

Трикладная Делинейная Динамика

1981 - 2001

20 лет
аттрактору
Рёсслера

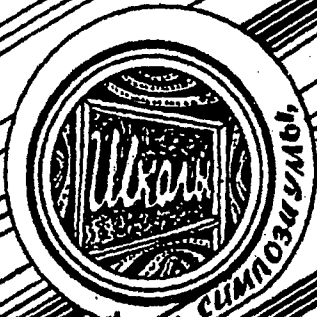




**Бифуркации
в динамических
системах различной природы**



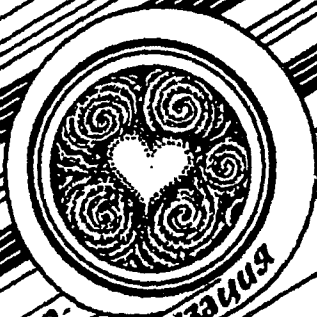
**Обзоры актуальных проблем
нелинейной
динамики**



Конференции, семинары, симпозиумы



**Детерминированный
хаос**



**Автоволны,
самоорганизация**

**Прикладные задачи
нелинейной
теории
колебаний
и волн**



**Нелинейная
динамика
в лицах.
История персонажа**



ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю.В. Гуляев, академик РАН, Институт радиотехники и электроники РАН, Москва

ЗАМ. ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Д.И. Трубецков, член-корреспондент РАН, Саратовский государственный университет

Д.А. Усанов, академик МАНВШ, Саратовский государственный университет

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

Б.П. Безручко, профессор, Саратовский государственный университет, ведущий научный сотрудник, СФ ИРЭ РАН

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

В.С. Анищенко, профессор, Саратовский государственный университет

Ю.А. Данилов, старший научный сотрудник, Курчатовский научный центр, Москва

Б.А. Калиникоз, профессор, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

В.И. Кринский, профессор, Институт экспериментальной и теоретической биофизики, Пущино

С.П. Кузнецов, профессор, ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

П.С. Ланда, профессор, Московский государственный университет

Ю.М. Романовский, профессор, Московский государственный университет

Л.А. Островский, профессор, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Э.Е. Сон, профессор, Московский физико-технический институт, Долгопрудный

В.В. Тучин, профессор, Саратовский государственный университет

В.Д. Шалфеев, член-корреспондент Академии инженерных наук РФ, Нижегородский государственный университет

В.К. Юлатов, старший научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

СО Д Е Р Ж А Н И Е

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Рабинович М.И. Информационная динамика нейронов 3

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА В ДЕЙСТВИИ

Воробьев Ю.Л., Малинецкий Г.Г., Махутов Н.А. Управление риском и устойчивое развитие: человеческое измерение 12

Короновский А.А., Храмов А.Е. Самоорганизованная критичность в иерархических структурах управления 27

Мчедлова Е.С. Решетка связанных отображений с неоднородной диффузией как возможная модель интеграции высшей школы 35

АВТОВОЛНЫ. САМООРГАНИЗАЦИЯ

Ланда П.С., Ушаков В.Г., Эбелинг В. Автоколебания в диссипативной кольцевой цепочке Тоды 44

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС

Владимиров С.Н., Негруль В.В. Сравнительный анализ некоторых систем хаотической синхронной связи 53

Копейкин А.С., Вадивасова Т.Е., Анищенко В.С. Особенности процесса установления вероятностной меры на хаотических аттракторах в системах Лоренца и Ресслера с учетом флуктуаций 65

Кузнецов А.П., Капустина Ю.В. Свойства скейлинга при переходе к хаосу в модельных отображениях с шумом 78

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Брюханов Ю.А. Динамика нелинейных цифровых рекурсивных цепей второго порядка при постоянном внешнем воздействии 88

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ

Кузнецов А.П., Потапова А.Ю. Особенности сложной динамики нелинейных неавтономных осцилляторов с катастрофами Тома 94

КНИЖНОЕ ОБОЗРЕНИЕ

Синергетическая парадигма. Многообразие поисков и подходов. 121

КНИЖНАЯ ПОЛКА СТУДЕНТА

Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой 126

ШКОЛЫ. КОНФЕРЕНЦИИ. СЕМИНАРЫ. СИМПОЗИУМЫ

Нелинейная динамика открытых систем и гуманитарные науки. Второе международное рабочее совещание. Саратов, Россия, 16–20 ноября 2000 130

АНОНС 26

CONTENTS

REVIEWS OF ACTUAL PROBLEMS OF NONLINEAR DYNAMICS

Informational dynamics of neurons. *M.I. Rabinovich* 3

NONLINEAR DYNAMICS IN ACTION

Risk management and sustainable development. Humanitarian dimension.
Yu.L. Vorob'yov, G.G. Malinetskii, N.A. Makhutov 12

Self-organized criticality in hierarchical management structures. *A.A. Koronovskiy, A.E. Hramov* 27

Coupled map lattice with non-uniform diffusion as a possible model for effects of integration in university structure. *E.S. Mchedlova* 35

AUTOWAVES. SELF-ORGANIZATION

Self-oscillations in dissipative ring Toda chain. *P.S. Landa, V.G. Ushakov, W. Ebeling* 44

DETERMINISTIC CHAOS

Comparative analysis of some chaotic synchronous communication systems.
S.N. Vladimirov, V.V. Negrul' 53

Peculiarities of relaxation to invariant probability measure on chaotic attractors of Lorenz and Rössler systems in the presence of noise. *A.S. Kopeikin, T.E. Vavdivasova, V.S. Anishchenko* 65

Scaling properties at transition to chaos in model maps in the presence of noise.
A.P. Kuznetsov, J.V. Kapustina 78

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY

Dynamics of nonlinear digital recursive second-order circuits under constant external influence. *Yu.A. Bryuhanov* 88

METHODICAL PAPERS ON NONLINEAR DYNAMICS

A features of the complex dynamics of the nonlinear oscillators with Thom's catastrophes. *A.P. Kuznetsov, A.Yu. Potapova* 94

BOOKS REVIEW

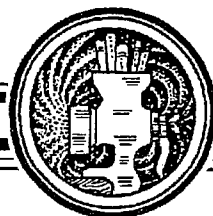
Synergetics paradigm. Diversity of search and approaches 121

STUDENT'S BOOKSHELF

Introduction to nonlinear dynamics. *V.S. Anishchenko* 126

CONFERENCES. MEETINGS. SYMPOSIUMS. SCIENTIFIC SCHOOLS 130

ANNOUNCEMENTS 26



ИНФОРМАЦИОННАЯ ДИНАМИКА НЕЙРОНОВ¹

М.И. Рабинович

Формулируются первоочередные проблемы «взаимодействия динамики и информации» в биологических нейронных системах, обсуждаются новые экспериментальные результаты.

1. Общие положения

1.1. Сегодня, после ста лет интенсивных исследований больших и малых нервных систем [1,2], ни у экспериментаторов, ни у теоретиков не возникает сомнения, что функциональные элементы, обрабатывающие информацию об окружающей среде и определяющие поведение живого организма – это нейроны и связывающие их синапсы. Причем из самых общих наблюдений можно сделать вывод, что большинство нейронов и нейронных ансамблей, обрабатывающих информацию, следует рассматривать как динамические системы. Экспериментальные данные показывают, что, как правило: а) реакция нейрона или группы нейронов на входную информацию *воспроизводима* (то есть при повторении эксперимента нейроны продуцируют повторяющуюся наблюдаемую); б) функционирование нейронов слабо чувствительно к наличию флуктуаций; и, в то же время, в) качественное изменение входной информации качественно меняет отклик. Учитывая это, естественно предположить, что динамическая модель нейронов и нейронных ансамблей должна удовлетворять определенным требованиям. Ввиду того, что реакция системы на повторяющийся стимул воспроизводится, модель должна быть *сильнодиссипативной* (при этом информация о случайных начальных условиях будет быстро забываться). Поскольку временной отклик нейрона или группы нейронов на сигнал устойчив к действию флуктуаций, естественно предположить, что траектория (в фазовом пространстве модели), описывающая этот отклик, должна иметь достаточно большую область притяжения. В то же время, для того чтобы диссипативная система была в состоянии различать близкие сигналы (воздействия), она должна быть *неравновесной и сильнонелинейной и достаточно сложной*, то есть описываться достаточно большим числом переменных.

Как подобные динамические системы или, более конкретно, нейроны и нейронные группы кодируют информацию, которой обмениваются друг с другом?

¹ Данная статья является кратким конспектом лекции, прочитанной автором на Международном семинаре «Информационные аспекты нелинейной динамики» в Нижегородском университете 10 июля 2000 г.

Каким образом динамика сложной нейронной системы связана с представлением и обработкой информации об окружающей среде? Насколько вообще важна временная компонента в кодировании сенсорной информации, например, о запахе? Полные ответы на эти вопросы в настоящее время отсутствуют, однако уже имеющиеся результаты достаточно интересны сами по себе и кроме того позволяют сформулировать некоторые гипотезы и определяют постановку новых экспериментов.

1.2. Если сенсорную информацию рассматривать как «вход», а, например, поведение организма как «выход», то с информационной точки зрения нервная система, как кажется, ничем не отличается от искусственных систем передачи и обработки информации, традиционно рассматриваемых в теории связи, радиотехнике и теории управления [3–5]. Однако описание «живых информационных систем» лишь с помощью анализа соотношения «вход–выход» оказывается зачастую малосодержательным. В искусственных системах заранее известно, каким способом записана или закодирована информация. В живых нейронных системах это не так. Мы можем только догадываться о том, что такое нейронный код, как устроено кодирующее пространство и на каких этапах обработки и декодирования информации осуществляется перевод с одного языка на другой (то есть переход из одного кодирующего пространства в другое).

Вообще, кодирование сенсорной информации и ее преобразование из одного представления в другое, как и обучение, запоминание и распознавание информации – все это динамические процессы. Другими словами – это «жизнь» нелинейной диссипативной системы (нейронов или нейронных групп) под действием сигналов извне. Выходной сигнал, продуцируемый нейроном, есть результат перестройки динамики нейрона под действием входа, и даже в простейшей «нервной системе» (один нейрон) невозможно установить однозначные соотношения типа «вход–выход». Пример – отклик нейрона, генерирующего в автономном режиме периодическую последовательность потенциалов действия (спайков), на периодический входной сигнал. В зависимости от параметров (например, концентрации нейромедиаторов) реакция нейрона может быть различной и весьма неожиданной в том числе. Допустим, что в автономном режиме нейрон описывается простой моделью с релаксационным предельным циклом, например, уравнением Ван дер Поля – Дуффинга. Под действием периодического сигнала такой нейрон способен генерировать: (1) периодическую последовательность спайков, синхронизованную внешним сигналом; (2) квазипериодическую последовательность; (3) сложные последовательности, отвечающие резонансам типа $p f_H = q f_c$, где f_H и f_c соответственно частоты собственных колебаний и сигнала (p, q – целые числа); и, наконец, (4) хаотические колебания, образом которых в фазовом пространстве служит странный аттрактор.

С информационной точки зрения последний тип неавтономного поведения нейрона особенно нетривиален и интересен. Это ситуация, когда нейрон *создает новую информацию*. Величина этой информации известным образом связана с энтропией генерируемого хаотического сигнала (см., например, [6]). Кажется очевидным, что описание такой информационной системы с помощью соотношений «вход–выход» представляется неадекватным.

Ситуация еще более усложняется, когда речь идет о нейронных ансамблях даже с небольшим числом элементов. Помимо потенциальной сложности отклика индивидуального нейрона здесь становится принципиальной сложность организации нейронной сети. Уже для простого ансамбля с десятком нейронов на входе и десятком нейронов на выходе число комбинаций состояний выходных нейронов, как функции состояния входных, столь велико, что даже неполное их описание на языке «вход–выход» выглядит бессмысленным (см. [7]).

1.3. Благодаря динамическому, а не алгебраическому, поведению нейронов и сложной организации нейронных ансамблей, ключевую роль в процессах восприятия и обработки информации нейронными системами играют

кооперативная динамика переменных, определяющих индивидуальное поведение нейрона (это, в частности, различные ионные токи) и кооперативная динамика нейронов в ансамбле. Таким образом, в построении теории информационных процессов в нейронных системах на первый план выступают обнаружение и осознание динамических принципов, заложенных природой в поведение нейронных систем.

2. Динамическое восстановление «потерянной» информации в минимальных ансамблях [8]

Согласно традиционной точке зрения нейронный код – это модуляция последовательности генерируемых нейроном спайков. Всякая ли модуляция последовательности спайков содержательна с информационной точки зрения (возможна модуляция амплитуды спайков, их формы и т.п.)? Считается, что информация кодируется либо изменением числа спайков в единицу времени, либо изменением межспайковых интервалов. Другими словами, всякая информация, которая записана не во временной последовательности спайков, а как-то по-иному, считается потерянной для последующей обработки [9]. Тот факт, что амплитуды спайков, как правило, постоянны, а их форма универсальна, поддерживает подобную «алгебраическую» точку зрения. При этом «за бортом» соответствующей теории естественным образом остаются вопросы типа: какая часть информации, записанной во временном распределении спайков, переходит в модуляцию «внутренних переменных» нейрона? можно ли эту информацию реконструировать, анализируя лишь спайковую последовательность, выдаваемую нейроном?

2.1. Рассмотрим сравнительно простой пример [8]. Будем интересоваться прохождением информации по нейронному каналу связи, состоящему из трех динамических элементов: связанных ингибиторным или эксайторным синапсом пары нейронов, каждый из которых описывается уравнением вида

$$\begin{aligned} dx/dt &= y + 3x^2 - x^3 - z + J_{dc} + J(t), \\ dy/dt &= 1 - 5x^2 - y + gw, \\ dz/dt &= \mu[-z + 4(x+h)], \\ dw/dt &= \nu[-w + 3(y+l)], \end{aligned} \quad (1)$$

где g, μ, h, ν, l и J_{dc} – параметры, $J(t)$ представляет собой синаптический ток. Динамика синапса описывается простым кинетическим уравнением для нейромедиатора

$$dn/dt = \Theta(x(t) - x_{th})(x(t) - x_{th}) - \alpha n,$$

где $\Theta(x)$ – функция Хевисайда. Синаптический ток при этом записывается в виде

$$J(t) = g_0(x_{rev} - x(t)) / \{1 + \exp[-\lambda(n(t) - n_0)]\}. \quad (2)$$

Для анализа такого двухкаскадного «канала связи» воспользуемся традиционным для классической теории информации описанием, базирующемся на вычислении функции взаимной информации [10]. Напомним здесь основные моменты классической теории.

Энтропия информации, ассоциируемая с последовательностью спайков, представляющей стимул, это

$$H(S) = -\sum_s p(s_i) \log_2 p(s_i). \quad (3)$$

Здесь $p(s_i)$ – вероятность появления слова или символа s ; во входном сигнале. Соответственно, энтропия сигнала на выходе принимающего сенсорную информацию нейрона

$$H(R) = -\sum_r p(r_j) \log_2 p(r_j), \quad (4)$$

где $p(r_j)$ – вероятность возникновения специфического символа в отклике. Если ансамбль стимулов известен, то можно записать условную энтропию

$$H(R|S) = -\sum_s p(s_i) \sum_r p(r_j|s_i) \log_2 (r_j|s_i), \quad (5)$$

и симметрично, если известен ансамбль откликов, то условная энтропия стимула записывается в виде

$$H(S|R) = -\sum_r p(r_j) \sum_s p(s_i|r_j) \log_2 (s_i|r_j). \quad (6)$$

Основываясь на этих выражениях, можно ввести усредненную взаимную информацию

$$I(S,R) = H(S) - H(S|R) \quad (7)$$

и

$$I(R,S) = H(R) - H(R|S). \quad (8)$$

Прямой подстановкой легко убедиться, что

$$I(S,R) = I(R,S). \quad (9)$$

Подобная симметрия означает, что вероятностная связь между «входом» и «выходом» взаимна.

Вернемся теперь к двухкаскадному каналу связи. Если последовательность символов на выходе 1-го канала образует множество R_1 , а на выходе второго – R_2 , то для традиционных каналов связи справедлива классическая теорема «потери информации в процессе обработки»

$$I(S,R_2) \leq I(S,R_1). \quad (10)$$

В работе [8] показано, что для рассматриваемой цепочки нейронов (1), (2) может быть справедливо обратное соотношение

$$I(S,R_2) > I(S,R_1), \quad (11)$$

которое авторы назвали «неравенством восстановления информации». Таким образом, теорема (10) к нейронному ансамблю неприменима. Как это следует интерпретировать?

Детальный анализ временных последовательностей, продуцируемых первым и вторым нейронами в присутствии стимула, проведенный в [8], показал следующее. Информация, закодированная во входном сигнале в межспайковых интервалах, на выходе первого нейрона лишь частично переходит в модуляцию межспайковых интервалов, поэтому нормированная взаимная информация оказывается меньше единицы (например: $I_{\text{норм}}(S,R) \sim 0.3$). На некоторые входные импульсы нейрон не реагирует или, точнее, реагирует другим способом – модуляцией амплитуды и формы выходных спайков. Выходной сигнал первого нейрона через синапс передается на вход второго нейрона. Оказывается, «потерянная» или, точнее, спрятанная в другом кодирующем пространстве информация о стимуле вновь переходит в модуляцию межспайковых интервалов и может быть прочитана (рис. 1). Таким образом, $I_{\text{норм}}(S,R_2) \sim 0.6 > I_{\text{норм}}(S,R_1)$. Эти, на первый взгляд, неожиданные результаты подтвердились и в лабораторном эксперименте [11].

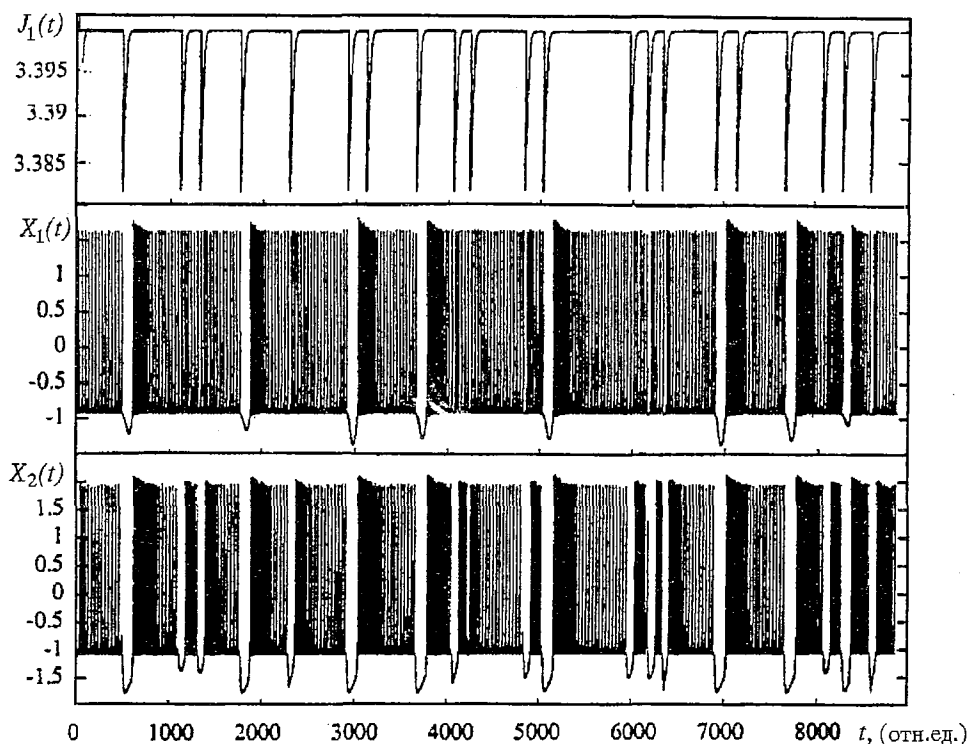


Рис. 1. Временная реализация стимула (входного сигнала), мембранного потенциала первого нейрона и мембранного потенциала второго нейрона

3. Роль внутренней динамики ансамбля нейронов в кодировании сенсорной информации

Как показали недавние эксперименты с сенсорной системой, ответственной за восприятие запахов у беспозвоночных (саранча), динамические процессы играют ключевую роль в восприятии и кодировании информации нейронными ансамблями [12,13]. Одним из наиболее важных механизмов при этом является нелинейная конкуренция между группами взаимно синхронизированных нейронов, ответственных за передачу сенсорной информации для последующего распознавания в высшие отделы мозга.

Подавление активности одних генерирующих нейронов другими (конкуренция) за счет их взаимного ингибирования – типичный динамический феномен, обнаруживаемый в самых различных нейронных ансамблях. При некоторых ограничениях интенсивность осцилляций y_i (или плотность числа спайков) i -й группы синхронизированных нейронов, связанных с другими элементами ансамбля за счет нелинейных ингибирующих связей, можно записать в виде [13]

$$dy_i/dt = y_i[1 - \sum_{j=1}^N \rho_{ij}y_j] + f[S_i(T)], \quad (12)$$

где S_i – стимул, действующий в течение времени T на i -й нейрон (группу), а ρ_{ij} – матричные коэффициенты, определяющие свойства нелинейной конкуренции. При отсутствии сенсорной информации ($S_i=0$) динамика систем типа (12) хорошо известна. Так, если связи симметричны ($\rho_{ij}=\rho_{ji}$), система (12) при $S_i=0$ оказывается градиентной [14]. Такие системы демонстрируют лишь простое поведение, монотонно перемещаясь в состояние равновесия. При $\rho_{ij}<\rho_{ii}$ такое состояние единственное и является глобальным аттрактором, отвечающим совместной генерации всех участников процесса взаимодействия («слабая конкуренция»). Если

$\rho_{ij} > \rho_{ii}$, то свободная энергия для системы из N элементов имеет $M \leq N$ минимумов и ведет себя как мультистабильная сеть Хопфилда [15].

Если же связи несимметричны, следует различать два качественно различных случая. Когда несимметрия только частичная, например для $N=3$, $\rho_{12} \sim \rho_{21} > 1$, $\rho_{31}, \rho_{32} < 1$, существует аттрактор, отвечающий активности только определенного элемента. Такую ситуацию обычно называют «один побеждает всех» (winner takes all). Если асимметрия ингибиторных связей циклична ($\rho_{ij} > \rho_{ii}$, но $\rho_{ji} < \rho_{ii}$, то есть для $N=3$: $\rho_{12}, \rho_{23}, \rho_{31} > 1$ и $\rho_{21}, \rho_{32}, \rho_{13} < 1$), то в системе существует также лишь один глобальный аттрактор, каковым является гетероклинический контур, составленный из седловых состояний равновесия и соединяющих их сепаратрис. Такой контур устойчиво существует в довольно широкой области параметров нейронного ансамбля. Данный вид конкуренции естественно назвать «конкуренция без победителей» [13]. В социологических моделях подобное поведение имеет также название «парадокс голосования» [16].

Каким образом нелинейная динамика «конкурирующих нейронов» может быть использована для кодирования и обработки сенсорной информации? Какой из рассмотренных видов конкуренции предпочтительнее с информационной точки зрения? Чтобы ответить на эти вопросы, нужно понимать, что происходит с системой под действием информационного сигнала. При этом естественно считать, что символы, представляющие информацию о входном сигнале, – это стационарные или квазистационарные состояния нейронов. Рассмотрим с этой точки зрения различные варианты «конкурентной динамики».

Следует сразу подчеркнуть, что когда речь идет о кодировании сенсорной информации с помощью аттракторов («слабая конкуренция», «один побеждает всех», или системы типа Хопфилда), время, фактически, не включается в кодирующее пространство. Представление информации оказывается чисто позиционным. При этом сенсорный сигнал определяет положение системы в области притяжения одного из аттракторов.

Совершенно по-иному обстоит дело в ансамблях, работающих по принципу «конкуренция без победителя». В таких нейронных системах действие даже слабого специфического стимула (разным запахам отвечают разные воздействия на разные нейроны) разрушает гетероклиническую траекторию, организуя в ее окрестности предельный цикл. Этот предельный цикл наследует глобальную устойчивость гетероклинической петли [17] и, что для нас принципиально, для разных стимулов он опирается на разные вершины в окрестности бывших седловых точек. В результате сенсорная информация представляется в виде пространственно-временных паттернов. Специфика этих паттернов определяется спецификой избранных стимулом нейронов, которые представляют наверх информацию, и *спецификой последовательности их переключения во времени* (рис. 2). Помимо того, что такое представление оказывается «воспроизводимым», устойчивым по отношению к флуктуациям и чувствительным к изменению стимула, то есть удовлетворяет всем требованиям, сформулированным в начале лекции, оно обладает еще и большой емкостью. Действительно, воспользуемся выражением для информации в виде $I_T = N_T \log_2(N_r)$, где $N_r = \text{const}$ – отвечает числу представляющих нейронов, а N_T – число разных переключений, которые система успевает сделать за интервал времени T . Тогда можно заметить, что ввиду линейной зависимости от N_T совсем не обязательно иметь большое число представляющих нейронов (вершин гетероклинической петли), но можно представить много разной информации, используя разные временные последовательности переходов.

Сформулируем в заключение основную идею лекции.

Если в традиционных системах передачи и обработки информации кодирующее пространство выбирается извне, то есть код, тип модуляции несущей и т.п. запрограммирован, то в нейронных ансамблях система сама выбирает и формирует код. Этот код, как и его преобразование, то есть переход из одного кодирующего пространства в другое, есть результат нелинейных динамических процессов, происходящих под действием стимула, как в индивидуальном нейроне,

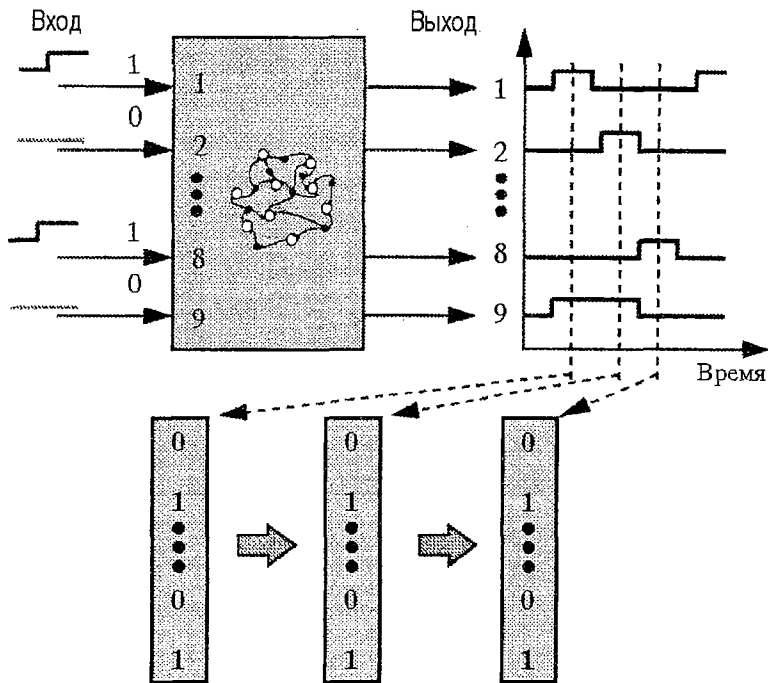


Рис. 2. Схема работы нейронного ансамбля, кодирующего информацию по принципу «конкуренция без победителя»

так и в нейронном ансамбле. И в том, и в другом случае следует принимать во внимание динамику внутренних переменных.

Естественно, что в процессе обучения, в частности, в процессе обучения нервной системы характер динамических процессов в общем случае меняется. При этом может измениться не только характер подаваемого «наверх» сигнала, но и сам способ кодирования. Например, как показали последние эксперименты [18], «наивная» нейронная система, представляющая информацию о запахе в мозг насекомого, работает неорганизованно. Нейроны, ответственные за передачу информации (PN-нейроны), «зажигаются» в некоррелированные моменты времени, и средний электрический потенциал нейронного ансамбля не содержит регулярной компоненты. Напротив, в результате обучения, то есть повторного восприятия стимула, активность многих PN-нейронов оказывается синхронизованной. Динамика частично синхронизованного ансамбля нейронов гораздо богаче, чем несинхронизованного, и способы кодирования сенсорной информации такими ансамблями более разнообразны.

Мы затронули в лекции только малую долю видимой части айсберга, называемого информационной динамикой живых нейронов. Сейчас появляются эксперименты по связи нелинейных динамических процессов с распознаванием зрительной информации в высших отделах мозга [19] с представлением аудиоинформации [9], строятся нелинейные динамические модели памяти [20], обсуждается роль динамических процессов в согласовании и объединении различной сенсорной информации, влияющей на поведение животных [21,22]. Однако мы еще очень далеки от понимания того, как у животного рождается видение окружающего мира. Вот уж, действительно,

Себя познать пытаясь, мысль клубится,
 Взбухая жилкой на виске,
 И с нами хочет объясниться,
 Но на своем, нам непонятном языке. ²

² Четверостишие автора.

Однако с уверенностью можно сказать, что этот, пока непонятный, язык принадлежит нелинейно-динамической группе языков.

Библиографический список

1. Barlow H. The neuron doctrine in perception // *Cognitive Neurosciences* / Ed. M.S.Gazzdniga. Cambridge, MA: MIT Press, 1995. P. 415.
2. Abeles M. *Corticonix*, Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1990.
3. Shannon C., Weaver W. *The mathematical theory of communication*. Urbana, IL: University of Illinois Press, 1963.
4. Kullback S. *Information theory and statistics*. Wiley, New York, 1959.
5. Touchette H., Lloyd S. Information-theoretic limits of control // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 84. P. 1156.
6. Ruelle D. *Chaotic evolution and strange attractors*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1989.
7. Hopfield I.S. Physics, biological computation and complementarity // *Lesson of Quantum Theory* / Eds de Boer, E.Dahl and O.Ulfbeck, North-Holland, 1986. P. 295.
8. Eguia M.C., Rabinovich M.I., Abarbanel H.D.I. Information transmission and recovery in neural communications channels // *Phys. Rev. E* 2000. Vol. 62 (November, in press).
9. Eggermout J.J. Is there a neural code? // *Neuroscience and Biobehavioral Rev.* 1998. Vol. 22. P. 355.
10. Gallager R.G. *Information theory and reliable communication*. New York: John Wiley and Sons, 1968.
11. Pinto R.D., Eguia M.C., Rabinovich M.I., Abarbanel H.D.I. Dynamical encoding by neural circuit for information transmission (in preparation).
12. Laurent G., Davidowitz H. Encoding of olfactory information with oscillating neural assemblies // *Science*. 1994. Vol. 265. P. 1872.
13. Laurent G., Stopfer M., Friedrich R.W., Rabinovich M., Volkovskii A., Abarbanel H.D.I. Odor encoding as an active dynamical process // *Annual Review of Neuroscience*, 2001 (in press).
14. Рабинович М.И., Езерский А.Б. *Динамическая теория формообразования*. М.: 1998.
15. Hopfield J.J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 1982. Vol. 79. P. 2554.
16. May R.M., Leonard W.I. Nonlinear aspects of competition between tree species // *SIAM J. Appl. Math.* 1975. Vol. 29. P. 243.
17. Афраймович В.С., Рабинович М.И. (частное сообщение).
18. Stopfer M., Bhagavan S., Smith B.H., Laurent G. Impaired odor discrimination on desynchronization of odor-encoding neural assemblies // *Nature*. 1997. Vol. 390. P. 70.
19. Gray C.M., Konig P., Engel A.K., Singer W. Oscillatory responses in cat visual cortex exhibit inter-columnar synchronization which reflects global stimulus properties // *Nature*. 1989. Vol. 338. P. 334.
20. Neelakanta P.S., De Groff D.F. *Neural network modeling*. CRC Press, Boca Raton, 1994.
21. Abeles M., Bergman H., Gat I., Meilijson I., Seidemann E., Tishby N., Vaadia E. Cortical activity flips among quasi-stationary states // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 1995. Vol. 92. P. 8616.
22. Dinse H.R., Kruger K., Best J. A temporal structure of cortical information processing // *Concepts in Neuroscience*. 1990. Vol. 1. P. 199.

Институт прикладной физики РАН

Поступила в редакцию 17.10.2000

INFORMATIONAL DYNAMICS OF NEURONS

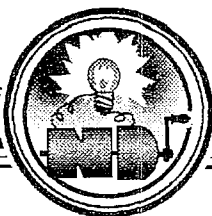
M.I. Rabinovich

Actual problems of «interaction between dynamics and information» in biological systems are formulated and new experimental results are discussed in this paper.



Рабинович Михаил Израилевич – родился в Горьком, (1941), окончил радиофизический факультет Горьковского университета (1962). Работает в Институте прикладной физики РАН и Нижегородском государственном университете. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук (1967) и доктора физико–математических наук (1973) в области теории колебаний и волн. Автор монографий «Введение в теорию колебаний и волн», «Oscillations and Waves in Linear and Nonlinear Systems», «Nonlinearities in Action: Oscillations, Chaos, Order, Fractals», «Introduction to Nonlinear Dynamics for Physicists», более двухсот статей и обзоров в областях динамической теории турбулентности в жидкости, хаотической динамики радиофизических систем, пространственно–временного хаоса и порядка, нелинейных волн в неравновесных средах и др. Член редколлегии журналов «International Journal of Bifurcation and Chaos», «International Journal of Nonlinear Science Today», «International Journal of Nonlinear Science», «Inter-

national Journal of Statistical Physics», «Радиофизика». Член Американского физического общества.



УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ И УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ. ЧЕЛОВЕЧЕСКОЕ ИЗМЕРЕНИЕ

Ю.Л. Воробьёв, Г.Г. Малинецкий, Н.А. Махутов

В настоящее время одной из сверхзадач, стоящих перед наукой в целом, является построение теории риска и безопасности. Эта теория должна схватывать не только природные и техногенные катастрофы и способы противостояния им, но и действия людей в социально-технологических системах. От развития этой теории зависит выход страны из кризиса, успехи в стратегическом планировании, в «проектировании будущего». В статье показаны проблемы, встающие перед этой теорией и намечены пути их решения.

На наш взгляд, теория риска и безопасности станет одной из основных областей приложения нелинейной науки.

Вопросы и ответы

Обсуждение задач управления риском и подходов, предлагаемых авторами этой работы [1, 2, 3, 4, 5], на нескольких научных конференциях и семинарах, дискуссии с рядом экспертов по безопасности природной и техногенной сферы, позволили выделить несколько принципиальных вопросов. Ответы на них отражают существо рассматриваемого подхода, взаимосвязи между управлением риском – одной из главных технологий нашей цивилизации, устойчивым развитием и новыми императивами научной стратегии. Управление рисками, повышение уровня гражданской защиты стало для России особенно важным. Без решения этой задачи остальные теряют смысл. Достаточно напомнить две цифры. По данным Госкомстата России по неестественным причинам в 1999 году умерло более 300 тысяч человек. Кроме того, население страны ежегодно сокращается чуть не на миллион. Социальный заказ для обсуждаемых исследований достаточно очевиден.

Почему нельзя непосредственно перенять зарубежный опыт управления риском, чтобы использовать в нынешних российских условиях? Для чего нужна теория?

Экономика и техносфера представляют собой быстро и необратимо развивающиеся сложные системы. Это означает наличие нескольких путей развития, новых возможностей, новых «окон уязвимости», принципиальную ограниченность методик долговременного прогноза. Для таких систем характерно исчезновение упущенных возможностей (обычно нельзя вернуться к предшествующей ситуации и поступить в ней более разумно) и ограниченное время, отпущенное на принятие стратегических решений. Нужна не общая теория безопасности и выхода из кризиса, а теория управления риском в нынешней ситуации в России.

Эта ситуация такова, что многие параметры развития общества и экономики находятся в закритической области. Чтобы осмыслить происходящее, разработчики из Института социально-политических исследований РАН выделили несколько критических показателей, непосредственно влияющих на жизнь и безопасность человека, и сравнили их с критическим уровнем, считающимся катастрофическим в мировой практике [6]. Результаты такого сопоставления приведены в таблице. Подчеркнем, что сравнение проводилось для 1996 года, относительно благополучного по сравнению с нынешним.

Мы имеем дело с уникальной ситуацией, какой не было в истории. С теоретической точки зрения это означает, что набор главных, ключевых переменных (*параметров порядка*, в терминах синергетики), характеризующих безопасность человека, быстро меняется со временем. Природные и техногенные катастрофы в нынешнем кризисном состоянии оказываются гораздо более тесно связанными с социогенными бедствиями, чем в случае стабильного, регулярного развития. Отсюда следует неэффективность многих традиционных методов управления риском, защиты населения.

Все это приводит к необходимости развить междисциплинарный подход к управлению риском в России. Такой подход подразумевает: привлечение специалистов из различных областей к созданию теории на базе синтеза методов гуманитарных и естественных наук; гибкий учет в ходе построения моделей и концепций быстро меняющихся российских реалий.

Почему вообще может быть построена теория риска, опирающаяся на методы естественных и гуманитарных наук?

Основой для построения научных теорий в естественных науках, от физики до психологии, является наличие объективных общих закономерностей. Есть ли такие закономерности в области, связанной с авариями, бедствиями, катастрофами?

Два приводимых ниже примера показывают, что есть. Первый пример связан со статистикой редких катастрофических событий. Интуитивно эта статистика такова, что все время кажется, будто большие беды происходят гораздо чаще, чем можно было бы ожидать. Математический образ этого – степенные законы распределения вероятности. Их пример – известный закон Рихтера – Гутенберга распределения землетрясений по энергиям $N(E) \sim E^{-\alpha}$ (N здесь количество землетрясений с энергией E , $\alpha \approx 1.6$). Наша интуиция настроена на правило «трех сигм» – за три стандартных отклонения выходит не более одной тысячной происходящих событий. Сравнение степенной и обычной гауссовой статистики приведено на рис. 1. Для большинства бедствий статистика имеет степенной вид (что приводит к появлению у нее ряда нетривиальных «антиинтуитивных» свойств). Это показывает рис. 2, на котором фигурируют данные не только по

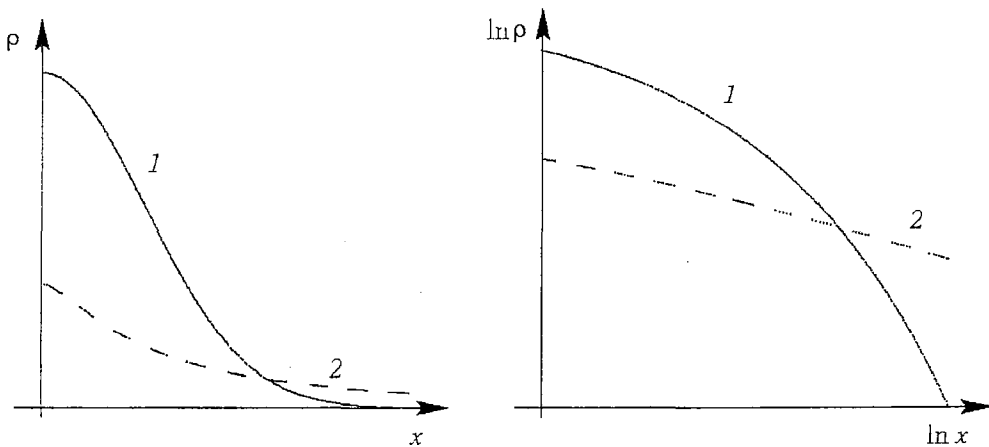


Рис. 1. 1 – гауссово распределение, 2 – степенное распределение вероятностей

**Соотношение предельно-критических и реальных показателей развития
Российского общества в 1996 году (база сравнения 1990 г.)**

№№ п.п.	Название показателя	Предельно-критическое значение в мировой практике	Величина показателя в 1996 г. в РФ	Вероятные социально-политические последствия
1	2	3	4	5
Экономические отношения				
1.	Уровень промышленного производства	30–40%	47%	Деиндустриализация страны
2.	Доля импортных продуктов питания	30%	40%	Стратегическая зависимость жизнедеятельности страны от импорта
3.	Доля в экспорте продукции обрабатывающей промышленности	45%	12%	Колониально-сырьевая структура экономики
4.	Доля в экспорте высокотехнологичной продукции	10–15%	1%	Технологическое отставание экономики
5.	Доля в ВВП государственных ассигнований на науку	2%	0,42%	Разрушение научно-технического потенциала
Социальная сфера				
6.	Соотношение доходов 10% самых богатых и 10% самых бедных граждан	10:1	14:1	Антагонизация социальной структуры
7.	Доля населения, живущая за чертой бедности	10%	25–40%	Люмпенизация населения
8.	Соотношение минимальной и средней заработной платы	1:3	1:10	Деквалификация и пауперизация рабочей силы
9.	Уровень безработицы	8–10%	13% (с учетом скрытой безработицы)	Рост численности социально обездоленных категорий населения
Демографическая ситуация				
10.	Условный коэффициент депопуляции (отношение числа умерших к числу родившихся)	1	1,63	Интенсивная депопуляция, смертность превышает рождаемость
11.	Суммарный коэффициент рождаемости (суммарное число детей, рожденных женщиной в фертильном возрасте)	2,14–2,15	1,39	Отсутствие простого замещения поколений

продолжение табл.

1	2	3	4	5
12.	Средняя продолжительность жизни населения в 1996 году	США, Великобритания – 75 лет, Швеция – 78, Япония – 79	Россия – 65 лет (59 – у мужчин, 72 – у женщин)	Снижение жизнеспособности страны
13.	Доля лиц старше 65 лет к общей численности населения (коэффициент старения населения)	7%	11%	Старение населения
Экологическая ситуация				
14.	Суммарные поступления для экологической безопасности (% от ВВП)	5% (Германия)	0,1%	Угроза экологической катастрофы
15.	Экологические потери (% к ВВП)	5%	15–20%	Возникновение жизнеопасной окружающей среды
16.	Природоохранные затраты	5%	2%	Деградация экологии
Девиантное поведение				
17.	Уровень преступности (количество преступлений на 100 тыс. населения)	5–6 тыс.	6–6,5 тыс. (с учетом латентной преступности)	Криминализация общественных отношений
18.	Уровень потребления алкоголя	8 л асб. алкоголя на человека в год	15,5 л асб. Алкоголя на человека в год	Физическая деградация населения
19.	Число суицидов на 100 тыс. населения	3 (в России до 1917 г.)	42 (данные на 1995 г.)	Фрустрация массового сознания
20.	Уровень распространенности психической патологии на 1000 человек	284 (1992 г.), 360 (2010 г., оценка, выборочное исследование по 26 странам мира)	280 (1992 г.), 354 (2010 г., оценка)	Разрушение личности
Политические отношения				
21.	Доля граждан, выступающих за кардинальное изменение политической системы	40%	43%	Делегитимизация власти
22.	Уровень доверия населения к центральным органам власти	25%	около 14%	Отгоржение власти народом

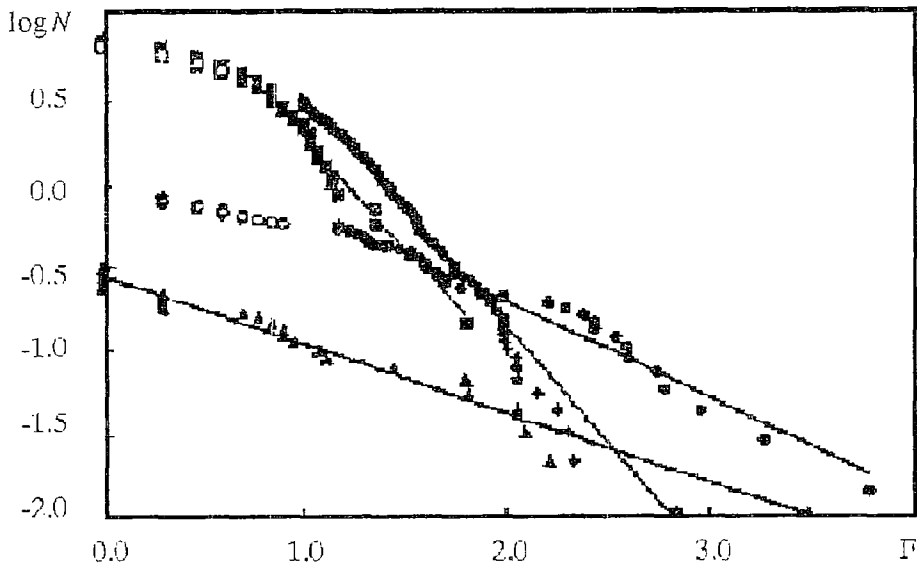


Рис. 2. Зависимость между числом бедствий и количеством погибших. Приведены данные для торнадо - \diamond , $\log N = 1.93 - 1.39F$; наводнений - \square , $\log N = 1.65 - 1.35F$; ураганов - \circ , $\log N = 0.45 - 0.58F$; землетрясений - \triangle , $\log N = -0.55 - 0.41F$; F - логарифм среднего числа погибающих в результате бедствий ежегодно. Идеальным степенным законам на этом графике соответствуют прямые. Видно, что эти законы являются хорошим приближением для реальной статистики бедствий и катастроф

землетрясениям, но также по наводнениям, торнадо, ураганам [7]. Мы имеем дело с одним и тем же законом для разных явлений.

Теория самоорганизованной критичности, объясняющая эту закономерность, рассматривает такие разнообразные задачи, как математическое моделирование землетрясений, лавин, биржевых крахов, наводнений, инцидентов при хранении ядерных боеприпасов, утечки конфиденциальной информации, моделирование динамики рынка товаров, биологической эволюции и т.п. [8,9]. Другими словами, существует единый подход ко множеству различных рисков.

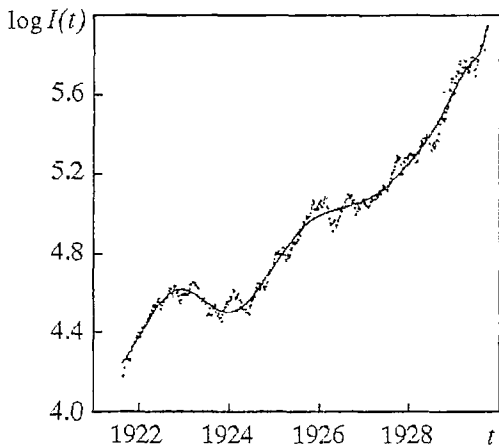


Рис. 3. На графике по оси абсцисс представлено время в годах, по оси ординат - логарифм индекса Доу-Джонса (линия соответствует сглаженной зависимости). Видно, что кризис в этом случае готовился по крайней мере за четыре года до его наступления

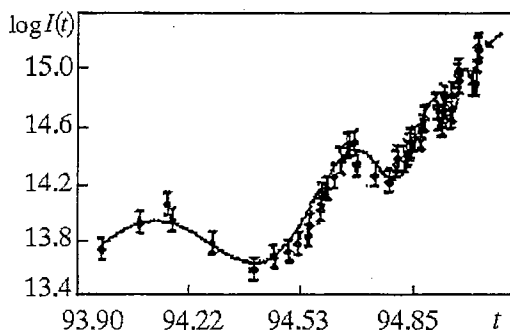
Второй пример - динамика изменения одного из основных экономических показателей, индекса Доу-Джонса, перед кризисом 1929 года [10] (рис. 3) и изменения содержания ионов хлора в источниках перед землетрясением в Кобе в 1995 году [11] (рис. 4). Мы имеем дело с одним и тем же законом. Оба процесса хорошо описываются формулой

$$I(t) = A + B(t_c - t)^\alpha [1 + C \cos(\omega \log(t_c - t) - \phi)].$$

По-видимому, это обусловлено коллективным поведением одного и того же типа. Другими словами, мы получили два одинаковых замечательных решения уравнений, которых пока не знаем. Отсюда можно заключить, что многие методики прогноза и подходы, апробированные при предсказании землетрясений, могут оказаться эффективными и в социэкономике.

Рис. 4. Зависимость логарифма концентрации ионов хлора в источниках от времени перед землетрясением в Кобе в 1995 году. Видно, что это землетрясение готовилось около двух лет. Этот закон, как и зависимость, показанная на рис. 3, хорошо описывается приведенной формулой

Итак, мы имеем дело с одинаковыми законами для катастрофических явлений в различных областях – с объективной основой для построения теории.



Чем эта теория отличается от обычных естественно-научных теорий?

Вновь обратимся к рис. 3. Представим себе следующую гипотетическую ситуацию. Допустим, что на основе математических моделей и новых информационных технологий нам удалось в 1926 году предсказать кризис 1929 года. Помогло бы это предотвратить его, направить события в другое русло? Какова должна быть точность прогноза или его горизонт, чтобы можно было предпринять действенные меры по защите людей в случае различных бедствий?

Здесь мы сталкиваемся с эффектом Кассандры, о котором почти всегда упоминают очевидцы крупнейших бедствий – многие, а иногда и большинство, не следуют предостережениям, игнорируют предупреждения об опасности и заблаговременно не предпринимают никаких мер, которые помогли бы им спастись. Теория риска создается для защиты человека, и человек должен быть в центре внимания этой теории. Мало знать закономерности, предсказывать катастрофические события, создавать механизмы предупреждения бедствий. Надо добиться, чтобы это сработало, было понято людьми и ими востребовано.

Один из выдающихся философов XX века Ортега-и-Гассет сформулировал следующую важную мысль: «Мир дает нам набор проблем. Нашим ответом на них является набор решений. Этот набор и называется культурой». Поэтому теория должна помогать созданию культуры безопасности. Подчеркнем масштаб последней задачи. Кодекс поведения, нормы морали, принятый эмоциональный отклик на кризисы, катастрофы, беды религия вырабатывала веками. Во многих традиционных обществах эта культура успешно играла функцию защиты человека. Однако в XX веке за время жизни нескольких поколений появились атомные электростанции, сотни тысяч новых химических продуктов, биотехнология, новые методы управления массовым сознанием, информационная экономика. Условно говоря, идеалом были бы новые десять заповедей, помогающие человеку выжить и учитывающие реалии новой технологической эпохи. И в этом также должна помочь теория. Именно этот круг проблем является наиболее важной и трудной ее частью.

Исследования, связанные с математическим моделированием поведения человека в чрезвычайной ситуации, сопоставление с другими развитыми в психологии подходами показали существование двух белых пятен в теории риска. В России, по существу, отсутствует социология риска. Например, чтобы МЧС России действовало эффективно, о нем и о его возможностях должны знать. Социологических исследований, направленных на выяснение того, кому, что и в каких регионах известно о МЧС, не проводилось. Хотя именно эта информация является исключительно важной. Психологи занимались, в основном, реабилитацией пострадавших в результате бедствий и психологической поддержкой представителей отдельных профессий в экстремальных ситуациях. Принципиальный вопрос о психологической подготовке, повышении устойчивости разных групп лиц, психодиагностике людей, которых предполагается привлекать к деятельности или к руководству в условиях ЧС, перед исследователями не ставился. В то же время изменение массового сознания в этой области является важным ресурсом повышения устойчивости общества.

Какова стратегия построения исследовательской программы, связанной с созданием теории риска?

Научную программу, связанную с построением теории, можно проиллюстрировать схемой, изображенной на рис. 5. Прокомментируем ее. Сплошными стрелками на схеме показаны наиболее важные логические взаимосвязи. В самом деле, после того как стало ясно, чего мы хотим добиться, в каком будущем предполагаем жить, можно оценивать коридор возможностей нынешней технологической цивилизации, границы допустимых глобальных изменений. По существу, надо понять, как и за счет каких ресурсов мы сможем вывести техносферу и общество в то состояние, при котором оно сможет благополучно существовать не в течение десятилетий, а хотя бы в течение веков [12–16]. После этого следовало бы выяснить, какие первоочередные научные проблемы, исходя из наших целей и возможностей, следовало бы решить. Другими словами, нужен был бы системный анализ структуры нашего незнания в области теории риска и безопасности. На этой основе можно было бы ранжировать научные проблемы по их важности и необходимым для решения ресурсам, определить приоритеты и поставить ряд конкретных задач. Их решения позволили бы выяснить, как полученные результаты меняют способы достижения поставленных целей. Эту часть работы условно можно было бы назвать *анализом и синтезом технологий защиты*. Исходя из этого, можно было бы скорректировать долговременные цели, смыслы, ценности, образ желаемого будущего, проанализировать возможные альтернативы [12]. В анализе возможных альтернатив все более важную роль начинает играть количественная история [17] и нелинейная динамика [18,19]. На этой основе можно было бы вернуться к определению предполагаемых параметров техносферы, спрогнозировать будущие изменения в биосфере и вновь определить коридор наших возможностей. Круг замыкается.

К сожалению, этот наиболее простой и логичный путь построения теории, оказывается, трудно реализовать. Прежде всего потому, что возникают проблемы с определением долговременных стратегических целей. Это показала работа над Концепцией национальной безопасности Российской Федерации, над проектом



Рис. 5. Стратегия построения исследовательской программы

Федеральной целевой программы по предупреждению чрезвычайных ситуаций и смягчению их последствий [20]. Многие трудности связаны с тем, что особенности России не позволяют в большинстве случаев воспользоваться стандартными подходами и рецептами, представить долгосрочную программу ее развития, а не «выживания» или «вхождения в мировую цивилизацию».

Кроме того, синергетика, нелинейная динамика и системный анализ сегодня практически не применяются к анализу стратегических проблем управления риском. Их возможности на нынешнем этапе не вполне понятны. Пока сделаны только первые шаги [1]. Поэтому приходится идти не по наиболее простому логическому пути сверху вниз – от глобальных целей к локальным, от общей теории к конкретным методикам [21] и рекомендациям, – а действовать иначе. Приходится одновременно выяснять возможности различных подходов нелинейной науки, ранее не использовавшихся в решении задач гражданской защиты, определять их области применимости. Приходится выработать новые идеи, концепции, представления и с этой точки зрения переоценивать поставленные ранее стратегические цели и методы их достижения.

В качестве примера такой концепции можно привести основания для анализа, прогноза и оценки опасностей в природной и техногенной сфере. Здесь было пройдено два больших этапа [3,4,15]. На первом этапе предполагалось, что надлежащие инженерные решения, организационные меры, квалифицированные и дисциплинированные сотрудники могут обеспечить абсолютно надежное функционирование сколь угодно сложных технических или социально-технологических систем. Жизнь заставила скорректировать этот взгляд. Начиная с определенного порога сложности, приходится иметь дело с вероятностными характеристиками аварий и катастроф в природной и техногенной сфере. Снижение соответствующих вероятностей до недавнего времени и рассматривалось как один из главных путей управления риском.

Привлечение методов нелинейной динамики и системного анализа в область гражданской защиты позволило сделать следующий шаг – перейти к вероятностно-детерминированному подходу к авариям и катастрофам [1,2]. Многие события, порождающие угрозы, опасности, риски могут описываться на вероятностном языке. Однако сами эти вероятности зачастую подчиняются вполне определенным детерминированным законам. Поэтому их можно оценивать, учитывая предысторию системы, принятые меры, широкий круг различных факторов, ими можно управлять. Это дает другие подходы к прогнозу чрезвычайных ситуаций, порождаемых природными, техногенными, социогенными опасностями, другие алгоритмы повышения устойчивости многих сложных систем обеспечения безопасности человека.

Системный анализ приводит к выводу, что в сложных системах существуют базовые циклы причинно-следственных связей, которые и обеспечивают жизнедеятельность системы. Например, в Свердловской области это цикл, связанный с металлургическим производством, в Башкортостане – нефтехимический цикл. Вывод из строя этих циклов ведет к параличу экономической жизни этих регионов, к серии социальных бедствий, резко повышает вероятность возникновения природных и техногенных катастроф. Поэтому, приоритет имеют те проекты в области гражданской защиты, которые повышают устойчивость этих базовых циклов. Это согласуется с тем системным механизмом, по которому шла природа, «обеспечивая безопасность» возникающих биоценозов и отбирая наиболее важные для выживания звенья.

Анализ бедствий и катастроф требует исследования сложных нелинейных систем. Понимание процессов в таких системах, тем более редких опасных событий, предполагает построение различных математических моделей и анализ аналогий с другими сложными системами. Плодотворным подходом представляется поиск таких аналогий в других научных дисциплинах. Наиболее интересными и многообещающими представляются аналогии между проблемами теории риска и безопасности и задачами защиты организма человека, механикой разрушения, эволюционными процессами. Они позволяют выделить общие

проблемы и общие представления и, по-видимому, помогут поставить ряд конкретных задач, перенося методы из одной области науки в другую.

Следуя логике нелинейной динамики, можно искать общее математическое описание и общие методы мониторинга и прогноза в природных, техногенных и социальных системах. Наиболее развитым разделом, с этой точки зрения, является теория прогноза землетрясений. Для этой области характерно наличие многих временных рядов, поставляемых системой сейсмостанций по всему миру, а также многочисленные попытки прогноза и математического моделирования. Естественно предположить, что эти работы должны привести, с одной стороны, к выявлению общих закономерностей катастроф и разрушений в иерархических системах, с другой стороны, дать алгоритмы, которые могут быть использованы для прогноза многих опасностей, не связанных с землетрясениями. Одной из характерных черт таких объектов является чередование периодов плохой предсказуемости с теми периодами, когда можно дать достоверный прогноз. Кроме того, недавно было показано, что эти методики оказываются эффективными и в случае ряда кризисных процессов в социэкономике [1].

