

Трикладная Деловая Динамика





**БИФУРКАЦИИ
в динамических
системах различной природы**



**Обзоры актуальных проблем
нелинейной
динамики**



Конференции, семинары, симпозиумы



детерминированный хаос



Авто-волны, самоорганизация



**Прикладные задачи
нелинейной
теории
колебаний
и волн**



нелинейная динамика в лицах. История персонаlio

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю.В. Гуляев, академик РАН, Институт радиотехники и электроники РАН, Москва

ЗАМ. ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Д.И. Трубецков, член-корреспондент РАН, Саратовский государственный университет

Д.А. Усанов, академик МАНВШ, Саратовский государственный университет

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

Б.П. Безручко, профессор, Саратовский государственный университет, ведущий научный сотрудник, СФИРЭ РАН

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

В.С. Анищенко, профессор, Саратовский государственный университет

Ю.А. Данилов, старший научный сотрудник, Курчатовский научный центр, Москва

Б.А. Калинин, профессор, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

В.И. Кринский, профессор, Институт экспериментальной и теоретической биофизики, Пущино

С.П. Кузнецов, профессор, ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

П.С. Ланда, профессор, Московский государственный университет

Ю.М. Романовский, профессор, Московский государственный университет

Л.А. Островский, профессор, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Э.Е. Сон, профессор, Московский физико-технический институт, Долгопрудный

В.В. Тучин, профессор, Саратовский государственный университет

В.Д. Шалфеев, член-корреспондент Академии инженерных наук РФ, Нижегородский государственный университет

В.К. Юматов, старший научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

СО Д Е Р Ж А Н И Е

АВТОВОЛНЫ. САМООРГАНИЗАЦИЯ

- Подлазов А.В.* Модель гекатонхейров освобождения поверхности и мягкая универсальность в теории самоорганизованной критичности 3
- Смоляков А.Н.* Одномерный клеточный автомат, поддерживающий движущиеся структуры с широким набором скоростей 17

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

- Постнов Д.Э., Баланов А.Г.* «Хаотическая иерархия» в простой модели с дискретным временем 26
- Неймарк Ю.И., Островский А.В.* О некоторых моделях ценообразования в рыночной экономике 35
- Куццов П.В.* Двухпараметрический анализ синхронизации хаотических отображений 42
- Пономаренко В.П., Матросов В.В.* Динамические режимы и бифуркации при взаимодействии двух систем синхронизации через взаимные перекрестные связи 51
- Дмитриева Т.В., Рыскин Н.М., Титов В.Н., Шигаев А.М.* Сложная динамика простых моделей распределенных электронно-волновых систем 66

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ

- Пойзнер Б.Н.* Репликатор – посредник между человеком и историей 83

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА В ЛИЦАХ. ИСТОРИЯ. PERSONALIA

- Левин М.Л., Миллер М.А., Суворов Е.В.* Особенности Максвелловского «Трактата об электричестве и магнетизме» и принципы научного перевода 105

К 90-ЛЕТИЮ САРАТОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

- Письма профессора В.Д. Зёрнова периода открытия и становления Саратовского университета. 1909 – 1914. *Соломонов В.А.* 120

- АНОНС 50, 65, 119

CONTENTS

AUTOWAVES. SELF-ORGANIZATION

- New model of the interface depinning and soft universality in the theory of self-organized criticality. *A.V. Podlazov* 3
- Univariate cellular automata supported moving structures with broad kit of velocities. *A.N. Smolyakov* 17

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY

- «Chaotic hierarchy» in the model map. *D.E. Postnov, A.G. Balanov* 26
- On some models of price forming in market economy. *Yu.I. Neimark, A.V. Ostrovsky* 35
- Two-parameter analysis of chaos synchronization. *P.V. Kuptsov* 42
- Dynamical regimes and bifurcations of two interacting synchronizing systems. *V.P. Ponomarenko, V.V. Matrosov* 51
- Complex dynamics of simple models of extended electron-wave systems. *T.V. Dmitrieva, N.M. Ryskin, V.N. Titov, A.M. Shigaev* 66

NONLINEAR DYNAMICS AND THE HUMANITIES

- Replicator as a mediator between man and history. *B.N. Poizner* 83

HISTORY OF NONLINEAR DYNAMICS. PERSONALIA

- Peculiarities of Maxwell's «A treatise on electricity and magnetism» and principles of scientific translation. *M.L. Levin, M.A. Miller, E.V. Suvorov* 105

TO THE 90th ANNIVERSARY OF SARATOV STATE UNIVERSITY

- Professor V.D. Zernov letters of the period of foundation and development of Saratov university. 1909–1914. *V.A. Solomonov* 120

- ANNOUNCEMENTS 50, 65, 119



МОДЕЛЬ ГЕКАТОНХЕЙРОВ¹ ОСВОБОЖДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ И МЯГКАЯ УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ В ТЕОРИИ САМООРГАНИЗОВАННОЙ КРИТИЧНОСТИ

А.В. Подлазов

Построена новая самоорганизованно критическая модель освобождения поверхности, демонстрирующая мягкую универсальность, заключающуюся в возможности непрерывно изменять значение одного из критических показателей, варьируя параметр модели. При этом остальные показатели остаются без изменения, что принципиально отличает предложенную модель от традиционных критических систем, набор показателей которых жестко задан правилами и может быть изменен только путем радикальной смены правил, переводящей систему в другой класс универсальности.

Работа содержит также краткий обзор литературы по моделям роста и освобождения поверхностей.

Введение

Появившаяся чуть более десятилетия назад теория самоорганизованной критичности (СК) [1] в настоящее время привлекает самое активное внимание исследователей, работающих в различных областях физики. Для СК-систем характерны такие широко распространенные в природе явления, как фликкер-шум, степенные законы распределения вероятностей, дальние пространственные и временные корреляции, фрактальность, гигантские флуктуации и наличие у системы в целом нетривиальных свойств, отсутствующих у составляющих ее элементов [1,2]. Поскольку перечисленные свойства, как правило, не возникают в простых системах малой размерности, их воспринимают как проявления сложности, что еще более усиливает интерес к ним.

Обыкновенные критические явления, которым присущи перечисленные черты, происходят лишь при искусственной установке температуры или иных управляющих параметров в определенную – критическую – точку [3]. Поскольку в естественных условиях за пределами лаборатории некому делать это, сами по себе критические явления не позволяют объяснить возникновение сложности в природе [2]. Оказалось, однако, что существуют достаточно простые и универсальные механизмы, приводящие к самоорганизации нелинейных открытых систем в критическое состояние без тонкой подстройки управляющих параметров [1], в силу чего критические явления исключительно широко представлены в природе [2,4].

¹ Гекатонхейры – в греческой мифологии сторукие великаны, дети Урана и Геи, стражи врат Тартара.

Теория самоорганизованной критичности нашла свое применение в астрофизике для описания солнечных вспышек [5] и сбоя периода излучения пульсара [6], в метрологии для объяснения фликкер-шума данных колебаний влажности воздуха [7] и описания образования облаков [8], в геофизике при объяснении формирования фрактальной структуры земной коры [2] и закона Рихтера-Гутенберга повторяемости землетрясений [9], в ядерной физике для описания роста кластеров в кварк-адронном фазовом переходе при столкновении тяжелых ионов [10]. СК-модели созданы для объяснения значительных флуктуаций веса, происходящего на дно силосной башни [11], для описания лесного пожара [12], динамики магнитных доменов в тонких пленках [13], динамики транспортного потока [2,14], биологической эволюции [15,16], лавин в куче песка [1] или риса [17], формирования речной сети [18], функционирования человеческого мозга, экономики и многих других систем [2].

Существует несколько возможных (и, в принципе, эквивалентных) подходов к объяснению и качественному описанию явления самоорганизованной критичности, заостряющих внимание на разных его аспектах.

Один из них основан на представлении о минимально устойчивых элементах [1], реагирующих на любое воздействие, приложенное к ним, воздействуя, в свою очередь, на другие элементы. Если система находится в докритическом состоянии, где концентрация минимально устойчивых элементов невелика, то возмущение затрагивает лишь небольшую ее часть, распространяясь на конечное расстояние. Сверхкритическое состояние является метастабильным и реагирует на возмущение взрывным всплеском релаксационной активности. В критической точке, разделяющей эти режимы, отсутствуют характерные энергии, размеры и длительности реакций, то есть распределения вероятностей имеют степенной вид [1,2]. При этом для самоорганизации в критическую точку достаточно, чтобы возмущения увеличивали в среднем количество минимально устойчивых элементов, а релаксационный процесс его уменьшал.

Другой взгляд связывает самоорганизованную критичность с ветвящимися процессами. При коэффициенте размножения ветвящегося процесса равном единице, то есть когда он едва выживает, его свойства описываются степенным распределением вероятности [19,20]. Таким образом, для критического поведения необходимо и достаточно наличие возможности (быстрого) лавинообразного развития надпороговых возмущений, сопряженной с (медленным) механизмом типа отрицательной обратной связи, возвращающим систему в точку, соответствующую единичному коэффициенту размножения.

Третья точка зрения (наиболее любезная автору) состоит в том, что природа явления самоорганизованной критичности состоит в смене объекта управления. В обычных критических явлениях мы должны подстраивать управляющий параметр к а priori неизвестному критическому значению, при переходе через которое параметр порядка начинает принимать ненулевые значения [3,21]. В СК-системах происходит ровно обратная вещь: параметр порядка устанавливается в значение (+0), что заставляет управляющий параметр самостоятельно принять критическое значение (вместо того, чтобы крутить ручку прибора, мы начинаем руками сдвигать с нулевой отметки стрелку на его шкале, вынуждая ручку повернуться до нужного положения) [22]. Такое управление параметром порядка обыкновенно достигается при помощи разделения временных масштабов [12], при котором время реакции системы на возмущение много меньше времени между последовательными возмущениями, то есть события едва-едва происходят.

Для описания сложных систем с большим числом степеней свободы, к числу которых относятся и СК-системы, обыкновенно применяются статистические зависимости типа законов распределения вероятностей, корреляций и т.п. В критических системах их асимптотика имеет степенной вид и, соответственно, определяется значением показателя степени, называемого также *критическим индексом*. Критические явления как «обыкновенные», так и самоорганизованные характеризуются набором своих критических индексов, называемым *классом универсальности* модели. Логика такого названия состоит, с одной стороны, в том,

что многие совершенно разные по своей физике и правилам модели имеют один и тот же набор показателей, то есть попадают в один класс универсальности, а с другой, критические системы обыкновенно являются «грубыми», то есть их критические индексы не меняются при незначительном изменении правил модели [2].

Вообще говоря, получить степенные законы распределения вероятностей можно и в простых системах. Примерами могут служить одномерное линейное отображение со случайными коэффициентами, имеющее многочисленные биологические, социальные и экономические интерпретации [23] или процесс чистого размножения, описывающий временной рост числа написанных ученым статей [24]. Такие модели не являются грубыми, и показателям в них легко можно придать любое значение, меняя параметры моделей. Однако отличительной чертой всех этих феноменологических моделей является то, что в них за скобки оказывается вынесенной физика, то есть ответ на принципиальный вопрос, что обеспечивает функционирование системы именно в тех условиях, где оно описывается данной моделью. И как только мы попытаемся дать на него ответ, мы тут же получим самоорганизованно критическую модель, имеющую какое-то одно вполне конкретное значение показателя.

Степенной характер зависимостей, описывающих критические системы, служит причиной качественных отличий в их поведении по сравнению с динамикой «обычных» систем. Так, убывающие степенным образом дальние корреляции означают, что система представляет собой целое, а не простую сумму своих частей. Степенные законы распределения вероятностей говорят о склонности системы к катастрофам, то есть о том, что малые причины в ней могут вести к большим следствиям. Вместе с тем надо отметить, что для ряда процессов и систем наибольшая эффективность функционирования достигается именно в критической точке [2].

Поэтому весьма важным, хотя и малоизученным является вопрос о возможности управления свойствами критических систем. Оговоримся, что здесь не имеется в виду управление с целью перевода системы из критического состояния в некритическое и наоборот. Теоретически разрушить критичность несложно, но тем самым мы из сложной системы сделаем простую. На практике это означает либо, что подобная операция просто невыполнима, либо то, что, проделав ее, мы вышлеснем вместе с водой и младенца, лишив систему возможности функционировать. Поэтому интерес для исследования представляет вопрос, можем ли мы управлять поведением системы в критическом состоянии? И если да, то в какой мере: насколько наши возможности ограничены грубостью критических систем?

Настоящая работа, проливающая свет на эти вопросы, посвящена необычным свойствам, появляющимся в одной из СК-систем, описывающей поведение поверхностей в условиях сильной нелинейности, при варьировании параметра системы. Раздел 1 содержит краткий обзор литературы по моделям роста и освобождения поверхностей. В разделе 2 строится новая модель, названная моделью гекатонхейров, и приводятся результаты ее компьютерного моделирования. Заключительный раздел посвящен обсуждению полученных результатов.

1. Обзор некоторых результатов по моделям роста и освобождения поверхности и экстремальным моделям

Процесс образования твердого тела при осаждении из пара или при баллистическом осаждении может быть описан уравнением KPZ (Кардар – Паризи – Жанг)

$$\partial h/\partial t = \nu \nabla^2 h + \lambda (\nabla h)^2/2 - f, \quad (1)$$

где $h(x,t)$ – высота поверхности в точке x в момент времени t ; $f=f(x,t)$ – Гауссов шум с корреляцией

$$\langle f(x,t)f(x',t') \rangle = D\delta(x-x')\delta(t-t'), \quad (2)$$

учитывающий флуктуации скорости осаждения [25]. Квадрат градиента в уравнении (1) возникает благодаря тому, что рост всегда происходит по нормали к поверхности [26,27], а диффузионный член учитывает эффекты поверхностного натяжения или повторное испарение–осаждение молекул.

Класс явлений, которые можно описать уравнением (1), включает движение жидкости через смачиваемую пористую среду [28], направленный рост полимера в случайном потенциале [27,29–32], химическое осаждение из пара [33], горение бумаги без пламени [34], случайное перемешивание жидкостей [35], электрохимическое осаждение, рост колоний бактерий и ряд других явлений [26,27,32,36 и ссылки в этих работах].

При помощи уравнения KPZ, вообще говоря, можно описать процесс формирования или роста поверхности практически любой природы, если рассматривать диффузионный и нелинейный члены как формально отвечающие, соответственно, за релаксацию неоднородностей и за анизотропию направления роста. Поскольку пространственные производные более высокого порядка несущественны [26,27], можно ограничиться этими двумя членами. При этом конкретная физика процесса будет выражаться в статистических свойствах шума f и, возможно, в нулевом значении одного из коэффициентов, ν или λ (случай $\nu=\lambda=0$, исследуемый в работе [37], мы здесь рассматривать не будем).

Естественной динамической характеристикой процесса роста поверхности служит ее средняя ширина

$$w(t) = [\langle h^2(x,t) \rangle - \langle h(x,t) \rangle^2]^{1/2}, \quad (3)$$

которая удовлетворяет скейлинговому соотношению вида [27]

$$w \sim L^z g(t/L^z), \quad (4)$$

где L – геометрический размер, на котором производится усреднение в определении (3), а динамический показатель z и шероховатость поверхности χ связаны формулой

$$\chi + z = 2, \quad (5)$$

отражающей инвариантность уравнения (1)–(2) относительно наклона поверхности на малый угол [26,27]. Во время переходного процесса при $t \ll L^z$ ширина поверхности растет как $w \sim L^{\chi/z}$, достигая на больших временах $t \gg L^z$ стационарного значения $w \sim L^\chi$ [25,38].

Наряду со стохастическим дифференциальным уравнением (1)–(2) процесс можно описать (в длинноволновом пределе) при помощи клеточного автомата, который существенно проще для численного исследования. Подложка осаждения представляется как d -мерная решетка, в ячейках которой находятся числа, соответствующие высоте поверхности h . На очередном временном шаге выбирается случайная ячейка i и поверхность над ней продвигается на единицу $h_i \rightarrow h_i + 1$, если для всех соседей этой ячейки i' выполнено условие Кима – Костерлица ограниченности градиента

$$|h_i - h_{i'}| \leq 1, \quad (6)$$

учитывающее диффузионный член в уравнении (1), который отвечает за размывание пространственных неоднородностей, характеризующихся большим градиентом (иными словами, высота h может увеличиваться на плоской площадке или в «яме», но не растет на «склоне» или «пике»). Граничные условия для данного автомата обыкновенно полагаются периодическими. При компьютерном моделировании для него в работе [25] была получена эмпирическая зависимость от пространственной размерности подложки d показателя шероховатости

$$\chi = 2/(d+3), \quad (7)$$

впоследствии доказанная путем скейлингового анализа уравнения KPZ в пределе доминирования нелинейного члена над диффузионным (сильное связывание) [38].

Наблюдаемые в опыте значения показателя шероховатости χ для одномерного случая лежат где-то в диапазоне $0.55 \div 0.81$, что отличается от значения $\chi=1/2$, которое дает (7) в одномерном случае. Причиной отличия является природа шума, которая оказывает решающее влияние на освобождение и формирование поверхности [27,36,38–41]. Альтернативой шуму (2) может служить, например, шум, имеющий затухающие степенным образом пространственные или временные корреляции [27,41]. Возможно также, что в системе действует шум хоть и некоррелированный, но имеющий существенно негауссово (степенное) распределение амплитуды [39,40]. Однако возникновение дальних корреляций или степенного распределения амплитуд означает, что шум сам, скорее всего, производится каким-то сложным процессом (возможно, что самим процессом формирования поверхности) [27,39]. Такое положение дел, вообще говоря, нетипично, и для описания общей ситуации естественнее предположить, что шум зависит от положения, которого достигла поверхность в своем движении (особенно, если оно происходит в среде), но практически не зависит от времени, то есть $f=f(x,h)$. Иначе говоря, шум должен рассматриваться как «закрепленный», а не как «свободный». При этом формула (2) заменяется на

$$\langle f(x,h)f(x',h') \rangle = D\delta(x-x')\delta(h-h'), \quad (8)$$

дающую несколько большие значения показателя шероховатости [36].

На языке клеточных автоматов шум с корреляцией (8) можно учесть, связав с каждой точкой пространства значение $f(x,h)$, которое интерпретируется как цепляющая сила, мешающая движению поверхности. Поэтому при моделировании для освобождения выделяется участок с минимальным значением f как испытывающий наименьшее противодействие. Причем минимум цепляющей силы ищется только среди тех участков, где выполнено условие (6). Моделирование при $d=1$ дает единичное значение показателя χ . Таким образом, шероховатость поверхности для закрепленного шума получается больше, чем для свободного, а экспериментальные данные лежат между этими двумя предельными случаями [36].

