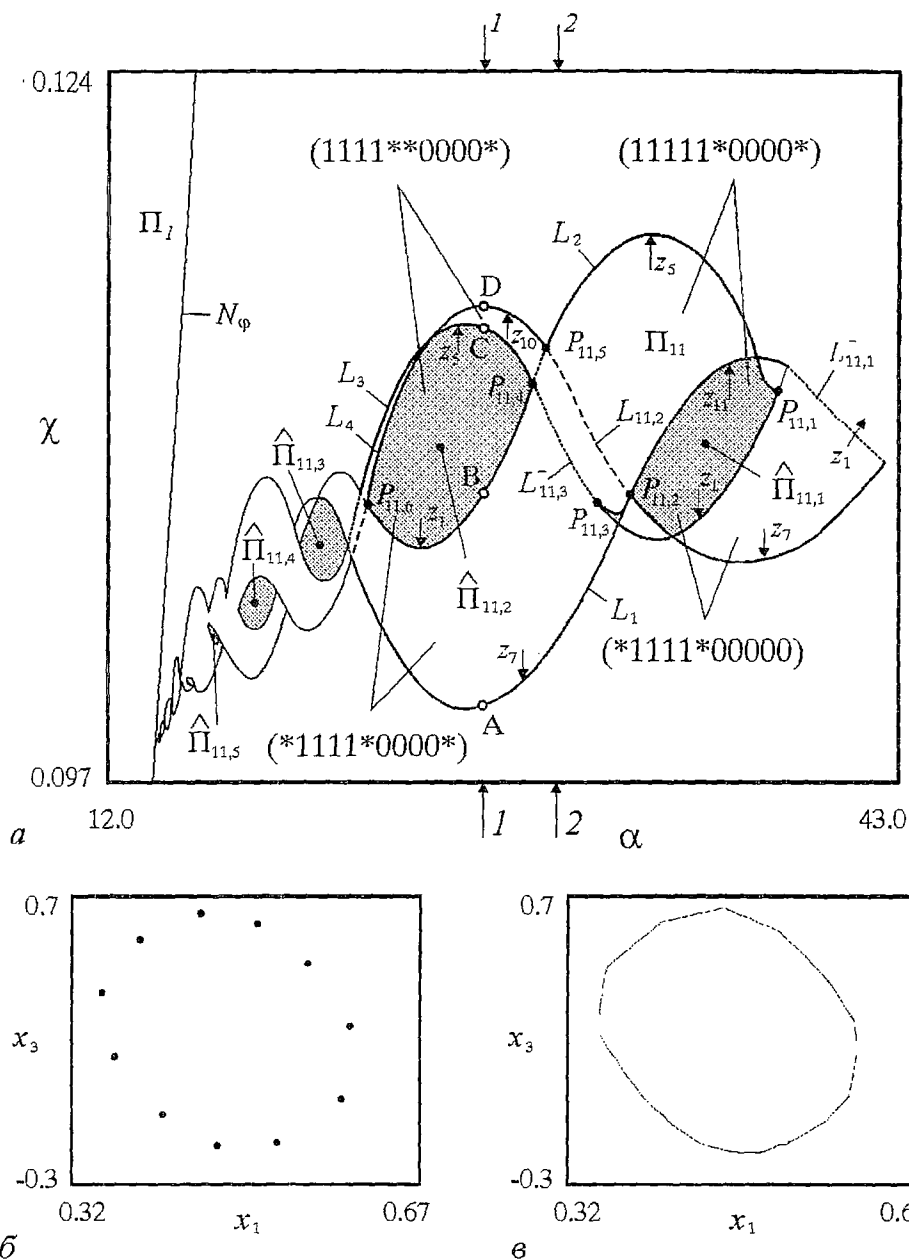


Рис. 3. а – двухпараметрическая бифуркационная диаграмма в плоскости параметров $\Pi = \{(\alpha, \chi) : 12 \leq \alpha \leq 43; 0.097 < \chi < 0.124\}$: сплошные линии соответствуют С-границам, в точках которых происходит слияние устойчивого цикла с неустойчивым; штриховые – С-границам изменения типа устойчивого цикла (для примера на рисунке через $L_{11,2}^-$ обозначена одна из них); пунктирные – С-границам изменения типа неустойчивого цикла (например, линия $L_{11,3}^-$). б – двумерная проекция сечения Пуанкаре для двумерного тора с периодической обмоткой; диаграмма соответствует резонансному циклу периода 11, существующему в области Π_{11} ; сечение Пуанкаре рассчитано для внутренней точки нижней границы Π_{11} при $\alpha=21, \chi=\chi_{\text{int}}$; $\chi_{\text{int}}=0.104470752376667$. в – двумерная проекция сечения Пуанкаре для двумерного тора с квазипериодической обмоткой; диаграмма рассчитана для внешней точки нижней границы Π_{11} при $\alpha=21, \chi=\chi_{\text{int}} - 10^{-14}$, лежащей в области существования двумерного эргодического тора

При переходе из области $\hat{\Pi}_{11,i}$ в область $\hat{\Pi}_{11,i+1}$ число сшиваемых участков фазовых траекторий устойчивых 11-циклов последовательно увеличивается ровно на два. Например, траектории устойчивых циклов, существующих в $\hat{\Pi}_{11,1}$, сшиваются из четырех участков, в $\hat{\Pi}_{11,2}$ из шести, а в $\hat{\Pi}_{11,9}$ — из двадцати. Так как максимальное число сшиваемых участков фазовых траекторий для 11-цикла равно 22, то число областей $\hat{\Pi}_{11,i}$, $i=1,2,\dots,\hat{\Pi}_{11,i} \in \Pi_{11}$ является конечным. В пределе С-границы непрерывно переходят в кривые седло-узловой бифуркации, опирающиеся на линию N_ϕ в точке коразмерности 2. На диаграммах (см. рис. 2, 3) точки, на которые опираются клыки синхронизации, не показаны вследствие чрезвычайной узости областей Π_m вблизи N_ϕ . На рис. 3, б, в приведены двумерные проекции сечения Пуанкаре для двумерного тора с периодической и квазипериодической обмоткой, соответственно. Сечения Пуанкаре рассчитаны для двух близких точек, различающихся на величину 10^{-14} по параметру χ при $\alpha=21$, которые соответствуют внутренней и внешней точке нижней границы Π_{11} . Диаграммы иллюстрируют переход от резонансного цикла к двумерному эргодическому тору при пересечении границы Π_{11} . Численные эксперименты показывают, что вблизи указанного сечения проходит линия разрушения двумерного тора.

Остановимся более подробно на анализе бифуркаций при переходе через точки С-границ. Сначала проведем анализ в сечении $D_1 = \{(\alpha, \chi) : \alpha = 26.7; 0.099 < \chi < 0.116\}$, обозначенном на диаграмме рис. 3, а цифрой 1. Указанное сечение пересекает трансверсально линии L_j , $j=1,2,3,4$ в точках $P \in \Pi$, которые обозначены как А, В, С, D. Значения параметра χ в этих точках обозначим через $\chi_A, \chi_B, \chi_C, \chi_D$.

Результаты бифуркационного анализа приведены на рис. 5: сплошные линии отвечают эволюции устойчивых, а штриховые — неустойчивых циклов. Зависимости мультипликаторов устойчивых и неустойчивых 11-циклов от параметра χ изображены на рис. 6. Отметим существенную особенность рассматриваемой бифуркации. Нетрудно видеть, что мультипликаторы ρ_i , $i=1,2,3$ неустойчивых 11-циклов (а точнее, мультипликаторы тех циклов, у которых происходит изменение числа сшиваемых участков фазовых траекторий) гладко зависят от χ , за исключе-

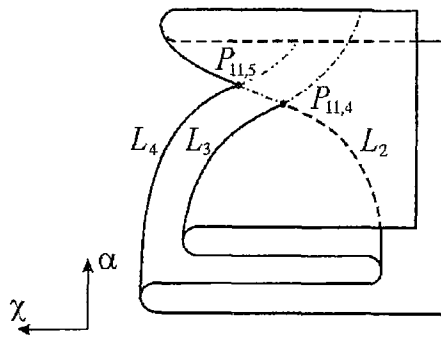


Рис. 4. Фазопараметрическая диаграмма, иллюстрирующая особенности устройства С-границ вблизи точек $P_{11,4}$ и $P_{11,5}$

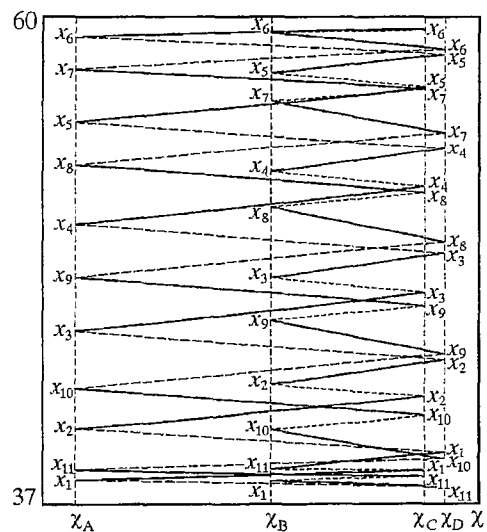


Рис. 5. Однопараметрическая бифуркационная диаграмма для сечения $D_1 = \{(\alpha, \chi) : \alpha = 26.7; 0.099 < \chi < 0.116\}$, обозначенного на рис. 3, а цифрой 1: сплошные линии соответствуют эволюции устойчивых, а штриховые — неустойчивых 11-циклов; $\chi_A, \chi_B, \chi_C, \chi_D$ — точки С-границ, в которых происходит слияние устойчивого цикла с неустойчивым

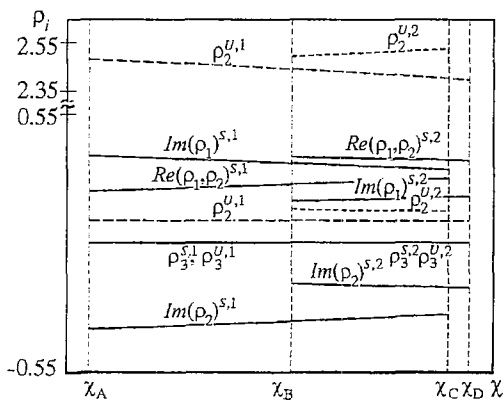


Рис. 6. Зависимости мультипликаторов устойчивого и неустойчивого циклов от параметра χ для сечения $D_1 = \{(\alpha, \chi): \alpha = 26.7; 0.099 < \chi < 0.116\}$: $\rho_i^{s,1}, \rho_i^{s,2}, i=1,2,3$ – мультипликаторы устойчивых 11-циклов $X_{11,1}^s, X_{11,2}^s$; $\rho_i^{u,1}, \rho_i^{u,2}, i=1,2,3$ – мультипликаторы неустойчивых 11-циклов $X_{11,1}^u, X_{11,2}^u$

происходит слияние и последующее исчезновение конечного или бесконечного числа неустойчивых циклов с кратными периодами.

В точке $P = (26.7, \chi_A)$, $\chi_A \approx 0.09988107$, лежащей на линии L_1 , возникает пара 11-циклов: устойчивый и неустойчивый. Обозначим их через $X_{11,1}^s$ и $X_{11,1}^u$, соответственно. Траектория устойчивого цикла $X_{11,1}^s$ сшивается из шести участков: (*1111*0000*), а неустойчивого $X_{11,1}^u$ из восьми: (*1111**000*). С ростом параметра χ вдоль прямой D_1 , в точке $P = (26.7, \chi_C)$, $\chi_C \approx 0.11415795$, лежащей на линии L_3 , устойчивый 11-цикл $X_{11,1}^s$ сливается с неустойчивым 11-циклом $X_{11,2}^u$ и исчезает. Неустойчивый 11-цикл $X_{11,2}^u$ возникает на линии L_2 в паре с устойчивым 11-циклом $X_{11,2}^s$ другого по отношению к $X_{11,1}^s$ типа. Из рис. 5 легко видеть, что при движении по параметру χ , неустойчивый 11-цикл $X_{11,1}^u$ исчезает, сливаясь с устойчивым $X_{11,2}^s$ при переходе через линию L_4 в точке $P = (26.7, \chi_D)$, $\chi_D \approx 0.11498787$.

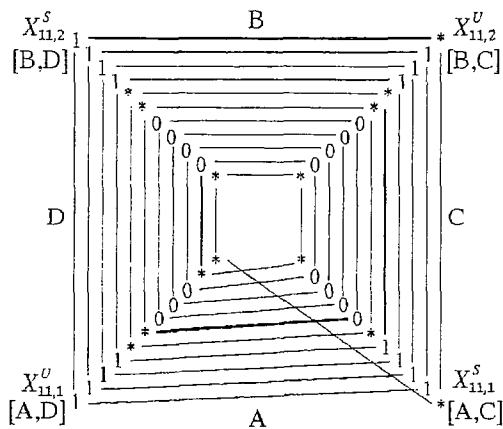


Рис. 7. Диаграмма, иллюстрирующая последовательность С-бифуркационных переходов в сечении $D_1 = \{(\alpha, \chi): \alpha = 26.7; 0.099 < \chi < 0.116\}$

нием бифуркационных значений, в окрестности которых $\rho_i, i=1,2,3$ терпят разрыв первого рода. Это свойство легко доказывается и является типичным для С-бифуркаций [9,15–17,23,24].

Другое свойство состоит в том, что С-бифуркации не связаны с обращением одного из мультипликаторов в +1 или в -1, либо комплексно-сопряженной пары мультипликаторов в $\exp(\pm i\psi)$, $\psi \neq 0, \pi, \pi/2, 2\pi/3$. Например, как видно из рис. 6, максимальный по модулю мультипликатор 11-цикла при бифуркационном значении параметра не обращается в +1, как в случае седло-узловой бифуркации.

В особых случаях, как это показано в [1,23,24], возможно слияние двух неустойчивых циклов разных типов с последующим исчезновением. В указанных работах описаны более сложные переходы, когда в точках С-границы

Описанную последовательность С-бифуркаций можно выразить символически в виде диаграммы, изображенной на рис. 7. На диагоналях этой диаграммы приведены символические характеристики устойчивых $X_{11,1}^s, X_{11,2}^s$ и неустойчивых $X_{11,1}^u, X_{11,2}^u$ циклов, а в вершинах указаны диапазоны их существования по параметру χ . Вертикальные и горизонтальные линии соответствуют переходам через точки С-границ, при которых происходит слияние устойчивого и неустойчивого циклов разных типов и последующее их исчезновение. Выделенные линии отражают динамику изменения тех из $z_k^c, k=1,2,\dots,m$, которые отвечают за изменение числа сшиваемых участков фазовых траекторий при С-бифуркациях.

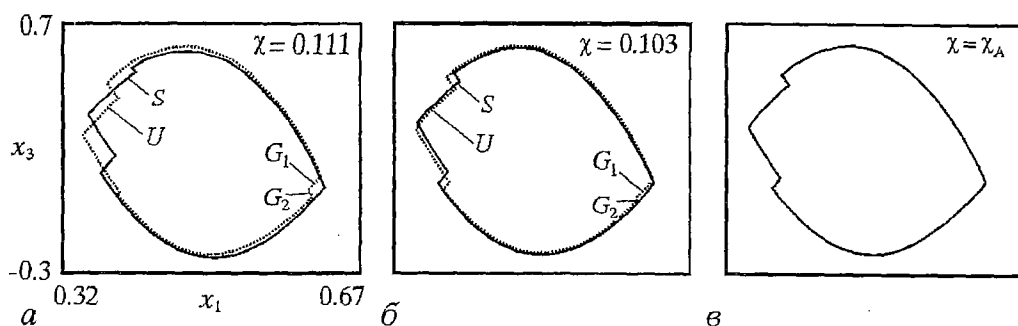


Рис. 8. Двумерные проекции фазовых траекторий устойчивого $X_{11,1}^S$ и неустойчивого $X_{11,1}^U$ 11-циклов для трех значений χ сечения D_1 , иллюстрирующие слияние устойчивого цикла одного типа с неустойчивым другого и последующее их исчезновение через С-бифуркацию: а – фазовые портреты устойчивого и неустойчивого циклов в области резонанса при $\alpha=26.7$, $\chi=0.111$; б – вблизи границы области резонанса при $\alpha=26.7$ и $\chi=0.103$; в – для точки $P=(26.7; \chi_A)$, лежащей на С-бифуркационной линии, где происходит слияние устойчивого цикла с неустойчивым и последующее их исчезновение

На рис. 8 приведены двумерные проекции фазовых траекторий устойчивого (сплошная линия, обозначенная S) и неустойчивого (штриховая линия, обозначенная U) 11-циклов, участвующих в бифуркации, рассчитанные для трех значений χ в сечении D_1 . При движении по параметру χ к точке $P=(26.7; \chi_A)$ величина z_6^c в символической характеристике неустойчивого цикла стремится к нулю. На С-границе z_6^c обращается в нуль (см. рис. 7), вследствие чего исчезают два участка G_1 и G_2 траектории неустойчивого цикла.

Как мы видим из диаграммы рис. 7 (см. также рис. 8), устойчивый цикл $X_{11,1}^S$, также как и $X_{11,2}^S$, сшивается из шести участков фазовых траекторий. Различие $X_{11,1}^S$ и $X_{11,2}^S$ состоит не в числе участков фазовых траекторий, а в порядке их сшивания. Это следует из того, что символические характеристики циклов $X_{11,1}^S$, $X_{11,2}^S$ не переходят друг в друга при циклической перестановке их компонент. Аналогичная картина имеет место и для неустойчивых циклов $X_{11,1}^U$, $X_{11,2}^U$, сшиваемых из восьми участков фазовых траекторий.

Остается теперь рассмотреть переходы через точки С-границ, отвечающих бифуркации простого изменения типа решения. Результаты численных расчетов для сечения $D_2=\{(\alpha, \chi): \alpha=29.7; 0.101 < \chi < 0.116\}$, обозначенного на рис. 3, а цифрой 2, приведены на рис. 9. Здесь изображена эволюция устойчивых и неустойчивых циклов при вариации параметра χ , а на рис. 10 показана динамика изменения их мультипликаторов. На рис. 11 приведена динамика изменения устойчивого и неустойчивого 11-циклов в зависимости от χ в проекции на плоскость (x_1, x_2) . Кружочками отмечены

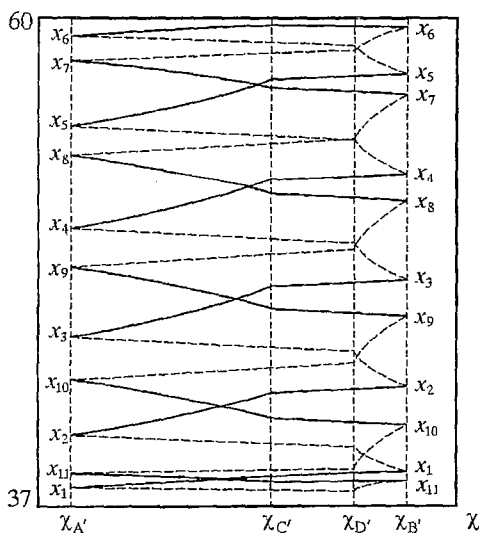


Рис. 9. Однопараметрическая бифуркационная диаграмма для сечения $D_2=\{(\alpha, \chi): \alpha=29.7; 0.101 < \chi < 0.116\}$, обозначенного на рис. 3, а цифрой 2: сплошные линии соответствуют эволюции устойчивых, а штриховые – неустойчивых 11-циклов; χ_A, χ_B – точки С-границ, в которых происходит слияние устойчивого цикла с неустойчивым; χ_C, χ_D – точки С-границ изменения типа устойчивого и неустойчивого 11-циклов, соответственно

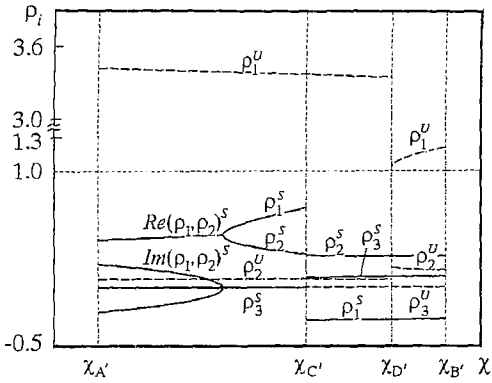


Рис. 10. Зависимости мультипликаторов устойчивого и неустойчивого циклов от параметра χ для сечения $D_2 = \{(\alpha, \chi) : \alpha = 29.7; 0.101 < \chi < 0.116\}$: $\rho_i^s, \rho_i^u, i=1,2,3$ — мультипликаторы устойчивого X_{11}^s и неустойчивого X_{11}^u 11-циклов, соответственно

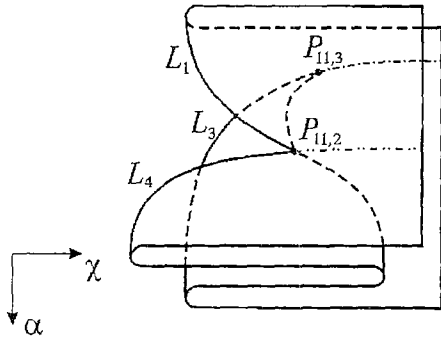


Рис. 12. Фазопараметрическая диаграмма, иллюстрирующая особенности устройства С-границ вблизи точек $P_{11,2}$ и $P_{11,3}$

области ограничены С-бифуркационными линиями слияния устойчивого и неустойчивого циклов. Линии С-границ опираются на точки $P_{11,2}$ и $P_{11,3}$ коразмерности два. Особенности устройства С-границ вблизи этих точек проиллюстрированы на рис.12.

Заключение

В представленной работе рассмотрены особенности поведения трехмерной кусочно-линейной динамической системы с внешним периодическим воздействием при С-бифуркациях.

В плоскости параметров обнаружены области периодичности специфической формы, аналогичные языкам Арнольда, отвечающие областям существования резонансных циклов на двумерном торе, которые возникают вследствие синхронизации квазипериодических колебаний. Такие области в работе названы «языками С-синхронизации». Показано, что языки С-синхронизации имеют существенные различия в структуре внутреннего устройства и бифуркационных переходах по сравнению с языками Арнольда. Детально изучены структура С-границ и бифуркационные переходы внутри области С-синхронизации.

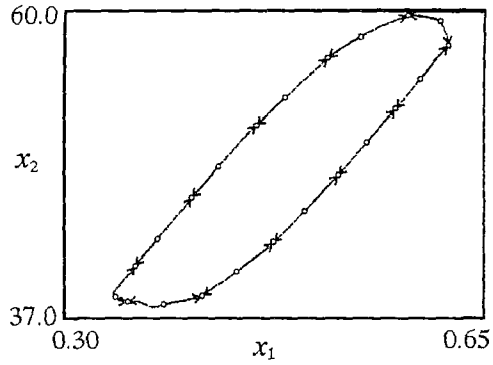


Рис. 11. Диаграмма, иллюстрирующая динамику изменения точек устойчивого и неустойчивого 11-циклов в зависимости от χ в проекции на плоскость (x_1, x_2) : кружочками отмечены проекции $X_k^s, X_k^u, k=1,2,\dots,11$ на плоскость (x_1, x_2) в точках пересечения траектории деформации с линиями С-границ; остальная часть диаграммы иллюстрирует эволюцию устойчивого и неустойчивого 11-циклов вдоль инвариантной кривой двумерного тора при движении по параметру χ

проекции $X_k^s, X_k^u, k=1,2,\dots,11$ на плоскость (x_1, x_2) в точках пересечения траектории деформации с линиями С-границ, а остальная часть диаграммы иллюстрирует эволюцию устойчивого и неустойчивого 11-циклов вдоль инвариантной кривой двумерного тора при движении по параметру χ .