В нелинейной динамике в последние десятилетия большое внимание уделялось анализу предсказуемости различных процессов и построению конкретных методик прогнозов [16,22,23]. Теоретические результаты, касающиеся чувствительности к начальным данным, которой обладает большинство нелинейных систем, позволили обнаружить принципиальные ограничения в области прогноза. Для многих объектов существует горизонт прогноза, за которым, в общем случае, не удастся получить достоверную информацию о состоянии системы. Этот результат очень важен с точки зрения мониторинга, так как позволяет обоснованно судить, как часто и в каком объеме требуются данные о состоянии исследуемой системы.

Однако с точки зрения прогноза и теории риска, этот общий результат является обескураживающим. В самом деле, если с точки зрения теории прогноз является столь сложным и безнадёжным, если он требует быстрого и точного анализа огромных объемов информации, то как же нам и большинству животных удастся существовать в столь быстро меняющемся и опасном мире? Этот вопрос является особенно острым, поскольку скорость передачи информации в нервной системе примерно в миллион раз меньше, чем в персональном компьютере, а время срабатывания отдельного нейрона в миллион раз больше, чем характерное время такта электронной схемы.

На наш взгляд, дело в том, что мы предсказываем не «на общих основаниях», не «в общем случае», а в конкретной ситуации, в которой множество существенных переменных и процессов оказывается не очень велико. По-видимому, в пространстве переменных, с которыми сталкивается человек и общество, существуют области высокой предсказуемости (так называемые русла) и области, где возможны скачкообразные катастрофические, плохо прогнозируемые в деталях явления. Их можно назвать областями джокеров [24].

Более того, в отличие от общепринятого взгляда классической математической психологии, обучение многим принципиально важным навыкам, особенно связанным с выживанием в случае опасности, происходит не методом проб и ошибок. Есть другие способы учиться, более эффективно совершенствуя свой здравый смысл, свою предсказывающую систему. В последние годы предложены конкретные математические модели, позволяющие обосновать этот подход. Сейчас он представляется особенно важным, поскольку отдельный человек зачастую оказывается гораздо более мудрым и дальновидным, чем общество в целом. По-видимому, то «опережающее отражение», о котором часто говорят психологи, является необходимым не только для человека, но и для общества.

Это приводит к вопросу, чему и как должны учить бедствия и катастрофы. В XX веке этот вопрос приобрел особую важность, поскольку у наиболее крупных бед были предвестники (катастрофы того же типа, но меньшего масштаба). XX век оставил много принципиальных вопросов, касающихся управления риском и устойчивого развития, XXI веку их предстоит решить.

Человеческое измерение риска

Одним из принципиальных результатов науки XX века стало исследование субъективной реальности, выявление объективных законов психологической деятельности. Однако эффективность психологических исследований существенно возросла после «количественной революции» в этой области, после рождения математической психологии [25,26].

С точки зрения теории риска эта область имеет огромное значение. Ряд специалистов по психологии риска считает, что число руководителей, способных адекватно действовать в условиях ЧС, не превышает 0,5% от их общего числа. Поэтому отбор, психологическая подготовка и поддержание психологической формы являются важными прикладными проблемами. Большие возможности в этой области дает теория обучения.

Излюбленным объектом математического моделирования является в психологии статистическая теория обучения. Об этом можно судить, открыв наугад почти любой номер *Journal of Mathematical Psychology*. Блестящий успех Х. Эббингауза в 1885 г., открывшего экспериментальные законы, по которым человек учит и забывает набор бессмысленных слогов, вдохновил многих исследователей, которыми был получен ряд важных теоретических результатов. Типичная зависимость числа ошибок от времени обучения будет иметь вид убывающей экспоненты.

Но при обучении более сложным навыкам часто имеет место совершенно другая зависимость. Ее суть очень точно отражают слова о «выходе на качественно новый уровень» или о переходе количественных изменений в качественные. Сначала кривая, выражающая эффективность действия обучаемого, близка к той, которая предсказывается классической теорией, далее она практически выходит на насыщение, затем быстрый рост и далее вновь выход на насыщение. Таких скачков может быть несколько [27].

Существование этой закономерности ранее было известно операторам сложных технологических процессов, тренерам в некоторых видах спорта, многим преподавателям. В случае оператора это может означать переход от слежения за отдельными приборами к умению быстро оценивать состояние функциональных блоков. Сейчас на эту закономерность, имеющую большое прикладное значение, обратили внимание психологи. Естественно в качестве первого шага построить простейшую детерминированную модель такого поведения. Оказывается, она по существу построена в математической экологии. Это модель последовательного заполнения экологической ниши все более совершенными видами. Возникновение в процессе эволюции более приспособленных видов приводит к тому, что они вытесняют предшественников (аналог «старых навыков» при обучении).

Отсюда ясна стратегия отбора кандидатов для обучения профессиям, связанным с риском и овладением сложными навыками. Следует оценивать не время освоения простейших навыков (с которыми имеет дело линейная теория), а время, за которое произойдет следующий качественный скачок [1,27].

На основе предлагаемых в этой области подходов создаются системы мониторинга, позволяющие оценивать и ускорять процесс обучения, и психологические тесты той же направленности.

В современных условиях человек является одним из важнейших факторов, определяющих надежность системы. Несмотря на огромное распространение автоматизированных систем, связанных с безопасностью, ни одна из них не обладает достаточной надежностью, чтобы оставить ее вовсе без присмотра человека. Объяснение здесь достаточно очевидно: при работе сложных систем время от времени возникают непредвиденные ситуации, с которыми справиться может только человек.

Можно выделить некоторые направления деятельности, связанные с работой оператора сложной технической системы, направленные на повышение безопасности.

- Совершенствование эргономических характеристик пультов управления.

Современные представления о восприятии человеком информационных потоков различной интенсивности (основанные, в частности, на принципе максимума взаимной информации) позволяют разработать компьютерные и технические системы, увеличивающую надежность управления объектом и превращающие труд оператора из утомительного и изматывающего в чрезвычайно увлекательный.

- Совершенствование систем с биологической обратной связью, позволяющих оператору осуществлять контроль за собственным эмоциональным состоянием как одной из частей управляемой системы. Развитием систем такого рода может служить также система с упреждающей реакцией на изменение эмоционального состояния оператора. Возможность построения такой системы основывается на работах академика П.В. Симонова по построению «формулы эмоций» [28], выражающей зависимость величины эмоций от потребности в достижении цели и вероятности удовлетворения этой потребности. Использование этих соотношений в программно-аппаратном комплексе, в принципе, позволяет реализовать систему, предсказывающую, когда в деятельности оператора может наступить срыв и необходимо вмешательство. Сейчас активно ведутся работы по исследованию адекватности имеющихся моделей и способов определения индивидуальных для субъекта модельных коэффициентов [1].

Большой набор методов, подходов, приемов в применяемой сейчас области позволяет говорить, что к методам административно-организационного управления, экономического, социально-психологического и правового управления добавилось информационное управление. Средства массовой информации, прежде всего электронные, могут давать определенным образом подобранную информацию (или, напротив, не давать), подводящую ко вполне определенным выводам [25,29].

Для России информационное управление имеет особенно большое значение, поскольку доверие к любой власти и административно-организационным методам подорвано, экономические методы воздействия также ищутся наобум, поскольку в таком социально-экономическом «зазеркалье» другие страны просто не бывали. Крушение ценностей, «атомизация общества», нигилизм, равнодушие упрощают и ослабляют действие многих социально-психологических механизмов. «Четвертая власть» становится главной.

Теория информационного управления, исключительно важная с точки зрения управления риском, находится в начальной стадии развития. Вероятно, она будет тесно связана с синергетикой и математической психологией. Главная цель информационного управления – изменение шкалы ценностей и мотивации (своеобразных «параметров порядка») на уровне личности и группы либо дезинформация и дезориентация (организация «динамического хаоса» в сознании). Приведем несколько примеров, иллюстрирующих этот тезис.

В последнее время все большую популярность получает концепция рефлексивной экономики или информационной экономики, выдвинутая Дж. Соросом [30]. В соответствии с ней, ключевое значение на финансовых рынках имеют процессы информационной самоорганизации. При больших информационных потоках неплохой стратегией на рынке является подражание, а это создает условия для таких неустойчивостей, как «бум ожиданий», для таких структур, как «финансовые пирамиды», как стремительно растущие компании и группы с капиталом в сотни миллионов долларов. Ожидания, надежды, представления о будущем становятся реальной экономической силой и, соответственно, объектом информационного управления.

Традиционный способ воздействия на массовое сознание – «переписывание истории» в соответствии с конъюнктурными запросами элиты. Образ прошлого действительно можно изменить в сознании. Ряд изменений, связанных с «девальвацией» идеалов и достижений предыдущих поколений, представляется весьма опасным. Это согласуется с общими методами воздействия на системы с запаздыванием. Их можно дестабилизировать, не меняя текущего состояния объекта, нынешней реальности, а воздействуя на предысторию, а в социальных системах – на представление о ней.

Обратим внимание на типичный синергетический прием, широко используемый средствами массовой информации, который можно назвать «хаотизацией сознания». Этот прием может при непродолжительном использовании отвлекать внимание от острых насущных проблем, при длительном – разрушать шкалу ценностей. Нормальной психике присущ системный характер, в ней происходит своеобразная самоорганизация (выделение параметров порядка) позволяющая оценивать масштабы и значение событий, явлений, фактов. Суть приема состоит в том, чтобы после многократного повторения неких утверждений эти структуры оказались расшатанными, а системообразующие ценности поставлены под сомнение. Эти же утверждения заключаются в сопоставлении несравнимых вещей, лежащих на разных масштабах шкалы ценностей.

С точки зрения ЧС информационное управление имеет огромное значение. Отношение к риску, авариям, катастрофам и человеческой жизни исключительно важно. Оно определяет, как будет вести себя «человек из толпы» в чрезвычайной ситуации. Более того, шкала ценностей и психологические установки тех людей, которые имеют дело со стратегическим риском (операторы АС, расчеты РВСН и т.д.), сейчас стали таким же стратегическим ресурсом страны, как в 50-е годы им стала квалификация физиков. Приведем конкретный пример. В военной стратегии одним из ключевых понятий является оборонное сознание. Это отношение общества к своей защите от военных угроз, к социальным институтам, которые решают эти проблемы, к «человеку с ружьем». Разрушение этого сознания деморализует общество, делает бесполезными самые совершенные системы вооружения и обычно заставляет заранее смириться с поражением. Именно поэтому оборонное сознание противника является главным объектом, на который направлены усилия специалистов в психологической войне. Среди наиболее известных приемов – внушение мысли об отсутствии какой-либо угрозы вообще («Кому мы нужны? На нас никто нападать не собирается»), поощрение индивидуализма («Война и политика – грязное дело и меня они не касаются»), внушение неприязни к армии.

По-видимому, сейчас надо аналогичным образом взглянуть на сознание общества в области риска, связанного с природными и техногенными бедствиями и катастрофами. Эффективное противостояние им требует согласованных самоотверженных действий, а значит, весьма высокой оценки коллективных ценностей. Исключительно важным становится отношение к спасателям, к людям, профессионально имеющим дело с риском. Если в общественном сознании их самоотверженность и неизбежные жертвы вызывают не уважение и признательность, а насмешку и отчуждение, то через некоторое время спасать будет некому. Это одна из принципиальных сфер, где деньги решают далеко не все.

Особого внимания и научного анализа заслуживает политика средств массовой информации в отношении катастроф. В одних случаях «триллеры» и «ужасники» могут помочь верно оценить реальные опасности и осмыслить свои возможные действия и поступки в экстремальных ситуациях. В других – населить мир несуществующими опасностями, отучить бояться того, чего бояться необходимо, заставить воспринимать патологию как норму. И важно ясно видеть грань между первым и вторым. Исследования в этой ключевой области только начаты.

Разумеется, кратко обрисованные подходы не отражают и малой доли тех идей, которые развиваются в этой области. Их цель, скорее, показать, что сама область нелинейной динамики и системного анализа «доросла» до задач, связанных с управлением риском, с глубоким исследованием техносферы.

Народная мудрость гласит, что умный человек найдет выход из любой ситуации, а мудрый в нее просто не попадет. Можно надеяться, что привлечение методов нелинейной динамики и синергетики в эту область, построение теории риска и безопасности позволит в ряде случаев действовать как мудрые люди, сталкиваясь с глобальными проблемами и чрезвычайными ситуациями.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 99-06-80030) и РГНФ (грант 99-03-19696).

Библиографический список

1. *Владимиров В.А., Воробьев Ю.Л. и др.* Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика. М.: Наука, 2000 (в печати).
2. *Воробьев Ю.Л., Малинецкий Г.Г., Махутов Н.А.* Теория риска и технологии обеспечения безопасности. Подход с позиций нелинейной динамики. Часть I // Проблемы безопасности в чрезвычайных ситуациях. 1998. № 11. С. 5.
3. Итоги науки и техники. Проблемы безопасности. ГНТП «Безопасность», 1992–1993. М.: ВИНТИ, 1993.
4. Итоги науки и техники. Проблемы безопасности. ГНТП «Безопасность», 1994–1995, М.: ВИНТИ, 1995.
5. *Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и прогнозы будущего. М.: Наука, 1997.
6. Россия у критической черты: возрождение или катастрофа: Социальная и социально–политическая ситуация в России в 1996 году: анализ и прогноз / Под ред. Г.В. Осипова, В.К. Левашова, В.В. Локосова. М.: Республика, 1997. 303 с.
7. Reduction and predictability of natural disaster / Eds. J.B. Rundle, D.L. Turcotte, W. Klein // Proceedings of the Workshop «Reduction and Predictability of Natural Disasters» held January 5–9, 1994 in Santa Fe, New Mexico. 1995.
8. *Подлазов А.В.* Модель гекатонхейров освобождения поверхности и мягкая универсальность в теории самоорганизованной критичности // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т.7, № 6. С. 3.
9. *Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В.* Парадигма самоорганизованной критичности. Иерархия моделей и пределы предсказуемости // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5, №5. С. 89.
10. *Sornette D., Johansen A.* Large financial crashes // Physica A 1997. Vol. 245, № 3–4. P. 411.
11. *Johansen A., Sornette D. et al.* Discrete scaling in earthquake precursory phenomena: evidence in kobe earthquake // Japan. J. Phys. France 6. 1996. P. 1391.
12. *Брундтланд Г.Х.* Необходимо конструктивное решение // В мире науки. 1989, № 11. С. 138.
13. *Ласло Э.* Век бифуркации. Постигание меняющегося мира // Путь. 1995. №7. С. 3.
14. Глобальные проблемы как источник чрезвычайных ситуаций. М.: УРСС, 1998. С. 35.
15. *Порфирьев Б.Н.* Управление в чрезвычайных ситуациях. Итоги науки и техники. Проблемы безопасности: чрезвычайные ситуации. Т. 1. М.: ВИНТИ, 1991.
16. Пределы предсказуемости. М.: Центрком, 1997.
17. *Бродель Ф.* Структуры повседневности: возможное и невозможное. М.: Прогресс, 1986. Т. 1.
18. *Малинецкий Г.Г.* Нелинейная динамика – ключ к теоретической истории // Общественные науки и современность. 1996. №4.
19. *Малинецкий Г.Г.* Нелинейная динамика и историческая механика // Общественные науки и современность. 1997. №2.
20. Концепция федеральной целевой программы «Снижение рисков и смягчение последствий чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера в Российской Федерации до 2005 года». Проект. М., МЧС России, 1997.
21. *Винер Н.* Кибернетика. М.: Мир, 1975.
22. *Малинецкий Г.Г.* Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент. Введение в нелинейную динамику. М.: УРСС, 2000.
23. *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.* Современные проблемы нелинейной динамики. М.: УРСС, 2000.
24. *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.* Русла и джокеры: нейросетевой взгляд на сложную динамику // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998, Т.6, №4.

25. *Архипова Н.И., Кульба В.В.* Управление в чрезвычайных ситуациях. М.: РГГУ, 1994.
26. Катастрофы и общество. М.: Контакт – Культура, 2000.
27. *Крылов В.Ю., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Психология и синергетика. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР. 1990. №41.
28. *Симонов В.П.* Созидающий мозг. М.: Наука, 1993.
29. *Кульба В.В., Малогин В.Д., Шубин А.Н., Вус М.А.* Введение в информационное управление. СПб, 1999.
30. *Сорос Дж.* Алхимия финансов. М.: Инфра–М, 1996.

Министерство по чрезвычайным
ситуациям РФ
Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша РАН
Институт машиноведения
им. А.А. Благонравова РАН

Поступила в редакцию 19.09.2000

RISK MANAGEMENT AND SUSTAINABLE DEVELOPMENT. HUMANITARIAN DIMENSION

Vorob'yov Yu.L., Malinetskii G.G., Makhutov N.A.

One of superproblems of modern science as whole is creating the theory of risk and safety. This theory must cover not only natural and technical catastrophes and ways to overcome them. It must concern the actions of people in social–technological systems. The country way out of crises, successes in the strategic planning, «the constructing of future» depend on the development of this theory. Problems of the theory and approach to them are discussed in the paper.

To our opinion, the theory of risk and safety will become one of the most important fields of the applied nonlinear science.



Воробьев Юрий Леонидович – родился в 1948 году, кандидат политических наук. Первый заместитель Министра по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации стихийных бедствий. Окончил технологический факультет Красноярского института цветных металлов имени М.И. Калинина (1971), Российскую Академию Управления (1991). Область научных интересов – управление устойчивостью социально–политических систем в чрезвычайных ситуациях; философия и теория управления комплексной безопасностью. Участник и руководитель многих миротворческих и гуманитарных операций на территории бывшего СССР, на Балканах, в Африке, большинства операций по ликвидации последствий катастроф природного и техногенного характера в России и за рубежом в 1991–1999 годах, один из создателей национальной системы мониторинга, предупреждения и ликвидации ЧС. Имеет более 50 публикаций.

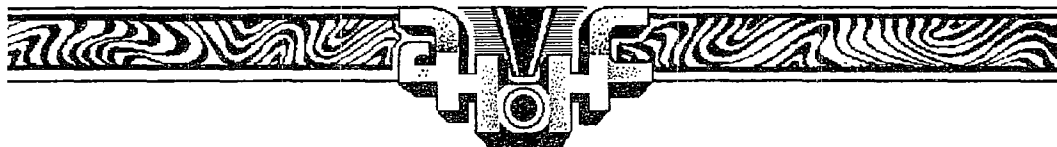


Малинецкий Георгий Геннадьевич – родился в 1956 году в Уфе, окончил физический факультет МГУ (1979), защитил кандидатскую диссертацию на тему «Нестационарные диссипативные структуры в нелинейных средах» (1982) и докторскую диссертацию на тему «Диффузионный хаос и новые типы упорядоченности в нелинейных средах» (1990) в Институте прикладной математики. В настоящее время работает там же заведующим сектором нелинейной динамики. Автор большого количества статей в области исследования хаоса и нелинейных явлений, а также учебника «Структуры, хаос, вычислительный эксперимент. Введение в нелинейную динамику». E–mail: gmalin@spp.keldysh.ru



Махутов Николай Андреевич – родился в 1937 году. Заведующий отделом прочности и живучести машин и заведующий лабораторией механики разрушения и живучести Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН (Москва), член–корреспондент, доктор технических наук, профессор. Специалист в области безопасности, живучести и прочности машин и конструкций с высокой потенциальной опасностью. Опубликовал более 600 работ, в том числе 25 монографий и справочных пособий и 15 изобретений.

Основные направления научной деятельности: техногенная безопасность, живучесть, ресурс и долговечность; предельные состояния в условиях штатных и аварийных ситуаций; нелинейная механика деформирования и разрушения при статическом, циклическом и длительном нагружении; критерии прочности, ресурса и трещиностойкости. Разработчик и научный руководитель Государственной научно–технической программы «Безопасность» и комплексной программы «Безопасность Москвы», главный редактор журнала «Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях», координатор работ по техногенной безопасности в рамках проектов и соглашений РАН с США, Японией, Норвегией.



Preliminary Announcement

**6th INTERNATIONAL SCHOOL
on
CHAOTIC OSCILLATIONS AND PATTERN FORMATION**

Saratov, Russia, October 2–7, 2001

The School is organized to continue the series of International Schools on Chaotic Oscillations in Radiophysics and Electronics held in Saratov (1985, 1988, 1991, 1994, 1998). These Schools were widely attended by researchers from the former Soviet Union and provided a discussion of different problems in non-linear dynamics. The sixth International School on Chaotic Oscillations and Pattern Formation will be held in the holiday hotel near Saratov city. The School will be organized by the Russian Academy of Science and Saratov State University.

Scientific Program

- Methods of Theoretical Analysis of Chaotic Behaviour
- Experimental Investigations of Nonlinear Phenomena
- Diagnostics of Chaos
- Piece–Wise Linear Systems
- Nonlinear Waves
- Self–Organization and Spatio–Temporal Chaos
- Application to Microwave Electronic Systems
- Nonlinear Phenomena in Biology
- Nonlinear Phenomena in Sociology
- Nonlinear Dynamics and Modern Education

Conference Chairman – Prof. D. I. Trubetskov (Saratov State University, Saratov, Russia)

Registration:

If you want to be included in mailing list on the School, please complete the Pre–Registration Form below and send it to the Organizing Committee (by e–mail preferable). The First Announcement will be distributed in April 2001 and will be available at WWW.

Please contact: Tel.: +7 (8452) 514294, Fax: +7 (8452) 523864
E–mail: chaos01@cas.ssu.runnet.ru
WWW: <http://cas.ssu.runnet.ru/chaos01/chaos01.html>





САМООРГАНИЗОВАННАЯ КРИТИЧНОСТЬ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ УПРАВЛЕНИЯ

А.А. Короновский, А.Е. Храмов

Исследуется динамика иерархических устроенных систем. Показано, что подобные системы могут демонстрировать явление самоорганизованной критичности.

Феномен самоорганизованной критичности в последнее время привлекает большой интерес исследователей как универсальное свойство систем самой различной природы, составленных из большого числа элементов, взаимодействующих друг с другом. Начиная с классической работы Р. Вака и К. Визенфилда [1], в которой анализировалось явление самоорганизованной критичности на примере кучи песка, степенной закон распределения описан многими исследователями для различных систем (см., например, [2,3]).

В настоящей работе рассматривается динамика иерархической структуры, являющейся своего рода моделью управления социальной многоуровневой системой. Каждому отдельному индивидууму ставится в соответствие элемент, находящийся на j -м уровне иерархической структуры. Каждый элемент j -го иерархического уровня (за исключением нулевого) имеет в своем подчинении n_j элементов нижележащего $(j-1)$ -го уровня и, в свою очередь, находится в подчинении у элемента $(j+1)$ -го уровня (рис. 1). Понятно, что элементов на $(j-1)$ -м уровне будет в n_j раз больше, чем на j -м иерархическом уровне. Если на самом высшем иерархическом уровне n находится один «руководитель» высшего n -го уровня, то на самом низшем нулевом уровне (при условии, что у любого элемента j -го уровня находится в подчинении n_j элементов $(j-1)$ -го уровня) оказывается

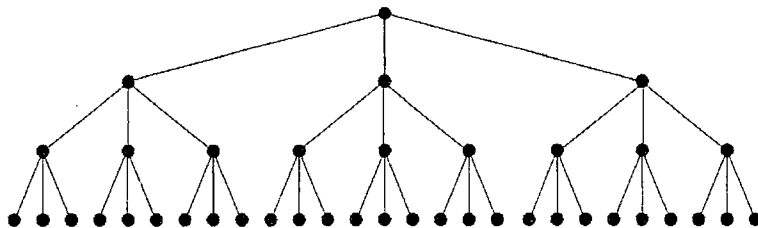


Рис. 1. Иерархическая структура, содержащая четыре уровня иерархии, $n_j=3, j=1, \dots, 3$

$$N = \prod_{j=1}^n n_j \quad (1)$$

элементов.

Каждый из элементов в каждый момент дискретного времени с вероятностью p_{ij} ($0 < p_{ij} < 1$) принимает значение $s_{ij}=0$, и с вероятностью $(1-p_{ij})$ – значение $s_{ij}=1$, что соответствует штатному (нормальному) выполнению своих обязанностей индивидуумом ($s_{ij}=0$) или ошибочному действию ($s_{ij}=1$). Значения вероятностного порога ошибочного действия p_{ij} индивидуума, позиционируемого на иерархической структуре дискретными координатами i и j (i – позиция на j -м иерархическом уровне), первоначально выбираются случайным образом, а затем могут изменяться с течением времени по правилам, которые будут описаны несколько позднее.

Понятно, что должно существовать как влияние действий подчиненных на действия руководителя, так и наоборот («обратная связь»). Предполагается, что чем большее число подчиненных (находящихся на $(j-1)$ -м уровне) руководителя j -го уровня допустили ошибки, тем больше вероятность ошибки этого руководителя. Поведение системы может быть описано следующим набором правил.

Правило 1. Для каждого i -го элемента иерархической структуры самого нижнего (нулевого) уровня выбирается случайная величина ξ , плотность вероятности которой распределена равномерным образом на отрезке $[0;1]$. Если $\xi \leq p_{i0}$, считается, что i -й элемент сработал «штатно», то есть без ошибок ($s_{i0}=0$); в противном случае – этот элемент допустил ошибку ($s_{i0}=1$).

Правило 2. Для каждого i -го элемента j -го слоя ($j=1, \dots, n$) определяется число подчиненных элементов

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^{n_j} s_{kj-1}, \quad (2)$$

нижележащего $(j-1)$ -го слоя, действия которых были ошибочны. Затем, аналогично тому, как это было сделано на нулевом уровне, выбирается случайная величина ξ , плотность вероятности которой распределена равномерно на $[0;1]$. Если $\xi \leq p_{ij} - r_{ij}/10$, считается, что i -й элемент сработал «штатно», то есть без ошибок ($s_{ij}=0$), в противном случае – этот элемент допустил ошибку ($s_{ij}=1$). Следует обратить внимание, что порог вероятности ошибки для элемента j -го уровня p_{ij} остается неизменным, а вероятность ошибки увеличивается в зависимости от того, какое число r_{ij} подчиненных элементов нижележащего $(j-1)$ -го уровня допустили ошибку. Данная операция повторяется для каждого j -го уровня последовательно от нижнего к верхнему.

Правило 3. Последовательно для каждого элемента осуществляется корректировка значения порога вероятности ошибочных действий p_{ij} по следующим правилам.

а. Если на некотором дискретном шаге эволюции i -й элемент j -го иерархического уровня сработал «штатно» ($s_{ij}=0$), то у всех подчиненных ему элементов, расположенных на $(j-1)$ -м уровне, которые также не допустили ошибок ($s_{kj-1}=0$), величина порога вероятности ошибочного действия увеличивается, а вероятность ошибочного действия, соответственно, уменьшается

$$p_{kj-1} = p_{kj-1} + (1 - p_{kj-1})/5. \quad (3)$$

б. Если на некотором дискретном шаге эволюции i -й элемент j -го иерархического уровня допустил ошибку ($s_{ij}=1$), то у всех подчиненных ему элементов, расположенных на $(j-1)$ -м уровне, которые также ошиблись ($s_{kj-1}=1$), величина порога вероятности ошибочного действия уменьшается, а вероятность ошибочного действия, соответственно, увеличивается

$$p_{kj-1} = p_{kj-1} - p_{kj-1}/5. \quad (4)$$

Приведенные выше правила описывают влияние действий подчиненных на руководителя и, соответственно, руководителя на подчиненных.

Правило 4. Если элемент верхнего n -го уровня имеет значение $s_{1n}=1$ (руководитель высшего n -го уровня допустил ошибку), то он заменяется одним из n_1 подчиненных элементов $(j-1)$ -го уровня, в противном случае ($s_{1n}=0$) никаких действий не производится (см. *правило 5*).

Правило 5. Для каждого элемента j -го уровня (начиная с $j=n$) выполняется следующий порядок действий.

а. Из n_j подчиненных элементов выбирается элемент с самой малой величиной порога ошибочных действий p_{kj-1} ($k \in N, 1 \leq k \leq n_j$) и удаляется.

б. Каждая пустующая позиция k для $(j-1)$ -го уровня заполняется элементом $(j-2)$ -го уровня с самым большим значением порога вероятности ошибки p_{ij-2} , выбранным из n_{j-1} подчиненных элементов k -го элемента $(j-1)$ -го уровня.

Действия *а, б* последовательно повторяются для всех уровней, начиная с $j=n$ до $j=1$. Поскольку для $j=1$ отсутствует уровень, элементами которого можно было бы заполнить вакансии на низшем нулевом уровне, то существующие «пустоты» заполняются новыми элементами, значения порога ошибки которых p_{j0} выбираются равными значениям случайной величины, равномерно распределенной на интервале $[0;1]$.

Сформулированные выше правила эволюции позволяют смоделировать динамику иерархической системы, где элементы каждого уровня оказываются подчиненными элементам следующего более высокого уровня (элементов на котором оказывается меньше). Удаление и «передвижение» элементов по иерархической структуре моделируют условия конкуренции и отбора. Таким образом, рассматриваемая структура является моделью иерархически устроенных социальных систем.

Стоит отметить, что модели подобного класса, состоящие из большого числа элементов, взаимодействующих друг с другом по определенным правилам, с успехом применялись для описания сложных, например, эволюционных [4–6] и популяционных [7] процессов.

Рассмотрим поведение описанной иерархической структуры с течением времени. Первоначально, как уже было сказано выше, все величины порога вероятности ошибки p_{ij} выбраны случайным образом. Затем в каждый момент дискретного времени происходит «отбор» элементов с наибольшими величинами p_{ij} и перемещение их вверх по иерархической структуре. Одновременно удаляются элементы, порог вероятности ошибки p_{ij} у которых оказывается наименьшим и которые, следовательно, чаще других принимают значения $s_{ij}=1$, что соответствует ошибочным действиям этого элемента.

На рис. 2 показан переходный процесс в иерархической структуре, содержащей шесть уровней иерархии ($n=5$), каждому элементу j -го уровня которой подчинены пять элементов нижележащего $(j-1)$ -го иерархического уровня ($n_j=5, j=1, \dots, 5$). На нижнем ($j=0$) уровне структуры, как

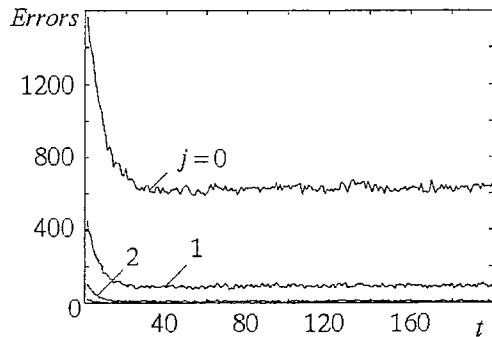


Рис. 2. Переходный процесс в иерархической структуре, содержащей шесть уровней иерархии, каждому элементу j -го уровня подчинены пять элементов нижележащего $(j-1)$ -го уровня ($n_j=5, j=1, \dots, 5$). После переходного процесса число ошибок на каждом иерархическом уровне (соответственно $j=0,1,2$) выходит на некоторое значение, соответствующее «динамическому» состоянию равновесия структуры

нетрудно заметить, содержится 3125 элементов, на верхнем, пятом, – 1 элемент. Первоначально, когда элементы с разными величинами p_{ij} распределены по иерархической структуре случайным образом, число ошибок на каждом уровне иерархии достаточно велико: на нулевом уровне примерно половина элементов в начальный момент времени принимают значение $s_{i0}=1$, что соответствует ошибочным действиям. Ошибки нижнего уровня «транслируются» на следующий верхний уровень, поэтому на этих уровнях число ошибок превышает половину, а на самых верхних иерархических уровнях отношение «число ошибок/число элементов» оказывается близким к единице.

По мере осуществления отбора элементов с большими значениями порога вероятности ошибочных действий p_{ij} и удаления элементов с малыми значениями этого порога, число ошибок на каждом уровне иерархии уменьшается. Через некоторый интервал дискретного времени при завершении переходного процесса, иерархическая структура достигает равновесного состояния, когда в каждый интервал дискретного времени число ошибок на каждом уровне иерархии в среднем оказывается одним и тем же.

Аналогичная картина наблюдается и на шестиуровневой иерархической структуре, в которой каждому элементу j -го уровня подчинены $n_j=10$ элементов $(j-1)$ -го уровня ($j=1, \dots, 5$). В данном случае при таком же количестве иерархических уровней на нижнем ($j=0$) уровне иерархии оказывается существенно больше элементов – 100000. Соответственно, возрастает и время переходного процесса (рис. 3).

Рис. 4 показывает, что происходит со значениями порогов вероятности ошибки p_{ij} для элементов различных иерархических уровней. Во время переходного процесса раньше достигает равновесного состояния самый нижний ($j=0$) иерархический уровень. Лишь после того, как j -й иерархический уровень достигает состояния динамического равновесия, следующий $(j+1)$ -й уровень, элементы которого пополняются за счет элементов j -го уровня, также может достичь состояния равновесия. Видно, что чем выше уровень иерархии, тем ближе к единице устанавливается значение порога вероятности ошибки. Значит, элемент, находящийся на достаточно высоком иерархическом уровне, как правило, имеет значение p_{ij} близкое к единице и следовательно, будучи предоставлен самому себе, очень редко будет совершать ошибочные действия. Однако за счет механизма влияния ошибок нижнего иерархического уровня на возникновение ошибок на

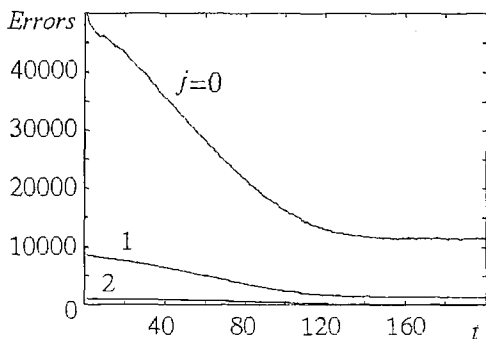


Рис. 3. Переходной процесс в иерархической структуре, содержащей шесть уровней иерархии, каждому элементу j -го уровня подчинены десять элементов нижележащего $(j-1)$ -го иерархического уровня ($n_j=10, j=1, \dots, 5$). Переходной процесс оказывается более длительным, нежели в случае, изображенном на рис. 2

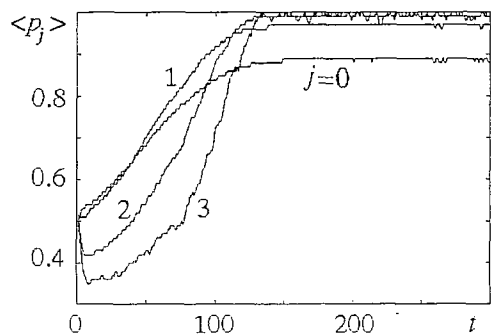


Рис. 4. Зависимость усредненных значений порога вероятностей ошибки $\langle p_j \rangle$ от времени. Усреднение проводилось по всем элементам для каждого иерархического уровня. Видно, что чем выше уровень иерархии, тем более длительный переходной процесс для него характерен, и тем большее значение усредненного по элементам уровня значения порога вероятности ошибки $\langle p_j \rangle$ устанавливается после завершения переходного процесса

следующем уровне иерархии, элементы верхних уровней могут принимать значения $s_{ij}=1$, соответствующие ошибочным действиям.

Большой интерес представляет вопрос о том, какое число ошибок в единицу времени совершается на каждом иерархическом уровне в состоянии динамического равновесия. Проведенные исследования свидетельствуют о том, что распределение ошибок подчиняется степенному закону

$$G(x) \sim x^{-\alpha}, \quad (5)$$

где x – «масштаб» ошибки, численно равный количеству элементов на нулевом уровне, опосредовано подчиняющихся элементу j -го иерархического уровня, допустившему ошибку; G – количество ошибок такого масштаба в данный момент дискретного времени. Иными словами масштаб ошибки элемента k -го уровня определяется как

$$x = \prod_{j=1}^k n_j. \quad (6)$$

Таким образом, ошибка на низшем нулевом уровне имеет масштаб равный 1, поскольку в данное ошибочное действие вовлечен лишь один элемент. Ошибка элемента первого иерархического уровня имеет масштаб n_1 , равный числу элементов нулевого уровня, находящихся в его подчинении, поскольку все они оказываются вовлечены (через руководителя) в ошибочные действия. Ошибка элемента, находящегося на втором иерархическом уровне, уже имеет масштаб $n_2 \times n_1$, равный числу элементов нулевого уровня, подчиняющихся тем элементам первого уровня, которые, в свою очередь, подчиняются элементу второго уровня, допустившему ошибку. Для иерархической структуры, у которой каждому элементу j -го уровня подчиняются a элементов $(j-1)$ -го уровня, ошибка на нулевом уровне имеет масштаб равный 1, на первом уровне – a , на втором – a^2 , на j -м – a^j и так далее.

Рис. 5 иллюстрирует распределение числа ошибок по их масштабам для трех различных иерархических структур. Прямая сплошная линия, характерная для степенного закона распределения (5) в двойном логарифмическом масштабе (когда по оси абсцисс и по оси ординат откладываются не сами величины, а их логарифм), подчиняется соотношению $G=10^4 x^{-1}$ и приведена на рисунке для сравнения с данными, полученными в результате исследования предложенной модели. Нетрудно заметить, что динамика описываемой иерархической структуры демонстрирует критическое поведение, характерное для феномена самоорганизованной критичности.

Говорить о том, что предложенная система соответствует (в той или иной степени) иерархическим структурам управления, сформировавшимся в человеческом обществе, очевидно можно лишь после сопоставления полученных результатов со статистическими данными. Также понятно, что «напрямую» получить данные об ошибках руководителя того или иного уровня подчас невозможно: неизвестно, как «измерять» действия или решения, принятые тем или иным человеком. Однако, ошибочные действия должны проявляться косвен-

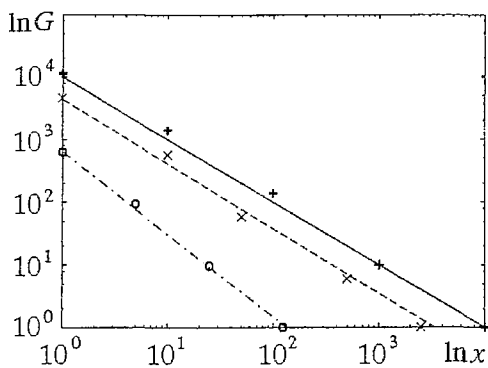


Рис. 5. Распределение числа ошибок по масштабам для различных иерархических структур: (+) – иерархическая структура, каждому элементу j -го уровня которой подчиняются десять элементов нижележащего $(j-1)$ -го уровня ($n_j=10, j=1, \dots, 5$); (O) – структура, где у каждого элемента пять подчиненных ($n_j=5, j=1, \dots, 5$); (x) – иерархическая структура, в которой у элемента j -го уровня десять подчиненных элементов ($j=1, 3, 5$), а у элемента $(j+1)$ -го – пять ($n_1=n_3=n_5=10, n_2=n_4=5$)

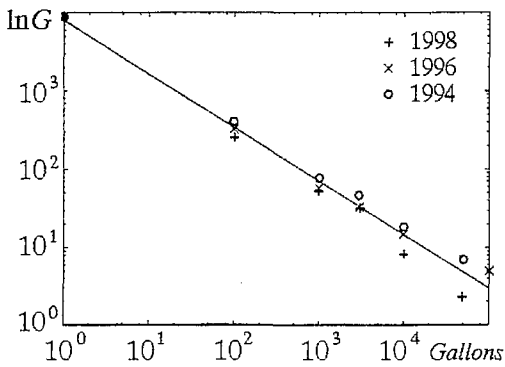


Рис. 6. Распределение числа разливов нефти у побережья Соединенных Штатов Америки для трех разных лет: (+) – 1998 год; (x) – 1996 год; (o) – 1994 год. Данные [8] приведены в двойном логарифмическом масштабе

ным образом в различных факторах, связанных с функционированием соответствующей иерархической структуры. С этой точки зрения различные нештатные ситуации, возникающие, прежде всего, в техногенных системах, могут свидетельствовать об управленческих ошибках. Чем больше масштаб нештатной ситуации, тем на более высоком уровне в иерархической структуре управления была допущена ошибка. Разумеется, таким крупномасштабным ошибкам, как правило, предшествует и провоцирует крупные череды более мелких ошибок, допущенных на нижних управленческих уровнях. Таким образом, анализируя распределение чрезвычайных ситуаций по размерам,

можно сделать косвенный вывод о распределении ошибок управления.

Как показано на рис. 6, распределение числа случаев разлива нефти в зависимости от числа вылившихся галлонов, также как и распределение ошибок в вышеописанной иерархической структуре, подчиняется степенному закону. Поэтому, можно говорить (пусть с некоторой долей осторожности) о том, что предложенная модель иллюстрирует механизмы, приводящие к появлению разномасштабных ошибок управления.

На основе предложенной модели можно дать некоторые рекомендации по организации иерархических структур управления различными социальными институтами. В частности, можно дать ряд рекомендаций по объединению двух организаций в одну, более крупную. Предположим, что существуют однотипные иерархические структуры (рис. 7, а), например, два вуза, которые следует объединить в одну, более крупную структуру. Понятно, что возможны два «крайних» варианта: либо осуществляется кардинальное переподчинение сотрудников на самом низовом уровне (*вариант А*, рис. 7, б), либо две структуры просто «складываются», подчиняясь одному руководителю (*вариант Б*, рис. 7, в). (Разумеется, возможны и промежуточные варианты, которые в данной работе не рассматриваются.) Какой из двух вариантов является более предпочтительным с точки зрения уменьшения числа «крупномасштабных» ошибок?

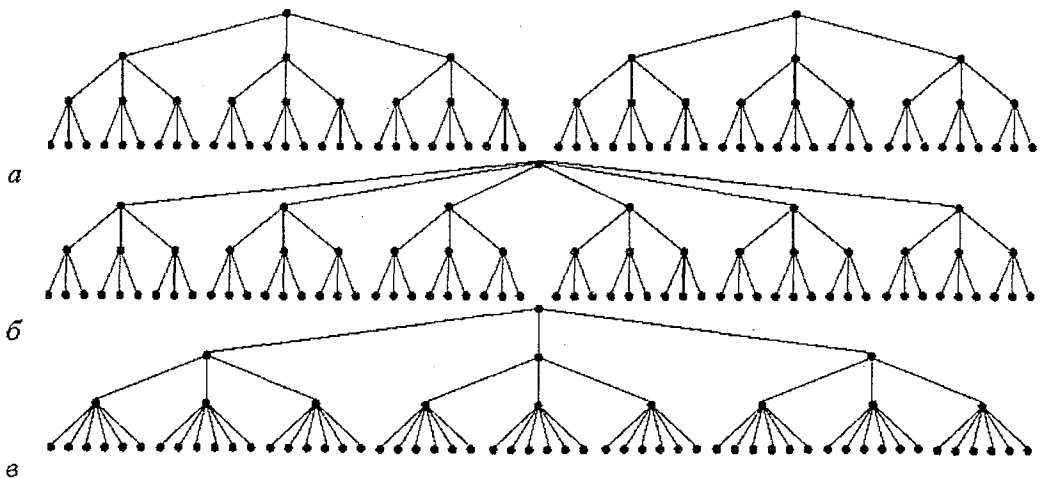


Рис. 7. Возможные варианты объединения двух идентичных иерархических структур

Результаты моделирования объединения двух одинаковых иерархических структур

Уровень	Вариант А		Вариант Б	
	Масштаб ошибки	Число ошибок	Масштаб ошибки	Число ошибок
0	1	1201	1	1249
1	10	146	5	188
2	50	14	25	20
3	250	1	125	2
4	1250	0	625	0
5	6250	0	6250	0

Структура имеет 6 уровней иерархии, в подчинении у элемента j -го уровня находятся $n_j=5$ элементов $(j-1)$ -го уровня ($j=1, \dots, 5$). В варианте А объединение производится на самом низком уровне ($n_1=10$, $n_j=5$, $j=2, \dots, 5$), в варианте Б объединение осуществляется формальным подчинением двух структур руководителю высшего уровня ($n_j=5$, $j=1, \dots, 4$, $n_5=10$)

Предложенная модель показывает, что вариант А оказывается более предпочтительным. В таблице приведено среднее число ошибок, возникающих на каждом иерархическом уровне модели для каждого из рассматриваемых вариантов. В случае, когда осуществляется переподчинение сотрудников обеих структур на самом низшем уровне, число ошибок на j -м иерархическом уровне оказывается меньше, чем при простом «сложении» структур и подчинении их одному руководителю.

Из таблицы видно, что число ошибок на высших уровнях иерархии оказывается равным нулю. Однако, при дальнейшем увеличении числа элементов на низшем уровне иерархии существенно возрастает число ошибок, что инициирует ошибки на высших иерархических уровнях. Следовательно, у подобных иерархических структур с фиксированным числом уровней иерархии существует вполне определенный предельный размер, при превышении которого они перестают эффективно функционировать.

Таким образом, предложенная в работе модель, с одной стороны, дает объяснение степенного закона распределения аварий в техногенных системах, а с другой стороны, позволяет выработать ряд рекомендаций по формированию эффективных управленческих структур. Вполне вероятно, что дальнейшие исследования в этом направлении могут оказаться весьма интересными и плодотворными.

В заключение, авторы выражают признательность профессору Д.А. Усанову за проявленное внимание к данной работе.

Работа выполнена при поддержке РГНФ (грант № 00-06-00268а), ФЦП «Интеграция» (проект А0057/2000) и программы «Университеты России. Фундаментальные исследования».

Библиографический список

1. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 59, № 4. P. 381.
2. Adami C. Self-organized criticality in living systems // Phys. Rev. Lett. A. 1995. Vol. 203. P. 29.

3. Roters L., Lübeck S., Usadel K.D. Critical behavior of a traffic flow model// Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59. P. 2673.

4. Per Bak, Kim Sneppen. Punctuated equilibrium and criticality in a simple model of evolution // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71, № 24. P. 4083.

5. Sole R.V., Manrubia S.C. Extinction and self-organized criticality in a model of large-scale evolution// Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54, № 1. P. R 42.

6. Newman M.E.J. A model of mass extinction// J. Theor. Biol. 1996. Vol. 189. P. 235.

7. Анфиногентов В.Г., Короновский А.А., Храмов А.Е. Некоторые модели класса решеточных газов, связанные с описанием численности популяций // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2000. Т. 8, № 4. С.74.

8. Сайт базы данных <http://www.uscg.mil/hq/g-m/nmc/responce/stats/aa.htm>

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 3.11.2000

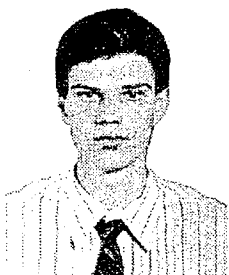
SELF-ORGANIZED CRITICALITY IN HIERARCHICAL MANAGEMENT STRUCTURES

A.A. Koronovskiy, A.E. Hramov

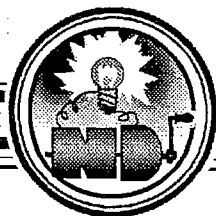
This work deals with the hierarchical systems. It is shown that these systems demonstrate the self-organized criticality phenomena.



Короновский Алексей Александрович – родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой жизнедеятельности, в том числе нелинейная динамика социально-экономических процессов. Опубликовал в соавторстве с профессором Д.И. Трубецковым монографию «Нелинейная динамика в действии» (Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996). Автор ряда статей в центральной печати.



Храмов Александр Евгеньевич – окончил Саратовский госуниверситет (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности радиофизика (1999). Доцент кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных систем, методы анализа и моделирования динамических систем, мощная СВЧ-электроника.
E-mail: aeh@cas.ssu.runnet.ru



РЕШЕТКА СВЯЗАННЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ С НЕОДНОРОДНОЙ ДИФФУЗИЕЙ КАК ВОЗМОЖНАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕГРАЦИИ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

Е.С. Мчедлова

На основе идей и методов нелинейной динамики проводится качественный анализ процессов самоорганизации и интеграции вузов. Базовой моделью служит решетка связанных логистических отображений с кратковременным внешним воздействием, реализующим дополнительный диффузионный механизм. Проводится численный анализ динамики системы и интерпретация результатов для разных значений управляющих параметров.

Введение

В последнее время математические модели и методы, являющиеся достоянием точных наук, все в большей степени находят применение в науках социальных. Этот процесс во многом обязан синергетике как междисциплинарному научному направлению, выявляющему и объединяющему общее в разном [1–3]. Так, сложную социальную систему, состоящую из множества элементов и обладающую всевозможными связями, можно рассматривать с позиций физики открытых систем и нелинейной динамики.

Несомненно, что высшая школа (вместе с ее неотъемлемой научной компонентой) является открытой системой, в которой существуют информационные, финансовые, кадровые потоки, а также является системой неравновесной, поскольку процессы самоорганизации изнутри и управления извне со всей очевидностью отдалают ее от равновесного состояния. Подобные рассуждения, в частности, были положены в основу при моделировании динамики науки и эволюции научных направлений [4,5].

Обращаясь к моделированию процессов самоорганизации и интеграции в системе вузов, отметим сразу, что не ставится задача количественных оценок и прогнозов. Речь идет лишь о качественной интерпретации результатов моделирования и их сопоставлении с реальностью.

Подобный качественный анализ оправдан тем, что, во-первых, позволяет проанализировать возможные пути развития, и, возможно, скорректировать модельные представления. Во-вторых, количественные характеристики и параметры высшей школы как социальной системы носят специфический характер. Так, например, легко определить численность сотрудников и объемы финансирования, и достаточно трудно определить уровень развития научной компоненты, степень инноваций, или, наконец, установить соответствие между

количеством публикаций и качеством научного продукта. И, в-третьих, на данном этапе специфика исследуемой проблемы позволяет проводить только качественный анализ: процесс интеграции начался относительно недавно, в различных регионах протекает по-разному [6] и на текущий момент не может считаться завершенным.

Математическая модель

Решетки связанных отображений оказались весьма продуктивны как при описании сложной пространственно-временной динамики систем различной природы, так и с феноменологической точки зрения [7–11]. В ряде случаев решеточные модели используют как дискретные аналоги непрерывных распределенных систем хотя бы по той причине, что они достаточно хорошо описывают характерные явления в них и позволяют видеть основные закономерности. В нашем случае применение решетки оправдано еще и тем, что

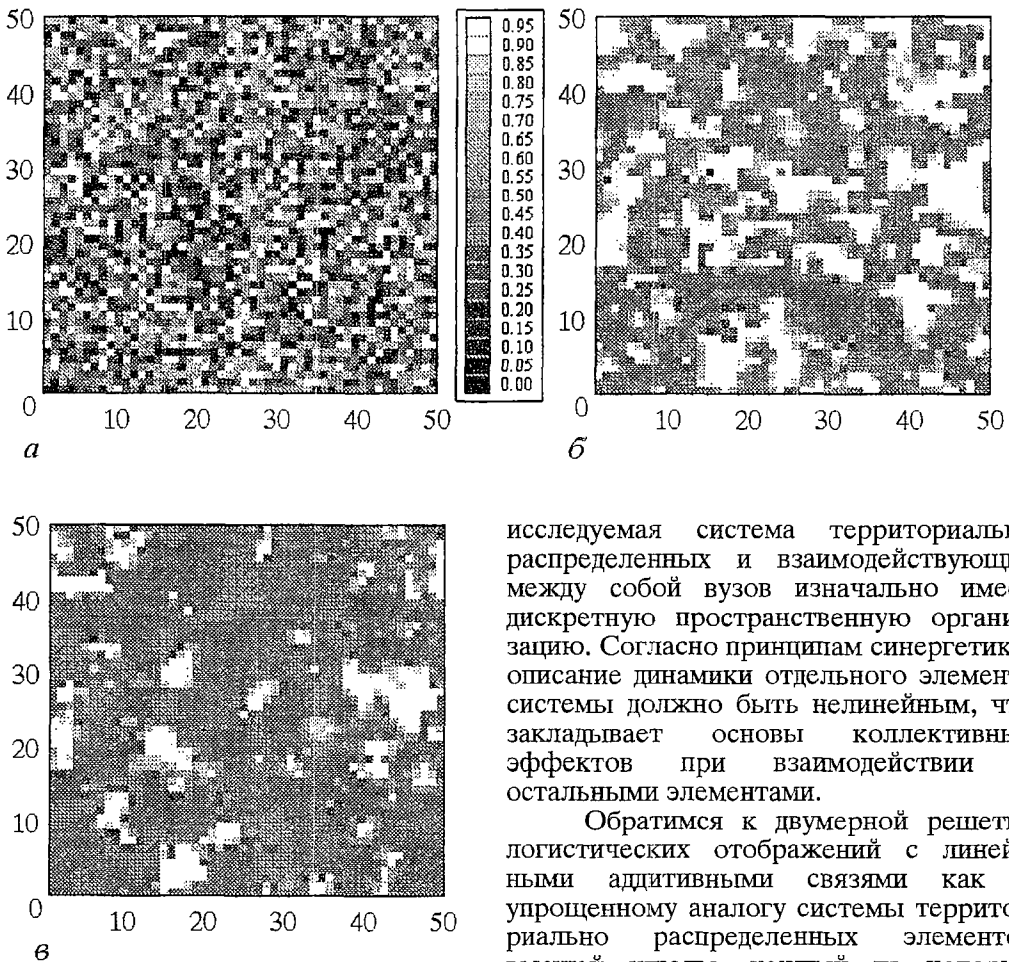


Рис. 1. Пространственные диаграммы состояния решетки (1), $\lambda=3.3$, $\epsilon=0.18$. *a* – начальная конфигурация, $n=0$; *б* – конфигурация, возникшая после 50 итераций; *в* – конфигурация, возникшая после 60 итераций в решетке, подверженной интеграционным преобразованиям на интервале дискретного времени $20 \leq n < 30$

исследуемая система территориально распределенных и взаимодействующих между собой вузов изначально имеет дискретную пространственную организацию. Согласно принципам синергетики, описание динамики отдельного элемента системы должно быть нелинейным, что закладывает основы коллективных эффектов при взаимодействии с остальными элементами.

Обратимся к двумерной решетке логистических отображений с линейными аддитивными связями как к упрощенному аналогу системы территориально распределенных элементов высшей школы, каждый из которых явным образом взаимодействует с ближайшими соседями:

$$x_{i,j}^{n+1} = \lambda x_{i,j}^n (1 - x_{i,j}^n) + \epsilon 0.25 (x_{i-1,j}^n + x_{i+1,j}^n + x_{i,j-1}^n + x_{i,j+1}^n), \quad (1)$$

где i, j – пространственные координаты; n – дискретное время; x_{ij}^n – безразмерная переменная, характеризующая состояние элемента решетки с координатами (i, j) в момент времени n ; λ – параметр нелинейности; ε – величина связи. Граничные условия полагались периодическими, начальные задавались в интервале $[0;1]$ случайно с равномерным распределением.

Известно, что в системе (1) при определенных сочетаниях параметров связи и нелинейности с течением времени возникают пространственно локализованные состояния – структуры, также называемые доменами, которые представляют собой группы осцилляторов решетки, колеблющихся синфазно. На рис. 1, б представлена пространственная диаграмма состояния решетки в n -й момент времени. Градациями серого цвета отмечены величины безразмерных переменных x_{ij} , начальное состояние решетки изображено на рис. 1, а.

Отметим сразу, что при данном способе организации решетки, если имеют место структуры, то они носят характер весьма длительного переходного процесса, который предшествует установлению синфазных колебаний по всему пространству решетки.

В контексте сравнения модели с реальной системой интересны именно эти переходные процессы, так как реальная система лишь гипотетически может прийти к абсолютно однородному состоянию, но практически этого не происходит, что на модельном уровне можно объяснить появлением в системе новых факторов, элементов, связей и внешних воздействий. Открытая система допускает подобное многообразие, но учесть все факторы, определяющие эволюцию открытой системы на относительно большом интервале времени в рамках одной модели, пусть даже качественной, вряд ли возможно. В особенности сказанное относится к социальным системам, когда трудно провести формализацию и сделать количественные оценки.

Поэтому мы ставим реальную задачу качественного анализа эволюции модельной системы на конечном временном интервале в зависимости от ограниченного набора интересующих нас факторов.

Схема интеграционного взаимодействия

Моделирование интеграционных процессов проводилось на основе системы (1) с применением следующего алгоритма. По всему пространству взаимодействия осуществлялся поиск локальных максимумов $x_{ij\max}$ по отношению к ближайшим соседним элементам, проводилось усреднение значений пяти соответствующих элементов

$$\bar{x} = 0.2(x_{ij} + x_{i-1,j} + x_{i+1,j} + x_{i,j-1} + x_{i,j+1})$$

и каждому из пяти указанных элементов присваивалось значение \bar{x} . В известном приближении такую процедуру можно считать аналогом интеграции территориально близких элементов системы образования – субъектов интеграции вокруг элемента с наилучшими показателями в данной локальной области (рис. 2). Следует отметить, что по отношению ко всей системе подобное преобразование не является простым усреднением, когда целое есть сумма частей (другими словами, когда выполняется принцип суперпозиции), поскольку решетка имеет собственную динамику, которая существенно нелинейна: каждый элемент описывается нелинейным разностным уравнением и присутствуют связи. С физической точки зрения преобразование можно интерпретировать как внесение в систему дополнительного диффузионного механизма.