Выбор для активизации элемента с минимальным значением f уместно трактовать как освобождение поверхности, происходящее при нулевой температуре, а выбор случайного элемента соответствует «горячей» системе. Общую же ситуацию можно описать, введя температуру T и определяя вероятность выбора элемента i как $p \sim \exp(-f_i/T)$. Попытка такого описания была предпринята в работе [42], где утверждается, что при всех $T < \infty$ модель принадлежит к одному классу универсальности, а при $T = \infty$ – к другому. К сожалению, моделирование в работе [42] было проведено (помимо экстремальных значений температуры) всего лишь при нескольких больших значениях T , лежащих в диапазоне одного порядка величины, что не позволяет сделать однозначных выводов о том, можно ли получить промежуточные значения шероховатости при умеренных температурах.

Далее мы сосредоточимся на анализе варианта модели с закрепленным шумом, называемого *моделью Снеппена*, которую можно рассматривать как одну из базовых моделей освобождения поверхности. Она возникает, если интерпретировать ограниченность градиента (6) не как запрещающее условие, а как вынуждающее. То есть минимум f ищется по всем точкам поверхности, но продвигается не только выбранный участок, но и все его соседи, для которых неравенство (6) оказывается нарушенным, до тех пор, пока оно вновь не станет выполняться.

На рис. 1 представлен пример одного шага модели Снеппена. *Стрелкой 1* обозначен участок с наименьшей цепляющей силой, который был подвергнут активации. Рис. 2 демонстрирует типичные профили поверхности, получающиеся при моделировании. Рисунок наглядно отражает сложный процесс освобождения

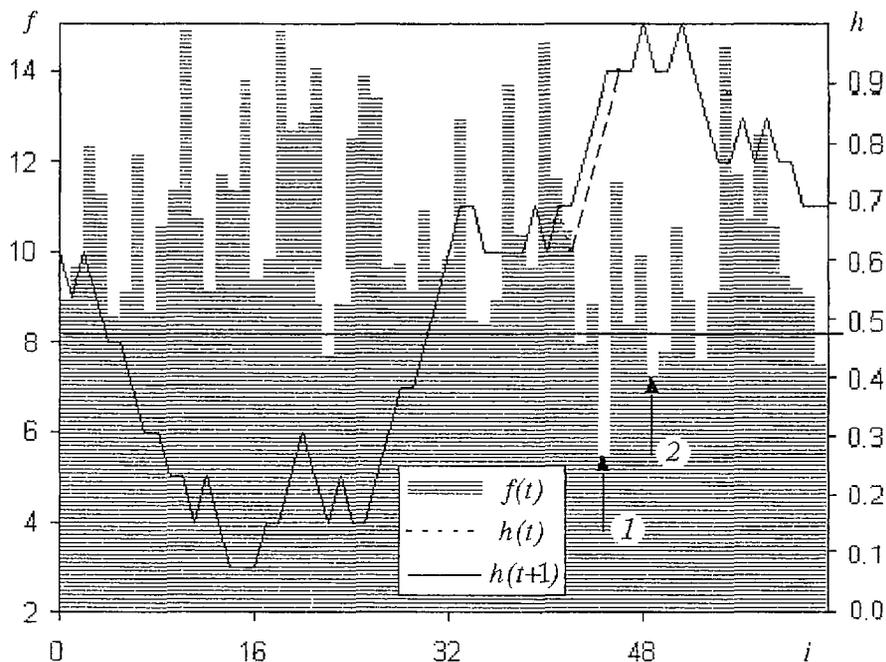


Рис. 1. Профиль цепляющей силы $f(t)$ и положения поверхности в последовательные моменты времени $h(t)$ и $h(t+1)$ для одномерной системы с $L=64$. Стрелками указаны положения наименьшего и второго по величине значений цепляющей силы. Горизонтальной линией показан примерный уровень f_c

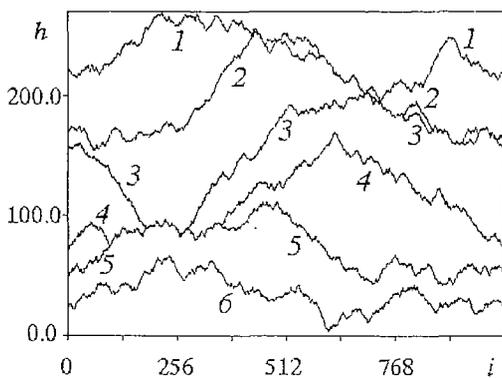


Рис. 2. Положения поверхности для системы с $L=1024$ и $n=1$ через 10, 20, ..., 60 тысяч шагов после старта из состояния с $h_i=0$

поверхности и ее самоаффинную структуру.

Поскольку каждый раз при продвижении участка поверхности изымается наименьшее из значений цепляющей силы, то независимо от начального распределения f со временем система самоорганизуется в критическое состояние, в котором на поверхности практически отсутствуют точки со значениями f , меньшими некоторой пороговой величины f_c . Подробно процесс выхода распределения на стационар описан в работах [43–45], здесь отметим лишь, что если исходно величины $f(x, h)$ равномерно распределены на некотором интервале, то

стационарное распределение их значений на поверхности в пределе бесконечно большого размера системы имеет вид ступеньки $p(\eta) \sim \theta(f_c - f)$.

Строго говоря, модель Снеппена не является точным дискретным аналогом уравнения KPZ: хотя формула (4) остается для нее применимой, скейлинговое соотношение (5) нарушается [36]. Тем не менее, модель служит вполне адекватным описанием сложных явлений, происходящих при освобождении поверхности. Получаемое для нее значение $\chi=0.63$ лежит примерно в середине диапазона значений шероховатости, измеряемых в натуральных экспериментах, и совпадает со значением показателя для кластеров модели направленной перколяции [36, 43, 45].

Последнее обстоятельство легко объяснимо. Для каждого значения f ,

выбираемого на очередном шаге, можно определить f -лаvinу как последовательность событий, которые происходят до тех пор, пока минимальное значение силы на поверхности снова не станет $f_{\min} \geq f$ [44,45]. В начале и в конце f -лавины поверхность целиком заключена во множестве «блокирующих» точек пространства с цепляющей силой, большей или равной f , которые, следовательно, образуют бесконечный связный кластер. При этом пороговое значение f_c , выше которого f_{\min} не поднимается, соответствует точке его исчезновения, то есть плотность точек с $f \geq f_c$ равна критической плотности для направленной перколяции, что и обеспечивает равенство показателей шероховатости для этих моделей [43,45]. При этом следует отметить, что, в отличие от фрактального перколяционного кластера, области, покрываемые лавинами, компактны [45].

На процесс самоорганизации в критическое состояние можно взглянуть и с другой точки зрения, если рассмотреть вариант модели с вынуждающей силой. При наличии вынуждающей силы F процесс освобождения поверхности представляет собой обыкновенное критическое явление [3]. То есть при превышении силой критического значения F_c поверхность начинает непрерывное движение с ненулевой скоростью $V \sim (F - F_c)^\beta$, в то время как при $F < F_c$ поверхность находится в одном из метастабильных состояний и на увеличение силы реагирует скачкообразным движением, после которого снова останавливается [45]. Точка фазового перехода $F = F_c$ соответствует исчезновению перколяционного кластера блокирующих точек, для которых [43,45]

$$F \leq f(x, h). \quad (9)$$

Плотность таких участков ρ может рассматриваться как управляющий параметр, а скорость продвижения V играет здесь роль параметра порядка. Искусственное продвижение участка с минимальным значением f , предпринимаемое в модели Снеппена, соответствует значению скорости $V = +0$, то есть система оказывается помещенной в точности в критическую точку. При этом автоматически устанавливается критическая плотность $\rho = \rho_c$ направленной перколяции для точек, удовлетворяющих (9), что соответствует взгляду, согласно которому самоорганизованная критичность представляет собой не что иное, как установку параметра порядка в значение (+0) [22].

Модель Снеппена относится к широкому классу так называемых экстремальных моделей, в которых на очередном шаге происходит активация элемента, выделенного минимальным (максимальным) значением некоторой характеристики. К этому же классу принадлежат: модель биологической эволюции [16], модель «Робина Гуда» движения дислокаций [46], модель разрыва пучка волокон [47] и ряд других.

Для экстремальных моделей существует довольно развитая теория. В частности, показано, что вероятность того, что f -лавина продлится s шагов, дается скейлинговой формулой $P(s, f) \sim s^{-\tau} g(s(f_c - f)^{1/\sigma})$ [44,45,48]. Таким образом, для длительностей f_c -лаvin (а равно и для объемов областей пространства, заметаемых поверхностью между моментами, когда на ней исчезают точки, где цепляющая сила меньше порогового значения) имеет место чисто степенной закон распределения вероятностей. Если рассматривать распределение длительностей всех лавин безотносительно значения f_{\min} в момент их начала, то распределение их по длительностям имеет универсальный вид для всех экстремальных моделей $P_f^{\text{all}}(s) \sim s^{-2}$. Если то же распределение взять для обратных во времени лавин, то есть промежутков времени $[s_0 - s, s_0]$ таких, что $s_0 - s$ есть ближайшая к моменту s точка в прошлом, когда $f_{\min}(s_0 - s) \geq f_{\min}(s)$, то ситуация меняется и распределение имеет вид $P_b^{\text{all}}(s) \sim s^{\tau-3}$ (нижний индекс здесь обозначает направление времени, в котором берутся лавины: f – прямое, b – обратное), что существенно облегчает практическое определение показателя τ [44,48].

Точки поверхности со значениями $f < f_c$ можно рассматривать как активные элементы, поскольку именно они самопроизвольно продвигаются вперед. При

этом в силу ограничения градиента (6) могут быть продвинуты также и их соседи, что может привести к активизации последних, так как при продвижении точки поверхности получают новое значение f . Таким образом, возникновение активных элементов представляет собой ветвящийся процесс. Естественно предположить, что число активных элементов со временем будет расти как r^n , однако, как показано в работе [49], $\eta=0$ для всех экстремальных моделей. Это означает, что ветвящийся процесс находится на грани выживания, чего и следует ожидать от критической точки.

Вероятность того, что положение точки активации на следующем шаге отстоит от данного на расстояние r , дается формулой [44,48]

$$P(r) \sim r^{-\lambda}, \quad (10)$$

то есть точки активации совершают полеты Леви [50], что можно, вообще говоря, рассматривать как эффективную пространственную коррелированность шума. Значение показателя распределения (10) может быть выражено через показатели, характеризующие направленную перколяцию, которые известны с высокой точностью [43]. Для одномерного случая получается значение $\lambda \approx 2.21 \pm 0.01$ [45,48].

Интерес представляют также показатель распределения времени до первого возвращения активности в данную точку, фрактальная размерность развертки активности в координатах (x,s) и другие критические показатели [44,51]. Общая теория экстремальных моделей, изложенная в работе [44], позволяет свести значения всех этих показателей к двум.

Завершая обзор, отметим, что уравнение KPZ демонстрирует самую тесную связь с другими классами самоорганизованно критических моделей, не имеющих на первый взгляд ничего общего с задачами динамики поверхности. Так, в работе [54] показано, что модели освобождения поверхности [44], рисовой кучи [17] и сейсмического разлома [55,56] принадлежат к одному классу универсальности. В работе [57] показано, что множество различных моделей типа кучи песка [1] сводится к уравнению KPZ.

2. Модель с защитой минимумов или модель гекатонхейров

Предположим, что в модели Снепена на очередном шаге для продвижения выбирается не участок с наименьшей величиной цепляющей силы f , а тот участок, которому соответствует n -ое по величине ее значение. Это можно воспринимать как наличие некоего $(n-1)$ -рукого агента, который отслеживает значения цепляющей силы в точках на поверхности, придерживая руками некоторое число ее участков, искусственно защищая их от активизации (не противодействуя, однако, их возможному освобождению, индуцированному соседями через условие ограниченности градиента). Для ситуации, изображенной на рис. 1, участок, который должен был бы продвинуться при $n=2$, отмечен *стрелкой 2*.

Как скажется такая модификация правил на поведении модели? С одной стороны, модель при этом формально выпадает из класса экстремальных моделей, для которых есть разработанная теория, и можно ожидать, что ее свойства изменятся. С другой стороны, грубость, присущая всем критическим системам, позволяет предположить, что некоторое изменение правил не изменит класса универсальности модели и набор критических показателей останется тем же.

С целью ответа на эти вопросы было проведено обширное компьютерное моделирование. Для него использовалась одномерная система длины L с периодическими граничными условиями, каждому участку i которой ставились в соответствие значения высоты h_i и цепляющей силы f_i . На очередном шаге моделирования выделялся участок, имеющий n -ое по величине значение f , и продвигался на единицу по высоте. Продвижению подвергались также все участки, для которых оказалось нарушенным условие Кима – Костерлица (6), после чего все продвинутые участки получали новые случайные значения f , равномерно

распределенные на интервале между нулем и единицей. Теоретически, поскольку система самоорганизуется в критическое состояние, начальное состояние принципиального значения не имеет, однако по практическим соображениям было выбрано состояние с нулевой высотой и случайными значениями силы.

Для оптимизации поиска n -го по счету минимума $f_{\min}^{(n)}$ использовалась структура данных, аналогичная описанной в работе [52]. Выход системы на стационар определялся по прекращению роста зарегистрированных максимумов ширины поверхности w и величин f_{\min} и $f_{\min}^{(n)}$. Следует отметить, что число итераций, необходимое для надежного выхода на стационар при старте из состояния с $h_i=0$, по крайней мере в разы превышает их количество, достаточное для получения гладких графиков.

Объектом интереса было поведение ширины поверхности в зависимости от времени, а также распределения длительностей прямых и обратных лавин, времени первого возвращения активности и полетов Леви, совершаемых точкой активации. Результат получился, на первый взгляд, довольно неожиданный, если не сказать, обескураживающий. Величина n не оказывает ощутимого влияния на динамику ширины поверхности (в том числе во время переходного процесса) и распределения длительностей лавин и времени первого возвращения. На основании этого можно было бы заключить, что новая модель попадает в тот же класс универсальности, что и модель Снепена, отличаясь от нее лишь несущественными внутренними деталями. Однако распределение (10) полетов Леви точки активности весьма ощутимо зависит от n . Изменение наклона графиков (в двойном логарифмическом масштабе) распределения полетов по длинам можно видеть невооруженным глазом (рис. 3).

Причина независимости большинства характеристик от n становится ясна, если взглянуть на распределения вероятностей величин f и $f_{\min}^{(n)}$ в стационарном режиме. Видно, что при не очень больших значениях n распределение f практически не меняется за исключением отклонения от нуля плотности вероятности в районе малых значений, где сосредотачивается $n-1$ защищенный минимум, и соответствующего увеличения f_c (рис. 4, а). Защищенные минимумы быстро скапливаются в районе нуля и оказываются практически выброшенными из динамики. Распределения $f_{\min}^{(n)}$ при разных значениях n (рис. 4, б) отличаются более заметно, но это, надо полагать, все же несущественно, и можно считать, что $f_{\min}^{(n)}$ успешно выполняет для большинства процессов функции f_{\min} в модели Снепена. То есть все происходит так, как будто защищенных элементов нет.

Для полетов точки активности все выглядит совсем по другому. До тех пор пока защищенные участки не затрагиваются, нет разницы между активизацией наименьшего значения в модели Снепена и активизацией n -го минимума в модели гекатонхейров. Однако, как только какой-то из защищенных элементов из-за ограниченности градиента подвергся продвижению, тождественность моделей нарушается. Это происходит потому, что продвинутый элемент получает новое значение цепляющей силы, а при этом могут измениться порядковые номера минимумов, и активизации на следующем шаге подвергается совсем не тот элемент, который активизировался бы при аналогичных обстоятельствах в модели Снепена. Иначе говоря,

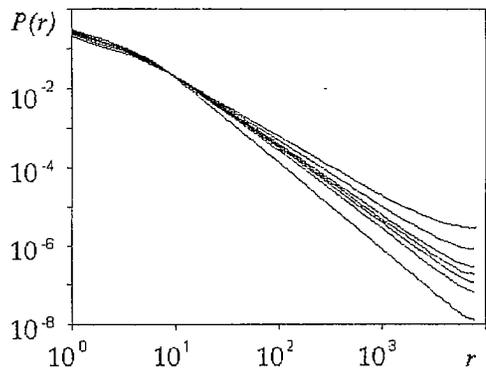


Рис. 3. Распределение вероятностей полетов Леви точки активации для системы с $L=16384$. Графики (снизу вверх) соответствуют $n=1, 2, 4, 8, 16, 64, 256$. После выхода на стационар делалось около 500 млн. итераций. Некоторое закругление вверх графиков при больших r обусловлено тем, что данные «складываются» из-за невозможности отличить полет длиной r от полета длиной $L-r$

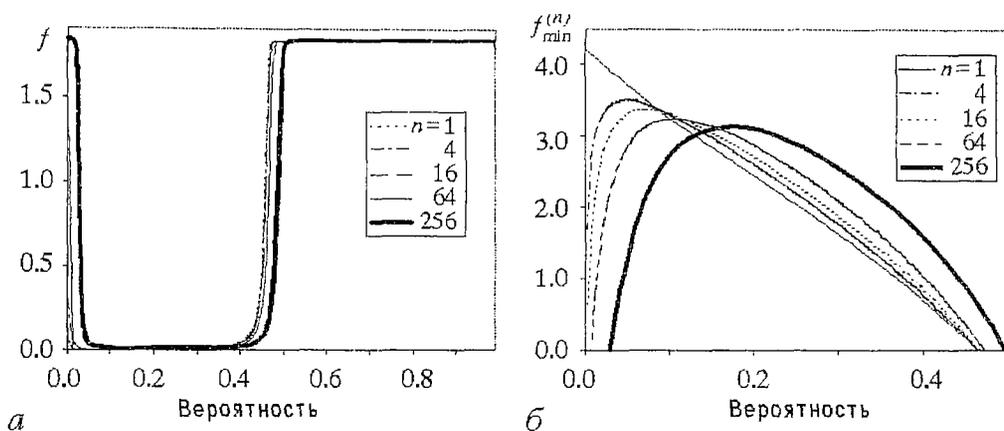


Рис. 4. Стационарное распределение цепляющей силы $f(a)$ и $f_{\min}^{(n)}$ (б) для системы с $L=4096$ при различных значениях n

значения цепляющей силы в активизируемых элементах будут примерно теми же, а вот положения совсем другими. Таким образом, к обычным полетам Леви добавляются скачки положения активности, когда гекатонхейр «перехватывает руки» из-за того, что в них оказалось не то, что ему следует держать. И чем большую долю участков ему приходится удерживать, тем чаще это будет происходить.

В силу сказанного понятно, что показатель распределения полетов π должен зависеть не непосредственно от n , а от величины $u=(n-1)/L$, определяющей «плотность рук». Зависимость π от u приведена на рис. 5. Группа точек, лежащих непосредственно на оси ординат, соответствует обычной модели Снеппена с $n=1$. Разброс точек обусловлен не погрешностью в определении значений показателя (она не превышает размеров значков на графике), а конечностью размеров системы.

Легко видеть, что, варьируя параметр модели u , мы можем непрерывно менять значение одного из критических индексов, не изменяя при этом остальных².