В правой части Π_{11} имеются еще две области, в которых существуют два устойчивых 11-цикла разных типов. Эти

Один из авторов этой работы (Жусубалиев Ж.Т.) выражает искреннюю благодарность Е. Mosekilde за участие в совместных исследованиях, регулярное обсуждение и критику результатов, постоянный интерес и интеллектуальную поддержку. Автор благодарит Ю.Л.Майстренко за предоставление работы [19] и обсуждение некоторых математических проблем теории С–бифуркаций, а также G.Chen, указавшему на ряд публикаций по border collision bifurcations и grazing bifurcations, содержащихся в ссылках работы [20].

В представленной работе авторы коснулись только С–бифуркаций резонансных циклов. Мы не сочли возможным включить в статью методы, которые используются для анализа и классификации С–бифуркаций. В [15–17] сделана попытка разработать методiku анализа С–бифуркаций, где для этой цели используется понятие индекса орбиты. В [16] авторы говорят, что им удалось найти общий критерий определения С–бифуркаций. Однако как таковых, критериев классификации типов С–бифуркаций, как это сделано в [1,12–14], авторами найдено не было. Следует заметить, что индексы орбиты являются своеобразным индикатором, позволяющим лишь констатировать факт, что переходы от одного динамического состояния к другому связаны с С–бифуркациями, а не с локальными бифуркациями. При исследовании многомерных кусочно–гладких дифференциальных систем или многомерных отображений, динамика которых гораздо сложнее, чем динамика модельных одно– и двумерных отображений [15–17], индексы орбиты не могут быть использованы.

Главная трудность связана с поиском циклов, участвующих в бифуркации. Если циклы найдены, то задача нахождения аналитических критериев, аналогичных приведенным в [1,12–14,20] для классификации С–бифуркаций, теряет свою актуальность, так как в этом случае бифуркационный анализ можно проводить эффективно на базе нелокального подхода, разработанного авторами статьи.

Исследования последних двух–трех лет как у нас, так и за рубежом показывают, что С–бифуркации охватывают чрезвычайно большое многообразие бифуркационных явлений и переходов к хаосу. Пока даже не ставится проблема их классификации, аналогичной той, что сложилась для гладких динамических систем и дифференцируемых отображений. Хотя попытки в этом направлении предпринимаются. В статье мы преследовали цель обратиться на это внимание исследователей. Надеемся, что приведенная в [24] и настоящей работе трехмерная система дифференциальных уравнений (см. также [9,10,23]), может послужить одной из базовых моделей для исследований с целью создания содержательной теории С – бифуркаций. К моменту представления этого варианта рукописи статьи Ж.Т. Жусубалиеву, Е. Mosekilde и Е.А. Сухотерину удалось значительно развить эти исследования. В частности, получены важные результаты, касающиеся механизмов разрушения двумерного тора и переходов к хаосу, связанных с С–бифуркациями резонансных циклов, обнаружены удивительные по своей красоте закономерности в устройстве языков синхронизации и свойствах их в совокупности. Результаты этих исследований будут представлены в отдельной работе.

Библиографический список

1. Фейгин М.И. Вынужденные колебания систем с разрывными нелинейностями. М.: Наука, 1994.
2. Цыпкин Я.З. Релейные автоматические системы. М.: Наука, 1969.
3. Розенвассер Е.Н. Колебания нелинейных систем. М.: Наука, 1969.
4. Rodriguez–Vazquez A., Huertas J.L., Rueda A., Perez–Verdu B., Chua L.O. Chaos from switched–capacitor circuits: discrete maps// Proc. of the IEEE. 1987 Vol. 75, № 8. P. 1090.
5. Кобзев А.В., Михальченко Г.Я., Музыченко Н.М. Модуляционные источники питания РЭА. Томск: Радио и связь, Томский отдел, 1990.

6. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука, 1985.

7. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987.

8. Баушев В.С., Жусубалиев Ж.Т., Колоколов Ю.В., Терехин И.В. К расчету локальной устойчивости периодических режимов в импульсных системах автоматического регулирования // АяТ. 1992. № 6. С. 93.

9. Баушев В.С., Жусубалиев Ж.Т. О недетерминированных режимах функционирования стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием // Электричество. 1992. № 8. С.47.

10. Баушев В.С., Жусубалиев Ж.Т., Михальченко С.Г. Стохастичность в динамике стабилизатора напряжения с широтно-импульсным регулированием // Электричество. 1996. № 3. С. 69.

11. Жусубалиев Ж.Т. К исследованию хаотических режимов преобразователя напряжения с широтно-импульсной модуляцией // Электричество. 1997. № 6. С. 40.

12. Фейгин М.И. Удвоение периода колебаний при С-бифуркациях в кусочно-непрерывных системах // ПММ. 1970. Т. 34, вып. 5. С. 861.

13. Фейгин М.И. О рождении семейств субгармонических режимов в кусочно-непрерывной системе // ПММ. 1974. Т. 38, вып. 5. С. 810.

14. Фейгин М.И. О структуре С-бифуркационных границ кусочно-непрерывных систем // ПММ. 1978. Т. 42, вып. 5. С. 820.

15. Nusse H.E., Yorke J.A. Border-Collision bifurcations including «Period two to three» for piecewise smooth systems // Physica. 1992. D57. P.39.

16. Nusse H.E., Ott E, Yorke J.A. Border-collision bifurcations: an explanation for observed bifurcation phenomena // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49, № 2. P. 39.

17. Nusse H.E., Ott E, Yorke J.A. Border-collision bifurcations for piecewise smooth one-dimensional maps // Int. J. Bifurc. and Chaos. 1995. Vol. 5, № 1. P. 189.

18. Maistrenko Yu.L., Maistrenko V.L., Vikul S.I. and Chua L.O. Bifurcations of attracting cycles from time-delayed Chua's circuit // Int. J. Bifurcation and Chaos. 1995. Vol.5, № 3. P.653.

19. Майстренко В.Л., Майстренко Ю.Л., Сушко И.М. Бифуркационные явления в генераторах с линиями задержки // РЭ. 1994. Т. 39, вып. 8-9. С. 1367.

20. Mario di Bernardo and Chen G. Controlling bifurcations in nonsmooth dynamical systems // Controlling chaos and bifurcations in engineering systems / Ed. by G.Chen. crt press. boca raton. London, New York, Washington, D.C. 2000. P. 391.

21. Бабковский А.Г., Жусубалиев Ж.Т., Колоколов Ю.В., Косчинский С.Л., Пинаев С.В., Рудаков В.Н. Недетерминированные режимы в динамике автоматизированных тяговых электроприводов // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. 1997. № 4. С.25.

22. Жусубалиев Ж.Т., Емельянова Е.Ю. Анализ структуры С-бифуркационных границ кусочно-спитой модели системы управления с широтно-импульсной модуляцией // Информационные технологии моделирования и управления: Межвуз. сб. науч. тр. / Воронежский гос. техн. ун-т, 1999. С.68.

23. Zhusubaliyev Zh.T., Titov V.S., Emeliyanova E.Yu., Soukhoterin E.A. C-bifurcations in the dynamics of control system with pulse-width modulation // Proc. of second int. conf. on control oscillations and chaos. St.Peterburg, Russia, July 5-7, 2000. Vol. 1. P.203.

24. Zhusubaliyev Zh.T., Soukhoterin E.A. and Mosekilde E. Border-collision bifurcations and chaotic oscillations in piecewise-smooth dynamical system // Int. J. Bifurcation and Chaos. 2000 (to be submitted).

25. Анищенко В.С. Сложные колебания простых систем. М.: Наука, 1990.

26. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов В.В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999.

27. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.

Курский государственный
технический университет

Поступила в редакцию 31.03.2000
после доработки 30.08.2000

ON SYNCHRONIZATION OF QUASI-PERIODIC OSCILLATION AT C-BIFURCATIONS IN A PIECEWISE-LINEAR NONAUTONOMOUS DYNAMIC SYSTEM

Zh.T. Zhusubaliyev, E.Yu. Emelyanova

The behaviour is examined of a piecewise-linear dynamic system with external periodic force at C-bifurcations which is related to resonance cycles arising from synchronization of quasi-periodic oscillation. As example the dynamics of the system of automatic control with pulse-width modulation first kind is considered which is represented by a three-dimensional piecewise-linear nonautonomous dynamic system. It has been revealed that within the parameter plane there are domains of existence of resonance cycles on two-dimension torus (domains of synchronization). These domains have specific shape similar to Arnold's tongues, but differ from them essentially in their internal structural organization and bifurcation transitions which cannot be achieved in smooth dynamic systems in principle. A detailed analytical description of C-boundaries structure and bifurcation transitions within the synchronization domain is there in this paper.



Жусубалиев Жаныбай Турсунбаевич – родился в Ошской области Киргизской ССР (1958). Окончил Томский институт автоматизированных систем управления и радиоэлектроники (ТИАСУР, 1982). После окончания ТИАСУР работал в НИИ автоматики и электромеханики при ТИАСУР. В настоящее время работает доцентом кафедры вычислительной техники Курского государственного технического университета. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук в Томском политехническом институте (1989) по электротехническим комплексам и системам, включая их управление и регулирование, применение математического моделирования и нелинейной динамики в системах автоматического управления. Область научных интересов: нелинейная динамика и хаос, математическое моделирование нелинейных динамических систем, бифуркации и хаотические колебания в динамических системах с разрывными частями, применение нелинейной динамики в теории импульсных и

релейных автоматических систем управления. Опубликовал около 80 научных работ по указанным направлениям. E-mail: cct@cafct.kursk.ru



Емельянова Елена Юрьевна – родилась в Курске (1976). Окончила Курский государственный технический университет (1997) и очную аспирантуру КГТУ. Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук (2000, КГТУ). В настоящее время работает преподавателем на кафедре вычислительной техники КГТУ. Научные интересы – математическое моделирование нелинейных систем автоматического управления. Имеет 11 публикаций по вышеуказанному направлению.



СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИБЛИЖЕННОГО И ТОЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ «ПРЫГАЮЩЕГО ШАРИКА»

А. П. Кузнецов, А. П. Широков

Представлены приближенное и точное отображение прыгающего шарика. Приведены результаты сравнения динамики, описываемой этими отображениями: фазовые портреты, карты динамических режимов, бифуркационные значения параметров и др. Показано, что отображение прыгающего шарика в своем традиционном варианте занимает скорее промежуточное положение между физически мотивированными и формальными моделями, а в определенной области параметров его следовало бы отнести к формальным моделям.

1. Дискретные модели с соударением

Модели с соударением изначально возникли для описания стохастического механизма ускорения частиц. Этот механизм был предложен Э. Ферми [1] для объяснения происхождения быстрых частиц в космических лучах. Для его описания Уламом была предложена следующая модель: частица с некоторой массой движется между двумя стенками, последовательно ударяясь и отскакивая от каждой из них. Одна из стенок при этом неподвижна, а другая совершает колебания по заранее выбранному закону (динамическому или случайному). Дискретное отображение, описывающее подобную систему, стало весьма популярным среди исследователей (см., например, работы [2–7] и обширную библиографию в них). Это отображение являлось одним из первых отображений, в которых проводилось изучение консервативного и диссипативного хаоса. Оно представляет интерес как само по себе, так и с точки зрения возможных приложений для описания различных физических систем. В работе [5], например, с помощью отображения Улама проводится изучение диффузионной ионизации ридберговских состояний атомов микроволновым полем.

Дальнейшее развитие этого направления привело к задаче о гравитационной машине. Изначально идея гравитационной машины была сформулирована в астрофизике и состояла в том, чтобы использовать переменное гравитационное поле, например двойной звезды, для ускорения летательного аппарата или просто тела [8]. Модель гравитационной машины можно представить себе следующим образом. Шарик массой m подпрыгивает вертикально на осциллирующей плите и падает обратно под действием силы тяжести (рис. 1). Такая система была реализована экспериментально в Вуп Мавр Колле (США) [4].

Приближенное отображение «прыгающего шарика», описывающее изображенную на рис. 1 систему, в силу богатства его свойств и простоты

физической интерпретации стало одной из эталонных моделей нелинейной динамики [2, 9]. Используемое приближение состоит в том, что во внимание принимают только скорость плиты, а ее смещение считают очень малым и пренебрегают им.

В настоящей работе проведен сравнительный анализ точного и приближенного отображений прыгающего шарика для случая гармонического закона колебаний плиты. Оказывается, что переход к приближенному варианту является весьма тонким моментом и правомерен не всегда.

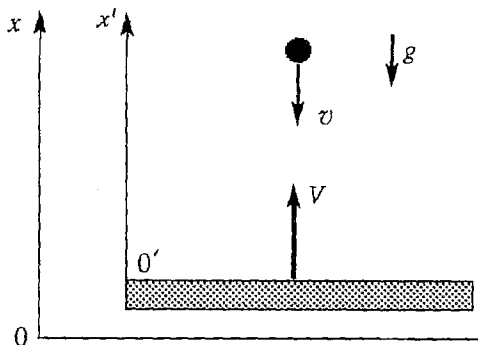


Рис. 1. Модель гравитационной машины Заславского

2. Приближенное и точное отображения

Для дальнейшего нам важен детальный вывод приближенного и точного отображений. Обратимся к рис. 1. Введем лабораторную систему отсчета Ox , и свяжем «штрихованную» систему отсчета $O'x'$ с поверхностью плиты. Пусть скорость движения плиты определяется законом $V(t)$. Скорость шарика в момент удара $t=t_n$ о поверхность плиты представим для удобства в виде $v=-v_n$.

Обозначим через v' скорость шарика в системе отсчета, связанной с плитой. Тогда можно записать скорость до удара

$$v' = -v_n - V \quad (1)$$

и после удара

$$v' = v_n + V.$$

С учетом потери энергии в системе получим

$$v' = (1 - \epsilon)(v_n + V),$$

где ϵ – коэффициент, характеризующий уровень диссипации ($\epsilon=0$ для консервативного случая, $\epsilon=1$ в пределе очень сильной диссипации). Окончательное выражение для скорости шарика после удара о плиту в лабораторной системе отсчета примет вид

$$v'_n = (1 - \epsilon)(v_n + V) + V.$$

Для получения приближенного отображения обычно пренебрегают смещением плиты, то есть считают координату плиты постоянной величиной $x=0$ [2,9]. Физическая мотивация может состоять в том, что шарик при ударе получает значительный импульс, подпрыгивает достаточно высоко, так что смещение плиты не существенно.

В рамках этого приближения легко найти момент времени t_{n+1} следующего удара, поскольку плита неподвижна,

$$t_{n+1} = t_n + 2v'_n/g,$$

а также скорость шарика v_{n+1}

$$v_{n+1} = v'_n - g(t_{n+1} - t_n) = -v'_n,$$

где g – ускорение свободного падения. Собирая все представленные соотношения вместе, получим отображение прыгающего шарика в общем виде

$$v_{n+1} = (1 - \varepsilon)(v_n + V) + V,$$

$$t_{n+1} = t_n + 2v_{n+1}/g.$$

Далее будем рассматривать движение плиты по гармоническому закону $V = V_0 \sin(\omega t)$. Введем безразмерные фазу $\phi_n = \omega t_n$ и коэффициент $k = 2(2 - \varepsilon)V_0 \omega / g$, пропорциональный частоте колебаний плиты. Для безразмерной скорости $2\omega v_{n+1}/g$ сохраним старое обозначение v_{n+1} . Тогда полученное отображение в безразмерном виде можно записать следующим образом:

$$v_{n+1} = (1 - \varepsilon)v_n + k \sin \phi_n, \quad (2)$$

$$\phi_{n+1} = \phi_n + v_{n+1}, \quad (\text{mod } 2\pi).$$

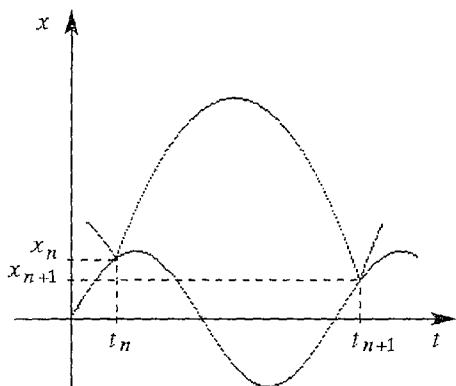


Рис. 2. Координаты шарика и плиты в зависимости от времени

Это и есть приближенное отображение, исследованное, в частности, в монографиях Муна [9], Лихтенберга и Либермана [2], Холмса и Гукенхаймера [10] как один из примеров системы со сложной динамикой.

Откажемся от приближения «неподвижной» плиты и посмотрим, к каким следствиям это приводит.

Для того чтобы получить точное отображение, описывающее динамику рассматриваемой системы, необходимо учесть смещение плиты $x = -x_0 \cos(\omega t)$, где $x_0 = V_0/\omega$ (рис. 2). Таким образом, непосредственно перед n -м ударом имеем $-v_n$ — скорость шарика; $V_n = V_0 \sin(\omega t_n)$ —

скорость плиты; $x_n = -x_0 \cos(\omega t_n)$ — координата точки, в которой происходит удар.

Сразу после удара в момент времени $t = t_n + 0$ выражение для скорости шарика примет вид $v'_n = (1 - \varepsilon)(v_n + V_n) + V_n$. Дальнейшая эволюция плиты и шарика описывается с помощью уравнений

$$v_{ш} = v'_n - g(t - t_n) \text{ — скорость шарика,}$$

$$x_{ш} = x_n + v'_n(t - t_n) - g(t - t_n)^2/2 \text{ — координата шарика,}$$

$$x_n = -x_0 \cos(\omega t) \text{ — координата плиты.}$$

Для того чтобы найти момент времени следующего удара, необходимо приравнять значения координат шарика и плиты

$$x_n + v'_n(t - t_n) - g(t - t_n)^2/2 = -x_0 \cos(\omega t). \quad (3)$$

Уравнение (3) относительно переменной t может иметь несколько корней, но нам нужно значение $t = t_{n+1}$, ближайшее к t_n . Зная момент удара t_{n+1} , находим скорость шарика

$$v_{n+1} = -(1 - \varepsilon)(v_n + V_n) - V_n + g(t_{n+1} - t_n). \quad (4)$$

Далее, подставляя в уравнения (3) и (4) выражения для величин x_n , v'_n и V_n и используя замену переменных, аналогичную указанной выше, приходим к точному отображению прыгающего шарика

$$v_{n+1} = -(1-\varepsilon)v_n - k\sin\phi_n + 2(\phi_{n+1} - \phi_n), \quad (5)$$

$$[(1-\varepsilon)v_n + k\sin\phi_n](\phi_{n+1} - \phi_n) - (\phi_{n+1} - \phi_n)^2 = k(\cos\phi_n - \cos\phi_{n+1})/(2-\varepsilon).$$

Второе уравнение системы (5) определяет в неявном виде «безразмерный» момент времени следующего удара шарика о плиту ϕ_{n+1} , а первое уравнение системы дает значение скорости шарика.

В следующих разделах представлены результаты исследования точного и приближенного отображений.

3. Анализ отображения прыгающего шарика в диссипативном случае

Приближение, использованное при выводе отображения (2), является удовлетворительным в том случае, когда скорость шарика много больше скорости осциллирующей плиты. Этого, например, можно добиться с помощью выбора соответствующих начальных условий. Однако подобные соображения будут «работать» хорошо только в консервативном случае $\varepsilon=0$. При наличии диссипации в системе скорость шарика v_n может уменьшиться, и в конечном итоге даже стать отрицательной. Как видно из второго уравнения системы (2), это лишено физического смысла. Условие $v_n > 0$ является необходимым, но не достаточным условием того, что результаты, полученные с помощью отображения (2), были адекватными физически реализуемым. Действительно, для того чтобы удар вообще произошел, скорость шарика v' в системе отсчета, связанной с плитой, должна быть отрицательной

$$v' = -v_n - V < 0,$$

следовательно $v_n > V_0$. В безразмерном виде получим $v_n > k/(2-\varepsilon)$.

Перейдем к более детальному сопоставлению отображений (2) и (5). Обратимся сначала к фазовым портретам, причем выберем значения параметров, аналогичные представленным в [9]. На рис. 3 показаны фазовые портреты приближенного (слева) и точного (справа) отображений в диссипативном случае для различных значений параметра k . Видно, что они различны не только количественно, но и качественно. Так, при значениях параметров $k=1.0$, $\varepsilon=0.4$ приближенное отображение имеет неподвижную точку $v_n=0$, $\phi_n=\pi$ (рис. 3, а). Точное отображение в качестве предельного имеет множество точек, показанных на рис. 3, б, причем изображающая точка обходит его последовательно слева направо. Этот динамический режим соответствует случаю, когда шарик в результате диссипации потерял свою энергию, «прилип» к плите, и дальнейшие их колебания происходят совместно. На остальных рисунках серии можно видеть фазовые портреты хаотических аттракторов, которые совершенно различны для приближенного и точного отображений.

На рис. 4 представлены карты динамических режимов приближенного и точного отображений. Цифрами отмечены области параметров, отвечающие существованию устойчивого цикла соответствующего периода. Цифрой «0» на рис. 4, а отмечен режим, изображенный на рис. 3, а, а знаком тильда в нижней части рис. 4, б обозначена область параметров, где реализуется режим, изображенный на рис. 3, б. Области параметров, соответствующие существованию цикла периода 1 (неподвижная точка отображения: $v_n=2\pi$, $\phi_n=\pi$), качественно совпадают. При увеличении параметра k этот режим становится неустойчивым, и возникает устойчивый цикл периода 2. При дальнейшем увеличении параметра k в обоих отображениях наблюдается последовательность бифуркаций удвоения периода (см. табл. 1).

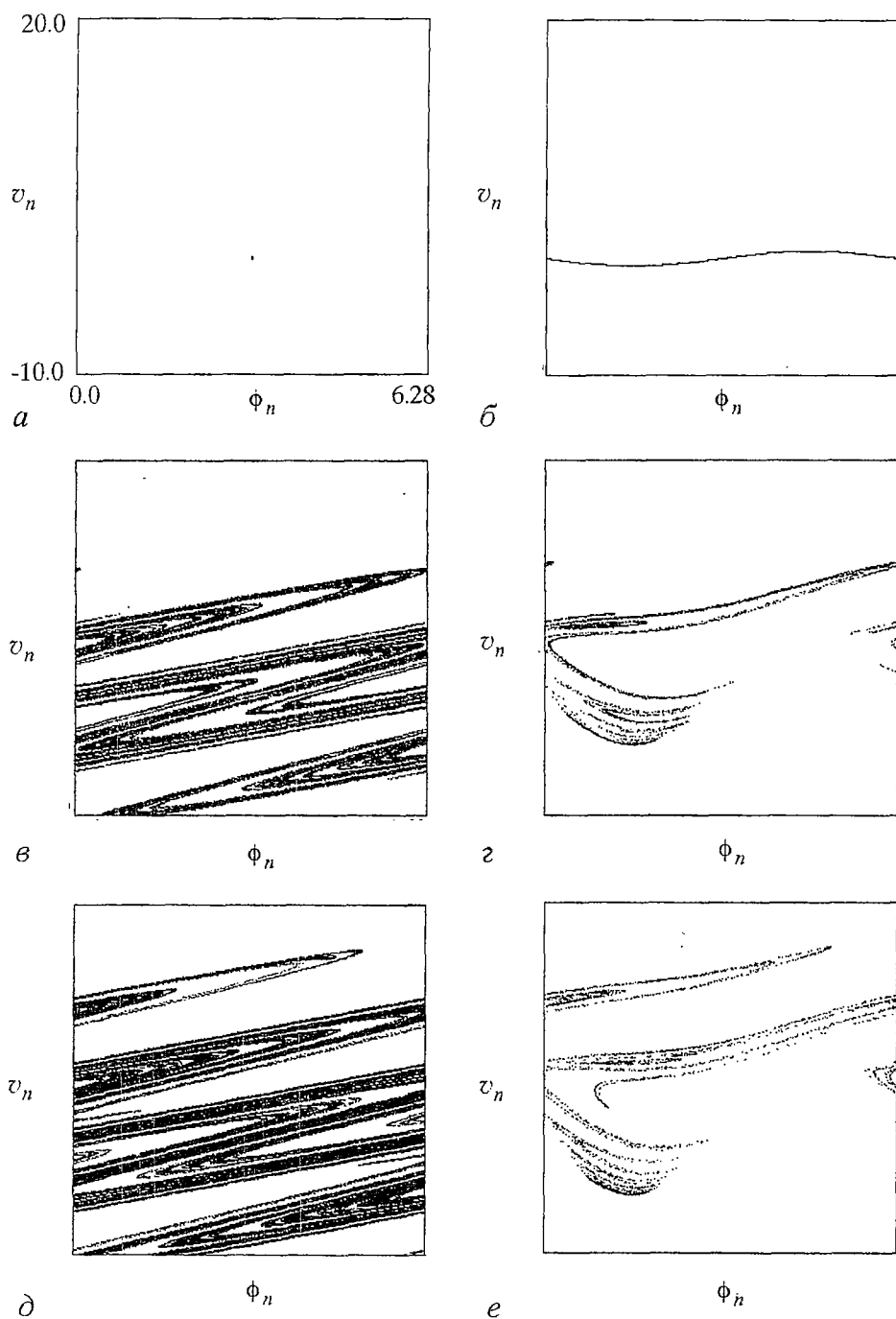


Рис. 3. Фазовые портреты приближенного (слева) и точного (справа) отображений в случае диссипации $\varepsilon = 0.4$ и различных k : *а, б* – 1.0; *в, г* – 6.5; *д, е* – 8.0

На рис. 4, *а* обнаруживается еще одна последовательность смены динамических режимов, отвечающая удвоениям неподвижной точки ($v_n=0, \phi_n=\pi$), но поскольку этот режим не имеет аналога в точном отображении, он здесь подробно не рассматривается.