Описанную процедуру, которую в дальнейшем будем называть *интеграционным преобразованием*, можно выполнять на каждом шаге численного счета в течение конечного интервала времени. Под воздействием преобразования решетка сравнительно быстро (порядка десяти шагов дискретного времени)

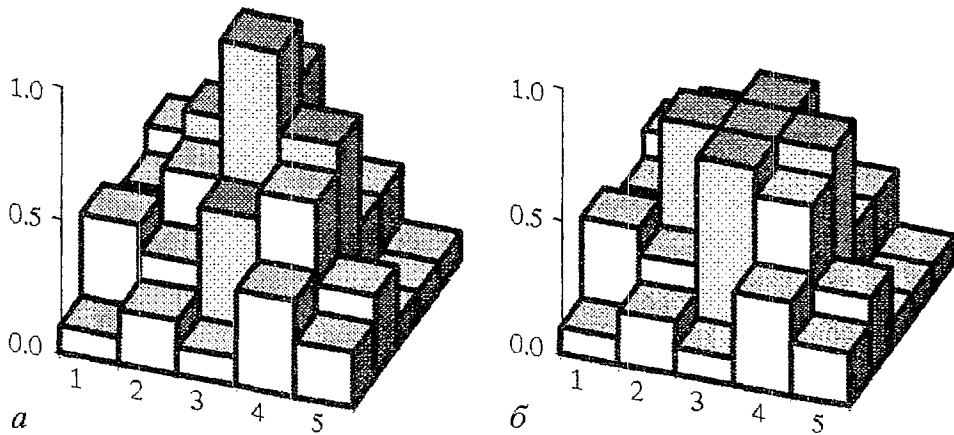


Рис. 2. Схематичное изображение интеграционного преобразования

приходит к некоторому пространственно-структурированному стационарному состоянию (рис. 3). Применение описанного алгоритма интеграционного преобразования в последующие моменты времени не представляет интереса, так как не приводит к каким-либо изменениям состояния решетки.

Результаты численного моделирования и их интерпретация

Прежде чем изучать влияние на систему интеграционных преобразований, обратимся к закономерностям динамики автономной решетки. Численный эксперимент показывает (сравните рис. 1, б, рис. 4, а и рис. 5, в), что чем больше значение параметра λ^* , то есть чем сложнее динамика отдельного элемента и чем в больших пределах изменяется амплитуда колебаний, тем при меньших величинах связи ϵ в системе образуются структуры, тем сложнее их форма и больше их количество. По мере увеличения λ пространственный масштаб структуры становится более мелким по сравнению с характерным геометрическим размером самой решетки.

При сравнительно малых или сравнительно больших значениях параметра связи образования структур не происходит (рис. 5, а, д), так как в первом случае коллективные воздействия недостаточны для установления синфазных колебаний элементов решетки, а во втором – решетка демонстрирует пространственно-временной хаос.

Не вызывает сомнения, что перечисленные особенности носят характер универсальных закономерностей для большого класса реальных распределенных систем, в том числе социальных.

Рассмотрим, что же происходит, когда к исследуемой системе (1) применяется описанный выше механизм интеграционных преобразований. Оговоримся сразу, что проводимые ниже рассуждения и аналогии следует расценивать как предположения о возможных путях развития распределенной социальной системы на основе модельных представлений весьма общего свойства.

В случае, когда динамика отдельного элемента в решетке относительно проста ($\lambda=3.3$), интеграционные преобразования, внесенные в систему в интервале дискретного времени $20 \leq n < 30$, приводят к образованию четко выраженных пространственно локализованных участков с синфазными колебаниями (рис. 1, в).

* Параметр нелинейности выбирался от $\lambda=3.3$, что соответствует колебаниям с периодом 2, до $\lambda=3.569$, что немного меньше критического значения, когда колебания могут носить хаотический характер.

Пространственная конфигурация полученных структур существенно проще той, что возникает в результате самоорганизации (сравните с рис. 1, б).

По мере усложнения колебаний отдельных элементов решетки ($\lambda=3.5$) происходит увеличение числа образовавшихся структур, а границы самих структур становятся менее четкими (рис. 4, б). Как уже было сказано ранее, после внесения в систему интеграционных преобразований структуры в решетке носят переходный характер, что иллюстрируется рис. 4, в, г, и, если интересоваться

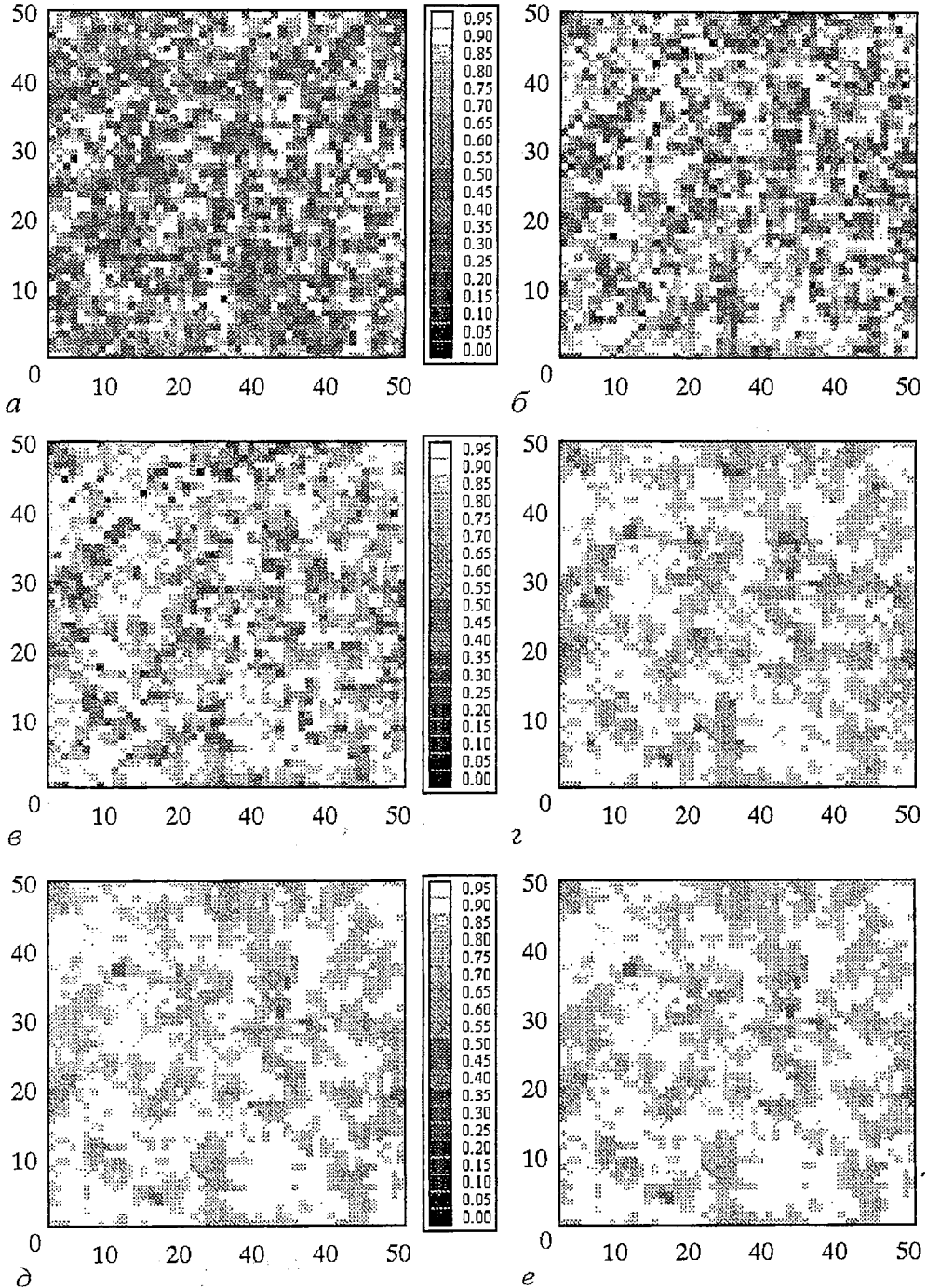


Рис. 3. Последовательные стадии процесса «интеграции» элементов решетки $\lambda=3.3$, $\epsilon=0.1$

предельным случаем, когда система придет к однородному состоянию, то при наличии интеграционных преобразований это состояние будет достигнуто существенно быстрее.

Следует также отметить, что внесение интеграционных преобразований в систему с уже образовавшимися в результате самоорганизации структурами не вызывает в системе существенных изменений (сравните рис. 4, в и д).

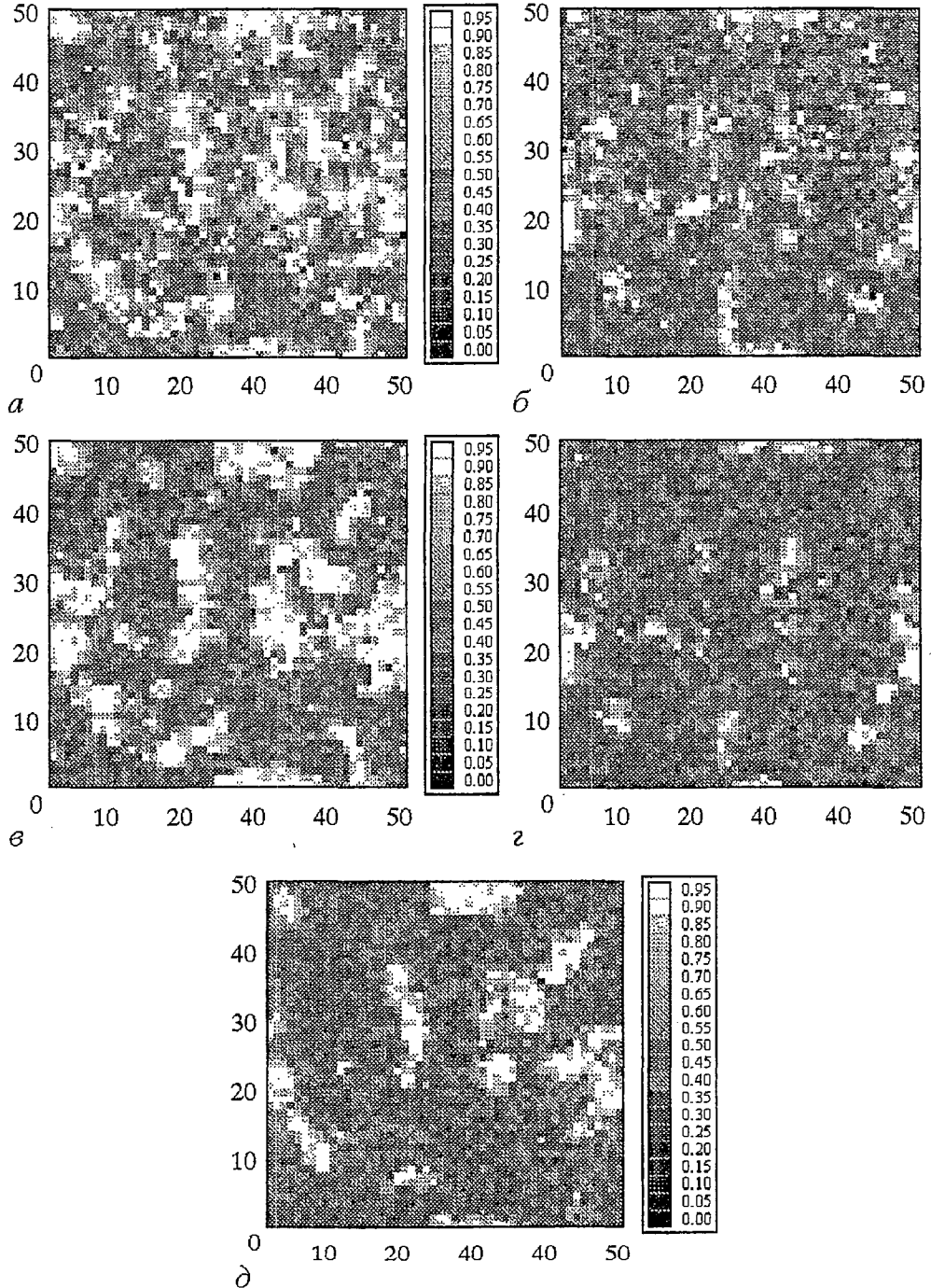


Рис. 4. Пространственные диаграммы состояния решетки (1), $\lambda=3.5$, $\epsilon=0.1$. а, в – автономная система без дополнительных воздействий; б, г – интеграционные преобразования при $20 \leq n < 30$; д – интеграционные преобразования при $50 \leq n < 60$

При дальнейшем увеличении параметра λ , вплоть до критического, соответствующего точке накопления логистического отображения (рис. 5), тенденция к увеличению числа структур и «размыванию» их границ сохраняется (рис. 5, г). Пространственные конфигурации (структуры, их форма и взаимное

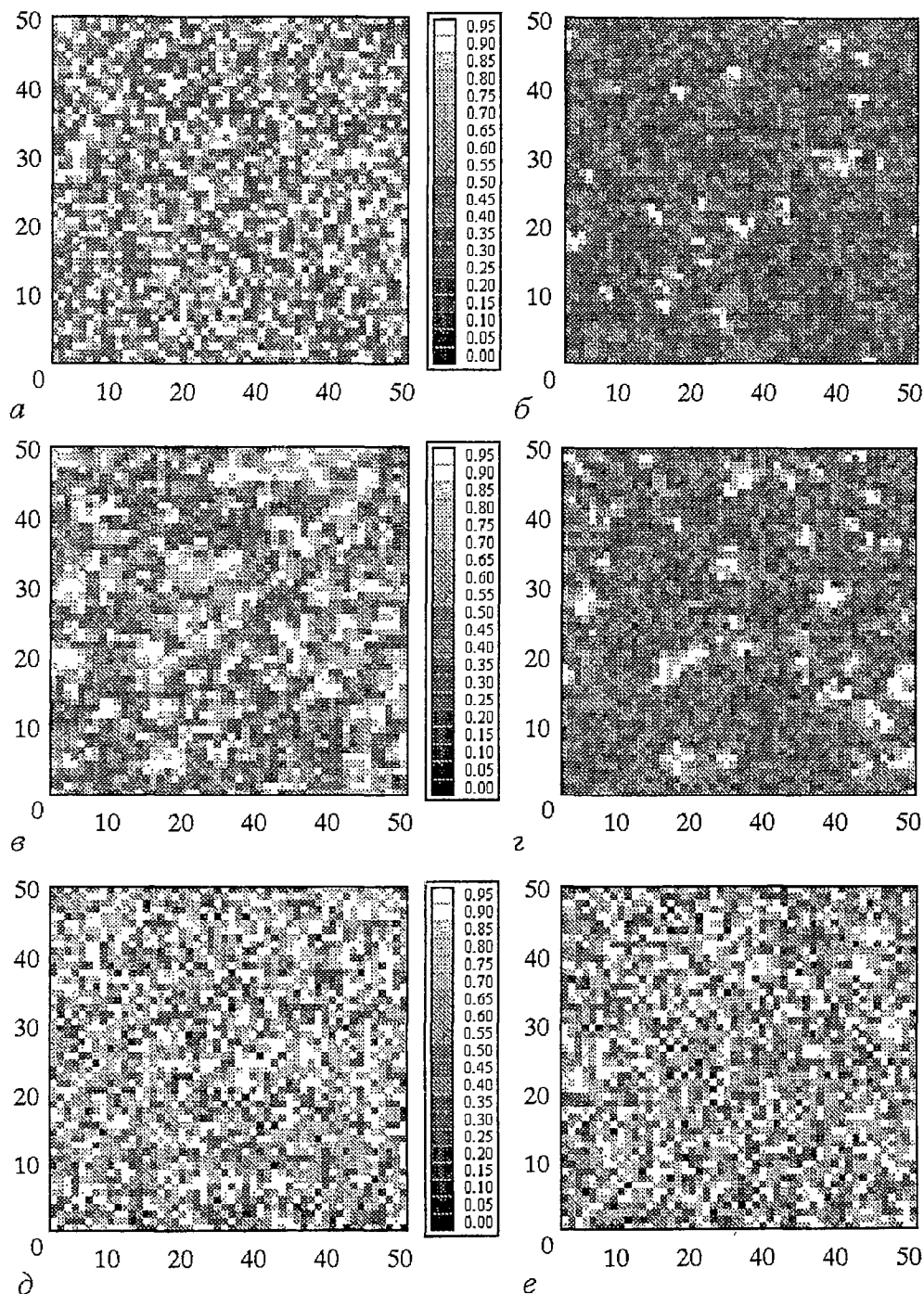


Рис. 5. Пространственные диаграммы состояния решетки (1) при различных значениях параметра связи ϵ : *a*, *б* – 0.01; *в*, *г* – 0.05; *д*, *е* – 0.1. Параметр нелинейности $\lambda=3.569$. Левая колонка – результат эволюции автономной решетки, правая – решетки с интеграционными преобразованиями в интервале времени $20 \leq n < 30$

расположение) в такой решетке становятся более сложными, что в большей степени соответствует представлениям о реальной системе территориально распределенных элементов высшей школы, когда динамика отдельного элемента является достаточно сложной, поэтому остановимся на этом случае более подробно.

Когда связь между элементами решетки мала, образования структур не происходит (рис. 5, а), но если систему подвергнуть интеграционным преобразованиям, в ней впоследствии образуются пространственно локализованные участки с синфазными колебаниями, причем количество участков с четко выраженными противофазными колебаниями мало (рис. 5, б).

Применительно к реальной системе вузов элементы системы, колеблющиеся противофазно по отношению к ее большей части можно интерпретировать как элементы, отличающиеся от большинства, как носители закономерного разнообразия в социальной системе; это не означает, что они хуже или лучше — они другие. Автономная система со случайными начальными условиями в процессе самоорганизации демонстрирует приблизительно равные по площади участки, колебания в которых противоположны по фазе (рис. 5, левый столбец), поэтому для нее не имеет значения интерпретация соотношения фаз.

Возвращаясь к случаю малой связи, отметим также, что образующиеся в результате интеграции структуры имеют малый пространственный масштаб; практически они включают в себя только ближайших по пространству соседей субъекта интеграции, с которыми он непосредственно граничит. Этот эффект объясняется тем, что при малых связях или в пределе при их отсутствии решетка вырождается в совокупность разрозненных элементов, собственная динамика решетки как распределенной системы фактически отсутствует. Механизм интеграционного преобразования сам по себе ни в коей мере не заменяет связи в системе, лишь в некоторой степени компенсируя недостаток пространственной организации. Таким образом, наблюдаемые в системе мелкие структуры есть следствие неоднородной диффузии, лежащей в основе интеграционного механизма, и не имеют отношения к эффектам самоорганизации.

При тех значениях связи, которые соответствуют образованию структур в автономной системе, после применения интеграционных преобразований остаются структуры, но их количество существенно меньше (рис. 5, г). В отличие от структур, являющихся продуктом самоорганизации (рис. 5, в), «интеграционные» структуры расположены относительно далеко друг от друга, не соединены в пространстве «интерфейсами» (тонкими областями синфазных колебаний) и редко объединяют большое число элементов. Численный эксперимент показывает, что применение интеграционного преобразования в данном случае существенно ускоряет процесс установления в решетке пространственно однородного состояния с синфазными колебаниями по всему пространству взаимодействия.

Если связь между элементами относительно велика (рис. 5, д, е), в решетке реализуется существенно неоднородное пространственное состояние, изменяющееся во времени. В этом случае интеграционные преобразования не оказывают сколь-либо заметного влияния на дальнейшую эволюцию, за исключением очень короткого интервала времени после окончания их воздействия на систему, в течение которого в системе снова восстанавливается сложная пространственно-временная динамика.

В заключение отметим, что идентичность элементов решетки и однородность связи между элементами в пространстве взаимодействия являются одними из наиболее существенных упрощений, которые могут быть учтены при дальнейшем исследовании, но в то же время являются полезными на этапе предварительного анализа и построения качественных соответствий.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (грант 99-02-16016) и гранта Министерства образования.

Библиографический список

1. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М.: Наука, 1997. 285 с.
2. Короновский А.А., Трубецков Д.И. Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1995. 130 с.
3. Пойзнер Б.Н. О субъекте самоорганизации // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1996. Т.4, № 1.
4. Яблонский А.И. Математические модели в исследовании науки. М.: Наука, 1986. 352 с.
5. Качак В.В., Мchedlova Е.С. Модель взаимодействия двух научных направлений с учетом ограничения экспоненциального роста достижений// Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т.6, № 2. С. 85.
6. Трубецков Д.И., Кузнецов Н.И., Усанов Д.А. Интеграция – бремя ожиданий: Социально-экономические аспекты интеграции в системе образования и науки. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1998. 72 с.
7. Кузнецов С.П. Бифуркации удвоения в простой модели распределенной системы // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т.25, №11. С.1364.
8. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. Критическая динамика решеток связанных отображений у порога хаоса // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 10, 11, 12. С. 10795.
9. Waller I., Kapral R. Spatial and temporal structure in system of coupled non-linear oscillators// Phys. Rev. A. 1984. Vol. 30, № 4. P. 2047.
10. Kaneko K. Period doubling of kink-antikink patterns, quasiperiodicity in anti-ferro-like structures and spatial intermittency in coupled logistic lattice// Prog. Theor. Phys. 1984. Vol. 72, № 3. P. 480.
11. Kaneko K. Theory and applications of coupled map lattices. New York: Wiley. 1993. 195 P.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 7.09.2000

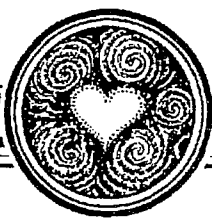
COUPLED MAP LATTICE WITH NON-UNIFORM DIFFUSION AS A POSSIBLE MODEL FOR EFFECTS OF INTEGRATION IN UNIVERSITY STRUCTURE

E.S. Mchedlova

On the basis of ideas and methods of nonlinear dynamics the qualitative analysis of self-organization and integration processes in universities structure is carried out the lattice of coupled logistic maps with additional diffusion mechanism is realized. The numerical analysis of system dynamics and results interpretation are performed for different values of control parameters.



Мchedlova Елена Сумбатовна – окончила Саратовский государственный университет (1993). Кандидат физико-математических наук (1996). Работает научным сотрудником ГосУНЦ «Колледж» Саратовского госуниверситета. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных систем, компьютерное моделирование в физике и биологии, методы анализа динамических систем. Автор ряда работ по построению и исследованию моделей структурированных потоков со сверхизлучением, изучению взаимодействий в больших ансамблях связанных автоколебательных систем. E-mail: esm@cas.ssu.runnet.ru



АВТОКОЛЕБАНИЯ В ДИССИПАТИВНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ ЦЕПОЧКЕ ТОДЫ

П.С. Ланда, В.Г. Ушаков, В. Эбелинг

Исследуются различные моды автоколебаний в кольцевой цепочке Тоды с дополнительным отрицательным трением. Предполагая, что при малой диссипации форма автоколебаний близка к форме солитоноподобных решений, найденных Тодой, вычисляются стационарные значения параметров автоколебаний. Показано, что цепочка, состоящая из N элементов, имеет $N+1$ различных мод автоколебаний. Среди них две моды соответствуют вращению цепочки как целого вправо и влево с постоянной скоростью. Каждая из остальных мод представляет собой комбинацию движущегося «солитона» и вращения с постоянной скоростью, зависящей от номера моды. Только для моды, в которой соседние элементы колеблются в противофазе, постоянная составляющая скорости равна нулю. Заметим, что эта мода существует только при четном N .

Введение

Цепочки однородных осцилляторов с экспоненциальным взаимодействием были впервые исследованы Тодой [1–3]. Позже было обнаружено, что уравнения с потенциалом Тоды являются общими для большого числа физических систем. Такие уравнения, например, встречаются при решении задач о самосинхронизации мод в лазерах [4].

Поскольку уравнения Тоды являются полностью интегрируемыми [5], то в них возможно появление стационарных «волн», подобных солитонам в сплошных средах. Частное решение уравнений Тоды, описывающее такие «солитоны», было найдено в [2]. Однако, как показали наши исследования, даже при численном моделировании уравнений Тоды получить такие решения трудно, так как в широком диапазоне начальных условий колебания в системе имеют хаотический характер. Это связано с высокой чувствительностью данной системы как к слабому шуму (роль такого шума при численном моделировании играют ошибки округления), так и к малым отклонениям системы от полностью интегрируемой (в частности, такие отклонения возникают потому, что при вычислении экспонент, входящих в уравнения Тоды, используется разложение в ряд Тейлора и принимается во внимание только ограниченное, хотя и достаточно большое число членов этого ряда). Тот факт, что малые отклонения от интегрируемости могут приводить к хаосу, был подмечен еще Хеноном и Хейлесом [6], которые рассматривали консервативную кольцевую цепочку Тоды из трех элементов и преднамеренно оставляли только первые члены разложения экспонент в ряд.

Очевидно, что солитоноподобные волны возможны не только в

консервативных цепочках Тоды, но и в близких к ним автоколебательных системах. Волны в таких системах получили название автосолитонов [7]. Следует отметить, что в последнее время появилась обширная литература по автосолитонам, содержащая как теоретические, так и экспериментальные исследования. Мы укажем здесь только две работы [8,9], имеющие прямое отношение к теме настоящей статьи.

Интересно, что внесение слабой диссипации в систему часто стабилизирует ее поведение, приводя к возможности наблюдения солитоноподобных волн как в численном, так и в физическом экспериментах. Автосолитоны в активных кольцевых цепочках Тоды численно были получены, по-видимому впервые, в [10,11].

Целью настоящей работы является более детальное исследование различных мод автоколебаний в активной кольцевой цепочке Тоды с использованием аналитических методов. Будет показано, что такая цепочка, состоящая из N элементов, имеет $N+1$ мод, две из которых соответствуют равномерному вращению всей цепочки вправо и влево.

1. Уравнения автоколебательной цепочки Тоды

Рассмотрим кольцевую цепочку, состоящую из N шариков массы m , соединенных нелинейными пружинками. Расстояние между соседними шариками

$$z_j = x_j - x_{j-1} \quad (1)$$

определяет растяжение j -й пружинки (см. [12]). Запишем уравнения такой цепочки, введя дополнительные малые диссипативные члены

$$m\ddot{x}_j + \alpha[f(z_{j+1}) - f(z_j)] = m\mu(a - \gamma^2 \dot{x}_j^2)\dot{x}_j, \quad j=1,2,\dots,N, \quad (2)$$

где $f(z) = -(1 - e^{-\gamma z})$. Нелинейная функция $\alpha f(z)$ описывает силу упругости пружин. Члены $m\mu\alpha\dot{x}_j$ отвечают за отрицательное линейное трение, приводящее к возбуждению автоколебаний, а члены $-m\mu\gamma^2\dot{x}_j^3$ описывают ограничение амплитуды этих автоколебаний. Для удобства перейдем к переменным $x'_j = \gamma x_j$ и в дальнейшем будем опускать штрихи. В результате уравнение цепочки примет вид

$$m\ddot{x}_j + \alpha\gamma[f(z_{j+1}) - f(z_j)] = m\mu(a - \dot{x}_j^2)\dot{x}_j, \quad j = 1,2,\dots,N, \quad (3)$$

где

$$f(z) = -(1 - e^{-z}) \quad (4)$$

Поскольку цепочка замкнута в кольцо, то для любого j должны выполняться условия

$$x_{j+N} = x_j, \quad \dot{x}_{j+N} = \dot{x}_j. \quad (5)$$

2. Солитоноподобные колебания в консервативной цепочке Тоды

Солитоноподобные колебания цепочки, описываемой уравнением (3) при $\mu=0$, были найдены Тодой [2]. Используем замену переменных, подобную той, которую сделал Тода

$$y_j = \alpha\gamma f(z_j)/m. \quad (6)$$

При такой замене уравнения (3) при $\mu=0$ переходят в

$$\dot{x}_j - y_j + y_{j+1} = C, \quad (7)$$

где C — произвольная постоянная. Совершая преобразования, подобные

изложенным в [12], получаем уравнения для y_j

$$\ddot{y}_j = (\dot{y}_j + \omega_0^2/4)(y_{j-1} - 2y_j + y_{j+1}), \quad (8)$$

где $\omega_0 = 2(\alpha\gamma/m)^{1/2}$. Частное решение уравнения (8), имеющее вид «бегущей волны» [12], выражается через эллиптическую дзета-функцию Якоби

$$y_j(t) = A \operatorname{zn}(\mathbf{K}(k)\xi_j/\pi, k), \quad (9)$$

где $\xi_j = \omega t - \beta j$, $\operatorname{zn}(\vartheta, k) = \int_0^\vartheta [\operatorname{dn}(x, k)]^2 dx - \mathbf{E}(k)\vartheta/\mathbf{K}(k)$ – эллиптическая дзета-функция Якоби [13], $\mathbf{K}(k)$ и $\mathbf{E}(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода, соответственно. Подставляя (9) в (8), находим уравнения, связывающие амплитуду A , модуль эллиптической функции k , частоту ω и сдвиг фаз β между колебаниями соседних элементов

$$A = \omega \mathbf{K}(k)/\pi, \quad (10)$$

$$\omega = \pi\omega_0/[2\mathbf{K}(k)]\{1 - [1 - \mathbf{E}(k)/\mathbf{K}(k)]\operatorname{sn}^2(\mathbf{K}(k)\beta/\pi, k)\}^{-1/2}\operatorname{sn}(\mathbf{K}(k)\beta/\pi, k). \quad (11)$$

Легко проверить, что (11) при малых k переходит в дисперсионное уравнение для соответствующей линейной цепочки.

Как видно из (7) и (9), скорость j -го шарика

$$\dot{x}_j(\xi_j) = F(\xi_j, k, \omega) + C, \quad (12)$$

где

$$F(\xi_j, k, \omega) = A [\operatorname{zn}(\mathbf{K}(k)\xi_j/\pi, k) - \operatorname{zn}(\mathbf{K}(k)(\xi_j - \beta)/\pi, k)]. \quad (13)$$

Очевидно, что $\dot{x}_j(t)$ является периодической функцией ξ_j с периодом 2π . При $k \rightarrow 1$ имеем $\mathbf{E}(k) \rightarrow 1$, $\mathbf{K}(k) \rightarrow \ln(4/(1-k^2)^{1/2})$, $\operatorname{dn}\vartheta \rightarrow 1/\cosh\vartheta$, $\operatorname{zn}\vartheta \rightarrow \tanh\vartheta - \vartheta/\mathbf{K}(k)$. Отсюда следует, что при $k \rightarrow 1$

$$\dot{x}_j(\xi_j) \approx \omega_0 [\mathbf{K}(k)]^{1/2}/2 \{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tanh(\mathbf{K}(k)(\xi_j + 2n\pi)/\pi) - \tanh(\mathbf{K}(k)(\xi_j + 2n\pi - \beta)/\pi) - \beta/\pi \} + C. \quad (14)$$

Формула (14) позволяет вычислить аналитически $x_j(\xi_j)$ для k , близких к 1,

$$x_j(\xi_j) \approx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \ln \{ \cosh(\mathbf{K}(k)(\xi_j + 2n\pi)/\pi) \cosh^{-1}(\mathbf{K}(k)(\xi_j + 2n\pi - \beta)/\pi) \} - \beta \mathbf{K}(k) \xi_j / \pi^2 - x_0 + Ct, \quad (15)$$

где

$$x_0 = 1/(2\pi) \int_0^{2\pi} \{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \ln [\cosh(\mathbf{K}(k)(\xi_j + 2n\pi)/\pi) \times \\ \times \cosh^{-1}(\mathbf{K}(k)(\xi_j + 2n\pi - \beta)/\pi)] - \beta \mathbf{K}(k) \xi_j / \pi^2 \} d\xi_j.$$

Из условия (5) можно найти возможные значения β

$$\beta = \beta_n = 2\pi n/N, \quad n = 0, \dots, N. \quad (16)$$

Следует отметить, что значениям $n=0$ и $n=N$ соответствуют решения $x_j=C$, описывающие равномерное вращение всей цепочки как целого в том или ином направлении. Таким образом, цепочка из N элементов имеет $N+1$ различных мод колебаний. Эти моды отличаются одна от другой по форме, амплитуде, частоте и сдвигу фаз между колебаниями соседних шариков. Примеры зависимостей \dot{x}_j и x_j от ξ_j для консервативной цепочки приведены на рис. 1 для $k=1-10^{-7}$ и двух значений β .

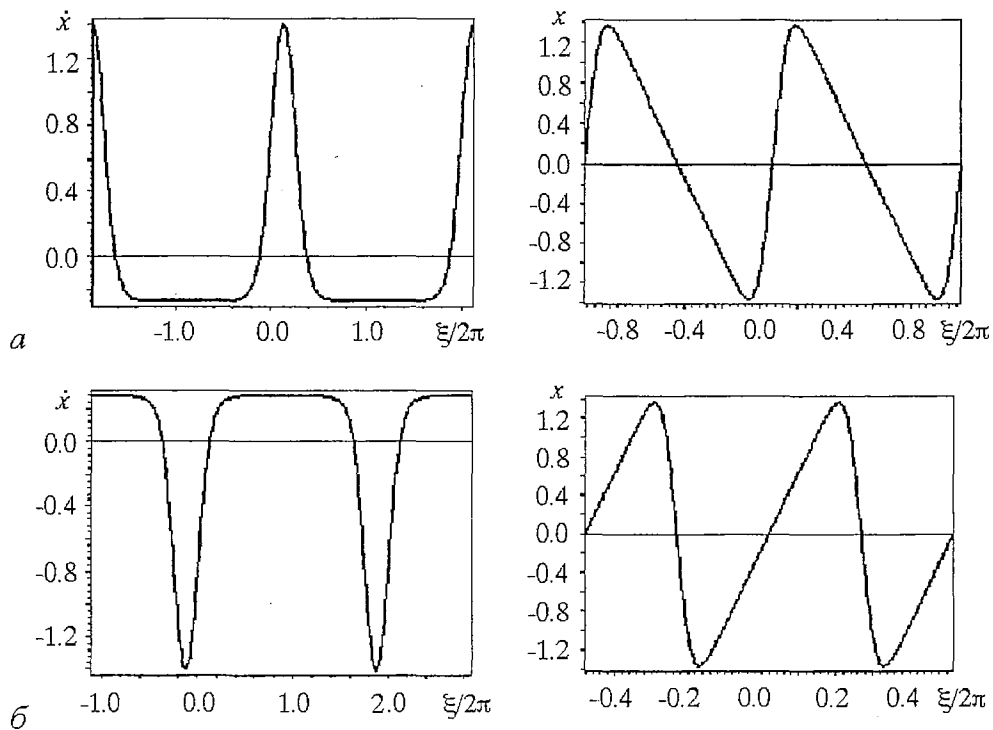


Рис. 1. Примеры зависимостей \dot{x}_j и x_j от $x=(\omega t - \beta j)/(2\pi)$ для $k=1-10^{-7}$: $a - \beta=\pi/4$, «светлые» солитоны; $b - \beta=7\pi/4$, «темные» солитоны

Как видно из рисунка, при увеличении β «светлые» солитоны сменяются «темными».

В активной цепочке, описываемой уравнениями (3), каждая из этих мод порождает соответствующий аттрактор. Эти аттракторы можно разделить на два типа. Первому типу соответствует равномерное вращение цепочки со скоростью $\pm a^{1/2}$. Второму типу – колебания, наложенные на равномерное вращение.

3. Приближенное вычисление амплитуд автоколебаний и скоростей вращения цепочки

В случае малой диссипации запишем порождающее решение для системы (3) в виде (12). Это решение включает две произвольные постоянные: модуль эллиптической функции k , который определяет амплитуду и форму автоколебаний для соответствующей моды, и C , определяющую скорость равномерного вращения всей цепочки. Из (12), (13) и уравнений (3) следует, что при $n=0$ и $n=N$ мы имеем $\dot{x}_j=C=\pm a^{1/2}$. Для определения k и C , соответствующих остальным модам, потребуем, чтобы законы сохранения энергии и импульса, справедливые для консервативной цепочки, в случае активной цепочки выполнялись в среднем за период колебаний. Такой подход подобен используемому Уиземом [14] для получения усредненных уравнений. Для удовлетворения первого требования для каждого j умножим j -е уравнение из системы (3) на \dot{x}_j , просуммируем все уравнения и усредним все по периоду. В результате получим

$$d/dt \sum_{j=1}^N \int_0^{2\pi} [x_j^2/2 + \omega_0^2 f(z_j)/4] d\xi_j = \mu \sum_{j=1}^N \int_0^{2\pi} (a - \dot{x}_j^2) \dot{x}_j^2 d\xi_j. \quad (17)$$

Для вычисления интегралов необходимо подставить в (17) решение (12) с учетом (13) и выражение

$$f(z_j) = 4\mathbf{K}(k)\omega^2/(\pi^2\omega_0^2)[\mathbf{K}(k)\operatorname{dn}^2(\mathbf{K}(k)\xi_j/\pi, k) - \mathbf{E}(k)].$$

При расчете интегралов k и C считаются константами. Легко видеть, что все слагаемые в (17) одинаковы. В результате получим одно из укороченных уравнений для k и C .

Другое укороченное уравнение найдем из усредненного закона сохранения импульса. Чтобы получить это уравнение, сложим уравнения (3), принимая во внимание, что, как следует из закона сохранения импульса для порождающего решения, $\sum_{j=1}^N [f(z_{j+1}) - f(z_j)] = 0$ и $\sum_{j=1}^N \partial F(\xi_j, k) / \partial \xi_j = 0$. Усредняя полученное уравнение по периоду, получим

$$\sum_{j=1}^N \overline{[\partial F / \partial k (dk/dt) + dC/dt]} = \mu / (2\pi) \sum_{j=1}^N \int_0^{2\pi} (a - \dot{x}_j^2) \dot{x}_j d\xi_j, \quad (18)$$

где

$$\overline{F} = 1 / (2\pi) \int_0^{2\pi} F(\xi_j, k, \omega) d\xi_j. \quad (19)$$

Здесь, как и в (17), все слагаемые одинаковы.

Поскольку определение левых частей уравнений (17) и (18) представляет большие вычислительные трудности, мы ограничимся только расчетом стационарных значений k и C для различных мод колебаний, приравнявая нулю правые части уравнений (17) и (18)

$$\int_0^{2\pi} (a - \dot{x}_j^2) \dot{x}_j^2 d\xi_j = 0, \quad (20)$$

$$\int_0^{2\pi} (a - \dot{x}_j^2) \dot{x}_j d\xi_j = 0. \quad (21)$$

Система уравнений (20), (21) для k и C была решена численно при $N=8$. Результаты представлены на рис. 2 и 3, где показаны зависимости стационарных значений модуля k и постоянной составляющей скорости C от номера моды. Следует отметить, что в случае $a=1.0$ и $\omega_0=1$ значения k очень близки к 1, что оправдывает применение приближенных формул. Увеличение ω_0 или уменьшение a приводит, в целом, к уменьшению k . В случае $a=0.1$ и $\omega_0=4$ для моды с номером $n=4$

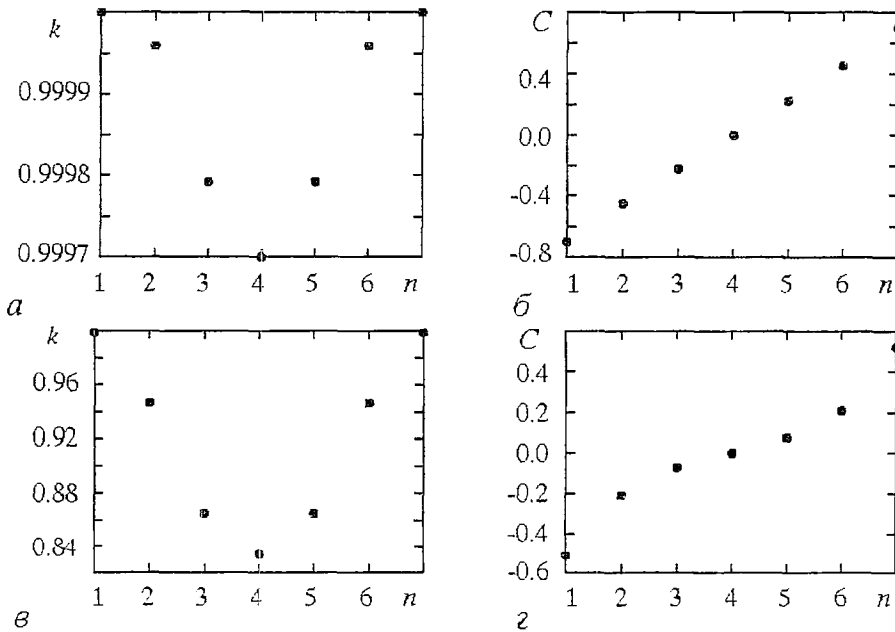


Рис. 2. Зависимости модуля эллиптических функций и постоянной составляющей скорости от номера моды при $a=1.0$: $\omega_0=1$ (а, б); $\omega_0=4$ (в, г)

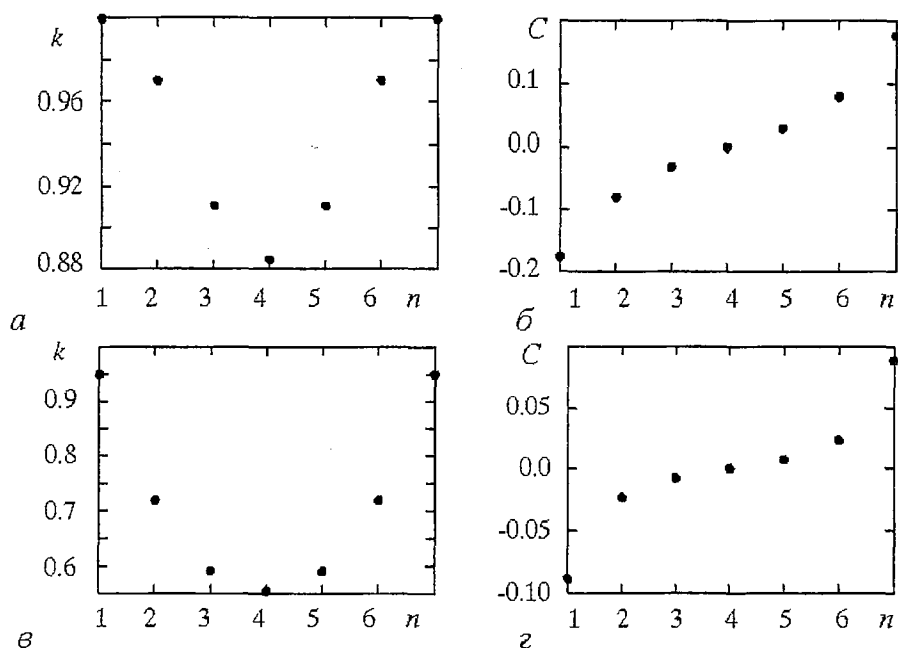


Рис. 3. Зависимости модуля эллиптических функций и постоянной составляющей скорости от номера моды при $a=0.1$: $\omega_0=1$ (а, б); $\omega_0=4$ (в, г)

значения k оказываются настолько малы, что возможна аппроксимация эллиптических функций соответствующими тригонометрическими. Из зависимости C от n видно, что только при $n=N/2=4$ постоянная составляющая скорости равна нулю. При этом соседние элементы колеблются в противофазе. Очевидно, что такой режим возможен только при четном N . С уменьшением a и увеличением ω_0 уменьшается диапазон изменения постоянной составляющей скорости.

На рис. 4 представлены результаты вычислений ω/ω_0 в зависимости от

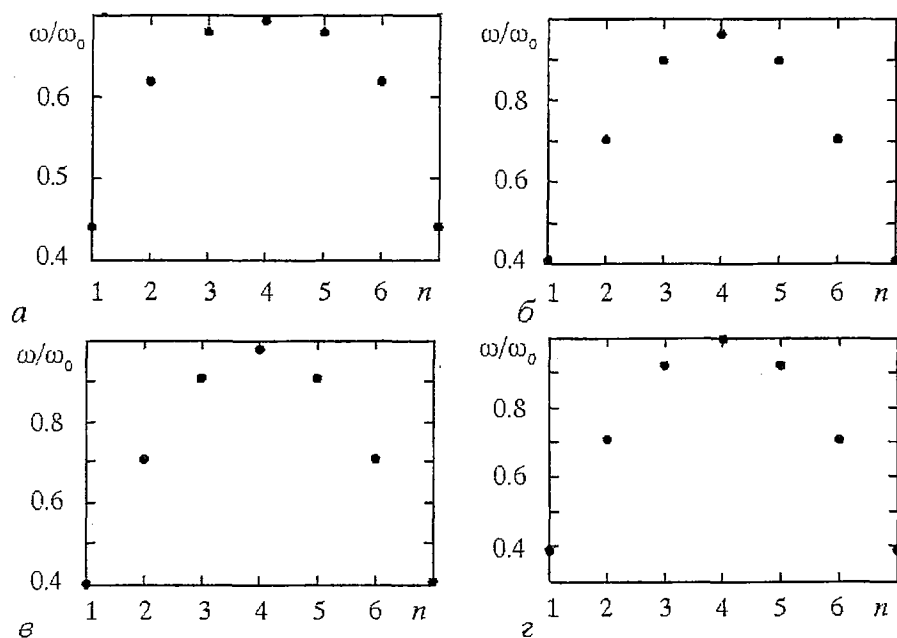


Рис. 4. Зависимости относительных частот колебаний ω/ω_0 от номера моды: а - $a=1.0$, $\omega_0=1$; б - $a=0.1$, $\omega_0=1$; в - $a=1.0$, $\omega_0=4$; г - $a=0.1$, $\omega_0=4$

номера моды по формуле (11) при рассчитанных значениях k . При увеличении номера моды частота колебаний сначала монотонно растет, достигая максимума при $n=4$, потом монотонно падает. Одной и той же частоте колебаний соответствуют две моды, расположенные симметрично относительно моды с $n=4$.

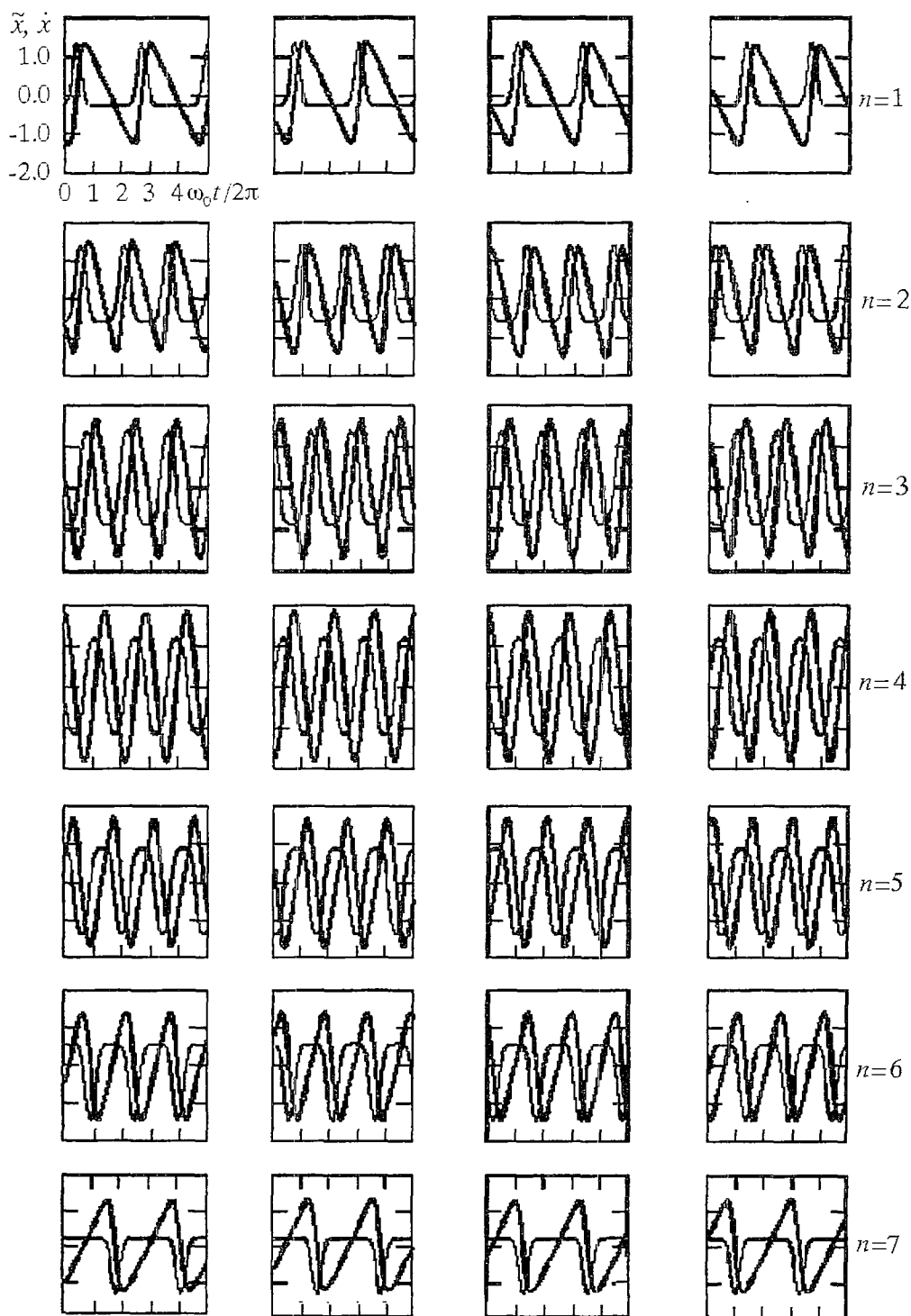


Рис. 5. Зависимости $x_j \approx x_j - Ct$ и \dot{x}_j для первых четырех шариков от $\omega_0 t / (2\pi)$ для всех возможных мод колебаний при $N=8$, $a=1.0$, $\omega_0=1$

На рис. 5 приведены зависимости $\tilde{x}_j = x_j - Ct$ и \dot{x}_j от $\omega_0 t / (2\pi)$ для первых четырех шариков и всех возможных мод колебаний (скоростям шариков соответствуют тонкие линии). Из графика видно, что колебания, соответствующие первой, второй, седьмой и шестой модам (имеющие наибольшие k), являются существенно негармоническими. Форма колебательной скорости шариков близка к светлому (при $n \leq 3$) или темному (при $n \geq 5$) солитонам.

Для проверки нашего метода расчета параметров автоколебаний мы проводили также численное решение исходных уравнений (3) при $N=8$; $\mu=0.1$; $a=1.0, 0.1$; $\omega_0=1, 4$. Значения скоростей вращения и амплитуд колебаний оказались очень близки к соответствующим значениям, вычисленным аналитически.

Заключение

В настоящей работе показано, что, используя решения для консервативной цепочки как порождающие и усредненные законы сохранения энергии и импульса, можно рассчитать формы автоколебаний, значения стационарных амплитуд и частот. Важно, что солитоноподобные колебания, которые трудно обнаружить в консервативной системе (даже при численном моделировании), проявляются в ней при внесении малой диссипации. Заметим, что рассмотренная автоколебательная система не является чисто теоретическим построением; подобные системы уже начали исследоваться экспериментально. Примером может служить аналоговая модель, состоящая из 6 электрических контуров [15]. Такие работы дают стимул к более глубоким теоретическим исследованиям диссипативных цепочек Toda, и мы надеемся, что подобные системы могут послужить прототипами для практического применения в новых устройствах.

Библиографический список

1. Toda M. Waves in nonlinear lattice// Progr. Theor. Phys. Suppl. 1970. № 45. P. 174.
2. Toda M. Studies of nonlinear lattice//Phys. Reports. 1975. Vol. 18, № 1. P. 1.
3. Toda M. Theory of Nonlinear Lattices, Springer, Heidelberg–Berlin 1981.
4. Ланда П.С., Выгодин В.А. О самосинхронизации мод в лазерах// Квантовая электроника. 1977. Т. 4, № 4. С. 769.
5. Hiron M. Integrals of the Toda lattice// Phys. Rev. B. 1974. Vol. 9, № 4. P. 1921.
6. Hiron M., Heiles C. The applicability of the third integral of motion; some numerical experiments// Astrophys. J. 1964. Vol. 69, № 1. P. 73.
7. Кернер Б.С., Осипов В.В. Автосолитоны. М.: Наука, 1991.
8. Christov C.I., Velarde M.G. Dissipative solitons// Physica D. 1995. Vol. 86. P. 323.
9. Linde H. et al. // J. Colloid Interface Sci. 1997. Vol. 188. P. 16.
10. Makarov V., Ebeling W., Velarde M. Soliton-like waves on dissipative Toda lattices// Int. J. Bifurc. & Chaos, в печати (2000).
11. Ebeling W., Erdmann U., Dunkel J., Janssen M. Nonlinear dynamics and fluctuations of dissipative Toda chains// J. Stat. Phys., в печати (2000).
12. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, 1997.
13. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1977.
14. Узем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
15. Makarov V., Del Rio E., Ebeling W., Velarde M. Oscillatory modes in an array of electrical Rayleigh – Toda circuits. Preprint Instituto Pluridisciplinar, UCM Madrid (2000).

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию 23.09.2000

SELF-OSCILLATIONS IN DISSIPATIVE RING TODA CHAIN

P.S. Landa, V.G. Ushakov, W. Ebeling

We study here different modes of self-oscillations in ring Toda chain with negative friction. Assuming that at small friction the shape of self-oscillations is close to one of the known Toda soliton-like solutions we use analytical methods in combination with numerical ones for study of the self-oscillations. We show that a Toda chain consisting of N elements possesses $N+1$ different modes of self-oscillations. Among them two modes correspond to left and right rotations of the chain as a whole with a constant velocity. Each of the other modes represents a combination of moving soliton and the rotation with a velocity depending on the mode number. Only for the mode corresponding to anti-phase oscillation of the chain neighboring elements (such oscillation are possible for an even N) the constant component of velocity is equal to zero.



Ланда Полина Соломоновна – родилась в 1931 году в Киеве, окончила физический факультет МГУ в 1953 году. С 1956 года работает на физическом факультете МГУ. Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в МГУ (1959) и доктора физико-математических наук в Горьковском госуниверситете (1972) в области теории колебаний и волн. Профессор, ведущий сотрудник МГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, радиофизика, применение методов нелинейной динамики в различных областях науки. Автор и соавтор пяти монографий по колебаниям и волнам, в том числе монографии «Стохастические и хаотические колебания», переведенной на английский язык, а также монографии «Нелинейные колебания и волны в динамических системах», вышедшей в издательстве «Kluwer» (Голландия). Член Национального комитета по механике (Россия). Опубликовала много научных статей по направлениям, указанным выше. Член редакционной коллегии журналов «Chaos, Solitons and Fractals» и «Прикладная нелинейная динамика».



Ушаков Вадим Геннадьевич – родился в 1977 году. В настоящее время – студент 6 курса физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Удостоен стипендии имени Леонарда Эйлера (1999), Соросовский студент (2000). Участник конференции «Ломоносов – 99». Имеет публикацию в Phys. Rev. E. Область научных интересов: автоколебания, стохастические процессы.



Вернер Эбелинг – окончил Ростокский университет (1958), профессор, заведующий кафедрой статистической физики Гумбольдского университета в Берлине. Известный физик-теоретик, один из ведущих специалистов по теории процессов самоорганизации и эволюции открытых неравновесных систем разной природы. Его ученики успешно работают во многих университетах и научных институтах. Имеет более 20 книг: от фундаментальных монографий по теории физики плазмы до научно-популярных книг по синергетике. Его книги неоднократно издавались на английском и на русском языках.



СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОННОЙ СВЯЗИ

С.Н. Владимиров, В.В. Негруль

В работе ставится и решается задача экспериментального исследования некоторых систем синхронной хаотической связи с целью сравнения их качественных и энергетических характеристик. Первая из рассмотренных систем представляла собой прямо-передающее устройство с аддитивным подмешиванием информационной компоненты к хаотической несущей, вторая – устройство с нелинейным введением информационной компоненты в источник хаотических колебаний, третья – структуру связи, сочетающую в себе аддитивное подмешивание на передающей стороне и синхронный хаотический отклик на приемной. В целях объективности сравнения полученных результатов анализируемые системы были реализованы на базе одной и той же радиофизической модели автогенератора с трехмерным фазовым пространством.

Натурные эксперименты показали, что при условии сохранения конфиденциальности передачи аналоговых сигналов для первых двух систем качество сигнала, восстанавливаемого в их приемных устройствах, примерно одинаково. Однако использование нетривиального подхода, заключающегося в объединении аддитивного подмешивания информационной компоненты на передающей стороне и синхронного хаотического отклика на приемной, позволяет существенно улучшить качество восстанавливаемой информационной компоненты и увеличить энергетический потенциал канала связи.