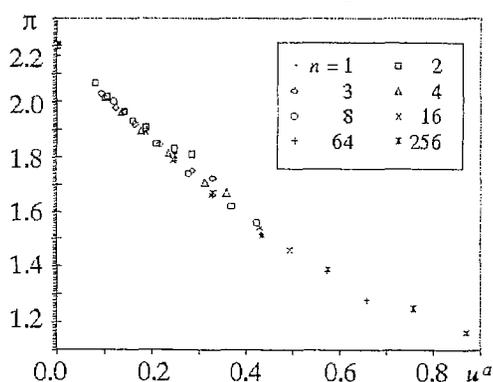


Рис. 5. Значения показателя π в зависимости от u^α при размерах L от 512 до 262144. Здесь выбрано значение $\alpha=0.2$, чтобы в пределе $L \rightarrow \infty$ для точек с $n > 1$ получалось то же значение $\pi_\infty=2.21$, что и для точек с $n=1$. Такое представление результатов обеспечивает наибольшую наглядность

Подобное поведение нам представляется уместным назвать *мягкой универсальностью*, чтобы отличать от грубой универсальности, присущей традиционным критическим моделям. Вопрос же о том, отнести ли модели Снеппена и гекатонхейров к разным классам универсальности или считать первую предельным случаем второй, достигаемым при $u \rightarrow 0$, — это лишь вопрос строго определения.

Отметим еще одно существенное и любопытное обстоятельство. При $u^* \approx 2.5 \cdot 10^{-5}$ значение π проходит через двойку. Это значит, что при меньшей «плотности рук» средняя длина полета точки активации

$$\langle r \rangle = \int P(r) r dr \quad (11)$$

² Следует оговориться, что также могут меняться и некоторые показатели из числа тех, которые мы не измеряли.

не зависит от размеров системы, в то время как при большей она становится порядка L (так как интеграл (11) сходится лишь благодаря нарушению зависимости (10) при $r \sim L$). Это уже не количественное, а качественное изменение поведения, не сопровождающееся тем не менее никакими особенностями на графике, которые позволяли бы говорить о фазовом переходе.

Модели гекатонхейров при желании легко можно придать интерпретации весьма далекие от описания процесса освобождения поверхности. Она, например, отражает работу системы безопасности или охраны порядка в условиях нерешительности и нехватки ресурсов. Попытка удержать руками наиболее опасные участки приводит к прорывам на тех, на которые рук не хватило. Если прорывы индуцируются внешними условиями, как в рассматриваемых моделях, то такая защита будет иметь своим следствием лишь изменение географии последовательных событий. Показатель распределения полетов активности будет тем меньше, чем больше будет плотность держащих рук. А доведя уровень последней до значения u^* , мы увидим, что события, которые до того были худо-бедно локализованы (рассчитывать на «хорошую» локализацию для точки, совершающей полеты Леви, очевидно, не приходится), стали происходить повсюду. Качественная аналогия очевидна, а вот вывод нетривиален: если все плохо, не трогай – лучше не станет, только расползется.

В заключение отметим, что нами был также проведен анализ модели биологической эволюции Бака – Снепена [16] – другого представителя класса экстремальных моделей. Для нее также имеет место обнаруженная мягкая универсальность, однако из-за того, что в ней нет аналога условия Кима – Костерлица, заставляющего активность время от времени посещать каждый ее участок, эта модель требует много большего объема вычислений для получения надежных результатов, что пока не представляется возможным.

Выводы и обсуждение

В работе была построена новая самоорганизованно критическая модель, позволяющая непрерывно изменять значение одного из критических индексов при варьировании параметра модели без изменения значений других. Обнаруженный тип поведения назван мягкой универсальностью.

Важным свойством предложенной модели является простота механизма управления величиной показателя. При попытке смоделировать в деталях какое-либо реальное критическое явление, учитывая в модели те или иные факторы, либо наоборот, пренебрегая ими, можно построить набор моделей, принадлежащих к разным классам универсальности и выбрать среди них наиболее близкий к классу универсальности природного прототипа. Полученные в работе результаты открывают принципиально другой путь. Вместо того, чтобы выбирать наиболее похожую среди дискретного набора моделей, правила которых меняются лишь крупными блоками, можно учесть в модели только самое существенное (что отражает базовый подход теории самоорганизованной критичности) и, непрерывно варьируя ее параметры, подобрать требуемые свойства (что является существенно новым).

Считаю приятным долгом поблагодарить Г.Г. Малинецкого за поддержку и обсуждение и Ю.А. Данилова за помощь при поиске русских аналогов ряда терминов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 97-01-00396).

Библиографический список

1. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized criticality// Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38(1). P. 364.

2. *Bak P.* How nature works: the science of self-organized criticality. Springer-Verlag, New York, Inc. 1996.
3. *Ма Ш.* Современная теория критических явлений. М.: Мир, 1980. 298 с.
4. *Бак П., Чен К.* Самоорганизованная критичность // В мире науки. №3, 16–24 (март 1991). *Scientific American*, 264(1) (January 1991).
5. *Lu E.T., Hamilton R.J.* Avalanches and the distribution of solar flares // *The Astrophysical Journal*. 1991. Vol. 380. L89.
6. *Morley P.D. and Schmidt I.* Platelet collapse model of pulsar glitches // *Europhys. Lett.* 1996. Vol. 33. P. 105. (<http://xxx.lanl.gov/abs/astro-ph/9411053>)³
7. *Vattay G. and Harnos A.* Scaling behavior in daily air humidity fluctuations // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 73. P. 768. (<http://xxx.lanl.gov/abs/adap-org/9311004>)
8. *Nagel K. and Raschke E.* Self-organized criticality in cloud formation? // *Phys. A*. 1992. Vol. 182. P. 519.
9. *Bak P. and Tang C.* Earthquakes as a self-organized critical phenomenon // *Journal of Geophysical Research*. 1989. Vol. 94(B11). P. 15635.
10. *Hwa R.C. and Pan J.* Self-organized criticality in quark-hadron phase transition. *Nucl. Phys. A*. 1995. Vol. 590. P. 601. (<http://xxx.lanl.gov/abs/hep-ph/9505376>)
11. *Claudin P. and Bouchaud J.-P.* Static avalanches and giant stress fluctuations in silos // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78(2). P. 231.
12. *Clar S., Drossel B. and Schwabl F.* Forest fires and other examples of self-organized criticality // *J. Phys.: Cond. Mat.* 8, 6803 (1996). (<http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9610201>)
13. *Bak P. and Flyvbjerg H.* Self-organization of cellular magnetic-domain patterns // *Phys. Rev. A* 1992. Vol. 45(4). P. 2192.
14. *Nagatani T.* Self-organized criticality in 1D traffic flow model with inflow or outflow // *J. Phys. A: Math. Gen.* 1995. Vol. 28, L119. (<http://www.iop.org/PEL>)
15. *Sole R.V. and Manrubia S.C.* Criticality and unpredictability in macroevolution // *Phys. Rev. E*. 1997. Vol. 55(4). P. 4500.
16. *Sneppen K. and Bak P.* Punctuated equilibrium and criticality in a simple model of evolution // *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 71(24). P. 4083.
17. *Christensen K., Corral A., Frette V., Feder J. and Jossang T.* Trace dispersion in a self-organized critical system // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77(1). P. 107. (<http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9602067>)
18. *Rinaldo A., Rodriguez-Iturbe I., Rigon R., Ijjasz-Vasquez E., Bras R.L.* Self-organized fractal river network // *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 70(6). P. 822.
19. *Подлазов А.В.* Новые аспекты самоорганизованной критичности. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 1995, № 86.
20. *Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В.* Парадигма самоорганизованной критичности. Иерархия моделей и пределы предсказуемости // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 1997. Т. 5, № 5. С. 89.
21. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 5. М.: Наука, 1964. 568 с.
22. *Sornette D., Johansen A. and Dornic I.* Mapping self-organized criticality onto criticality // *J. Phys. I (France)*. 1995. Vol. 5. P. 325. (<http://xxx.lanl.gov/abs/adap-org/9411002>)
23. *Sornette D.* Linear stochastic dynamics with nonlinear fractal properties // *Phys. A*. 1998. Vol. 250. P. 295. (<http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9709101>)
24. *Яблонский А.И.* Математические модели в исследовании науки. М.: Наука, 1986. 352 с.
25. *Kim J.M. and Kosterlitz J.M.* Growth in restricted solid-on-solid model // *Phys. Rev. Lett.* 1989. Vol. 62(19). P. 2289.
26. *Kardar M., Parisi G., Zhang Y.-C.* Dynamic scaling of growing interface // *Phys. Rev. Lett.* 1986. Vol. 56(9). P. 889.
27. *Medina E., Hwa T., Kardar M., Zhang Y.-C.* Burgers equation with correlated

³ Электронный архив национальной лаборатории в Лос-Аламосе имеет полнофункциональное зеркало в России, расположенное по адресу <http://xxx.iterep.ru>.

noise: Renormalization-group analysis and applications to directed polymers and interface growth // *Phys. Rev. A*. 1989. Vol. 39(6). P. 3053.

28. *Rubio M.A., Edwards C.A., Dougherty A. and Gollub J.P.* Self-affine fractal interface from immiscible displacement in porous media // *Phys. Rev. Lett.* 1989. Vol. 63(16). P. 1685.

29. *Kardar M. and Zhang Y.-C.* Scaling of directed polymers in random media // *Phys. Rev. Lett.* 1987. Vol. 58(20). P. 2087.

30. *Krug J.* Scaling relation for a growing interface // *Phys. Rev. A*. 1987. Vol. 36(11). P. 5465.

31. *Kim J.M., Moore M.A. and Bray A.J.* Zero-temperature polymers in a random potential // *Phys. Rev. A*. 1991. Vol. 44(4). P. 2345.

32. *Kim J.M., Bray A.J. and Moore M.A.* Domain growth, directed polymers, and self-organized criticality // *Phys. Rev. A*. 1992. Vol. 45(12). P. 8546.

33. *Bales G.S., Redfield A.C. and Zangwill A.* Growth dynamics of chemical deposition // *Phys. Rev. Lett.* 1989. Vol. 62(7). P. 776.

34. *Zhang J., Zhang Y.-C., Alstrom P. and Levinsen M.T.* Modeling forest fire by a paper-burning experiment, a realization of the interface growth mechanism // *Phys. A*. 1992. Vol. 189(3-4). P. 383.

35. *Kerstein A.R. and Ashurst Wm.T.* Propagation rate of growing interface in stirred fluids // *Phys. Rev. Lett.* 1992. 68(7). P. 934.

36. *Sneppen K.* Self-organized criticality and interface growth in a random medium // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 69(24). P. 3539.

37. *Kim J.M. and Sarma S.D.* Dynamical universality of the nonlinear conserved current equation for growing interface // *Phys. Rev. E*. 1995. Vol. 51(3). P. 1889.

38. *Hentschel H.G.E. and Family F.* Scaling in open dissipate system // *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 66(15). P. 1982.

39. *Horvath V.K., Family F. and Vicsek T.* Anomalous noise distribution of the interface in two-phase fluid flow // *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 67(23). P. 3207.

40. *Lam C.-H. and Sander L.M.* Surface growth with power-low noise // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 69(23). P. 3338.

41. *Lam C.-H., Sander L.M. and Wolf D.E.* Surface growth with temporally correlated noise // *Phys. Rev. A*. 1992. Vol. 46(10). P. 6128.

42. *Vergeles M.* Self-organization at nonzero temperature // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 75(10). P. 1969.

43. *Leschhorn H. and Tang L.-H.* Avalanches and correlations in driven interface depinning // *Phys. Rev. E*. 1994. Vol. 49(2). P. 1238.

44. *Paczuski M., Maslov S. and Bak P.* Avalanche dynamics in evolution, growth, and depinning models // *Phys. Rev. E.*, 1996. Vol. 53(1). P. 414.

45. *Maslov S. and Paczuski M.* Scaling theory of depinning in the Sneppen model // *Phys. Rev. E* 1994. Vol. 50(2). P. 643.

46. *Zaitsev S.I.* Robin hood as self-organized criticality // *Physica A* 1992. Vol. 189(3-4). P. 411.

47. *Andersen J.V., Sornette D. and Leung K.-T.* Tri-critical behavior in rupture induced by disorder // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78. P. 2140. (<http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9609022>)

48. *Maslov S.* Time directed avalanches in invasion models // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74(5). P. 562.

49. *Paczuski M., Bak P. and Maslov S.* Laws for stationary states in systems with external dynamics // *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74(21). P. 4253.

50. *Klafter J., Shlesinger M.F. and Zumofen G.* Beyond brownian motion // *Physics Today*. February 1996. P. 33.

51. *Maslov S., Paczuski M. and Bak P.* Avalanches and $1/f$ noise in evolution and growth models // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 73(16). P. 2162.

52. *Grassberger P.* Efficient large-scale simulations of a uniformly driven system // *Phys. Rev. E*. 1994. Vol. 49(3). P. 2436.

53. *Sneppen K. and Jensen M.H.* Colored activity in self-organized critical interface dynamics // *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 71(1). P. 101.

54. Paczuski M. and Boettcher S. Universality in sandpiles, interface depinning, and earthquake models // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77(1). P. 111. (<http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9603120>)

55. Carlson J.M. and Langer J.S. Properties of earthquake generated by fault dynamics // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62(22). P. 2632.

56. de Sousa Vieira M. Self-organized criticality in a deterministic mechanical model // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46(10). P. 6288.

57. Lauritsen K.B. and Alava M.J. Self-organized criticality and interface depinning transitions. In Press. (<http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9903346>)

*Институт прикладной
математики им. М. В. Келдыша РАН*

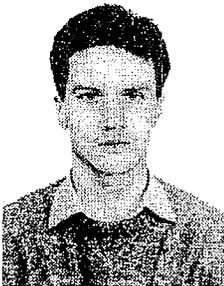
Поступила в редакцию 19.05.99

NEW MODEL OF THE INTERFACE DEPINNING AND SOFT UNIVERSALITY IN THE THEORY OF SELF-ORGANIZED CRITICALITY

A.V. Podlazov

We developed a new self-organized critical model of the interface depinning. This model demonstrates the possibility to change a single critical index by varying the model's parameter without other indices being affected. We refer this as the soft universality to distinguish the model proposed from traditional critical systems having a set of indices, which are strictly defined by the rules. In order to change this indices one need to change the rules of the model drastically changing therefore its universality class.

Besides, the paper includes a brief review of the works on interface growth and depinning models.



Подлазов Андрей Викторович – родился в Москве (1973), окончил Московский физико-технический институт (1996). Работает в Институте прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, аспирант Московского физико-технического института. Область интересов – нелинейная динамика, теория самоорганизованной критичности. E-mail: tiger@spp.keldysh.ru



ОДНОМЕРНЫЙ КЛЕТОЧНЫЙ АВТОМАТ, ПОДДЕРЖИВАЮЩИЙ ДВИЖУЩИЕСЯ СТРУКТУРЫ С ШИРОКИМ НАБОРОМ СКОРОСТЕЙ

А.Н. Смоляков

Получено правило одномерного клеточного автомата, которое поддерживает строго периодические движущиеся структуры. Эти структуры имеют широкий набор дискретных скоростей, изменяют скорость при взаимодействии с неподвижными образованиями и при взаимодействии друг с другом (при столкновениях). При изменении параметров, входящих в правило, были обнаружены несколько типов движущихся и неподвижных периодических структур.

Клеточные автоматы способны проявлять очень сложное поведение. Это свойство позволяет назвать их искусственными, синтетическими мирами [1]. Представляется возможным предпринять попытку сконструировать информационную систему на основе клеточных автоматов, которая обладала бы феноменологическими свойствами реального мира. Можно сделать так, чтобы система содержала величину, меняющуюся в значительных пределах и соотнесенную с каждой точкой пространства (аналог потенциала поля), и обладала бы способностью образовывать локализованные движущиеся структуры (аналог элементарных частиц).

Существуют правила клеточных автоматов, поддерживающие движущиеся структуры. Классическим примером является конфигурация, называемая глайдером, появляющаяся в клеточном автомате LIFE Д. Конвея. Однако глайдеры движутся с единственной скоростью $V=1/4$. Однокоординатный клеточный автомат, использующий правило SCARVES [1], способен образовывать конфигурации, движущиеся с различными скоростями (рис. 1). Но «частицы», поддерживаемые правилом SCARVES, трудно интерпретировать как один и тот же объект, плавно меняющий свою скорость.

Основной целью данной работы является разработка правила клеточного автомата, обладающего следующими свойствами.

- Правило должно поддерживать стабильные конфигурации, способные двигаться с широким набором скоростей. Большое количество скоростей

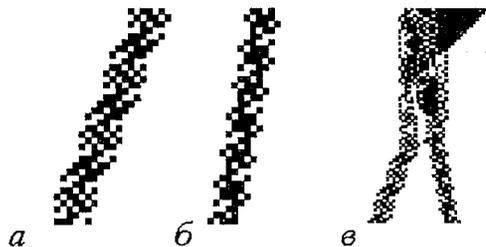


Рис. 1. Структуры, поддерживаемые правилом SCARVES и движущиеся с различной скоростью: а - $4/10$; б - $2/11$; в - пример столкновения структур

должно стать аналогом непрерывных скоростей реальных частиц, аналогом инерциального движения. Необходимо, чтобы конфигурации, движущиеся с различными скоростями, можно было рассматривать как одну частицу, изменившую свою скорость.

- Движущиеся структуры должны иметь возможность изменять свое состояние движения, то есть ускоряться или тормозиться. Это должно происходить при взаимодействии конфигураций друг с другом или с полем.

- Желательно, чтобы движущиеся структуры могли образовывать связанные состояния, что является условием для появления иерархических уровней структур.

Построение правила

В традиционной, непрерывной физике достойным кандидатом на роль движущихся структур являются солитоны и солитоноподобные объекты. Они обладают следующими характерными чертами:

- это объекты, сочетающие в себе свойства волны и частицы;
- информация о скорости солитона содержится в нем самом – зависимость скорости от амплитуды для солитона Кортевега – де Вриза (КдВ);
- солитоны взаимодействуют друг с другом; одноименные – отталкиваются, разноименные – притягиваются (солитоны Френкеля – Конторовой);
- солитоны могут возникать при достаточном возмущении несолитонных колебаний и исчезать, превращаясь в несолитонные колебания;
- неподвижные неоднородности могут изменять состояние движения солитонов (ускорять или замедлять), то есть играть роль потенциального поля;
- солитоны могут образовывать связанные состояния.

Подобные свойства могут быть приняты за образец при конструировании клеточно–автоматных систем, поддерживающих движущиеся структуры.

Основой описания солитонов являются соответствующие дифференциальные уравнения. Можно попытаться, опираясь на дифференциальное уравнение, сконструировать правило клеточного автомата путем замены уравнения разностной схемой. Известно, что та или иная разностная схема привносит в процесс дополнительные, именно ей присущие свойства. Особенности разностной схемы проявляются наиболее сильно в области размеров, близких к шагу дискретизации. Традиционно стараются уменьшить влияние разностной замены на результат. В данной работе предпринята попытка использовать характерные черты разностной схемы для получения требуемого эффекта. При этом все особенности вычислительного процесса (вплоть до порядка выполнения действий) становятся составляющими частями правила.