В правом верхнем углу карты приближенного отображения видна характерная конфигурация бифуркационных линий crossroad-area на базе цикла периода 4. Для точного отображения подобная конфигурация не наблюдается.

Таблица 1

Бифуркационные значения параметра k и оценка константы δ
в диссипативном случае ($\varepsilon=0.5$).

Бифуркация цикла	Приближенное отображение		Точное отображение	
	k	δ	k	δ
1	4.343915791	—	4.580471101	—
2	4.627666187	6.303	5.001391982	4.732
4	4.672685801	5.090	5.090342237	4.663
8	4.681529825	4.673	5.109541576	4.651
16	4.683422286	4.664	5.113669407	4.664
32	4.683828055	4.666	5.114554390	4.668
64	4.683915012	—	5.114743975	—
...
∞	4.683933636	4.669201609	5.114784578	4.669201609

Как уже отмечалось выше, точное отображение может демонстрировать режим, когда шарик «прилип» к плите. На рис. 4, б он обозначен знаком тильда в области хаотической динамики, причем нельзя провести точную границу между ним и другими режимами. Причина в том, что в этой области параметров уже непригодно и наше «точное» отображение: шарик настолько мало отрывается от плиты, что адекватный поиск нужного корня второго уравнения (5) невозможен.

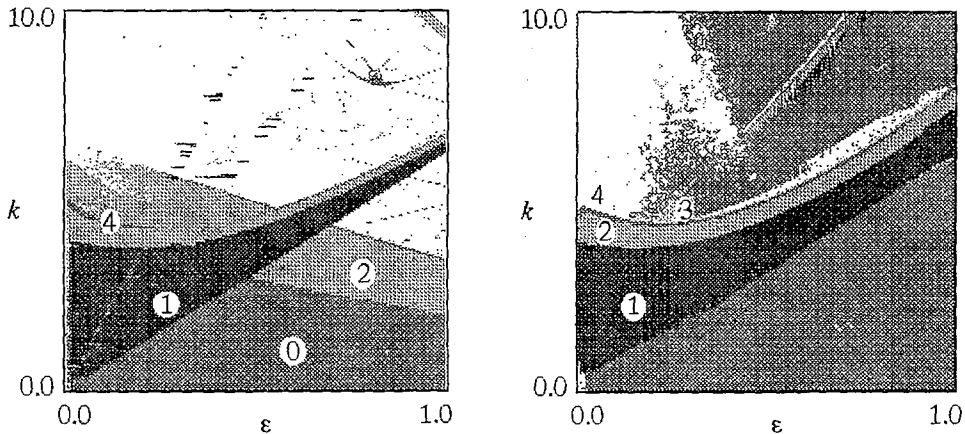


Рис. 4. Карты динамических режимов приближенного (слева) и точного (справа) отображений. Цифрами отмечены периоды реализующегося в отображении цикла

Как видим, универсальность и реализация удвоений не являются достаточными мотивами сами по себе для правомерного использования модели. Лишь полноценное двухпараметрическое исследование позволяет провести более детальное сопоставление точной и приближенной модели.

4. Динамика отображения прыгающего шарика в консервативном случае

В консервативном случае (то есть при $\varepsilon=0$) якобианы преобразования для рассматриваемых приближенного и точного отображений тождественно равны единице. Это приводит к сохранению фазовой площади и, следовательно, к отсутствию аттракторов в системах. Реализация того или иного динамического режима обеспечивается выбором соответствующих начальных условий.

На рис. 5 представлены фазовые портреты рассматриваемых отображений в консервативном случае для различных значений параметра k . Поскольку в системе нет аттракторов, то для их построения проводился выбор некоторой последовательности начальных значений скорости и фазы и для каждой пары значений результаты итерации отображения наносились на фазовую плоскость. Из рисунка видно, что поведение рассматриваемых отображений качественно

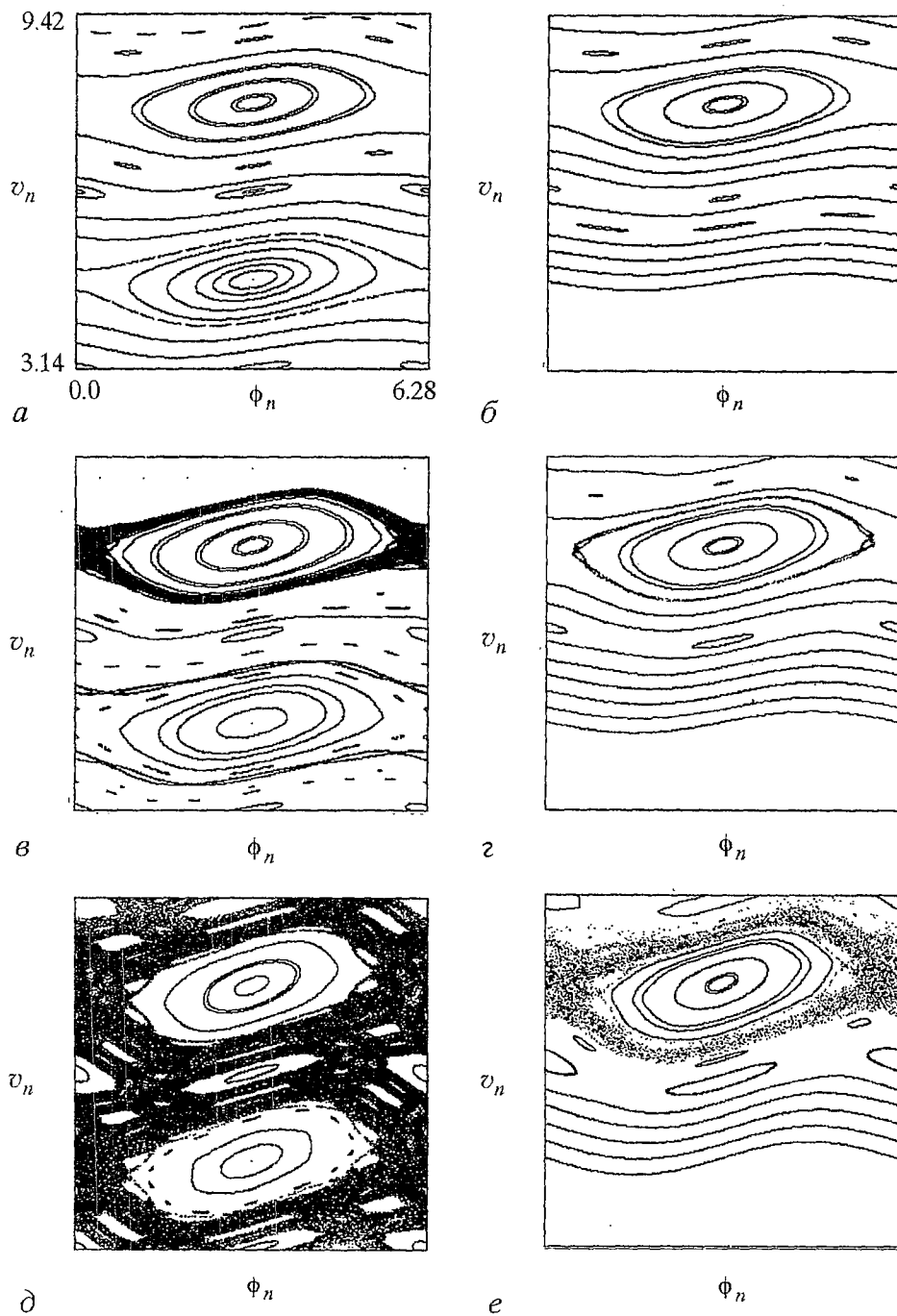


Рис. 5. Фазовые портреты приближенного (слева) и точного (справа) отображений в консервативном случае $\epsilon=0.0$ и различных k : а, б - 0.6; в, г - 0.8; д, е - 1.2

совпадает при больших значениях скорости шарика. Однако можно заметить и ряд различий в структуре динамических режимов. Так, в точном отображении отсутствует основной резонанс $\nu_n=0$, $\phi_n=\pi$ и целое множество инвариантных кривых вместе с сепаратрисами этого резонанса. Другой отличительной чертой этого отображения является то, что в нем разрушение инвариантных кривых и переход к глобальной стохастичности происходит при большем значении параметра k .

Согласно [2, 11], в консервативном отображении также возможна бесконечная последовательность бифуркаций удвоения периода, однако, в этом случае универсальная константа скейлинга имеет значение $\delta=8.721097200$. Точно при бифуркационном значении параметра эллиптическая неподвижная точка какого-либо резонанса становится неустойчивой гиперболической, а в ее окрестности рождаются две новые эллиптические точки, принадлежащие уже циклу периода 2. При дальнейшем изменении параметра происходит последовательность бифуркаций, результатом которой в пределе является фрактальное множество точек. Бифуркационные значения параметра k приведены в табл. 2. Как видно из этой таблицы, оценки универсальной константы δ с определенной точностью подтверждают наличие сценария перехода к хаосу, характерного для сохраняющих площадь отображений [2]. Значения критических точек накопления удвоений близки, но все же различаются.

Таблица 2

Бифуркационные значения параметра k и оценка константы δ
в консервативном случае ($\epsilon=0.0$)

Бифуркация цикла	Приближенное отображение		Точное отображение	
	k	δ	k	δ
1	4.0	—	4.0	—
2	5.0731158	10.151	4.795963340	3.473
4	5.178834361	11.031	5.025124544	6.667
8	5.188418137	8.145	5.059496651	8.841
16	5.189594712	8.716	5.063384248	8.681
32	5.189729706	7.604	5.063832086	8.723
64	5.189747460	—	5.063883425	—
...
∞	5.189749496	8.721097200	5.063889312	8.721097200

Заключение

Мотивация введения в рассмотрение дискретных отображений может быть различной. Прежде всего, дискретное отображение можно получить с помощью метода сечений Пуанкаре. Этот метод устанавливает глубокую связь между дифференциальными уравнениями и дискретными отображениями, но, к сожалению, не избавляет от необходимости решать первые.

Успехи теории динамических систем привели также к широкому распространению простых формальных дискретных отображений. Среди ставших классическими можно назвать логистическое отображение, отображение «сдвиг Бернулли», кубическое отображение, отображение Эно, отображение «кот Арнольда», отображение кольца и др. [2,9,10]. С их помощью оказалось возможным изучение многих интересных явлений, присущих нелинейным

системам, например переход к динамическому хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода или через разрушение квазипериодических колебаний, режимы перемежаемости, а также всевозможные бифуркации. Однако указанные выше дискретные отображения не соответствуют какой-либо реальной физической системе. Это придает оттенок искусственности получаемым результатам.

Наконец, отображение может быть получено для конкретной физической системы из «первых принципов» – из законов ее эволюции. Такая возможность появляется, если система характеризуется некоторой естественной дискретизацией. Например, в задаче о распространении луча света в волноводе с одной гофрированной стенкой (модель Тениссона – Либермана – Лихтенберга [2]) естественная дискретизация возникает за счет отражений от стенок. Далее, это различные задачи с соударениями и электронные схемы с импульсным возбуждением (например, релаксационный генератор с управляемым уровнем «срыва» колебаний и др.). Для физически мотивированных отображений переменные и параметры имеют ясный смысл, что значительно усиливает их ценность. Например, можно легко учесть флуктуации, чего не скажешь о формальных отображениях, для которых шум также приходится вводить формально.

Даже при наличии естественной дискретизации для получения отображения аналитическим путем обычно приходится делать те или иные приближения. Как правило, они имеют достаточно серьезное обоснование, однако, когда речь идет о режимах сильной нелинейности, о явлениях, связанных с чувствительной зависимостью от начальных условий, как мы видели на примере отображения прыгающего шарика, даже весьма логичные приближения могут оказаться неудачными или имеющими ограниченную область применения. Поэтому исследование отображений реальных физических систем представляет особую ценность, но требует осторожного подхода, когда речь идет о явлениях нелинейной динамики. Так, весьма популярное отображение прыгающего шарика в своем приближенном варианте занимает, пожалуй, промежуточное положение между физическими и формальными моделями, а в определенной области параметров его следует относить скорее к формальным моделям.

Работа поддержана грантом РФФИ № 00–02–17509.

Библиографический список

1. *Fermi E.* On the origin of the cosmic radiation // *Phys. Rev.* 1949. Vol. 75. P. 1169.
2. *Лихтенберг А., Либерман М.* Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984.
3. *Lieberman M., Lichtenberg A.* Stochastic and adiabatic behavior of particles accelerated by periodic forces // *Phys.Rev.* 1972. Vol. 5. P. 1852.
4. *Tufillaro N.B., Albano A.M.* Chaotic dynamics of a bouncing ball // *Am. J.Phys.* 1986. Vol. 54, № 10. P. 939.
5. *Рощупкин А.С., Крайнов В.П.* Проблема Улама и ионизация ридберговских атомов СВЧ–полем // *ЖЭТФ.* 1998. Т. 114, вып.1(7). С. 37.
6. *Zaslavsky M.* Classical and quantum localization and delocalization in the Fermi accelerator, kicked rotor and two–sided kicked rotor models // *Chaos.* 1996. Vol. 6, № 2. P. 184.
7. *Lopac V., Dananic V.* Energy conservation and chaos in the gravitationally driven Fermi oscillator // *Am. J. Phys.* 1998. Vol. 66, № 10. P. 892.
8. *Заславский Г.М.* Стохастичность динамических систем. М.: Наука, 1984.
9. *Мун Ф.* Хаотические колебания. М.: Мир, 1990, 312 с.
10. *Guckenheimer J., Holmes P.* Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields. Springer, 1997.

11. Greene J.M., MacKay R.S., Vivaldi F., Feigenbaum M.J. // Physica. 1981. Vol. 3D. P. 468.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 24.04.2000
после доработки 27.09.2000

COMPARATIVE ANALYSIS OF APPROXIMATE AND PRECISE MAPPING FOR A «BOUNCING BALL»

Kuznetsov A.P., Shirokov A.P.

Approximate and precise mappings for a bouncing ball are presented. The results of comparison of dynamics showed by these mappings are given: phase portraits, dynamical regimes topography charts, bifurcation parameter values etc. It is shown that the mapping of a bouncing ball in its traditional form occupies an intermediate position between the physically motivated and formal models, and in certain areas of parameter space it should be regarded as a formal model.



Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико–математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского отделения Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского государственного университета, заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ в СО ИРЭ РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений. Занимается использованием идей теории катастроф и теории бифуркаций, а также развитием концепции сценариев перехода к хаосу применительно к многопараметрическим модельным и физическим нелинейным системам. Опубликовал более 50 научных работ в отечественных и зарубежных журналах. Соросовский доцент (1998), Соросовский профессор (2000), научный руководитель молодежного научного центра «Нелинейная динамика и сложные структуры» СО ИРЭ РАН и студенческой лаборатории

«Теоретическая нелинейная динамика» СГУ и СО ИРЭ РАН. Автор нескольких оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов СГУ и двух популярных книг.



Широков Андрей Петрович – родился в Ершове Саратовской области (1977). Окончил Саратовский государственный университет (1999), Соросовский студент (1998, 1999), лауреат премии фонда им. Н.И. Вавилова. Занимался научной работой в студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика». В настоящее время – инженер Саратовского отделения Института радиофизики и электроники РАН, аспирант базовой кафедры динамических систем. Автор трех научных публикаций.



BIG BIFURCATION: РОЖДЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Б.Н. Пойзнер, Д.Л. Ситникова

Какова родословная математической модели – универсального метода познания? Авторы обратились к новым интерпретациям процессов в европейской культуре XVII века. Метод математического моделирования представлен как результат самоорганизации в обстановке конкуренции и взаимного влияния трех способов познания: эзотерического, схоластического и рационалистического. Почему последний победил? Его репликатор имел максимум преимуществ – в плане формирования процесса самоорганизации в обществе.

Тот, кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества.

Роджер Бэкон

Человек – избранное число,
величественная вершина числа.

Виктор Гюго

Математическое моделирование стало не только ведущей исследовательской методологией естествознания, но и лидирующим способом познания бытия. В частности, сложилась традиция применения математических моделей нелинейной динамики к таким сложным системам, как наука, общество, культура [1–14]. Показательной в этом отношении является концептуальная статья Ю.И. Неймарка, посвященная построению «математической модели современного общества, позволяющей обнаружить принципы его функционирования, организации и управления» [14, с. 64]. Поэтому правомерны вопросы о генеалогии математического моделирования как культурного явления: благодаря чему этот метод стал возможен? Когда он приобрел основные черты, привычные для читателей нашего журнала? Какие обстоятельства помогли ему появиться на свет и столь триумфально расширяться? Имелись ли альтернативы математической модели? Попытаемся найти ответы, используя представления социосинергетики и истории науки.

Математическая модель как культурный образец

Как известно, в основе модели лежит идеальный образ, содержащий существенную (для решаемой исследователем задачи) информацию о свойствах и характеристиках системы–оригинала. Мы, возможно, не всегда отдаем себе отчет в том, что «все наши научные представления о мире природы, общества и техники, наши знания о самих себе, о мышлении и его закономерностях носят модельный характер» [15, с. 49]. То общее, что характеризует математические модели, есть, прежде всего, использование математического языка для описания моделируемых объектов. Однако мы называем модели математическими не только (а порою – не столько) из-за того, что в них используются те или иные математические средства, а потому, что при их использовании не требуется интерпретировать конкретные свойства моделируемой системы (иногда такое обращение на каждом шаге решения излишне или даже мешает) [16, с. 114]. Поэтому из всех типов моделей математические выделяются наибольшей степенью универсальности [17, с. 6].

С точки зрения социальной культурологии, модель, в том числе и математическая, есть культурный образец, или мем (от англ. *memor* – память). Культурными образцами называют объекты любой природы в сфере действия культуры, с которыми отдельные люди или социальные группы соотнобразуют свое восприятие, мышление, воображение, поведение [18, с. 35–43]. Основные классы культурных образцов составляют шаблоны, способы (чаще всего к ним и относятся модели), ограничения, символы и ценности (подробнее об этом см. в [19]). При таком подходе математическая модель оказывается элементарной единицей передачи социокультурной информации (скажем, от автора модели – через статью в журнале «ПНД» – к преподавателю вуза, а от него – к студентам).

Культурный образец, будучи одновременно как устойчивым, так и изменчивым образованием, служит и *сохранению*, и *изменению* культуры. Это свойство дает нам основание считать культуру бинарной (состоящей из двух частей) динамической системой, которая удовлетворяет закону дополнительности (или принципу сопряженных подсистем). Ему подчиняются адаптивные, саморазвивающиеся системы, эволюционирующие в изменчивой среде. Согласно принципу сопряженных подсистем, двухчастность строения обеспечивает специализацию системы по двум главным аспектам эволюции: *сохранения* и *изменения*, повышая *устойчивость* системы. Бинарность системы оказывается выгодной формой информационно-связи системы «с самой собой» и с окружающей средой [20, с. 361].

Естественно и культуру представить состоящей из двух подсистем: *консервативной* и *инновативной*. Первая – более универсальная и инерционная, максимально приспособленная к среде, более совершенная и устойчивая, обеспечивающая главным образом внутренние связи в системе, а тем самым – хранение и передачу информации из прошлого [20, с. 361]. Например, таковы церковь, институты права, брака, образования. Вторая подсистема более специализированная и быстро реагирующая, более прогрессивная и «хрупкая», обеспечивающая главным образом связи между системой и окружающей средой, а тем самым – формирование потока информации о среде [20, с. 367]. Таковы, скажем, наука, техника, бизнес. Как видно, эти подсистемы взаимно дополняют друг друга, что повышает устойчивость культуры по отношению к возмущениям и разрушительным воздействиям со стороны изменчивой среды. Нас в данном сюжете интересует способность культуры испытывать эволюцию благодаря актам самоорганизации [19]. Учитывая сказанное и определение культуры [21], можно считать, что *культура* – это открытая бинарная нелинейная динамическая система, процессы самоорганизации в которой происходят под действием репликатора и подчиняются принципу «порядок из хаоса».

Репликатор – «самовоспроизводящаяся единица информации», его функция – создавать свои более или менее точные копии (без существенных затрат энергии или вещества), конкурируя с другими репликаторами в борьбе за существование. Так, репликаторами в лазере служат фотоны, вызывающие последовательность

актов вынужденного испускания, в биосистемах – гены. Репликаторами процессов самоорганизации в социокультурной сфере являются культурные образцы, юнговские архетипы (структурирующие образцы психической деятельности, связанные с инстинктом, интуицией и составляющие наследуемую часть психики) и культурные архетипы [19; 22]. Репликаторы обладают свойствами наследственности, изменчивости, способностью подвергаться случайному отбору [23 с. 318–320]. Последнее означает, что в точке бифуркации системы активность того или иного репликатора инициирует процесс перехода от хаоса к порядку. Тем самым данный репликатор становится лидером самоорганизации: происходит репликация (воспроизведение) его индивидуальных характеристик другими участниками процесса формирования порядка. В итоге именно характеристики «удачливого» репликатора закрепляются в поведении системы, то есть «увековечиваются» в установившемся порядке (традиции).

В зависимости от степени распространенности культурных образцов в сообществе их делят на повсеместные (например, знак приветствия при встрече), групповые (рукопожатие), единичные, то есть употребляемые только автором данного образца [18, с. 35–43]. Повышение/понижение ранга и долговечность культурного образца, «придуманного» человеком, зависят от случая. Процесс самоорганизации сопровождается изменением ранга репликаторов: «удачливый» культурный образец повышает свой ранг – от группового (или даже единичного) до повсеместного (в масштабе данной динамической системы). Напротив, господствовавший ранее культурный образец снижает свой ранг – от повсеместного до циркулирующего в очень узком кругу (так, еще лет 12 назад миллионы советских людей рассылали ежегодно поздравительные открытки «С праздником Великого Октября!»).

Очевидно, сегодня математическую модель как познавательное средство можно считать повсеместным культурным образцом, с которым (или с последствиями употребления которого) люди соотносят элементы своего мышления, поведения и других форм активности. Этот мем участвует и в процессе культуронаследования (скажем, в сфере образования), и в процессе обновления культуры (через цепочку: математическое изобретение – научное достижение – техническая или технологическая инновация – новые реалии, стимулирующие изменения в культуре и в жизни людей). Давно ли математическая модель является культурным образцом столь высокого ранга?