Введение

После установления факта, что движения $x_1(t)$, $x_2(t)$ двух динамических систем (источника детерминированных хаотических колебаний и согласованного с этим источником нелинейного негенерирующего фильтра) могут быть синхронизированы по форме ($|x_1(t) - x_2(t)| \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$) [1], стало очевидно, что одним из перспективных практических применений обнаруженного явления может стать передача информации в аналоговой или цифровой форме, в том числе и конфиденциальным образом. Под конфиденциальностью передачи здесь будем понимать невозможность либо недопустимо длительное время извлечения информации из передаваемого сигнала сторонними лицами и организациями, причем сокрытие самого факта передачи не предполагается. Одновременное обеспечение конфиденциальности и маскировки может быть достигнуто путем совмещения идей синхронизации хаотических генераторов и корреляционных методов приема сверхширокополосных сигналов. Эта новая самостоятельная задача, находящаяся в стадии постановки, в данной работе не затрагивается. В последние годы был предложен целый ряд устройств [2–9], в той или иной мере

решающих задачу скрытой передачи информации. Список публикаций по данной тематике обширен, однако экспериментальные исследования занимают в нем незначительное место (см., например, [2,8–10]). Поэтому представляется весьма важным проведение дополнительных физических экспериментов, проясняющих нетривиальные вопросы функционирования реальных систем связи с использованием хаотической несущей.

Для обеспечения конфиденциальности спектр сигнала, переносящего полезную информацию, должен быть тем или иным образом скрыт в спектре хаотического сигнала, для чего существуют различные приемы. Один из них заключается в линейном добавлении малой информационной компоненты к более мощной хаотической несущей – хаотическая маскировка (chaotic masking). При втором способе малая информационная компонента воздействует непосредственно на нелинейное устройство, генерирующее хаотический тип колебания (nonlinear mixing). Третья группа методов (modulation of parameters, chaotic switching, chaos shift keying etc.) заключается в управлении хаотическим сигналом с помощью модуляции одного или нескольких параметров его источника. Существует еще ряд способов (predictive Poincare control modulation, chaotic frequency modulation), но они либо менее употребительны, либо находятся в стадии разработки и здесь не рассматриваются.

К системам конфиденциальной хаотической связи можно предъявлять различные требования, из них весьма важным, если не основным, является криптографическая стойкость. В пионерских работах, посвященных рассматриваемой проблеме, криптостойкость систем синхронной хаотической связи предполагалась очень высокой. Результаты исследований последних лет (см., например, [11–15]) существенно поколебали такую уверенность, однако не разрушили ее полностью. Во-первых, расшифровка информации даже с помощью современных суперкомпьютеров требует определенных временных затрат, после чего конфиденциальность информации может уже не иметь никакого значения. Во-вторых, необходима серьезная, если не сказать уникальная, научная подготовка обслуживающего персонала, что может себе позволить далеко не любая организация. В-третьих, передача на основе хаотической несущей может применяться в сочетании с другими приемами сокрытия и маскировки информации, что делает задачу декодирования перехваченной информации весьма неопределенной и проблематичной. Как следует из работ [11–15], наименьшей криптостойкостью обладают хаотические системы связи, использующие модуляцию параметров источника динамического хаоса, существенно же более устойчивыми являются системы с линейным и нелинейным подмешиванием при условии, что доля информационной компоненты в смеси с хаотической становится ощутимой. Однако увеличению этой доли препятствуют два обстоятельства. Во-первых, с ростом уровня информационной составляющей может уменьшиться степень когерентности передающей и приемной систем, что приведет к искажению или потере части полезной информации; во-вторых, облегчается задача обнаружения информации.

В настоящей работе поставлена и решена задача предварительного теоретического анализа и дальнейшего экспериментального исследования систем синхронной хаотической передачи аналоговой информации с ее аддитивным и нелинейным подмешиванием к хаотической несущей с целью выбора той системы связи, которая позволяла бы достигать большего уровня информационной составляющей при обеспечении сравнимого качества передачи.

1. Типичные структуры систем синхронной хаотической связи

Функциональные схемы, поясняющие аддитивный и нелинейный способ наложения информационного сигнала $s(t)$ на хаотическую несущую, представлены на рис. 1.

При аддитивном подмешивании в передатчике информационный сигнал $s(t)$

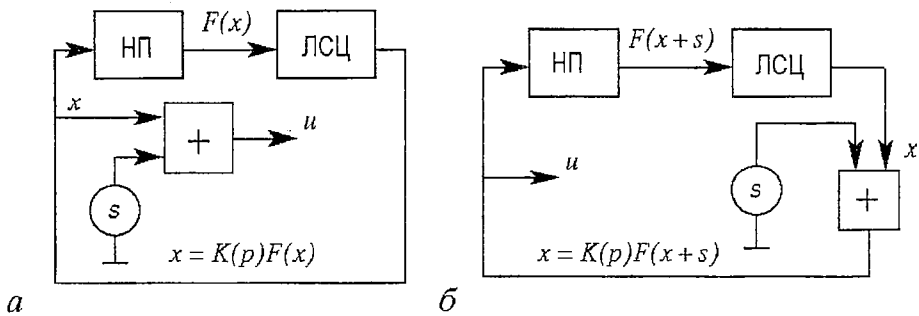


Рис. 1. Передающие устройства систем синхронной хаотической связи с аддитивным (а) и нелинейным (б) подмешиванием информационного сигнала $s(t)$ к хаотической компоненте $x(t)$. Здесь: НП – нелинейный преобразователь с передаточной характеристикой $F(x)$; ЛСЦ – линейная селективная цепь, избирательные свойства которой определяются линейным дифференциальным оператором $K(p)$; $p=d/dt$; $u(t)$ – излучаемый сигнал

поступает на вход сумматора, на другой вход которого поступает сигнал от хаотического генератора $x(t)$. Смесь хаотического и информационного сигналов поступает из сумматора в канал связи (рис. 1, а). Отличие нелинейного способа подмешивания состоит в том, что информационный сигнал воздействует непосредственно на хаотический генератор (рис. 1, б), создавая на его выходе сложную нелинейную смесь информационной и хаотической компонент.

Для представленных на рис. 1 передающих устройств сигнал, поступающий в канал связи, имеет вид $u(t)=s(t)+x(t)$, но в первом случае хаотическая несущая подчиняется дифференциальному уравнению $x(t)=K(p)F[x(t)]$, а во втором – $x(t)=K(p)F[x(t)+s(t)]$. Неавтономность второго уравнения может привести к ряду нежелательных эффектов, например, к разрушению хаотического режима генерации, что при прочих равных условиях накладывает на величину $s(t)$ дополнительные, по сравнению с хаотической маскировкой, ограничения. Однако для нелинейного смещения существует более эффективный метод демодуляции, названный в [6] синхронным хаотическим откликом.

Обсудим способы извлечения полезной информации из сигналов, сформированных рассмотренными выше способами. Для простоты будем считать канал связи идеальным, то есть не вносящим потерь, а также аддитивных и мультипликативных искажений. На рис. 2, а представлена функциональная схема приемного устройства, которое способно с определенной погрешностью демодулировать аддитивную смесь полезного и хаотического сигналов. Сигнал из канала связи поступает на вычитающее устройство и через однонаправленный элемент на самовозбуждающийся генератор хаотических колебаний (обведен штриховой линией). Если элементы этого генератора и аналогичные элементы генератора передающего устройства идентичны, то при отсутствии в принятом сигнале информационной составляющей возможна синхронизация хаотических сигналов передатчика и приемника при почти любых начальных условиях. В этом случае сигнал на выходе вычитателя отсутствует. Появление малой

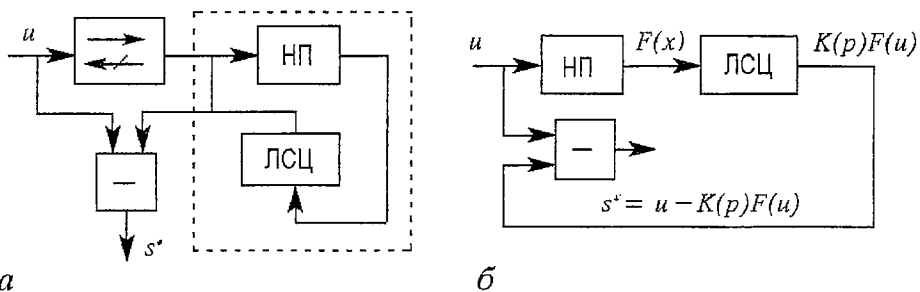


Рис. 2. Радиоприемные устройства систем синхронной хаотической связи, использующие для извлечения из принимаемого сигнала $u(t)$ информационной компоненты s^* синхронизацию хаотического генератора (а) и синхронный хаотический отклик (б)

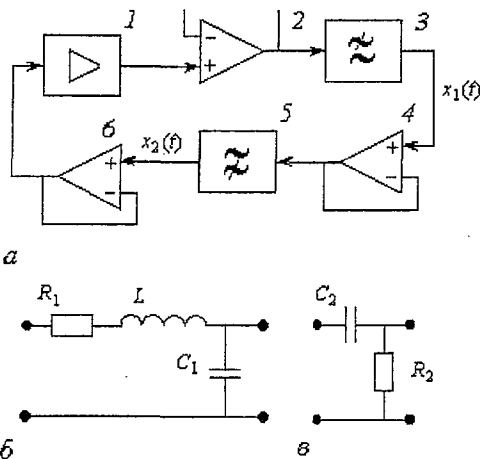
информационной компоненты приводит к некоторому нарушению когерентного режима, однако на выходе вычитателя появляется сигнал $s^*(t)$, который с погрешностью, пропорциональной величине $s(t)$, позволяет восстановить переданную информацию. Жесткие ограничения на долю информационной составляющей в ее смеси с хаотической и принципиальная невозможность точного восстановления переданной информации даже при идеальном канале связи являются препятствием для широкого использования рассмотренной системы синхронной связи на практике.

На рис. 2, б изображено устройство, предназначенное для демодуляции сигнала, сформированного путем нелинейного подмешивания. Действительно, если нелинейные преобразователи и фильтры передатчика и приемника идентичны, то, подставляя в уравнение для сигнала на выходе вычитающего устройства $s^*=u-K(p)F(u)$ значение $u=x+s$, с учетом ранее полученного соотношения $x=K(p)F(x+s)$ имеем, что $s^*=s$. Таким образом, при использовании нелинейного подмешивания на передающей стороне и синхронного хаотического отклика на приемной стороне принципиально возможно точное восстановление переданной информации. Поэтому такая система передачи представляется более предпочтительной по отношению к системе с аддитивным подмешиванием.

Рассмотрим нетривиальный вопрос о возможности использования явления синхронного хаотического отклика для выделения информации из сигнала, сформированного аддитивным подмешиванием. В приближении малости информационной составляющей можно показать, что сигнал на выходе вычитателя будет подчиняться уравнению $s^*=s+K(p)s\partial F(x)/\partial x$. Последнее соотношение указывает на то, что в спектре демодулированного сигнала кроме составляющих полезного сигнала присутствуют побочные продукты преобразования, вызванные нелинейным взаимодействием регулярной $s(t)$ и хаотической $x(t)$ компонент. Данные побочные продукты могут оказывать или не оказывать вредное маскирующее влияние на возможность выделения полезной информации в зависимости от занимаемой полосы частот, то есть от возможности их отфильтровывания либо селективными цепями приемника, либо дополнительным фильтром. В настоящей работе будет экспериментально показана возможность построения приемного устройства с требуемыми свойствами и системы когерентной синхронной связи, обладающей рядом преимуществ перед рассмотренными ранее.

2. Математическая модель генератора хаотических колебаний и ее экспериментальная реализация

Рассмотрим представленный на рис. 3 источник хаотических колебаний, являющийся автоколебательной системой, состоящей из последовательно соединенных и замкнутых в кольцо обратной связи нелинейного усилителя и двух селективных звеньев.



Подсистемы R_1LC_1 и R_2C_2 , представляющие собой соответственно фильтр нижних частот второго порядка и фильтр верхних частот первого порядка, образуют линейную селективную цепь. Нелинейный элемент генератора обладает гладкой характеристикой, которую при расчетах удобно аппроксимировать выражением вида

Рис. 3. Функциональная схема источника хаотических колебаний (а) и его селективные подсистемы: R_1LC_1 —фильтр нижних частот (б), R_2C_2 —фильтр верхних частот (а); 1 — нелинейный усилитель; 2, 4, 6 — элементы развязки; 3 — фильтр нижних частот; 5 — фильтр верхних частот

$$F(x) = kx \exp(-k^2 x^2 / g),$$

$$\begin{cases} g = 2e, & x \geq 0, \\ 0 \leq g \leq 2e, & x < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где k – коэффициент усиления в режиме малого сигнала, g – параметр несимметрии. Выбор такого вида нелинейности обусловлен ее глобальной ограниченностью ($-1 \leq F(x) \leq 1$), легкостью моделирования несимметричных режимов, удобством экспериментальной реализации в виде последовательно включенных линейного усилителя с коэффициентом передачи k и нелинейного четырехполосника, представленного на рис. 4.

В принятых на рис. 3 обозначениях переменных состояния $x_1(t)$ и $x_2(t)$ динамические режимы генератора описывает система нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3, \\ \dot{x}_2 = -\alpha x_2 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_1 + F(x_2) - \varepsilon x_3, \end{cases} \quad (2)$$

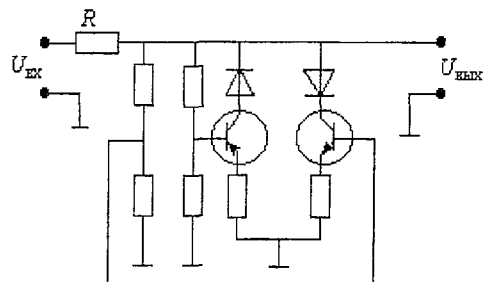
где точка над переменной означает операцию дифференцирования по безразмерному времени $\tau = \omega_0 t$, $\omega_0 = 1/(LC_1)^{1/2}$ и приняты обозначения: $\alpha = 1/(\omega_0 R_2 C_2)$ – нормированная частота среза фильтра верхних частот, $\varepsilon = R_1/(\omega_0 L)$ – коэффициент затухания фильтра нижних частот.

Линейный анализ системы (2) показал, что существует единственная особая точка – тривиальное состояние покоя. Данное состояние теряет устойчивость при $k > 1 + \alpha\varepsilon - \alpha/(\alpha + \varepsilon)$. При пограничном значении коэффициента усиления k характеристическое уравнение исследуемой структуры

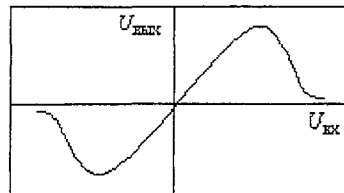
$$\lambda^3 + (\alpha + \varepsilon)\lambda^2 + (1 + \alpha\varepsilon - k)\lambda + \alpha = 0 \quad (3)$$

имеет один отрицательный вещественный корень и два мнимых комплексно-сопряженных корня, а именно, $\lambda_1 = -(\alpha + \varepsilon)$, $\lambda_{2,3} = \pm j[\alpha/(\alpha + \varepsilon)]^{1/2}$. Такое соотношение между корнями уравнения указывает на то, что система (2) находится в состоянии, являющемся пограничным между устойчивым и неустойчивым седло-фокусами. Теперь окрестность особой точки представляет собой пересечение двумерного неустойчивого и одномерного устойчивого многообразий.

О дальнейшей динамике системы с ростом управляющего параметра k при фиксированных значениях оставшихся параметров α и ε можно судить по бифуркационной диаграмме, которая строилась по результатам численного моделирования системы (2). Анализ этой диаграммы показал, что области регулярного поведения чередуются с областями хаотических движений. Для примера на рис. 5 приведены два частных фрагмента



а



б

Рис. 4. Принципиальная схема (а) и качественный вид проходной характеристики (б) нелинейного элемента

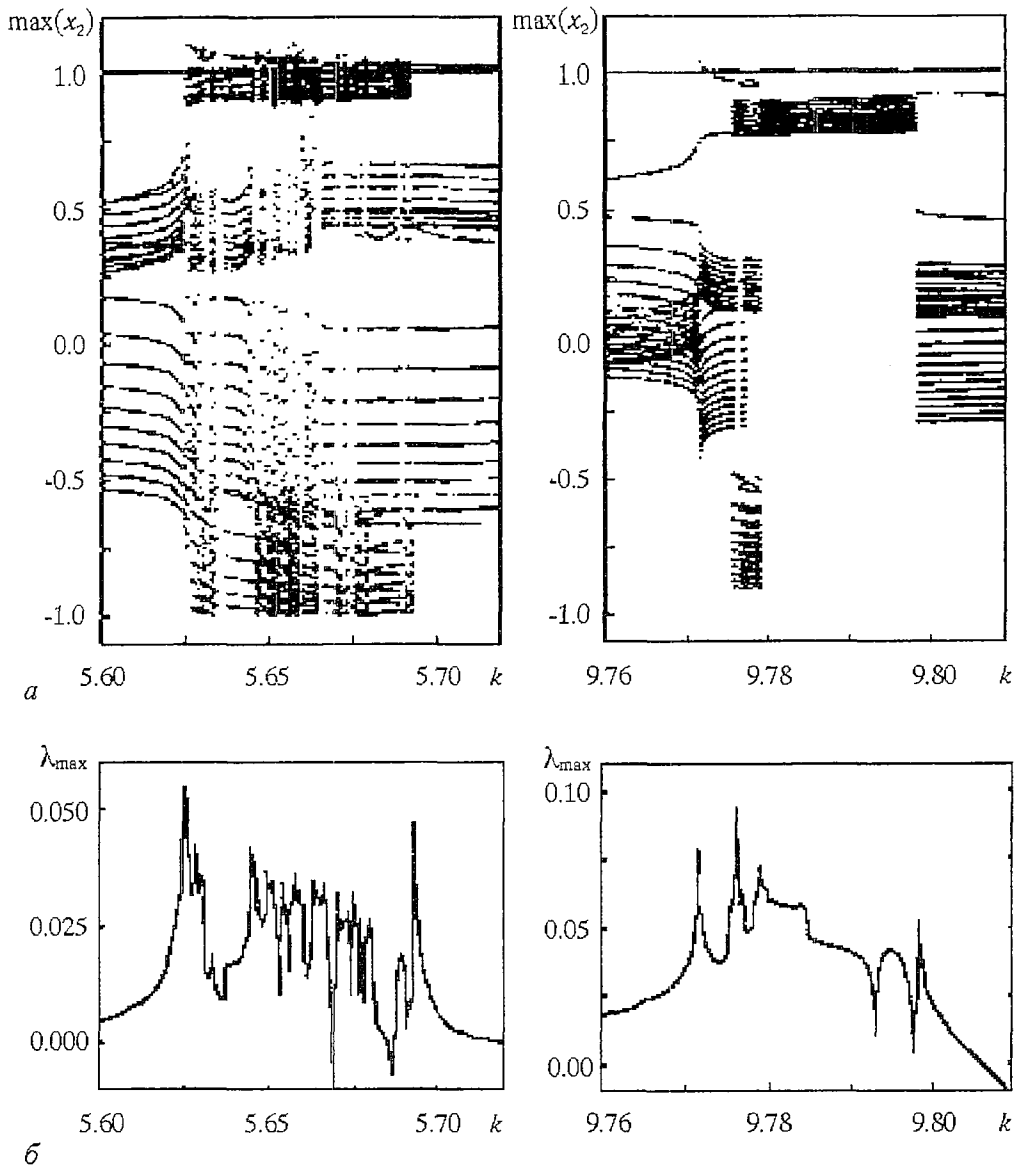


Рис. 5. Фрагменты бифуркационных диаграмм – $\max(x_2(t))$ как функции от управляющего параметра k (а) и соответствующие им значения максимального ляпуновского характеристического показателя λ_{\max} (б), полученные в результате обработки результатов численного интегрирования математической модели (2) для следующих значений параметров: $\alpha=0.05$, $\varepsilon=0.25$

бифуркационной диаграммы. Можно видеть, что при значениях $k \approx 5.65$ и $k \approx 9.78$ реализуются области сложных ограниченных неперiodических движений, которые асимптотически неустойчивы, на что указывает положительность максимального ляпуновского показателя. Интересно, что структура распределения максимумов переменной $x_2(t)$ чрезвычайно сложна, что не позволяет сопоставить реализующиеся сценарии перехода от порядка к хаосу ни с одним из хорошо изученных и описанных в литературе сценариев.

В заключение теоретического анализа заметим, что дивергенция фазового потока для исследуемой системы $D = \partial \dot{x}_1 / \partial x_1 + \partial \dot{x}_2 / \partial x_2 + \partial \dot{x}_3 / \partial x_3 = -(\alpha + \varepsilon)$ сравнительно невелика, следовательно, степень сжатия некоторого начального объема V_0 в фазовом пространстве с течением времени $V(\tau) = V_0 \exp(D\tau)$ также не может быть

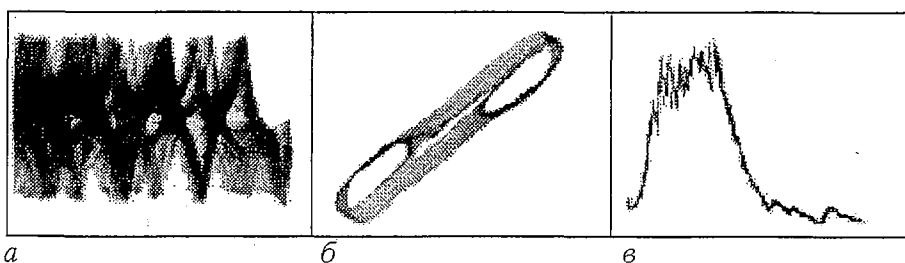


Рис. 6. Экспериментально реализованный режим хаотического генератора. Временная реализация хаотического сигнала $x_1(t)$ (а), его фазовый портрет в плоскости (x_1, x_2) (б) и энергетический спектр (1 см – 1.5 кГц) (в)

значительной. Поэтому аттрактор системы (2) должен иметь скорее «объемную» форму, чем плоскую.

Лабораторные макеты источников хаотических типов колебаний, используемые для исследования систем синхронной хаотической связи, изготавливались в соответствии с функциональной схемой, представленной на рис. 3. После детального экспериментального исследования этих источников в качестве основного колебательного режима был выбран хаотический режим, временная реализация, фазовый портрет и фурье-спектр которого представлены на рис. 6. Данный колебательный режим имел место при следующих значениях параметров генератора: $L=22.82$ мГн, $R_1=680$ Ом, $C_1=9100$ пФ, $R_2=12$ кОм, $C_2=0.5$ мкФ.

Хаотический сигнал имел среднеквадратичное значение около 2.5 В в частотной полосе 100–3500 Гц, достаточной для эффективной маскировки аналоговой информационной компоненты – голосовых сообщений в полосе телефонного канала.

3. Экспериментальные исследования

Хаотическая синхронизация. Исследуемые системы хаотической связи являются синхронными, поскольку, в основе их функционирования лежит явление хаотической синхронизации. Известно, что две хаотические системы (в нашем случае передатчик и приемник) могут быть синхронизированы, если все соответствующие параметры этих систем удовлетворяют требованию высокой степени идентичности. Для этой цели в нашем эксперименте параметры пассивных элементов передатчика и приемника подбирались с точностью до 0.5%.

Хаотическая синхронизация, используемая для детектирования информационной компоненты в системе хаотической связи с нелинейным подмешиванием, реализуется в виде синхронного хаотического отклика. Выполнив все условия для его достижения, то есть обеспечив максимально возможную степень идентичности параметров и отсутствие существенных возмущений в канале, мы получили равенство сигналов $x_1(t)$ и $x_1'(t)$ ведущей и ведомой системы, соответственно (рис. 7, а). Расстройка какого-либо параметра каждой из систем приводит к десинхронизации хаотического отклика (рис. 7, б), пропорциональной величине этой расстройки.

Поскольку в реальных условиях отклонение параметров соответствующих элементов цепей передатчика и приемника неизбежно, некоторая доля несинхронности хаотического отклика всегда имеет место. В результате на выходе вычитателя приемной системы присутствует определенный уровень остаточного шума рассогласования. В эксперименте этот уровень составил –35.5 дБ по отношению к сигналу в канале.

В системе хаотической связи типа хаотической маскировки, при выполнении аналогичных условий, между передающей и приемной системами возникает вынужденная хаотическая синхронизация. Ведущая хаотическая система (передатчик) жестко навязывает ведомой системе (приемнику) свои начальные

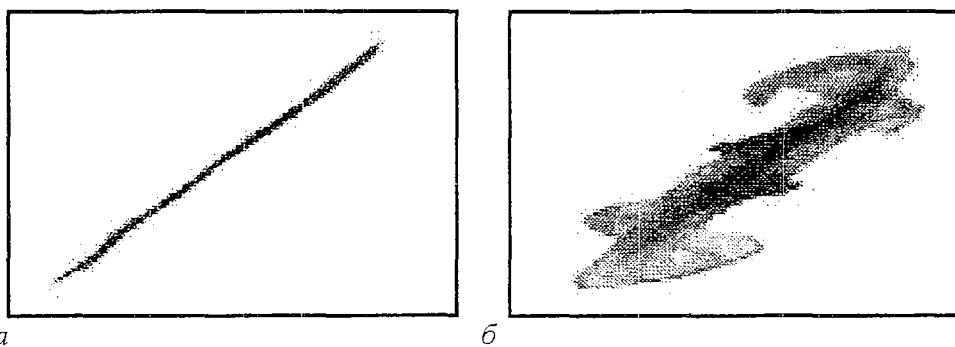


Рис. 7. Синхронный (а) и несинхронный (б) хаотические отклики приемной системы в плоскости (x_1', x_1)

условия. В результате сигналы в этих системах полностью совпадут по форме. Однако в реальных условиях на выходе вычитателя ведомой системы, также как и в первом случае, будет присутствовать некоторый уровень остаточного шума рассогласования. В эксперименте он составил -31.5 дБ по отношению к сигналу в канале.

В обоих случаях шум рассогласования выступает в роли основной причины снижения качества восстановленного в приемнике информационного сигнала. Очевидно, что в системе связи, использующей синхронный хаотический отклик для детектирования информационной компоненты, качество последней должно быть выше. Также ясно, что для оценки качества передачи следует использовать отношение мощности информационного сигнала на выходе приемника $P_{ис}$ к мощности остаточного шума рассогласования $P_{ош}$, определяемое как $C/Ш = P_{ис}/P_{ош}$.

Передача аналоговой информации. Передающая и приемная части исследуемых систем хаотической связи реализованы на базе генератора хаотических колебаний, представленного на рис. 3, а. Эксперименты по передаче аналоговой информации посредством хаотического несущего сигнала проводились в низкочастотном диапазоне. Функцию канала связи выполняла проводная линия, что соответствовало идеальному случаю, когда канальный шум и искажения не оказывали влияния на передаваемый по каналу связи сигнал.

Первоначально в качестве тестового информационного сигнала использовалось синусоидальное колебание $s(t) = A \sin(2\pi ft)$. При этом доля информационной компоненты μ , заключенной в хаотическом несущем сигнале, изменялась в пределах от 0.1 до 50 % в диапазоне частот f от 0 до 3.5 кГц.

На рис. 8 представлены спектры мощности сигнала, поступающего на вход приемной системы. Из рисунков видно, что при нелинейном и аддитивном подмешивании информационного сигнала его влияние на вид спектра передаваемого сигнала неодинаково. В первом случае спектр более чувствителен к амплитуде и частоте вводимого информационного сигнала. Так, если частота информационного сигнала находится в пределах от 300 Гц до 3 кГц и его доля в смеси с хаотическим несущим сигналом превышает соответственно 0.5 % для случая нелинейного и 15.2 % для случая аддитивного подмешивания, то он становится заметным на фоне широкополосного спектра несущего сигнала и начинает прослушиваться в канале. Замечено, если частота вводимого нелинейным образом информационного сигнала лежит вблизи характерных спектральных пиков хаотического несущего сигнала, возникает эффект резонансного усиления информационного сигнала.

Спектры мощности восстановленного в приемной системе информационного сигнала вида $s(t) = A \sin(2\pi ft)$ представлены на рис. 9. Для того чтобы данный сигнал был скрыт в несущем хаотическом сигнале, его доля составляла 0.5 % при нелинейном и 15.2 % при аддитивном подмешивании. Такое соотношение информационной и хаотической компонент обеспечило отношение $C/Ш$ на выходе вычитателя приемной системы соответственно 6 и 12 дБ (рис. 10, а). В результате

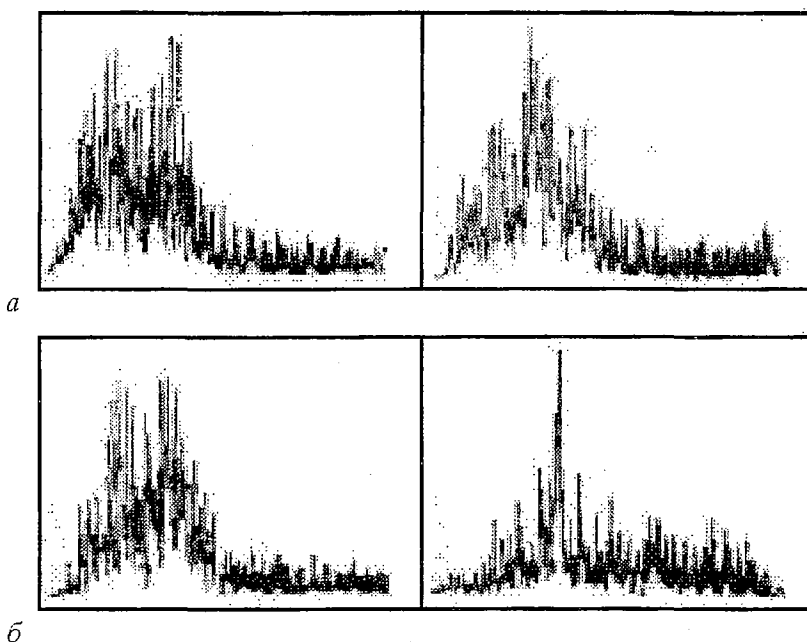


Рис. 8. Спектры мощности сигналов на входе приемника при нелинейном (а) и аддитивном (б) подмешивании информационного сигнала $s(t)=A\sin(2\pi ft)$ для $f=1.5$ кГц и значений A (слева направо): 0.3 В, 0.5 В (а); 10 мВ, 20 мВ (б); (1см – 1.5 кГц)

в первом случае восстановленный информационный сигнал был едва различимым на фоне остаточного шума рассогласования за счет эффекта резонансного усиления, а во втором – отличался относительно высоким качеством.

Предположение о том, что введенный аддитивным способом информационный сигнал может быть детектирован на приемной стороне с помощью синхронного хаотического отклика, было проверено экспериментально. Эксперимент показал, что в этом случае спектр демодулированного сигнала содержит побочные продукты преобразования, которые возникают на частотах 4 кГц и выше (рис. 9, в). Следовательно, данные продукты не должны искажать спектр восстановленного информационного сигнала. Причем качество этого сигнала может быть значительно улучшено путем использования дополнительного фильтра низких частот (ФНЧ) на выходе приемника.

Для того чтобы информационный сигнал был скрыт в хаотическом несущем сигнале и не прослушивался в канале связи, его доля по отношению к хаотическому несущему сигналу не превышала 15.2 %. При этом отношение С/Ш на выходе приемника достигало 16 дБ (см. рис. 10, а). Использование дополнительного ФНЧ позволило повысить отношение С/Ш до 20 дБ.

На следующем этапе был проведен эксперимент по передаче речевых сигналов. Также как и в первом случае, варьируемой величиной выступала доля информационной компоненты в смеси с хаотическим несущим сигналом.

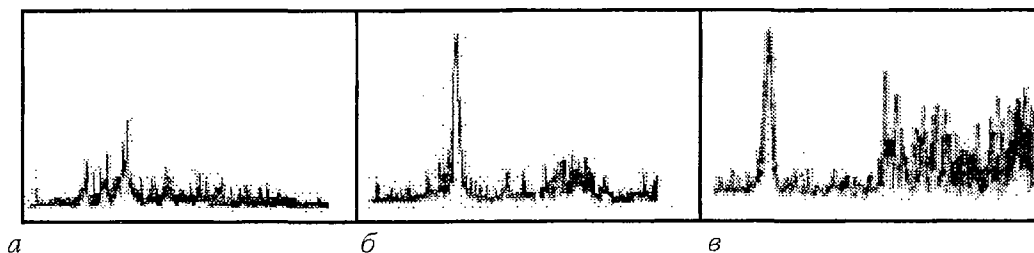


Рис. 9. Энергетические спектры восстановленного информационного сигнала в системе связи с нелинейным (а), аддитивным (б) подмешиванием, а также в случае аддитивного подмешивания в сочетании с синхронным хаотическим откликом (в)

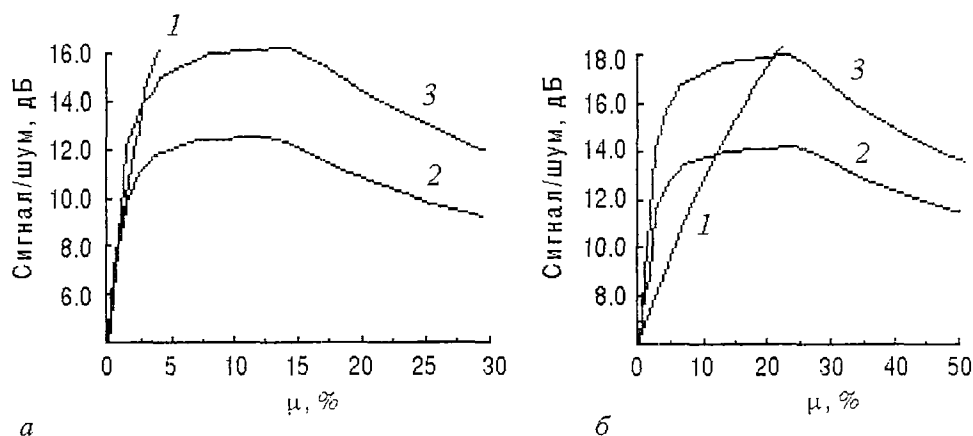


Рис. 10. Зависимость отношения С/Ш на выходе приемника от доли информационной компоненты в системе связи с нелинейным 1, аддитивным 2 подмешиванием, а также в случае аддитивного подмешивания в сочетании с синхронным хаотическим откликом 3: $s(t) = A \sin(2\pi ft)$ (а), речевой сигнал (б)

Эксперимент показал, если доля информационной компоненты превышала 6.5 %, система хаотической связи с нелинейным подмешиванием становилась неустойчивой по отношению к вводимому информационному сигналу. Так, при уровне информационной компоненты 8.6 % модуляция собственного хаотического сигнала передающей системы становилась существенной, а передаваемый речевой сигнал прослушивался в канале связи. Когда речевой сигнал оставался неразборчивым при прослушивании канала, отношение С/Ш на выходе приемной системы достигало 12 дБ (рис. 10, б).

Для случая системы связи с хаотической маскировкой существенного изменения формы спектра передаваемого сигнала не наблюдалось вплоть до момента, когда доля информационной компоненты достигала 26 %. Однако при дальнейшем увеличении уровня информационного сигнала он начинал проявляться на фоне маскирующего хаотического колебания, искажая исходную форму последнего, и становился разборчивым при прослушивании канала связи. Уровень информационной компоненты, при котором речь в канале не прослушивалась, обеспечивал отношение С/Ш на выходе приемной системы около 14 дБ (см. рис. 10, б).

Однако применение метода синхронного хаотического отклика для детектирования речевого сигнала, введенного аддитивным способом, значительно повысило отношение С/Ш, которое составило 18 дБ (см. рис. 10, б). При использовании дополнительного ФНЧ на выходе приемной системы отношение С/Ш могло достигать 20 дБ. По-прежнему, чтобы обеспечить конфиденциальность связи, доля информационной компоненты в смеси с хаотическим несущим сигналом не превышала 26 %.

Заключение

В настоящей работе проведен сравнительный анализ трех систем синхронной хаотической связи. Первая представляла собой систему с аддитивным подмешиванием информационной компоненты к хаотической несущей; вторая – систему с нелинейным воздействием информационной компоненты на источник хаотических колебаний; третья – систему, сочетающую в себе аддитивное подмешивание на передающей стороне и синхронный хаотический отклик на приемной.

Выбор доли информационной компоненты, вводимой в несущий хаотический сигнал, определяется на основе разумного компромисса. С одной стороны, увеличение этой доли, приводящее к улучшению качества восстанавливаемого в

приемнике сигнала, ограничено снижением скрытности передаваемого сообщения. С другой стороны, уменьшение доли информационного сигнала, повышающее степень конфиденциальности системы связи, ограничено уменьшением энергетического потенциала канала связи и снижением качества восстанавливаемого в приемнике сигнала за счет имеющегося в системе уровня шума рассогласования. Последнее обстоятельство предъявляет жесткие требования к качеству хаотической синхронизации.

Натурный эксперимент показал, что при соблюдении условий конфиденциальности передачи речевых сигналов для первых двух систем связи, качество сигнала, восстанавливаемого в приемниках этих систем, примерно одинаково. Однако объединение аддитивного подмешивания информационной компоненты и синхронного хаотического отклика для ее детектирования позволяет значительно повысить качество восстанавливаемой информационной компоненты и увеличить энергетический потенциал канала связи.

Библиографический список

1. Pecora L.M., Carroll T.L. Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64, № 8. P. 821.
2. Kocarev L., Halle K.S., Eckert K., Chua L., Parlitz U. Experimental demonstration of secure communications via chaotic synchronization // Int. J. Bif. & Chaos. 1992. Vol. 2, № 3. P. 709.
3. Parlitz U., Chua L., Kocarev L., Halle K., Shang A. Transmission of digital signals by chaotic synchronization // Int. J. Bif. & Chaos. 1992. Vol. 2, № 4. P. 973.
4. Бельский Ю.Л., Дмитриев А.С. Передача информации с использованием детерминированного хаоса // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 7. С. 1310.
5. Cuomo K., Oppenheim A. Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71, № 1. P. 65.
6. Волковский А.Р., Рутьков Н.В. Синхронный хаотический отклик нелинейной системы передачи информации с хаотической несущей // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 9, № 3. С. 71.
7. Козлов А.К., Шалфеев В.Д. Управление хаотическими колебаниями в генераторах с запаздывающей петлей фазовой автоподстройки // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 2. С. 36.
8. Dmitriev A., Panas A., Starkov S. Experiments on speech and music signals transmission using chaos // Int. J. Bif. & Chaos. 1995. Vol. 5, № 3. P. 371.
9. Dmitriev A., Panas A. Experiments on RF bend communications using chaos // Int. J. Bif. & Chaos. 1997. Vol. 7, № 11. P. 2511.
10. Vladimirov S.N., Negru' V.V. Control of output signal entropy of the deterministic chaotic oscillations sources // Proc. The 3-rd international symposium SIB-CONVERS'99, May 18–20, Tomsk, Russia. 1999. Vol. 2. P. 333.
11. Short K.M. Step toward unmasking secure communication // Int. J. Bif. & Chaos. 1994. Vol. 4. P. 959.
12. Baker G.L., Golub J.P., Blackbum J.A. Inverting chaos: Extracting system parameters from experimental data // Chaos. 1996. Vol. 6, № 4. P. 528.
13. Pecora L.M., Carrol T.L., Jonson G., Marr D. Volume-preserving and volume expanding synchronized chaotic system // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56, № 5. P. 5090.
14. Анищенко В.С., Павлов А.Н., Янсон Н.Б. Реконструкция динамических систем в приложениях к решению задачи защиты информации // ЖТФ. 1998. Т. 68, № 12. С. 1.
15. Mathiazhagan C. Deciphering secure chaotic communication // <http://xxx.lanl.gov/abs/chaos-dyn/9905001>, 3 May. 1999.

COMPARATIVE ANALYSIS OF SOME CHAOTIC SYNCHRONOUS COMMUNICATION SYSTEMS

S.N. Vladimirov, V.V. Negrul'

The task of experimental investigation of some synchronous chaotic communication systems in order to compare their qualitative and energy features is formulated and solved in this paper. The first of investigated systems was a receiver–transmitter device with additive mixing of an informative component to a chaotic carrying signal, second – a device with nonlinear injecting of informative component into the source of chaotic oscillations, third – a structure of communication combining the additive mixing at the transmitting side and synchronous chaotic response at the receiving side. For objective comparison of obtained results the systems being analyzed were realized on a basis of the same radiophysical model of autogenerator with three–dimensional phase space.

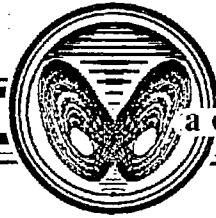
The physical experiments have shown that under the condition of confidential transmitting of analogous signals for the first two kinds of the systems a quality of signal restored in their receivers is nearly same. However the use of a nontrivial approach in combining the additive mixing informative component at the transmitting side and the synchronous chaotic response at the receiving side allows to improve essentially a quality of informative component being restored and to increase an energy potential of the communication channel.



Владимиров Сергей Николаевич – родился в 1953 году, окончил радиофизический факультет Томского государственного университета (1980). В настоящее время кандидат физико–математических наук (1987), доцент кафедры радиоэлектроники Томского госуниверситета. Область научных интересов – теория нелинейных колебаний и ее практические приложения. Автор монографии «Нелинейные колебания многочастотных автоколебательных систем» (1993), а также многих публикаций, связанных с теорией и практикой функционирования генерирующих структур с запаздывающей обратной связью, генерации и управления хаотическими типами колебаний. E–mail: vsn@re.tsu.ru



Негруль Владимир Вячеславович – родился в 1976 году, окончил радиофизический факультет Томского государственного университета (1998). В настоящее время аспирант (1998) кафедры радиоэлектроники Томского госуниверситета. Область научных интересов – теория динамического хаоса и его приложение в системах передачи и обработки информации. Автор 10 научных публикаций по данным вопросам. E–mail: nvv@elefot.tsu.ru



ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА УСТАНОВЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МЕРЫ НА ХАОТИЧЕСКИХ АТТРАКТОРАХ В СИСТЕМАХ ЛОРЕНЦА И РЕССЛЕРА С УЧЕТОМ ФЛУКТУАЦИЙ

А.С. Копейкин, Т.Е. Вадивасова, В.С. Анищенко

В работе анализируется процесс перемешивания на хаотических аттракторах почти гиперболического и негиперболического типа. Сравниваются различные характеристики перемешивания. Исследуется влияние шума. В рамках численного эксперимента показано, что для негиперболических аттракторов скорость перемешивания может существенно изменяться при воздействии шума. Вскрыт механизм влияния шума на процесс перемешивания, связанный с поведением мгновенной фазы хаотической траектории.

Введение

В нелинейных динамических системах кроме простых колебаний, к которым можно отнести периодические и квазипериодические, наблюдается множество более сложных колебательных режимов. В фазовом пространстве диссипативных систем им соответствуют так называемые нерегулярные аттракторы. Нерегулярные аттракторы по структуре могут быть существенно различны. Выделяют странные хаотические и странные нехаотические аттракторы, а также хаотические аттракторы с целой емкостной размерностью (хаотические нестранные) [1, 2]. Наиболее типичны для широкого класса систем странные хаотические аттракторы, характеризующиеся одновременно фрактальной структурой (свойство «странности») и экспоненциальным разбеганием соседних траекторий, порождающим непредсказуемость поведения динамической системы (свойство хаотичности). Строгой математической моделью динамического хаоса является грубый гиперболический аттрактор [3, 4]. Грубые гиперболические аттракторы обладают однородной структурой. Все траектории на аттракторе принадлежат к одному седловому типу. Примерами могут служить такие мысленные конструкции, как соленоид Смейла – Вильямса [5] или аттракторы Плькина [6]. Однако ни в одной конкретной динамической системе (заданной дифференциальными уравнениями или отображением последования) не доказано существование аттрактора данного типа. Квазигиперболические (почти гиперболические) аттракторы близки по свойствам к грубым гиперболическим, но в отличие от грубых гиперболических аттракторов они включают особые негрубые траектории: сепаратрисные петли или негрубые гомоклинические кривые. К аттракторам квазигиперболического типа относятся, например, аттракторы Лоренца и Мариока – Шимицу [3, 4, 7, 8]. Наиболее типичными для

большинства динамических систем конечной размерности являются негиперболические аттракторы [2–4]. Негиперболический хаотический аттрактор – это предельное множество, включающее траектории разного топологического типа, в том числе хаотические и устойчивые периодические орбиты с узкими областями притяжения.

Нелинейная система в режиме динамического хаоса даже при отсутствии шума может порождать инвариантную вероятностную меру, не зависящую от начального распределения. Аттракторы, удовлетворяющие этому свойству, были названы стохастическими [9–11]. Инвариантной вероятностной мере соответствует однозначно определенный эффективный потенциал системы. Для стохастического аттрактора характерно следующее. Если в системе присутствует шум интенсивности D , то эффективный потенциал характеризуется непрерывным предельным переходом к чисто динамическому случаю при $D \rightarrow 0$. Стохастические аттракторы реализуются в системах с экспоненциальным разбеганием траекторий и содержат только гиперболические орбиты. Отсюда следует, что свойствами стохастических аттракторов обладают грубые гиперболические аттракторы и квазигиперболические аттракторы. Негиперболические аттракторы, строго говоря, не являются стохастическими. Так как они содержат устойчивые периодические орбиты и хаотические предельные множества с различными статистическими характеристиками, то эффективный потенциал не имеет непрерывного предела при $D \rightarrow 0$ и в чисто динамическом случае определяется неоднозначно [12].

В силу существования инвариантной стационарной вероятностной меры, определяемой детерминированным оператором эволюции, статистические характеристики грубых гиперболических и почти гиперболических аттракторов устойчивы по отношению к слабым случайным воздействиям [9,13]. Напротив, системы с негиперболическими аттракторами во многих случаях проявляют существенную чувствительность к шумовым воздействиям: наблюдаются индуцированные шумом переходы. Установление вероятностной меры связано с процессом перемешивания. Перемешивание состоит в разбегании точек, заполняющих первоначально малый элемент фазового объема, по всему аттрактору, причем точки, принадлежащие соседним элементам, перемешиваются между собой. В гиперболических хаотических системах скорость перемешивания определяется энтропией Колмогорова – Синая H_k [14,15]. Энтропия H_k строго определена для грубых гиперболических систем. Доказано, что она равна сумме положительных ляпуновских показателей. Однако часто понятие энтропии Колмогорова – Синая, определенной через сумму положительных ляпуновских показателей, распространяют и на негиперболический хаос. Характерное время перемешивания $\tau_{\text{mix}} \sim 1/H_k$. Оно связано со временем спада автокорреляционной функции τ_{cor} . Для негиперболических аттракторов данные соотношения не доказаны. Возможно, что в силу неоднородности негиперболических аттракторов они могут нарушаться. Кроме того, можно предположить, что в некоторых случаях шум также оказывает существенное влияние на процесс перемешивания.

Задачи нашего исследования состояли в следующем.

- Рассмотреть и сравнить процессы установления стационарной вероятностной меры в почти гиперболических и негиперболических системах, включая случай воздействия шума.

- Выяснить взаимосвязь времени установления вероятностной меры с особенностями системы, со структурой аттрактора и с интенсивностью шума.

- Попытаться установить основные причины и механизмы различий в процессах перемешивания для систем с гиперболическими и негиперболическими аттракторами. Связана ли скорость установления только с энтропией Колмогорова – Синая или она определяется и другими причинами (например, действием флуктуаций)?

1. Исследуемые динамические системы и методы численных экспериментов

В работе исследовались хаотические аттракторы в классических модельных динамических системах с непрерывным временем при отсутствии и в присутствии шумового воздействия. Такими моделями служат система Лоренца

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\sigma(x-y) + (2D)^{1/2}\xi(t), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= -\beta z + xy\end{aligned}\tag{1}$$

и осциллятор Ресслера

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z + (2D)^{1/2}\xi(t), \\ \dot{y} &= x + ay, \\ \dot{z} &= b - mz + xz,\end{aligned}\tag{2}$$

где $(2D)^{1/2}\xi(t)$ – источник нормального белого шума интенсивности D . Система Лоренца рассматривалась в двух режимах: режиме квазигиперболического аттрактора ($\sigma=10$, $\beta=8/3$, $r=28$) и режиме негиперболического аттрактора ($\sigma=10$, $\beta=8/3$, $r=210$). Осциллятор Ресслера анализировался при $a=0.2$, $b=0.2$ и двух значениях параметра m : 6.1 и 13.0, что соответствует двум негиперболическим аттракторам различной структуры. Хаотические аттракторы систем (1) и (2) детально изучены. Они обладают рядом универсальных свойств и служат образцами квазигиперболического и негиперболического хаоса. Таким образом, полученные для (1) и (2) результаты могут быть обобщены на широкий класс динамических систем. Уравнения численно интегрировались методом Рунге – Кутты 4-го порядка для стохастических уравнений [16].

Для исследования процесса перемешивания применялся следующий метод. В начальный момент времени вблизи произвольной точки траектории, принадлежащей аттрактору системы, выбирался малый объем, представляющий собой куб с ребром $\delta=0.09$, который равномерно заполнялся набором из $n=9000$ точек. С течением времени изображающие точки распределяются по аттрактору. Нами отслеживалась эволюция во времени данного набора точек и исследовалось среднее значение

$$x^0(t) = \int_W p(x,t) x dx \approx 1/n \sum_{i=1}^n x_i(t),\tag{3}$$

где x – одна из динамических переменных системы, $p(x,t)$ – плотность вероятности переменной x в момент времени t , соответствующая выбранному начальному распределению.

Зависимость x^0 от t носит осциллирующий характер. Для системы (1), в которой фазовая траектория посещает окрестности двух седло–фокусов, при вычислении x^0 суммирование можно проводить отдельно по точкам, попавшим в окрестность каждого из седло–фокусов, затем результаты нужно сложить. Однако оказалось, что среднее значение за короткий интервал времени становится близким к нулю и его дальнейшая эволюция плохо диагностируется. Чтобы проследить процесс перемешивания, в (1) рассматривалось среднее значение, полученное с учетом точек в окрестности только одного седло–фокуса. Установление этой величины протекает во времени более медленно. По полученным данным вычислялась амплитуда осцилляций среднего значения $\gamma(t)$, определяемая как модуль разности значений последовательных экстремумов x_m^0 функции $x^0(t)$ (рис. 1)

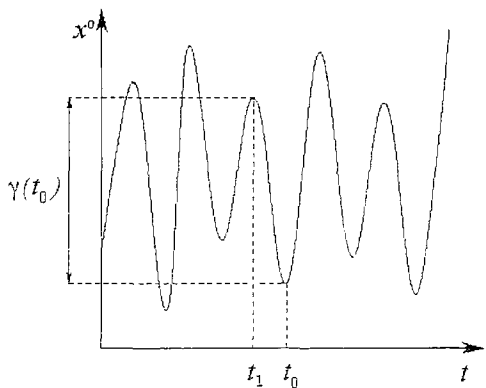


Рис. 1. Схематическая иллюстрация вычисления $\gamma(t) = x_{\max}^0(t_1) - x_{\min}^0(t_0)$ - амплитуды осциллирующей функции $x^0(t)$

Численные эксперименты показали, что для исследуемых аттракторов либо сама зависимость $\gamma(t)$, либо ее огибающая имеют экспоненциальный вид $\gamma(t) \sim \exp(-t/\alpha)$. Показатель α соответствует времени спада графика функции в e раз и характеризует скорость перемешивания. Величина α не зависит от величины исходного элемента фазового пространства и является более удобной характеристикой скорости перемешивания в сравнении с T_ϵ .

Анализировалось поведение старшего ляпуновского показателя λ_1 хаотической траектории на аттракторе. Он является усредненной вдоль траектории характеристикой скорости перемешивания и для исследуемых режимов практически не зависит от выбора начальной точки*. Чтобы выявить изменение скорости перемешивания вдоль траектории, исследовался так называемый локальный ляпуновский показатель Λ_1 , рассчитываемый на небольших интервалах времени [17,18]. В целях всестороннего анализа процесса перемешивания вычислялась также нормированная корреляционная функция установившихся колебаний $x(t)$

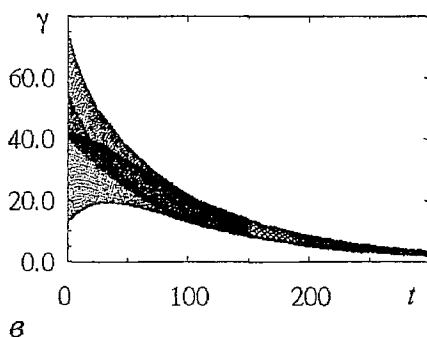
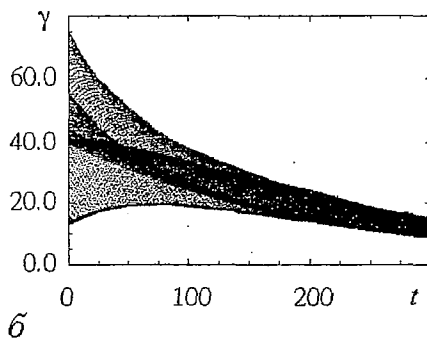
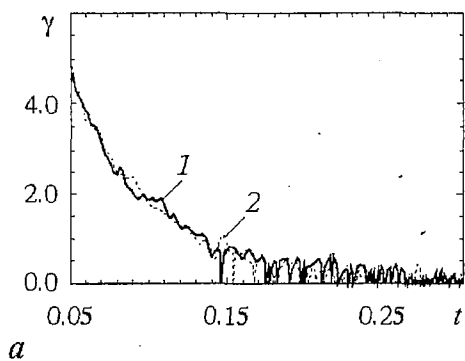
$$\Psi(\tau) = [\langle x(t)x(t+\tau) \rangle - \langle x(t) \rangle^2][\langle x^2(t) \rangle - \langle x(t) \rangle^2]^{-1}. \quad (5)$$

Определялось время корреляции τ_{cor} как время, за которое огибающая корреляционной функции спадает в e раз.

2. Исследование процесса перемешивания в системе Лоренца. Влияние шума на различные характеристики скорости перемешивания

Для того чтобы определить, как влияет аддитивный шум в (1) на процесс перемешивания, была рассчитана зависимость амплитуды γ от времени для двух аттракторов системы (1) различного типа в присутствии и в отсутствие шума (рис. 2). На рис. 2, а представлены результаты, полученные для квазигиперболического аттрактора Лоренца. Сплошная линия соответствует случаю отсутствия шума, а пунктирная иллюстрирует процесс перемешивания в присутствии шума интенсивности $D=0.01$. Как видно из рисунка, присутствие шума не оказало заметного влияния на скорость перемешивания. Зависимости $\gamma(t)$ для

* Строго говоря, для негиперболических аттракторов в силу их неоднородности ляпуновские показатели, как и другие характеристики, рассчитываемые вдоль одной траектории, должны зависеть от выбора этой траектории. Однако в численных экспериментах в результате действия «компьютерного шума» такая зависимость не всегда может быть обнаружена.



негиперболического аттрактора в системе (1) приведены на рис. 2, б ($D=0$) и рис. 2, в ($D=0.01$). Их не удастся представить на одном рисунке, так как зависимости в данном случае имеют сложный немонотонный характер. Сравнение полученных результатов показывает, что для режима негиперболического аттрактора шум достаточно сильно влияет на процесс перемешивания. Результаты расчета времени установления среднего значения с заданной точностью (T_ϵ) и характерного времени α приведены в таблице. Как следует из таблицы, для негиперболического аттрактора системы (1) шум приводит к уменьшению α более чем в два раза.