Попытаемся сконструировать правило, являющееся аналогом дифференциального уравнения КдВ

$$\partial f / \partial t = (s/C_0) f \partial f / \partial x + \beta \partial^3 f / \partial x^3,$$

где первое слагаемое в правой части определяет нелинейность, а второе – дисперсию.

Широко известно явление возникновения дисперсии в кристаллах или цепочке связанных маятников при наличии колебаний с длиной волны, соизмеримой с шагом периодической структуры (решетки). Можно ожидать, что в клеточном автомате колебательные процессы с длиной волны, сравнимой с размером клетки, будут обладать дисперсией, то есть правило может не содержать члена, аналогичного d^3f/dx^3 , но должно обеспечить взаимовлияние соседей друг на друга. Оставшуюся часть уравнения КдВ заменим разностными соотношениями: производную по времени df/dt заменим на $f_{x,t+1} - f_{x,t}$; для симметричного взаимодействия соседей вместо производной по координате df/dx используем симметричную разностную замену $(f_{x+1,t} - f_{x-1,t})/2$; двойку в знаменателе перенесем в

общий постоянный коэффициент. Он должен быть меньше единицы, поэтому представим его в виде $1/k$ (целочисленное деление; если k – степень двойки, то это сдвиг двоичного числа). Окончательно правило запишется в виде

$$f_{x,t+1} = f_{x,t} + f_{x,t}(f_{x+1,t} - f_{x-1,t})/k.$$

Используемые величины f , x , t и k – целочисленные (типа «целое»), то есть в данном клеточном автомате число состояний клетки f равно 65536. Для удобства назовем это правило правилом QUIVER.

Выберем начальные условия. Величине f присвоим какое-либо постоянное значение для всех x . Если сравнивать с уравнением КдВ, то эта постоянная величина будет являться аналогом глубины. Обозначим эту величину через f_0 и будем, по аналогии, называть ее глубиной. Возмущение $f_{\text{воз}}$ будем задавать в виде импульса в одной точке.

Выберем конкретные значения $k=1024$ (степень двойки), $f_0=32$ и $f_{\text{воз}}=68$. Проведенное моделирование показало, что данное правило и описанные начальные условия могут образовывать движущуюся с определенной скоростью строго периодическую структуру (рис. 2). Прямым измерением определим ее скорость $V=1/T=1/32$ (T – период). Данную конфигурацию можно записать в числовом виде: ...30, 30, 57, 65, 33, 32, 32... . Назовем выявленную структуру «дискретным солитоном», хотя вряд ли такое название можно назвать строгим.

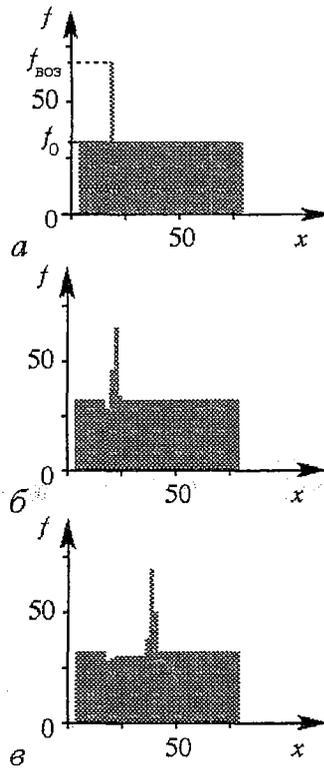


Рис. 2. Зарождение движущейся структуры по правилу QUIVER: а – начальное возмущение, $t_0=0$; б – неустановившийся режим, $t_1 > t_2$; в – установившийся периодический режим, $t_2 > t_1$

Экспериментальное исследование выявленных структур

Один из самых интересных вопросов – могут ли дискретные солитоны двигаться с различными скоростями и от чего зависит скорость?

По аналогии с солитонами КдВ будем *изменять амплитуду возмущения*. В данном эксперименте используем следующие условия: $f_0=50$, возмущение в одной точке, $k=2000$ (и далее везде, где не оговорено). В результате на глубине $f_0=50$ было выявлено 10 дискретных, монотонно увеличивающихся скоростей от $1/40$ до $1/15$ (некоторые из них приведены на рис. 3, а–з). Разные конфигурации, движущиеся с одной скоростью, не учитывались. Возможно, были выявлены не все скорости. При незначительных, порядка 10 единиц, изменениях возмущения получаются одинаковые солитоны. При дальнейшем увеличении амплитуды солитон переходит на другой точный период. При этом период уменьшается, скорость соответственно увеличивается. Глубина после прохождения солитона меньше, чем начальная, причем, чем больше скорость, тем больше ступенька. Последний устойчивый солитон изображен на рис. 3, д. При дальнейшем увеличении возмущения наступает момент, когда солитон становится неустойчивым, амплитуда возрастает, а строгий период не наблюдается (рис. 3, е). Дальнейшее развитие неустойчивого солитона приводит к неупорядоченным колебаниям.

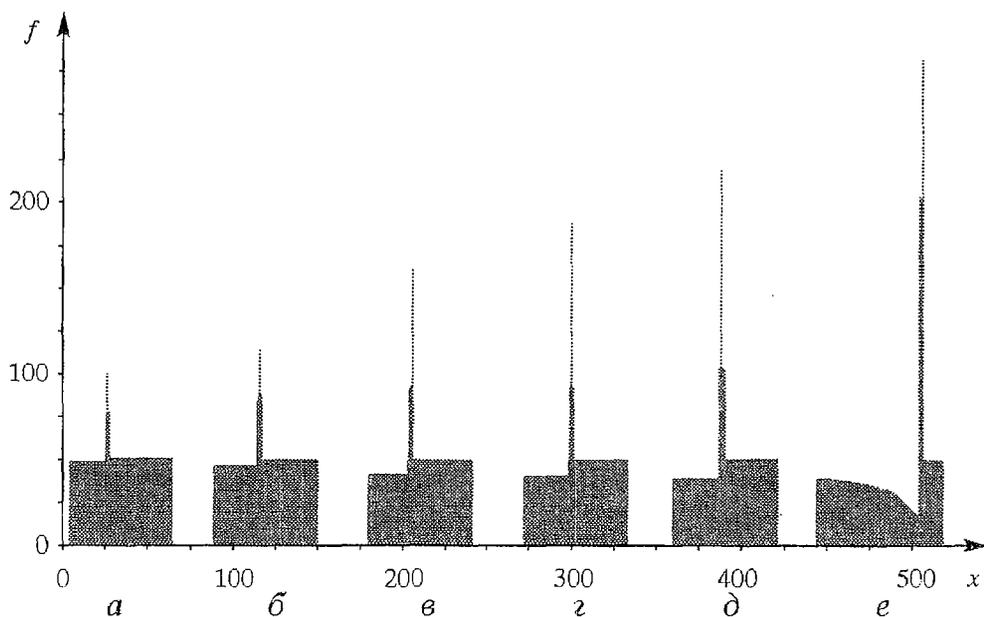


Рис. 3. Движение солитонов с различными скоростями: *a* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=90$, $T=40$, $V=1/40$, числовой вид – ...48, 48, 77, 99, 60, 50, 50...; *б* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=165$, $T=27$, $V=1/27$, числовой вид – ...46, 46, 77, 114, 72, 50, 50...; *в* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=230$, период по координате $L=2$, $T=37$, $V=2/37$, числовой вид – ...42, 42, 85, 161, 93, 50, 50...; *г* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=260$, $L=3$, $T=49$, $V=3/49$, числовой вид – ...41, 41, 92, 186, 102, 52, 50, 50...; *д* – начальное возмущение $f_{\text{воз}}=295$, $T=15$, $V=1/15$, числовой вид – ...39, 39, 41, 208, 105, 52, 50, 50...

При увеличении параметра k количество выявленных скоростей увеличилось (использовались различные возмущения, которые приводили к появлению солитонов). Так, при $k=4096$ и $f_0=64$ было обнаружено не менее 18 скоростей, при $k=8192$ и $f_0=100$ – не менее 24 скоростей. Это позволяет предположить, что все более плотным рядом скоростей можно аппроксимировать непрерывное движение.

Если в небольших пределах одновременно изменять форму и величину возмущения, то наглядно проявляется устойчивость солитона. Так, из разных

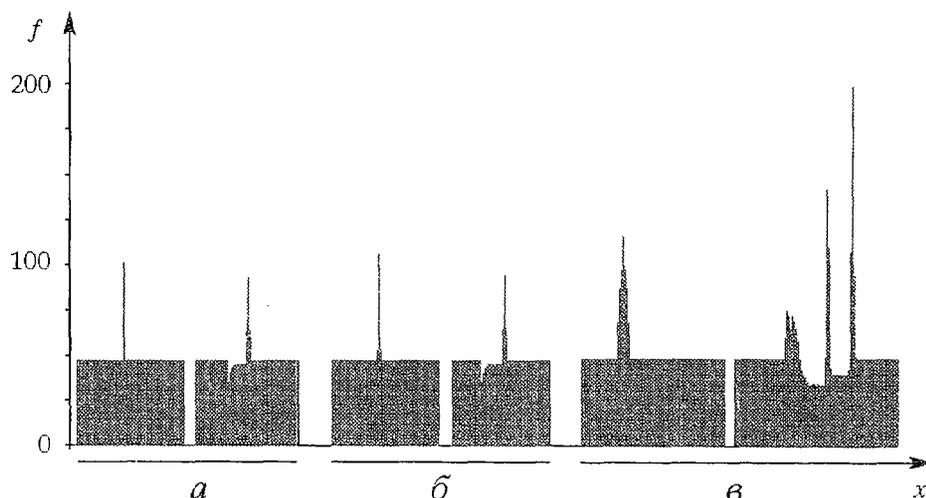


Рис. 4. Появление одинаковых солитонов из разных возмущений (*a, б*); появление двух солитонов из одного более сильного возмущения (*в*). Возмущения: *a* – ...50, 106, 50...; *б* – ...50, 55, 110, 55, 50...; *в* – ...50, 50, 70, 90, 100, 120, 100, 90, 70, 50, 50...

Глубина f_0	Возмущение $f_{\text{воз}}$	Конфигурация	Период T
7	307	...6,6,20,302,11,7...	43
9	259	...8,8,36,240,11,9...	45
11	211	...10,35,199,13,11...	50
14	174	...13,50,164,16,14...	48
19	129	...18,34,127,22,19...	66
24	114	...23,42,109,26,24...	63
32	95	...31,58,99,36,32...	63
42	90	...39,61,97,56,42...	48
54	108	...49,85,95,57,54...	38
71	111	...64,67,98,105,76,71...	29
92	122	...83,103,121,110,92...	22
120	142	см. рис.5.	—

возмущений возникает один и тот же солитон (рис. 4, а, б). Если возмущение достаточно велико, появляются два солитона (рис. 4, в).

Интересно проследить зависимость скорости от изменения глубины. Для большей определенности на каждой глубине будем задавать минимальное возмущение, необходимое для появления солитона. Минимально необходимое возмущение определяется по формуле $f_{\text{воз}}=k/f_0+f_0$. При изменении глубины наблюдаются и другие устойчивые структуры. При малой глубине возникают неподвижные циклы различных периодов T (в терминологии точечных отображений T -кратный устойчивый цикл). Причем характерно, что один и тот же цикл может получиться от разных возмущений: при $f_0=5$, $f_{\text{воз}}=425$ и $f_{\text{воз}}=485$ появляется один и тот же цикл периода 2, числовой вид в момент времени $t \dots 5, 4, 310, 114, 5\dots$, в момент времени $t+1 \dots 5, 4, 325, 99, 5\dots$. Наблюдался цикл с периодом $T=60$ при следующих условиях: $f_0=2$, $f_{\text{воз}}=1102$, числовой вид — $\dots 2, 1, 1029, 41, 2\dots$. Движущиеся солитоны появились, начиная с глубины $f_0=7$. Данные о скорости ($V=1/T$) солитонов на разной глубине приведены в таблице.

Как видно из таблицы, при увеличении глубины скорость сначала уменьшалась, затем стала возрастать. Начиная с глубины 120, от единичного возмущения появляется целая область, заполненная структурами, которая расширяется в обе стороны (рис. 5).

Дискретные солитоны проявляют и другие свойства, присущие настоящим солитонам. Так, дискретные солитоны изменяют свою скорость при взаимодействии с неподвижными возмущениями в виде ступеньки. Можно

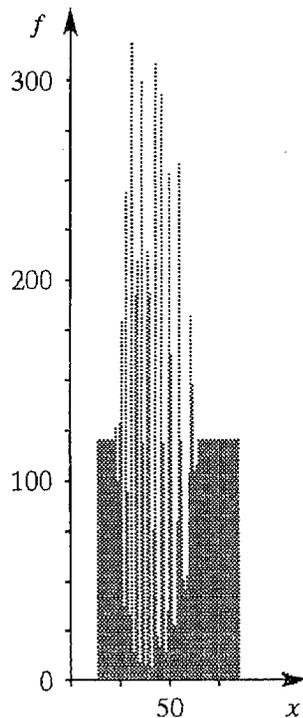


Рис. 5. Расширяющаяся область, заполненная структурами

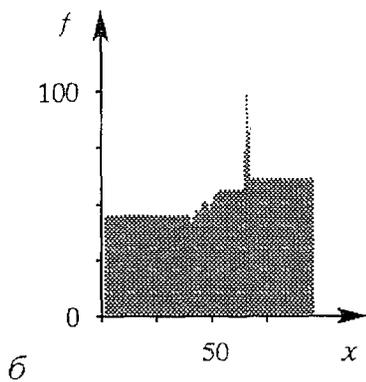
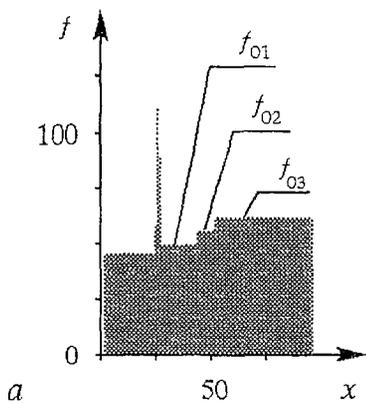


Рис. 6. Взаимодействие солитона с неподвижным возмущением (ступеньки вверх). Возмущения в виде ступенек: $f_{01}=50$; $f_{02}=56$; $f_{03}=62$; а – конфигурация до ступенек – ...46, 46, 77, 114, 72, 50, ..., скорость – $1/27$; б – конфигурация после ступенек – ...57, 57, 74, 103, 82, 62, ..., скорость – $1/33$

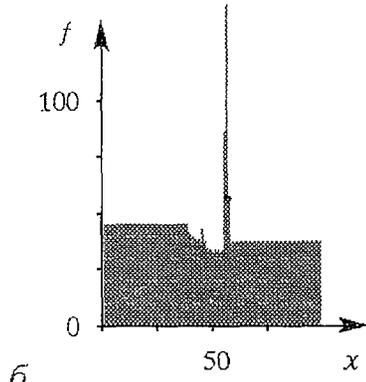
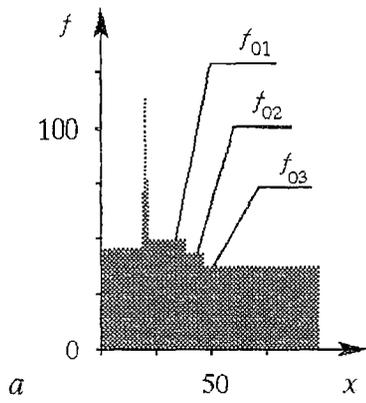


Рис. 7. Взаимодействие солитона с неподвижным возмущением (ступеньки вниз). Возмущения в виде ступенек: $f_{01}=50$; $f_{02}=44$; $f_{03}=38$; а – конфигурация до ступенек – ...46, 46, 77, 114, 72, 50, ..., скорость – $1/27$; б – конфигурация после ступенек – ...34, 33, 34, 87, 144, 58, 38, ..., скорость – $3/72=1/24$

привести примеры торможения солитона на последовательности ступенек вверх (рис. 6) и ускорения на последовательности ступенек вниз (рис. 7). Возникает аналогия с преодолением потенциального барьера: торможение при восхождении на барьер и ускорение при скатывании с него. При больших значениях параметра k можно поставить эксперимент по плавному, «квазинепрерывному» разгону или торможению солитонов.

Можно произвести эксперимент по столкновению двух солитонов (рис. 8). После столкновения скорости солитонов изменяются. При наблюдении столкновения в режиме анимации хорошо видно, что дискретные солитоны взаимодействуют не сливаясь, с характерным сдвигом по координате, свойственным частицам. Это дополняет аналогию с настоящими солитонами. К сожалению, солитоны по правилу QUIVER движутся только в одну сторону и, следовательно, невозможны встречные столкновения. Однонаправленное движение объясняется тем, что правило использует первую производную по координате, что приводит к появлению у приращения величины f разных знаков на правом и левом склонах солитона. Если изменить правило, поставив минус перед производной по координате, то солитоны изменят направление движения.