Математика у эзотериков, схоластов и экзотериков

О времени изобретения числа приходится судить гадательно. По оценкам археологов, числовые знаки, фиксирующие количества (насечки на костях, сгруппированные по пять), появились 30 тыс. лет назад, к этому же периоду относят письменный учет времени – создание лунного календаря [24, с. 197; 25, с. 76–81]. Более сложная проблема – обозначение количеств словом–числом – была решена приблизительно 10 тыс. лет назад [24, с. 197]. В древнейших мифопоэтических традициях числа (как и буквы) имели священный смысл. Они служили элементами особого числового кода, с помощью которого описывались мир, человек и сама система описания [26, с. 629]. Числа символизировали гармонию и порядок, возникший после преодоления первородного Хаоса, оттесненного на периферию бытия [27, с. 99]. В древних культурах, например Египта и Вавилона, числам придавалось особое значение, поскольку истинность религиозных концепций доказывалась с помощью математических действий. Абстрактные и дедуктивные математические модели, появившиеся в Древней Греции в VI веке до н.э., также имели религиозный смысл [28, с. 13–23]. Школа Пифагора Самосского дала начало научным и особенно математическим традициям [29, с. 47]. Религиозный дух пифагорейско–платоновской линии не мешал, а способствовал развитию математики, благоприятствуя холистическому мировоззрению, внушая веру в силу разума, способность постичь тайны

мироздания [30, с. 110]. «Числовое видение Мира древними» оказалось настолько продуктивным, что и для современного мыслителя «число – организующее начало Мира» [31, с. 84, 90].

Но процесс увеличения роли и доли рациональных математических моделей в естествознании начался лишь в эпоху Возрождения. Формула Леонардо да Винчи (1452–1519): «Никакой достоверности нет в науках там, где нельзя применять ни одной из математических наук, и в том, что не имеет связи с математикой» (цит. по [16, с. 72]) – до сих пор определяет критерии научности исследования. Заметим, что смысл слова «математика» (от др.-греч. μαθηματικη – математика от μαθημα – знание, познание, наука; от μαθησις – учение, изучение, познание) наилучшим образом согласуется с этим критерием. Начиная с И. Канта, исследователи связывают с математизацией знания обретение им статуса науки в строгом смысле этого термина.

Историки математики часто констатируют сильную неравномерность ее развития. За много веков между античностью и Новым временем европейская математическая мысль не проявила себя столь же ярко, как, например, современное ей искусство. Эту особенность объясняют тем, что в антично-средневековой традиции в силу существовавших запретов Платона и Аристотеля (об этом см. ниже) математика как наука и как метод познания природы вплоть до XVI–XVII веков использовалась исключительно в астрономии, оптике, музыке и в таких разделах механики, как статика (в частности, в теории рычага) и гидростатика [32, с. 106]. Сложившаяся ситуация коренным образом изменилась, благодаря французскому ученому Рене Декарту (1596–1650). Существуют также доказательства того, что ускорение развития математики в XVII веке связано с движением *розенкрейцеров* [33]. Напомним, что *розенкрейцеры* (от нем. Rosenkreuzer – братство Креста Розы, или Розового Креста) – члены всемирного тайного общества в начале XVII века, объявившего о наследовании «древней тайной мудрости», ставившего себе задачей всестороннее улучшение церкви, достижение прочного благоденствия государства и отдельных людей [34, с. 339; 35, с. 419–420]. А решать эти задачи *розенкрейцеры* стремились в духе эпохи Возрождения, то есть опираясь на достижения науки, и именовали себя «Братством мудрецов» [36, с. 225].

Новый историко-культурный материал, относящийся к Западной Европе конца XVI – первой половины XVII веков [32; 33; 37–39], позволяет построить *схему взаимодействия основных методологий познания*, применявших математические модели: схоластики, эзотерики и экзотерики (см. рис.). Этот период насыщен переменами, кризисами, катастрофами, конфликтами мировоззренческих парадигм. К нему применима характеристика Э. Ласло, данная рубежу XX–XXI столетий: *век бифуркации*. А триаду методологий исследования можно рассматривать как конкурирующие репликаторы. Конкурирующие за что? Как всегда – за ресурсы. То есть за инвестиции внимания и доверия, за максимум сторонников среди тех, кто нуждается в эффективных методах познания. Уже говорилось, что переход к новому порядку в системе (самоорганизация) инициируется активностью одного из репликаторов в нужный момент и в нужном месте. Какими свойствами «удачливого» репликатора и, следовательно, какими особенностями методологии определяется его победа? Думается, к числу таких свойств относятся: • *инвариантность*

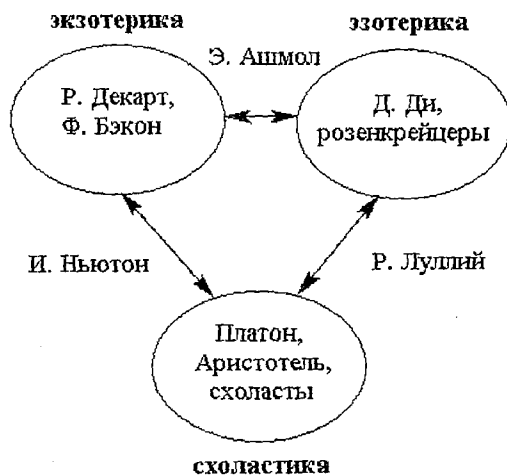


Рис. 1

языка описания, обеспечивающая широкую сферу применимости; • объективная доказательность; • дидактическая эффективность; • скорость получения вывода; • простота передачи результатов; • оценка степени упрощения; • возможность прогноза. Имея их в виду, обратимся к схеме. Она проясняет условия рождения (в обстановке бифуркации) математической модели как культурного образца, ставшего повсеместным. Рассмотрим конкурирующие методологии познания.

К началу XVII века все еще оставалась в силе схоластика (от др.-греч. *σχολα* – примечания, пояснения к тексту) – культурный феномен средневековой Европы. Схоласты ставили целью рациональное обоснование западного христианства. Для схоласта мир есть книга Божия, которую надлежит учиться правильно читать и комментировать (составлять схолии). Среди источников схоластики – античная философия: учение Платона и его последователей-христиан, учение Аристотеля. В схоластике иррационально-мистическое содержание парадоксально сочеталось с рассудочностью и логичностью выводов [40, с. 692–696]. Стремление следовать авторитету было настолько сильным, что практически исключало развитие исследовательской методологии: по словам И. Ньютона, схоласты полагали, будто те вещи, которые были неизвестны их учителю Аристотелю, никогда не станут известными [32, с. 84]. Среди критиков такого догматизма выделялся английский естествоиспытатель, монах-францисканец Роджер Бэкон (ок. 1214–1294). Оценивая математику как «дверь и ключ» к прочим наукам, как «естественную» логику, врожденную человеческому уму [41, с. 77; 40, с. 575], Р. Бэкон объединил в рамках философии математику, оптику, астрономию, алхимию, медицину и этику.

Одним из выдающихся схоластов был Рамон (или Раймонд, Раймунд) Льюль (Люллий или Луллий, а также Луллиус) (1232–1316). Луллий оставил глубокий след одновременно в философии, богословии, логике, педагогике и литературе [42, с. 218]. Он создал колоссальный свод знаний средневекового человека – «*Arts Magna*» (буквально: Великое искусство), то есть «машину истинь», или «логическую машину». «*Arts Magna*» – это одна из первых попыток «автоматизации» процесса логических рассуждений [38, с. 14]. Суть изобретения Луллия в том, чтобы, «комбинируя в определенном порядке четко установленные основополагающие понятия, прийти, с помощью хитроумно разработанных таблиц, фигур и вращающихся кругов, к очевидным для всех теологическим и философским истинам. Универсализм, максимализм и грандиозность, стремление объять необъятное, привести все к единому знаменателю вообще присущи средневековому сознанию..., однако замысел Льюля был еще более амбициозен – речь шла не только о «своде знаний», но и о своде «методов», позволяющих познать еще неизведанное и донести свое знание до окружающих» [42, с. 219]. «Согласно самому Льюлю, его *Arts Magna* – это логика, однако логика не традиционная, а совершенно новая, сочетающая в себе логику, метафизику и математику, – по существу, математическая логика, способная служить ключом к тайнам мироздания [42, с. 220]. Льюль, по заключению испанского исследователя Т. Каррераса и Артау, попытался «придать всем возможным мыслительным процессам *логико-математическое выражение*» (цит. по [42, с. 220]; курсив наш. – Б.П.). Показательно, что Луллий, будучи схоластом, то есть представителем официальной церковной доктрины, активно изучал Кабалу и алхимию, составлявшие основу эзотерической методологии познания.

Для полноты понимания этих терминов требуется историческая справка. В философской школе Пифагора было три ступени совершенства. Первая – изучение геометрии, музыки и астрономии. Математика была тем основанием, на котором воздвигалось все знание. На второй ступени изучались «теории», искусные приложения точных наук. Одолевшие третью ступень назывались «эзотериками» (от др.-греч. *εσωτερικός* – внутренний), они допускались к секретной мудрости, остальные ученики назывались «экзотериками» (от др.-греч. *εξωτερικός* – внешний) [43, с. 221]. Впоследствии термин «эзотерики» стали

применять ко всем членам различных мистических союзов и групп, получивших посвящение в тайную часть учения [35, с. 553].

Назовем ведущие эзотерические учения. *Каббала* (от иврит. «каббел» – получать, то есть получать откровение [44, с. 345], или от «каббалах» – принятие, предание [40, с. 299]) – согласно определению, которое дает *Encyclopedia Judaica* (Jerusalem, 1974. Vol. 10), «эзотерические учения иудаизма и иудейский мистицизм, в особенности в тех его формах, которые он принимает в средние века, начиная с XII в.» (цит. по [45, с. 435]). Каббала унаследовала от древних доктрин тезис: все человечество и каждый индивид обязаны придти к одной высокой цели – постижению Творца и программы творения во всей ее полноте. Путь к этому лежит через работу над собой [46, с. 18]. Прикладная Каббала призвана помочь достигнуть определенного духовного уровня. Ее первый раздел (символическая Каббала) составляют *Гематрия*, *Нотарикон* и *Темурах* [46, с. 101; 40, с. 299]. Гематрия – система толкования слов и их сочетаний, основанная на замене букв определенными числами (их эквивалентами), а также метод определения мистических целей, ради которых было сооружено здание или другой какой-либо объект. Так, треугольник со сторонами, равными 11, 9 и 6 дюймам, можно полагать подходящим символом Бога Яхве, потому что сумма длин сторон равна 26 – нумерическому значению древнееврейского слова *YHVH* (йод-хэй-вав-хэй)* [47, с. 97; 48, с. 9–14]. Нотарикон – техника толкования Священного Писания, заключающаяся в том, что слово воспринимается как аббревиатура, состоящая из заглавных букв других слов, и наоборот: из начальных или конечных букв слов в предложении составляется слово [35, с. 352–353; 49, с. 182]. Под общим названием Темурах группируются вместе несколько систем, в которых объясняется, какие буквы нужно заменять другими, согласно некоторым математическим правилам упорядочивания букв [47, с. 99]. Второй раздел практической Каббалы составляет *магия*, трактуемая как путь достижения высших состояний души. Каббалу изучали и использовали ее идеи Корнелий Агриппа, Я. Беме, Н. Кузанский, И. Ньютон, Г. Лейбниц, Б. Спиноза, Г. Гегель, В. Соловьев, Н. Бердяев, К. Юнг, М. Бубер и др. [40, с. 299].

Магия (от др.-греч. *μαγεία* – наука магов (*μαγος*), колдовство, волшебство) составляет ядро многих религиозных систем и играет центральную роль в большинстве первобытных обществ [50, с. 26–35]. Под магией подразумевают ритуальные действия, которые влияют на человека или природу, открывая доступ к мистическим силам, обычно не подвластным человеку. На Западе магия традиционно ассоциировалась с еретиками, алхимиками, ведьмами, колдунами [35, с. 292–293]. Магия занимает особое место в культуре, активно обсуждаемое гуманитариями в наши дни [51, с. 80; 52, с. 676]. С понятием магии тесно связан термин *окультизм* (от лат. *occultus* – скрытый, тайный, сокровенный) – общее название учений, основанных на признании вневременных и внепространственных связей между всеми элементами мира (космическими, духовными, материальными) и существования скрытых сил в человеке и космосе, доступных для посвященных [49, с. 187]. В XIX–XX веках окультизм стал «последним приютом романтиков» [53, с. 287].

Алхимия (позднелат. *alchimia* от араб. Ул-Хеми) – универсальное мировое явление [35, с. 32; 49, с. 17], яркий элемент средневековой европейской культуры. В алхимии причудливо сочетались учения язычества, иудаизма и преобразованной античной философии. Среди идей алхимии – единство природы и человека, наличие принципиальной возможности для людей воздействовать на течение

* В XX веке любители гематрий заложили текст Торы (пять первых книг Ветхого Завета) в ЭВМ с целью отыскать закономерности. Некоторые знатоки Каббалы со скептицизмом относятся к таким попыткам: «Конечно, как во всей Торе, так и в любой ее самой малой части, существует бесконечное количество всевозможных зависимостей, ведь Тора – воистину Древо Жизни. Но что проку от получаемых формул – ведь что на самом деле кроется за ними, знает лишь постигший их духовный корень, а такому человеку уже и сама эта формула, поставляемая ЭВМ, не нужна» [46, с. 101].

природных процессов [40, с. 20–21]. «Для алхимика живым является все. Его задача – научиться вести диалог с тем, что живет в каждой вещи, то есть с тем, что может заставить ее измениться» [54, с.10]. «С точки зрения алхимика, химия представляет «падение» в силу самого факта секуляризации священного знания», – пишет знаток мифологии [55, с. 184].

Герметизм – эзотерическое учение Древнего Египта, идущее от *Гермеса Трисмегиста* (от др.-греч. Ἑρμῆς Τρισμῆτος – Гермес Трижды величайший) – мифической личности, общего имени авторов, писавших на темы философии и алхимии (ок. 130–60 годов до н.э., середина I – конец III, IV веков [56, с. 10]). В Египте Гермесом назывался Тот, олицетворявший божественную творящую мудрость. Считается, что герметизм лежит в основе европейской алхимии, астрологии, магии, оккультизма, теософии и др. «тайных доктрин», а также медицины [49, с. 71; 35, с. 146–147] (см. комментированные тексты в [56–59]). Интерес к нему возобновился в эпоху Возрождения. Пико делла Мирандола выдвинул концепцию «естественной магии», которая привлекала внимание Н. Коперника, И. Кеплера, Дж. Бруно, Т. Кампанеллы, Ф. Бэкона, И. Ньютона [34, с. 101; 60, с. 9–174]. Подчеркнем, что герметизм понимался как «система тайных знаний о мире, передаваемых от учителя к ученику в своеобразных беседах–посвящениях в смысл вещей» [61, с. 340].

Перечисленные выше эзотерические традиции составили основу учения розенкрейцеров, о которых говорилось выше. Розенкрейцера можно считать продолжателем герметико–каббалистической традиции Возрождения; но его отличает огромный интерес к алхимии. В трудах занимающихся математикой английских философов Джона Ди (1527–1608) [62] и Роберта Фладда (1574–1637), а также медика (последователя Т. Парацельса (1493–1541), естествоиспытателя и оккультиста [63; 64]) Михаэля Майера (1568–1622) и других розенкрейцеров содержится особый подход к природе, *«при котором алхимические и каббалистические традиции, сочетаясь с математикой, порождали нечто совсем новое»* [33, с. 82]. Следы розенкрейцерского мировоззрения можно обнаружить и у соотечественников «мага» Ди: Фрэнсиса Бэкона (1561–1626) и Исаака Ньютона (1643–1727) [33, с. 222–224, 356–361]. Именно эта часть розенкрейцерского учения таила ростки будущих новаций.

Космополитическая розенкрейцерская культура, сформировавшаяся благодаря особым историческим обстоятельствам (о них см. [33, с. 17–116]), выражала утопические ожидания близкого триумфа науки вообще и математики, в частности. Последней было уготовано особое место и одна из главных ролей в наступающем счастье человечества. Однако дальше события развивались не в пользу розенкрейцеров, и потому – математики. После краха политического движения, которое использовало идеи розенкрейцеров, в 1620–е годы началась мощная пропагандистская кампания, направленная на осмеяние всех целей и принципов движения. Розенкрейцерская братия была представлена как подпольная организация дьяволопоклонников и магов, их идеология была практически уничтожена, исчезли розенкрейцерские публикации в Германии [33, с. 207]. Многие европейцы стали испытывать страх перед всем, что связано с розенкрейцерами, и перед ренессансной традицией особенно, значительное место в которой принадлежало математике. Важным для понимания обстоятельств «научной революции» XVII века является сравнение учения Фрэнсиса Бэкона и розенкрейцеров. Оба они принадлежат одной и той же эпохе, оба в конечном счете восходят к ренессансной герметико–каббалистической традиции, оба призывают к переходу от ренессансного способа познания к более прогрессивной науке. Но между ними существуют глубокие различия. Ф. Бэкон всячески подчеркивал свое неприязненное отношение к гордыне и самонадеянности ренессансных «магов». Он критиковал философию макро– и микрокосма, лежавшую в основе розенкрейцерской концепции мировой гармонии [33, с. 222].

В противоположность розенкрейцерам Ф. Бэкон не признавал никакой конспирации в науке и осуждал алхимиков за давнюю традицию «сокрытия» описываемых ими процессов за непостижимыми символами. Хотя авторы

розенкрейцерских манифестов ратовали, как и Ф. Бэкон, за обмен знаниями между учеными мужами, сами они излагали свои идеи в форме мистификаций. Подобный символизм мог скрывать под собой результаты глубоких математических исследований, сулившие новые научные перспективы. Но даже если это и так, то получалось, что их авторы не обнародовали полученные новые данные, а, наоборот, зашифровывали их, «лишь разжигая нетерпение тех, кто желал бы узнать математические или другие научные секреты», хранимые розенкрейцерами. Ф. Бэкон же, напротив, отказался от использования «приемов магико-мистических мистификаций, что придает его сочинениям современное звучание» [33, с. 223]. Помня о том, что математика непосредственно ассоциируется с учением розенкрейцеров, ставшим после 1620-х годов объектом жестоких преследований, Ф. Бэкон старался избегать тем, представляющихся еще чересчур опасными, чтобы защитить свою программу от «охотников на ведьм», от обвинений в колдовстве, которые в начале XVII столетия легко мог навлечь на себя любой *математик* [33, с. 226].

Ф. Бэкон противостоит и схоластам, и эзотерикам. Все философии, по его мнению, были созданы авторами, которые находились в своих собственных «пещерах», поэтому у них ограниченные представления о природе: «Так, Платон примешал к своей философии теологию, Аристотель – логику, вторая школа Платона (то есть Прокл и др.) – математику... Химики же, опираясь на небольшое число опытов у очага и плавильной печи, выковали новую философию...» (цит. по [65, с. 71]). По убеждению Ф. Бэкона, опыт только тогда может свидетельствовать о самой природе, когда он полон. Однако задача такого тотального описания явлений природы *очевидным образом невыполнима*. Следовательно, необходимо сосредоточивать исследовательский взор, особым образом *отбирать* опыты, а может даже специально их организовывать. Необходимо так расположить явления природы, поставить их в такие условия, чтобы в их собственной частности и единичности выразилась, выступила *сама природа*. Но это и есть современное понятие опыта как научного эксперимента [65, с. 76]. Сегодня трудно представить последний без математики, но, как мы выше упоминали, Ф. Бэкон сознательно избегал этого опасного термина. По нашему мнению, учение Ф. Бэкона объективно расчищало путь для математики как инструмента естествознания.

XVII столетие – период появления и расцвета механистической философии, «которая пришла к выводу, что математика есть царица наук» [39, с. 77]. Механицизм является типично экзотерическим направлением в истории мысли, которое интенсивно распространялось в то время в Европе. Но как и почему произошло быстрое вытеснение эзотерического учения?

Возможно, свет на этот вопрос проливает деятельность Лондонского Королевского общества, основанного в 1660 году (см. о нем в [66]). По-видимому, часть его членов решительно отмежевалась от «магов», поскольку подозрения в занятиях магией все еще представляли серьезную опасность. «Чтобы достигнуть своей цели, они стали усиленно пропагандировать ту часть учения Ф. Бэкона, которую можно отнести к «экспериментальной философии», замалчивая все, что не укладывалось в эти рамки и могло вызвать нежелательные ассоциации». Они тщательно избегали в своих работах и выступлениях ссылок на восходящую к Д. Ди [62] «математическую» традицию [33, с. 333]. Хотя участники Королевского общества опасались упоминать имя Д. Ди, этого не боялся делать только Элайас Ашмол (1617–1692). Ди для Ашмола оставался почитаемым магом, чьи работы он собирал в своей библиотеке, а алхимические и практические идеи надеялся опробовать на практике. Так как Ашмол входил в число учредителей Королевского общества, «лазейка для розенкрейцерства и учения Ди в этой организации все-таки сохранилась». Королевское общество довольно быстро переросло «экспериментализм» Ф. Бэкона [33, с. 343]: доминирующей фигурой среди второго поколения его членов стал грандиозный Исаак Ньютон.

«Как известно, Ньютон, помимо поразительных научных открытий, изложенных в его опубликованных трудах, занимался и иными вещами, о которых предпочитал умалчивать, – свидетельства тому сохранились в его огромном

неопубликованном архиве. Одним из таких «приватных» увлечений была алхимия. ...Трудно поверить, что кумир рациональной науки втайне оставался алхимиком. Был ли его интерес к алхимии кратковременной причудой? Или он объясняется более вескими причинами?» [33, с. 353]. Высказывается предположение, что «Ньютонова алхимия» заимствовала в переработанном и видоизмененном виде некоторые идеи розенкрейцерской. «Изумляющие нас физические и математические открытия Ньютона его самого не вполне удовлетворяли. Быть может, он надеялся (или хотя бы допускал такую мысль), что «розенкрейцерский», алхимический подход к природе позволит ему достичь большего» [33, с. 356]. Вполне возможно, что за великим экзотерическим движением, наивысшим достижением которого были математические и физические открытия Ньютона, скрывалось движение эзотерическое – придававшее, как и первое, большое значение числу, но выработавшее иной, алхимический подход к природе. Ньютон с его великими открытиями как бы воплощает собой экзотерический подход, тогда как Ашмол был продолжателем и хранителем алхимической (эзотерической) традиции. Вероятно, мировоззрение Ньютона было достаточно близким к розенкрейцерскому: потому ему и удавалось «наводить мосты» между своими многочисленными интересами. Научные успехи Ньютона во многом определялись ренессансным складом его мышления. Он верил в традиции древней мудрости, зашифрованные в мифе (например, пифагорейства), и полагал, что открыл в мифологии истинную философию [33, с. 360]. Хотя разработанный Ньютоном (и, видимо, одновременно – Г.В. Лейбницем (1646–1716), состоявшим с ним в переписке) метод анализа бесконечно малых вызвал возражения ряда выдающихся современников (ученого Х. Гюйгенса, философа Дж. Беркли и др. [30, с. 71–72]), влияние Ньютона на интеллектуальную жизнь Европы стало огромным. Вот косвенный признак его – один из знаменитых портретов французского художника М. Кантена де Ла Тура «Мадемуазель Ферран размышляет над сочинениями Ньютона» (1753) [67, с. 265].