Рис. 2. Зависимость амплитуды $\gamma(t)$ для аттрактора системы (1): а – для квазигиперболического аттрактора ($r=28$) при $D=0$ (сплошная линия) и $D=0.01$ (пунктирная линия); б – для негиперболического аттрактора Лоренца при $r=210$, $D=0$; в – для негиперболического аттрактора Лоренца при $r=210$, $D=0.01$

В хаотических системах с непрерывным временем и размерностью фазового пространства $N=3$ энтропия Колмогорова – Синяя H_k определяется положительным ляпуновским показателем λ^+ . Таким образом, характерное время перемешивания должно удовлетворять соотношению $\tau_{\text{mix}} \sim 1/\lambda^+$. Соответственно, можно

Таблица

Значения показателя скорости спадающей огибающей α , старшего ляпуновского показателя λ_1 и времени корреляции τ_{cor} для аттракторов систем Лоренца ($\sigma=10$, $\beta=8/3$) и Ресслера ($a=0.2$, $b=0.2$)

система Лоренца					система Ресслера				
r	D	α	λ_1	τ_{cor}	m	D	α	λ_1	τ_{cor}
28	0	0.056	0.92	0.4	6.1	0	47	0.082	9500
28	0.01	0.056	0.92	0.4	6.1	0.001	33	0.081	5500
210	0	165	0.86	25000	6.1	0.1	11	0.081	200
210	0.01	78	0.86	13000	13	0	40	0.11	40
					13	0.01	45	0.11	40

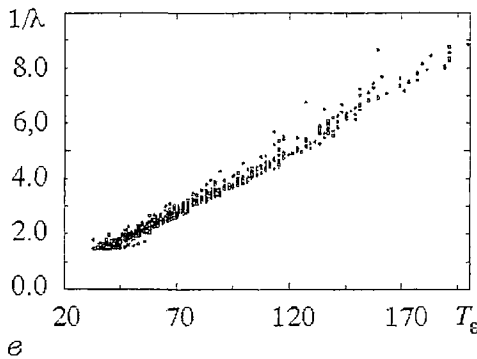
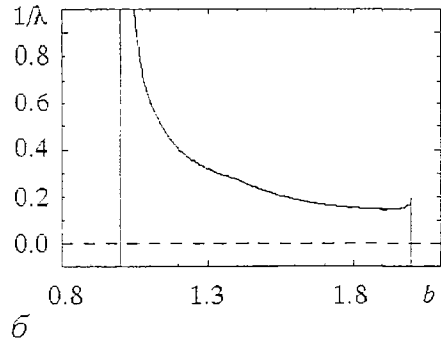
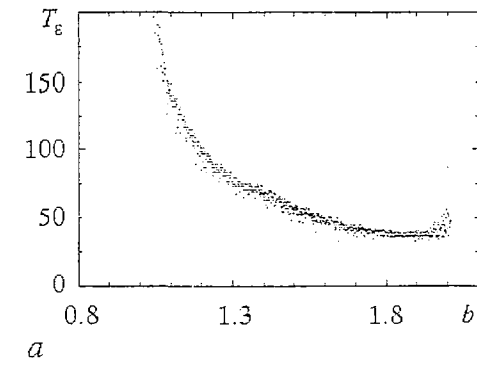


Рис. 3. Взаимосвязь между временем T_e и ляпуновским показателем λ для отображения Лоренца: зависимость T_e (а) и $1/\lambda$ (б) от управляющего параметра b ; зависимость $1/\lambda$ от T_e (в)

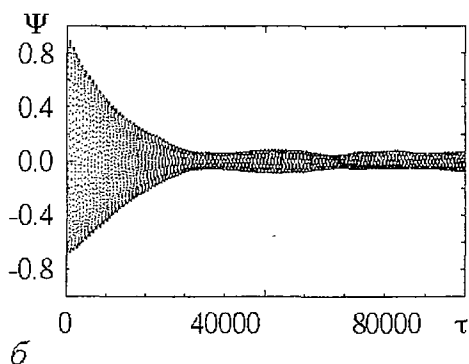
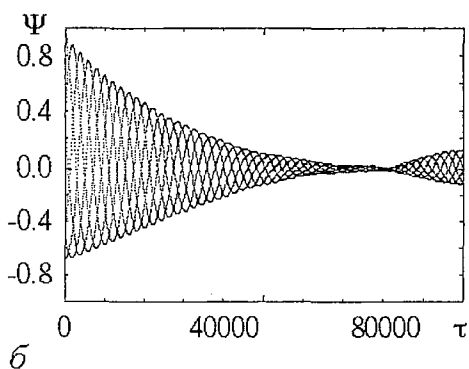
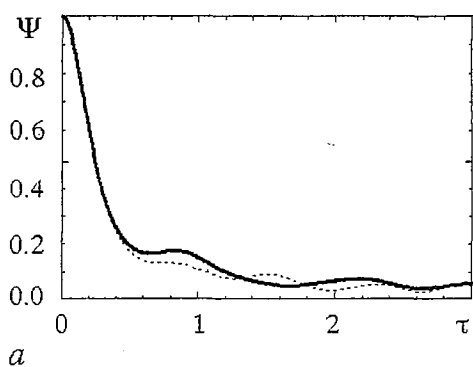
предположить прямопропорциональную зависимость между T_e , α и $1/\lambda^+$. Расчеты T_e и α для системы (1) достаточно сложны и длительны, так что получить зависимости этих величин от параметра оказывается затруднительным.

Поэтому мы воспользовались одномерным отображением, моделирующим отображение последования в сечении аттрактора Лоренца

$$x_{n+1} = \begin{cases} 1 - b|x_n|^a, & x_n \in [-1, 0), \\ 0, & x_n = 0, \\ -1 + b|x_n|^a, & x_n \in (0, 1], \end{cases} \quad (6)$$

где $a=1/b+0.001$. В области положительных значений ляпуновского показателя λ были получены зависимости T_e (рис. 3, а) и $1/\lambda$ (рис. 3, б) от управляющего параметра b . Можно видеть большое сходство этих рисунков. Для большей наглядности на рис. 3, в представлена зависимость T_e от $1/\lambda$. Точки группируются вдоль прямой линии, наклон которой определяет коэффициент пропорциональности. Таким образом, в рассмотренном модельном отображении скорость перемешивания однозначно определяется энтропией Колмогорова. Данный результат находится в полном соответствии с выводами теории Колмогорова – Синая.

Однако, как мы видели на примере негиперболического аттрактора в системе (1), скорость перемешивания, диагностируемая с помощью величины α , может существенно меняться при воздействии шума. Выясним, будут ли соответствующим образом зависеть от шума такие характеристики процесса перемешивания как ляпуновский показатель и время корреляции? Для рассмотренных ранее хаотических аттракторов системы (1) производился расчет старшего ляпуновского показателя λ_1 вдоль достаточно длинной фазовой траектории, а также вычислялась нормированная автокорреляционная функция $\Psi(\tau)$; $\tau=t_2-t_1$, динамической переменной $x(t)$ при различных значениях интенсивности шума D . Значения λ_1 и времени корреляции τ_{cor} приведены в таблице. Как в случае квазигиперболического аттрактора Лоренца, так и в случае

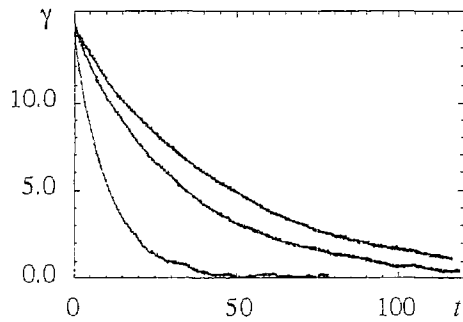


негиперболического аттрактора, ляпуновский показатель в пределах точности численных расчетов не зависит от интенсивности шума. Результаты расчета нормированной автокорреляционной функции приведены на рис. 4. В режиме квазигиперболического аттрактора шум практически не влияет на вид автокорреляционной функции (рис. 4, а). Для негиперболического аттрактора воздействие шума приводит к более быстрому спадаанию автокорреляционной функции (см. кривые на рис. 4, а, б). Время корреляции τ_{cor} для квазигиперболического аттрактора практически не зависит от интенсивности шума, в то время как для негиперболического при наличии шума оно уменьшается почти в два раза (см. таблицу). Таким образом, в рассмотренных случаях наличие шума не влияет на старший ляпуновский показатель. Важно отметить, что для квазигиперболического аттрактора оно также не влияет на время корреляции и величину α , в то время как для негиперболического аттрактора τ_{cor} и α при воздействии шума существенно изменяются. Так, в проведенных численных экспериментах время корреляции уменьшилось почти в два раза, а величина α более чем в два раза.

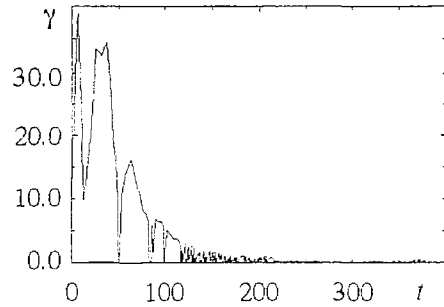
Рис. 4. Нормированная автокорреляционная функция для аттракторов системы (1): а - при $r=28$ (сплошная линия соответствует $D=0$, пунктирная - $D=0.01$); б - при $r=210$, $D=0$; в - при $r=210$, $D=0.01$

3. Исследование процесса перемешивания в системе Ресслера. Механизм влияния шума на характеристики скорости перемешивания

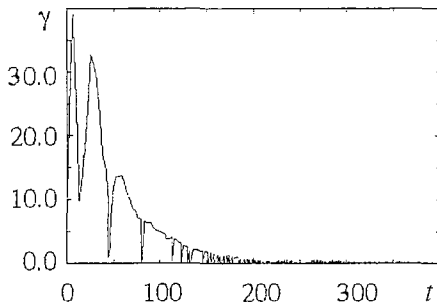
В связи с приведенными в предыдущем параграфе результатами возникает вопрос: почему влияние шума на процесс перемешивания для двух исследованных хаотических аттракторов столь различно? Нечувствительность характеристик скорости перемешивания по отношению к шуму для квазигиперболического аттрактора можно было предвидеть, поскольку, как уже отмечалось, свойства аттракторов данного типа вообще устойчивы к действию шума [9, 13]. Известно, что для негиперболических аттракторов шум вызывает внутренние бифуркации, приводящие к перестройке структуры аттрактора. В связи с этим можно предположить, что шум способен оказывать существенное влияние на процесс установления вероятностной меры. Чтобы проверить это предположение, необходимо рассмотреть негиперболические аттракторы различных типов. Исследованный ранее негиперболический аттрактор в системе (1) относится к широко распространенному типу негиперболических аттракторов. Это так



a



б



в

Рис. 5. Зависимость амплитуды $\gamma(t)$ для аттракторов системы (2): *a* – в случае аттрактора спирального типа для $m=6.1$ при $D=0$ (линия 1), $D=0.001$ (линия 2) и $D=0.1$ (линия 3); *б* – в случае аттрактора винтового типа для $m=13$ при $D=0$; *в* – в случае аттрактора винтового типа для $m=13$ при $D=0.01$

субгармоникам. В силу перечисленных свойств спиральный хаос называют когерентным хаосом.

Характерной особенностью негиперболических хаотических аттракторов является изменение их структуры при вариации параметров. В системе (2) с ростом m происходит качественная перестройка аттрактора. При $m > 9$ в фазовом пространстве (2) существует негиперболический аттрактор винтового типа [19,20], для которого регулярность в поведении фазовой траектории уже не наблюдается. Соответствующий хаотический режим называют некогерентным хаосом.

На рис. 5 представлены результаты вычисления зависимости $\gamma(t)$ для спирального и винтового аттракторов системы (2). Кривые 1–3 на рис. 5, *a* соответствуют режиму спирального аттрактора без шумового воздействия и в присутствии шума интенсивности $D=0.01$ и $D=0.1$. В режиме спирального аттрактора в системе Ресслера, как и в системе Лоренца, шум оказывает существенное влияние на скорость перемешивания. Значение величины α заметно уменьшается с ростом интенсивности шума (см. таблицу и рис. 5, *a*).

Иная картина имеет место для аттрактора системы Ресслера винтового типа. Из данных рис. 5, *б*, *в* и таблицы следует, что винтовой хаос практически нечувствителен к воздействию шума малой интенсивности. Добавление в систему шума не приводит к заметным изменениям величины α и значений положительного ляпуновского показателя. В то же время хорошо известно, что некогерентный хаос (винтовой аттрактор) обладает более ярко выраженным сходством со случайным процессом, о чем свидетельствует, например, вид автокорреляционной функции $\Psi(\tau)$ хаотических колебаний. Рассмотрим и сравним графики автокорреляционных функций хаотических колебаний спирального и винтового

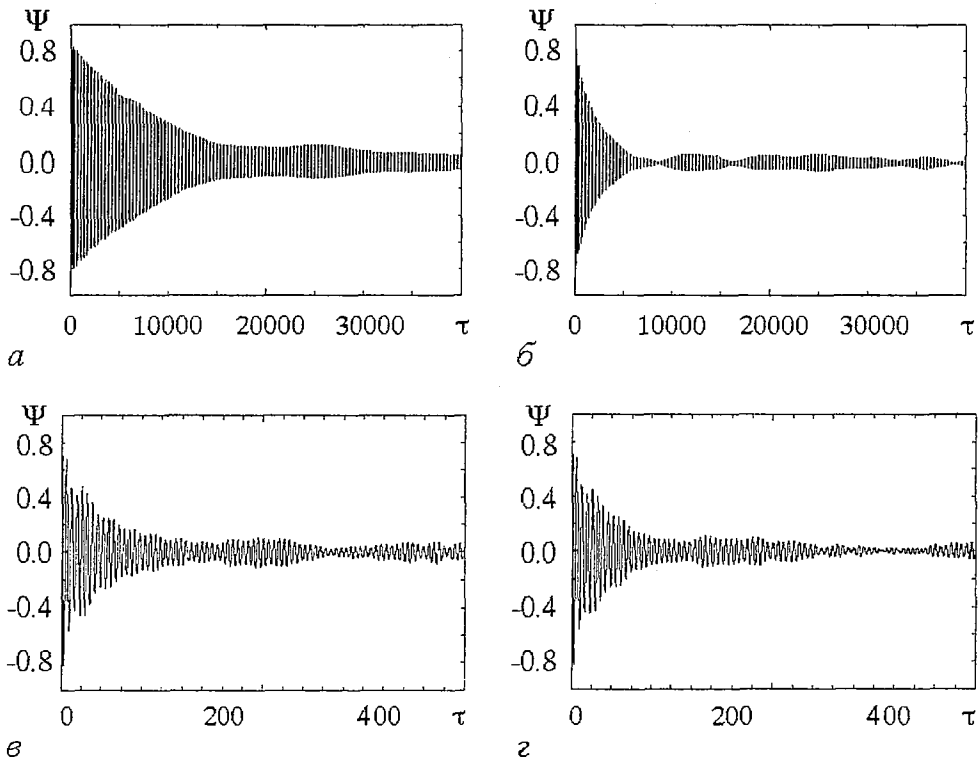


Рис. 6. Нормированная автокорреляционная функция для аттракторов системы (2): спирального типа для $m=6.1$ при $D=0$ (а), $D=0.01$ (б); винтового типа для $m=13$ при $D=0$ (в), $D=0.01$ (г)

типа в системе (2), представленные на рис. 6. Кривые на рис. 6, а, б, соответствуют спиральному аттрактору и отражают заметное ускорение расщепления корреляций при наличии шума. Кривые на рис. 6, в, г, полученные в режиме винтового хаоса в отсутствие шума и с учетом шума, практически совпадают. Значения времени корреляции $\tau_{\text{кор}}$ для спирального и винтового аттракторов приведены в таблице. Как видно из полученных результатов, времена корреляции $\tau_{\text{кор}}$ в указанных режимах в отсутствие шума различаются на два порядка. В то же время в режиме спирального хаоса хорошо заметно влияние шума, а в режиме винтового хаоса такого влияния практически нет. Винтовой хаос демонстрирует свойство, присущее гиперболическому хаосу – «динамическая стохастичность» оказывается намного сильнее навязываемой извне [9]! Этот установленный в численных экспериментах факт представляется весьма интересным и требует более детального рассмотрения. Следует отметить и другой важный экспериментальный результат: в режиме спирального хаоса скорость перемешивания не определяется однозначно старшим ляпуновским показателем, а зависит от интенсивности шума. Данный результат не совпадает с теоретическими выводами [14,15], полученными для гиперболического хаоса.

Одним из инструментов исследования тонкой структуры негиперболического хаотического аттрактора и происходящих с ним изменений при вариации параметров могут служить локальные ляпуновские показатели [17]. Они позволяют судить о скорости локального перемешивания в той или иной части аттрактора. Необходимо было выяснить, как изменяются свойства локального перемешивания при переходе от спирального аттрактора к винтовому и влияет ли на эти свойства добавление в систему шума. С этой целью были проведены следующие численные исследования. Для двух различных аттракторов системы (2) вычислялся старший локальный ляпуновский показатель Λ_1 для достаточно большого числа участков фазовой траектории. Находилось его максимальное $\Lambda_{1\text{max}}$

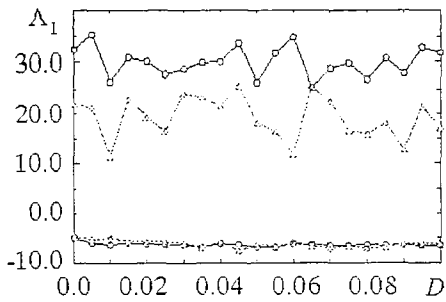


Рис. 7. Зависимость максимальных и минимальных значений локального ляпуновского показателя Λ_1 на аттракторе для системы (2) от интенсивности шума. Серые линии и треугольники соответствуют спиральному аттрактору ($m=6.1$), черные линии и кружочки — винтовому аттрактору ($m=13$). Локальный ляпуновский показатель рассчитывался на времени $T=1.0$ при шаге интегрирования $h=0.001$.

процесс перемешивания может быть связано с особенностями движения фазовой траектории в окрестности неустойчивого состояния равновесия. Из-за почти регулярного вращения траектории на спиральном аттракторе процесс перемешивания оказывается очень длительным. Существенное возрастание скорости перемешивания в присутствии шума в этом случае связано с тем обстоятельством, что шум разрушает имеющуюся относительную регулярность траектории.

Рассмотрим последовательность пересечений фазовой траектории на хаотическом аттракторе с некоторой секущей плоскостью. На секущей плоскости порождается отображение последования $X(n+1)=\hat{P}X(n)$, где n — номер пересечения траекторией секущей плоскости в одном направлении. Если мы исследуем множество траекторий, стартующих из близко расположенных точек аттрактора, то моменты их пересечения с секущей плоскостью окажутся не совсем одинаковыми и с течением времени будут все больше различаться. Процесс перемешивания в исходной системе с непрерывным временем можно условно разложить на две составляющие: перемешивание в трансверсальной секущей плоскости и перемешивание, связанное с неодновременностью пересечения этой плоскости изначально близкими траекториями. Численные эксперименты, проведенные на хаотических модельных отображениях последования, показывают, что скорость перемешивания в отображении определяется положительным ляпуновским показателем и слабо зависит от уровня шума. Остается выяснить, как влияет шум на вторую предполагаемую составляющую перемешивания.

Известно, что для хаотических колебаний можно ввести понятия мгновенной амплитуды и фазы. Мгновенная фаза характеризует вращение траектории вокруг седло-фокуса. В системе (2) траектория в x_0 -проекции вращается вокруг единственного седло-фокуса. Для качественного описания поведения траектории в этом случае мгновенную фазу можно ввести как [21,22]

$$\Phi(t) = \arctan(y(t)/x(t)) + \pi n(t), \quad (7)$$

где $n(t)=0,1,2,\dots$ — номер пересечения траектории с плоскостью $x=0$.

Рассмотрим разность мгновенных фаз $\Delta_n=\Phi_2(t_n)-\Phi_1(t_n)$ двух первоначально близких траекторий системы (2) в моменты t_n , когда первая траектория пересекает плоскость $x=0$. Результаты расчета последовательности значений Δ_n , получаемой в режиме спирального и винтового хаоса, приведены на рис. 8, а, б, соответственно. Линией 1 изображены точки, отвечающие значениям Δ_n без шумового воздействия, а линией 2 представлены результаты, полученные в присутствии шума

и минимальное Λ_1^{\min} значения. Зависимости Λ_1^{\max} и Λ_1^{\min} от уровня шума для аттракторов спирального и винтового типа приведены на рис. 7. Они свидетельствуют о том, что в случае любого из рассмотренных аттракторов шум не влияет на характер поведения локального ляпуновского показателя.

Установленный факт нечувствительности к шуму как обычных, так и локальных ляпуновских показателей и значительное, в некоторых случаях, изменение под действием шума других характеристик перемешивания свидетельствуют, что механизм перемешивания на негиперболическом аттракторе связан не только с ляпуновскими показателями. Остается предположить, что существенное влияние шума на

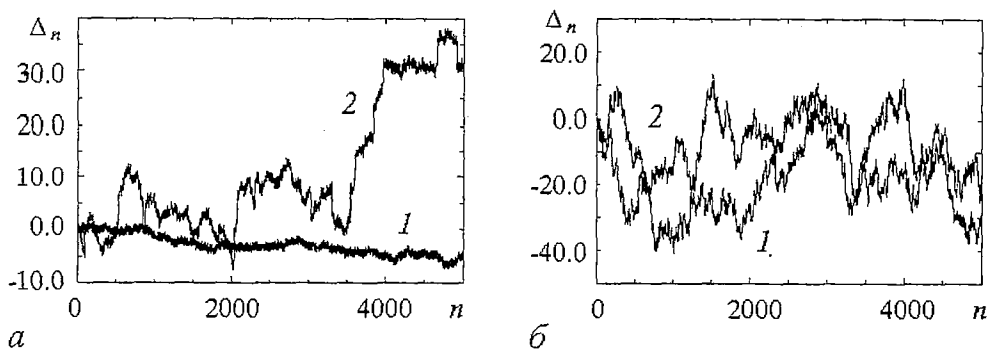


Рис. 8. Разности мгновенных фаз двух первоначально близких траекторий на аттракторе в моменты пересечения первой траекторией секущей плоскости $x=0$ в одном направлении в зависимости от номера пересечения n . Результаты получены для системы (2) при $m=6.1$ (а) и $m=13$ (б)

интенсивности $D=0.1$. В режиме спирального аттрактора (см. рис. 8, а) шум меняет поведение во времени разности фаз соседних траекторий. Если при $D=0$ изменение разности фаз происходило медленно и плавно (за исключением мелкомасштабных изменений в пределах $\pm\pi$), то добавление шума приводит к возникновению изменений более чем на 2π за короткие промежутки времени. Таким образом, шум в этом случае приводит к существенному усилению перемешивания мгновенных фаз хаотических траекторий. Для винтового аттрактора свои фазы типичны в чисто динамическом случае, поэтому зависимости Δ_n от n , полученные в присутствии шума и без шума, качественно не различаются (см. рис. 8, б). Процесс перемешивания фаз как с шумом, так и без него, протекает быстрее, чем процесс перемешивания в отображении последования, поэтому скорость последнего является определяющей при установлении вероятностной меры в исходной динамической системе.

Известные квазигиперболические аттракторы трехмерных потоков (аттрактор Лоренца, аттрактор Мариока – Шимицу) являются аттракторами переключающего типа. Фазовая траектория хаотически перескакивает из окрестности одного седлового состояния равновесия в окрестность другого. Такие переключения сопровождаются хаотическими сбоями фазы без воздействия шума. Введение источников шума не приводит в данном случае к существенному изменению динамики фазы и, следовательно, не влияет на скорость перемешивания.

Выводы

Показано, что для квазигиперболических аттракторов характеристики скорости глобального и локального перемешивания находятся в пропорциональном соотношении и практически не зависят от интенсивности шума.

Существует класс негиперболических аттракторов (аттракторы спирального типа), для которых шум оказывает существенное влияние на показатели скорости глобального перемешивания и время корреляции и практически не изменяет энтропию Колмогорова – Синая.

Скорость процесса перемешивания на негиперболических аттракторах в \mathbb{R}^3 определяется не только положительным ляпуновским показателем, но также и особенностями динамики мгновенной фазы хаотических колебаний. В режиме спирального (когерентного) хаоса шумовое воздействие, приводящее к возникновению сбоев фазы, может существенно ускорить процесс перемешивания. В случае аттракторов с нерегулярным поведением мгновенной фазы, к которым относятся квазигиперболические аттракторы и негиперболические аттракторы

винтового типа, шум не может оказать заметного влияния на процесс перемешивания.

Работа была поддержана грантом № REC-006 Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF) и Министерства образования РФ.

Библиографический список

1. Grebogi C., Ott E., Pelikan S., Yorke J.A. Strange attractors that are not chaotic // *Physica D*. 1984. Vol. 13. P. 261.
2. Anishchenko V.S., Strelkova G.I. Irregular attractors // *Disc. Dynamics in Nature and Society*. 1998. Vol. 2, № 1. P. 53.
3. Shilnikov L.P. Strange attractors and dynamical models // *J. of Circuits, Systems, and Computers*. 1993. Vol. 3, № 1. P. 1.
4. Afraimovich V.S., Shilnikov L.P. Strange attractors and quasiattractors // *Non-linear Dynamics and Turbulence* / Eds G.I. Barenblatt, G. Iooss, D.D. Joseph. Pitman, Boston, London, Melbourne. 1983. P. 1.
5. Williams R.F. Expanding attractors // *Publ. Math. IHES*. 1974. Vol. 43. P. 169.
6. Плыкин Р.В. О гиперболических аттракторах диффеоморфизмов // *УМН*. 1980. Т. 35, № 3. С. 94.
7. Афраимович В.С., Быков В.В., Шильников Л.П. О возникновении и структуре аттрактора Лоренца // *ДАН СССР*. 1977. Т. 234, № 2. С. 336.
8. Шильников Л.П. Бифуркации и хаос в модели Мариока – Шимицу // *Методы качественной теории и теории бифуркаций*. Горький: Изд-во Горьковского ун-та, 1989. С. 130.
9. Синай Я.Г. Стохастичность динамических систем // *Нелинейные волны* / Под ред. А.В. Гапонова–Грехова. М.: Наука, 1979. С. 192.
10. Бунимович Л.А., Синай Я.Г. Стохастичность аттрактора в модели Лоренца // *Нелинейные волны* / Под ред. А.В. Гапонова–Грехова. М.: Наука, 1979. С. 212.
11. Sinai Y. Finite-dimensional randomness // *Russian Math. Surveys*. 1991. Vol. 46, № 43. P. 147.
12. Graham R., Ebeling W., private communications; Graham R., Hamm A., Tel T. Nonequilibrium potentials for dynamical systems with fractal attractors or repellers // *Phys. Rev. Lett*. 1991. Vol. 66, № 24. P. 3089.
13. Kifer Yu. Attractors via random perturbations // *Commun. math. phys*. 1989. Vol. 121. P.445.
14. Колмогоров А.Н. Об энтропии на единицу времени как метрическом инварианте автоморфизмов // *ДАН СССР*. 1959. Т. 124. С. 754.
15. Синай Я.Г. О понятии энтропии динамической системы // *ДАН СССР*. 1959. Т. 124. С. 768.
16. Никитин Н.Н., Разовиг В.Д. Методы цифрового моделирования стохастических дифференциальных уравнений и оценка их погрешностей // *ЖВМ*. 1978. Т. 18, № 1. С. 106.
17. Grassberger P. // *Chaos* / Ed. A.V. Holden. Manchester: Manchester University Press, 1986.
18. Abarbanel H.D.I., Brown R., Kennel M.B. // *J. Nonlinear Sci*. 1992. Vol. 2. P. 343.
19. Arneodo A., Collet P., Tresser C. Possible new strange attractors with spiral structure // *Commun. Math. Phys*. 1981. Vol. 79. P. 573.
20. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
21. Rosenblum M.G., Pikovsky A., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillations // *Phys. Rev. Lett*. 1996. Vol. 76, № 11. P. 1804.
22. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization in a population of globally coupled chaotic oscillators // *Europhys. Lett*. 1996. Vol. 34. P. 165.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 5.10.2000
после доработки 6.12.2000

PECULIARITIES OF RELAXATION TO INVARIANT PROBABILITY MEASURE ON CHAOTIC ATTRACTORS OF LORENZ AND RÖSSLER SYSTEMS IN THE PRESENCE OF NOISE

A.S. Kopeikin, T.E. Vadivasova, V.S. Anishchenko

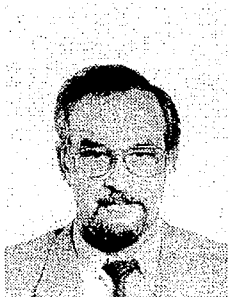
In the paper we analyze the mixing process on chaotic attractors of quasi hyperbolic and nonhyperbolic type. Different characteristics of mixing are compared. It was shown experimentally that the mixing rate can significantly change at the presence of noise for nonhyperbolic attractors. We have found the mechanism of noise influence on the mixing process. It is related to the behaviour of instantaneous phase of a chaotic trajectory.



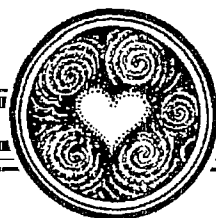
Копейкин Андрей Сергеевич – родился в Саратове (1976), окончил физический факультет Саратовского университета (1998). В настоящее время учится в аспирантуре на кафедре радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Автор 5 научных работ.



Вадивасова Татьяна Евгеньевна – родилась в 1958 году. Окончила физический факультет Саратовского университета (1981), доцент, кандидат физико-математических наук. В настоящее время – докторант кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Научные интересы сосредоточены в области нелинейной динамики: эффекты синхронизации в ансамблях хаотических осцилляторов, явление фазовой мультистабильности взаимодействующих хаотических систем, свойства различных типов нерегулярных аттракторов, статистические характеристики динамического хаоса, роль флуктуаций в нелинейных системах и др. Автор более 40 публикаций в отечественной и зарубежной печати.



Анищенко Вадим Семенович – родился в 1943 году. Окончил физический факультет Саратовского университета (1966), защитил диссертацию на звание кандидата физико-математических наук (1970) и доктора физико-математических наук (1986). С 1988 года – заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики СГУ. С 1979 и по настоящее время работает в области исследования нелинейной динамики и стохастических процессов в нелинейных системах. Является автором более 300 научных работ, среди которых 7 монографий на русском и английском языках и 4 учебника. Неоднократно читал лекции в ведущих вузах Германии в качестве приглашенного профессора. Член-корреспондент РАЕН, Заслуженный деятель науки РФ (1995), Соросовский профессор, Лауреат премии Фонда Александра Гумбольдта (1999). E-mail: wadim@chaos.ssu.runnet.ru



СВОЙСТВА СКЕЙЛИНГА ПРИ ПЕРЕХОДЕ К ХАОСУ В МОДЕЛЬНЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ С ШУМОМ

А.П. Кузнецов, Ю.В. Капустина

Рассматриваются основные свойства скейлинга на бифуркационном дереве в отсутствие и в присутствии шума для различных отображений, демонстрирующих переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода. Предложен численный метод определения констант шума для одно- и двумерных отображений, позволяющий иллюстрировать свойства скейлинга бифуркационного дерева, находящегося под случайным шумовым воздействием.

Введение

Одной из наиболее характерных иллюстраций сложной динамики нелинейных систем является бифуркационное дерево, которое представляет собой зависимость значений переменной на аттракторе от управляющего параметра. Для систем с удвоениями периода дерево имеет очень тонкую организацию: точки бифуркаций удвоения (в этих точках каждая ветвь дерева расщепляется на две) быстро накапливаются вдоль оси управляющего параметра, достигая критического значения, соответствующего появлению хаоса, причем точно в критической точке дерево испытывает бесконечное число расщеплений. В закритической области наблюдается сложная картина чередования аперiodических и периодических режимов (рис. 1).

Простейшей модельной системой, демонстрирующей переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода, является логистическое отображение

$$X_{n+1} = 1 - \lambda X_n^2. \quad (1)$$

Сложная структура бифуркационного дерева этого отображения подчиняется закону самоподобия (скейлинга), вытекающим из ренормгруппового анализа Фейгенбаума [1].

Скейлинг иллюстрируется рядом рисунков [2, 3]. При этом каждый следующий рисунок представляет собой увеличенный в определенное число раз фрагмент предыдущего (рис. 1, а). Масштаб по оси X пересчитывается в $\alpha_F = -2.5029079$ раз относительно точки экстремума $X=0$, а по оси управляющего параметра λ – в $\delta_F = 4.6692016$ раз относительно критической точки $\lambda_C = 1.4011552$. Здесь α_F и δ_F – масштабные факторы, найденные Фейгенбаумом [1]. При преобразовании подобия необходимо переворачивать каждый последующий

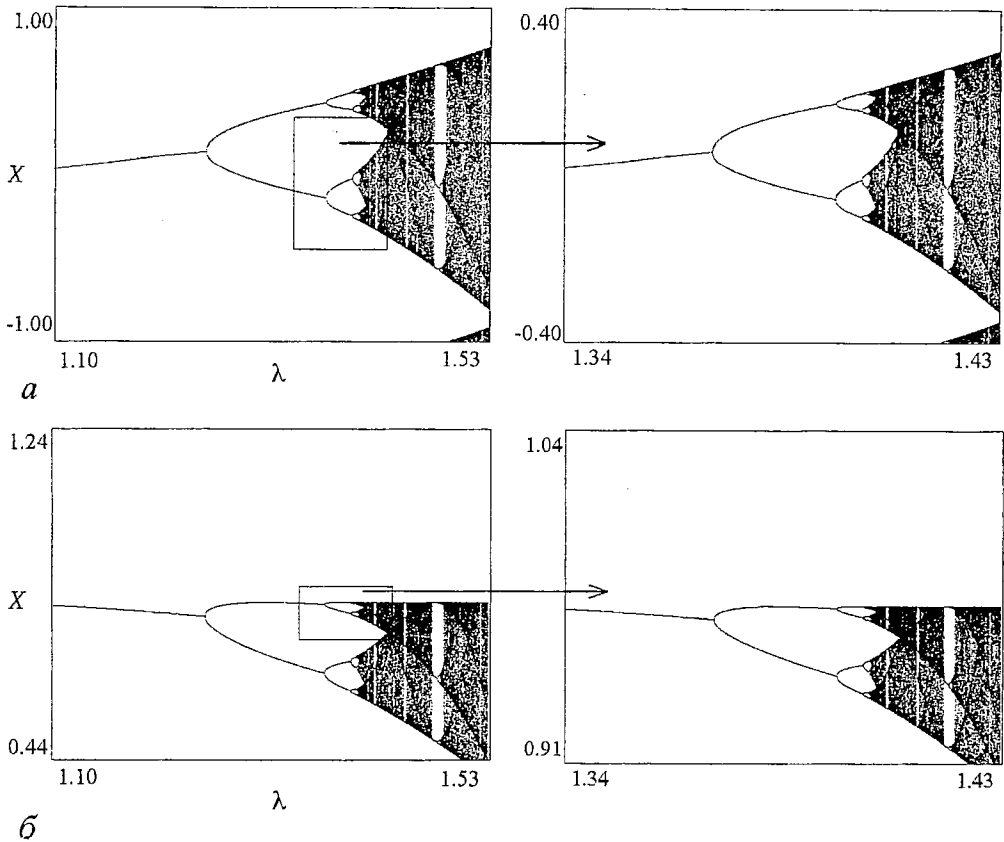


Рис. 1. Скейлинг на бифуркационном дереве логистического отображения: *a* – в окрестности экстремума $X=0$, *б* – в наиболее удаленной от экстремума точке $X=1$

увеличенный фрагмент относительно горизонтальной оси, поскольку константа α_F отрицательна (см. рис. 1, *a*). В результате реализации такой процедуры можно наблюдать сохранение структуры дерева на самых глубоких уровнях иерархии, причем степень соответствия картинок с ростом номера уровня возрастает.

Для дальнейшего важно, что аналогичные иллюстрации скейлинга можно получить также для наиболее удаленной от экстремума точки $X=1$ (рис. 1, *б*). В этом случае масштаб по оси X необходимо пересчитать в α_F^2 раз относительно точки $X=1$, а по оси управляющего параметра λ – по-прежнему в δ_F раз относительно критической точки λ_C . Поскольку величина α_F^2 положительна, то ориентация картинок при переходе от уровня к уровню не меняется.

В реальных системах, однако, всегда присутствует шум. Чтобы количественно исследовать действие случайных возмущений, добавим в уравнение (1) дополнительное слагаемое

$$X_{n+1} = 1 - \lambda X_n^2 + \varepsilon \xi_n, \quad (2)$$

где ε – амплитуда шума, ξ_n – случайная последовательность.

На рис. 2 показано бифуркационное дерево и его фрагмент в присутствии шума для $\varepsilon=0.0005$. Видно, что при переходе к более дальним уровням иерархии структура бифуркационного дерева за счет влияния шума размывается все сильнее, окна периодических режимов исчезают и скейлинг не наблюдается.

Для демонстрации самоподобия на бифуркационном дереве в присутствии шума используем результаты работы Кратчфилда с соавторами [4], в которой методом ренормгруппы показано, что при преобразовании подобия амплитуду шума необходимо пересчитывать по следующему правилу:

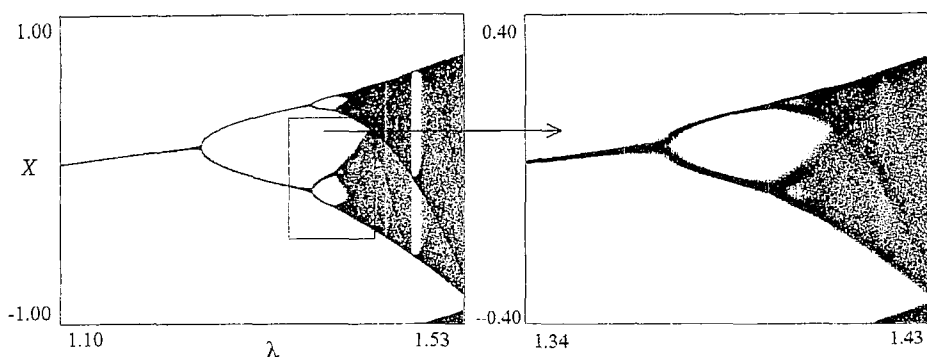


Рис. 2. Влияние шума на структуру бифуркационного дерева логистического отображения, (амплитуда шума $\epsilon=0.0005$)

$$\epsilon \rightarrow \epsilon/\mu_F, \quad (3)$$

где $\mu_F=6.61903$ – некоторая новая универсальная константа для отображений с квадратичным экстремумом. Таким образом, амплитуду шума на бифуркационном дереве при переходе с уровня на уровень каждый раз надо уменьшать в μ_F раз. Как оказалось, при этом скейлинг действительно наблюдается* (рис. 3).

Свойство скейлинга можно, оказывается, использовать и для оценки константы μ_F . В работе [5] Аргул с соавторами предложили подбирать ее величину «экспериментально» при компьютерном моделировании так, чтобы несколько различных уровней дерева визуально совпали. Этим методом ими была «проверена» константа Кратчфилда $\mu_F=6.61903$, а также сделаны оценки для аналогичных констант в случае унимодального отображения вида

$$X_{n+1} = 1 - \lambda X_n^p + \epsilon \xi_n \quad (4)$$

для $p=4,6,8\dots$

В настоящей работе мы предлагаем метод определения семейства констант μ существенно более точный, чем оценка, данная в [5]. Этот метод имеет еще то преимущество, что допускает обобщение на двумерный случай. Кроме того, покажем, как для $p=4$ в отсутствие и в присутствии шума проиллюстрировать свойство скейлинга на бифуркационных деревьях двухпараметрических отобра-

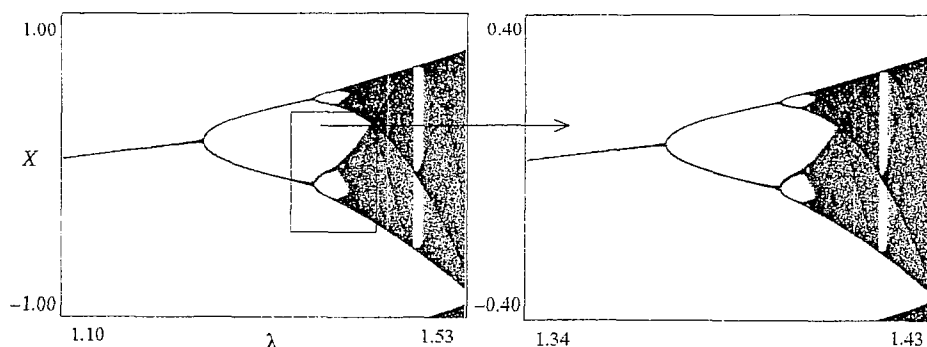


Рис. 3. Скейлинг на бифуркационном дереве логистического отображения в присутствии шума, (амплитуда шума $\epsilon=0.0005$)

* В качестве шума использована случайная последовательность, генерируемая компьютером при использовании языка Паскаль. Выполнение скейлинга говорит о том, что этот выбор удачен.

жений. Иными словами, дадим иллюстрации скейлинга для критических ситуаций коразмерности два. В качестве системы, для которой характерны не только два параметра, но и два измерения, рассмотрим систему двух односторонне связанных логистических отображений. Для них реализуется так называемое бикритическое поведение, когда оба управляющих параметра проходят через пороговое значение возникновения хаоса в обеих подсистемах одновременно [6–10], то есть за порог хаоса выходят две «моды».

Численный метод

Рассмотрим одномерное отображение общего вида под воздействием шума

$$X_{n+1} = f(X_n) + \varepsilon \xi_n. \quad (5)$$

Продифференцируем уравнение (5) по ε

$$(X_{n+1})'_\varepsilon = f'_X(X_n)(X_n)'_\varepsilon + \xi_n,$$

возведем обе части полученного уравнения в квадрат

$$(X_{n+1})'^2_\varepsilon = f'^2_X(X_n)(X_n)'^2_\varepsilon + 2f'_X(X_n)(X_n)'_\varepsilon \xi_n + \xi_n^2 \quad (6)$$

и усредним последнее соотношение. При этом второе слагаемое становится равным нулю

$$\langle (X_{n+1})'^2_\varepsilon \rangle = f'^2_X(X_n) \langle (X_n)'^2_\varepsilon \rangle + \langle \xi_n^2 \rangle. \quad (7)$$

Введем уравнение для производной по управляющему параметру λ

$$(X_{n+1})'_\lambda = f'_\lambda(X_n)(X_n)'_\lambda \quad (8)$$

и найдем N -цикл и $2N$ -цикл отображения $X_{n+1} = f(X_n)$. Тогда в соответствии с логикой ренормгруппового анализа можно получить все универсальные константы в виде следующих отношений при больших N

$$\frac{X_N}{X_{2N}} \rightarrow \alpha, \quad \frac{(X_N)'_\lambda}{(X_{2N})'_\lambda} \rightarrow \frac{\delta}{\alpha}, \quad \frac{\langle (X_{2N})'^2_\varepsilon \rangle}{\langle (X_N)'^2_\varepsilon \rangle} \rightarrow \frac{\mu^2}{\alpha^2}. \quad (9)$$

Здесь X_N и X_{2N} – соответствующие элементы N - и $2N$ -циклов.

Используем теперь в качестве одномерного «затравочного» отображения $f(X) = 1 - \lambda X^p$. Результаты расчетов представлены в таблице. Значения констант α и δ

Таблица

Одномерный случай. Семейство унимодальных отображений					
p	λ_c	α	δ	μ	
2	1.4011551891	-2.502907875	4.66920161	6.61903648	
4	1.5949013562	-1.690302971	7.28468622	8.2439	
6	1.6832601982	-1.467742450	9.29624683	10.0378	
8	1.7364523748	-1.358017279	10.9486243	11.5937	
Двумерный случай. Бикритическая динамика					
λ	B	A_c	α	δ	μ
1.401155189	0.45	1.090094348	-1.50531816	2.39272443	2.7136

согласуются с ранее предсказанными методом ренормгруппы [1], что говорит об эффективности нашего численного метода, в частности, и с точки зрения определения констант шума μ .

Скейлинг двухпараметрических отображений

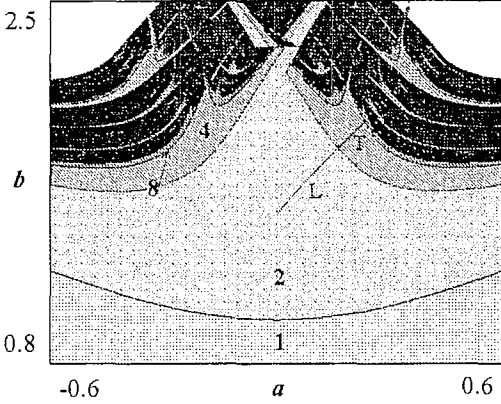


Рис. 4. Карта динамических режимов кубического отображения на плоскости параметров (a, b) . Цифрами на карте указаны области существования циклов различных периодов, L – линия отображения экстремума в экстремум, T – трикритическая точка

Имея эти результаты, можно дать иллюстрации скейлинга для ситуаций более высокой коразмерности, то есть характеризующихся большим числом существенных параметров.

Простейшей двухпараметрической системой с удвоениями периода является кубическое отображение

$$X_{n+1} = a - bX_n + X_n^3. \quad (10)$$

Его эталонный для нелинейной динамики характер связан с «грубым» свойством отображения – наличием двух экстремумов.

На рис. 4 показана карта динамических режимов кубического отображения (10), на которой оттенками серого цвета выделены области различных периодических режимов. Как видно из

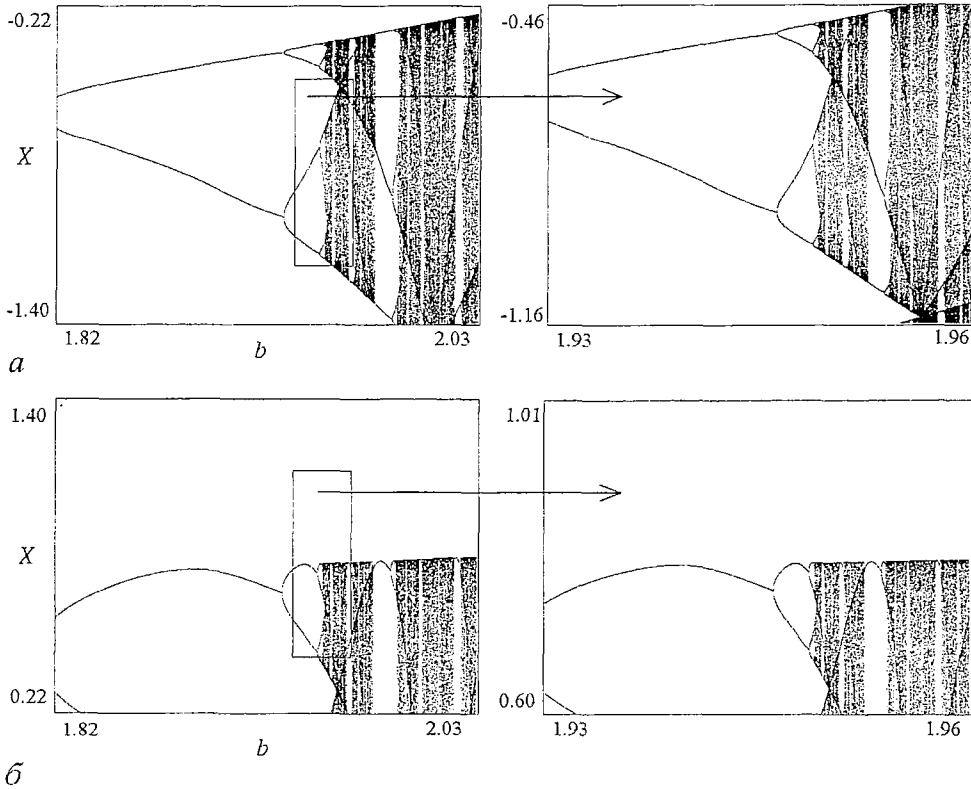


Рис. 5. Скейлинг на бифуркационном дереве кубического отображения при движении вдоль линии отображения экстремума в экстремум: a – относительно максимума $(b_T, -(b_T/3)^{1/2})$; b – относительно минимума $(b_T, (b_T/3)^{1/2})$

рисунка, при движении по «типичным» маршрутам на плоскости параметров мы пересекаем линии удвоенный периода, которые накапливаются к фейгенбаумовской критической линии, причем за последней наблюдается хаос. Фейгенбаумовский сценарий является однопараметрическим (параметр отсчитывается вдоль выбранного маршрута), то есть имеет коразмерность один.

Однако при движении вдоль линий, отвечающих условию отображения экстремума в экстремум, наблюдаются нефейгенбаумовские каскады, накапливающиеся к так называемой трикритической точке [11]. Скейлинговые свойства в ее окрестности отчасти могут быть изучены с помощью унимодального отображения (4) при $p=4$, так как при условии отображения экстремума в экстремум двукратно проитерированное кубическое отображение имеет экстремум четвертого порядка. Эти особенности типичны и общи для двухпараметрических отображений.

Для кубического отображения линию отображения экстремума в экстремум нетрудно найти аналитически

$$a = (b/3)^{1/2}(1 - 2b/3). \quad (11)$$

При таком дополнительном условии изначально двухпараметрическое отображение (10) становится однопараметрическим. Бифуркационное дерево для него подчиняется законам скейлинга относительно максимума и минимума исходного кубического отображения. Особенность скейлинга состоит в том, что в обоих случаях масштаб по оси параметра b пересчитывается в $\delta_T=7.2846862$ раз относительно трикритической точки $b_T=1.9513858$, а по оси X пересчитывается в $\alpha_T=-1.6903030$ раз относительно максимума и в α_T^2 раз относительно минимума (рис. 5).

Теперь, наконец, можно проиллюстрировать (рис. 6) скейлинг при наличии

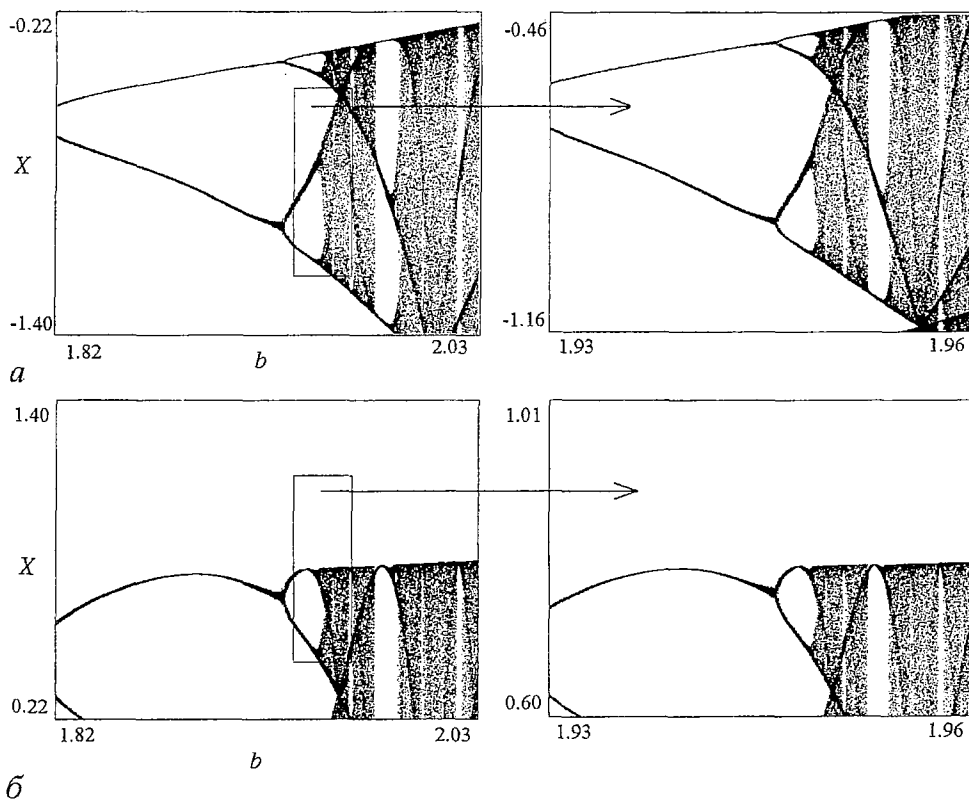


Рис. 6. Скейлинг на бифуркационном дереве кубического отображения под воздействием шума (амплитуда шума $\epsilon=0.001$) при движении вдоль линии отображения экстремума в экстремум: a – относительно максимума, b – относительно минимума

шума вдоль линии (11) с ранее полученной константой $\mu_T=8.2439$ из таблицы для $p=4$. Из рисунка видно, что свойство скейлинга выполняется – выделенные фрагменты совпадают. Это подтверждает наши расчеты величины μ_T .

Двумерные отображения

Если мы имеем двумерное отображение с шумом вида

$$X_{n+1} = f(X_n, Y_n), \quad (12)$$

$$Y_{n+1} = g(X_n, Y_n) + \varepsilon \xi_n,$$

то после дифференцирования по параметру ε и усреднения получаем

$$\langle (X_{n+1})'_\varepsilon \rangle = f_X(X_n, Y_n) \langle (X_n)'_\varepsilon \rangle + f_Y(X_n, Y_n) \langle (Y_n)'_\varepsilon \rangle, \quad (13)$$

$$\langle (Y_{n+1})'_\varepsilon \rangle = g_X(X_n, Y_n) \langle (X_n)'_\varepsilon \rangle + g_Y(X_n, Y_n) \langle (Y_n)'_\varepsilon \rangle + \langle \xi_n \rangle.$$

После возведения (13) в квадрат имеем (по-прежнему считая, что пары значений $\{\xi_n, X_n\}$ и $\{\xi_n, Y_n\}$ являются некоррелированными)

$$\langle (X_{n+1})'^2_\varepsilon \rangle = \quad (14)$$

$$= f_X^2(X_n, Y_n) \langle (X_n)'_\varepsilon^2 \rangle + 2f_X(X_n, Y_n)f_Y(X_n, Y_n) \langle (X_n)'_\varepsilon \rangle \langle (Y_n)'_\varepsilon \rangle + f_Y^2(X_n, Y_n) \langle (Y_n)'_\varepsilon^2 \rangle \langle (Y_{n+1})'^2_\varepsilon \rangle =$$

$$= g_X^2(X_n, Y_n) \langle (X_n)'_\varepsilon^2 \rangle + 2g_X(X_n, Y_n)g_Y(X_n, Y_n) \langle (X_n)'_\varepsilon \rangle \langle (Y_n)'_\varepsilon \rangle + g_Y^2(X_n, Y_n) \langle (Y_n)'_\varepsilon^2 \rangle + \langle \xi_n^2 \rangle.$$

Таким образом, теперь необходимо итерировать систему (12)–(14). Значения константы μ ищем из условия

$$\frac{\langle (Y_{2N})'^2_\varepsilon \rangle}{\langle (Y_N)'_\varepsilon^2 \rangle} \rightarrow \frac{\mu^2}{\alpha^2}, \quad (15)$$

где α – соответствующий масштабный фактор, а $N \rightarrow \infty$.

В качестве иллюстрации действия метода последовательных итераций в случае двумерных отображений рассмотрим систему двух связанных логистических отображений с однонаправленной связью, демонстрирующую так называемое бикритическое поведение [6–10],

$$X_{n+1} = 1 - \lambda X_n^2, \quad (16)$$

$$Y_{n+1} = 1 - AY_n^2 - BX_n^2.$$

Бикритическая точка отвечает ситуации одновременного достижения порога хаоса по X и Y . Параметры B , λ_C и A_C в бикритической точке приведены в последней строке таблицы. В численных расчетах по формуле (15) в качестве «затравочных» использованы функции $f(X, Y) = 1 - \lambda X^2$ и $g(X, Y) = 1 - AY^2 - BX^2$, отвечающие отображению (16). Результаты расчетов константы μ приведены в нижней строке таблицы. Также получаем хорошее соответствие по константам α_B и δ_B с известными результатами [6–10], что говорит и о точном предсказании константы шума μ_B .

На рис.7 изображено бифуркационное дерево для бикритической ситуации,

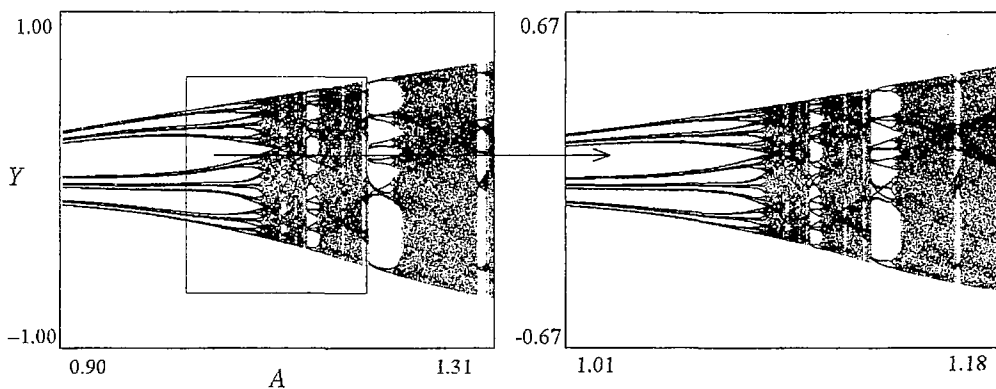


Рис. 7. Скейлинг на бифуркационном дереве системы связанных логистических отображений с однонаправленной связью (для иллюстрации свойства самоподобия на увеличенном фрагменте показан только каждый второй шаг во времени)

представляющее зависимость переменной Y на аттракторе от параметра A . Значение λ фиксировано и составляет 1.4011552. Фрагмент рисунка увеличен так, что масштаб по оси параметра A пересчитывается в $\delta_B=2.3927244$ раз относительно точки A_C , а по оси Y пересчитывается в $\alpha_B=-1.5053182$ раз относительно $Y=0$. Скейлинг на бифуркационном дереве отображения (11) в присутствии шума с найденной константой $\mu_B=2.7136$ иллюстрирует рис. 8. Наблюдается хорошее совпадение всей картинке и ее увеличенного фрагмента.