Правило клеточного автомата можно рассматривать как сложное, многомерное (по числу точек x) точечное отображение с дискретными состояниями f . Однако, если выбрать фиксированную точку x и проследить изменения $f_{x,t}$ при прохождении через эту точку солитона, то можно найти функцию $f_{t+1}=\varphi(f_t)$, построив по значениям $f_{x,t}$ диаграмму Ламерея. Эта диаграмма

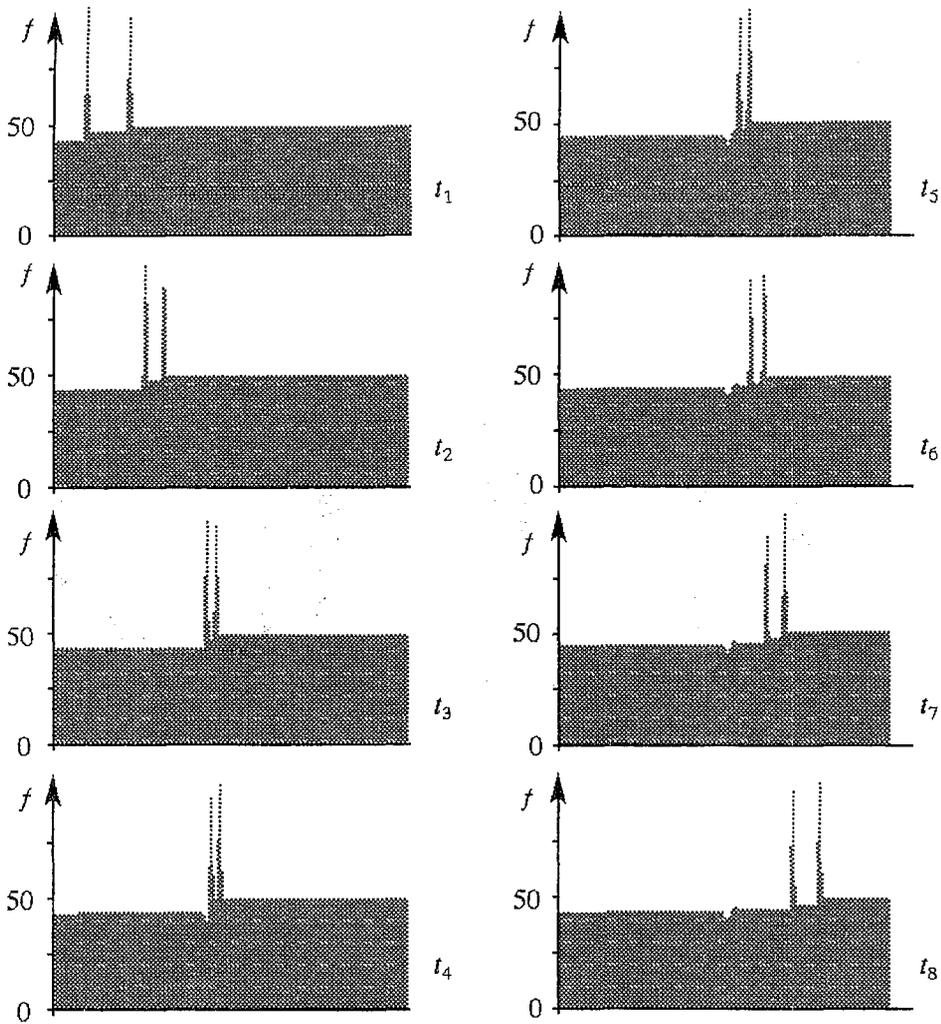


Рис. 8. Столкновение двух солитонов; $t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < t_5 < t_6 < t_7 < t_8$

не дает исчерпывающего описания системы, но наглядно представляет процесс прохождения солитона через точку с фиксированной координатой (рис. 9). На основании диаграммы можно сделать вывод, что неподвижные точки *A* и *B* одновременно являются устойчивыми и неустойчивыми в зависимости от состояния соседей. Для более полного анализа необходима многомерная диаграмма, отражающая состояние системы в целом.

При наблюдении действия правила QUIVER на разных глубинах были выявлены и другие не менее интересные движущиеся стабильные структуры. При определенных начальных условиях можно повстречать движущуюся «ступеньку» (рис. 10, *a*). Если продифференцировать эту «сту-

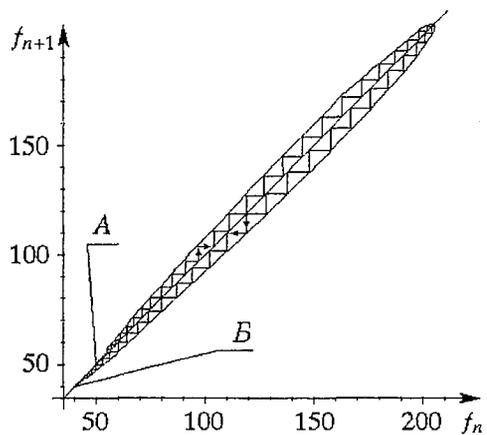


Рис. 9. Диаграмма Ламера для фиксированной точки при прохождении через нее солитона. Начальные условия для солитона: $f_0=50$; $f_{\text{воз}}=290$

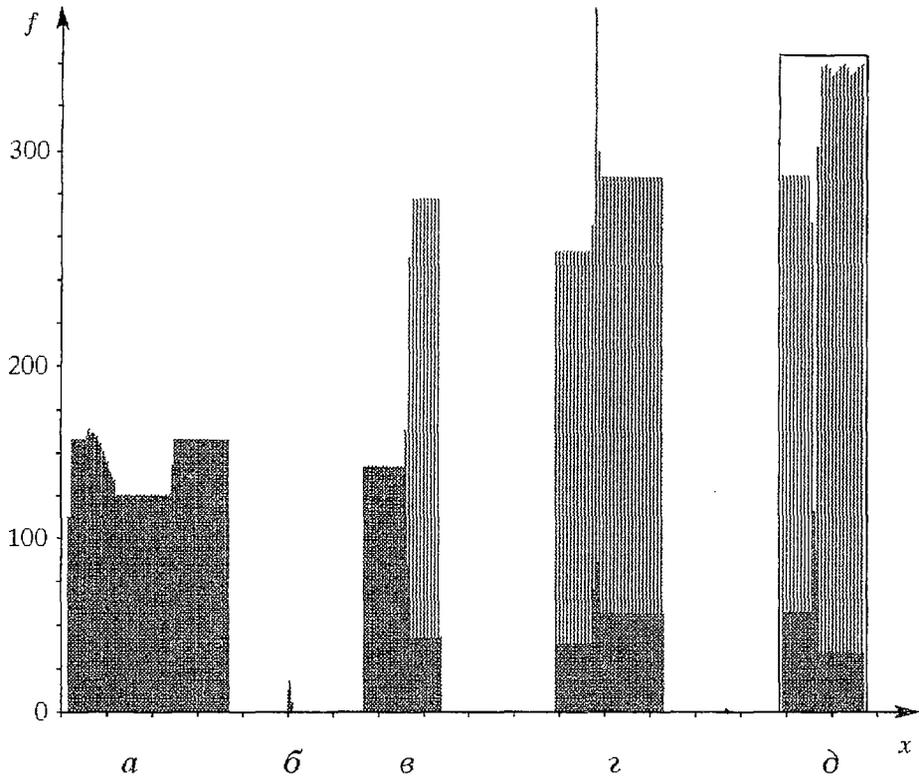


Рис. 10. Движущиеся стабильные структуры, поддерживаемые правилом QUIVER; *a* – «ступенька», *б* – дифференциальный вид «ступеньки», *в* – «частокол» (движется влево), *г* – связанная пара солитонов, *д* – пара солитон–антисолитон (движутся влево)

пеньку» (разностное дифференцирование $f_{x+1,t} - f_{x,t}$), то получится конфигурация, похожая на солитон (рис. 10, б). Еще есть структуры, движущиеся справа налево и представляющие собой фронт между равномерной глубиной и стабильным периодическим «частоколом» (рис. 10, в). Кроме того, оказалось, что «частокол» является замечательным фоном для развития на нем других структур. Так, на рис. 10, г приведена связанная пара солитонов, движущаяся вправо по подложке типа «частокол». Каждый солитон движется по своей четной или нечетной подрешетке. Так и напрашивается аналогия с фермионами: не более двух частиц в одном месте. И, наконец, связанная пара солитон – антисолитон, движущаяся влево (рис. 10, д). Фрагмент взят в рамку для того, чтобы было легче увидеть черный солитон и белый антисолитон на сером фоне. Обращает на себя внимание довольно большая длина волны ($L=10$). Эти структуры, конечно, достойны более подробного рассмотрения.

Заключение

Таким образом, построенное в данной работе правило QUIVER поддерживает достаточно широкий набор структур. Выявленные в работе конфигурации обладают возможностью:

- двигаться с большим количеством дискретных скоростей (см. рис. 3);
- изменять свое состояние движения, то есть ускоряться и тормозиться (см. рис. 6, 7);
- взаимодействовать друг с другом с изменением скоростей (см. рис. 8).

Структуры, движущиеся с различными скоростями, качественно не отличаются друг от друга и могут быть интерпретированы как один и тот же объект, изменивший свою скорость. Большое количество дискретных скоростей

позволяет рассматривать движение как «квазинепрерывное». Все это приводит к сложному и разнообразному поведению.

О возможных направлениях дальнейшей работы можно сказать следующее. Хотелось бы получить правило, обладающее свойствами правила QUIVER и при этом симметричное относительно смены направления. Оно должно быть правилом второго порядка (как правило SCARVES). Это позволило бы получить систему типа «одномерный газ». Для получения двух- и трехмерного газа необходимо правило, приводящее к появлению структур, симметричных относительно поворотов. Этого свойства не может быть в масштабах, сравнимых с шагом решетки. Но для достаточно крупномасштабных образований это свойство может наблюдаться, и чем больше структура, тем более точно. Вопрос о симметрии относительно поворотов близко связан с вопросом о появлении квадратичной метрики, да и вообще иррациональных чисел (истинных иррациональных чисел, как и других видов бесконечности в клеточном автомате быть не может). Интересные результаты можно получить, исследуя определение относительной скорости двух движущихся в абсолютной системе клеточного автомата структур при помощи третьего тела (тел). Есть проблема определения координаты частицы. Если за координату частицы принять максимальный пик дискретного солитона, то в силу неравномерного движения на длине волны (а это мы наблюдали на рис. 10,д) можно говорить о периодической плотности вероятности.

Создание и изучение искусственных миров, несомненно, приведет к более полному и глубокому пониманию мира реального. Осознание этого все чаще можно встретить в физической литературе [2, 3].

Библиографический список

1. Тоффоли Т., Марголюс Н. Машины клеточных автоматов. М.: Мир, 1991.
2. Беркович С.Я. Клеточные автоматы как модель реальности: поиски новых представлений физических и информационных процессов. М.: Издательство Московского университета, 1993.
3. Хармут Х. Применение методов теории информации в физике. М.: Мир, 1989.

ЗАО «Прецизионное оборудование»,
Саратов

Поступила в редакцию 17.02.99
после доработки 29.06.99

UNIVARIATE CELLULAR AUTOMATA SUPPORTED MOVING STRUCTURES WITH BROAD KIT OF VELOCITIES

A.N. Smolyakov

The univariate cellular automata rule, which supports strictly periodic moving structures, is obtained. These structures have broad kit of discrete velocities. They change velocity at interaction with still formation and at interaction with each other (at collisions). When changing the parameters, falling into the rule several types moving and still periodic structures were discovered.



Смоляков Александр Николаевич – родился в 1961 году в Саратове. Окончил Саратовский политехнический институт (1983). В настоящее время работает в ЗАО «Прецизионное оборудование» в должности ведущего инженера.



«ХАОТИЧЕСКАЯ ИЕРАРХИЯ» В ПРОСТОЙ МОДЕЛИ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Д.Э. Постнов, А.Г. Баланов

На базе модели с дискретным временем продемонстрирован рост ляпуновской размерности хаотического аттрактора с ростом размерности самой модели. Обсуждаются перестройки фазового портрета, сопутствующие увеличению числа неустойчивых направлений хаотического аттрактора.

Введение

Вопрос о размерности хаотического аттрактора по отношению к размерности самой динамической системы по настоящее время является одним из центральных. Известно, что для структур (цепочек или решеток) из систем с собственной хаотической динамикой можно отметить как тенденцию к развитию хаоса высокой размерности¹ (с несколькими положительными ляпуновскими показателями) [4,5], так и эффекты, связанные с ограничением размерности аттрактора (явление синхронизации [6,7], эффект «насыщения» размерности [8,9]).

Как правило, для таких структур характерен определенный тип связи, когда каждая из ячеек взаимодействует с ближайшими соседями. Однако, существует класс задач, для которого геометрия связи является принципиально иной. В задачах динамики популяций большое количество видов (переменных) сопровождается сложными и многообразными внутренними связями. Существенно, что будучи разделенной на составные элементы (достаточной размерности) такая система обычно теряет способность к хаотическому поведению. Наглядным примером подобного рода задач может служить конкуренция нескольких популяций бактерий и вирусов [10], питающихся из общего источника (рис. 1,а), что, например, исследовалось в [11,12]. Несмотря на достаточно высокую размерность модели отдельной популяции ($n=4$), ее динамика регулярна (предельный цикл либо состояние равновесия).

Однако, связь через общий поток питания S (чем больше потребляет одна популяция, тем меньше остается другим) приводит к развитию хаотических режимов. При этом в [11] было обнаружено, что добавление еще одной популяции, то есть увеличение размерности системы на 4, приводит к увеличению ляпуновской размерности на единицу.

¹ Здесь и далее мы говорим о ляпуновской размерности, оцененной по формуле Каплана – Йорка [1–3].

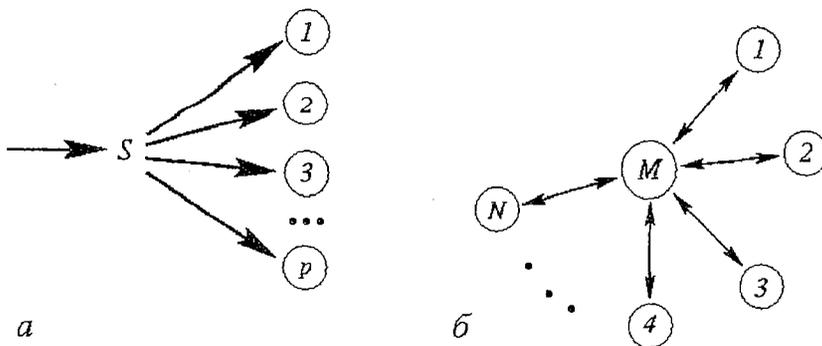


Рис. 1. *a* – несколько популяций, конкурирующих в борьбе за единственный источник питания, образуют систему осцилляторов с глобальной связью; *б* – в модели (1) каждое из уравнений моделирует осциллятор, связанный с другими через «среднее поле» M

Указанное явление было названо «хаотической иерархией» и в микробиологическом контексте рассмотренной задачи ему не было предложено объяснения. Позднее в [13] был предложен путь создания систем с подобным поведением на базе системы Ресслера, путем добавления цепочки уравнений к исходной системе. Наконец, в [14] указанная «обобщенная» система Ресслера была рассмотрена в терминах «нелинейной моды» колебаний и добавляемых к ней «линейных мод».

В данной работе мы рассматриваем явление «хаотической иерархии» с использованием N -мерной модели с дискретным временем.

Модели типа решеток из большого числа связанных отображений возникают обычно в задачах моделирования пространственно протяженной неравновесной среды [15,16]. Для таких систем характерными являются формирование структур [15,17], медленно движущиеся когерентные структуры [18] и хаотические волны [19], и другие проявления сложной динамики. Как правило, отдельный элемент-отображение в упомянутых работах обладает хаотической динамикой, что заранее предполагает возможность высокоразмерного хаоса в решетке в зависимости от соотношения собственных управляющих параметров ячеек и степени их связи между собой [20,21].

В [17] рассматривается динамика модели глобально связанных отображений окружности, в том числе, в зависимости от размерности системы N . В данной работе мы используем подобный подход применительно к несколько иной модели, которая при редукции до единственного элемента ($N=1$) не обладает сложной динамикой. То есть, развитие хаоса возможно только за счет связи, которая носит глобальный характер и осуществляется через «среднее поле» (см., например, [22] и ссылки к ней).

Мы анализируем динамику такой модели в терминах синхронного и несинхронного поведения в случае $N=3$. Затем мы обсуждаем особенности развития хаоса для $N=3,5$. Наконец, приводим результаты расчета роста ляпуновской размерности аттрактора системы по мере увеличения N , которые показывают, что наращивание системы с глобальной связью элементами, не способными к индивидуальному хаотическому поведению, тем не менее ведет к неуклонному увеличению размерности хаотического аттрактора.

1. Модель

Классическим подходом к моделированию ансамбля связанных осцилляторов является рассмотрение моделей типа так называемых отображений на торе [17,23,24]. Ниже мы используем модель этого класса в виде

$$\varphi_{n+1}^i = \varphi_n^i + \omega^i + K \sin\left\{ (2\pi \sum_{j=1}^N (\varphi_n^j - \varphi_n^i)) \right\}, \text{ mod } 1, i = 1 \dots N, \quad (1)$$

где N соответствует размерности системы (числу связанных осцилляторов), переменные ϕ^i имеют смысл их фаз, ω^i – соответствующие частоты, а коэффициент K характеризует связь.

Данная форма модели может быть получена из хорошо известного отображения окружности [25], в предположении связи осцилляторов через «среднее поле» M_n (рис. 1,б), и при переходе к нормированным на размерность системы N переменной и параметрам:

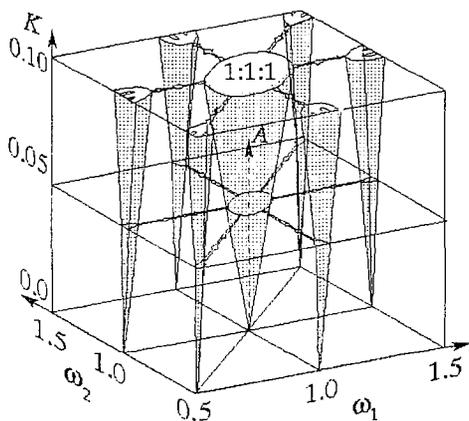
$$M_n = 1/N \sum_{i=1}^N \phi_n^i, \quad \phi_n^i = \phi^i/n, \quad \omega^i = \Omega^i/N, \quad K = k/N. \quad (2)$$

От хорошо известной модели глобально связанных отображений окружности, рассмотренной в [17], систему (1) отличает вид члена связи $\sin(2\pi \sum_{j=1}^N (\phi_n^j - \phi_n^i))$ вместо $1/(2\pi N) \sum_{j=1}^N \sin(2\pi(\phi_n^j - \phi_n^i))$, а также наличие расстройки по частотам.

2. Модель (1) с точки зрения многочастотного квазипериодического движения

При $N=1$ (отдельный элемент) модель (1) описывает равномерный рост фазы одиночного осциллятора со скоростью ω . В случае $N=2$ модель сводится к хорошо исследованному отображению окружности (см, например, [25]), которое, как известно, демонстрирует как мультистабильность (сосуществование различных режимов в фазовом пространстве), так и хаос. Рассмотрим случай $N=3$. В этом случае имеется три независимых управляющих параметра: степень связи K и соотношения частот ω^1/ω^3 , ω^2/ω^3 . В дальнейшем без ограничения общности положим $\omega^3=1$.

Охарактеризуем динамику системы, вычисляя два числа вращения²:



$$r_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} (\phi_n^1 - \phi_0^1) / \lim_{n \rightarrow \infty} (\phi_n^3 - \phi_0^3), \quad (3)$$

$$r_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} (\phi_n^2 - \phi_0^2) / \lim_{n \rightarrow \infty} (\phi_n^3 - \phi_0^3).$$

В зависимости от значения $r_{1,2}$ режимы могут быть классифицированы как синхронные (рациональное $r_{1,2}=p/q$) либо несинхронные³, независимо от того, регулярный это режим или хаотический. Ниже мы рассматриваем только сильные резонансы с $q=1,2$.

Результаты вычисления r_1, r_2 в пространстве параметров ω_1, ω_2, K приведены на рис. 2.

Рис. 2. Резонансы порядка $q=1,2$ для модели (1) при $N=3$ в пространстве трех параметров

² Для подсчета по формуле (3) условие нормировки mod 1 в (1) не применяется.

³ Согласно строгим математическим результатам, эргодический (нерезонансный) тор структурно неустойчив. Таким образом, при вариации любого параметра мы должны иметь дело с резонансом на торе сколь угодно высокого порядка, но не с эргодическим тором. Однако, с точки зрения физика (конечная точность эксперимента или численного счета, конечный уровень шума) нерезонансный тор есть реальность. Таким образом, мы вправе рассматривать резонансы не выше определенного порядка, считая все остальные слишком слабыми.