Известно, что наряду с Ф. Бэконом и Ньютоном огромную роль в вытеснении эзотерического учения сыграл Р. Декарт. Декарт видит в математике образец научного исследования. Он выбирает в качестве метода познания «общую науку, объясняющую все, относящееся к порядку и мере, не входя в исследование никаких частных предметов», называя ее «*mathesis universalis*» («Всеобщая математика», или «Универсальная математика»), «ибо она содержит в себе все то, благодаря чему другие науки называются частями математики» (цит. по [37, с. 126]). Нельзя не отметить, что за четыре века до Декарта Роджер Бэкон пришел к выводу: дедуктивное построение и доказательность математического знания делают его образцом для других наук [40, с. 575]. Иными словами, у Декарта *Универсальная математика* выполняет роль метода при создании новой науки. И это не случайно: «в понятии природы Декарт оставил только те определения – протяжение (величину), фигуру и движение, которые составляют предмет математического исследования» (курсив наш) [37, с. 178]. Только к концу XVII века, методологи – в основном благодаря Декарту – «повысили в чине» математику, сняли с нее наложенные в античности табу (о них упоминалось в начале), придав ей статус универсальной науки. По словам Декарта, несмотря на то, что отдельные математические науки имеют различные предметы, «тем не менее, все они согласуются между собой в том, что исследуют только различные встречающиеся в них отношения или пропорции». Поэтому Декарт направил свои усилия на исследование именно этих отношений. А с какой целью он решил это сделать? «Иметь возможность применять их /отношения/ потом ко всем другим подходящим к ним предметам» [17, с. 108]. Понимая математику как универсальную науку о порядке вообще, об отношениях и структурах, Декарт преодолел власть двух табу. Во-первых, запрет Аристотеля (на прием в дискуссии, заключающийся в подмене обсуждаемого вопроса), препятствовавший, например, переносу аппарата алгебры на задачи геометрии. Во-вторых, запрет Платона на применение математики как идеального и выходящего за пределы опыта знания к текучему, изменчивому и «низкому» физическому миру.

Тем самым математическое описание начинает охватывать сущности, ранее представлявшиеся нематематическими по своей природе: движение, изменение, интенсивность [32, с. 108]. Этот сюжет способен служить иллюстрацией того, что культурный образец (в данном случае математический аппарат, то есть система понятий, научных положений (теорем), алгоритмов, эвристических предписаний и пр.) может, подобно спорам, храниться долгое время почти без употребления в культурной среде. Когда же складывается иная социокультурная обстановка (вблизи точки бифуркации), то общество – за неимением лучшего – отваживается снять табу.

Как видим из содержания трех состязавшихся методологий познания, только последняя, называемая *экзотерикой*, обладает наибольшим набором свойств репликатора, повышающих вероятность его *массового* и *быстрого* воспроизведения (распространения в социальной среде) и следовательно, формирования процесса послебифуркационного развития, то есть самоорганизации. Так, препятствием для передачи традиции схоластов оказалось, во-первых, то, что язык высокого математического знания не допускался до задач «низкой жизни» (хотя у схоластов был универсальный язык – латынь). Во-вторых, получение, интерпретация и передача результатов исследования была обставлена рядом условий богословского характера (хотя схоласты пользовались логикой Аристотеля и совершенствовали ее). В-третьих, методологический принцип «вещи, которые были неизвестны Аристотелю, никогда не станут известными», ограничивал круг потенциальных сторонников схоластического метода. А для оперативного воспроизводства экзотерической традиции «узким местом», безусловно, было отсутствие объективной доказательности: требовался личный (мистический) опыт или даже божественная благодать [32, с. 180]. К тому же низка педагогическая эффективность, поскольку затруднена передача приемов и результатов герметической методологии, высоки требования к человеку, посвящаемому в тайны. Тем не менее положительной чертой экзотерического знания (как эффективного репликатора) является ориентация на универсальность, инвариантность магико-каббалистических методов. На наш взгляд, победу экзотерическому направлению математической мысли (во второй трети XVII века) обеспечило оперирование с культурным образцом (репликатором), обладающим наибольшим числом преимуществ – с точки зрения распространения в сообществе ученых и шире. Ряд их (скорость получения вывода; оценка степени упрощения; возможность прогноза) проявился позднее, в ходе развития научной коммуникации и образования. «Математика, таким образом, стала *суверенным языком культуры* (курсив наш. – Б.П.), универсальным способом воспроизведения вещественно-природных связей» [32, с. 108].

Заключение

Насколько можно судить, обстановку социокультурной бифуркации XVII века определял конфликт между господствующими (но соревнующимися) учениями схоластов и экзотериков и складывающимся экзотерическим устроением. Верх одержали экзотерики. Причем идея продуктивности математической модели для фундаментального познания была воспринята ими от оппонентов. Но – с рядом принципиальных поправок, без которых математика не стала бы образцом научного исследования. Действительно, Декарт освободил математику от схоластических запретов, Бэкон обосновал экспериментальный метод – место, которое рано или поздно стало бы экологической нишей для математической модели, «маг» Ашмол сохранил розенкрейцерскую веру в исключительные возможности математики, высокая богословская и алхимическая квалификация Ньютона обеспечила универсальность построенного им математического аппарата и впечатляющие приложения его в космической механике. Метод математического моделирования стал возможен благодаря традиции священного знания, сохраненной усилиями экзотериков, а также

благодаря инновациям европейских мыслителей Нового времени. Метод приобрел привычные нам черты в период выхода в свет «Математических начал натуральной философии» Ньютона (1687). Заголовок книги вызывает в памяти название «Начал» Евклида, крупнейшего математического сочинения древности (не забудем, что процесс создания исчисления бесконечно малых восходит к Евдоксу и Архимеду [30, с. 72]), а также «Начал философии» Декарта – трактата, особо почитаемого Ньютоном [68, с. 85]. По-видимому, необратимость процессу репликации математической модели в естествознании придало участие в ее совершенствовании Г.В. Лейбница с его интеллектуальным авторитетом. Он развивал рационалистический метод Декарта, синтезируя логику и математику в единую дисциплину [40, с. 360–361]. В барочной математике Лейбница (где объектом является сама вариация) «нет прямых, к которым не примешивалась бы искривленность» (цит. по [69, С. 27]). Здесь усматривают источник таких категорий нелинейной динамики, как бифуркация (катастрофа), фрактальный объект, турбулентность [69, с. 30–48]. «В XIX веке математика становится царицею точных наук», – свидетельствует философ культуры [70, с. 328].

Правомерно ли говорить о возможности наступления следующей бифуркации, после которой математическая модель утратит ранг повсеместного культурного образца? Ее победе благоприятствовала обстановка (не всегда свободной) конкуренции познавательных средств, в которой проявились и преимущества рациональной математики (в плане передачи ее методов), и недостатки альтернативных методологий: магии, оккультизма, учения розенкрейцеров. Но уход культурных образцов со сцены не бывает окончательным. Оккультные науки вновь набирают силу в Европе на закате XVIII века [71, с. 68]. Спустя столетие рецидив распространения герметических и каббалистически–алхимических идей рождает *теософию* – учение, стремившееся объединить оккультное и рациональное знание [35, с. 478–480; 40, с.709; 57]. Теософия повлияла на художественную культуру раннего модернизма, в частности, русского «серебряного века» (см., например [72; 73]). Кстати, источник такой «металлургической» квалификации – символические ряды, распространенные в культурах древнего Востока и восходящие к первобытным двоичным противопоставлениям [74, с. 13]. (Судьба термина «серебряный век» – пример богатой изменчивости репликатора. Несколько десятилетий он оставался без употребления. А на рубеже 1950–60-х годов быстро стал популярен. Расширение его смыслового спектра породило к 90-м годам отдельную историко–литературную проблему. Ей посвящена монография [74]). Нынче есть признаки оживления интереса к теософии (в контексте развития «экологического сознания», скажем), к оккультизму, к паранауке.

Но роль системного интегратора «двух культур», то есть естествознания и социогуманитарных наук, отводится нелинейной динамике [1–14; 19; 75–78]. Возможно, что именно ей удастся стать катализатором «синтеза синтезирующих наук» [19; 79], определяющего контуры целостного полидисциплинарного знания XXI века. Хватит ли ему потенциала математики для построения приемлемых моделей? Какой класс проблем в будущем не удовлетворится ею, а потребует некой «постматематики»? Не понадобится ли в обстановке новой *big bifurcation* исходить из традиции «предельного опыта»? В ней, то есть в до- и вненаучном знании, «возможно найти как источники, так и проигнорированные варианты современных гносеологических сценариев, именно там еще живы следы праисторического творческого импульса, благодаря которому началось развитие культуры» [80, с. 388]. Гадая сегодня о такой *ретроперспективе*, мы находимся в положении современников Р. Бэкона, не ведавших о математической науке (см. эпиграф).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 00–06–80195).

Библиографический список

1. Яблонский А.И. Математические модели в исследовании науки. М.: Наука, 1986. 352 с.
2. Евин И.А. Синергетика искусства. М., 1993. 171 с.
3. Князева Е.Н. Одиссея научного разума. М., 1995. 230 с.
4. Короновский А.А., Трубецков Д.И. Нелинейная динамика в действии: Как идеи нелинейной динамики проникают в экологию, экономику и социальные науки. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1995. 130 с.
5. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М.: Наука, 1997. 285 с.
6. Моисеев Н.Н. Судьба цивилизации. Путь Разума. М.: Языки русской культуры, 2000. 224 с.
7. Mainzer K. Thinking in complexity: the complex dynamics of matter, mind, and mankind. Berlin, Heidelberg: Springer, 1997. 362 p.
8. Мелик-Гайказян И.В. Информация и самоорганизация. (Методологический анализ) / Под ред. В.М. Лисицына. Томск: Изд-во ТПУ, 1995. 180 с.
9. Мелик-Гайказян И.В. Информационные процессы и реальность. М.: Наука, 1998. 192 с.
10. Синергетика и методы науки. СПб.: Наука, 1998. 439 с.
11. Поремский В.Д. Стратегия антибольшевистской эмиграции: избранные статьи 1934–1997. М.: Посев, 1998. С. 276.
12. Синергетическая парадигма. Многообразие поисков и подходов. М.: Прогресс-Традиция, 2000. 536 с.
13. Качак В.В., Мчедлова Е.С. Модель взаимодействия двух научных направлений с учетом ограничения экспоненциального роста достижений // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 2. С. 85.
14. Неймарк Ю.И. Математическая модель общества, позволяющая ответить на вопрос о принципах его функционирования, организации и управления // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8, № 1. С. 64.
15. Неуймин Я.Г. Модели в науке и технике. История, теория, практика. Л.: Наука, 1984. 187 с.
16. Ратников В.С. Физико-теоретическое моделирование: основания, развитие, рациональность. Киев: Наукова думка, 1995. 290 с.
17. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Наука, 1997. 320 с.
18. Розов Н.С. Структура цивилизации и тенденции мирового развития. Новосибирск: НГУ, 1992. 213 с.
19. Пойзнер Б.Н. Репликатор – посредник между человеком и историей // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 6. С. 83.
20. Геодакян В.А. Системно-эволюционная трактовка асимметрии мозга // Системные исследования. Методологические проблемы: Ежегодник 1986. М.: Наука, 1987. С. 355.
21. Ситникова Д.Л. Динамика культурных образцов в изображении И.Г. Фихте и В.И. Вернадского // Матер. II междунар. конф. «Самоорганизация природных, техногенных и социальных систем: междисциплинарный синтез фундаментальных и прикладных исследований». Алматы, 1998. С. 181.
22. Пойзнер Б.Н., Соснин Э.А. Опыт классификации субъектов самоорганизации материи и информации // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 3. С. 74.
23. Розов С.М. Дарвинизм и эпистемология: генетика и меметика // На теневой стороне. Матер. к истории семинара М.А. Розова по эпистемологии и философии науки в Новосибирском Академгородке. Новосибирск: НГУ, 1996. С. 311.
24. Кликс Фр. Пробуждающееся мышление. Киев: Вища школа, 1985. 296 с.
25. Авени Э. Империи времени. Календари, часы и культуры. Киев: София, 1998. 384 с.

26. *Топоров В.Н.* Числа // Мифы народов мира. Энциклопедия. В 2 томах. М.: Сов. энциклопедия, 1982. Т. 2. С. 629.
27. *Пойзнер Б.Н.* Хаос, порядок, время в древних картинах мира // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 3, 4. С. 97.
28. *Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж.* Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М.: Мир, 1986. 432 с.
29. *Рассел Б.* Мудрость Запада: Историческое исследование западной философии в связи с общественными и политическими обстоятельствами. М.: Республика, 1998. 479 с.
30. *Любичев А.А.* Линии Демокрита и Платона в истории культуры / Сост. Р.Г. Баранцев. СПб.: Алетейа, 2000. 256 с.
31. *Налимов В.В.* Разбрасываю мысли. В пути и на перепутье. М.: Прогресс-Традиция, 2000. 344 с.
32. *Дмитриев И.С.* Неизвестный Ньютон. Силуэт на фоне эпохи. СПб.: Алетейа, 1999. 784 с.
33. *Йейтс Ф.* Розенкрейцерское Просвещение. М.: Алетейа; Энигма, 1999. 496 с.
34. Энциклопедия мистицизма. СПб.: Литера, 1996. 480 с.
35. Энциклопедия мистических терминов / Сост. С. Васильев и др. М.: Локид; Миф, 1998. 576 с.
36. *Бидерманн Г.* Энциклопедия символов. М.: Республика, 1996. 335 с.
37. *Гайденок П.П.* Эволюция понятия науки (XVII–XVIII вв.). Формирование научных программ нового времени. М.: Наука, 1987. 447 с.
38. *Катасонов В.Н.* Метафизическая математика XVII века. М.: Наука, 1993. 41 с.
39. *Дубнищева Т.Я.* Ретрофизика в зеркале философской рефлексии: Уч. пособие. М.: ИНФРА-М, 1997. 334 с.
40. Новейший философский словарь / Сост. А.А. Грицанов. Минск: Изд-во В.М. Скакун, 1998. 896 с.
41. Философский энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1989. 815 с.
42. *Багно В.Е.* Трубадур Христа // Льюль Р. Книга о любящем и возлюбленном. Книга о рыцарском ордене. Книга о животных. Песнь Рамона. СПб.: Наука, 1997. С. 191.
43. *Холл М.П.* Энциклопедическое изложение масонской, герметической, каббалистической и розенкрейцеровской символической философии. Новосибирск: Наука, 1992. Т.1. 368 с.
44. *Даймонт М.* Евреи, Бог и история. М.: Имидж, 1994. 530 с.
45. *Ладоренко О.О.* Классическая еврейская мистика // Знание за пределами науки. Мистицизм, герметизм, астрология, алхимия, магия в интеллектуальных традициях I–XIV вв. / Сост. и общ. ред. И.Т. Касавина. М.: Республика, 1996. С. 435.
46. *Лайтман М.* Кабала. Тайное еврейское учение. Ч. 1–3. Новосибирск: Интербук, 1993. 166 с.
47. *Холл М.П.* Энциклопедическое изложение масонской, герметической, каббалистической и розенкрейцеровской символической философии. Новосибирск: Наука, 1992. Т. 2. 396 с.
48. *Глазерсон М.* Тайны еврейских праздников. М.: Мосты культуры; Jerusalem: Gesharim, 2000. 158 с.
49. *Степанов А.М.* Толковый словарь по эзотерике, оккультизму и парапсихологии. М.: Истоки, 1997. 336 с.
50. Художественная культура первобытного общества. Хрестоматия / Сост. И.А. Химик. СПб.: Славия, 1994. 416 с.
51. *Касавин И.Т.* Магия: ее мнимые открытия и подлинные тайны // Заблуждающийся разум? Многообразие вненаучного знания / Под ред. И.Т. Касавина. М.: Политиздат, 1990. С. 58.
52. *Касавин И.Т.* Магия как параллельная гуманитаристика XVIII–XIX вв. /

Герметизм, магия, натурфилософия в европейской культуре XIII–XIX вв. М.: Канон+, 1999. С. 675.

53. Мистики XX века. Энциклопедия / Под ред. А. Ровнера. М.: Миф – Локид; 1996. 522 с.

54. Шварц Ф., Пуассон А., Блаватская Е.П. Теории и символы алхимиков. М.: Новый акрополь, 1995. 192 с.

55. Теория и символы алхимии. Великое Делание / А. Пуассон, Н.А. Морозов, Ф. Шварц, М. Элиаде и др. Киев: Новый акрополь, 1995. 283 с.

56. Гермес Трисмегист и герметическая традиция Востока и Запада / Сост., пер. и комм. К. Богущкого. Киев: Ирис; М.: Алетейа, 1998. 625 с.

57. Мид Дж.Р.С. Трижды Величайший Гермес / Пер. с англ. А.П. Хомик. М.: Алетейа, 2000. 288 с.

58. Чаща Гермеса: Гуманистическая мысль эпохи Возрождения и герметическая традиция / Сост., авт. вступит. ст. и комм. О.Ф. Кудрявцев. М.: Юристь, 1996. 336 с.

59. Старшие арканы Таро. Медитации автора, пожелавшего остаться неизвестным: Пер. с фр. / Предисл. Г.У. фон Бальтазара; введение Р. Шпемана. СПб.: Алетейа; ГО «Ступени», 1997. 733 с.

60. Йейтс Ф. Джордано Бруно и герметическая традиция. М.: Новое литературное обозрение, 2000. 528 с.

61. Платонический философский лексикон // АКАΔΗΜΕΙΑ. Материалы и исследования по истории платонизма: Межвуз. сб. Вып. 2. СПб.: Изд-во С.–Петербург. ун-та, 2000. С. 329.

62. Ди Дж. Иероглифическая Монада / Пер Ю.А. Данилова // Герметизм, магия, натурфилософия в европейской культуре XIII–XIX вв. М.: Канон+, 1999. С. 168.

63. Парацельс Т. Магический архидокс: сб. М.: Сфера, 1997. 400 с.

64. Гартман Ф. Жизнь Парацельса и сущность его учения. М.: Новый Акрополь, 1997. 288 с.

65. Ахутин А.В. Понятие «природа» в античности и в Новое время («фюсис» и «натура»). М.: Наука, 1988. 208 с.

66. Данилов Ю.А. Майкл Фарадей // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8, № 1. С. 95.

67. Седова Т.А. Старая пинакотекa в Мюнхене. М.: Искусство, 1990. 278 с.

68. Кинелев В.Г., Миронов В.Б. Образование, воспитание, культура в истории цивилизации. М.: ВЛАДОС, 1998. 520 с.

69. Делез Ж. Складка. Лейбниц и барокко. М.: Логос, 1998. 264 с.

70. Белый А. Душа самосознающая. М.: Канон+; Реабилитация, 1999. 560 с.

71. Широкова Н.С. Культура кельтов и нордическая традиция античности. СПб.: Евразия, 2000. 352 с.

72. Мудрость древних и тайные общества / Пер. с англ. под ред. А.И. Жеребцова. Смоленск: Русич, 1995. 175 с.

73. Боулт Дж.Э. Василий Кандинский и теософия // Многогранный мир Кандинского. М.: Наука, 1998. С. 30; Правовойрова Л.Л. Движение сквозь пространство и время. Миры А. Белого и В. Кандинского // Человек. 2000, № 3. С. 93.

74. Иванов В.В. Предисловие редактора английского издания // Ронен О. Серебряный век как умysel и вымысел. М.: ОГИ, 2000. С. 11.

75. Трубецков Д.И. Колебания и волны для гуманитариев: Учебное пособие для вузов. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1997. 392 с.

76. Малинецкий Г.Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: Введение в нелинейную динамику. М.: Наука, 1997. 255 с.

77. Степин В.С. Наука, религия и современные проблемы диалога культур // Разум и экзистенция: Анализ научных и вненаучных форм мышления. СПб.: РХГИ, 1999. С. 21.

78. Моисеев Н.Н. Современное образование: проблема синтеза гуманитарного и естественнонаучного знания // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8, № 1. С. 92.

79. *Пойзнер Б.Н., Соснин Э.А.* Синтез синтезирующих наук и интеграция университетского образования с фундаментальными исследованиями // Интеграция учебного процесса и фундаментальных исследований: инновационные стратегии и технологии: Матер. Всеросс. научно-практ. конф. (20–21 апр. 2000 г., г. Томск). Т. 1. Томск: Том. ун-т, 2000. С. 99.

80. *Касавин И.Т.* К понятию предельного опыта // Разум и экзистенция: Анализ научных и внеучных форм мышления. СПб.: РХГИ, 1999. С. 388.

Томский государственный
университет

Поступила в редакцию 28.08.2000

BIG BIFURCATION: BIRTH OF MATHEMATICAL MODELLING

B.N. Poizner, D.L. Sitnikova

What is genealogy of mathematical model – universal method of cognition? Authors took up a new interpretations of processes in European culture of XVII century. The mathematical modelling method is represented as a result of self-organization in a situation of competition and interference of esoteric, scholastic, rationalistic cognition ways. Why the last has won a victory over others? Its replicator had maximum of advantages concerning of self-organization process forming in society.



Пойзнер Борис Николаевич – родился в Томске (1941), окончил радиофизический факультет Томского государственного университета. Защитил кандидатскую диссертацию по теории колебаний и волн (1970), доцент кафедры квантовой электроники и фотоники ТГУ. Читает лекции по нелинейной оптике, физике, физике лазеров, принципам управления лазерным излучением, основам синергетики. Область научных интересов: квантовая электроника, применение нелинейной динамики в оптике и материаловедении, прикладная наукометрия, культурологическая теория образования. Имеет много статей по указанной тематике. Инициатор подготовки и редактор семи библиографических указателей (в том числе «Синергетика и сопредельные науки», «Университетское образование и его социальная роль», «Интеллигенция в российском обществе и университете», «Психика и интеллект обучаемого»). Действительный член Всероссийского общества библиофилов.



Ситникова Дарья Леонидовна – родилась в Томске (1973), окончила философский факультет Томского государственного университета. В настоящее время аспирантка кафедры философии Томского университета систем управления и радиоэлектроники. Область научных интересов: философия культуры, методология научного познания, социосинергетика, история математики. Автор шести публикаций.



**МОДЕРНИЗИРОВАННЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ СОЛНЕЧНОЙ
ПОСТОЯННОЙ ВТОРОГО ПОКОЛЕНИЯ ИСП-2
НА ИСЗ «РЕСУРС - 01» № 4**

Ю.А. Скляров, Ю.И. Бричков, В.А. Воробьев, А.И. Котума, Н.В. Фомина

Приведено описание условий наблюдений модернизированным измерителем солнечной постоянной второго поколения и измерителем коротковолновой отраженной радиации со спутника «Ресурс-01» № 4 в 1998–1999 годах. Представлены предварительные результаты обработки измерений солнечной постоянной за 48 суток, уходящей коротковолновой радиации и альbedo за 109 суток.

В НИИ механики и физики Саратовского госуниверситета по заказу и при участии НИЦИПР Росгидромета был разработан и создан модернизированный измеритель солнечной постоянной второго поколения (ИСП-2) для продолжения совместного российско-французского эксперимента по измерению составляющих радиационного баланса Земли на искусственном спутнике Земли (ИСЗ) «Ресурс-01» № 4. Как и на предыдущем ИСЗ «Метеор-3» № 7 французская сторона была представлена сканирующим радиометром SCARAB. ИСП-2 по прежнему [1] объединял 3 измерительных канала, два из которых предназначены для измерений интегрального солнечного излучения, а третий представлял собой измеритель коротковолновой отраженной радиации (ИКОР) для измерения уходящей коротковолновой радиации (УКР) и альbedo. Конструктивно данная модель ИСП-2 отличалась от предыдущей тем, что два блока электроники были объединены в один с использованием современной элементной базы. Это привело к уменьшению общих габаритов и массы аппаратуры. Кроме того, была увеличена масса корпуса приемников солнечных каналов для повышения их тепловой инерции. Все основные технические характеристики остались прежними [1]. Корпус солнечных приемников установлен на следящей системе, ИКОР ориентирован надир. Общий вид данной модели ИСП-2 представлен на рис. 1.