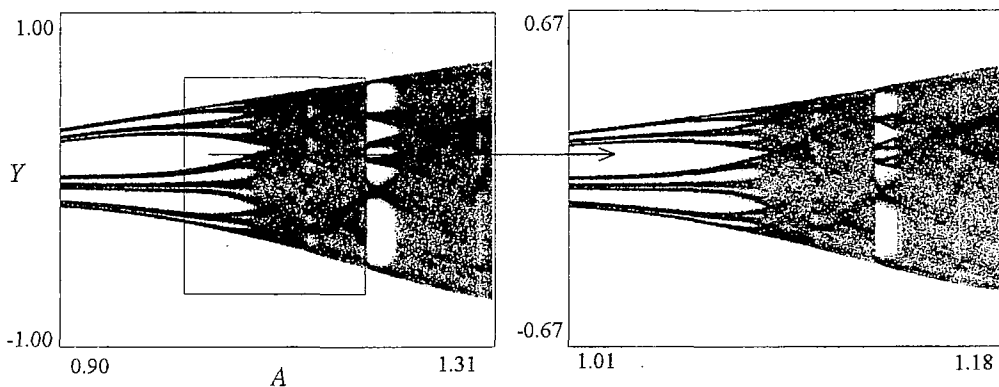


Рис. 8. Скейлинг на бифуркационном дереве системы связанных логистических отображений с однонаправленной связью под воздействием шума (амплитуда шума $\varepsilon=0.0015$)

Заключение

Итак, представлено обобщение результатов работы Кратчфилда с соавторами [4] для систем с удвоениями периода под действием шума на случаи более высокой коразмерности. Это относится прежде всего к достаточно распространенному случаю бимодальных двухпараметрических отображений. Важную роль при этом играет семейство унимодальных отображений типа логистического, но с экстремумами более высокого порядка. Продемонстрирована также работоспособность метода для двумерных отображений на примере односторонне связанных логистических отображений в бикритической ситуации и даны соответствующие иллюстрации скейлинга.

Авторы выражают благодарность С.П. Кузнецову и И.Р. Сатаеву за плодотворное обсуждение работы и ценные замечания.

Работа поддержана грантами РФФИ (№ 00-02-17509) и CRDF REC 006.

Библиографический список

1. *Feigenbaum M.J.* Quantitative universality for a class of nonlinear transformations // *J. Stat. Phys.* 1978. Vol. 19, № 1. P. 25.
2. *Heinz-Otto Peitgen, Hartmut Jürgens, Dietmar Sauge.* *Chaos & Fractals.* New Frontiers of Science. Springer-Verlag, 1992.
3. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.* Критическая динамика одномерных отображений // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 1993. Т. 1, №1, №2. С. 15.
4. *Crutchfield J., Nauenberg M., Rudnick J.* Scaling for external noise at the onset of chaos // *Phys. Rev. Lett.* 1981. Vol. 46. P. 933.
5. *Argoul F., Arneodo A., Collet P., Lesne A.* Transitions to chaos in the presence of an external periodic field: cross-over effect in the measure of critical exponents // *Europhys. Lett.* 1987. Vol. 3, № 6. P. 643.
6. *Безручко Б.П., Гуляев Ю.В., Кузнецов С.П., Селезнев Е.П.* Новый тип критического поведения связанных систем при переходе к хаосу // *ДАН СССР.* 1986. Т. 287, № 3. С. 619.
7. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R.* Bicritical dynamics of two-period doublings systems with unidirectional coupling // *J. Bifurc. & Chaos.* 1991. Vol. 1, № 4. P. 839.
8. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R.* Variety of types of critical behavior and multistability in period doublings systems with unidirectional coupling near the onset of chaos // *J. Bifurc. & Chaos.* 1993. Vol. 3, № 1. P. 139.
9. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R.* A variety of period-doubling universality classes in multi-parameter analysis of transition to chaos // *Physica D.* 1997. Vol. 109. P. 91.
10. *Sang-Yoon Kim.* Bicritical behavior of period doublings in unidirectionally coupled maps // *Phys.Rev. E.* 1999. Vol. 59, № 6. P. 6585.
11. *Chang S.J., Wortis M., Wright J.A.* Iterative properties of a one-dimensional quartic map. Critical lines and tricritical behavior // *Phys. Rev.* 1981. Vol. 24, № 5. P. 2669.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 26.06.2000
после переработки 20.10.2000

SCALING PROPERTIES AT TRANSITION TO CHAOS IN MODEL MAPS IN THE PRESENCE OF NOISE

A.P. Kuznetsov, J.V. Kapustina

Fundamental scaling properties of bifurcation tree in the absence and in the presence of noise for different maps which show transition to chaos through period-doubling cascade are considered. Numerical method of determination of noise constants for one-dimensional and two-dimensional maps is presented which allows to illustrate scaling properties of bifurcation tree under random noise influence.



Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского отделения Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского госуниверситета, заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ в СО ИРЭ РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений. Занимается использованием идей теории катастроф и теории бифуркаций, а также развитием концепции сценариев перехода к хаосу применительно к многопараметрическим модельным и физическим нелинейным системам. Опубликовал более 50 научных работ в отечественных и зарубежных журналах. Соросовский доцент (1998), Соросовский профессор (2000), научный руководитель молодежного научного центра «Нелинейная динамика и сложные структуры» СО ИРЭ РАН и студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика» СГУ и СО ИРЭ РАН. Автор нескольких оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов СГУ и двух популярных книг.



Капустина Юлия Викторовна – родилась в 1979 году. Студентка 5-го курса факультета нелинейных процессов СГУ. Занимается научной работой в студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика». Область научных интересов – воздействие шумов на динамические системы. Соросовская студентка (1999, 2000); Лауреат стипендии Администрации Саратова. Автор четырех публикаций. Принимала участие в двух международных конференциях.



Изв. вузов «ПНД», т. 8, № 6, 2000

УДК 621.37:537.867:530.182

ДИНАМИКА НЕЛИНЕЙНЫХ ЦИФРОВЫХ РЕКУРСИВНЫХ ЦЕПЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ ПОСТОЯННОМ ВНЕШНЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Ю. А. Брюханов

Исследованы колебания в рекурсивных цепях второго порядка с двумя видами нелинейности сумматора: с насыщением и с переполнением. Определена трехмерная область линейного режима. Показано, что цепь с нелинейностью с насыщением не искажает внешнее воздействие. Для нелинейности с переполнением установлена связь между периодом возникающих паразитных колебаний, параметрами цепи и величиной воздействия.

Цифровые цепи второго порядка могут использоваться в современных системах передачи информации для последетекторной обработки сигналов. На базе рекурсивных цепей второго порядка создаются фильтры нижних и верхних частот [1]. При этом внешнее воздействие зачастую имеет вид прямоугольного импульса. Информацию о реакции цепи в установившемся режиме на такой сигнал можно получить из отклика на постоянное воздействие. Анализ режимов в нелинейных рекурсивных цепях первого порядка выполнен в [2]. Исследуем ранее не рассматриваемую динамику цепи второго порядка с учетом нелинейности характеристики сумматора, полагая, что эффекты квантования отсутствуют.

Колебания в рассматриваемой цепи описываются разностным уравнением

$$x(n+2) = f[ax(n+1) + bx(n) + A], \quad (1)$$

где функция f описывает характеристику сумматора, a и b – параметры цепи, A – величина внешнего воздействия.

Линейный режим

Если функция f линейна, то решение уравнения (1) имеет вид

$$x(n) = (q_1 - q_2)^{-1} \sum_{s=1}^2 [(q_s - a)x(0) + x(1) + A/(q_s - 1)] q_s^n (-1)^{s+1} + A/(1 - a - b),$$

где $x(0)$, $x(1)$ – начальные условия, q_1 , q_2 – корни характеристического уравнения

$$q_{1,2} = [a \pm (a^2 + 4b)^{1/2}] / 2.$$

Поскольку при выборе параметров цепи внутри треугольника устойчивости выполняются условия [3] $|q_1| < 1$, $|q_2| < 1$, то в установившемся режиме имеем

$$x(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x(n) = A/(1-a-b).$$

Полагая $|x| < 1$ (что характерно для использования арифметики с фиксированной запятой и чисел, выравненных слева [4]), из (1) получим условия линейного режима

$$-1 < A/(1-a-b) < 1. \quad (2)$$

Учтем, что в областях параметров $Q_1 = \{(a,b): a > 0, b < 0, -a+1 > b > -a^2/4\}$ (цепь является фильтром нижних частот) и $Q_2 = \{(a,b): a < 0, b < 0, a+1 > b > -a^2/4\}$ (цепь является фильтром верхних частот) имеем $(1-a-b) > 0$. Функция $A = \alpha(a,b)$ описывает трехмерную область линейного режима.

Из (2) следует, что при $|A| < 1$ в фильтре верхних частот при выполнении условия $f(\varphi) = \varphi$ для $|\varphi| < 1$ всегда существует линейный режим. Для объекта дальнейших исследований, фильтра нижних частот, область линейного режима *Oneg* – объемная (трехмерная) фигура – показана на рис. 1. В связи с симметрией характеристики сумматора здесь и ниже полагаем $A > 0$. Штриховкой обозначено основание фигуры.

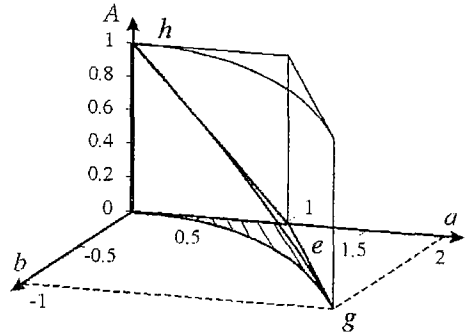


Рис. 1. Область линейного режима фильтра нижних частот

Сумматор с насыщением

Характеристика сумматора с насыщением описывается функцией [5]

$$f(\varphi) = \begin{cases} \varphi, & |\varphi| < 1 \\ \text{sign} \varphi, & |\varphi| \geq 1 \end{cases}$$

Для исследования нелинейных режимов воспользуемся методом фазовой плоскости, описанным в [5]. Согласно этому методу уравнение (1) сводится к эквивалентному ему отображению

$$\begin{pmatrix} x(n+1) \\ y(n+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y(n) \\ f(ay(n)+bx(n)+A) \end{pmatrix}$$

на плоскости (x,y) . Пары последовательных итераций $(x(n), y(n))$ отображения определяют точки траектории движения системы на фазовой плоскости (x,y) .

Учитывая вид нелинейности, фазовую плоскость разобьем на три области, характеризующиеся следующими уравнениями движения:

область D_{-1} –

$$x(n+2) = -1,$$

область D_0 –

$$x(n+2) = ax(n+1) + bx(n) + A, \quad (3)$$

область D_1 –

$$x(n+2) = 1.$$

Граница между областями D_{-1} и D_0 представляет собой прямую MN , описываемую уравнением

$$y = -(b/a)x - (1+A)/a, \quad (4)$$

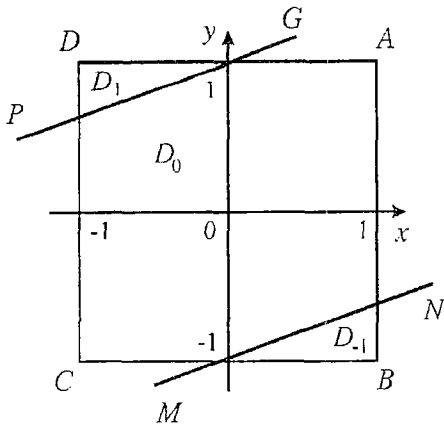


Рис. 2. Разбиение фазовой плоскости при $A=0$

а граница между D_0 и D_1 – прямую PG с уравнением

$$y = -(b/a)x + (1-A)/a. \quad (5)$$

Сами прямые MN и PG принадлежат областям D_{-1} и D_1 , соответственно. Разбиение фазовой плоскости для $A=0$, $a=1$, $b=-0.2$ показано на рис. 2. При $A \neq 0$ прямые MN и PG смещаются параллельные самим себе на величину A/a .

Заметим, что устойчивые режимы в области D_1 и D_{-1} возможны только в точках A и C , соответственно. Принадлежность точки A области D_1 или прямой PG означает

$$A \geq 1-a-b, \quad (6)$$

что согласуется с условием (2).

Таким образом, в нелинейном режиме при выполнении условия (6) в системе существуют устойчивые колебания с периодом $T=1$.

Сумматор с переполнением

При использовании арифметики с фиксированной запятой, выравненных слева чисел, представлении отрицательных чисел в дополнительном коде характеристика сумматора выражается зависимостью

$$f(\varphi) = (\varphi+1) \bmod 2 - 1.$$

Учитывая три соседние области характеристики сумматора (при этом $\varphi \in [-3; 3]$), как и ранее, плоскость состояний разобьем на три области. Однако их обозначения и соответствующие уравнения движения имеют следующий вид:

область D_{-2} –

$$x(n+2) = ax(n+1) + bx(n) + A - 2,$$

область D_0 совпадает с (3),

область D_{+2} –

$$x(n+2) = ax(n+1) + bx(n) + A + 2.$$

Уравнения прямых MN и PG по-прежнему имеют вид (4) и (5), соответственно, однако MN принадлежит области D_0 , а PG – области D_{-2} .

Экспериментально установлено, что при выборе параметров a , b и A вне области линейного режима в цепи возникают паразитные периодические колебания. Период T паразитных колебаний и правило движения (под правилом движения понимается последовательность областей D_n фазовой плоскости, посещаемых изображающей точкой) зависят от вышеуказанных параметров и не зависят от начальных условий.

Установим связь между величинами T , a , b и A . Возникающий периодический процесс описывается линейным разностным уравнением

$$y(n+2) = ay(n+1) + by(n) + A + u(n) \quad (7)$$

с начальными условиями $y(0)$, $y(1)$, где $y(1)$ зависит от того, из какой области стартует изображающая точка: если это область D_{-2} , то $y(1) = ay(0) + bx(0) + A - 2$. При этом функция $u(n)$ удовлетворяет уравнению $u(n+T) = u(n)$ с начальными

условиями $u(0), u(1), \dots, u(T-1)$, совпадающими со значениями индексов областей D_{ii} , посещаемых изображающей точкой согласно правилу движения, начиная с $n=1$, соответственно (они известны). Выполнив z -преобразование обеих частей последнего уравнения, получим изображение $U(z)$, оригиналом которого является функция

$$u(n) = \sum_{i=0}^{T-1} U_i z_i^n, \quad (8)$$

где

$$U_i = z_i^{T-1} \sum_{k=0}^{T-1} u(k) z_i^{-k} / \prod_{r=0, r \neq i}^{T-1} (z_i - z_r),$$

$$z_i = \exp(j2\pi i/T), \quad j = (-1)^{i/2}.$$

Подставив (8) в уравнение (7) и решив его, получим

$$y(n) = (q_1 - q_2)^{-1} \sum_{s=1}^2 [(q_s - a)y(0) + y(1) + A/(q_s - 1) +$$

$$+ q_s^{T-1} \sum_{k=0}^{T-1} u(k) q_s^{-k} / (q_a^T - 1)] q_s^n (-1)^{s+1} + A/(1 - a - b) +$$

$$+ \sum_{m=0}^{T-1} z_m^{T-1} \sum_{k=0}^{T-1} u(k) z_m^{n-k} / [(z_m^2 - a z_m - b) \prod_{i=0, i \neq m}^{T-1} (z_m - z_i)].$$

В установившемся режиме имеем

$$y^*(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} y(n) = A/(1 - a - b) +$$

$$+ \sum_{m=0}^{T-1} z_m^{T-1} \sum_{k=0}^{T-1} u(k) z_m^{n-k} / [(z_m^2 - a z_m - b) \prod_{i=0, i \neq m}^{T-1} (z_m - z_i)]. \quad (9)$$

Таблица

Период T	Правило движения и изменение координаты $y^*(n)$
2	$\rightarrow D_{-2} \rightarrow D_0 \rightarrow$ $y^*(n) = (A-1)/(1-a-b) + (-1)^n / (1+a-b)$
3	$\rightarrow D_{-2} \rightarrow D_0 \rightarrow D_0 \rightarrow$ $y^*(n) = (3A-2)/[3(1-a-b)] - 4 \sin[\omega n - \alpha(\omega)] / (3^{1/2} B(\omega)),$ $\alpha(\omega) = \arg B(\omega),$ $B(\omega) = 1 + ja3^{1/2} - b \exp(j\omega) + b - \exp(-j\omega)$
4	$\rightarrow D_{-2} \rightarrow D_0 \rightarrow D_0 \rightarrow D_0$ $y^*(n) = (2A-1)/[2(1-a-b)] - C ^{-1} \sin[\pi n/2 - \beta] + (-1)^n / [2(1+a-b)],$ $C = 1 + ja + b,$ $\beta = \arg C$
5	$\rightarrow D_{-2} \rightarrow D_0 \rightarrow D_0 \rightarrow D_0 \rightarrow D_0$ $y^*(n) = A/(1-a-b) - \sum_{m=0}^4 2z_m^n / [z_m^2 - a z_m - b] \prod_{i=0, i \neq m}^4 (z_m - z_i),$ $z_m = \exp(j2\pi m/5)$

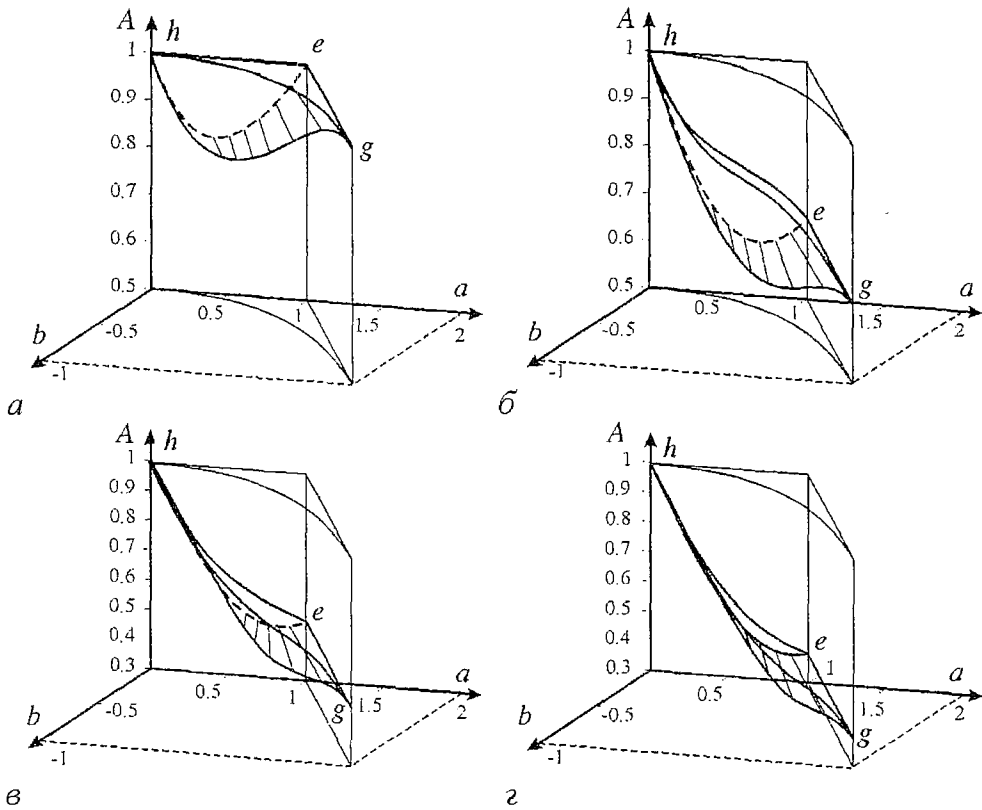


Рис. 3. Области паразитных колебаний с различными значениями периода T : а-2; б-3; в-4; г-5

Не менее важным и сложным является нахождение нижней и верхней поверхностей трехмерных областей $A=\alpha(a,b)$, соответствующих определенному периоду T . Экспериментально установлено, что при $a, b, T=\text{const}$ и изменении A перемещение инвариантных точек происходит в определенных направлениях. При приближении A к граничным значениям, соответствующим нижней и верхней поверхности, определенные инвариантные точки стремятся к сторонам DA или BC , показанным на рис. 2. Это обстоятельство и используется всякий раз для нахождения нужных поверхностей путем подстановки в (9) соответствующего значения n и наложения ограничения на $y^*(n)$ (это может быть величина 1 или -1).

Правила движения и выражения для $y(n)$ и периодов $T \in [2; 5]$ сведены в таблицу. Всюду нижняя поверхность находится из условия $y^*(1) \geq -1$, а верхняя (кроме $T=2$) – из условия $y^*(0) \leq 1$. В случае $T=2$ верхняя поверхность описывается функцией $A=\alpha(a, b)=1$. На рис. 3 изображены трехмерные области $A=\alpha(a, b)$ (они обозначены буквами heg) для тех же значений T . Штриховкой обозначены нижние поверхности этих областей.

Заключение

Исследованы колебания в рекурсивных цифровых цепях второго порядка с нелинейностью насыщения и с переполнением при постоянном внешнем воздействии. Определены трехмерные области существования линейного и нелинейного режимов. Показано, что цепь с нелинейностью насыщения не искажает внешнее воздействие, а в цепи с переполнением возникают паразитные периодические колебания. Установлена связь между периодом колебаний, параметрами цепи и величиной внешнего воздействия.

Результаты могут использоваться при разработке систем передачи информации с цифровой обработкой сигналов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-02-17939).

Библиографический список

1. Отнес Р.К., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982.
2. Брюханов Ю.А. Колебания в нелинейных рекурсивных цифровых цепях первого порядка при постоянном внешнем воздействии // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 4. С.29.
3. Брюханов Ю.А. Свободные колебания в линейном цифровом осцилляторе // Радиотехника. 1996. № 5. С.46.
4. Каппелини В., Константинович А.Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. М.: Энергоатомиздат, 1983.
5. Брюханов Ю.А. Переходные процессы в рекурсивной цифровой системе второго порядка с нелинейностью насыщения // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т.6, №2. С.28.

Ярославский государственный
университет

Поступила в редакцию 24.02.2000
после переработки 19.12.2000

DYNAMICS OF NONLINEAR DIGITAL RECURSIVE SECOND-ORDER CIRCUITS UNDER CONSTANT EXTERNAL INFLUENCE

Yu.A. Bryuhanov

Oscillations in recursive second-order circuits with two kinds of adder nonlinearities (saturation and overflow) are investigated. Boundaries of linear regime have been obtained. It is shown that external influence is not distorted in the circuit with saturation nonlinearity. Relation between period of parasitic oscillations, circuit parameters and magnitude of external influence is determined.



Брюханов Юрий Александрович – родился в Красноярске (1941), окончил Красноярский политехнический институт (1967) и аспирантуру Воронежского государственного университета (1970). С 1971 года работает в Ярославском государственном университете, в настоящее время заведует кафедрой динамики электронных систем. Защитил кандидатскую диссертацию (1971) и докторскую диссертацию (1989) в области применения теории колебаний в задачах радиофизики и электроники. Область научных интересов – нелинейная динамика электронных систем дискретного времени. Автор монографии «Управление динамическим режимом колебательных систем» и более 180 статей. Заслуженный деятель науки РФ.



ОСОБЕННОСТИ СЛОЖНОЙ ДИНАМИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕАВТНОМНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С КАТАСТРОФАМИ ТОМА

А.П. Кузнецов, А.Ю. Потапова

Проведен обзор работ, посвященных нелинейным осцилляторам. Предложена классификация осцилляторов по схеме теории катастроф, позволяющая описывать динамику различных осцилляторов с потенциальной функцией в виде полинома при помощи одного модельного уравнения. Для осцилляторов с убегающими на бесконечность решениями установлены области характерных режимов в пространстве параметров, проиллюстрированные бассейнами притяжений. Для осцилляторов с потенциалами в виде полинома n -й степени, где n – четное целое число больше двух, описана эволюция карт режимов, содержащих типичным образом определенные композиции бифуркаций crossroad area и spring area. Изучено влияние повышения степени нелинейности осциллятора на развитие бифуркаций и кризисов.

Введение

Мотивация изучения динамики нелинейных осцилляторов имеет, по крайней мере, три перечисленных ниже аспекта. Во-первых, нелинейный неавтономный осциллятор, хотя и является одной из простейших нелинейных систем, демонстрирует поразительное разнообразие интересных явлений, таких как регулярные и хаотические движения, чувствительная зависимость от начальных условий, сосуществующие аттракторы, регулярные и фрактальные границы бассейнов притяжения, локальные и глобальные бифуркации и другие. Во-вторых, на примере нелинейного осциллятора можно проследить весь путь развития представлений нелинейной динамики от порядка к хаосу. Уравнение нелинейного осциллятора имеет вид

$$\ddot{x} + k\dot{x} + U'(x) = B\cos\omega t, \quad (1)$$

где $k = \text{const} > 0$ – коэффициент затухания, $U'(x)$ – нелинейная функция, являющаяся производной от потенциальной функции $U(x)$, а правая часть описывает гармоническое внешнее воздействие. В случае, когда $U(x) = x + x^3$, уравнение было впервые подробно исследовано Дуффингом [1] в 1918 году, который получил существенные результаты, относящиеся к его гармоническим решениям. Затем, по мере развития нелинейной динамики, пришло понимание возможности хаотических решений. Отметим здесь вклад таких отечественных авторов, как Андронов [2], Неймарк [3,4], Ланда [5], Баталова [6], Белюстина, Белых [7]. В-третьих, нелинейный осциллятор (1) описывает вынужденные колебания в огромном

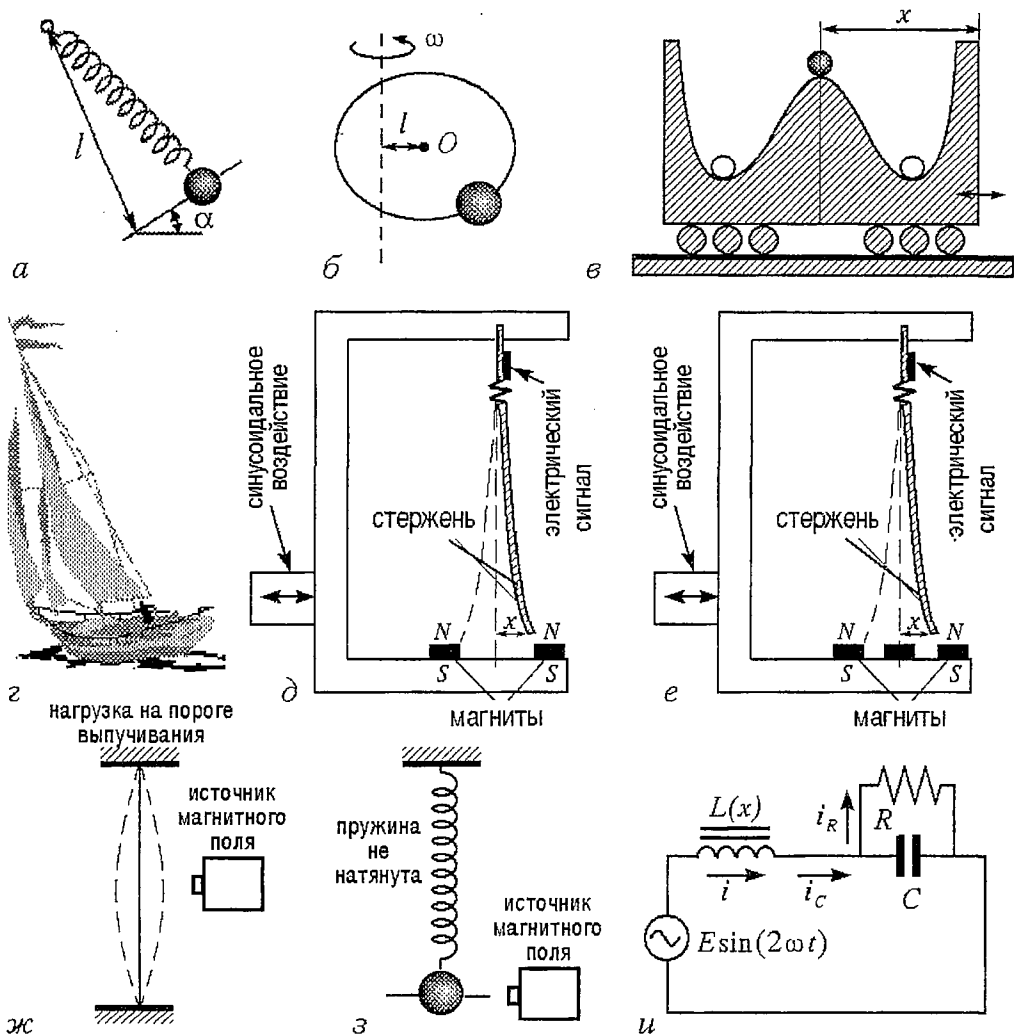


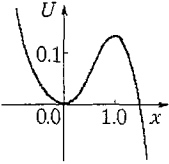
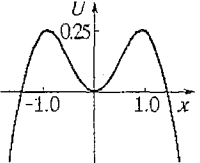
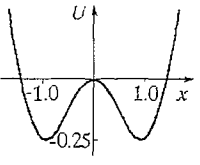
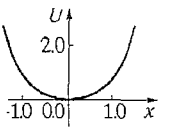
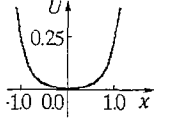
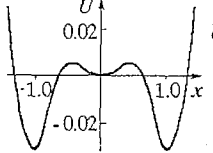
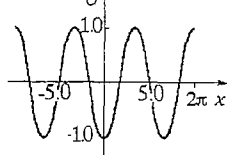
Рис. 1. Физические примеры нелинейных неавтономных осцилляторов: а – шарик на пружинке, скользящий вдоль наклонного стержня; б – скользящий шарик на вращающемся кольце; в – шарик в потенциальной яме; г – модель устойчивости кораблей; д – вибрирующий эластичный стержень в поле двух магнитов; е – вибрирующий эластичный стержень в поле трех магнитов; ж – нагруженная балка под действием источника магнитного поля; з – шарик на пружинке, скользящий вдоль стержня под действием магнитного поля; и – электрическая цепь с нелинейной индуктивностью под воздействием переменного напряжения

количестве реальных систем; некоторые из них изображены на рис. 1, указаны в табл. 1, исследованы в работах [23, 60–63].

Уравнение Дуффинга было изучено теоретически и экспериментально многими исследователями. Сделав обзор большого числа работ отечественных и зарубежных авторов, мы обнаружили, что, несмотря на их значительное количество, до сих пор нет единой точки зрения на все многообразие демонстрируемых явлений. Возникла необходимость некоего объединяющего подхода, позволяющего провести классификацию осцилляторов как по виду соответствующей потенциальной функции, так и по тем фундаментальным явлениям нелинейной динамики, которые наблюдаются. Поскольку динамика «эталонной» системы (1) зависит от формы потенциальной ямы, то удобно скомпоновать различные виды потенциальной функции, как это сделано в табл. 1, где для каждого случая приведены соответствующие физические примеры и литературные источники. Иерархия моделей, расположенных в порядке увеличения числа потенциальных ям, начинается с осциллятора с одной

Таблица 1

Примеры осцилляторов с различного вида потенциальной функцией

Потенциальная функция в уравнении осциллятора (1)	Примеры в литературе	
 $U(x) = x^2/2 - x^3/3$ <p>(2)</p>	Томпсон [8–13], Солиман [14–19], Вирджин [20]	устойчивость кораблей в открытом море, боковые колебания сжатых осевых конструкций
 $U(x) = x^2/2 - x^4/4$ <p>(3)</p>	Као [21], Томпсон, Стюарт [22], см. также [23–29]	вблизи минимума динамика подобна маятнику и контакту Джозефсона
 $U(x) = -x^2/2 + x^4/4$ <p>(4)</p>  $U(x) = x^2/2 + x^4/4$ <p>(5)</p>	Гукенхеймер, Холмс [30], Холмс [31], Томпсон, Стюарт [22], Мун [33–37], Шемплинска–Ступничка [38], Петерсон [39], Инглиш [40], Парлицц [41]	вибрирующий эластичный стержень в поле двух магнитов, шарик в потенциальной яме, нагруженный на пороге выпучивания стержень, электрическая цепь с ферроэлектрической емкостью
 $U(x) = x^4/4$ <p>(6)</p>	Хаяси [42–46], Уэда [47–49], Мосекилле [50]	электрическая цепь с резистором и нелинейной индуктивностью
 $U(x) = x_0^2 x^2/2 - (x_0^2 + 1)x^4/4 + x^6/6$ <p>(7)</p>	Ли и Мун [51], Ли [52]	вибрирующий эластичный стержень в поле трех магнитов
 $U(x) = -\cos(x)$ <p>(8)</p>	Хуберман [53], Макдональд [54], а также [55–59]	контакт Джозефсона, маятник под действием внешней гармонической силы

потенциальной ямой и одним «горбом», исследованного в работах [8–20] и описывающего динамику разнообразных систем, решение которых может «убежать» на бесконечность при некоторых значениях управляющих параметров.

Следующей из рассмотренных моделей является осциллятор с одной потенциальной ямой и двумя «горбами», изученный в [21–29]. Наиболее полно в таблице представлены осцилляторы дуффинговского типа с одной или двумя потенциальными ямами [30–50]. Из последней категории осцилляторов возникла следующая задача: исследование динамики осциллятора с тремя потенциальными ямами и двумя «горбами» [51, 52]. Наконец, завершает систему моделей осциллятор с бесконечным числом потенциальных ям [53–59].

В некоторых из рассмотренных работ была представлена классификация нелинейных осцилляторов по другим принципам. Томпсон и Стюарт [22] предлагают классификацию нелинейных осцилляторов с различным видом ангармонических потенциалов: с мягкой пружиной (3), (4), с жесткой пружиной (5), с бесконечным числом потенциальных ям (8) (см. табл. 1). Ими отмечены работы, в которых впервые были построены фазовые портреты, бифуркационные диаграммы на плоскости амплитуда – частота внешнего воздействия и была описана динамика указанных осцилляторов.

Много статей посвящено исследованию уравнения осциллятора

$$\ddot{x} + k\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = B_0 + B \cos \omega t, \quad (9)$$

находящегося под действием гармонической внешней силы с постоянной составляющей B_0 . Здесь α и β – некоторые константы, определяющие конфигурацию потенциала. Обзор некоторых статей дан в книге Неймарка и Ланды [3]. Авторы отметили работы, в которых были рассмотрены различные виды упругих характеристик: мягкая ($\alpha > 0, \beta < 0$) [23, 64–66], жесткая ($\alpha > 0, \beta > 0$) [67], с нулевой ($\alpha = 0, \beta > 0$) [68–71] и отрицательной ($\alpha < 0, \beta > 0$) [31, 36, 72, 73] линейной жесткостью.

Осциллятор Дуффинга (9) в случае $B_0 = 0$ рассмотрен в работе Као [21]. Автор выделяет в своей классификации три вида нелинейности в уравнении (9):

$$а. \alpha \geq 0, \beta > 0; \quad б. \alpha < 0, \beta > 0; \quad в. \alpha > 0, \beta < 0.$$

В случаях «а» и «б» потенциальная функция может принимать вид (5), (6) и (4) из табл. 1. Решения уравнений осциллятора глобально устойчивы и ограничены, поскольку $U(x) \rightarrow \infty$, как только $|x| \rightarrow \infty$. В случае «в» потенциальная функция может принимать вид (3) из табл. 1. Это другой случай потенциала с одной ямой, когда нет глобальной устойчивости решения, амплитуда увеличивается до бесконечности для некоторых начальных условий, поскольку $U(x) \rightarrow -\infty$, как только $|x| \rightarrow \infty$.

В настоящей работе предложен подход, состоящий в поэтапном усложнении вводимых в рассмотрение моделей осцилляторов. Рассматриваются многопараметрические семейства потенциалов, а классификационным принципом служит схема теории катастроф¹ [74, 75]. Согласно классификационной теореме Тома в типичном случае r -параметрическое семейство гладких функций $R^n \rightarrow R$ для всякого n и всех $r \leq 5$ структурно-устойчиво и эквивалентно вблизи любой точки одной из тринадцати классификационных форм. Нас будут интересовать элементарные катастрофы из табл. 2. Каждый случай, представленный в табл. 1, путем замены переменных можно привести к каноническому виду какой-либо элементарной катастрофы из табл. 2, причем коэффициенты a, b, c, d в соотношениях (10)–(13) окажутся какими-либо фиксированными числами. Таким образом, на каждом шаге изучения будет повышаться коразмерность катастрофы и, следовательно, увеличиваться число параметров системы, определяющих конфигурацию потенциала. Это позволяет нам проводить многопараметрический анализ динамики различных систем, начиная с одного параметра нелинейности в

¹ Мы здесь говорим о катастрофах, а не бифуркациях, поскольку речь идет о трансформациях потенциальной функции $U(x)$, оставляя термин «бифуркация» для качественного изменения динамики систем

Элементарные каспидные катастрофы Тома [74,75]

Тип катастрофы	коразмерность r	Потенциальная функция
Складка	1	$x^3 + ax$ (10)
Сборка	2	$\pm(x^4+ax^2+bx)$ (11)
Ласточкин хвост	3	$x^5+ax^3+bx^2+cx$ (12)
Бабочка	4	$\pm(x^6+ax^4+bx^3+cx^2+dx)$ (13)

осцилляторе с катастрофой складка и заканчивая четырьмя параметрами в осцилляторе с катастрофой бабочка.

Предложенная классификация позволяет конструировать новые виды потенциальной функции и ожидать для соответствующих осцилляторов такой же тип поведения, какой уже установлен в работе для данного класса потенциалов.

Одно из преимуществ предлагаемого плана исследования заключается, например, в том, что различные, с точки зрения классификации по числу потенциальных ям и ограниченности решений, модели осцилляторов с потенциалами (3)–(6) оказываются частными случаями одной модели: осциллятора с катастрофой сборка. Исследование динамики только осциллятора с катастрофой сборка в пространстве параметров позволяет описать поведение разных физических систем (рис. 1, $a-v, \delta$).

1. Динамика неавтономного нелинейного осциллятора с катастрофой складка

Сначала рассмотрим уравнение неавтономного осциллятора с катастрофой складка

$$\ddot{x} + k\dot{x} + a - x^2 = B\cos\omega t. \quad (14)$$

Эта катастрофа проявляется в том, что устойчивые и неустойчивые положения равновесия сливаются и исчезают при вариации параметра нелинейности a . Заметим, что, сделав в уравнении осциллятора с потенциалом (2) из табл. 1 замену переменной $x \rightarrow x+1/2$, получим уравнение (14), где параметр нелинейности $a=0.25$. Таким образом, известные результаты работ Томпсона и Солимана [13,19], относящиеся к вопросу устойчивости кораблей (рис. 1, z), отвечают, фактически, одной точке на оси параметра a . Распространим исследование на всю ось параметра нелинейности.

В системах, описываемых уравнением (14), решение с малой амплитудой в результате резонансного скачка может стать либо решением с большой амплитудой, либо может «убежать» на бесконечность. На рис. 2 показан бассейн притяжения аттрактора, где белым цветом отмечена область убегающих на бесконечность решений, черным – устойчивые решения с ограниченной амплитудой. При незначительном увеличении амплитуды воздействия происходит фрактализация границы бассейна за счет многочисленных вторжений

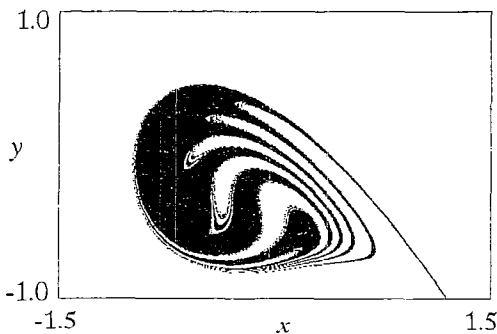


Рис. 2. Вторжение «фрактальных пальцев» бассейна убегающих на бесконечность решений в бассейн устойчивых решений при $a=0.2$, $B=0.0725$, $k=0.1$, $\omega=0.85$

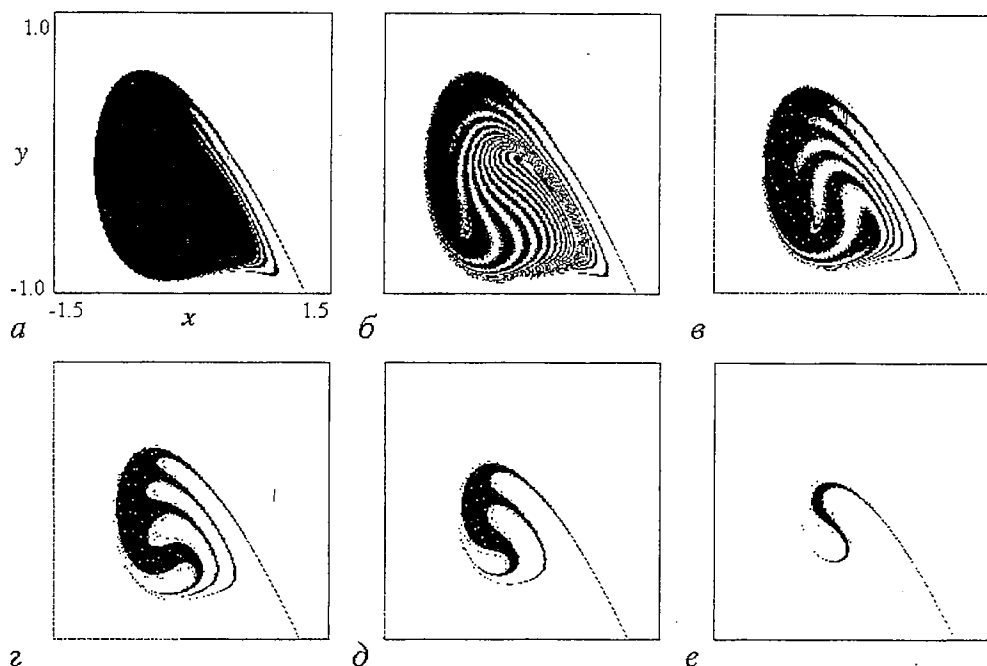


Рис. 3. Фрактализация границы бассейна притяжений устойчивых решений при $k=0.1$, $\omega=0.85$, $a=0.25$ с ростом амплитуды воздействия B : а – 0.0725, б – 0.0750; при $k=0.1$, $\omega=0.85$, $B=0.0725$ с уменьшением значения параметра нелинейности a : в – 0.2, г – 0.15, д – 0.1, е – 0.05

«белых фрактальных пальцев» бассейна убегающих решений в бассейн устойчивых решений (рис. 3, а, б). Это происходит в результате гетероклинических пересечений устойчивых и неустойчивых многообразий седловых точек [19]. С дальнейшим ростом амплитуды воздействия бассейн притяжения устойчивых решений исчезает полностью, все решения убегают на бесконечность.

Если теперь зафиксировать амплитуду воздействия B и менять параметр нелинейности a , то будет наблюдаться такое же нарушение целостности границы бассейна, приводящее к его исчезновению (рис. 3, в–е).

Для иллюстрации того, как это происходит, была построена серия карт динамических режимов. Изображенная на рис. 4 карта построена на плоскости параметров амплитуда B и частота воздействия ω . На карте светло-серым цветом отмечена область решений, убегающих на бесконечность, темно-серым цветом – устойчивые режимы периода один. Граница, разделяющая области убегающих и устойчивых решений, имеет фрактальный вид. Изменение этой границы при уменьшении параметра нелинейности проиллюстрировано на рис. 5, а, б. Хотя в целом структура карт режимов не меняется, однако уменьшение параметра нелинейности приводит к смещению границы в область низких значений амплитуды воздействия. Действительно, как показывают рис. 5, в, г, чем меньше значение параметра нелинейности, тем при меньших значениях амплитуды воздействия лежит граница области убегающих решений. Рис. 5, в, г показывает фрактальную структуру границы и разбиение плоскости параметров на области характерных режимов. На картах точками отмечены значения параметров, соответствующие приведенным на рис. 3, а–е бассейнам притяжений.

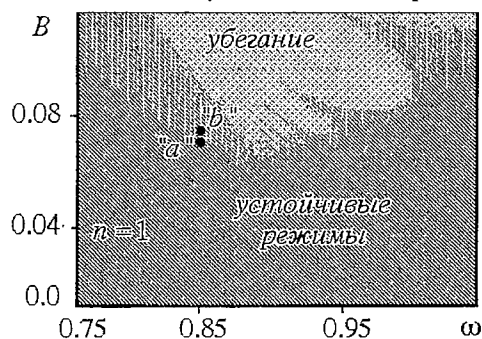


Рис. 4. Карта режимов осциллятора с катастрофой складки (14) при $a=0.25$, $k=0.1$, $x(0)=y(0)=0$. Карта аналогична построенной в [19].

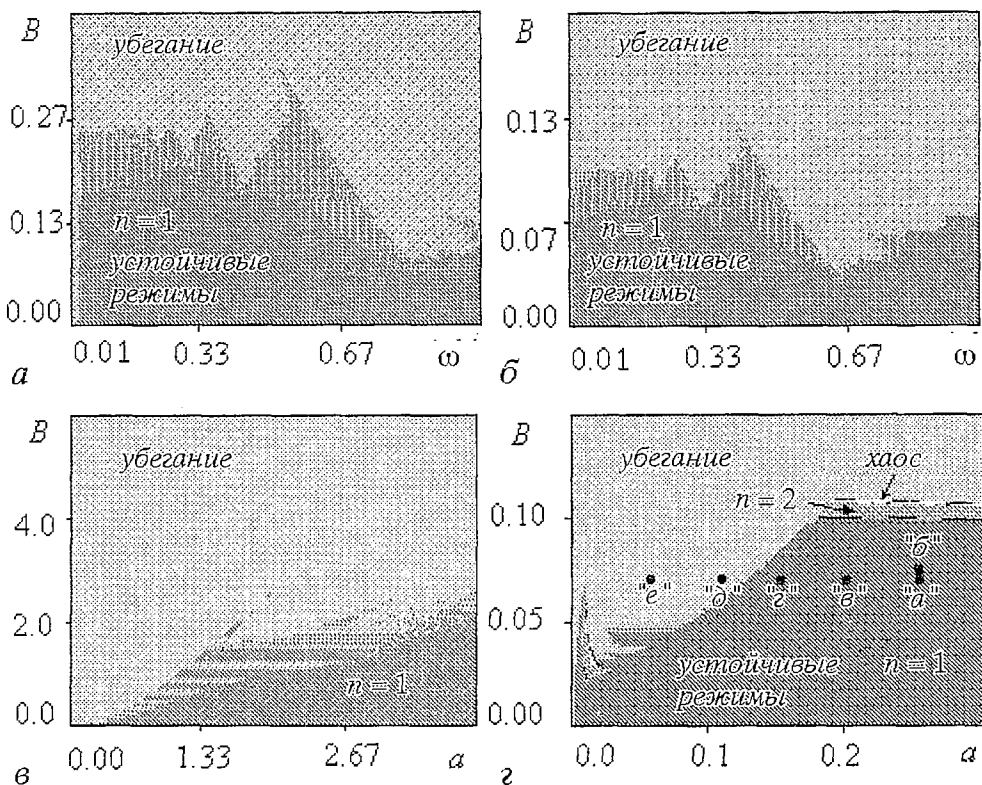


Рис. 5. Карты динамических режимов осциллятора с катастрофой складка (14) при $k=0.1$, $x(0)=y(0)=0$: на плоскости (амплитуда воздействия, частота воздействия) для различных значений параметра нелинейности a – 0.25 (а), 0.1 (б); на плоскости (амплитуда воздействия, параметр нелинейности) для различных значений частоты воздействия ω : 1.0 (в), 0.85 (г)

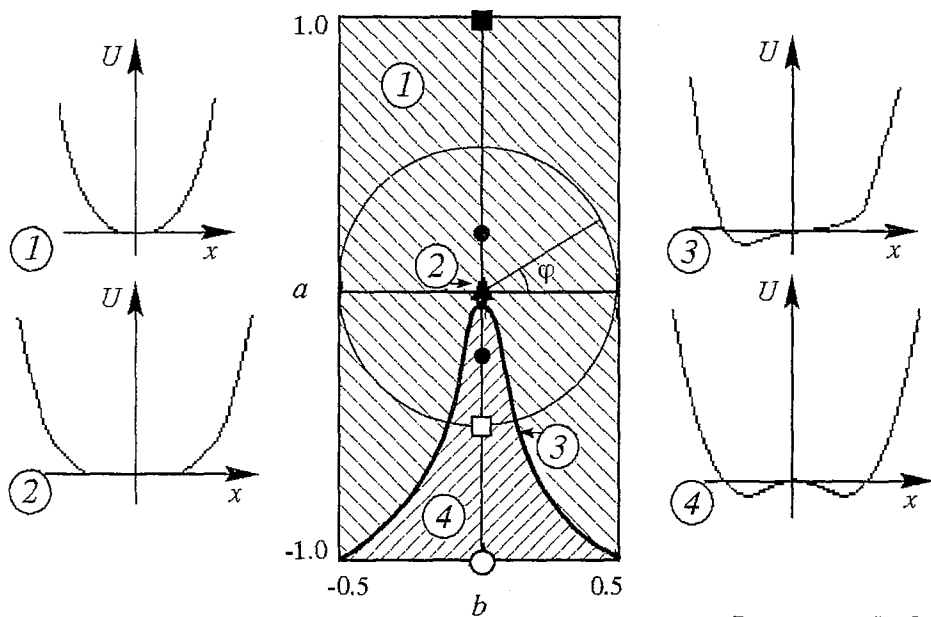
2. Динамика неавтономного нелинейного осциллятора с катастрофой сборки

Следуя схеме теории катастроф, рассмотрим далее динамику неавтономного осциллятора в окрестности катастрофы сборки

$$\ddot{x} + k\dot{x} + b + ax + x^3 = V\cos\omega t. \quad (15)$$

Различные примеры осцилляторов приведены на рис. 1, а–в, д. На плоскости параметров (b, a) в начале координат располагается точка сборки с отходящими от нее линиями складок (рис. 6), которые отделяют область с бистабильным потенциалом. В ряде работ [22,38,40,41,48] было проведено фактически выборочное исследование динамики осциллятора в избранных точках плоскости параметров (b, a) , что иллюстрирует рис. 6. Проведем своего рода глобальное исследование сложных режимов осциллятора в окрестности точки сборки.

На рис. 7 представлено семейство бифуркационных деревьев, отвечающее обходу вокруг точки сборки на плоскости параметров (b, a) . Параметр семейства – амплитуда воздействия V . Рассмотрим бифуркационный сценарий, разыгрывающийся при таком движении по плоскости параметров. При малых амплитудах $V=0.05$ при значении угловой координаты $\varphi=3\pi/2$, отвечающем на плоскости параметров (b, a) области бистабильности, происходит бифуркация седло–узел. С увеличением амплитуды развивается последовательность таких бифуркаций. При $V=0.15$ возникает первая бифуркация удвоения периода. Начиная с $V>0.16$ через каскад бифуркаций удвоения периода развивается переход к хаосу, в



■ Парлиц [41]

○ Инглиш [40]

● Томпсон и Стюарт [22]

▲ Уэда [48]

□ Шемплинска - Ступничка [38]

Рис. 6. Линии складок и точка сборки для осциллятора с катастрофой сборки (15) на плоскости (b, a) . На плоскости параметров указаны точки, для которых были выполнены исследования отдельными авторами, и характерный вид потенциала $U(x)$ (11)

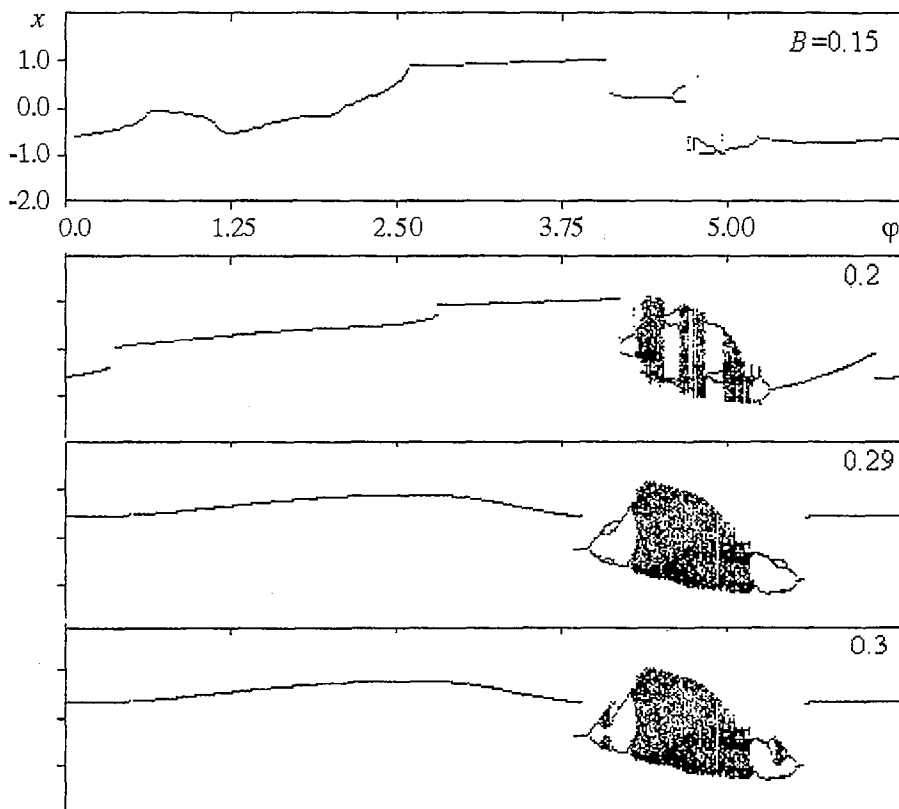


Рис. 7. Семейство бифуркационных деревьев для осциллятора с катастрофой сборки, отвечающих обходу плоскости параметров (b, a) по окружности радиуса $R=0.5$ при $k=0.2$, $\omega=1$, $x_0=3.1$, $y_0=3.1$, расположенных в порядке увеличения амплитуды воздействия B

котором содержатся многочисленные периодические окна. Если чуть увеличить параметр B , то большие окна периода четыре и три исчезнут, а на ветвях образуются петли. Это явление достаточно общее, получившее название *period bubbling*² [40,76]. Для $B=0.3$ в области *period bubbling* каждый аттрактор периода два

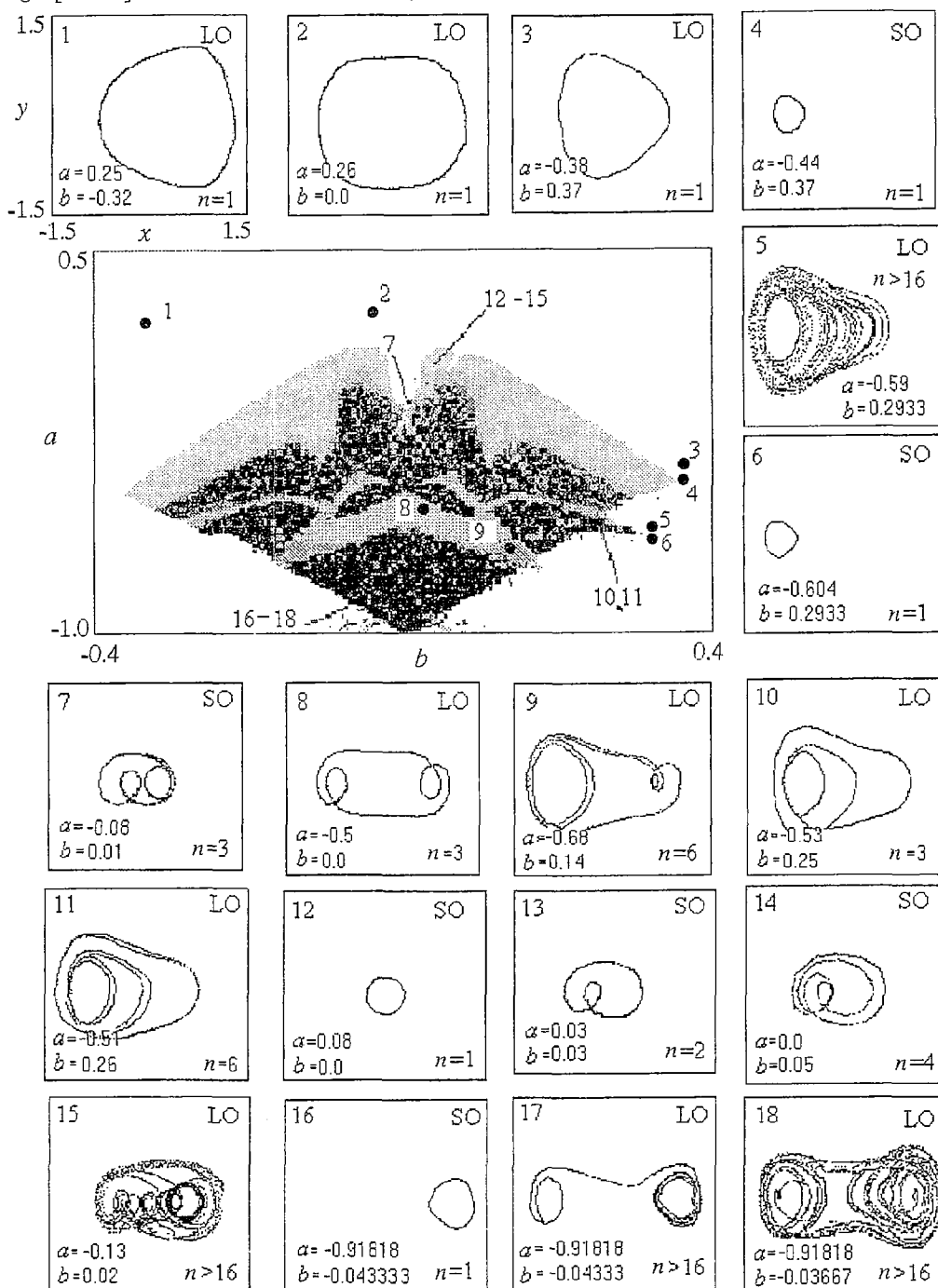


Рис. 8. Карта режимов осциллятора с катастрофой сборки (14) на плоскости параметров нелинейности (b, a) при $k=0.2, B=0.25, \omega=1$, проиллюстрированная портретами аттракторов

² Термин построен по аналогии с *period doubling* – удвоение периода; *bubbling* – пузырение. Он означает образование пузырей на бифуркационной диаграмме.