По аналогии с тем фактом, что отображение окружности моделирует движение на двумерном торе, отображение (1) при $N=3$ может рассматриваться как модель движения на трехмерном торе.

В этой интерпретации центральный конус на рис. 2 соответствует главному резонансу $r_1=1:1$, $r_2=1:1$, тогда как более узким боковым областям отвечают более слабые резонансы, включающие комбинации r_1, r_2 : $(1/1, 1/2)$, $(1/1, 3/2)$, $(1/2, 1/1)$, $(1/2, 3/2)$, $(1/2, 1/2)$, $(3/2, 3/2)$.

Заметим, что условия парциального резонанса (геометрически – двумерный тор, лежащий на поверхности трехмерного) выполняются также в узких зонах вблизи линий $\omega_1=1$, $\omega_2=1$, $\omega_1=\omega_2$. Их можно видеть на плоских срезах по K , однако сами зоны не прорисованы из соображений сохранения наглядности.

Рассмотрение рис. 2 позволяет сделать следующее заключение: отображение (1) при $N=3$ реализует в пространстве параметров структуру, которую можно трактовать как набор резонансных областей (языков Арнольда), характерный для трехчастотного квазипериодического движения. При этом расположение резонансных областей по параметрам ω_1 , ω_2 симметрично в силу симметрии уравнений (1). Естественно предположить, что случай $N=4$ соответствует четырехчастотному квазипериодическому движению и т.д.

Разумеется, с ростом размерности системы сложность и количество сосуществующих в фазовом пространстве режимов (мультистабильность) будут нарастать. Кроме того, как гласит теорема Рюэля – Такенса [26,27], движение на торе с размерностью более трех неустойчиво, и выход из зоны резонанса должен немедленно приводить к хаосу.

Однако, детальный анализ данной проблемы не входит в задачи данной работы. Ниже мы будем рассматривать события в зоне основного резонанса (путь А на рис. 2) по мере увеличения размерности модели N с точки зрения ляпуновской размерности аттрактора D_L .

3. Развитие хаоса высших порядков

Оставаясь в рамках случая $N=3$, рассмотрим эволюцию режимов вдоль пути А. Заметим, что при численном моделировании частоты ω^i выбирались с малым, но конечным различием, что соответствовало движению по параметру K вблизи от полностью симметричного случая. Таким способом из рассмотрения были исключены возможные структурно-неустойчивые режимы, обязанные своим существованием вырожденности уравнений при наличии симметрии.

Эволюция спектра ляпуновских экспонент по мере увеличения параметра связи K проиллюстрирована на рис. 3. Очевидно, что для $K < 0.19$ имеют место периодические либо ($K=0.11\dots 0.12$) квазипериодические режимы. Хаос появляется при $K=0.190$ и это «обычный» хаотический аттрактор с одним положительным ляпуновским показателем. Сигнатура [3] его спектра ляпуновских экспонент (+0-). Однако, при $K > 0.2051$ в спектре ляпуновских экспонент появляются два положительных показателя (гиперхаос) и, соответственно, ляпуновская размерность D_L достигает 3, с тем чтобы при увеличении K уже не снижаться (за исключением квазипериодического «окна» при $K \approx 0.265$).

Фазовые проекции режимов в

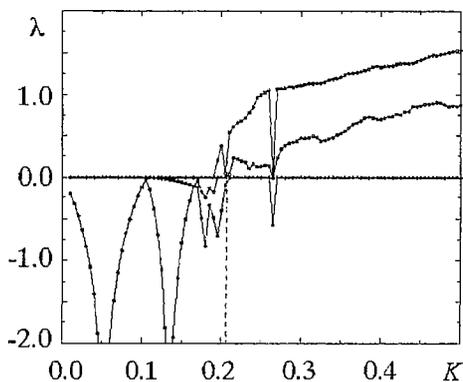


Рис. 3. Спектр ляпуновских экспонент в зависимости от силы связи для $N=3$. При $K=0.2051$ (отмечено штриховой линией) наблюдается переход к гиперхаосу

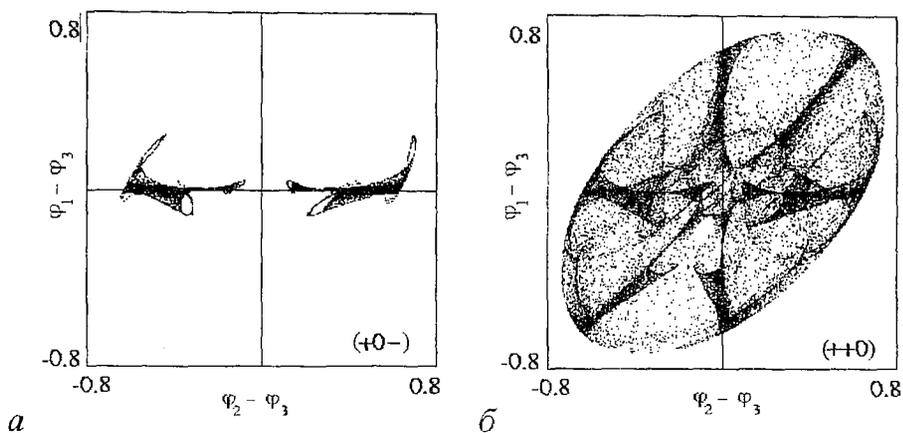


Рис. 4. Фазовые проекции для случая $N=3$. $a - K=0.2038$, хаос с одним неустойчивым направлением; $b - K=0.2056$, хаос с двумя неустойчивыми направлениями

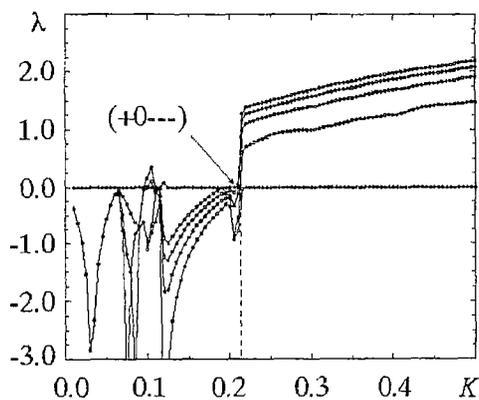


Рис. 5. Спектр ляпуновских экспонент в зависимости от параметра связи K для случая $N=5$

непосредственной окрестности перехода к гиперхаосу приведены на рис. 4. На рис. 4, a имеет место хаотический режим, локализованный в окрестности $\varphi^1 - \varphi^3 = 0$. Как показывают исследования (и как следует из соображений вращательной симметрии), подобных хаотических режимов еще как минимум два при тех же значениях параметров, они локализованы вдоль линий $\varphi^2 - \varphi^3 = 0$ и $\varphi^2 - \varphi^1 = 0$. Таким образом, при данном значении параметра K имеется как минимум три сосуществующих «локальных» хаотических аттрактора. При достижении значения $K=0.2051$ все они теряют устойчивость, сливаясь в один «глобальный» хаотический аттрактор,

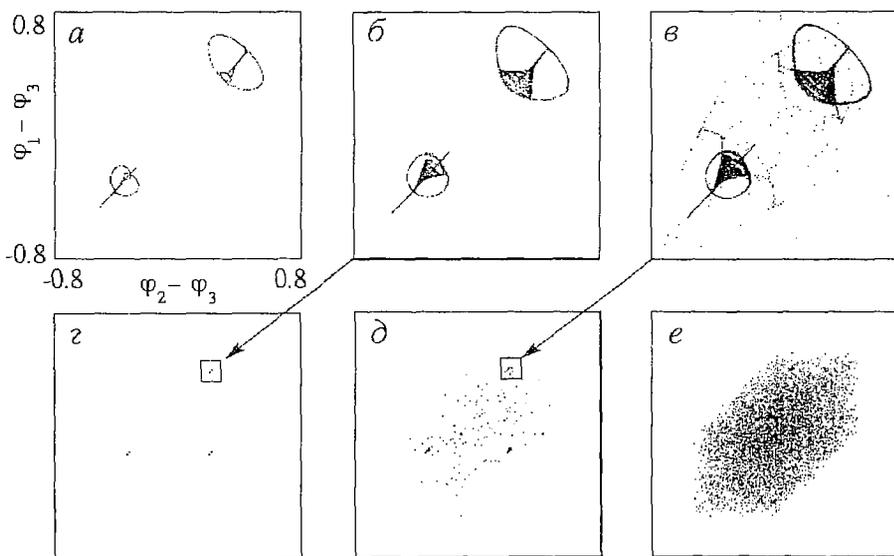


Рис. 6. Фазовые проекции для случая $N=5$. Переход к хаосу с четырьмя неустойчивыми направлениями, $K=0.2142, 0.21434$ и 0.21436 для $(z), (d)$ и (e) , соответственно; $a-v$ - увеличенное изображение для $K=0.2137, 0.2142$ и 0.21434

внутренняя структура которого напоминает звезду (рис. 4, б). Он имеет два неустойчивых направления, характеризуется сигнатурой спектра ляпуновских показателей $(++0)$ и размерностью $D_L=3$.

Таким образом, на основании исследования случая $N=3$ можно предположить, что переход к хаосу более высокой размерности проявляется себя как объединение локальных хаотических аттракторов, сосуществующих в фазовом пространстве, в единый глобальный аттрактор, охватывающий их бывшие бассейны притяжения.

Представляется полезным проверить высказанное выше предположение в случае более высокой размерности. Выберем $N=5$. Соответствующие графики для ляпуновских экспонент и перестройки фазовых проекций приведены на рис. 5 и 6. Очевидно, в области $K \approx 0.215$ наблюдается скачкообразный переход к хаотическому режиму с четырьмя неустойчивыми направлениями $(++++0)$. Однако, в узкой зоне $K=0.2137 \dots 0.2143$ ему предшествует рождение хаотического аттрактора с одним неустойчивым направлением $(+0---)$. Детали этого перехода показаны на рис. 6 в двух масштабах: *a*–*в* показывают детали эволюции локального аттрактора, тогда как *г*–*е* имеют масштаб, соответствующий глобальному хаотическому режиму.

Фазовая проекция на рис. 6, *a* соответствует квазипериодическим колебаниям при $K=0.2137$. Хорошо видны четыре замкнутые кривые. Рис. 6, *б*, *г* соответствуют хаотическому аттрактору с $(+0---)$ при $K=0.2142$. По мере роста параметра K аттрактор увеличивается в объеме и в какой-то момент касается границы своего бассейна притяжения. Подобное явление часто характеризуют как «кризис границы» (boundary crisis) [28] и оно связано с образованием гомоклинических траекторий (поверхностей). В зависимости от конкретного строения фазового пространства, траектория либо навсегда покидает область бывшего аттрактора, либо продолжает посещать эту область, демонстрируя эффекты типа перемежаемости [5,29]. На рис. 6, *в*, *д* мы наблюдаем характерные признаки второго варианта – траектория начинает переключаться с одного бывшего локального аттрактора на другой, проводя в окрестности каждого конечное время. По мере увеличения K фазовый объем заполняется более

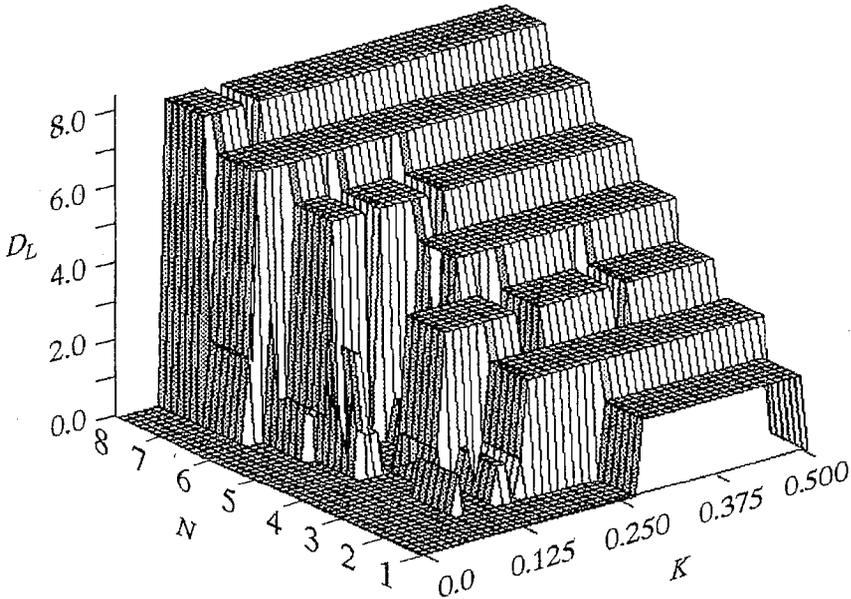


Рис. 7. «Хаотическая иерархия»: при достаточно больших K ляпуновская размерность хаотического аттрактора D_L следует за увеличением размерности системы N . При этом число неустойчивых направлений хаотического аттрактора составляет $N-1$

равномерно, однако скопления точек, соответствующие бывшим локальным аттракторам, еще остаются видимыми (рис. 6, e).

Таким образом, рассмотрение динамики отображения (1) при $N=5$ также показывает, что с ростом K имеет место переход к хаосу максимально возможной ляпуновской размерности с сигнатурой спектра ляпуновских экспонент $(+++0)$. Механизм указанного перехода связан с объединением локальных аттракторов малой размерности $(+0- - -)$ в глобальный хаотический режим, которое происходит по типу перемежаемости.

Оба случая, $N=3$ и $N=5$, рассмотренные выше, показывают, что по достижении достаточно больших значений степени связи наблюдается переход к хаотическому режиму, имеющему максимальную ляпуновскую размерность $D_L=N$. Возвращаясь к явлению «хаотической иерархии», моделирование которого и являлось задачей настоящей работы, мы приводим результаты расчета D_L для системы (1) при последовательном увеличении N от 2 до 8 (рис. 7). Вывод очевиден: максимальная ляпуновская размерность хаотического аттрактора растет в соответствии с размерностью самой системы, $D_{L\max}=N$.

Выводы

Путем численного исследования относительно простой модели с дискретным временем удалось смоделировать явление «хаотической иерархии», когда добавление каждого нового уравнения (что соответствует добавлению еще одной моды колебаний в дифференциальных системах) вызывает соответствующий прирост числа неустойчивых направлений хаотического аттрактора.

В соответствии со смыслом модели, указанные результаты могут быть интерпретированы как «многомерный аналог» хорошо изученного перехода к хаосу в области основного резонанса для отображения окружности.

В исследованных случаях переход к хаотическому режиму максимальной размерности D_L осуществлялся путем объединения ряда сосуществующих локальных хаотических аттракторов, каждый с одним неустойчивым направлением, в единый глобальный хаотический режим с $(N-1)$ неустойчивыми направлениями, что отличает наши результаты как от работ [13,14], где для дифференциальной модели было отмечено последовательное приращение числа неустойчивых направлений по мере изменения управляющего параметра, так и от аналических результатов для кольца диффузионно связанных разрывных отображений [20], где сходное поведение отмечается при вариации параметра, эквивалентного степени связи. Логично предположить, что указанные отличия связаны с рассмотренным типом связи (глобальная, через среднее поле) и с близостью такой системы к симметричной.

Работа была частично поддержана грантом РФФИ № 99-02-17732.

Библиографический список

1. Kaplan J.L., Yorke J.A. Chaotic behavior of multi-dimensional difference equations // Lect. Notes in Math. 1979. Vol. 730. P. 204.
2. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.
3. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. Механизмы возникновения, структура и свойства хаоса в радиопизических системах. М.: Наука, 1990.
4. Rössler O.E. // Phys. Lett. A. 1979. Vol. 17. P. 155;
Baier G. and Klein M. // Phys. Lett. A. 1991. Vol. 151. P. 281.
5. Anishchenko V.S., Kapitaniak T., Safonova M.A., Sosnoviseva O.V. Birth of

double-double scroll attractor in coupled Chua's circuits // Phys. Lett. A. 1994. Vol. 192. P. 207.

6. *Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Kurths J.* Synchronization in a population of globally coupled chaotic oscillators // Europhys. Lett. 1996. Vol. 34 (3). P. 165.

7. *Osipov G.V., Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Kurths J.* Phase synchronization effects in a lattice of nonidentical Rössler oscillators // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55 (3). P. 2353.

8. *Анищенко В.С., Арансон И.С., Постнов Д.Э., Рабинович М.И.* Пространственная синхронизация и бифуркации развития хаоса в цепочке связанных генераторов // ДАН СССР. 1986. Т. 286, вып.5. С. 1120.

9. *Анищенко В.С., Постнов Д.Э., Сафонова М.А.* Размерность и физические свойства хаотических аттракторов цепочки связанных генераторов // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11, вып.24. С. 1505.

10. *Levin B.R., Stewart F.M., Chao L.* Resource-limited growth, competition and predation: a model and experimental studies with bacteria and bacteriophage // American Naturalist. 1977. Vol. 111. P. 3.

11. *Baier G., Thomsen J.S., Mosekilde E.* Chaotic hierarchy in a model of competing populations // J. Theor. Biol. 1993. Vol. 163. P. 593.

12. *Mosekilde E.* Topics on nonlinear dynamics // Singapore: World Scientific, 1996.

13. *Baier G., Sahle S.* Design of hyperchaotic flows // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51. P. 2712.

14. *Meyer Th., Bunner M.J., Kittel A., Parisi J.* Hyperchaos in the generalized Rössler system // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56. P. 5069.

15. *Kaneko K.* Clustering, coding, switching, hierarchical ordering, and control in a network of chaotic elements // Physika D. 1990. Vol. 41. P. 137.

16. *Belykh V.N., Mosekilde E.* One-dimensional map lattices: Synchronization, bifurcation and chaotic structures // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. P. 3196.

17. *Kaneko K.* Globally coupled circle maps // Physika D. 1990. Vol. 54. P. 5.

18. *Willeboordze F.H.* Encoding of travelling waves in a coupled map lattice // J. of Bif. and Chaos. 1994. Vol. 4. P. 1667.

19. *Afraimovich V.S., Nekorkin V.I.* Chaos of travelling waves in a discrete chain of diffusively coupled maps // J. of Bif. and Chaos. 1994. Vol. 4. P. 631.

20. *Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д.* Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1989. С. 222.

21. *Kuznetsov S.P.* Theory and Applications of Coupled Map Lattices/ Ed. K.Kaneko. N.Y.: Wiley, 1993.

22. *Matthews P.C., Strogatz S.H.* Phase diagram for the collective behavior of limit-cycle oscillators // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 65(14). P. 1701.

23. *Baesens C., Guckenheimer J., Kim S., MacKay R.S.* Three coupled oscillators: mode-locking, global bifurcations and toroidal chaos // Physika D. 1991. Vol. 49. P. 387.

24. *Grebogi C., Ott E., Yorke J.* Attractors on an N -torus: quasiperiodicity versus chaos // Physika D. 1985. Vol. 15. P. 354.