Предполетная калибровка как солнечных каналов, так и канала ИКОР проводилась по Солнцу методом прямых сличений с использованием контрольных пиргелиометров НИИ механики и физики СГУ, которые привязаны к эталону Росгидромета – пиргелиометру Ангстрема А-212 с точностью 0.1 %, хранящему шкалу мирового радиационного эталона [1,2].

Вывод на орбиту состоялся 10.07.1998. Орбита гелиосинхронная, близка к круговой, средняя высота 830 км, наклон к плоскости экватора 98.8°, период обращения 101.3 мин, угловое расстояние по экватору между нисходящим узлом орбиты и кругом склонения Солнца в среднем составляло 27.3°, местное время пересечения экватора в нисходящем узле около 10 часов, в восходящем – соответственно около 22 часов. Первое включение ИСП-2 состоялось 3.08.1998,

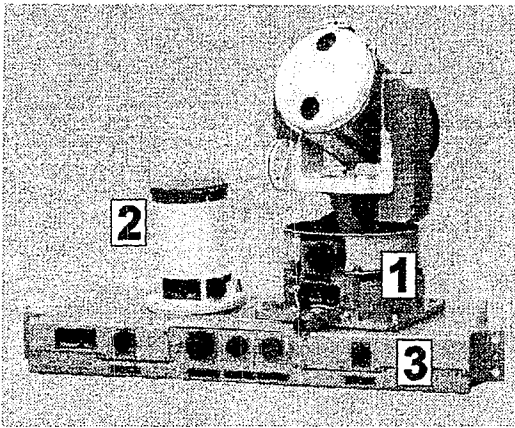


Рис. 1. Комплект системы ИСП-2 на ИСЗ «Ресурс-01» № 4: 1 – блок наружный ИСП-2; 2 – блок наружный ИКОР; 3 – блок электроники

место блока наружного со следящей системой и расположенными на ней приемниками солнечных каналов находилось между осями X и Y (здесь X – направление мгновенной скорости движения ИСЗ, Y – направление к северному полюсу орбиты). Таким образом, для наблюдений со спутника «суточные» витки Солнца располагались вокруг оси Y со стороны северного полюса орбиты. Следящая система осуществляла движение по азимуту в пределах $\pm 90^\circ$ от некоторого среднего положения, которое составляло угол около 45° от направления оси Y . Это позволяло производить подряд 7÷8 отсчетов солнечного излучения после выхода ИСЗ на освещаемую часть витка (продолжительность каждого полного отсчета составляла 2 мин). В сутки ИСЗ проходил 14.22 витка.

В течение витка блок наружный освещался 65 мин и около 35 мин находился в тени Земли, что вызывало колебания температуры корпуса приемников солнечных каналов в пределах 12÷14 градусов за виток. Отсчеты солнечного излучения производились сразу после выхода ИСЗ из тени Земли и начала уверенного «захвата» Солнца следящей системой по азимуту и углу места. В корпусе приемников солнечных каналов имелся датчик температуры, показания которого снимались синхронно с солнечными отсчетами.

С октября 1998 года по февраль 1999 года имело место постоянное повышение температуры корпуса приемников при указанных колебаниях за виток, что невозможно объяснить только приближением Земли к перигелию. В силу этой причины рост температуры должен был прекратиться в начале января. Полученные величины солнечной постоянной (СП) оказались пропорциональными температуре корпуса приемников, что позволило найти уравнение регрессии и учесть зависимость показаний от температуры аналогично тому, как это осуществлялось в других экспериментах (см., например, [3]).

В августе 1998 года измерения СП проводились с перерывами в течение 7 суток. Среднее значение СП за август составило $1363.8 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-2}$. Затем измерения были продолжены с 27 октября 1998 года по 13 февраля 1999 года. В силу условий работы ИСЗ они также происходили с перерывами (всего 41 сутки). Среднее значение СП за этот период составило $1364.5 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-2}$ при среднем квадратическом отклонении около 0.01%. Следует отметить, что при этом имели место довольно большой разброс отдельных значений СП и даже выбросы, что можно объяснить частыми включениями и выключениями ИСП-2 в процессе летно-конструкторских испытаний ИСЗ. На рис. 2 приведены предварительные результаты измерений СП.

В целом общий ход величин СП соответствует данным от других радиометров, в том числе от гелиосферной космической станции СОХО, представленным в сети Интернет. В среднем наши результаты примерно на 0.17 % ниже, чем от радиометров СОХО.

выдача информации прекратилась 8.04.1999. Следует отметить, что включение ИСП-2 проводилось довольно нерегулярно, особенно в первые месяцы, однако в целом за счет обеспечения режима круглосуточного накопления и передачи данных получен значительный объем информации о солнечной постоянной, УКР и альbedo.

Ниже представлены основные результаты предварительной обработки материалов наблюдений.

Наблюдения Солнца. Гелиосинхронная орбита ИСЗ «Ресурс-01» № 4 обеспечивала практически неизменные условия наблюдений Солнца на каждом витке в течение всего года. Посадочное

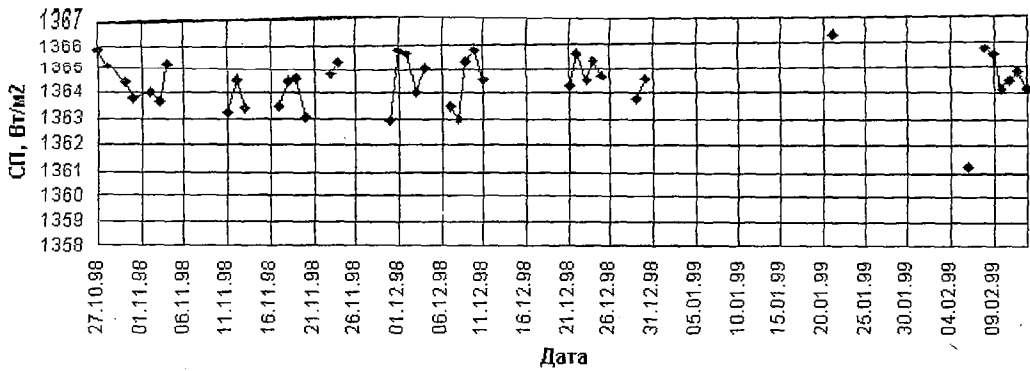


Рис. 2. Фрагмент измерений СП аппаратурой ИСП-2 на ИСЗ «Ресурс-01» № 4

Измерения УКР и альbedo. За весь период активного существования ИСЗ измерения с помощью ИКОР проводились в течение 109 суток. Календарь распределения работы ИКОР по месяцам представлен на рис. 3. Отсчеты УКР проводились через каждую минуту, за весь указанный период было произведено 86034 отдельных измерения. Как и в предыдущем эксперименте, на ИСЗ «Метеор-3» № 7 минимальные ночные отсчеты брались в качестве нулевых. В большинстве месяцев обеспечивалось глобальное покрытие измерениями земной поверхности, когда данные наблюдений получались непрерывно в течение ряда суток. Это дает возможность построения карт глобального распределения среднемесячных величин УКР и альbedo аналогично тому, как это производилось по данным с ИСЗ «Nimbus-6» [4].

В итоге накоплен и систематизирован большой массив данных, разработаны соответствующие программы обработки. Как и ранее, расчеты УКР и альbedo проводились методом «фактора формы» [2]. В качестве примера на рис. 4 приведен ход мгновенных значений альbedo для одного из витков 22 декабря 1998 года и текущие координаты подспутниковой точки.

Построение карт глобального распределения УКР и альbedo производилось с разбивкой поверхности земного шара на такие же ячейки, как и в работе [4]. Вся

Число рабочих витков аппаратуры ИКОР на ИСЗ «Ресурс-01» №4

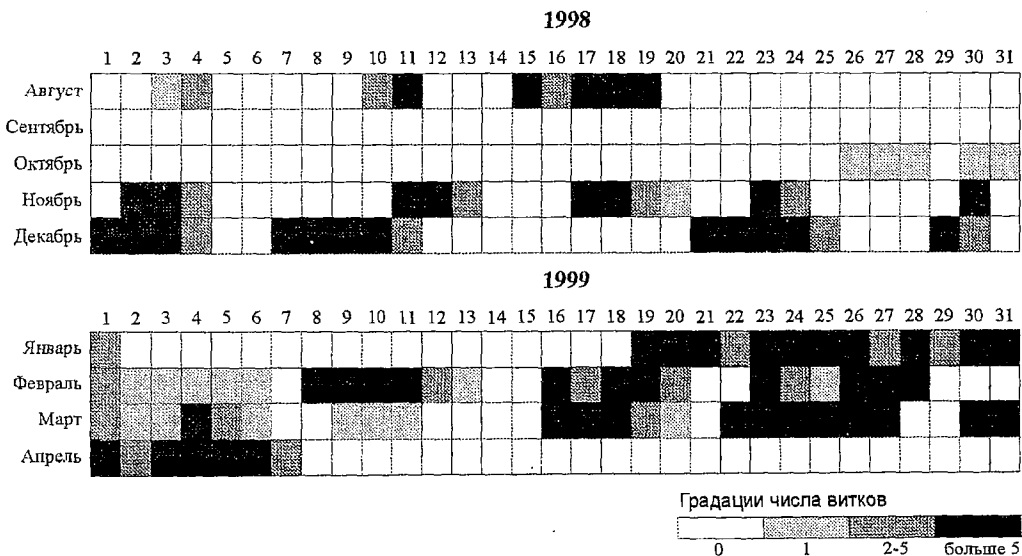


Рис. 3. Календарь работы ИКОР на ИСЗ «Ресурс-01» № 4

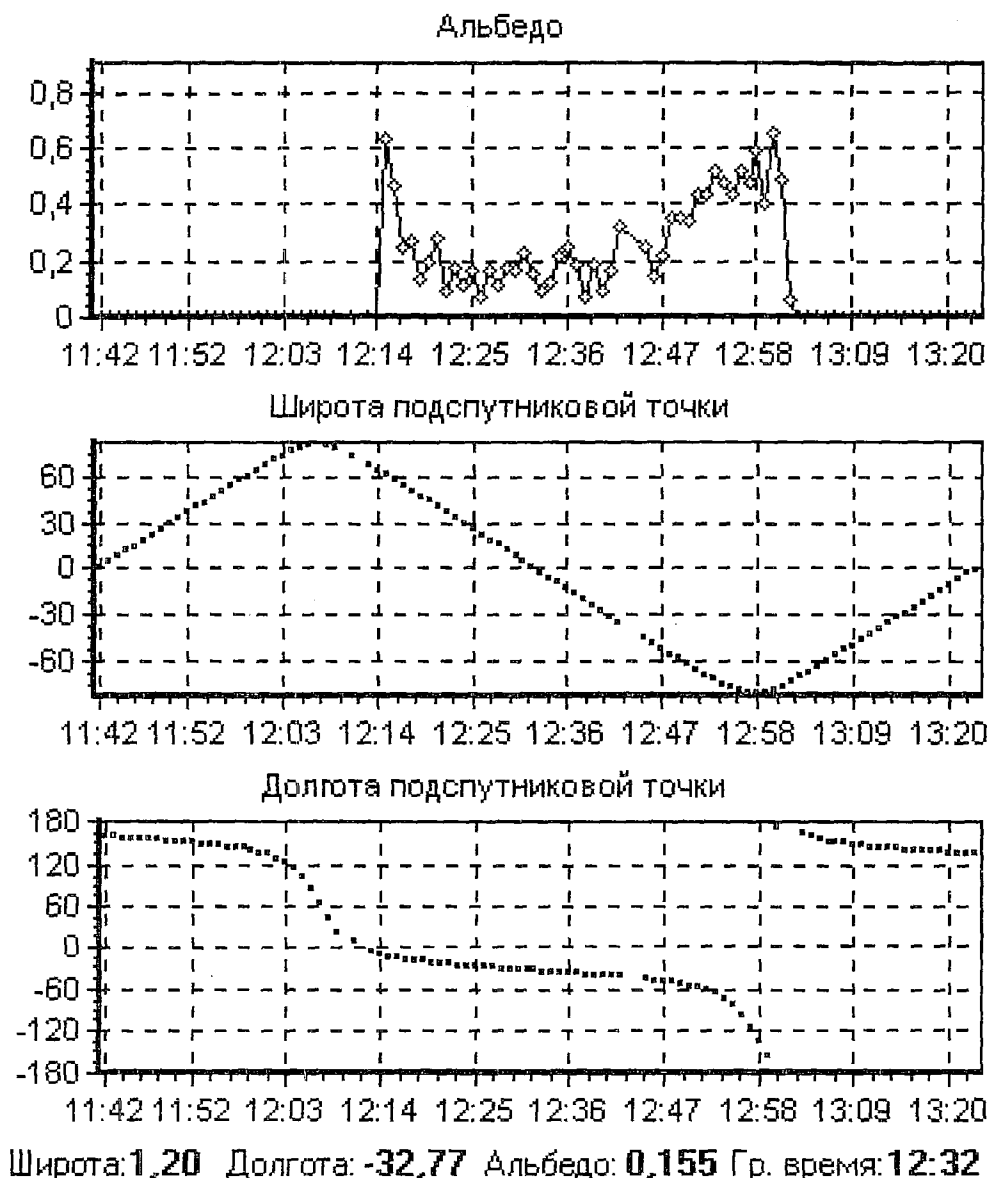


Рис. 4. Пример записи мгновенных значений альbedo и координат подспутниковой точки

поверхность Земли делится на широтные зоны шириной 5° . Две приэкваториальные зоны ($0^\circ \dots 5^\circ$ и $0^\circ \dots -5^\circ$) делятся на 72 ячейки $5^\circ \times 5^\circ$. Все другие широтные зоны делятся на ячейки с площадями, близкими к площадям ячеек в приэкваториальной зоне. По мере приближения к полюсам число ячеек уменьшается, так что околополюсные зоны имеют по три ячейки. Всего получается при таком разбиении 1654 ячейки. По каждой ячейке вычислялись среднемесячные значения УКР и альbedo. Для наглядного представления карты распределения строились для различных вариантов интервалов изменения по ячейкам средних величин УКР и альbedo. На рис. 5 приведен один из вариантов такого построения за март 1999 года. Следует отметить, что для данного месяца характерны похожие условия освещения Солнцем в северном и южном полушариях (измерения проводились вблизи дня весеннего равноденствия). Это и

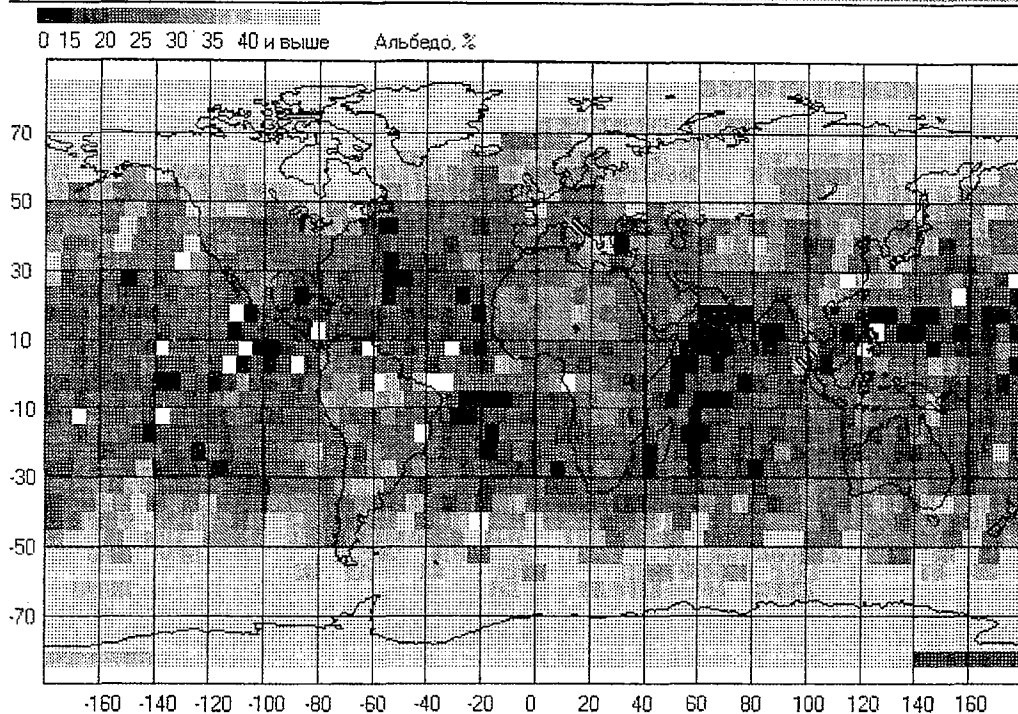


Рис. 5. Карта глобального распределения среднемесячного альbedo в марте 1999

отражено на карте распределения альbedo. Работа по анализу и интерпретации результатов продолжается.

В итоге по опыту эксплуатации ИСП-2 на ИСЗ «Метеор-3» № 7 и «Ресурс-01» № 4 можно сделать вывод о целесообразности использования этой аппаратуры для долговременного спутникового мониторинга составляющих радиационного баланса системы Земля – атмосфера.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 00-05-64798), ГНТП «Астрономия» (проект № 1.5.3.5) и СМЦПИ (Проект № 99-2-01).

Библиографический список

1. Скляров Ю.А., Бричков Ю.И., Пахомов Л.А. и др. Измеритель солнечной постоянной второго поколения на спутнике «Метеор-3» №7 // Исследование Земли из космоса. 1995. № 4. С.17.

2. Скляров Ю.А., Бричков Ю.И., Воробьев В.А., Котума А.И. Изменения уходящего коротковолнового излучения и альbedo радиометром ИКОР с ИСЗ «Метеор-3» № 7 // Исследование Земли из космоса. 1999. № 2. С.15.

3. Frohlich C., Romero J. Jahresbericht. Annual Report PMO WRC. Davos: Dorf, 1993. 11 p.

4. Bess T.D., Green R.N., Smith G.L. Deconvolution of wide field-of-view radiometer measurement of Earth emitted radiation. Pt.II: Analysis of first year of «Nimbus-6" ERB data // J. Atmospher. Sci. 1981. Vol. 38. P. 474.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 21.09.2000

MODERNIZED SOLAR MONITOR OF SECOND GENERATION FROM «RESURS-01» № 4 SATELLITE

Yu.A. Sklyarov, Yu.I. Brichkov, V.A. Vorobyov, A.I. Kotuma, N.V. Fomina

Description of conditions for modernized solar constant monitor of second generation and shortwave reflected radiation monitor from «Resurs-01» №4 satellite on 1998–99 are given. Some preliminary results of procession of solar constant measurements for 48 days and of outgoing shortwave radiation and albedo measurement for 109 days are presented.



Скляров Юрий Андреевич родился в Ставропольском крае в 1931 году 27 января. Окончил в 1953 физический факультет Саратовского госуниверситета по специальности «астрономия» и работал в СГУ до 1955 года. По партийной путевке работал в 1955–60 годах председателем колхоза в Безьянском районе Саратовской области. В 1960–69 годах ассистент, старший преподаватель, доцент, декан, проректор по учебной работе Саратовского педагогического института. С 1969 года работает в СГУ доцентом, начальником Станции наблюдений ИСЗ. С 1984 года по настоящее время заведующий кафедрой метеорологии и климатологии. В 1995–99 годах первый проректор, с 1999 года советник ректора. Кандидат физико-математических наук (1965), доктор технических наук (1984). Научные интересы – физика Солнца и солнечно-земные связи, пиргелиометрия, радиационный баланс Земли. Опубликовал более 180 научных работ, 6 монографий и книг, монография «Пиргелиометрия» издана на английском языке, имеет 12 авторских свидетельств и патентов на изобретения. Главный конструктор

аэростатной и космической измерительной техники. Награжден золотой и серебряной медалями ВДНХ, знаком «Изобретатель СССР», медалью им. Ю.А.Гагарина, двумя орденами «Знак Почета». Действительный член Международной АН высшей школы по направлению «физика космического пространства».



Бричков Юрий Иванович – родился в Ярославской области (1946). Окончил Саратовский госуниверситет (1968). После окончания СГУ работал в НИИ ГРП Рязани, с 1970 года работает в НИИ механики и физики СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1979) в Главной геофизической обсерватории по специальности «геофизика, физика атмосферы». Заведующий лабораторией астрономических и геофизических исследований. Область научных интересов – пиргелиометрия, исследования составляющих радиационного баланса Земли с летательных аппаратов. Автор и соавтор более 60 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.



Воробьев Владимир Анатольевич – родился в Саратове (1958). Окончил Саратовский госуниверситет (1980). После окончания СГУ работает в НИИ механики и физики СГУ, в настоящее время – в должности научного сотрудника. Область научных интересов – автоматизация актинометрических измерений, исследования составляющих радиационного баланса Земли с летательных аппаратов. Автор и соавтор ряда статей в отечественных и зарубежных изданиях.



Котума Александр Иванович – родился в Куйбышеве (1973). Окончил Саратовский госуниверситет (1995). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата географических наук в МГУ (1998) по специальности «метеорология, климатология и агрометеорология». В настоящее время доцент кафедры метеорологии и климатологии СГУ. Имеет более 20 научных публикаций. Область научных интересов – изучение компонентов радиационного баланса Земли по данным спутниковых измерений.



Фомина Наталья Владимировна – родилась в 1971 году. Окончила географический факультет СГУ по специальности «метеорология» (1994). После окончания работала ассистентом, в настоящее время аспирант кафедры метеорологии и климатологии СГУ. Автор 7 научных публикаций, включая монографию. Область научных интересов – метеорология и радиационный баланс Земли.



Вышла в свет книга

Тьюринг А.М. *Может ли машина мыслить?* Саратов, Издательство ГосУНЦ «Колледж», 1999, 100с. ISBN 5–900–641–84–8

В книге помещены переводы двух статей: А.М. Тьюринга «Может ли машина мыслить?» и Дж. фон Неймана «Общая и логическая теория автоматов», опубликованных в 1950 г. и в 1951 г., соответственно. Несмотря на столь значительный срок, прошедший со дня опубликования этих статей, они не утратили свежести и интереса для специалистов в области теории автоматов и кибернетики, знакомых с более поздними работами на темы, затронутые в этих статьях. Они написаны популярно, без всякого математического аппарата и доступны широкому кругу читателей. Перевод статей на русский язык осуществлен Ю.А. Даниловым.