через каскад удвоений периода превращается в хаотический, а затем через обратный каскад удвоений аттрактор периода два восстанавливает себя.

Далее было выполнено исследование разбиения плоскости параметров нелинейности (b, a) при фиксированных значениях параметров $k=0.2, B=0.25$ на области характерных режимов с иллюстрацией этих режимов портретами аттракторов (рис. 8). Черным цветом на карте обозначен хаос, белым – решения периода один, различными оттенками серого – другие периодические режимы. В работе Шемплинска–Ступничка [38] показано, что система, изображенная на рис. 1, *в*, может совершать два типа колебаний: с маленькой амплитудой, то есть колебания вокруг одного из устойчивых положений равновесия, или с большой амплитудой, то есть колебания, охватывающие все три точки равновесия. Тогда можно разделить аттракторы по значению амплитуды соответственно на два класса: *SO* – *small orbit* или *LO* – *large orbit*. Мы выявили три способа перехода от *SO* к *LO* в различных точках плоскости (b, a) . Возможен либо жесткий переход от *SO* к периодическому (рис. 8.4, 8.3) или к хаотическому аттрактору *LO* (рис. 8.6, 8.5), либо установление хаотического аттрактора *LO* через каскад бифуркаций удвоения периода (рис. 8.12–8.15), либо установление хаотического аттрактора *LO* через метастабильное состояние (рис. 8.16–8.18).

На плоскости параметров встречаются типичным образом определенные композиции бифуркаций, которые ограничиваются областью устойчивости определенного цикла (рис. 9). Первая из них образована линиями удвоений и линиями жестких переходов, сходящимися в точке сборки. Такие композиции встречаются типичным образом при двухпараметрическом анализе дифференциальных уравнений, двумерных и одномерных отображений в работах Чанга и др. [77], Маккея и др. [78], Комуро и др. [79], Парлитца [41], Шевчика и др. [80], Рингланда и др. [81], Галласа и др. [82, 83]. Так, в частности, Шевчик и др. [80] указали на их появление для неавтономных диссипативных нелинейных осцилляторов, таких как система Тода, система Морса, мягкий симметричный осциллятор, осциллятор Дуффинга. Многие авторы, по-видимому, «переоткры-

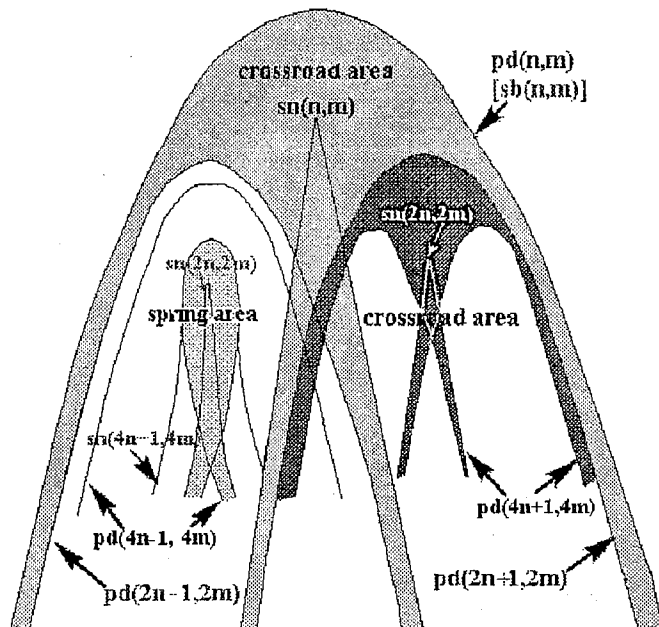


Рис. 9. Типичные конфигурации бифуркационных линий *crossroad area* и *spring area* на плоскости управляющих параметров. Показаны две конфигурации *crossroad area*, одна из которых на базе цикла удвоенного периода (справа). Слева показана конфигурация *spring area* на базе цикла удвоенного периода. Области устойчивости циклов выделены оттенком серого цвета. Линии бифуркации седло–узел обозначены буквами *sn*, линии бифуркации удвоения периода – буквами *pd*, линия бифуркации разрушения симметрии – *sb*; в скобках указаны соответствующие субгармоники n/m

вали» для себя эти типичные конфигурации, поэтому достаточно установившегося названия для них нет. Так, некоторые исследователи называют их ласточками, мы же, отдавая дань французскому математику К. Мира, подробно исследовавшему эти конфигурации и обосновавшему их типичность [84,85], будем называть их *crossroad area* (перекресток), причем сохраним английское наименование. Вторая композиция бифуркаций показана слева на рис. 9, она включает дополнительно линии жестких переходов через мультипликатор -1 и точки, в которых такие линии превращаются в линии удвоения. Вслед за Мира будем называть их *spring area* (область возникновения). На рис. 9, кроме схематической конфигурации этих объектов на плоскости управляющих параметров, приведено общее правило, по которому происходит удвоение субгармоник n/m [41]. (Это отношение показывает, что система совершает n собственных колебаний за m периодов внешнего воздействия.) В центре рисунка виден «клнов», образованный линиями бифуркации седло-узел (sn).

Исследуем эволюцию карт режимов на плоскости параметров нелинейности (b, a) с ростом амплитуды воздействия B (рис. 10). При малых $B=0.25$ на карте

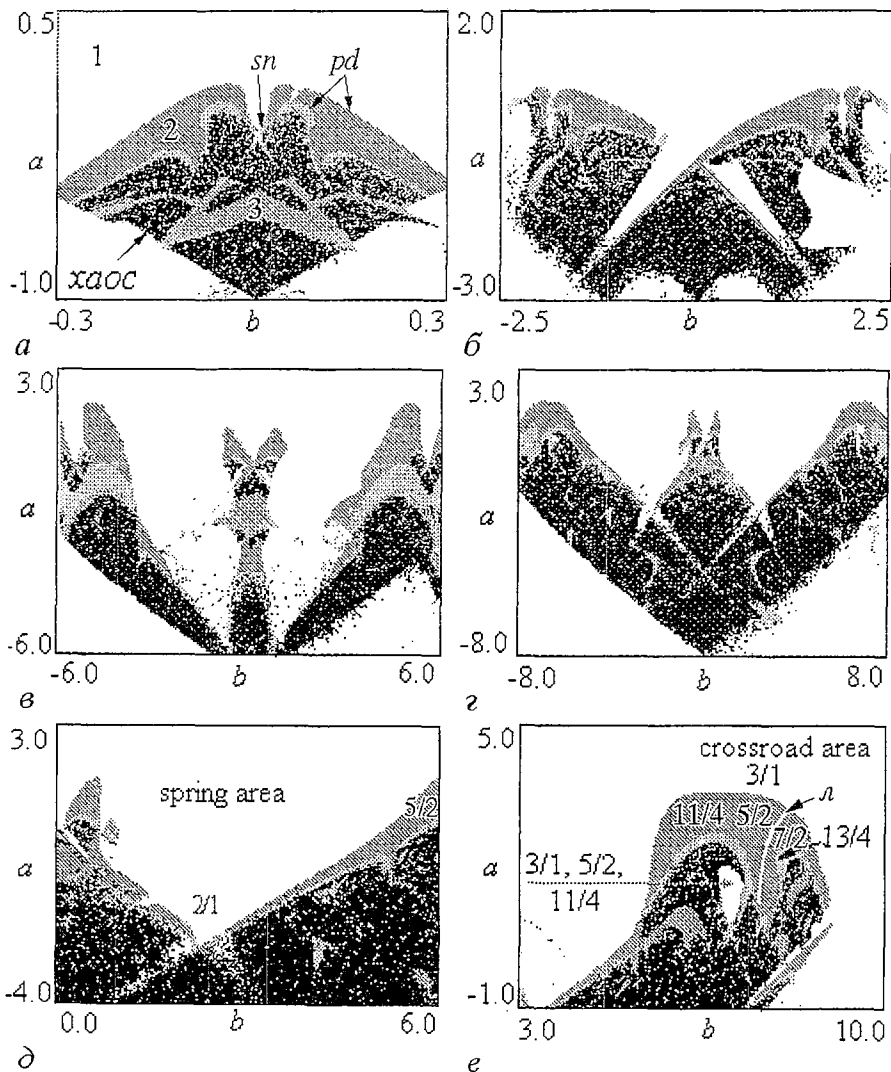


Рис. 10. Эволюция карт динамических режимов осциллятора с катастрофой сборки при $k=0.2$, $\omega=1$ с ростом амплитуды воздействия B : а – 0.25, *crossroad area*; б – 3.0, образование двух *crossroad area* и двух *spring area*; в – 6.0, три *crossroad area* и две *spring area*; г – 8.0, три *crossroad area* и две *spring area*; д – 8.0, *spring area*; е – 8.0, увеличивающаяся часть правой *crossroad area*. Буквой $л$ обозначена разделительная линия

режимов видны линии удвоения периода, окна периода три и *crossroad area* (рис. 10, а). Рост амплитуды воздействия B приводит к увеличению размера области сложной динамики. Конфигурация *crossroad area* увеличивается, исчезают периодические окна, а вдоль линий бифуркации седло–узел (рис. 10, б) образуются две *spring area*, между которыми начинает формироваться маленькая *crossroad area*. Кроме того, правая и левая части исходной конфигурации разделяются и образуют две новых *crossroad area*. Таким образом, при $B=6$ на карте режимов существуют две *spring area* и три *crossroad area* (рис. 10, в). (Правая конфигурация *spring area*, образованная линиями бифуркаций удвоения периода $2/1$, $5/2$, показана на рис. 10, д). Дальнейшее увеличение амплитуды воздействия может привести к такому же разделению крайних композиций *crossroad area*. Внешние (ближайшие к краю карты) части *crossroad area* сужаются, а внутренние (ближайшие к центру карты) – увеличиваются (рис. 10, з). Увеличившаяся часть правой композиции *crossroad area* показана на рис. 10, е, где можно наблюдать удвоение субгармоник $3/1$, $7/2$, $13/4$ – справа, и $3/1$, $5/2$, $11/4$ – слева. На этом же рисунке слева видна маленькая *spring area*, образованная линиями бифуркаций удвоения субгармоник $3/1$, $5/2$, $11/4$, и белая пунктирная линия, вдоль которой будет происходить последующее разделение увеличившейся части и образование новой *crossroad area*.

3. Динамика неавтономного нелинейного осциллятора с катастрофой бабочка

Рассмотрим теперь осциллятор с потенциалом шестой степени

$$\ddot{x} + k\dot{x} + b + ax + x^5 = B\cos\omega t, \quad (16)$$

что отвечает одному из сечений катастрофы бабочка. Параметризация уравнения (16) была произведена по аналогии с уравнением (15), чтобы выяснить, как влияет повышение степени полинома потенциальной функции на динамику системы. В этом случае линии складок на плоскости параметров (b, a) сходятся в точке $a=0$, $b=0$ под более острым углом, чем для катастрофы сборки (рис. 11), что оказывает влияние на эволюцию карт режимов.

Первые два рисунка 12, а и 12, б повторяют описанную для осциллятора с катастрофой сборки динамику. Но повышение амплитуды до $B=6$ в этой системе приводит к тому, что в месте пересечения линий бифуркаций седло–узел двух соседних композиций *spring area* возникает новая *spring area* (рис. 12, в). (На рис. 12, д показана правая *spring area*). При $B=8$ (рис. 12, з) центральная конфигурация *crossroad area* разделяется на две *crossroad area*, причем их внутренние части увеличиваются, а внешние – сужаются, как и для двух крайних конфигураций *crossroad area*. На увеличившейся части крайней правой *crossroad area* различимы другие маленькие конфигурации и пунктирная линия, по которой будет происходить следующее разделение с образованием *crossroad area* (рис. 12, е).

Для дальнейшей иллюстрации влияния степени нелинейности на усложнение динамики рассмотрим осциллятор с нелинейностью седьмой степени

$$\ddot{x} + k\dot{x} + x^7 + ax + b = B\cos\omega t, \quad (17)$$

параметризация которого произведена по аналогии с уравнениями (15) и (16).

Как и в предыдущих двух случаях, после увеличения *crossroad area* (рис. 13, а)

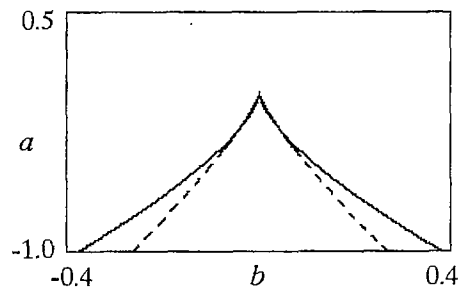


Рис. 11. Линии складки на плоскости параметров нелинейности для случая катастрофы сборки (сплошная линия), и для катастрофы бабочка (штриховая линия), задаваемые уравнениями $b = \pm 2(-a)^{3/2}/3^{3/2}$ и $b = \pm 2(-a)^{5/4}/5^{3/2}$, соответственно

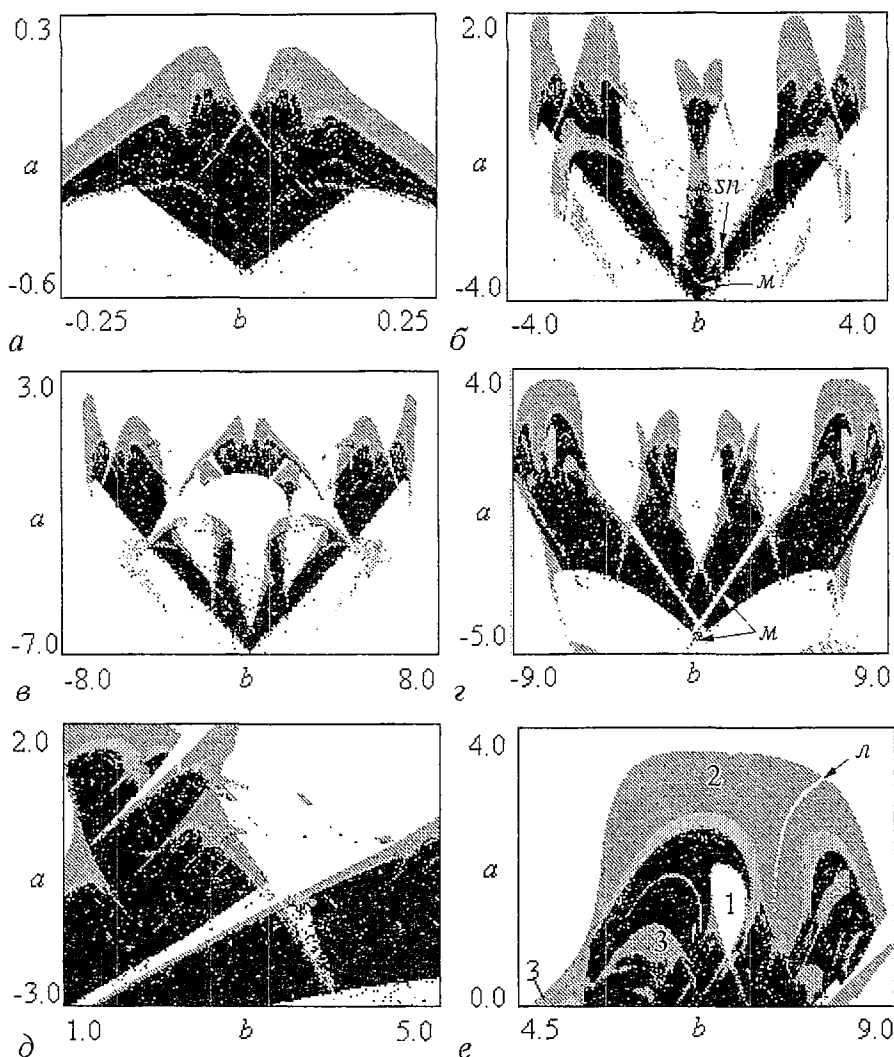


Рис. 12. Эволюция карт динамических режимов неавтономного осциллятора с катастрофой бабочка (16) при $k=0.2$, $\omega=1$ с ростом амплитуды воздействия B : a – 0.25, *crossroad area*; $б$ – 3.0, три *crossroad area*, две *spring area*; $в$ – 6.0, три *crossroad area*, три *spring area*; $г$ – 8.0, четыре *crossroad area*, три *spring area*; $д$ – 8.0, *spring area*; e – 8.0, увеличившаяся часть правой *crossroad area*. Буквой $м$ обозначено место пересечения линий бифуркации седло–узел sn , буквой $л$ – разделительная линия

вдоль линий бифуркации седло–узел возникают две *spring area*, а между ними – *crossroad area*. Вместе с тем левая и правая части конфигурации *crossroad area* разделяются, образуя две *crossroad area* (рис. 13, б). Далее с ростом амплитуды в месте пересечения линий бифуркации седло–узел соседних *spring area* рождается новая *spring area* (рис. 13, в), которая включается в последующие трансформации. Там, где линии бифуркации седло–узел пересекаются с аналогичными линиями соседних *spring area*, формируются еще две *spring area*. Кроме того, центральная *crossroad area* разделяется, порождая две такие же композиции (рис. 13, г), а боковые *crossroad area* трансформируются так, что их внутренние части разделяются вдоль белой пунктирной линии (рис. 13, д) и образуют две новых конфигурации *crossroad area* (рис. 13, e), правая из которых показана на рис. 13, з. На рис. 13, ж показан фрагмент рис. 13, e, содержащий две *spring area* и две *crossroad area*.

Сравнив эволюцию карт режимов осцилляторов с нелинейностью третьей, пятой и седьмой степени (15)–(17), можно сделать вывод о некоторых общих

закономерностях развития карт режимов осцилляторов с потенциальной функцией в виде полинома n -й степени, где n – четное целое число больше двух. С ростом

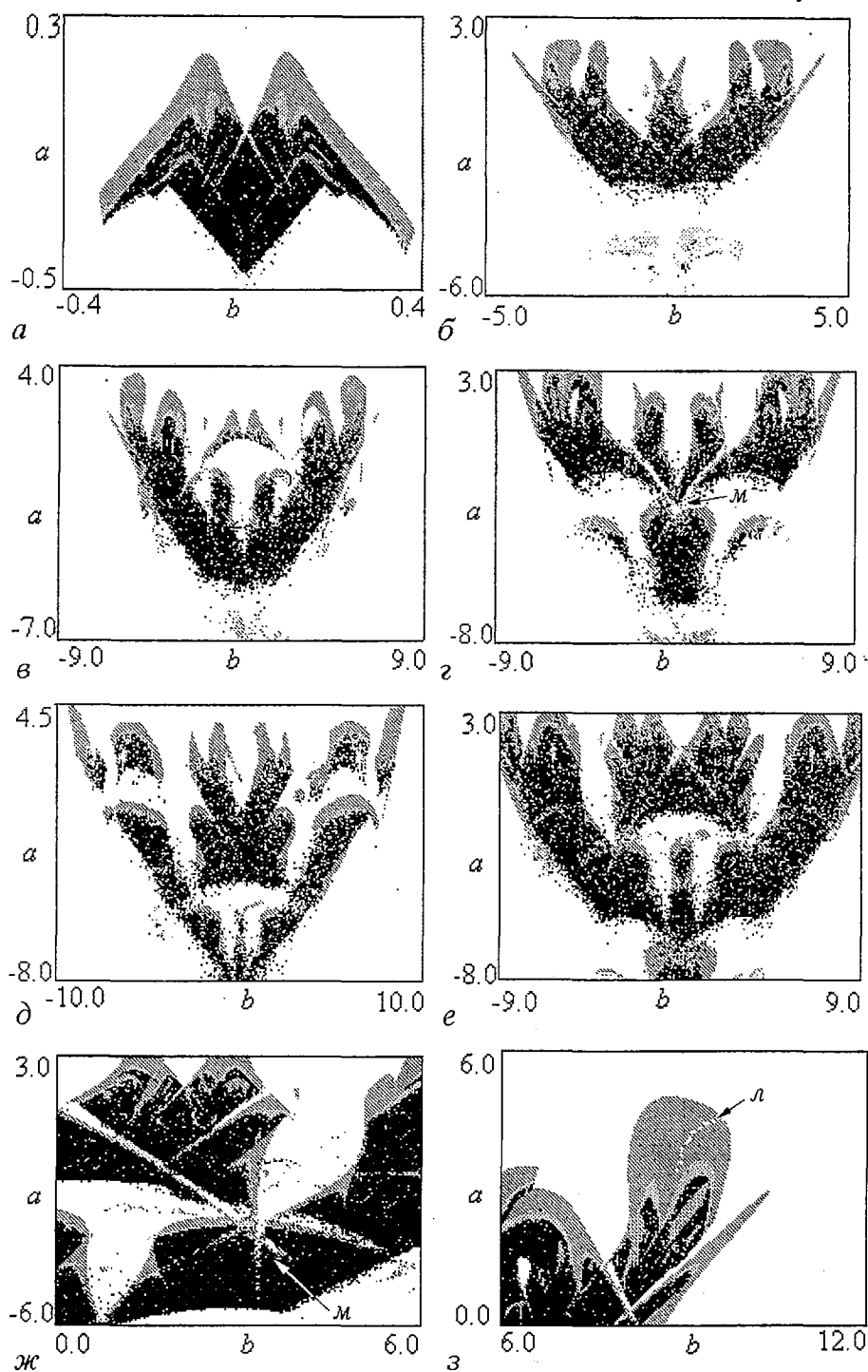


Рис. 13. Эволюция карт динамических режимов неавтономного осциллятора (17) при $k=0.2$, $\omega=1$ с ростом амплитуды воздействия B : а – 0.25, *crossroad area*; б – 3.0, по две *crossroad area* и *spring area*; в – 5.0, по три *crossroad area* и *spring area*; г – 6.0, две *crossroad area* и три *spring area*; д – 7.0, две *crossroad area* и пять *spring area*; е – 8.0, четыре *crossroad area* и пять *spring area*; ж – 8.0, две *spring area*; з – 8.0, увеличивающаяся часть правой *crossroad area*. Буквой *м* обозначено место пересечения линий бифуркации седло–узел *zn*, буквой *л* – разделительная линия

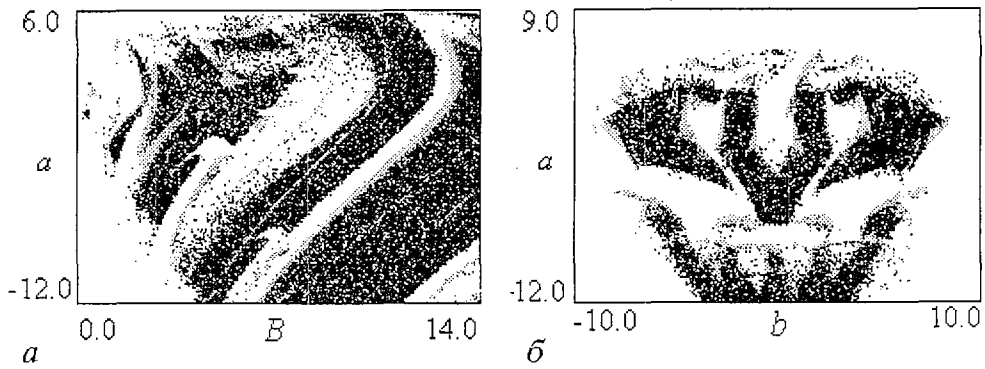


Рис. 14. Карта динамических режимов осциллятора с катастрофой бабочка при $k=0.2$, $\omega=1$, описываемого уравнением (18) (а) и уравнением (19) при $B=8.0$ (б)

амплитуды воздействия *crossroad area* увеличивается, ее правая и левая части разделяются, порождая две новые *crossroad area*, между которыми вдоль линий бифуркации седло–узел возникают две *spring area* и *crossroad area*. Далее в месте пересечения линий бифуркации седло–узел соседних *spring area* могут образовываться новые конфигурации *spring area*. Описанный выше сценарий образования новых композиций может повториться несколько раз с увеличением амплитуды воздействия, причем, все новые конфигурации подчиняются общему правилу удвоения периода субгармоник, представленному на рис. 9. Проведенное исследование показало, что повышение степени полинома потенциальной функции не меняет качественно эволюцию карт режимов. Однако описанный выше сценарий для осцилляторов с нелинейностью более высокой степени начинает развиваться при меньших значениях амплитуды внешнего воздействия и успевает повториться большее число раз на рассматриваемом диапазоне амплитуды, давая усложнение карт режимов.

В работе Ли и Муна [51] рассматривается система упругий стержень – три магнита с тремя устойчивыми положениями равновесия (см. рис. 1, е), динамика которой описывается уравнением осциллятора с потенциальной функцией (7) из табл. 1

$$\ddot{x} + k\dot{x} + x(x^2 - x_0^2)(x^2 - 1) = B \cos \omega t, \quad (18)$$

где x_0 – отношение неустойчивого положения равновесия стержня к устойчивому. Обозначая $x_0^2 = a$, мы получаем частный случай осциллятора с катастрофой бабочка. Для него была построена карта режимов на плоскости параметров амплитуда воздействия B – параметр нелинейности a (рис. 14, а). На карте видны линии бифуркаций удвоения периода, переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода. Преобразуем уравнение (18) к виду

$$\ddot{x} + k\dot{x} + b + ax - (1+a)x^3 + x^5 = B \cos \omega t, \quad (19)$$

что соответствует в эксперименте наложению однородного внешнего поля «напряженности» b . Потенциальная функция для уравнения (19)

$$U(x) = bx + ax^2/2 - (a+1)x^4/4 + x^6/6 \quad (20)$$

имеет три потенциальные ямы и соответствует двухпараметрическому сечению катастрофы бабочка. Для такого уравнения также была построена карта режимов на плоскости параметров нелинейности b , a (рис. 14, б). При $B=8$ на карте появляются четыре конфигурации *spring area* внизу и три *spring area* сверху.

4. Динамика неавтономного нелинейного осциллятора непосредственно в точках катастроф

В рамках подхода теории катастроф естественным образом возникает задача

исследования $U(x) \sim x^n$ для целых $n \neq 2$. Такие осцилляторы отвечают точно точкам катастроф сборки, бабочка и так далее. Форма потенциальной функции для них существенно более пологая, чем для традиционного осциллятора с $U(x) \sim x^2$, причем стенки потенциальной ямы становятся все более крутыми с ростом n . Такие осцилляторы в автономном режиме являются неизохронными: даже для малых колебаний период зависит от их амплитуды, обращаясь в бесконечность при стремлении амплитуды к нулю.

Сначала рассмотрим динамику осциллятора точно в точке катастрофы сборки. Любопытно, что это есть система Уэды [86], определяемая уравнением вида

$$\ddot{x} + k\dot{x} + x^3 = B \cos \omega t. \quad (21)$$

Примерами такого осциллятора служат системы, представленные на рис. 1, $ж-и$, при выборе параметров, отвечающих тому, что система находится на пороге катастрофы. Так для балки на рис. 1, $ж$ нагрузка такова, что балка находится на пороге выпучивания; для системы на рис. 1, $з$ – пружина не натянута, а стержень горизонтален и т. д.

Будем далее проводить однопараметрический анализ динамики системы, фиксируя коэффициент диссипации k и рассматривая разные диапазоны амплитуды внешнего воздействия B . Бифуркационная диаграмма (рис. 15) для $k=0.2$ была построена с использованием двух указанных начальных условий с целью выявления сосуществующих аттракторов. Рассмотрим динамику системы при вариации амплитуды воздействия B . С ростом параметра B два симметричных решения периода один b_1, b_2 разной амплитуды в результате бифуркации седло–узел трансформируются в симметричный аттрактор f периода один³. Он через бифуркацию вилки теряет устойчивость и превращается в два асимметричных аттрактора h_3, h_4 периода один. Эти решения затем трансформируются в аттракторы i_1, i_2 , которые, удваивая период, становятся аттракторами j_1, j_2 , а те, в свою очередь, удваивая период, через каскад бифуркаций удвоений превращаются в хаотический аттрактор k . С дальнейшим ростом амплитуды воздействия последний сменяется парой сосуществующих аттракторов, один из которых – хаотический l_1 , а другой – аттрактор периода три l_2 . При $B \approx 9$ в хаотическом режиме появляется окно периода три, исчезающее при $B \approx 11$, когда аттрактор n периода три сменяется хаотическим аттрактором k . Последний уступает место хаотическому аттрактору o_1 и аттрактору o_2 периода один. После выхода из хаотической области устанавливается аттрактор p периода один. С ростом параметра B он через бифуркацию седло–узел превращается в аттракторы r_1 и r_2 разной амплитуды. А те в свою очередь, проходя через бифуркацию седло–узел, трансформируются в аттрактор s периода один. Этот аттрактор через бифуркацию вилки теряет устойчивость и порождает два асимметричных аттрактора u_1, u_2 того же периода.

Зафиксировав $k=0.3$, построим бифуркационное дерево в диапазоне значений параметра B от 32 до 57. Рис. 16 представляет нам многочисленные внезапные качественные изменения в хаотической динамике системе с ростом амплитуды воздействия, отраженные на фазовых портретах. Эти явления происходят при таких значениях параметров, при которых аттрактор сталкивается с неустойчивой седловой орбитой, и называются кризисами аттракторов [50].

Под кризисами вслед за Гребоджи [87,88] и Оттом [89] мы понимаем качественные изменения аттракторов, которые связаны с внезапными и сильными изменениями их бассейнов притяжения. Мы будем употреблять этот термин исключительно для трансформаций хаотических аттракторов, оставляя для периодических аттракторов термин бифуркация.

Начиная с $B=32$ имеется два асимметричных аттрактора периода один,

³ Обозначение разных аттракторов буквами английского алфавита от a до u введено Уэдой в [48].

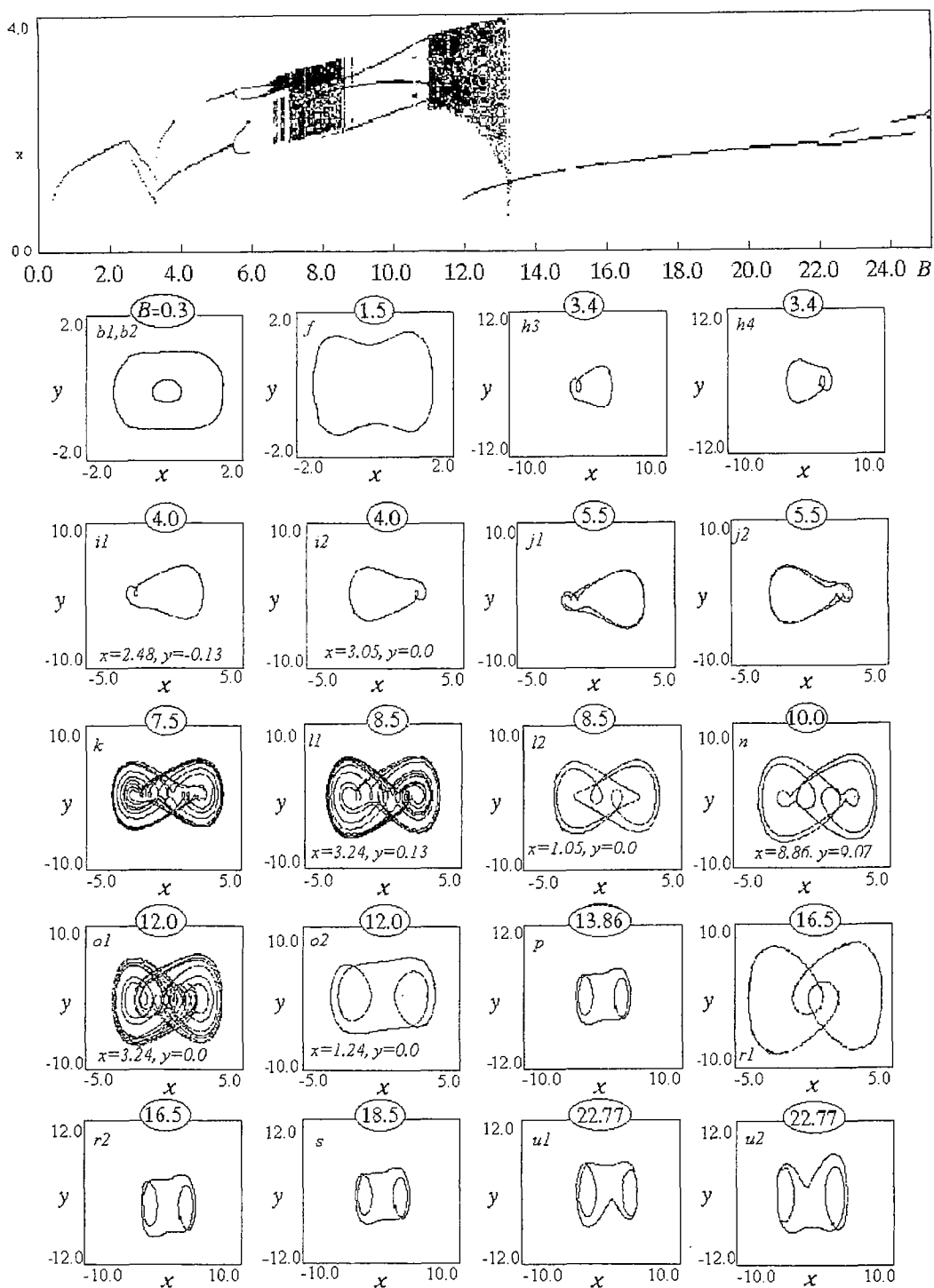


Рис. 15. Бифуркационное дерево и аттракторы системы Уэды (21) при $k=0.2, \omega=1$, построенные с использованием двух разных начальных условий $x_1=3.1, y_1=0.0, x_2=0.4, y_2=0.0$ для наблюдения сосуществующих аттракторов

возникших в результате бифуркации вилки. Повышение амплитуды воздействия приводит к тому, что каждый из них проходит через каскад удвоений периода к хаотическому аттрактору при $B=36.4$ (рис. 16, а). В районе $B \approx 37$ происходит

столкновение каждого хаотического аттрактора с неустойчивым решением периода один, полученным в результате бифуркации вилка. В результате столкновения два асимметричных хаотических аттрактора сливаются в один симметричный, то есть происходит внутренний кризис (рис. 16, б). Далее, при $B \approx 40$ через бифуркацию седло-узел рождается пара устойчивого и неустойчивого решений периода три, которые сосуществуют с хаотическим аттрактором вплоть до $B \approx 41$, где происходит граничный кризис: сталкиваются хаотический аттрактор и седловая орбита периода три (рис. 16, в). Вследствие этого остается лишь

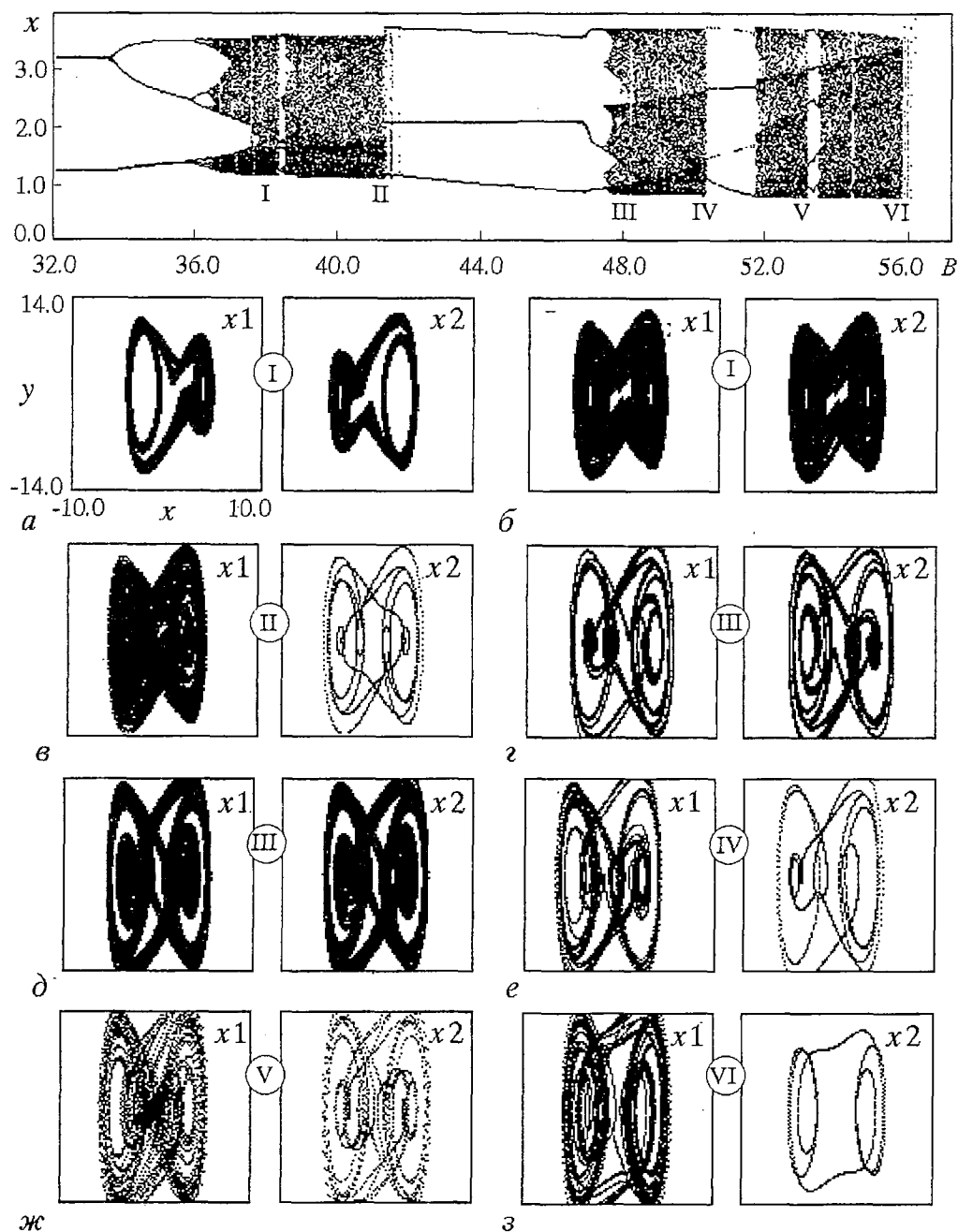


Рис. 16. Бифуркационное дерево и аттракторы системы Уэды (21), построенные с использованием двух разных начальных условий $x_1=3.1, y_1=0.0, x_2=0.4, y_2=0.0$, при $k=0.3, \omega=1$ и различных амплитудах воздействия B : а - 36.4, б - 37.3, в - 41.6, г - 47.5, д - 48.3, е - 50.2, ж - 53.1, з - 55.6

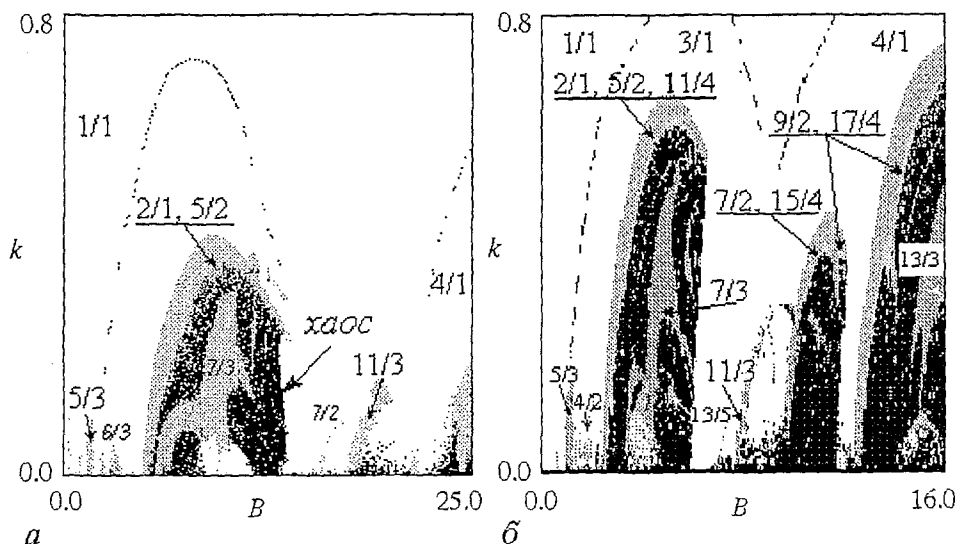


Рис. 17. Карты динамических режимов на плоскости (B, k) при $\omega=1$ системы Уэды (21) (а) и осциллятора в точке катастрофы бабочка (22) (б)

устойчивое решение периода три. Это периодическое окно существует до $B \approx 47$, где через бифуркацию вилка аттрактор теряет устойчивость и порождает два асимметричных аттрактора периода три. С ростом значений B эти аттракторы, удваивая период, превращаются в хаотические аттракторы (рис. 16, г). При $B \approx 48$ асимметричные хаотические аттракторы сливаются через граничный кризис в один (рис. 16, д). Хаотический режим существует до $B \approx 50$, здесь в результате бифуркации седло-узел рождаются два аттрактора периода два, а хаотический аттрактор исчезает в граничном кризисе (рис. 16, е). Потом снова образуются два хаотических аттрактора, претерпевающих внутренний кризис в районе $B \approx 52.5$, а при $B \approx 53$ происходит граничный кризис (рис. 16, ж), в результате которого на бифуркационном дереве устанавливается окно периода пять. При $B \approx 55$ происходит граничный кризис, когда исчезает хаотический аттрактор через столкновение с неустойчивой орбитой седлового типа (рис. 16, з).

Была также построена карта режимов на плоскости параметров амплитуда воздействия – коэффициент диссипации (B, k) (рис. 17, а). Было обнаружено, что внутри области, которая ограничена линией бифуркации потери симметрии решения периода $4/1$, развивается переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоенный периода.

Исследование систем с более сложным потенциалом естественно начать с осциллятора в точке катастрофы бабочка, описываемого уравнением вида:

$$\ddot{x} + k\dot{x} + x^5 = B \cos \omega t. \quad (22)$$

В этой системе потенциальная яма имеет более крутые края, чем в системе Уэды, и все нелинейные эффекты разыгрываются при существенно меньшей амплитуде внешнего воздействия и большем коэффициенте диссипации. Дополнительно к тем явлениям, которые были описаны применительно к системе Уэды, здесь уже при малых значениях амплитуды появляются периодические окна, и соответственно происходят еще несколько граничных и внутренних кризисов.

Проведем однопараметрический анализ динамики системы, зафиксировав $k=0.2$. На рис. 18 представлены бифуркационное дерево и фазовые портреты осциллятора в точке катастрофы бабочка. С ростом амплитуды воздействия B два симметричных решения b_1, b_2 периода один, разной амплитуды, в результате

⁴ Обозначения аттракторов для осциллятора в точке катастрофы бабочка введены по аналогии с системой Уэды.

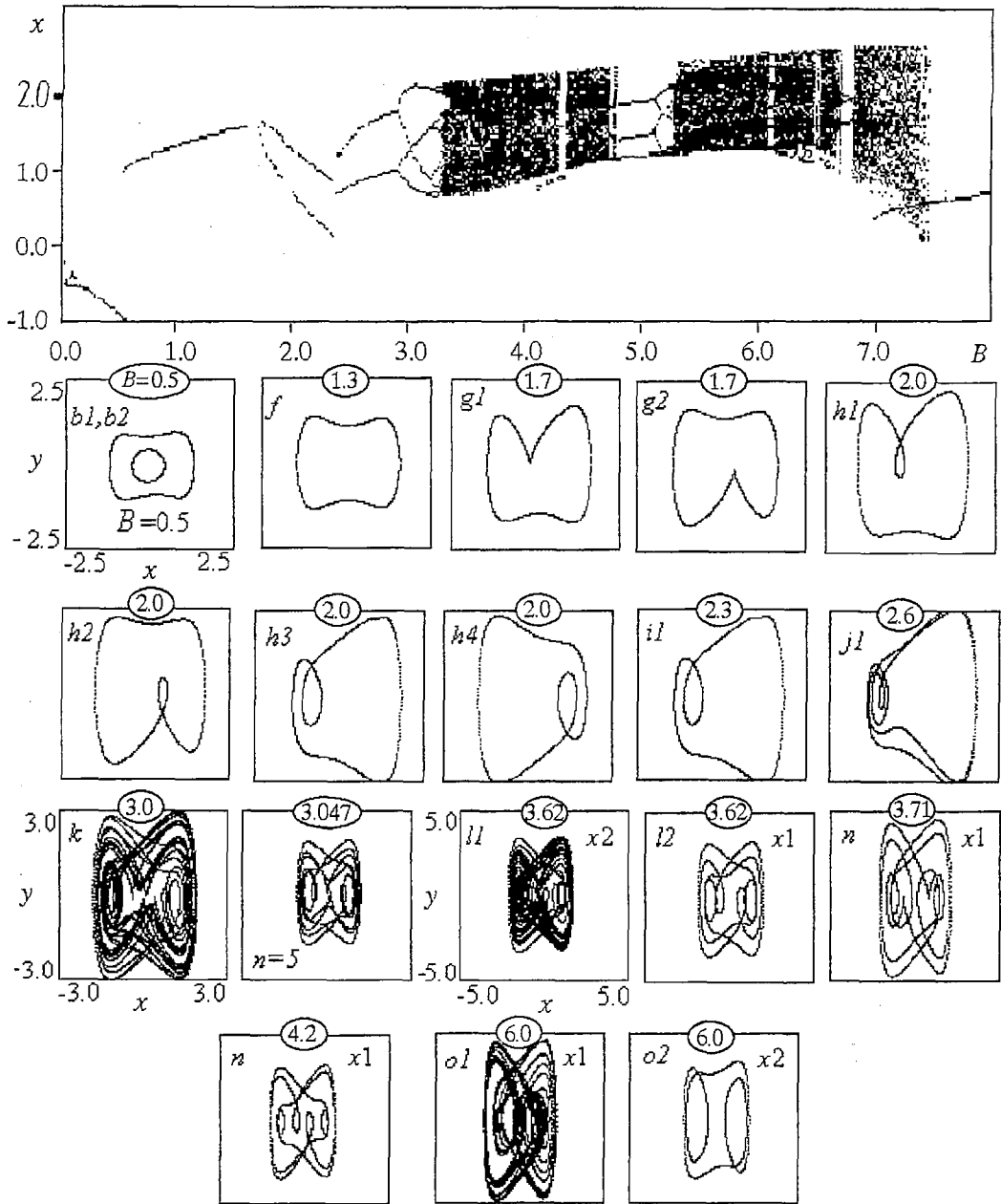


Рис. 18. Бифуркационная диаграмма и аттракторы осциллятора в точке катастрофы бабочка (22) при $k=0.2$, $\omega=1$, $x_1=3.1$, $y_1=3.1$, $x_2=-0.1$, $y_2=-0.1$

бифуркации седло-узел превращаются в симметричный аттрактор f периода один⁴. Аттрактор через бифуркацию вилки теряет устойчивость, и устанавливается два асимметричных аттрактора g_1 , g_2 . Эти аттракторы могут трансформироваться в один из четырех типов аттрактора h того же периода: h_1 , h_2 , h_3 , h_4 . Затем на смену этим решениям приходят взаимно симметричные аттракторы i_1 , i_2 , превращающиеся в аттракторы j_1 , j_2 периода четыре, которые через каскад бифуркаций удвоений периода превращаются в хаотический аттрактор k . При $B=3.047$ возникает аттрактор периода пять. При дальнейшем росте параметра B аттрактор k сменяется парой сосуществующих аттракторов, один из которых – хаотический l_1 , а другой – l_2 периода три. Затем появляется окно периода три, исчезающее при

$B \approx 3.7$. Далее в хаотической динамике возникают еще окна периода три с установлением аттракторов n при $B=4.08$, $B=5.59$, $B=5.8$. Последний аттрактор уступает место хаотическому аттрактору o_1 и аттрактору o_2 периода один. После области хаоса устанавливается аттрактор периода один p .

Рассмотрим кризисы хаотических аттракторов в этой системе. Первый кризис – внутренний, в результате которого два асимметричных хаотических аттрактора (рис. 19, а), сталкиваясь с неустойчивой орбитой, возникшей в результате бифуркации вилки, сливаются в один (рис. 19, б). Второго кризиса – граничного, он

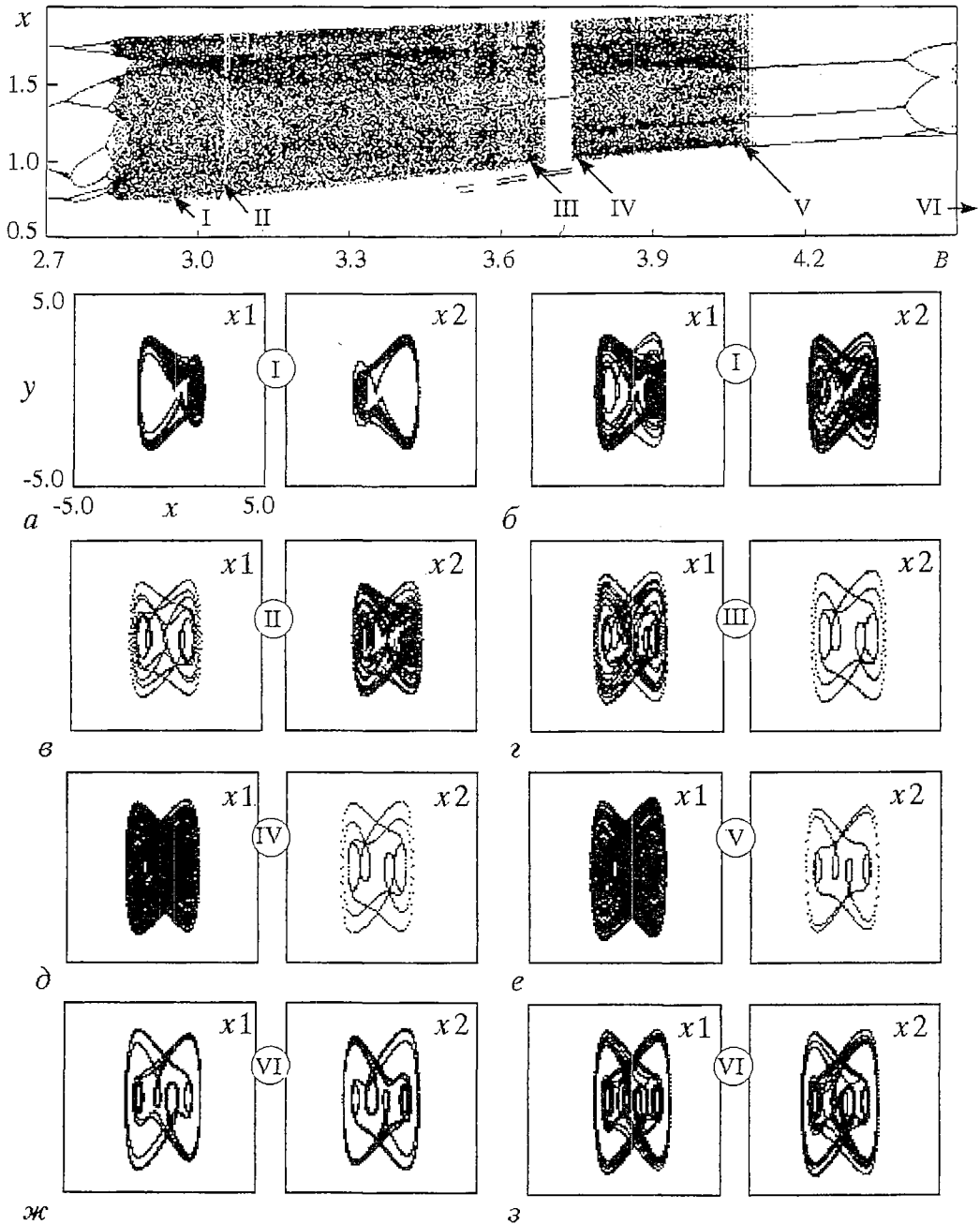


Рис. 19. Кризисы аттракторов осциллятора в точке катастрофы бабочка (22) при $k=0.2$, $\omega=1$, $x_1=3.1$, $y_1=3.1$, $x_2=-0.1$, $y_2=-0.1$ и различных амплитудах воздействия B : а – 2.962, б – 3.03, в – 3.047, г – 3.681, д – 3.738, е – 4.074, ж – 4.511, з – 4.545

происходит при $B=3.047$, где хаотический аттрактор сталкивается с неустойчивой орбитой периода пять и исчезает (рис. 19, в), остается аттрактор периода пять. Третий кризис – тоже граничный, он происходит в начале маленького окна периода три при $B=3.681$. Здесь хаотический аттрактор l_1 , сосуществовавший с аттрактором l_2 периода три, сталкивается с неустойчивой орбитой и исчезает (рис. 19, г). На смену аттрактору l_2 приходит аттрактор n того же периода. Четвертый и пятый кризисы аналогичны предыдущим и происходят в начале следующего окна периода три при $B=3.738$ и в начале большого окна при $B=4.074$ соответственно (рис. 19, д, е). Шестой кризис – внутренний, он завершает окно при $B=4.511$. Здесь возникшие в результате каскада бифуркаций удвоения периода асимметричные хаотические аттракторы (рис. 19, ж) сливаются в один (рис. 19, з). В результате следующего внутреннего кризиса при $B=5.26$ происходит увеличение размера хаотического аттрактора. Восьмой кризис, аналогичный второму, происходит в начале очередного периодического окна при $B=5.557$ (рис. 20, а). Девятый кризис при $B=5.643$ – внутренний, аналогичен шестому кризису (рис. 20, б, в). В десятом кризисе при $B=5.731$ аттракторы претерпевают те же изменения, но в обратном порядке: сначала хаотический аттрактор распадается на два асимметричных

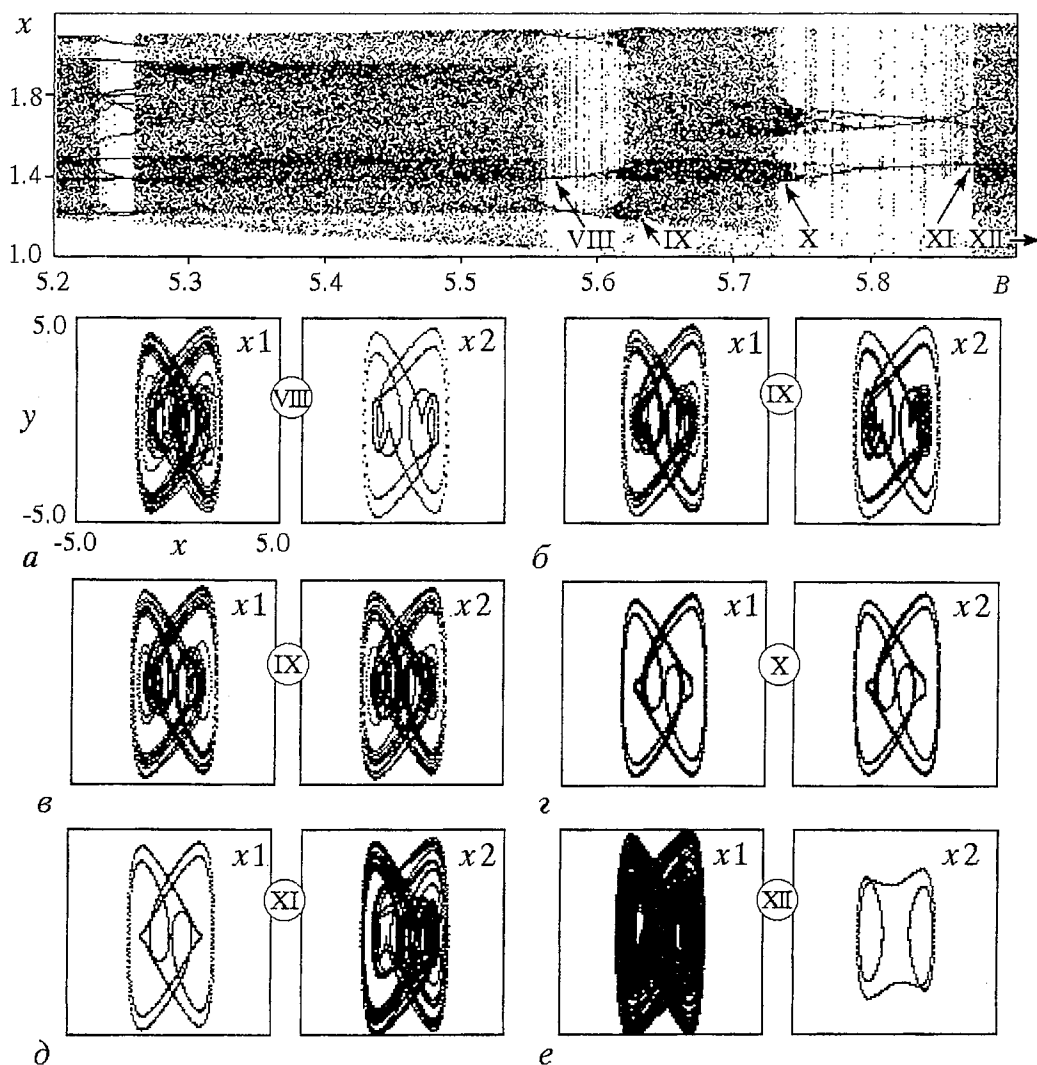


Рис. 20. Кризисы аттракторов осциллятора в точке катастрофы бабочка (22) при $k=0.2$, $\omega=1$, $x_1=3.1$, $y_1=3.1$, $x_2=-0.1$, $y_2=-0.1$ и различных амплитудах воздействия B : а – 5.557, б – 5.643, в – 5.7, г – 5.731, д – 5.867, е – 6.4

хаотических аттрактора (рис. 20, з), а потом они через обратный каскад бифуркаций удвоения периода переходят в аттрактор периода три. В одиннадцатом граничном кризисе при $B=5.867$ возникает хаотический аттрактор, сценарий его появления повторяет в обратном порядке третий кризис (рис. 20, д). И наконец, в последнем двенадцатом кризисе при $B=6.4$ хаотический аттрактор o_1 , сосуществовавший с периодическим o_2 , сталкивается с неустойчивой орбитой и исчезает (рис. 20, е), а аттрактор o_2 превращается в аттрактор p .