25. *Rend D., Ostlund S., Sethna J., Siggia E.D.* Universal transition from quasiperiodicity to chaos in dissipative systems // Phys. D. Vol. 8, № 3. P. 303.

26. *Ruelle D., Takens F.* On the nature of turbulence // Comm. Math. Phys. 1971. Vol. 20. P. 167; 1971. Vol. 23. P. 343.

27. *Newhouse S., Ruelle D., Takens F.* Occurrence of strange axiom A attractors near quasi-periodic flows on T^m , $m \geq 3$ // Comm. Math. Phys. 1978. Vol. 64. P. 35.

28. *Grebogi C., Ott E., Yorke J.A.* Chaotic attractors in crisis // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 1507.

29. *Анищенко В.С.* Взаимодействие странных аттракторов, перемежаемость «хаос-хаос» // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10, вып.10. С. 629.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 22.04.99
после доработки 9.11.99

«CHAOTIC HIERARCHY» IN THE MODEL MAP

D.E. Postnov, A.G. Balanov

We investigate the model that describes dynamics of global coupled oscillators. We demonstrate how the Lyapunov dimension grows with increasing numbers of interacting units. Development of additional unstable directions of chaotic attractor is traced both in the spectrum of Lyapunov exponents and in transformation of phase portraits.



Постнов Дмитрий Энгелевич в 1983 году окончил физический факультет Саратовского государственного университета по специальности «радиофизика и электроника», до 1987 года – инженер кафедры радиофизики СГУ. В 1990 году окончил аспирантуру при той же кафедре, защитив кандидатскую диссертацию «Регулярные и хаотические процессы в системах взаимодействующих нелинейных осцилляторов». С 1991 года работал старшим преподавателем кафедры радиофизики СГУ, с 1995 года занимает должность доцента на той же кафедре. Автор 34 научных работ, опубликованных в отечественной и зарубежной печати.



Баланов Александр Геннадьевич – родился в 1973 году. Окончил физический факультет СГУ (1995). С 1997 года – аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика и синхронизация хаоса. Автор более 15 научных работ.
E-mail: balanov@chaos.ssu.runnet.ru



О НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЯХ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ В РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ

Ю.И. Неймарк, А.В. Островский

Рассматриваются уточненные трехмерные дифференциальные модели ценообразования типа Вальраса, Самуэльсона, а также модель, двойственная к модели типа Самуэльсона. Проводится их качественно-численное исследование, показывающее, что наряду с устойчивым равновесием, соответствующим равенству спроса и предложения, возможны периодические изменения цены и текущих спроса и предложения, причем при нарушении устойчивости возможно как постепенное (мягкое), так и скачкообразное (жесткое) нарастание автоколебаний.

Введение

Одним из центральных вопросов математического моделирования функционирования экономической системы является вопрос о том, как формируются в ней цены на товары, услуги и труд. Для рыночной экономики принимается закон, согласно которому цена p растет, если спрос x превышает предложение y , и убывает, если предложение превышает спрос [1]. Из этого как бы следует, что цена определяется равенством спроса и предложения. Далее можно предположить наличие функциональных зависимостей $C(p)$ и $Y(p)$ спроса x и предложения y от цены p [1,2]. При этом естественно считать, что с ростом цены предложение растет, а спрос убывает. Возможны и патологические виды этих зависимостей, когда это не так [1,2], но оставим их в стороне и зададим себе вопрос: так ли уж очевидно, что из сформулированного выше закона изменения цены следует установление этой цены при равенстве спроса и предложения?

В работах [1–5] предлагались такие обоснования и уточнения того, как именно цена p приближается к своему равновесному значению p^* , определяемому из равенства

$$C(p^*) = Y(p^*). \quad (1)$$

Л.Вальрас [2] полагал, что по истечении некоторого времени новая цена p_{n+1} будет определяться через прежнюю соотношением

$$p_{n+1} = p_n C(p_n)/Y(p_n) \quad (2)$$

или в виде дифференциального уравнения

$$T\dot{p} + p = pC(p)/Y(p). \quad (3)$$

П. Самуэльсон предложил другой закон вида [6,7]

$$C(p_{n+1}) = Y(p_n), \quad (4)$$

который может быть переписан в дифференциальной форме:

$$T\dot{p} + p = C^{-1}(Y(p)). \quad (5)$$

Однако из соотношений (2) и (4) не всегда следует, что $p_n \rightarrow p^*$ при $n \rightarrow \infty$. Хотя, казалось бы, они придуманы так, чтобы удовлетворять этому условию, локальная устойчивость имеет место только при $|1 + p^*[C'(p^*) - Y'(p^*)]/Y(p^*)| < 1$ в модели (2) и $Y'(p^*) < |C'(p^*)|$ в модели (4). Кроме того, эти соотношения никак не указывают на то, как меняются спрос x и предложение y . Цель дальнейшего исследования состоит в уточнениях гипотез Вальраса и Самуэльсона, при которых указывается, как меняются x и y , а также в рассмотрении еще одной возможности, столь же логичной, как и эти две. Скорее всего, у Вальраса спрос и предложение приравниваются соответственно к $C(p)$ и $Y(p)$, а у Самуэльсона спрос и предложение поочередно отслеживают соответственно $C(p)$ и $Y(p)$. Такое рассмотрение приводит к трехмерным моделям с учетом быстроты отслеживания зависимостей x и y от p и закона ценообразования.

Сказанное никак не следует оценивать как обоснование данных моделей ценообразования, а скорее как естественное их логическое развитие, позволяющее лучше оценить их приемлемость.

1. Договоренности

В соответствии с законами спроса и предложения будем считать, что функция $C(p)$ является либо монотонно убывающей и асимптотически стремящейся к нулю при $p \rightarrow +\infty$, либо (как, например, в случае линейных функций спроса [7]) монотонно убывающей до некоторого значения $p = p_{\max}$, при котором $C(p) = 0$, и тождественно равной нулю при $p > p_{\max}$; функцию же предложения будем считать монотонно возрастающей (реально она может быть ограниченной сверху, так как выпуск продукции ограничен производственными мощностями). Обычно принимается, что функция $Y(p)$ равна нулю при $p = 0$ (считаем, что по нулевой цене производители не будут предлагать товар на рынке).

2. Модель типа Вальраса

С учетом допущений, сделанных во введении, модель типа Вальраса имеет следующий вид:

$$T_1 \dot{x} + x = C(p), \quad T_2 \dot{y} + y = Y(p), \quad T\dot{p} + p = px/y. \quad (6)$$

Здесь x и y — это текущие спрос и предложение, которые следят с некоторыми постоянными времени T_1 и T_2 за теоретическими (гипотетическими) спросом и предложением, то есть значениями функций $C(p)$ и $Y(p)$. Фазовым пространством системы (6) является первый (неотрицательный) октант пространства R^3 . В системе (6) имеется состояние равновесия $x = y = C(p^*) = Y(p^*)$, $p = p^*$ где p^* — равновесная цена, то есть цена, при которой (теоретический) спрос равен (теоретическому) предложению. (Вообще говоря, в системе существует и состояние равновесия, соответствующее нулевой цене: $x = C(0) > 0$, $y = Y(0) > 0$, $p = 0$; если это состояние равновесия существует, то оно является седловым.)

Равновесная цена локально асимптотически устойчива. В одномерной модели (3) это можно сразу увидеть, исследуя знак \dot{p} в окрестности точки $p = p^*$; так

как других состояний равновесия (кроме неустойчивой нулевой цены) нет, то равновесная цена устойчива глобально.

В двумерных моделях, которые получаются из (6), если положить постоянную времени T_1 или T_2 равной нулю (это означает, что одна из текущих величин – спрос или предложение – мгновенно повторяет соответствующую теоретическую величину), характеристический полином равен

$$\lambda^2 + A\lambda + B[p^*/C(p^*)][Y'(p^*) - C'(p^*)],$$

где в зависимости от того, какая постоянная времени (T_1 или T_2) равна нулю, величина A равна соответственно $-T^{-1}p^*C'(p^*)[C'(p^*)]^{-1}+T_2^{-1}$ или $T^{-1}p^*Y'(p^*)[C'(p^*)]^{-1}+T_1^{-1}$, а величина B равна соответственно $(TT_2)^{-1}$ или $(TT_1)^{-1}$. В силу условий, наложенных на функции $C(p)$ и $Y(p)$ (см. раздел 1), все коэффициенты полинома положительны. Предельных циклов в двумерных системах нет по критерию Дюлака (в качестве функции Дюлака берется функция $B(y,p)=B(x,p)=p^{-1}$). Следовательно, в двумерных системах равновесная цена глобально асимптотически устойчива.

В трехмерной системе (6) характеристический полином равен $a_0\lambda^3+a_1\lambda^2+a_2\lambda+a_3$, где: $a_0=1$; $a_1=(T_2)^{-1}+(T_1)^{-1}$; $a_2=(T_1T_2)^{-1}+(TT_2)^{-1}p^*Y'(p^*)[C'(p^*)]^{-1}-$
 $-(TT_1)^{-1}p^*C'(p^*)[C'(p^*)]^{-1}$; $a_3=(TT_1T_2)^{-1}p^*[C'(p^*)]^{-1}[Y'(p^*)-C'(p^*)]$. Все коэффициенты этого полинома положительны и всегда выполняется условие Рауса – Гурвица $a_1a_2-a_0a_3>0$. Следовательно, равновесная цена в трехмерной системе типа Вальбраса локально асимптотически устойчива. Как показывают компьютерные расчеты, устойчивость равновесной цены является глобальной.

3. Модель типа Самуэльсона и двойственная к ней

Модель типа Самуэльсона с учетом того, что текущие спрос и предложение отслеживают теоретические, имеет вид

$$T_1\dot{x} + x = y, \quad T_2\dot{y} + y = Y(p), \quad T\dot{p} + p = \begin{cases} C^{-1}(x), & \text{если } C^{-1}(x) \geq 0, \\ 0, & \text{если } C^{-1}(x) < 0. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь правая часть уравнения для p доопределена по непрерывности из соображений экономического смысла (неотрицательность цены).

В модели (7) *спрос подстраивается под предложение*, поэтому данная модель может использоваться для описания ситуации, когда товар реализуется целиком (например, при дефиците товара). Однако может существовать и другая ситуация, когда производство обладает достаточно хорошими возможностями для того, чтобы *предложение подстраивалось под спрос*, то есть производители могли реагировать на потребности населения в товаре. Этот случай может описываться следующей модельной системой уравнений:

$$T_1\dot{x} + x = C(p), \quad T_2\dot{y} + y = x, \quad T\dot{p} + p = Y^{-1}(y). \quad (8)$$

Система (8) является, в определенном смысле, двойственной к системе (7), поэтому назовем модель (8) *моделью, двойственной к модели типа Самуэльсона (DS-модель)*.

Как в системе (7), так и в системе (8) существует единственное состояние равновесия $x=y=C(p^*)=Y(p^*)$, $p=p^*$, соответствующее равновесной цене.

В одномерных и двумерных моделях, которые получаются из систем (7) и (8), если положить одну или две постоянные времени равными нулю, все коэффициенты характеристических полиномов в окрестности этого состояния равновесия положительны и, кроме того, предельных циклов в двумерных системах нет по критерию Бендиксона. Следовательно, в одномерных и двумерных моделях равновесная цена глобально устойчива.

Характеристические полиномы трехмерных систем (7) и (8) в окрестности равновесной цены имеют вид

$$\lambda_3 + (1/T_1 + 1/T_2 + 1/T)\lambda^2 + [1/(T_1T_2) + 1/(TT_1) + 1/(TT_2)]\lambda + A/(TT_1T_2), \quad (9)$$

где величина A равна $-Y'(p^*)[C'(p^*)]^{-1}$ для модели типа Самуэльсона и $-C'(p^*)[Y'(p^*)]^{-1}$ для DS-модели. Все коэффициенты полинома (9) положительны. Условие Рауса – Гурвица, согласно которому для устойчивости состояния равновесия минор 2-го порядка матрицы Гурвица должен быть положительным, с помощью несложных преобразований приводится к виду

$$A < T/T_1 + T/T_2 + T_2/T_1 + T_2/T + T_1/T_2 + T_1/T + 2 = F(T, T_1, T_2). \quad (10)$$

Так как $F(T, T_1, T_2)$ – однородная функция степени 0 от T, T_1 и T_2 , то границу области устойчивости, на которой неравенство (10) обращается в равенство, можно изобразить, например, на плоскости (T_1T^{-1}, T_2T^{-1}) , где $T, T_1, T_2 > 0$. Эта граница имеет вид замкнутой кривой, симметричной относительно биссектрисы первого квадранта плоскости (T_1T^{-1}, T_2T^{-1}) . Областью устойчивости является первый квадрант плоскости (T_1T^{-1}, T_2T^{-1}) за исключением области, ограниченной этой кривой. При увеличении положительного параметра A кривая растягивается, охватывая все большую область. При уменьшении параметра A кривая сжимается и при $A=8$ вырождается в точку (1,1), соответствующую множеству всех положительных значений T, T_1 и T_2 таких, что $T=T_1=T_2$ (рис.). При $A<8$ весь первый квадрант плоскости (T_1T^{-1}, T_2T^{-1}) является областью устойчивости состояния равновесия. Отсюда получаем условие устойчивости состояний равновесия (равновесных цен) в дифференциальной модели типа Самуэльсона и в DS-модели при любых (положительных) значениях постоянных времени:

если p^ – равновесная цена, то при выполнении неравенства $A<8$, где величина A есть $-Y'(p^*)[C'(p^*)]^{-1}$ для модели типа Самуэльсона и $-C'(p^*)[Y'(p^*)]^{-1}$ для DS-модели, состояние равновесия, соответствующее равновесной цене, локально асимптотически устойчиво при любых (положительных) значениях постоянных времени T, T_1 и T_2 .* (11)

Если значения параметров T, T_1 и T_2 изменяясь, пересекают границу области устойчивости и выходят из нее, то происходит бифуркация Андронова – Хопфа [8,9], и состояние равновесия теряет устойчивость. Как показывают компьютерные расчеты, при этом возникает (даже в случае линейных функций спроса и предложения, которые на самом деле являются кусочно-линейными) глобально устойчивый предельный цикл, амплитуда которого возрастает с

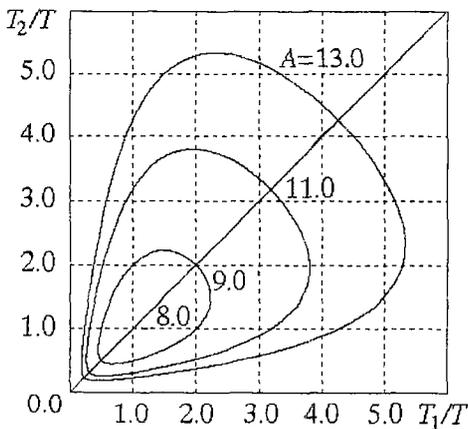


Рис.

увеличением A , причем в зависимости от конкретных функций спроса и предложения амплитуда колебаний может возрастать непрерывно от нуля или сразу от некоторого конечного значения, что соответствует *мягкому* и *жесткому* возбуждению автоколебаний [8,9]. В случае линейных функций спроса и предложения автоколебания всегда возникают жестко, так как на бифуркационной границе состояния равновесия является центром. При нелинейных функциях спроса и предложения колебания могут возникать как мягко, так и жестко (жесткое возбуждение автоколебаний связано в этом случае с одновременным существованием устойчи-

вого состояния равновесия и устойчивого предельного цикла конечной амплитуды, между которыми находится седловой предельный цикл, сливающийся на бифуркационной границе с состоянием равновесия). Например, если в модели типа Самуэльсона взять $C^{-1}(x)=1-x^2$, то при $Y(p)=kp^2$ колебания возникают мягко, а при $Y(p)=kp^{0.3}$ – жестко. В DS-модели в случае $C(p)=1-p^2$ при $Y^{-1}(y)=ky^2$ колебания возбуждаются мягко, а при $Y^{-1}(y)=ky^{0.3}$ – жестко.

Для «линейных» функций спроса и предложения в случае существования предельного цикла можно установить соотношения между средними за период значениями \bar{x} , \bar{y} и \bar{p} фазовых переменных x , y и p и равновесными значениями x^* , y^* и p^* в модели типа Самуэльсона. Именно:

пусть функция $C^{-1}(x)$ есть $(a-x)b^{-1}$ при $x \leq a$ и 0 при $x > a$, а функция $Y(p)$ есть kp (или kp при $p \leq p_n$ и kp_n при $p > p_n$, где $p_n > 0$ – некоторая цена насыщения). Пусть состояние равновесия неустойчиво и в системе (7) существует устойчивый предельный цикл. Тогда $\bar{x} > x^$, $\bar{y} > y^*$ и $\bar{p} > p^*$.*

Действительно, если $p^* > p_n$, то $Y'(p^*)=0$, и в силу условия (11) состояние равновесия является устойчивым. Следовательно, неустойчивость состояния равновесия может иметь место только при $p^* < p_n$. В этом случае равновесные значения фазовых переменных равны

$$x^* = y^* = (b+k)^{-1}ak, \quad p^* = (b+k)^{-1}a. \quad (12)$$

Пусть τ – период автоколебаний. Так как область $x < a$ является областью линейности системы (7), то в течение некоторой части периода колебаний изображающая точка, двигаясь по предельному циклу, должна находиться в области $x > a$, в которой $(a-x)b^{-1} < 0$. С учетом этого факта из уравнения для \dot{p} следует, что для предельного цикла имеет место неравенство

$$\tau^{-1} \int_0^\tau p dt > \tau^{-1} \int_0^\tau [(a-x)b^{-1} - p] T^{-1} dt. \quad (13)$$

Кроме того, значение переменной p в течение некоторой части периода колебаний может, вообще говоря, находиться в области $p > p_n$, в которой $kp > kp_n$.

С учетом этого обстоятельства из уравнения для \dot{y} следует, что

$$\tau^{-1} \int_0^\tau y dt \leq \tau^{-1} \int_0^\tau (kp - y) T_2^{-1} dt. \quad (14)$$

На предельном цикле средние за период значения фазовых скоростей (производных по времени от фазовых переменных) равны нулю. Отсюда, беря средние значения от правых частей уравнений системы (7), используя линейность интеграла и неравенства (13) и (14), получаем следующие соотношения для средних значений:

$$\bar{y} - \bar{x} = 0, \quad \bar{kp} - \bar{y} \geq 0, \quad (a - \bar{x})b^{-1} - \bar{p} < 0,$$

откуда с учетом (12) получаем, что $\bar{x} > x^*$, $\bar{y} > y^*$ и $\bar{p} > p^*$.

Такие же соотношения имеют место и для DS-модели.

Для многих нелинейных функций спроса и предложения вычислительный эксперимент показывает, что если существует предельный цикл, то средние значения фазовых переменных также превосходят равновесные, причем по мере увеличения параметра A разности между средними и равновесными значениями увеличиваются. Однако средние значения текущего спроса и текущего предложения всегда равны между собой, так как из уравнения для \dot{x} в модели типа Самуэльсона и из уравнения для \dot{y} в DS-модели после взятия средних значений от обеих частей каждого из этих уравнений получаем: $\bar{x} - \bar{y} = 0$.