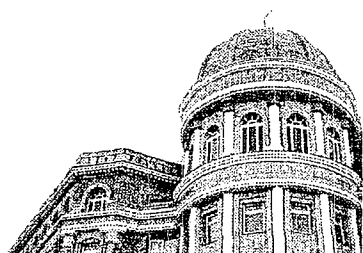
*Заинтересованный читатель может заказать книгу
наложенным платежом по электронной почте*

e-mail: subscribe@uni.udm.ru; and@cas.ssu.runnet.ru





Изв.вузов «ПНД», т.8, № 5, 2000



Вторая международная конференция
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ

Саратов, Россия, 9–14 октября 2000

Организаторы

- Министерство образования РФ
- Дирекция и экспертный Совет по физике Программы «Фундаментальные исследования высшей школы в области естественных и гуманитарных наук. Университеты России»
- Саратовский государственный университет
- Государственный учебно–научный центр «Колледж»

при поддержке

- Российского фонда фундаментальных исследований
- Institute of Electrical and Electronic Engineers and Electron Device Society, USA

Организационный и программный комитет

Карлов Н.В. – чл.–корр. РАН, проф., зав.кафедрой МФТИ – председатель;
Трубецков Д.И. – чл.–корр. РАН, проф., ректор СГУ, – зам. председателя;
Кузьменков Л.С. – проф., МГУ, – зам.председателя;
Розанов В.В. – в.н.с., МГУ – уч. секретарь

Андреев А.В. – проф. МГУ; *Анищенко В.С.* – проф., зав. кафедрой СГУ;
Блюменфельд Л.А. – проф. МГУ; *Брагинский В.Б.* – чл.–корр. РАН, зав. кафедрой МГУ; *Брандт Н.Б.* – проф. МГУ; *Бурейко В.Н.* – проф., зам.директора НИИ физики СПбГУ; *Гринин А.П.* – проф., зав.кафедрой СПбГУ; *Дыхне А.М.* – академик РАН; *Калинин Ю.А.* – проф., директор НИИМФ СГУ; *Каишаров П.К.* – проф., зав.кафедрой, зам.декана физ. ф–та МГУ; *Келдыш Л.В.* – академик РАН, зав. кафедрой МГУ; *Конаев Ю.В.* – чл.–корр. РАН, директор отд. твердого тела ИОФ РАН; *Кузнецов С.П.* – проф., в.н.с. СО ИРЭ РАН; *Куницын В.Н.* – проф., зав. кафедрой МГУ; *Левин Ю.И.* – доц., директор УНЦ «Колледж» СГУ; *Лукин Д.С.* – проф. МФТИ; *Марков*

Г.А. – проф. ННГУ; Руденко О.В. – чл.-корр. РАН, проф., зав. кафедрой МГУ; Рухадзе А.А. – проф. МГУ; Салецкий А.М. – проф., МГУ; Сергеев В.И. – директор Прогр. «Университеты России»; Стриханов М.Н. – нач. упр. Развития науч. исслед. Минобрнауки РФ; Струков Б.А. – проф., зав. кафедрой МГУ; Сухоруков А.П. – проф., зав. кафедрой МГУ; Сыроев Н.Н. – проф., директор ЦГИ, зам.декана физ. ф-та МГУ; Твердислов В.А. – проф., зав. кафедрой МГУ; Толмачев Ю.А. – проф., зав. кафедрой СПбГУ; Троян В.Н. – проф., проректор СПбГУ; Трухин В.И. – проф., декан физ.ф-та МГУ, проректор МГУ; Тучин В.В. – проф., зав. кафедрой СГУ; Усанов Д.А. – проф., зав. кафедрой СГУ; Черепашук А.М. – чл.-корр. РАН, директор ГАИШ МГУ; Шараевский Ю.П. – проф., зав. кафедрой СГУ

Локальный оргкомитет

Трубецков Д.И. (председатель), Левин Ю.И. (зам. председателя), Анфиногентов В.Г., Короновский А.А., Красичков Л.В., Мчедлова Е.С., Храмов А.Е., Маринопольская В.П., Шараевский Ю.П.

Секции конференции

- физика ядра и элементарных частиц, физика космических излучений и космоса;
- физика атомов и молекул, физика оптических явлений;
- физика конденсированного состояния вещества, физика полупроводников, микроэлектроника, физика магнитных явлений;
- физика кинетических явлений, физика плазмы, физика открытых систем;
- биофизика, медицинская физика, экология;
- физика Земли и планет, физика атмосферы и околоземного космического пространства, астрономия, астрофизика;
- физика акустических и гидродинамических волновых процессов, физика радиоволн;
- теоретическая и математическая физика.

«...На Второй международной конференции «Фундаментальные проблемы физики» представлено 20 пленарных и 211 секционных научных докладов, авторами которых являются 642 российских и 12 зарубежных ученых. В докладах отражено состояние исследований на 2000-й год в России и за рубежом по физике ядра и элементарных частиц, физике космических излучений и космоса, физике атомов и молекул, физике оптических явлений, физике конденсированного состояния вещества, физике полупроводников, микроэлектронике, физике магнитных явлений, физике кинетических явлений, физике плазмы, физике открытых систем, биофизике, медицинской физике, экологии, физике Земли и планет, атмосферы и околоземного космического пространства, астрономии, астрофизике, физике акустических и гидродинамических волновых процессов, физике радиоволн, теоретической и математической физике.

Обсуждения показывают, что в России сохраняется высокий уровень исследований по физике. Однако работы ведутся преимущественно за счет накопленного в предыдущие десятилетия научного потенциала: приборов, установок, измерительной аппаратуры, материалов, высокопрофессионального кадрового состава физиков.

Результаты работ по физике, доложенных на конференции, помогут сформировать новые представления о физических явлениях и процессах, методах исследования, найдут приложение в практике прикладных исследований, новых технологиях, практике преподавания. Тезисы докладов опубликованы в сборнике, вышедшем к началу конференции...».

Из «Постановления» Второй международной конференции «Фундаментальные проблемы физики», Саратов, Россия, 9–14 октября 2000 г.

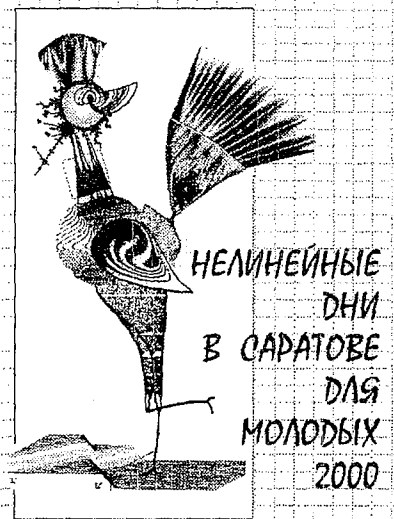
*Сборник материалов конференции «Фундаментальные проблемы физики» можно приобрести в редакции наложенным платежом (40 руб.).
Заказы можно сделать по электронной почте или телефону:*

E-mail: and@cas.ssu.runnet.ru

Тел.: (845-2) 52-38-64



Изв. вузов «ПНД», т.8, № 5, 2000



НЕЛИНЕЙНЫЕ ДНИ В САРАТОВЕ ДЛЯ МОЛОДЫХ - 2000

Научная школа – конференция

Саратов, 16–20 октября 2000

Организаторы

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
Государственный учебно–научный центр «Колледж» СГУ
Научно–образовательный центр «Нелинейная динамика и биофизика» СГУ (CRDF, проект REC–006)
Саратовское отделение Института радиотехники и электроники РАН (СО ИРЭ РАН)
Министерство образования и науки Саратовской области

Программный комитет

Трубецков Д.И., председатель, чл.–корр. РАН, профессор, ректор СГУ
Кузнецов А.П., зам. председателя, д.ф.–м.н., зав. базовой кафедрой динамических систем СГУ, в.н.с. СО ИРЭ РАН
Безручко Б.П., д.ф.–м.н., профессор СГУ, в.н.с. СО ИРЭ РАН
Кузнецов С.П., д.ф.–м.н., профессор СГУ, в.н.с. СО ИРЭ РАН
Левин Ю.И., к.ф.–м.н., доцент, директор ГосУНЦ «Колледж», декан факультета нелинейных процессов СГУ
Рыскин Н.М., к.ф.–м.н., доцент СГУ
Шараевский Ю.П., д.ф.–м.н., профессор, зав. кафедрой нелинейной физики СГУ

Оргкомитет

Трубецков Д.И., председатель, чл.–корр. РАН, профессор, ректор СГУ
Левин Ю.И., к.ф.–м.н., доцент, директор ГосУНЦ «Колледж», декан факультета нелинейных процессов СГУ

Казаков Г.Т., зам. председателя, к.ф.-м.н., доцент, директор СО ИРЭ РАН
Анфиногентов В.Г., к.ф.-м.н., доцент СГУ
Короновский А.А., к.ф.-м.н., доцент СГУ
Красичков Л.В., к.ф.-м.н., доцент СГУ
Мчедлова Е.С., к.ф.-м.н., доцент СГУ
Рыскин Н.М., к.ф.-м.н., доцент СГУ
Храмов А.Е., к.ф.-м.н., доцент СГУ
Шараевский Ю.П., д.ф.-м.н., профессор СГУ

К прочтению лекций на школе были привлечены: член-корреспондент РАН, профессор Трубецков Д.И. (СГУ, Саратов); член-корреспондент РАН, профессор Грибов Л.А. (ИГАХ РАН, Москва); д.ф.-м.н., профессор Ирисова Н.А. (ИОФ РАН, Москва); д.ф.-м.н., профессор Рухадзе А.А. (ИОФ РАН, Москва); д.ф.-м.н., профессор Шалфеев В.Д. (ННГУ, Нижний Новгород); д.ф.-м.н., профессор Кузнецов С.П. (СО ИРЭ РАН, Саратов); д.ф.-м.н., профессор Анищенко В.С. (СГУ, Саратов); д.ф.-м.н., профессор Капица С.П. (ИФП РАН, Москва); д.ф.-м.н., профессор, Тимашев С.Ф. (НИФХИ, Москва); д.ф.-м.н., профессор, Санюк В.И. (РУДН, Москва); к.ф.-м.н., доцент, Скворцов А.И. (КазГУ, Казань).

Неординарной, насыщенной оригинальной информацией была лекция А.А. Рухадзе о развитии физических представлений при проведении исследований в области термоядерного синтеза, об известных ученых, занимавшихся решением этой проблемы. Н.А. Ирисова прочитала лекцию о судьбах московских физиков. Большой интерес вызвали лекции С.П. Капицы об изменении численности народонаселения земли и нелинейных моделях, описывающих такой процесс. В своих лекциях В.Д. Шалфеев привел увлекательные, популярные примеры синхронизации в природе и технике, рассказал о самых современных достижениях по применению детерминированных хаотических колебаний для передачи информации. Саратовская школа нелинейной динамики была представлена лекциями Д.И. Трубецкова о творческом пути в науке Гельмгольца и наиболее ярких из решенных Гельмгольцем задачах, а также лекциями С.П. Кузнецова о треугольнике Паскаля и В.С. Анищенко о явлениях синхронизации периодических колебаний в физике и биофизике.

Оригинальные научные сообщения молодых исследователей в этом году проходили в течение трех дней и вызвали большой интерес профессоров и преподавателей. Состоялись интересные дискуссии. Весьма активно прошло и обсуждение стендовых докладов. В этом году в работе школы-конференции приняли участие молодые исследователи из Нижнего Новгорода (ННГУ и ИФП РАН), Воронежа (ВГУ) и Красноярска (КГТУ).

Молодежный состав участников школы можно было разделить на три возрастные категории: молодые научные работники, аспиранты и магистранты, студенты факультета нелинейных процессов и физического факультета СГУ и учащиеся старших классов школ Саратова, Энгельса, Балаково. Общее число участников составило 107 человек. На школе отсутствовали пассивные слушатели – отбор участников был осуществлен Программным комитетом на основе представленных текстов докладов. Учащиеся школ были отобраны оргкомитетом по результатам решения разосланных в начале учебного года задач. Это позволило создать творческую, заинтересованную атмосферу школы, несущую значительный созидательный «заряд».

Каждый рабочий день был насыщенным. В первой половине дня читались лекции ведущими специалистами в области нелинейной динамики для всех слушателей. Вторая половина была посвящена устным и стендовым докладам, обсуждению и дискуссиям по проблемам нелинейной динамики и биофизики. В это же время для школьников были проведены олимпиады и семинары по решению олимпиадных задач. Победители олимпиад были награждены дипломами. Были проведены также вечер английского языка, активными участниками которого были учащиеся Лицея Колледжа прикладных наук, и круглый стол «Образование в XXI веке».

В издательстве ГосУНЦ «Колледж» вышел сборник материалов школы «Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2000». Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2000. 176 с.

Рабочая программа

16 октября 2000

- 14.00 **Открытие школы–конференции**
- 14.30–15.30 *Тимашев С.Ф.* (профессор, НИФХИ, Москва). Новый диалог с природой. Как его понимать? Ч. 1.
- 15.40–17.10 *Ирисова Н.А.* (профессор, ИОФ РАН, Москва). Институт общей физики Российской Академии Наук

17 октября 2000

- 9.00–10.00 *Рухадзе А.А.* (профессор, ИОФ РАН, Москва). История развития физических представлений в термоядерных исследованиях в России.
- 10.10–11.10 *Тимашев С.Ф.* (профессор, НИФХИ, Москва). Новый диалог с природой. Как его понимать? Ч. 2.
- 11.20–12.20 *Трубецков Д.И.* (чл.–корр. РАН, профессор, СГУ). Герман Людвиг Фердинанд Гельмгольц и четыре задачи теории колебаний и волн. Ч. 1.
- 15.00–16.00 *Трубецков Д.И.* (чл.–корр. РАН, профессор, СГУ). Герман Людвиг Фердинанд Гельмгольц и четыре задачи теории колебаний и волн. Ч. 2.
- 16.10–17.10 *Санюк В.И.* (профессор, РУДН, Москва). Том «Физика» энциклопедии «Аванта+»: замысел, процесс и воплощение
- 17.10.–18.10 *Короновский А.А.* (к.ф.–м.н., доцент, СГУ), *Храмов А.Е.* (к.ф.–м.н., доцент, СГУ). Семинары для школьников: решение задач
- 17.10–19.00 **Устные доклады студентов и аспирантов**

Потапова А.Ю. (аспирант кафедры динамических систем). Особенности динамики нелинейных осцилляторов с катастрофами Тома.

Тюрюкина Л.В. (аспирант кафедры динамических систем). Трикритические точки на примере отображения Икеды

Исаева О.Б. (аспирант кафедры динамических систем). Реализация критической точки каскада утроений периода в пространстве параметров многомерных отображений

Смирнов Д.А. (аспирант кафедры электроники, колебаний и волн). Реконструкция карты динамических режимов по экспериментальной временной реализации

Диканев Т.Б. (студент ФНП). Об использовании переходных процессов при восстановлении уравнений динамической системы

Таланова Л.В. (аспирант ННГУ). Анализ динамических режимов связанных нелинейных моделей Вайдлиха

14.00–17.00 **Стеновые доклады**

- 19.30 *Ирисова Н.А.* (профессор, ИОФ РАН, Москва). Воспоминания о Москве и москвичах, физике и физиках

18 октября 2000

- 9.00–10.00 *Шалфеев В.Д.* (профессор, ННГУ, Нижний Новгород). Синхронизация (примеры и модели)
- 10.10–11.10 *Анищенко В.С.* (профессор, СГУ). Синхронизация периодических движений
- 11.20–12.20 *Скворцов А.И.* (доцент, КазГУ, Казань). Эффект Мессбауэра
- 15.00–16.00 *Грибов Л.А.* (чл.–корр. РАН, профессор, ИГАХ РАН, Москва). От теории спектров к теории химических превращений
- 16.00–17.00 **Стеновые доклады студентов и аспирантов**

Семинары для школьников

- 16.00–17.20 *Князев А.А.* (к.ф.–м.н., доцент, СГТУ). Решение олимпиадных задач
- 17.20–17.40 *Кузнецов А.П.* (профессор, СО ИРЭ РАН), *Потапова А.Ю.* (аспирант кафедры динамических систем). Что такое катастрофа?
- 17.45–18.30 *Кузнецов А.П.* (профессор, СО ИРЭ РАН), *Капустина Ю.В.* (аспирант кафедры динамических систем). Дискретные отображения

18.35–18.55 Кузнецов С.П. (профессор, СО ИРЭ РАН), Исаева О.Б. (аспирант кафедры динамических систем). Множество Мандельброта

17.00–19.00. **Устные доклады студентов и аспирантов**

Балякин А.А. (студент ФНП). Переход к хаосу в нелинейной радиотехнической линии передачи

Шигаев А.М. (студент ФНП). Сложная динамика и хаос в клистронном автогенераторе с запаздывающей обратной связью

Блохина Е.В. (студентка ФНП). Нестационарные граничные условия для моделирования дифракционного излучения широкополосных импульсов

Скоков В.В. (студент ФНП). Ферромагнитный резонанс при конечных амплитудах электромагнитного поля

Жицкий С.Г. (магистр ВГУ, Воронеж). Детерминированный хаос в переходных процессах при плавлении теллура

Иванченко М.В., Канаков О.И., Мишагин К.Г. (студенты ННГУ). Анализ стационарных состояний в цепочке однонаправлено связанных активных бистабильных элементов

14.00–17.00 **Стендовые доклады**

19.30 Вечер английского языка

19 октября 2000

9.00–10.00 *Кузнецов С.П.* (профессор, СО ИРЭ РАН). Треугольник Паскаля

10.10–11.10 *Санюк В.И.* (профессор, РУДН, Москва). Что такое скирмион: к 40-летию создания модели Скирма

11.20–12.20 *Шалфеев В.Д.* (профессор, ННГУ, Нижний Новгород). Хаос в фазовых системах и его применение для передачи информации

15.00–16.00 *Капица С.П.* (профессор, ИФП РАН, Москва). Нелинейная теория роста человечества. Ч. 1

16.00–17.00 **Стендовые доклады студентов и аспирантов**

16.30.–17.30 *Короновский А.А.* (к.ф.–м.н., доцент, СГУ), *Храмов А.Е.* (к.ф.–м.н., доцент, СГУ). Семинары для школьников: решение задач

17.00–19.10 **Устные доклады студентов и аспирантов**

Фомин А.И. (аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики). Стохастическая синхронизация и когерентный резонанс в цепочке возбуждаемых шумом осцилляторов Фиц–Ху–Нагумо

Демидов В.А. (инженер кафедры радиофизики и нелинейной динамики). Механизм потери синхронного отклика в однонаправлено связанных хаотических системах

Акопов А.А. (инженер кафедры радиофизики и нелинейной динамики). Динамика дискретной модели связанных нейронов

Копейкин А.С. (аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики). Особенности процесса установления вероятностной меры на хаотических аттракторах в присутствии флуктуаций

Ноженков Д.И. (аспирант КГТУ, Красноярск). Структурные свойства кардиоритма

Андреев К.В. (студент ФНП). Модель электрической активности нейрона в виде функционального отображения

20 октября 2000

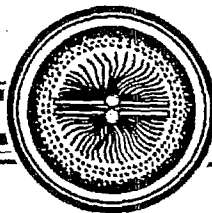
9.00–10.00 *Капица С.П.* (профессор, ИФП РАН, Москва). Нелинейная теория роста человечества. Ч. 2

10.10–11.10 *Капица С.П.* (профессор, ИФП РАН, Москва). Нелинейная теория роста человечества. Ч. 3

11.10–13.00 «Образование в XXI веке»: круглый стол

14.00–17.00 **Стендовые доклады**

Закрытие школы–конференции



Изв. вузов «ПНД», т.8, № 5, 2000

УДК 577.3

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ДИНАМИКА ФЕРМЕНТОВ

Под редакцией Ю.М. Романовского, В. Эбелинга

© Московский государственный
университет, 2000
М.: Изд-во МГУ, 2000. 169 с.
ISBN 5-211-04332-4

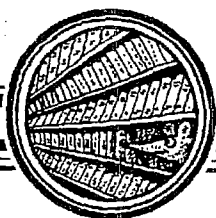
Основная цель монографии – показать, какими физическими процессами определяются основные стадии разрыва химических связей в молекулах субстратов при участии макромолекулярных машин – ферментов. Излагаются и развиваются соответствующие этой проблеме методы молекулярной динамики. Помимо конкретных примеров математического моделирования молекул α -химотрипсина и ацетилхолинэстеразы авторы ставят и решают ряд новых задач нелинейной динамики броуновского движения и процессов переноса протона в нестационарном потенциальном рельефе. Изложение основано на оригинальных публикациях авторов. Книга посвящена памяти М.В. Волькенштейна, Р.Л. Стратоновича и Ю.И. Хургина, которые внесли определяющий вклад в развитие идей, представленных в книге, и оказали неоценимое личное научное влияние на авторов. Книга предназначена широкому кругу читателей, работающих в областях нелинейной динамики, синергетики и биофизики. Она будет полезна студентам и аспирантам соответствующих специальностей.

Оглавление

Предисловие

1. Стохастическая реакционная динамика и кластерная динамика ферментов. *Ю.М. Романовский, В. Эбелинг*
 - 1.1. Закон Аррениуса и основные идеи теории химических реакций
 - 1.2. Расщепление пептидной и сложноэфирной связи без участия фермента
 - 1.3. Основы для изучения динамики белковых молекул
 - 1.4. Выделение существенных переменных. Блочные или кластерные модели. Пример α -химотрипсина
 - 1.5. Какие проблемы будем рассматривать
2. Микроскопическое моделирование процессов активации и диссоциации. *А.А. Валеев, В.Ю. Подлипчук, М.Г. Сапежинский, В. Эбелинг*
 - 2.1. Модель теплового резервуара
 - 2.2. Микроскопическая динамика переходов между потенциальными ямами
 - 2.3. Диссоциация молекул Морзе
 - 2.4. Динамика реакций рекомбинации
 - 2.5. Спектральные плотности и корреляционные функции сил атомных столкновений
 - 2.6. Обсуждение свойств активационных процессов в 2D тепловом резервуаре
3. Движение пробных частиц в 2D нестационарном потенциальном рельефе с несколькими минимумами. *А.В. Нетребко, Н.В. Нетребко, О.А. Чичигина*
 - 3.1. Математическая двумерная модель системы с несколькими минимумами
 - 3.2. Спектры и кривые Ляпунова для консервативной системы. Области Годы для рельефа с двумя минимумами
 - 3.3. Метод Стратоновича для расчета времени выхода ПЧ из потенциальной ямы для

- случая динамического хаоса и некоторые его приложения. Динамические модели распада кластера
- 3.3.1. Необходимость и возможность построения динамической теории распада кластера
 - 3.3.2. Простейшая модель распада
 - 3.3.3. Расчет постоянной распада кластера по динамической теории
 - 3.3.4. Среднее время выхода из двумерной потенциальной ямы под действием шумов. Метастабильное приближение
 - 3.4. Движение ТР в случае потенциального рельефа с тремя минимумами
 - 3.5. Проблемы перехода пробной частицы в потенциальном поле с периодически меняющимися параметрами
4. Возмущения в кольцевых цепях. *М. Йенсен, Ю.М. Романовский, В. Эбелинг*
 - 4.1. Уединенные возмущения в системах Тоды
 - 4.2. Статистическая и стохастическая теория
 - 4.3. Аккумуляция энергии на неоднородностях
 - 4.4. Флуктуации в кольцевых цепочках Тоды и время корреляции
 - 4.5. Кольцевая модель молекул ферментов
 5. Резонанс Ферми и проблема Крамерса в двумерном силовом поле. *С.В. Кроо, А.В. Нетребко, Ю.М. Романовский, Л. Шимански-Гайер*
 - 5.1. 2D потенциальные рельефы и резонанс Ферми
 - 5.2. Базовая двумерная кластерная модель
 - 5.3. Аналитическое исследование
 - 5.4. Численное исследование
 - 5.5. Стохастизация колебаний
 - 5.6. Базовая модель с учетом затухания и внешних гармонических воздействий
 - 5.7. Компьютерное моделирование неавтономной системы с затуханием
 - 5.8. Проблемы Крамерса для 2D потенциального рельефа
 6. Молекулярные ножницы. Кластерная модель ацетилхолинэстеразы. *С.В. Кроо, А.В. Нетребко, Н.В. Нетребко, Ю.М. Романовский, А.Ю. Чикишев*
 - 6.1. Роль ацетилхолинэстеразы в процессе синаптической передачи
 - 6.2. Компьютерная модель АХЭ на основе рентгеноструктурных данных
 - 6.3. Электростатическое поле молекулы АХЭ
 - 6.3.1. Распределение заряда в молекуле
 - 6.3.2. Расчет потенциала
 - 6.3.3. Определение дипольного момента
 - 6.4. «Игровая» 2D-модель входа продуктов в карман
 - 6.4.1. Проблема входа молекул АХ в АЦ ацетилхолинэстеразы
 - 6.4.2. Проблема выхода продуктов реакции из АЦ ацетилхолинэстеразы
 - 6.5. Кинетика ферментативной реакции расщепления сложноэфирной связи
 - 6.5.1. Уравнение Михаэлиса-Ментен
 - 6.5.2. Математическая модель
 - 6.5.3. Определение константы скорости k_1
 - 6.5.4. Определение констант k_1 и k_2
 - 6.5.5. Определение константы скорости k_5
 - 6.5.6. Субстратное торможение
 7. Динамика переноса протона в активном центре белка-фермента α - химотрипсина *Б.А. Гришанин, Е.В. Шувалова, А.Ю. Чикишев*
 - 7.1. Предпосылки для построения модели
 - 7.2. Определение волновой функции методом симметризации временного оператора эволюции
 - 7.3. Контрольные расчеты, подтверждающие достоверность результатов, получаемых с использованием разработанной программы
 - 7.4. Математическая модель активного центра α -химотрипсина и ацетилхолинэстеразы
 - 7.5. Результаты исследования динамики переноса протона в водородной связи активного центра
 - 7.6. Обсуждение
 8. О затухании колебаний кластеров белковых молекул. *А.В. Нетребко, Ю.М. Романовский, А.Ю. Чикишев*
- Заключение
Литература



DISCRETE DYNAMICS IN NATURE AND SOCIETY
An International Multidisciplinary Research and Review Journal

Editors-in-Chief
Vladimir Gontar and Michael Sonis

Guest Editor
V. Anishchenko

Contents	Vol. 4, №3 (2000) 185–256
Preface	185
Quasi-Discrete Dynamics of a Neural Net: The Lighthouse Model. <i>H. Haken</i>	187
Synchronization of Cardiorhythm by Weak External Forcing. <i>V.S. Anishchenko, A.G. Balanov, N.B. Janson, N.B. Igoshcheva and G.V. Bordyugov</i>	201
Using Chaos Synchronization to Estimate the Largest Lyapunov Exponent of Non-smooth Systems. <i>A. Stefanski and T. Kapitaniak</i>	207
Phase Fronts and Synchronization Patterns in Forced Oscillatory Systems. <i>E. Meron</i>	217
Phase Multistability of Synchronous Chaotic Oscillations. <i>T.E. Vadivasova, O.V. Sosnovtseva, A.G. Balanov and V.V. Astakhov</i>	231
Invariant Manifolds and Cluster Synchronization in a Family of Locally Coupled Map Lattices. <i>V. Belykh, I. Belykh, N. Komrakov and E. Mosekilde</i>	245

Preface

The present collection of papers is devoted to the problem of synchronization of nonlinear processes in dynamical systems of different nature and the degree of complexity. Synchronization is one of the typical and important phenomena in nature and in the theory of dynamical systems. It manifests itself in the adjustment of certain relationships between characteristic time scales, frequencies and phases of two and more interacting oscillators. The effect of synchronization leads to the increase of order degree of oscillations and can often be considered as the main reason for the appearance of spatio-temporal structures. In this sense synchronization can be treated as one of the manifestations of self-organization in nonlinear dissipative systems.