Для осциллятора в точке катастрофы бабочка была построена карта режимов на плоскости (B, k) (рис. 17, б). Ее структура аналогична карте режимов для системы Уэды, но в этом случае на карте в районе $B \approx 12$ и $B \approx 14$ появляются две конфигурации *crossroad area*. Их левые части образованы линиями бифуркаций удвоенный субгармоник $4/1, 7/2, 15/4$, а правые – линиями бифуркаций удвоенный субгармоник $4/1, 9/2, 17/4$. На карте дополнительно появились новые субгармоники периода $3/2, 4/2$, и $13/5$.

Заключение

Итак, в настоящей работе была предложена новая классификация нелинейных осцилляторов по схеме теории катастроф. Оказывается разные с точки зрения числа потенциальных ям и возможных решений модели осцилляторов из табл. 1, описывающие широкий класс физических явлений, представляют собой частный случай одного какого-либо модельного уравнения осциллятора с катастрофой при фиксированных значения параметров нелинейности. Исследование таких осцилляторов в настоящей работе распространяется на все пространство управляющих параметров.

Был исследован осциллятор с катастрофой складка (14): показана последовательность разрушения бассейна притяжений при изменении параметра нелинейности, на плоскости параметров амплитуда воздействия – параметр нелинейности определены области убегающих на бесконечность решений и области устойчивых режимов.

Использовавшийся в работе метод построения карт динамических режимов позволил обнаружить на плоскости параметров нелинейности рассмотренных осцилляторов конфигурации *crossroad area* и *spring area*. Была исследована эволюция этих конфигураций возле соответствующих линий складки. Изучалось влияние повышения степени полинома потенциальной функции на динамику системы и были обнаружены некоторые особенности. Так, при сравнении эволюции карт режимов осциллятора с катастрофой сборка (15), осциллятора с катастрофой бабочка (16) и осциллятора с нелинейностью седьмой степени (17) на плоскости параметров нелинейности, было обнаружено, что конфигурации *crossroad area* и *spring area* начинают появляться при меньших значениях амплитуды воздействия, чем в каждом предыдущем случае. Были установлены закономерности их эволюции и описан общий сценарий появления и исчезновения этих конфигураций с ростом амплитуды воздействия. Для осцилляторов с потенциальной функцией более высокого порядка этот сценарий успевает повториться несколько раз на рассматриваемом диапазоне амплитуды воздействия, давая повышение числа конфигураций *crossroad area* и *spring area* на картах режимов. Сопоставление динамики осцилляторов точно в точке катастрофы сборка (21) и точно в точке катастрофы бабочка (22) показало появление новых субгармонических режимов, добавление на бифуркационных диаграммах периодических окон; образование на картах режимов конфигураций *crossroad area*, развитие дополнительных бифуркаций и кризисов. Оказалось, что повышение степени нелинейности приводит к тому, что область сложной динамики начинает развиваться для меньших значений амплитуды воздействия и большем коэффициенте диссипации.

Работа выполнена при поддержке Минобразования РФ (грант № 00-02-17509) и фонда CRDF REC-006.

Библиографический список

1. *Duffing G.* Erzwungene Schwingungen bei veränderlicher Eigenfrequenz und ihre technische Bedeutung. Vieweg, Braunschweig, 1918.
2. *Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г.* Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1967.
3. *Неймарк Ю.И., Ланда П.С.* Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.
4. *Неймарк Ю.И.* Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972.
5. *Ланда П.С.* Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, 1997.
6. *Баталова З.С., Неймарк Ю.И.* Об одной динамической системе с гомоклинической структурой // Изв. вузов. Радиофизика. 1972. № 11.
7. *Белюстина Л.Н., Белых В.Н.* О глобальной структуре разбиения фазового пространства одной неавтономной системы // Дифференциальные уравнения. 1973. Т. 9, № 4. С. 595.
8. *Thompson J.M.T., Rainey R.C.T. and Soliman M.S.* Mechanics of ship capsize under direct and parametric wave excitation // Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A. 1992. Vol. 338. P. 471.
9. *Thompson J.M.T. and Soliman M.S.* Fractal control boundaries of driven oscillators and their relevance to safe engineering design // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1990. Vol. 428. P. 1.
10. *Thompson J.M.T. and Soliman M.S.* Indeterminate jumps to resonance from a tangled saddle-node bifurcation // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1991. Vol. 432. P. 101.
11. *Thompson J.M.T.* Chaotic phenomena triggering the escape from a potential well // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1989. Vol. 421. P. 195.
12. *Thompson J.M.T., Bishop S.R. and Leung L.M.* Fractal basins and chaotic bifurcations prior to escape from the potential well // Phys. Lett. A. 1987. Vol. 121. P. 116.
13. *Thompson J.M.T.* Chaos and fractal basin boundaries in engineering // The Nature of Chaos. Ed. Tom Mullin. Clarendon Press – Oxford. 1995. P. 201.
14. *Soliman M.S. and Thompson J.M.T.* Transient and steady state analysis of capsize phenomena // Appl. Ocean Res. 1991. № 13. P. 82.
15. *Soliman M.S. and Thompson J.M.T.* Integrity measures quantifying the erosion of smooth and fractal basins of attraction // J. Sound Vib. 1989. № 135. P. 453.
16. *Soliman M.S. and Thompson J.M.T.* Basin organisation prior to a tangled saddle-node bifurcation // Int. J. Bif. & Chaos. 1991. № 1. P. 107.
17. *Soliman M.S. and Thompson J.M.T.* Global dynamics underlying sharp basin erosion in nonlinear driven oscillators // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 45. P. 3425.
18. *Soliman M.S. and Thompson J.M.T.* Indeterminate sub-critical bifurcations in parametric resonance // Proc. Roy. Soc. Lond. A. 1992. Vol. 438. P. 511.
19. *Soliman M.S.* Predicting regimes of indeterminate jumps to resonance by assessing fractal boundaries in control space // Int. J. of Bif. & Chaos. 1994. Vol. 4, № 6. P. 1645.
20. *Virgin L.N.* The nonlinear rolling response of a vessel including chaotic motions leading to capsize in regular seas // Appl. Ocean Res. 1986 (Submitted).
21. *Kao Y.H., Huang J.C. and Gou Y.S.* Routes to chaos in the Duffing oscillator with a single potential well // Phys. Lett. A. 1988. Vol. 131, № 2. P. 91.
22. *Thompson J.M. and Stewart H. B.* Nonlinear dynamics and chaos. Wiley, New York. 1986. 376 p.
23. *Huberman B.A., Crutchfield J.P.* Chaotic states of anharmonic systems in periodic fields // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43, № 23. P. 1743.
24. *Herath J., Fessler K.* Mode expansions and bifurcations in nonlinear single-well oscillators // Phys. Lett. A. 1987. Vol. 120, № 6. P. 265.
25. *Holmes C., Holmes P.* Second order averaging and bifurcations to subharmonics in Duffing's equation // J. Sound Vib. 1981. № 78. P. 161.
26. *Novak S., Frehlich R.G.* Transition to chaos in the Duffing oscillator // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 26, № 6. P. 3660.

27. Rätý R., von Boehm J., Isomäki H.M. Absence of inversion-symmetric limit cycles of even periods and the chaotic motion of Duffing oscillator // Phys. Lett. A. 1984. Vol. 103, № 6-7. P. 289.
28. Rätý R., von Boehm J., Isomäki H.M. Chaotic motion of a periodically driven particle in a asymmetric potential well // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 34, № 5. P. 4310.
29. Swift J.W., Wiesenfeld K. Suppression of period doubling in symmetric systems // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 705.
30. Guckenheimer J. and Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields. New York: Springer - Verlag, 1983.
31. Holmes P.J. Nonlinear oscillator with a strange attractor // Phil. Trans. Roy. Soc. Lon. A. 1979. Vol. 292, № 1394. P. 419.
32. Moon F.C. Fractal boundary for chaos in a two-state mechanical oscillator // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 962.
33. Moon F.C. Experiments on chaotic motions of a forced nonlinear oscillator: strange attractor // J. Appl. Mech. 1980. № 47. P. 638.
34. Moon W. and Holmes P.J. A magnetoelastic strange attractor // J. Sound Vib. 1979. Vol. 65. P. 285.
35. Moon W. and Holmes P.J. Strange attractors and chaos in nonlinear mechanics // J. Appl. Mech. 1983. Vol. 50. P. 1021.
36. Moon F.C. and Li G.X. Fractal basin boundaries and homoclinic orbits for periodic motions in a two well potential // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55. P. 1439.
37. Moon F.C. and Li G.X. The fractal dimension of the two-well potential strange attractor // Physica D. 1985. Vol. 17. P. 99.
38. Szemplinska-Stupnicka W. Steady states in the twin potential oscillator: computer simulations and approximate analytical studies // Chaos. 1993. Vol. 3, № 3. P. 375.
39. Petersson J. Chaos new structural phase transition // Z. Naturforschung. A. 1990. Vol. 45. P. 958.
40. English V. and Lauterborn W. Regular window structure of a double-well Duffing oscillator // Phys. Rev. A. 1991. Vol. 44, № 2.
41. Parlitz U. Common dynamical features of periodically driven strictly dissipative oscillators // Int. J. of Bif. & Chaos. 1991. Vol. 3, № 3. P. 703.
42. Hayashi C. and Ueda Y. Behavior of solutions for certain types of nonlinear differential equations of the second order // Proc. 5th Int. Conf. Nonlinear Oscillations. Poznac. 1973. Vol. 14. P. 341.
43. Hayashi C. Nonlinear oscillations in physical systems. New York: McGraw Hill, 1964.
44. Hayashi C. Selected papers on nonlinear oscillations. Osaka, Japan: Nippon Printing and Publishing Co. 1975.
45. Хаяси Т. Вынужденные колебания в нелинейных системах. М.: ИЛ, 1957. 204 с.
46. Hayashi C., Ueda Y., Kawakami H. Transformation theory as applied to the solutions of non-linear differential equations of the second order // Int. J. Non-Linear Mech. 1969. Vol. 4. P. 235.
47. Ueda Y., Yoshida S. Attractor-basin phase portraits of the forced Duffing's oscillator // Proc. European Conf. Circuit Theory Design. Paris. 1987. Vol. 1. P. 281.
48. Ueda Y. Survey of regular and chaotic phenomena in the forced Duffing oscillator // Chaos, Solitons and Fractals. 1991. Vol. 1, № 3. P. 199.
49. Ueda Y., Akamatsa N. and Hayashi C. Computer simulations of nonlinear ordinary differential equations and non-periodic oscillations // Electronics and Commun. in Japan. A. 1973. Vol. 56. P. 27.
50. Mosekilde E. Topics in Nonlinear Dynamic. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 1996. 380 p.
51. Li G. X., Moon F.C. Criteria for chaos of a three-well potential oscillator with homoclinic and heteroclinic orbits // J. Sound Vib. 1990. Vol. 136, № 1. P. 17.
52. Li G. X. Chaotic vibrations of a nonlinear system with five equilibrium states. M. S. Thesis. Cornell University. Ithaca, N. Y. 1984.
53. Huberman B.A., Grutchfield G.P. and Packard N.H. Noise phenomena in Josephson junctions // Appl. Phys. Lett. 1980. Vol. 37, № 8. P. 750.

54. MacDonald A. H., Plischke M. Study of the driven damped pendulum: application to Josephson junctions and charge-density-wave systems // Phys. Rev. B. 1983. Vol. 27, № 1. P. 201.

55. Bak P., Bohr T., Jensen M.H. Mode-locking and the transition to chaos in dissipative systems // Phys. Scr. T. 1984. Vol. 9. P. 50.

56. Miracky R.F., Clarke J., Koch R.H. Chaotic noise observed in a resistively shunted self-resonant Josephson tunnel junction // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. P. 856.

57. Yeh W.J., He D.R., Kao Y.H. Fractal dimension and self-similarity of the devils staircase in a Josephson-junction simulator // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 480.

58. Yeh W.T., Kao Y.H. Intermittency in Josephson junctions // Appl. Phys. Lett. 1983. Vol. 42. P. 299.

59. Kao Y.H., Huang J.C., Gou Y.S. Persistent properties of crises in a Duffing oscillator // Phys. Rev. A. 1987. Vol. 35, № 12. P. 5228.

60. Горяченко В.Д. Элементы теории колебаний. Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та. 1995. с. 286.

61. Klinker T., Meyer-Ilse W. and Lauterborn W. Period doubling and chaotic behavior in a driven Toda oscillator // Phys. Lett. A. 1984. Vol. 101, № 8, P. 371.

62. Goldstone J.A., Garmire E. Intrinsic optical bistability in nonlinear media // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 910.

63. Flytzanis Chr. and Tang C.L. Light-induced critical behavior in the four-wave interaction in nonlinear systems // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 441.

64. Желудев Н.И., Макаров В.А., Матвеева А.В., Свирко Ю.П. Структура хаоса при возбуждении нелинейного осциллятора гармонической внешней силой // Вест. МГУ. Сер. 3. 1984. Т. 25, № 5. С. 106.

65. Chui S.T., Ma K.B. Nature of some chaotic states for Duffing's equation // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 26, № 4. P. 2262.

66. Elgin J.N., Forster D. Mechanism for chaos in the Duffing equation // Phys. Lett. A. 1983. Vol. 94, № 5. P. 195.

67. Крюков Б.И., Середович Г.И. О «странном» поведении решений уравнения Дуффинга // ДАН СССР. 1981. Т. 258, № 2. С. 311.

68. Beiersdorfer P., Wersinger J.M. Topology of the invariant manifolds of a period-doubling attractors for some forced nonlinear oscillators // Phys. Lett. A. 1983. Vol. 96, № 6. P. 269.

69. Hayashi C. The method of mapping with reference to the doubly asymptotic structure of invariant curves // Int. J. Non-Linear Mech. 1980. Vol. 15, № 415. P. 341.

70. Hayashi C., Abe M., Oshima K., Kawakami H. The method of mapping as applied to the solution for certain types of nonlinear differential equations // Тр. IX Межд. конф. по нелинейным колебаниям. Киев, 1981. Т. I. Киев: Наукова думка, 1984. С. 40.

71. Kawakami H. The bifurcation pattern of periodic solutions observed in Duffing's equation // Тр. IX Межд. Конф. по нелинейным колебаниям. Киев, 1981. Т. I. Киев: Наукова думка, 1984. С. 162.

72. Arecchi F.T., Lisi F. Hopping mechanism generating $1/f$ noise in nonlinear systems // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49, № 2. P. 94.

73. Holmes P., Whitley D. On the attracting set for Duffing's equation. I: Analytical methods for small force and damping // Physica D. 1983. Vol. 7, № 1-3. P. 211.

74. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983.

75. Постон Т., Стюард И. Теория катастроф и ее применения. М.: Мир, 1980.

76. Bier M., Bountis T.C. Remerging Feigenbaum trees in dynamical systems // Phys. Lett. A. 1984. Vol. 104. P. 239.

77. Chang S.J., Pendley P.R. Scaling and universal behavior on the bifurcation attractor // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 33, № 6. P. 4092.

78. Mackey R. S., Tresser C. Some flesh on the bifurcation structure of bimodal maps // Physica D. 1987. Vol. 27. P. 412.

79. Komuro M., Tokunaga R., Matsumoto T., Chua L., Hotta A. Global bifurcation analysis of the double scroll circuit // Int. J. of Bif. & Chaos. 1991. Vol. 1. P. 139.

80. *Scheffczyk C., Parlitz U., Kurz T., Knop W., Lauterborn W.* Comparison of bifurcation structures of driven dissipative nonlinear oscillators // *Phys. Rev. A.* 1991. Vol. 43, № 12. P. 6495.

81. *Ringland J., Scell M.* Universal geometry in the parameter space of dissipative dynamical systems // *Europhys. Lett.* 1990. № 12. P. 595.

82. *Gallas J. A. C., Catarina S.* Structure of the parameter space of Henon map // *Phys. Rev. Lett.* Vol. 70, № 18. P. 2714.

83. *Gallas J.A. C.* Structure of the parameter space of a ring cavity // *Appl. Phys. B.* 1995. Vol. 60. P. 203.

84. *Carcasses J., Mira C., Bosh M., Simo C. and Tatjer J. C.* Crossroad area – spring area transition. (1) Parameter plane representation // *Int. J. of Bif. & Chaos.* 1991. Vol. 1. P. 183.

85. *Mira C., Carcasses J.* On the crossroad area – saddle area and spring area transition // *Int. J. of Bif. & Chaos.* 1991. Vol. 1, № 3. P. 643.

86. *Moon F.C.* Chaotic vibrations. New York: John Wiley, 1987.

87. *Grebogi C., Ott E. and Yorke J.A.* Chaotic attractors in crisis // *Phys. Rev. Lett.* 1982. Vol. 48. P. 1507.

88. *Grebogi C., Ott E. and Yorke J.A.* Crises, sudden changes in chaotic attractors, and transient chaos // *Physica D.* 1983. Vol. 7. P. 181.

89. *Ott E.* Chaos in Dynamical Systems. Cambridge university press. 1993. P. 277.

*Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 23.10.2000
после доработки 14.12.2000*

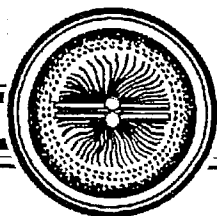
A FEATURES OF THE COMPLEX DYNAMICS OF THE NONLINEAR OSCILLATORS WITH THOM'S CATASTROPHES

A.P. Kuznetsov, A.Yu. Potapova

A survey of the regular and chaotic phenomena in the periodically forced nonlinear oscillators is represented. To classify the nonlinear oscillators the scheme of the catastrophe theory is used. Developed classification allows to describe the dynamics of many physical systems, which differ each from others in both the quantity of the potential wells and the possibility to escape from them, by using the only oscillator equation with some appropriate Thom's catastrophe as the potential function. The escape region and the region of the non-escaping solutions are estimated on the plane of the nonlinear parameter and forcing amplitudes for the oscillator with fold catastrophe. The boundary between these regions is illustrated by the basin erosion sequence. The dynamical regimes topographies which contain a crossroad area and a spring area are shown for the oscillators with high degree polynomial potential function. General features of topographies evolution for the oscillators with cusp catastrophe and with butterfly catastrophe are described. The bifurcations and crises, which occur in the considered systems, also depend on the degree of the potential function.



Потанова Анна Юрьевна – родилась в Саратове (1978). Окончила факультет нелинейных процессов СГУ (2000). В настоящее время является аспирантом кафедры динамических систем факультета нелинейных процессов СГУ. Младший научный сотрудник Саратовского отделения Института радиотехники и электроники РАН. Область научных интересов – теория катастроф, физика нелинейных динамических систем, динамический хаос. Автор шести публикаций. Принимала участие в четырех международных научных конференциях. В 2000 году работала в Датском техническом университете в научной группе профессора Э. Мозекиде.

**СИНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ПАРАДИГМА.****Многообразие поисков и подходов**

Ответственные редакторы: В.И. Аршинов, В.Т. Буданов, В.Э. Войцехович

© Коллектив авторов, 2000
© «Прогресс–Традиция», 2000
© А.Б. Орешина, оформление, 2000

М.: Прогресс–Традиция, 2000. 536 с., ил.
ISBN 5–89826–026–9

В современной науке, изучающей глубокие изменения в мире в канун XXI века, возникают новые направления, среди которых и синергетика, исследующая особо сложные процессы в природе и обществе с проявлениями самоорганизации, порядка и хаоса. В настоящем коллективном труде обстоятельно излагается содержание синергетической парадигмы как модели познания мира, использующей междисциплинарный подход и ориентированной на гуманитарные ценности в научных исследованиях. Международный авторский коллектив известных ученых знакомит читателей с широким спектром достижений синергетики в решении актуальных проблем.

Книга рассчитана не только на специалистов в области синергетики, но и на философов, социологов, историков науки, культурологов, а также на читателей, интересующихся междисциплинарными методами познания.

Предисловие

Исследования в области синергетики – нелинейной науки, науки о сложности, о самоорганизации – представляют собой одно из самых интригующих и быстро развивающихся направлений современной постнеклассической науки. И хотя этим исследованиям вот уже почти 30 лет, если датировать рождение синергетики 1972 г., когда этот неологизм был введен Г. Хакеном, до сих пор вопрос «Что такое синергетика?» не имеет однозначного ответа.

Характеризуя синергетику как междисциплинарное направление исследований, среди прочих отличительных черт обычно отмечают, что это новое, «становящееся» направление научного поиска. Однако уже с этой точки зрения междисциплинарное, философско–методологическое, мировоззренческое осмысление синергетики – задача актуальная для современной постнеклассической науки, поскольку «человекоразмерность» (В.С. Степин) и новейшие тенденции развития науки именно в синергетике находят свое наиболее отчетливое выражение (С.П. Курдюмов, Ю.А. Данилов, Ю.Л. Климонтович, Г.Г. Малинецкий, Д.С. Чернавский, Ю.М. Романовский, Г.Н. Иваницкий).

Но это еще не все. Для нашего чрезвычайно уплотненного, насыщенного событиями исторического времени, времени быстрых качественных перемен, широкомасштабных технологических инноваций, социальных, национальных кризисов и конфликтов, глобальных сдвигов и потрясений, сопутствовавших распаду биполярного мира периода холодной войны, последние тридцать лет – это целая новая эпоха, «эпоха бифуркации» (Э. Ласло), если пользоваться языком самой синергетики. За это время синергетика уже не раз оказывалась «на развилке дорог» междисциплинарной и кросскультурной эволюции, пленяя своей новизной и переоткрытием традиций в науке и культуре не только физиков, биологов и математиков, но и историков, социологов, психологов, лингвистов, экологов и экономистов, теологов и искусствоведов.

В конце XX в. цивилизационное развитие вошло в режим бифуркационного каскада, режим, в котором малейшие изменения мысли и действия человека могут приобрести решающее значение для дальнейшей эволюции, когда человеческий род как будто натолкнулся на невидимую стену – стену глобальных проблем. Мы живем в эпоху повсеместности «эффекта бабочки», имеющего как очевидные положительные, так и далеко не всегда наблюдаемые отрицательные последствия. А ведь есть основания прислушаться к тревожным прогнозам, предупреждающим о том, что мы ускоряющимися темпами несем к общепланетарной экологической катастрофе. Горы информации растут, а фундаментальные открытия, помогающие решать жизненные задачи, встречаются все реже и реже.

Все дело в том, что сегодня уходит в прошлое техноцентричная цивилизация Нового времени и рождается новая, более гармоничная и духовная цивилизация. Одной из предвестниц науки нового, «человекомерного» типа и является синергетика, преодолевающая крайности объективизма декартово–ньютоновой парадигмы деперсонифицированного научного знания и субъективизма внутреннего индивидуального переживания.

В этом динамически открытом, коммуникативном и трансдисциплинарном контексте синергетика переоткрывается и переосмысливается в более широкой и многомерной исторической перспективе. Возрождая очарование природы и мира, над «расколдовыванием» которых долго и упорно трудился разум классической науки, пытавшийся познать «естественную» природу мира вещей «как они есть на самом деле», постнеклассическая синергетика (И. Пригожин, И. Стенгерс) обретает новую историческую глубину. В парадигме коммуникативной «нейросинергетики» в согласии с принципами соответствия, наблюдаемости и дополнительности находят свое место и «синергетика лазера» Г. Хакена, и теория диссипативных структур И. Пригожина, понимаемые обобщенно в качестве составных частей «нелинейной науки», у истоков которой стояли А. Пуанкаре, Л.И. Мандельштам, А.А. Андронов. В новой парадигме находит свое место и голографическая вселенная Д. Бома, и голографический мозг К. Прибрама. Новая синергетическая парадигма принципиально плюралистична, коннотативна, ориентирована на сетевое мышление ИНТЕРНЕТА, включая в себя также и сценарии «Большой истории» (от Большого космогонического взрыва до Homo sapiens) и новую «науку о сложности», науку о взаимопереходах «порядок–хаос» (Л. Больцман, Р. Том, И. Арнольд, Я. Синай, Ю.Л. Климонтович), на фрактальной границе которых (Б. Мандельброт, С. Кауфман) живут сложные эволюционирующие системы. Среди них одной из самых загадочных является телесно воплощенный человеческий мозг и созданные им в кооперативном взаимодействии людей автопоэтические языки человеческого общения (Г. Хакен, У. Матурана, Ф. Варела).

В книге делается попытка осмысления синергетики как пространства межличностной «встречи» и диалога, сближения естественнонаучного и гуманитарного знания, науки и религии, Запада и Востока, как способа моделирования устойчивого развития, как нового подхода к лечению болезней и т.д.

Эту же задачу можно сформулировать и иначе, а именно как вопрос о понимании синергетического познания как коэволюционного, междисциплинарного, коммуникативно–деятельностного процесса.

Настоящая книга представляет собой продолжение и развитие идей вышедшей в 1994 г. коллективной монографии «Самоорганизация и наука: опыт философского осмысления», которая получила хорошую оценку в печати и в научных кругах.

Важным событием в осознании вышеуказанной задачи явилось проведение в начале 1996 г. первой встречи международного Московского синергетического форума, в работе которого приняли участие крупнейшие российские и западные ученые с мировыми именами, сотрудники научных центров И. Пригожина и Г. Хакена. Материалы Московского синергетического форума и легли в основу настоящего издания.

Однако редколлегия решила не ограничиваться лишь публикацией докладов непосредственных участников форума. Синергетика как таковая является существенно открытой нелинейной концептуальной системой, ориентированной на широкий междисциплинарный диалог, а потому редколлегия сочла целесообразным дополнить издаваемую книгу текстами других авторов, по тем или иным причинам на форуме не выступавших или даже не принимавших в нем участия, но предложивших тексты, являющиеся, по нашему убеждению, примерами (пусть не всегда совершенными) онтологии и эпистемологии синергетического мышления.

В книге выделено четыре раздела, соответствующие четырем ведущим направлениям нелинейной науки: философско-методологическому, культурологическому, междисциплинарным исследованиям и совершенно новому – медицинскому аспекту синергетики.

Первый раздел «Синергетика как наука о сложности» раскрывает специфику синергетики и ее место в системе наук, в культуре, в мировоззренческих основаниях человеческого познания и даже в решении глобальных проблем современной цивилизации. В разделе четко прослеживаются два подхода к нелинейным исследованиям: если «отец» синергетики Г. Хакен и его соотечественник немецкий физик К. Майнцер отвечают на вопрос «Что такое синергетика?», то их российские коллеги (как физики, так и философы: В.С. Степин, С.П. Курдюмов, Е.Н. Князева, В.И. Аршинов, В.Э. Войцехович, В.Г. Буданов, Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов) более склонны отвечать на вопрос «Каковы основания, понятийное ядро, принципы синергетики?».

Второй раздел «Синергетика в контексте культуры» представляет эту науку как единство естественнонаучной и гуманитарной мысли, как пересечение физики, математики, логики с искусством, литературой, педагогикой, теорией творчества и т. п. О красоте фракталов – обитателей зазеркального мира синергетики – рассуждают Ю.А. Данилов и В.В. Тарасенко. Эстетические, когнитивные, креативные аспекты синергетики рассматривают В.А. Копчик и А.А. Кобляков. Используя свой художественный опыт, Т.П. Григорьева, Е.Н. Князева, Е.Г. Трубецкова сосредоточились на нелинейных образах литературы и искусства. Наконец, Г. Шефер и В.Г. Буданов обсуждают перспективы инновационных подходов к обучению, основанных на новых синергетически осмысленных переходах «хаос – порядок».

В разделе III «Синергетика в междисциплинарном измерении» читатель познакомится с «промежуточной» природой нелинейной науки, ее переходным характером. Она всегда «между» – между физикой и биологией, математикой и искусством, наукой и религией, ставшим и становящимся. Как трансдисциплинарную науку видит синергетику Э. Ласло, как теорию сложноорганизованных систем – Э. Моран, как пересечение урбанистики и математики – Г. Бюржель. Со стороны философии науки рассматривают ее И.С. Добронравова и И.В. Нежинский, со стороны физики, математики, теории информации, нейрофизиологии – Д.С. Чернавский, М. Темпчик, Дж.С. Николис, А.И. Липкин, В.И. Моисеев, А. Димитров, со стороны антропологии и экологии – А.П. Назаретян и Г.Ю. Ризниченко.

Раздел IV «Синергетика на пути к автопоэтической медицине» открывает совершенно неожиданную сферу приложения нелинейной науки – медицинскую.

Синергетика позволяет соединить западный и восточный, научный и народный подходы к лечению больного. Суть синергетического лечения состоит в воздействии на ключевые точки организма больного в строго определенных точках – точках бифуркации, чтобы подтолкнуть систему на эволюционную траекторию, ведущую к аттрактору–норме (здоровью). Теоретические основы новой медицинской парадигмы дополняются результатами практических исследований, проведенных российскими и украинскими учеными, врачами, психотерапевтами (И.Е. Москалев, Ю.Л. Климонтович, В.И. Аршинов, А.В. Мальй, П.А. Попов, А.Д. Трубецков, С.П. Ситько, Л.А. Котельникова).

Завершает книгу своеобразное духовное завещание–напутствие. Это научные размышления о синергетике *Владимира Дмитриевича Поремского* (1909–1997), известного политического деятеля русской эмиграции, опубликованные им в период подготовки Московского синергетического форума. Владимир Дмитриевич очень многое сделал для развития синергетики в России. Его мысли помогают развитию диалоговой философии в научном сообществе, во властных структурах, способствуют выведению цивилизации из тупика «мономышления», когда разговоры между политиками напоминают споры между глухими, когда дискуссии переходят в перебранки и насилие. Весь тяжелый опыт проживания на чужбине, вдали от любимой им России, смертные приговоры, которые гестапо (дважды) и НКВД выносили ему (в конце второй мировой войны и вскоре после ее окончания), все эти драматические, лично пережитые события привели Владимира Дмитриевича к философии солидаризма, к пониманию необходимости межличностного диалога как инструмента конструктивного сотрудничества людей.

Итогом последних лет жизни Владимира Дмитриевича стала мысль «*Синергетика – это шаг к будущему мировоззрению человечества*».

Редколлегия и авторы этой книги надеются, что ее содержание даст читателю представление обо всем многомерном и конструктивном значении этой мысли.

Редколлегия

Содержание

Предисловие

Раздел I. Синергетика как наука о сложности

Степин В.С. Саморазвивающиеся системы и перспективы техногенной цивилизации
Хакен Г. Основные понятия синергетики. Перевод Ю.А. Данилова
Майнцер К. Сложность и самоорганизация. Возникновение новой науки и культуры на рубеже века. Перевод Ю.А. Данилова
Князева Е.Н., Курдюмов С.П. Синергетическое расширение антропного принципа
Аршинов В.И., Войцехович В.Э. Синергетическое знание: между сетью и принципами
Буданов В.Г. Синергетическая алгебра гармонии
Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Джокеры, русла, или Поиски третьей парадигмы

Раздел II. Синергетика в контексте культуры

Копцик В.А. Синергетика искусства: системно–симметрологический подход
Данилов Ю.А. Красота фракталов
Тарасенко В.В. Фрактальная геометрия природы: социокультурное измерение
Григорьева Т.П. Синергетика и Восток
Князева Е.Н. Синергетический вызов культуре
Трубецкова Е.Г. Изменение концепции пространства в контексте романа «Мастер и Маргарита»: синергетический подход
Шефер Г. «Зигзаг» как метод обучения, или Может ли из сумбура возникнуть порядок?
Буданов В.Г. Трансдисциплинарное образование, технологии и принципы синергетики
Кобляков А.А. Синергетика и творчество: универсальная модель устранения противоречий как основа новой стратегии исследований

Раздел III. Синергетика в междисциплинарном измерении

- Ласло Э.* Основания трансдисциплинарной единой теории. Перевод Ю.А. Данилова
Моран Э. Необходимость реформы мышления. Перевод Ю.А. Данилова
Добронравова И.С. На каких основаниях осуществимо единство современной науки?
Нежинский И.В. Интерсубъективность междисциплинарной науки: проблема рациональной когерентности
Чернавский Д.С. О генерации ценной информации
Моисеев В.И. Феномен «сильной» синергетики: ментальное моделирование «ктойности» и саморазвития
Burgel G. Nouvelles approches aux problèmes de l'urbanisation et l'aménagement des politiques urbaines
Tempczyk M. Cooperative Phenomena in the Brain and Creative Thinking
Николис Дж.С. Хаотическая динамика лингвистических процессов и образование паттернов в поведении человека. Новая парадигма селективной передачи информации. Перевод Ю.А. Данилова
Липкин А.И. Философия, математика, физика и синергетика у И. Пригожина. Позиция конструктивного рационализма
Димитров А. Вероятностная модель поведения сложных неравновесных информационных систем
Назаретян А.П. Синергетическая модель антропогенных кризисов: к количественной верификации гипотезы техно-гуманитарного баланса
Ризниченко Г.Ю. Нелинейное естественно-научное мышление и экологическое сознание

Раздел IV. Синергетика на пути к автопоэтической медицине

- Москалев И.Е.* Становление автопоэтического наблюдателя
Климонтович Ю.Л. Диагностика медико-биологических состояний с помощью S-теоремы
Аришинов В.И., Мальй А.В., Попов П.А. Медицина III и опыт применения препарата «Стимулин Д»
Трубецков А.Д. Профпатология: смена основной концепции и теория катастроф
Ситько С.П. Традиции восточной медицины с точки зрения современной науки
Котельникова Л.А. Синергетика доверия в психотерапевтической практике

Вместо заключения

В.Д. Поремский о синергетике



Изв.вузов «ПНД», т.8, № 6, 2000

УДК 537.86

ЗНАКОМСТВО С НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКОЙ

Лекции соросовского профессора

В.С. Анищенко

© В.С. Анищенко, 2000
© Д.В. Соколов, оформление, 2000
© Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2000

Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2000. 180 с., ил.
ISBN 5-900641-93-7

В учебном пособии приведены тексты девяти лекций, написанных автором по программе «Соросовские профессора». Лекции посвящены фундаментальным основам нелинейной динамики систем с конечным числом степеней свободы. Рассматриваются и анализируются понятия динамической системы, устойчивости и бифуркаций, детерминированного хаоса, синхронизации, стохастического резонанса. Обсуждаются проблемы диагностики и реконструкции динамических систем по экспериментальным данным.

Пособие ориентировано на студентов, дипломников и аспирантов естественно-научных специальностей университетов.

Предисловие

Настоящая книга представляет собой введение в круг основных понятий и проблем, составляющих предмет изучения новой специальной дисциплины – нелинейной динамики. Знакомство с нелинейной динамикой предполагает определенные знания общих курсов физики и математики по программе высших учебных заведений. Поэтому книга в первую очередь ориентирована на студентов естественных специальностей университетов, изучающих основы теории колебаний, теории динамических систем, теорию устойчивости и бифуркаций, основы информатики и математического моделирования. Перечисленные дисциплины включены в качестве разделов в более общую теорию самоорганизации или синергетику. В связи с привлечением и использованием идей синергетики в различных областях как естественных, экономических, так и гуманитарных наук, книга будет полезна студентам, изучающим биологию, химию, экономику, экологию, социологию, менеджмент и другие дисциплины. Это обусловлено фундаментально общими закономерностями, с которыми приходится иметь дело при математическом моделировании соответствующих систем и процессов в указанных областях знаний.

Перед студентами высшей школы на третьем курсе неизбежно возникает важная проблема выбора конкретной специализации в рамках общей специальности. От того, какое именно научное направление специализации предпочтет и посвятит ему оставшиеся два–три года учебы в вузе студент, зависит очень многое. Нередко принятое молодым человеком решение определяет всю его дальнейшую судьбу, делает его счастливым или неудовлетворенным в профессиональной жизни. Поэтому к принятию решения о выборе научной специализации необходимо подходить ответственно. Настоящая книга как учебное пособие по нелинейной динамике поможет студентам более осознанно остановить свой выбор на специализации в этой области.

Несколько слов об истории создания этой книги. Она включает девять лекций, которые были написаны в период 1995–2000 гг. для «Соросовского образовательного журнала» в соответствии с требованиями программы «Соросовские профессора». Лекции я читал школьным учителям на конференциях соросовских учителей, абитуриентам и студентам физического факультета СГУ. Получилось так, что лекции выстроены в некий взаимосвязанный цикл, являющийся введением в основные проблемы нелинейной динамики. И я решил их опубликовать без каких-либо изменений и дополнений. Хочу поблагодарить руководство программы «Соросовские профессора» за разрешение на публикацию лекций, так как авторские права на их использование принадлежат Международному Фонду Дж. Сороса.

Очень кратко о содержании лекций. Нелинейная динамика – это наука, изучающая структуру и свойства эволюционных процессов в нелинейных динамических системах. Особенностью, присущей исключительно нелинейным системам, является возможность реализации в них множества различных режимов функционирования, которые зависят от начального состояния, параметров системы и внешних воздействий. В частности, в нелинейных системах возможны режимы детерминированного хаоса в виде незатухающих апериодических колебаний, напоминающих случайный процесс. Интерес к изучению свойств нелинейных систем главным образом обусловлен тем, что реальный мир, окружающая нас природа и общество в своем существовании и развитии подчиняются нелинейным законам. Линейные закономерности также имеют место, однако они представляют собой лишь частный случай (или приближение) более общих нелинейных законов.

Первая лекция посвящена динамическим системам. Понятие динамической системы в математическом смысле слова является основой моделирования, а значит, и предсказания эволюции состояния во времени. Задача предсказания будущего по известному настоящему является основной задачей науки вообще и нелинейной динамики в частности. Одним из замечательных свойств нелинейных систем является смена режимов их функционирования при изменении управляющих параметров. Системы демонстрируют бифуркации и катастрофы. Один режим теряет устойчивость, гибнет, ему на смену приходит другой и т.д. На языке математики описание этих свойств динамических систем дается теорией устойчивости и бифуркаций, описываемой во второй лекции. В нелинейных динамических системах, как было установлено сравнительно недавно, возможны режимы колебаний, близкие по характеристикам к случайным процессам. Описанию фундаментального явления детерминированного хаоса посвящена третья лекция. В четвертой и пятой лекциях обсуждается важное понятие аттрактора нелинейной диссипативной динамической системы как математического образа установившегося режима ее функционирования. Если периодическим автоколебаниям в классической теории отвечает математический образ в виде предельного цикла Пуанкаре, то общее понятие аттрактора служит образом любого режима установившихся колебаний. Структура и свойства аттрактора определяют соответствующие свойства автоколебательных процессов нелинейной динамической системы. Шестая лекция посвящена описанию одного из фундаментально важных нелинейных эффектов – синхронизации колебаний. Показано, что принципиальные свойства феномена синхронизации в равной

степени демонстрируют простейший физический генератор и сложнейшая в природе сердечно-сосудистая система организма человека. Одним из замечательных свойств нелинейных систем является их возможность улучшать характеристики или демонстрировать принципиально новые качества при воздействии шума. Седьмая лекция иллюстрирует ряд интересных свойств нелинейных систем, индуцированных внешним шумовым воздействием на систему. Рассмотрены явления стохастического резонанса и стохастической синхронизации. Изучение сложных колебательных процессов в нелинейных системах, включая режимы детерминированного хаоса, потребовало от исследователей введения совокупности новых характеристик как динамических, так и статистических для их описания и классификации. Учитывая, что реальные колебательные процессы в живых системах далеки от регулярных, естественно было применить накопленный опыт анализа характеристик хаотических колебаний для диагностики сигналов медико-биологической природы. Этому кругу вопросов посвящена восьмая лекция. И, наконец, в девятой лекции обсуждается проблема реконструкции динамических систем по экспериментальным данным. Предлагаются новые современные методы решения классической задачи восстановления модельной динамической системы по одномерной реализации процесса во времени.

Учитывая реальные сложности в обеспечении научных библиотек современной специальной литературой, в книге приводятся ссылки на минимальное число статей и книг, которые имеются в библиотеках. Заинтересованному читателю можно порекомендовать монографию В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасовой, В.В. Астахова «Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем» (Изд-во Сарат. ун-та, 1999 г.). В указанной монографии каждой из лекций настоящей книги соответствует подробная глава с достаточно полной библиографией.

В заключение хочу отметить, что материалы лекций, представленных в учебном пособии, базируются не только на достижениях мировой науки в этой области, но и включают результаты оригинальных исследований лаборатории нелинейной динамики СГУ за последние пятнадцать лет. Всем сотрудникам лаборатории я хотел бы выразить искреннюю благодарность. Особо хочу поблагодарить А.В. Климшина и Г.И. Стрелкову за большой труд по подготовке рукописи к печати и Д.В. Соколова за художественное оформление книги.

Профессор В.С. Анищенко

Оглавление

Предисловие

Лекция 1. Динамические системы. Введение. Динамическая система и ее математическая модель. Кинематическая интерпретация системы дифференциальных уравнений. Классификация динамических систем. Колебательные системы и их свойства. Фазовые портреты типовых динамических систем. Автоколебательные системы. Регулярные и странные аттракторы динамических систем. Заключение.

Лекция 2. Устойчивость, бифуркации, катастрофы. Введение. Линейный анализ устойчивости. Бифуркации динамических систем. «Мягкие» и «жесткие» бифуркации. Катастрофы. Заключение.

Лекция 3. Детерминированный хаос. Введение. Детерминированность. Хаос. Устойчивость и неустойчивость. Нелинейность. Неустойчивость и нелинейное ограничение. Детерминированный хаос. Перемешивание. Вероятностные свойства детерминированных систем. Детерминированный хаос – математическая экзотика или типичное свойство материального мира?. Странные аттракторы. Выводы.

Лекция 4. Гиперболические (странные) аттракторы динамических систем. Введение. Что такое аттрактор? Регулярные аттракторы. Странные (хаотические) аттракторы. Грубые гиперболические аттракторы. Квазигиперболические аттракторы. Аттракторы типа Лоренца. Заключение.

Лекция 5. Аттракторы негиперболических динамических систем. Введение. Квазиаттракторы и их свойства. Странные нехаотические и хаотические нестранные аттракторы. Хаотические нестранные аттракторы. Странные нехаотические аттракторы. Заключение.

Лекция 6. Синхронизация колебаний. Введение. Синхронизация периодических колебаний. Классическая теория. Синхронизация генератора Ван дер Поля в присутствии шума. Эффективная синхронизация. Синхронизация сердечного ритма. Заключение.

Лекция 7. Стохастический резонанс и стохастическая синхронизация. Введение. Механизм стохастического резонанса. Стохастический резонанс для сложных сигналов. Явление стохастической синхронизации. Стохастический резонанс и стохастическая синхронизация как явления самоорганизации. Заключение.

Лекция 8. Динамический хаос и диагностика в биологии. Введение. Количественные характеристики хаотических сигналов. Динамические болезни. Моделирование динамики сердечного ритма. Степень хаотичности как критерий диагностики. Заключение.

Лекция 9. Реконструкция динамических систем. Введение. Определение размерности вложения и реконструкция аттрактора. Реконструкция динамической системы. Пример реконструкции динамической системы. Заключение.

Заключение

Литература

*Заинтересованный читатель может заказать
учебное пособие наложенным платежом (60 руб.)
по почте: 410601, Саратов, главпочтамт, а/я 3150, Лёвиной Н.Н.
по электронной почте: and@cas.ssu.runnet.ru
по телефону: (845-2)52-38-64*



Изв.вузов «ПНД», т.8, № 6, 2000

Второе международное рабочее совещание
**НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ОТКРЫТЫХ СИСТЕМ
 И ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ**

Саратов, Россия, 16–20 ноября 2000

Организаторы

- Министерство образования РФ
- Саратовский государственный университет (Научно-образовательный центр «Нелинейная динамика и биофизика» СГУ, ВРНЕ проект REC–006)
- Государственный учебно-научный центр «Колледж» СГУ

Оргкомитет рабочего совещания

Трубецков Д.И., председатель, чл.-корр. РАН, профессор, ректор СГУ; *Лёвин Ю.И.*, к.ф.-м.н., доцент, директор ГосУНЦ «Колледж», декан ФНП СГУ; *Шараевский Ю.П.*, д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой нелинейной физики СГУ; *Короновский А.А.*, к.ф.-м.н., доцент, СГУ; *Храмов А.Е.*, к.ф.-м.н., доцент, СГУ; *Мчедлова Е.С.*, к.ф.-м.н., доцент, СГУ; *Красичков Л.В.*, к.ф.-м.н., доцент, СГУ; *Страхов М.С.*, студент, СГУ

Цель совещания – представить и обсудить ряд вопросов, связанных с междисциплинарными исследованиями на стыке естественно-научного и гуманитарного знания.

- Естественники и гуманитарии – конец раскола?
- Синергетика и университет созданы друг для друга?
- Конкретные примеры применения нелинейной динамики в гуманитарных науках.
- Концепции естественно-научных знаний для гуманитариев.
- Нелинейная динамика и открытая модель образования.

На совещании были представлены лекции и доклады, посвященные следующим основным проблемам.

- Математические модели открытых систем в гуманитарных, социальных и политических науках.
- Понятие сложности в гуманитарных, социальных и политических науках.
- Гуманитарное и естественно-научное образование как открытые системы (проблема двух культур?).

Участники рабочего совещания

Трубецков Д.И., чл.-корр. РАН, проф. СГУ; *Ирисова Н.А.*, д.ф.-м.н., проф. ИОФ РАН; *Гурия Г.Т.*, к.ф.-м.н., проф. МГУ, ГНЦ РАН; *Тимашиев С.Ф.*, д.ф.-м.н., проф. НИФХИ; *Суханов А.Д.*, д.ф.-м.н., проф. РУДН *Олесеюк Е.В.*, д.ф.-м.н., проф., Москва; *Николс Дэвид*, проф. Университета штата Вайоминг, США; *Скаво Кармен*, проф. Университета Восточной Каролины, США; *Безручко Б.П.*, д.ф.-м.н., проф. СГУ; *Долгов В.Н.*, д.ист.н., проф. СГУ; *Мосолкина Т.В.*, д.ист.н., проф. СГУ; *Устьянцев В.Б.*, д.философ.н., проф. СГУ; *Прозоров В.В.*, д.филол.н., проф. СГУ; *Левин Ю.И.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Короновский А.А.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Храмов А.Е.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Мчедлова Е.С.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Страхова Л.М.*, к.пед.н. СГУ; *Красичков Л.В.*, к.ф.-м.н., доцент СГУ; *Рыскин М.И.*, к.геол.н., доцент СГУ; *Сытник А.А.*, д.т.н., проф. СГУ; *Шараевский Ю.П.*, д.ф.-м.н., проф. СГУ; *Гольдин В.Е.*, д.филол.н., проф. СГУ; *Муренина Е.К.*, к.филол.н., доцент СГУ; *Павлов А.В.*, зам.директора гимназии №56, Ижевск; *Таланова Е.В.*, аспирант ННГУ; *Фадеев Д.В.*, аспирант СГУ; *Страхов М.С.*, студент СГУ.

Решение рабочего совещания

По итогам рабочего совещания был проведен круглый стол на котором было выработано решение. Совещание «...констатирует, что проведенные заседания способствовали взаимопониманию между естественниками и гуманитариями, развитию их интереса к исследованиям друг друга, получению новых междисциплинарных результатов.

Совещание рекомендует:

- опубликовать тексты всех докладов в специальном выпуске журнала «Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика»;
- организовать постоянно действующий семинар (раз в два месяца) с названием, совпадающим с названием рабочего совещания;
- проводить рабочие совещания регулярно раз в год;
- разработать стандарт новой специальности для университетов; условное название – «Прикладная нелинейная динамика (естественные науки/гуманитарные науки)»;
- ввести на филологическом факультете и факультете гуманитарных и социальных наук для студентов курс «Синергетика для гуманитариев»;
- создать банк информации рабочего совещания».

В рамках рабочего совещания была проведена встреча профессора Д.И.Трубецкого и профессора Г.Т. Гурия со студентами факультета нелинейных процессов СГУ. На встрече профессор Д.И.Трубецков рассказал о работе совещания; профессор Г.Т. Гурия прочитал лекцию «Нелинейные процессы в далеких от равновесия системах в физике, биологии, гуманитарных науках».

В рамках культурной программы для участников совещания был проведен вечер, посвященный творчеству Шуберта. Ведущая профессор Саратовской государственной консерватории Т.И. Кан.

Рабочая программа

16 ноября 2000

- 12.00 *Открытие рабочего совещания*
14.00 *Николс Дэвид.* Организация предвыборной кампании в США
16.00 *Ирисова Н.А.* Гуманитарные аспекты работы физика-исследователя в современном мире

17 ноября 2000

- 10.00 *Трубецков Д.И.* Две культуры (не по Чарльзу Сноу)
10.50 *Скаво Кармен.* Опыт американских исследователей в применении методов нелинейной динамики в политических и социальных науках
11.40 *Безручко Б.П., Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Курс «Синергетика для гуманитариев: идеи и подходы»
12.30 *Тимащев С.Ф.* В поисках генезиса гармонии в произведениях искусства (живопись, музыка)
15.00 *Мосолкина Т.В.* Понятие добра и зла в связи с экономическим развитием средневекового города
15.50 *Рыскин М.И.* Нелинейное мышление и экологическое сознание
16.40 *Суханов А.Д.* Концепция естественно-научного образования гуманитариев
17.30 *Олесеюк Е.В.* Нелинейная динамика и открытая модель образования: к вопросу о конкурсном порядке распределения госзаказа на подготовку специалистов

18 ноября 2000

- 10.00 *Устьянцев В.Б.* Жизненное пространство человека: проблема самоорганизации
10.50 *Прозоров В.В.* Аристотелева триада в современном мире СМИ
11.40 *Долгов В.М.* Роль политической науки в образовании и воспитании студентов разных специальностей
12.30 *Мчедлова Е.С.* Эволюция науки как открытой системы: математическое моделирование и эксперимент
15.00 *Посещение картинной галереи в музее им.Радищева*
16.00 *Музыкально-поэтический вечер, посвященный творчеству Шуберта.* Ведущая профессор Саратовской консерватории Кан Т.И.

19 ноября 2000

- 10.00 *Гурия Г.Т.* Нелинейные метаморфозы в далеких от равновесия системах
10.50 *Павлов А.В.* Развитие образования в контексте методологии синергетики
11.40 *Безручко Б.П.* Конструирование моделей по временным рядам
12.30 *Короновский А.А., Фадеев Д.В.* Моделирование распространения эпидемий в человеческом обществе
15.00 *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Самоорганизованная критичность
15.50 *Страхова Л.М.* Стратегия развития международных отношений Саратовского университета
16.40 *Круглый стол.*

20 ноября 2000

- 10.00 *Шалфеев В.Д., Таланова Е.В.* О коллективной динамике ансамбля связанных бистабильных элементов
11.00 *Левин Ю.И., Шараевский Ю.П.* Факультет нелинейных процессов: новые технологии в обучении
12.00 *Подведение итогов и принятие решения.*
15.00 *Встреча Трубецкого Д.И. и Гурия Г.Т. со студентами факультета нелинейных процессов СГУ*

Закрытие рабочего совещания

Зав. редакцией *Н.Н. Лёвина*
Редакторы *Л.А. Сидорова, Н.Н. Лёвина, Ж.А. Иванова*
Художник *Д.В. Соколов*
Оригинал-макет подготовлен *Г.А. Суминой, И.А. Пономаревой*
на компьютерной системе Apple Macintosh

Распространение журнала по подписке и предварительным заявкам осуществляется Государственным учебно-научным центром «Колледж» при Саратовском государственном университете. ИНН 6452006136
Банковские реквизиты
р/с №40603810900000000378 ЗАО АКБРИР «Экономбанк» г. Саратова,
БИК 046311722, кор. счет банка 30101810100000000722

Подписка на I-ое полугодие 2001 года
по каталогу «Газеты и журналы», индекс 73498,
стоимость подписки на I полугодие 90 рублей
Подписка на весь год по заявочным письмам
непосредственно в редакции
Стоимость подписки 210 рублей

Сдано в набор 1.03.01. Подписано к печати 25.03.01. Формат 70x108/16
Бумага сыктывкарская. Печать плоская. Гарнитура Латинская
Усл. печ.л. 11,55 (8,25). Уч.-изд. л. 11,4. Тираж 200 экз. Заказ 205
Издательство ГосУНЦ «Колледж». Лицензия ЛР №020773 от 15.05.98

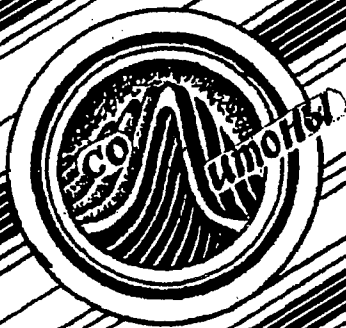
410026, Саратов, ул. Астраханская, 83
Тел. (845-2)523864, факс (845-2) 523864
E-mail: and@cas.ssu.runnet.ru
<http://cas.ssu.runnet.ru>

Отпечатано на ризографе GR 3750 издательства ГосУНЦ «Колледж»

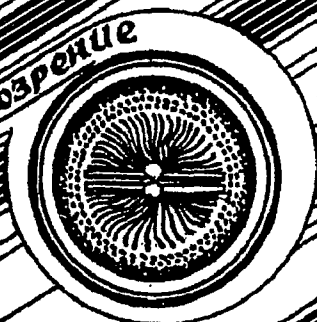
© Издательство ГосУНЦ «Колледж»



© Оформление художника Д.В. Соколова, 2001



Книжное обозрение



EDITOR-IN-CHIEF

Yu.V. Gulyaev, Member of the Russian Academy of Sciences, Institute of Radioengineering and Electronics, Moscow

EDITORS

D.I. Trubetskov, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Saratov University

D.A. Usanov, Member of the International Academy of Sciences of High School, Saratov University

SECRETARY-IN-CHIEF

B.P. Bezruchko, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov University

EDITORIAL BOARD

V.S. Anishchenko, Professor, Saratov University

Yu.A. Danilov, Kurchatov Scientific Centre, Moscow

B.A. Kalinikos, Professor, St. Petersburg Electrotechnical University

V.I. Krinsky, Professor, Institute of Experimental and Theoretical Biophysics, Puschino

S.P. Kuznetsov, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov

P.S. Landa, Professor, Moscow University

L.A. Ostrovsky, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod

Yu.M. Romanovsky, Professor, Moscow University

E.E. Son, Professor, Institute of Physics and Technics, Dolgoprudny

V.D. Shalfeev, Corresponding Member of the Russian Academy of Engineer Sciences, Nizhny Novgorod University

V.V. Tuchin, Professor, Saratov University

V.K. Yulpatov, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod



для
студентов и
преподавателей



Современной
нелинейной
динамики

Это сладкое
слово –
свобода

выбора