Synchronization of oscillations was first observed by Huygens more than 300 years ago. But only recently this problem has attracted much attention due to elaboration and

development of electronic communications aids. The Van der Pol oscillator served as an example for creating the theory of periodic oscillations synchronization, having become classical.

Synchronization of periodic oscillations is observed if the oscillations of the system occur with a constant and rational winding number $\theta = m:n$ which holds in a finite region of system's parameters. The latter is called the synchronization region. Inside such a zone the effects of frequency and phase locking take place. The frequency locking means that two initially independent frequencies become rationally connected, i.e. $\omega_1:\omega_2 = m:n$. When the phase is locked, the phase difference of oscillations is constant in time, i.e. $|\ln F_1(t) - mF_2(t)| = \text{const}$.

From the physical point of view, two types of synchronization are distinguished, namely, forced and mutual synchronization which reflect the ways of how oscillators interact. In the mathematical treatment of this problem, in the regime of both forced and mutual synchronization the system should possess a stable limit cycle. For the case of weak interaction this cycle represents a resonance cycle on a two-dimensional torus. Synchronization is observed if the resonance cycle on the torus is stable and consequently, the winding number has a rational value. The loss of synchronization occurs through a saddle-node bifurcation of the resonance cycle. The effects of frequency and phase locking correspond to the stable resonance cycle.

For strong interaction between oscillators the resonance torus no longer exists but a synchronous limit cycle is retained stable inside the synchronization region. In this case synchronization is destroyed through the loss of stability by the cycle followed by a torus birth (Neimark's bifurcation).

Two bifurcation conditions mentioned above determine two different mechanisms of synchronization, namely, frequency (phase) locking and suppression of one of the independent frequencies.

Recent developments of nonlinear dynamics have led to a generalization of the classical knowledge on synchronization to systems with chaotic and stochastic oscillations. As applied to chaotic oscillations, several different concepts of synchronization, namely, full synchronization, phase synchronization and so-called generalized synchronization, have been revealed and studied. The concept of phase synchronization has appeared to be most fruitful. It consists in locking of the instantaneous phases of oscillations and does not involve relations between the instantaneous amplitudes of the interacting oscillators. This fact allows one to explore synchronization of both chaotic and stochastic oscillations which are characterized by a continuous power spectrum. In particular, it has been found that noise can play the constructive role optimizing the synchronization process in bistable systems.

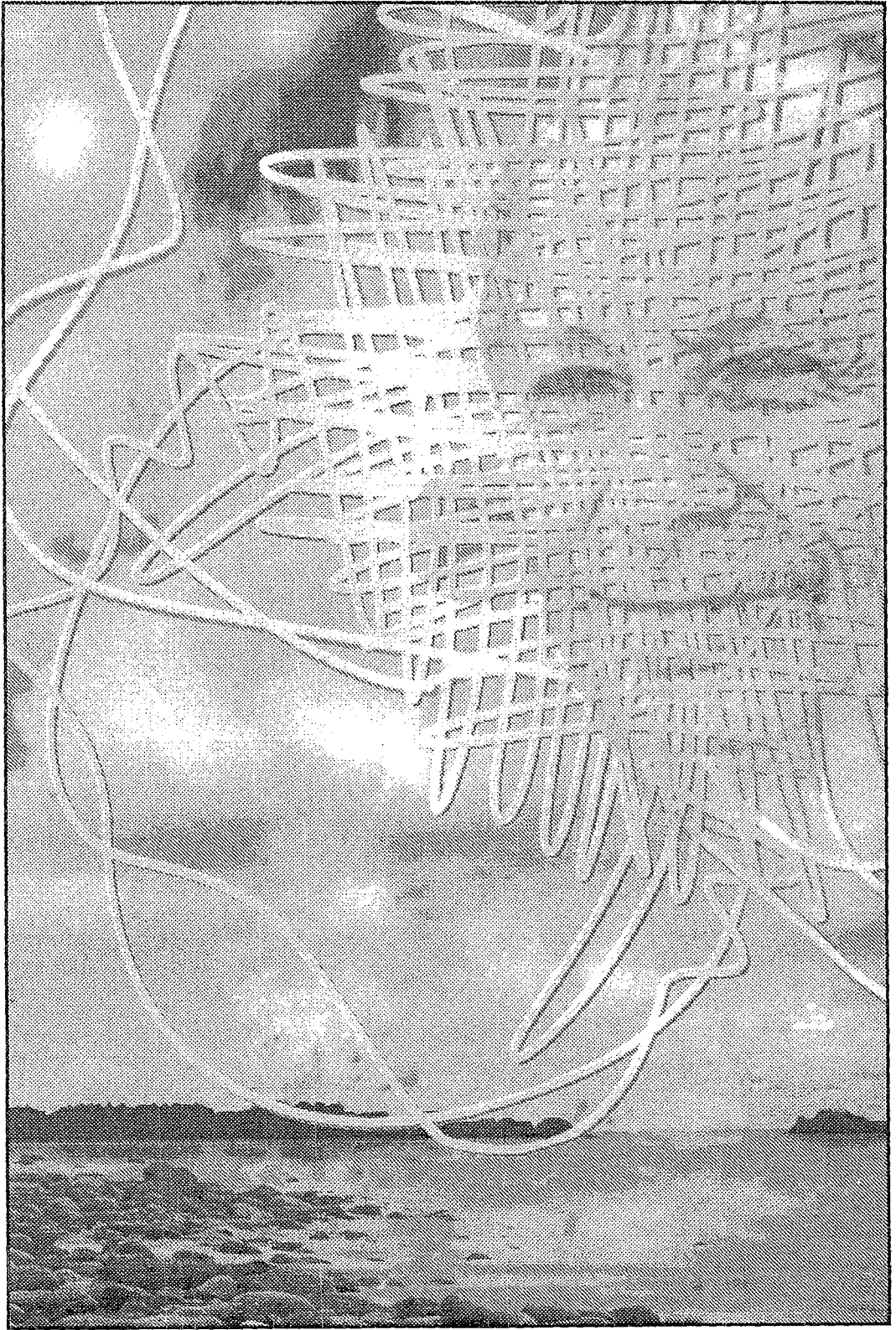
Nowadays, the processes of synchronization are extensively studied in extended systems and their models. Extended systems, being very complicated, can demonstrate a great variety of phenomena caused by synchronization. Many new interesting effects can be expected in this direction, which will enrich our knowledge on evolutionary processes of living and nonliving matter.

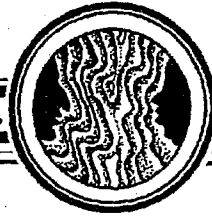
Undoubtedly, in the frame of a single issue it is impossible to fully reflect a wide range of problems concerning synchronization of oscillatory and wave processes. The papers collected in this issue represent only their small part. Two special issues of the *Journal of Bifurcation and Chaos* (edited by Prof. R. Chen and Prof. J. Kurths), which are also devoted to the problem of synchronization, will appear this year. In this connection one may assume that three special issues based on the studies of synchronization of nonlinear oscillations and waves will provide the possibility to present in more detail modern results in this scientific field.

In conclusion, on behalf of the Editorial Board of *Discrete Dynamics in Nature and Society* I would like to thank all the authors for submitting their papers to this issue and wish them success in their further scientific research.

V. Anishchenko

http://www.gbhap.com/Discrete_Dynamics_in_Nature_Society





Изв. вузов «ПНД», т.8, № 5, 2000

ЮРИЙ ИСААКОВИЧ НЕЙМАРК

24 ноября 2000 года исполняется 80 лет Юрию Исааковичу Неймарку, доктору технических наук, профессору кафедры теории управления и динамики машин факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им. Н.И.Лобачевского, академику РАЕН, Заслуженному деятелю науки РФ, лауреату премии им. А.А.Андропова и Н.Винера, Соросовскому профессору.

Ю.И.Неймарк – выдающийся ученый с мировым именем, внесший большой вклад в развитие научной школы теории нелинейных колебаний, созданной академиком А.А.Андроновым, автор 8 монографий, 3 из которых изданы за рубежом на английском, польском и испанском языках, более 400 научных работ и 20 изобретений.

Круг научных интересов Юрия Исааковича чрезвычайно широк и разнообразен. С одной стороны, это динамика неголономных систем – один из наиболее сложных разделов теоретической механики, с другой – распознавание образов и медицинская диагностика. Это – динамические системы и управляемые процессы и конфликтные системы массового обслуживания. Созданный им метод Д-разбиения для исследования устойчивости дискретных и распределенных систем получил признание и широкое распространение в научных и инженерных центрах как в России, так и за рубежом. Характерной чертой научных подходов Юрия Исааковича является востребованность его теоретических разработок для практических применений. Развитые в его работах физические подходы, применительно к рассмотрению явлений устойчивости динамических систем, оказали большое влияние на успешное решение задач науки и техники, связанных с путевой устойчивостью транспортных средств, вибрациями при резании металлов, с устойчивостью быстровращающихся центрифуг и др. На базе фундаментальных исследований при личном участии Ю.И. Неймарка разработаны основы конструирования и применения неконтактного магнитного подвеса в гироскопах. В его работах получил дальнейшее существенное развитие и обобщение метод точечных отображений, ведущий свое начало от А. Пуанкаре и А.А. Андропова, и в связи с этим созданы новые подходы в исследовании стохастических движений в детерминированных динамических системах. В области теории управления и принятия решений следует отметить цикл работ по системам массового обслуживания, автоматным моделям оптимизации и управления.

Вся научная и педагогическая деятельность Юрия Исааковича Неймарка связана с Нижегородским государственным университетом, в котором он проработал более 50 лет после окончания в 1944 году с отличием физико-математического факультета. В 1947 году защитил кандидатскую диссертацию по

вопросам устойчивости линеаризованных систем, в 1956 – докторскую по динамике релейных систем автоматического регулирования. В 1958 на физико-математическом факультете была организована кафедра вычислительной математики и динамики машин, которая явилась прообразом факультета вычислительной математики и кибернетики.

Юрий Исаакович обладает блестящими способностями лектора. Его лекции всегда оригинальны по содержанию и изящны по изложению. Им разработаны и прочитаны 18 общих и специальных курсов, среди которых курсы теоретической механики, математической физики, теории вероятностей, теории колебаний, теории управления, динамики твердого тела, прикладной гироскопии, распознавания образов и другие. Его методические разработки, созданные при чтении лекционных курсов по теории нелинейных колебаний и теории управления (кибернетике), нашли отражение в двух монографиях: «Введение в теорию нелинейных колебаний» и «Динамические модели теории управления», которые в значительной мере устранили пробел в этой области знаний. Опубликованный им цикл лекций «Математические модели в естествознании и технике» используется для чтения лекций специалистами других вузов страны. Пожалуй, это наиболее удачный в методическом плане цикл лекций, назначение которого состоит в устранении психологического барьера между фундаментальными теоретическими дисциплинами и многообразием будущей деятельности прикладного математика в различных областях естествознания и техники.

Ю.И.Неймарк окружает большой коллектив учеников, которые активно занимаются развитием идей Нижегородской школы нелинейных колебаний и созданием новых направлений. Им подготовлено около 50 кандидатов наук. Ряд его учеников: В.А. Брусин, Р.Г. Стронгин, М.И. Фейгин, Ю.П. Заозерский, М.А. Федоткин, Ю.И. Городецкий, Ю.Г. Васин стали докторами наук. Из них более 15 заведуют кафедрами, лабораториями, являются руководителями КБ и НИИ.

Как Соросовский профессор Ю.И. Неймарк является активным популяризатором математических знаний. Под его руководством в нижегородском университете было проведено пять международных конференций «Нелинейные колебания механических систем».

Он является одним из основных создателей двух подразделений Нижегородского государственного университета: факультета вычислительной математики и кибернетики (1963) и Научно-исследовательского института прикладной математики и кибернетики (1964).

В начале 60-х годов в стране стала ощутимой потребность народного хозяйства в специалистах вычислителях и кибернетиках. Специалистов такого профиля готовили на кафедрах вычислительной математики ряда высших учебных заведений СССР, в том числе и на кафедре вычислительной математики и динамики машин ГГУ. Первым в стране на этот путь встал Горьковский университет, затем за ним последовали Московский, Казанский и другие университеты. В памяти осталось расширенное заседание ученых советов физико-математического и радиофизического факультетов, состоявшееся в марте 1963 года. С основным сообщением выступил Ю.И. Неймарк. Отметив, что необходимость создания факультета кибернетики в стране очевидна, он обосновал целесообразность его организации в ГГУ наличием кафедры вычислительной математики и динамики машин, наличием необходимых научных и педагогических кадров, наличием технической базы в ГИФТИ при ГГУ и острой потребностью в выпускниках данного профиля в Волго-Вятском экономическом регионе. После довольно острой дискуссии было принято решение о необходимости создания нового факультета. Это решение было поддержано ректором университета профессором И.А.Коршуновым и общественными организациями. Осенью 1963 года приказом Министра в ГГУ был открыт факультет вычислительной математики и кибернетики в составе трех кафедр.

В 1963 году была начата организационная работа по созданию при университете НИИ прикладной математики и кибернетики. Подготовлена «Объяснительная записка» и приложения к ней о тематике, структуре и кадрах

института, которая за подписями Н.Н. Баутина, Л.Н. Белюстиной, Е.А. Леонтович-Андроновой, Ю.И. Неймарка, А.Г. Сигалова, А.Г. Угодчикова была представлена в вышестоящие ведомственные и общественные организации. Предложения о создании института были широко обсуждены в университете и получили поддержку со стороны ректората и общественных организаций, а затем советских и партийных органов города. В результате в 1964 году был создан Институт прикладной математики и кибернетики при ГГУ.

Свое восьмидесятилетие Юрий Исаакович встречает в расцвете творческих сил и новых идей. Он окружен вниманием многочисленных учеников и друзей, которые поздравляют его с юбилеем и желают крепкого здоровья и дальнейших творческих успехов.

*Декан факультета ВМК Нижегородского университета
им Н.И. Лобачевского*

В.П. Савельев

Профессор кафедры прикладной математики

Ю.И. Городецкий

Доцент кафедры прикладной математики

Я.К. Любимцев

Зав. редакцией *Н.Н. Лёвина*
Редакторы *Л.А. Сидорова, Н.Н. Лёвина, Ж.А. Иванова*
Художник *Д.В. Соколов*
Оригинал-макет подготовлен *Г.А. Суминой, И.А. Пономаревой*
на компьютерной системе Apple Macintosh

Распространение журнала по подписке и предварительным заявкам осуществляется Государственным учебно-научным центром «Колледж» при Саратовском государственном университете. ИНН 6452006136
Банковские реквизиты
р/с №40603810900000000378 ЗАО АКБРИР «Экономбанк» г. Саратова,
БИК 046311722, кор. счет банка 30101810100000000722

Подписка на I-ое полугодие 2001 года
по каталогу «Газеты и журналы», индекс 73498,
стоимость подписки на I полугодие 90 рублей
Подписка на весь год по заявочным письмам
непосредственно в редакции.
Стоимость подписки 210 рублей

Сдано в набор 1.12.00. Подписано к печати 07.02.01. Формат 70x108/16
Бумага сыктывкарская. Печать плоская. Гарнитура Латинская
Усл. печ.л. 10,32 (7,3). Уч.-изд. л. 10,5. Тираж 200 экз. Заказ 200
Издательство ГосУНЦ «Колледж». Лицензия ЛР №020773 от 15.04.98

410026, Саратов, ул. Астраханская, 83
Тел. (845-2)523864, факс (845-2) 523864
E-mail: and@cas.ssu.runnet.ru
<http://cas.ssu.runnet.ru>

Отпечатано на ризографе GR 3750 издательства ГосУНЦ «Колледж»

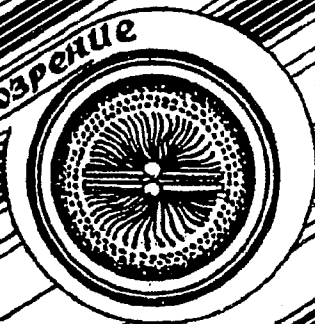
© Издательство ГосУНЦ «Колледж»



© Оформление художника Д.В. Соколова, 2000



Книжное обозрение



EDITOR-IN-CHIEF

Yu.V. Gulyaev, Member of the Russian Academy of Sciences, Institute of Radioengineering and Electronics, Moscow

EDITORS

D.I. Trubetskov, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Saratov University

D.A. Usanov, Member of the International Academy of Sciences of High School, Saratov University

SECRETARY-IN-CHIEF

B.P. Bezruchko, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov University

EDITORIAL BOARD

V.S. Anishchenko, Professor, Saratov University

Yu.A. Danilov, Kurchatov Scientific Centre, Moscow

B.A. Kalinikos, Professor, St. Petersburg Electrotechnical University

V.I. Krinsky, Professor, Institute of Experimental and Theoretical Biophysics, Puschino

S.P. Kuznetsov, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov

P.S. Landa, Professor, Moscow University

L.A. Ostrovsky, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod

Yu.M. Romanovsky, Professor, Moscow University

E.E. Son, Professor, Institute of Physics and Technics, Dolgoprudny

V.D. Shalfeev, Corresponding Member of the Russian Academy of Engineer Sciences, Nizhny Novgorod University

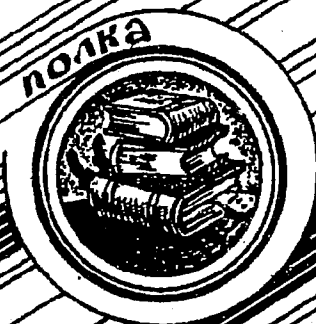
V.V. Tuchin, Professor, Saratov University

V.K. Yulpatov, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod



в журнале

студентов и преподавателей

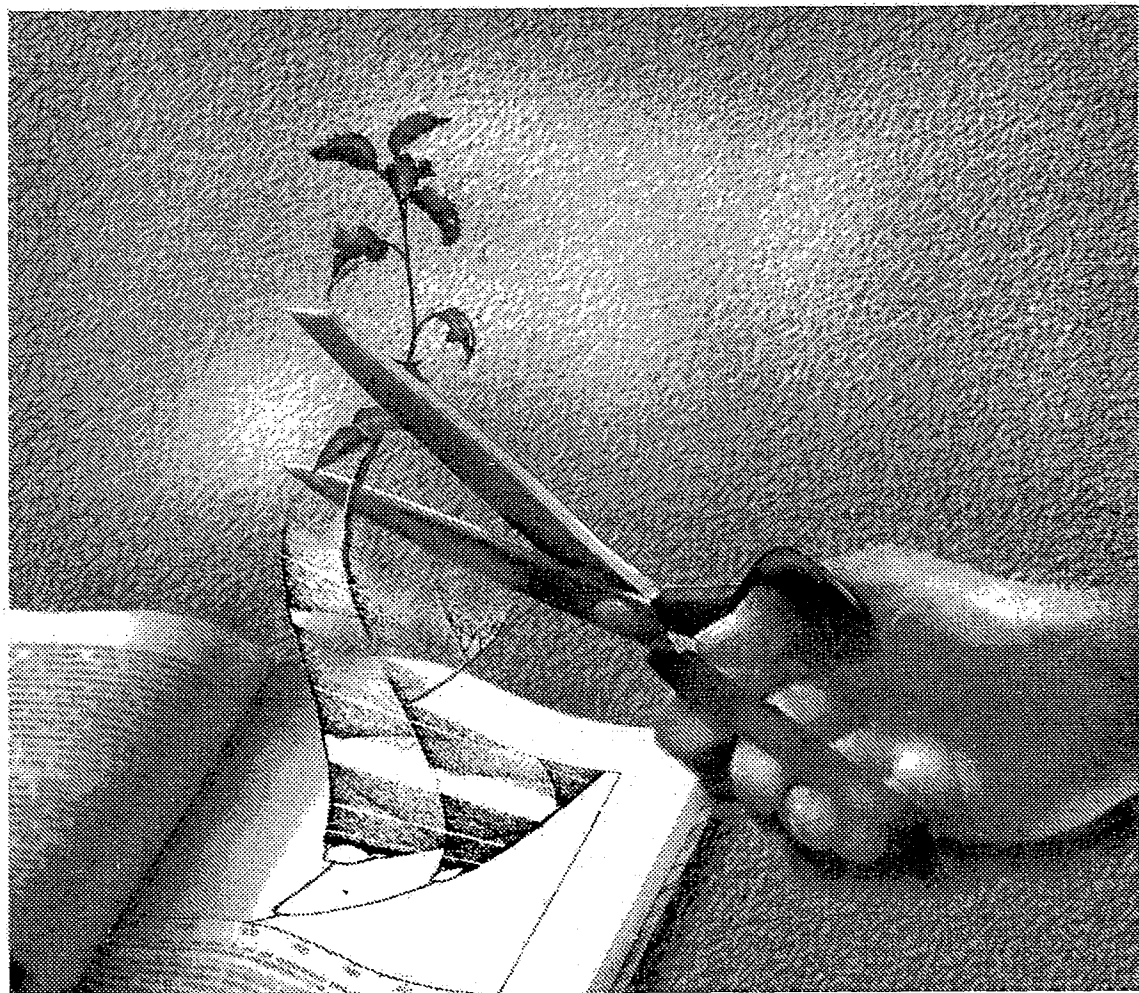


Книжная полка студента



Современной нелинейной динамики

Не всё срублено,



что растёт!

Козьма Прутков