4. Соотношения фаз в случае возникновения колебаний

Как показывают результаты компьютерного моделирования, в случае возникновения колебаний (как затухающих, так и незатухающих) фазовые соотношения между переменными различны в разных моделях. Если обозначить знаком « \langle » предшествование (опережение) по фазе, то эти соотношения имеют вид: $x \langle p \langle y$ в модели типа Вальраса, $p \langle y \langle x$ в модели типа Самуэльсона и $x \langle y \langle p$ в DS-модели.

Выводы

В работе рассмотрены три различных механизма ценообразования, один из которых – модель типа Вальраса – основан на приравнивании денежных потоков, а два других – модель типа Самуэльсона и DS-модель – на приравнивании товарных потоков. Если в модели типа Вальраса равновесная цена оказывается глобально устойчивой, то динамика рынка, развивающегося по сценарию типа Самуэльсона или по DS-сценарию, отличается большим разнообразием вариантов: здесь могут возникать автоколебания, причем их возбуждение может быть как мягким, так и жестким. Динамика рынка в данных моделях определяется видом конкретных функций спроса и предложения, а также значениями постоянных времени, характеризующих реакцию экономических субъектов на изменения в состоянии рынка. В случае возникновения колебаний в разных моделях имеют место различные фазовые соотношения между переменными.

Библиографический список

1. Макконнелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс: принципы, проблемы и политика. Пер. с англ. М.: Республика, 1992. Т. 1 и 2.
2. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996.
3. Моршица М. Равновесие, устойчивость, рост (многоотраслевой анализ) / Пер. с англ. под ред. В.Л.Макарова. М.: Наука, 1972.
4. Машина М.В. Экономическая азбука. М.: МИРОС – Международные отношения, 1995.
5. Курс экономической теории. Общие основы экономической теории, микроэкономика, макроэкономика, переходная экономика: Учебное пособие/ Руководитель авт. колл., науч. ред. проф. А.В.Сидорович. М.: МГУ; Изд-во «ДИС», 1997.
6. Самуэльсон П. Экономика/ Пер. с англ. М.: МГП «Алгон», ВНИИСИ, 1992. Т. 2.
7. Стронгин П.Р. Независимые производители и независимые посредники на рынке стандартизованного товара // Вест. ННГУ. Математическое моделирование и оптимальное управление. 1997. Вып. 17. С. 160.
8. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959.
9. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 25.05.99
после доработки 11.11.99

ON SOME MODELS OF PRICE FORMING IN MARKET ECONOMY

Yu.I. Neimark, A.V. Ostrovsky

Elaborated 3-dimensional price forming differential models of Walras and Samuelson types and a model which is dual to Samuelson-type model are under consideration in this work. These models are investigated by means of qualitative and numerical methods, and this investigation shows that the equilibrium point where the demand is equal to the supply may lose its stability and auto-oscillations may appear. Excitation of auto-oscillations may be hard or soft (smooth).



Неймарк Юрий Исаакович – доктор технических наук, профессор Нижегородского государственного университета, академик РАН, Соросовский профессор, член Национального комитета по теоретической и прикладной механике, лауреат премий А.А.Андропова и Н.Винера. Автор 8 монографий и более 400 работ по теории колебаний, теоретической механике, теории управления и др.



Островский Артем Виленович – родился в Горьком в 1974 году. Аспирант факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета. Область научных интересов – математическое моделирование (главным образом в экономике и социальной сфере) с использованием методов нелинейной динамики. Автор 3 публикаций.



ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ синхронизации хаотических отображений

П. В. Куццов

Приведен анализ задачи о синхронизации хаотических систем при наличии двух типов связи – инерционной и диссипативной. В отличие от обычно рассматриваемой ситуации, когда присутствует только один тип связи, развиваемый в статье подход позволяет наблюдать все известные типы устойчивости синхронного режима – сильную и слабую устойчивость, сильную и слабую неустойчивость. В качестве примера рассмотрена синхронизация двух обобщенных отображений тента.

В последнее время большое внимание исследователей привлекает эффект синхронизации связанных хаотических систем [1–5], представляющий значительный интерес как для теоретической, так и для прикладной науки. На основе этого эффекта разработаны новые средства передачи конфиденциальной информации [6, 7]. Исследование синхронизации хаотических систем привело к открытию таких явлений как On–Off перемежаемость [8] или клокочущий (bubbling) аттрактор [9] и пористый (riddled) бассейн притяжения [10, 11].

В работе [12] на основании PГ–анализа связанных систем, демонстрирующих переход к хаосу через удвоения периода, было предложено ввести в рассмотрение два типа связи – инерционный и диссипативный. Эту идею можно использовать и при более общей постановке задачи, не апеллируя ни к PГ–анализу, ни к конкретному типу динамики составляющих систему элементов.

В литературе чаще всего исследуется синхронизация при наличии одной только инерционной связи. Мы рассмотрим ситуацию, когда хаотические системы взаимодействуют по двум каналам связи. Один канал отвечает за инерционную, а другой за диссипативную связь. Каждый тип связи характеризуется своим параметром, так что задача становится двухпараметрической. При таком подходе оказывается возможным вскрыть более полную картину динамического поведения связанных систем и реализовать разнообразные варианты синхронизации.

Рассмотрим два идентичных нелинейных отображения

$$u_{n+1} = f(u_n), \quad v_{n+1} = f(v_n). \quad (1)$$

На рис. 1, а приводится схема, иллюстрирующая их последовательные итерации. Пусть теперь введена связь, так что после каждой итерации обе подсистемы обмениваются информацией о своих предшествующих состояниях (рис. 1, б). Взаимодействие происходит в обход нелинейности и, следовательно, сохраняет информацию о прошлых состояниях системы. Этот тип связи естественно назвать инерционным. Связь другого типа осуществляется, когда на каждой итерации

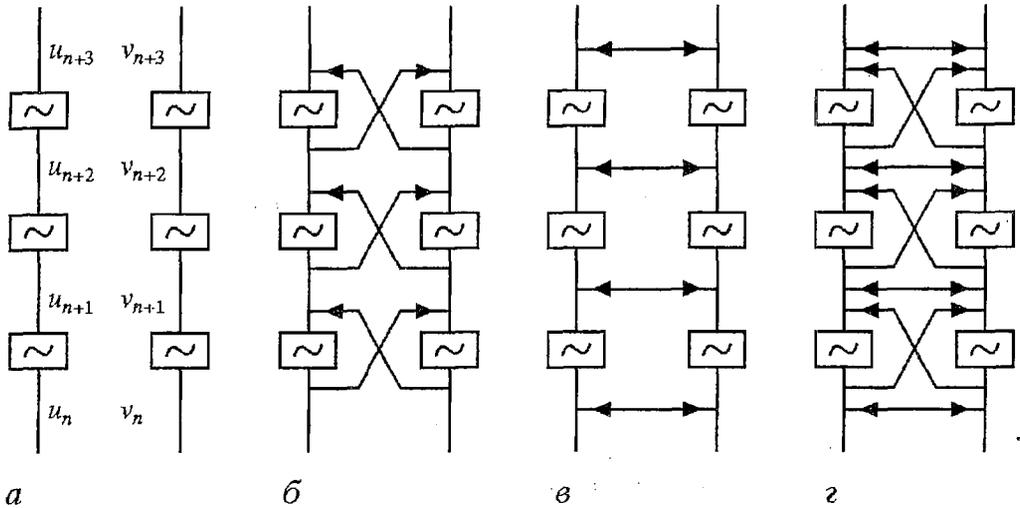


Рис. 1. Различные способы введения связи между отображениями (1): а – связи нет; б – инерционная связь; в – диссипативная связь; г – комбинированная связь (рисунок взят из [12])

подсистемы обмениваются информацией о своих текущих состояниях (рис. 1, в). Это способствует выравниванию состояний и приводит к потере информации о прошлом. Поэтому такую связь естественно назвать диссипативной. Мы можем рассмотреть также случай, когда присутствуют оба типа связи (рис. 1, г), при этом уравнения, описывающие динамику связанных систем, представляются в виде

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= f(u_n) + \varepsilon_i(v_n - u_n) + \varepsilon_d(f(v_n) - f(u_n)), \\ v_{n+1} &= f(v_n) + \varepsilon_i(u_n - v_n) + \varepsilon_d(f(u_n) - f(v_n)), \end{aligned} \quad (2)$$

где ε_i и ε_d – параметры инерционной и диссипативной связи, соответственно.

Можно заметить, что динамика системы (2) инвариантна относительно преобразования параметров связи

$$\varepsilon_i \rightarrow -\varepsilon_i, \quad \varepsilon_d \rightarrow 1 - \varepsilon_d. \quad (3)$$

Следовательно, плоскость параметров $(\varepsilon_i, \varepsilon_d)$ обладает симметрией. В этом можно убедиться, если подставить (3) в (2) и принять во внимание, что подсистемы идентичны друг другу. Центром симметрии является точка

$$\varepsilon_i = 0, \quad \varepsilon_d = 1/2. \quad (4)$$

Если начальные состояния подсистем точно совпадают, $u_0 = v_0$, то наличие связи не сказывается на динамике, и система демонстрирует синхронный режим $u_n = v_n$. При этом в фазовом пространстве на линии $u = v$ существует симметричный аттрактор, структура которого идентична структуре аттрактора частичного отображения (1).

В точке симметрии (4) система (2) преобразуется к виду

$$u_{n+1} = [f(u_n) + f(v_n)]/2, \quad v_{n+1} = [f(u_n) + f(v_n)]/2,$$

и с очевидностью после первой же итерации переходит в режим синхронизации, причём аттрактор синхронного режима в этом случае имеет в определённом смысле наибольшую устойчивость. Поэтому точку плоскости параметров с координатами (4) будем называть точкой сверхустойчивой синхронизации.

Введём новые переменные x и y , характеризующие, соответственно, симметричную и антисимметричную компоненты движения системы (2)

$$x_n = 1/2(u_n + v_n), \quad y_n = 1/2(u_n - v_n). \quad (5)$$

В новых переменных уравнения (2) принимают вид

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 1/2[f(x_n+y_n) + f(x_n-y_n)], \\ y_{n+1} &= (1/2 - \varepsilon_d) [f(x_n+y_n) - f(x_n-y_n)] - 2\varepsilon_i y_n. \end{aligned} \quad (6)$$

Если антисимметричная компонента мала, то в линейном приближении по y можно записать

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= f(x_n), \\ y_{n+1} &= y_n [f'(x_n)(1 - 2\varepsilon_d) - 2\varepsilon_i]. \end{aligned} \quad (7)$$

Отсюда видно, что при малых y движение на симметричном аттракторе описывается парциальным отображением.

Под устойчивостью режима синхронизации естественно понимать устойчивость симметричной траектории ($u=v$ или $y=0$) по отношению к малому поперечному возмущению, описываемому переменной y . Если возмущение затухает, то есть $|y|$ уменьшается, то происходит синхронизация, и напротив, с ростом поперечного возмущения синхронный режим разрушается. В качестве характеристического признака устойчивости можно использовать поперечный ляпуновский показатель

$$\lambda_{\perp} = 1/N \sum_{n=1}^N \ln |f'(x_n)(1 - 2\varepsilon_d) - 2\varepsilon_i|, \quad (8)$$

где x_1, x_2, \dots, x_N — N точек симметричной траектории. Когда поперечный ляпуновский показатель меньше нуля, то малые перпендикулярные возмущения затухают и траектория является устойчивой.

Зафиксируем параметр диссипативной связи, положив $\varepsilon_d = 1/2$, а инерционную связь будем изменять. При таком выборе ε_d поперечный ляпуновский показатель λ_{\perp} является однозначной функцией параметра ε_i и не зависит от вида парциальных отображений. Приравнявая λ_{\perp} к нулю, находим, что все симметричные траектории поперечно устойчивы и система находится в режиме синхронизации, когда

$$-1/2 < \varepsilon_i < 1/2. \quad (9)$$

В точке сверхустойчивой синхронизации (4) λ_{\perp} стремится к минус бесконечности.

Рассмотрим теперь чистую диссипативную связь, то есть положим $\varepsilon_i = 0$. В этой ситуации потеря симметричными траекториями поперечной устойчивости происходит, когда ε_d удовлетворяет уравнению

$$\ln |1 - 2\varepsilon_d| = -\lambda_{\parallel}, \quad (10)$$

где $\lambda_{\parallel} = 1/N \sum_{n=1}^N \ln |f'(x_n)|$ — продольный ляпуновский показатель траектории.

Чтобы отыскать в общем случае значения параметров ε_i и ε_d , при которых поперечный ляпуновский показатель λ_{\perp} обращается в нуль, удобно сделать замену

$$\varepsilon_d = (1 - r \cos 2\pi\phi)/2, \quad \varepsilon_i = -(r \sin 2\pi\phi)/2, \quad (11)$$

где $r > 0$, $0 \leq \phi < 1$. Подставив (11) в (8), получим, что $\lambda_{\perp} = 0$ при

$$r = [\prod_{n=1}^N |f'(x_n) \cos 2\pi\phi + \sin 2\pi\phi|]^{-1/N}. \quad (12)$$

Сценарий возникновения и разрушения синхронного режима существенным образом зависит от структуры симметричного аттрактора. Если аттрактор является неподвижной точкой или циклом, то, как видно из формулы (8), в зависимости от величины связи он может быть либо устойчивым ($\lambda_1 < 0$), либо неустойчивым ($\lambda_1 > 0$).

Значительно более сложная ситуация имеет место, если симметричный аттрактор является хаотическим. В этом случае при различных значениях параметров связи возможны четыре типа поведения [13].

1. *Сильная устойчивость.* Все траектории на аттракторе являются устойчивыми к поперечным возмущениям, $\lambda_1 < 0$. Аттрактор имеет однородный бассейн притяжения, то есть всегда можно отыскать такую окрестность аттрактора, все точки которой притягиваются к нему.

2. *Слабая устойчивость.* Хотя в среднем аттрактор является устойчивым, то есть для типичной траектории $\lambda_1 < 0$, однако существуют траектории, покидающие аттрактор при малом поперечном возмущении. Бассейн притяжения такого аттрактора имеет фрактальную структуру и называется пористым (riddled): в окрестности каждой его точки существует множество ненулевой меры, точки которого не принадлежат бассейну [10,11]. Аттрактор с пористым бассейном называют слабым в смысле определения, данного Милнором [14]. Существование пористого бассейна может быть объяснено наличием инвариантных множеств, вложенных в симметричный хаотический аттрактор – неподвижных точек, циклов, канторовых множеств и т. д., неустойчивых по отношению к возмущениям, не нарушающим симметрию [15]. Поперечная устойчивость этих множеств характеризуется ляпуновским показателем (8) и зависит от параметров связи. Как только теряет устойчивость хотя бы одно инвариантное множество, появляются траектории, которые могут проходить сколь угодно близко к аттрактору и, тем не менее, не притягиваться к нему. В результате бассейн притяжения становится пористым.

3. *Слабая неустойчивость.* Этот тип поведения возникает, когда аттрактор в среднем неустойчив, $\lambda_1 > 0$, но не все вложенные инвариантные множества потеряли поперечную устойчивость. Это приводит к возникновению On-Off перемежаемости, которая характеризуется чередованием всплесков хаотических колебаний антисимметричной компоненты и возвратов траектории в окрестность аттрактора [8]. Такой аттрактор называют клокочущим (bubbling) [9].

4. *Сильная неустойчивость.* Этот тип поведения имеет место, когда $\lambda_1 > 0$ и все вложенные инвариантные множества неустойчивы относительно поперечных возмущений.

Таким образом, потеря симметричным хаотическим аттрактором поперечной устойчивости происходит не при строго определённых значениях параметров. Эта бифуркация «размазана» по пространству параметров, занимает в нем определённую область («ползучая бифуркация», по образному выражению А.И. и Н.К. Рахмановых [16]).

Рассмотрим обобщённое отображение тента, которое описывается уравнением

$$x_{n+1} = px_n + (l-p)(|x_n + 1/l| - |x_n - 1/l|)/2 \quad (13)$$

(рис. 2). Параметры l и p регулируют наклон графика отображения к оси абсцисс в точке $x=0$ и в точках $|x|=1$, соответственно. Свойства отображения (13) обсуждаются в работах [17–19]. Когда параметры удовлетворяют неравенствам

$$l > 1, \quad -2l/(l-1) < p \leq -l/(l-1), \quad (14)$$

то отображение имеет хаотический аттрактор, занимающий интервал $[-1,1]$. Если же

$$l > 1, \quad -l/(l-1) < p \leq -1, \quad (15)$$

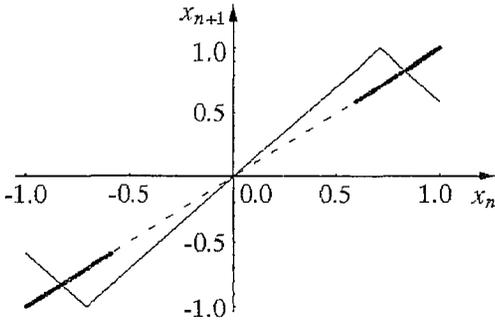


Рис. 2. Отображение (13) при $l=-p=2^{1/2}$. На диагонали отложены точки двух симметрично расположенных хаотических аттракторов этого отображения

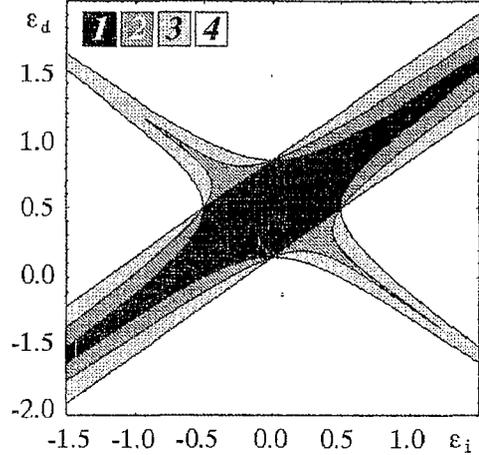


Рис. 3. Карта синхронизации системы двух связанных отображений (13). Цифрами обозначены различные типы синхронной динамики: 1 – сильная устойчивость; 2 – слабая устойчивость; 3 – слабая неустойчивость; 4 – сильная неустойчивость

то на интервале $[-1,1]$ существуют два хаотических аттрактора, которые расположены симметрично относительно нуля. Далее полагаем, что параметры имеют значения $l=-p=2^{1/2}$ (см. рис. 2).

Задача о синхронизации двух отображений тента, связанных только одним каналом связи, уже изучалась в литературе. В работе [16] исследован случай, когда между этими отображениями имеется чистая диссипативная связь, а в статье [13] рассматривалась синхронизация при наличии только инерционной связи. Мы обсудим синхронизацию при наличии как инерционной, так и диссипативной связи.

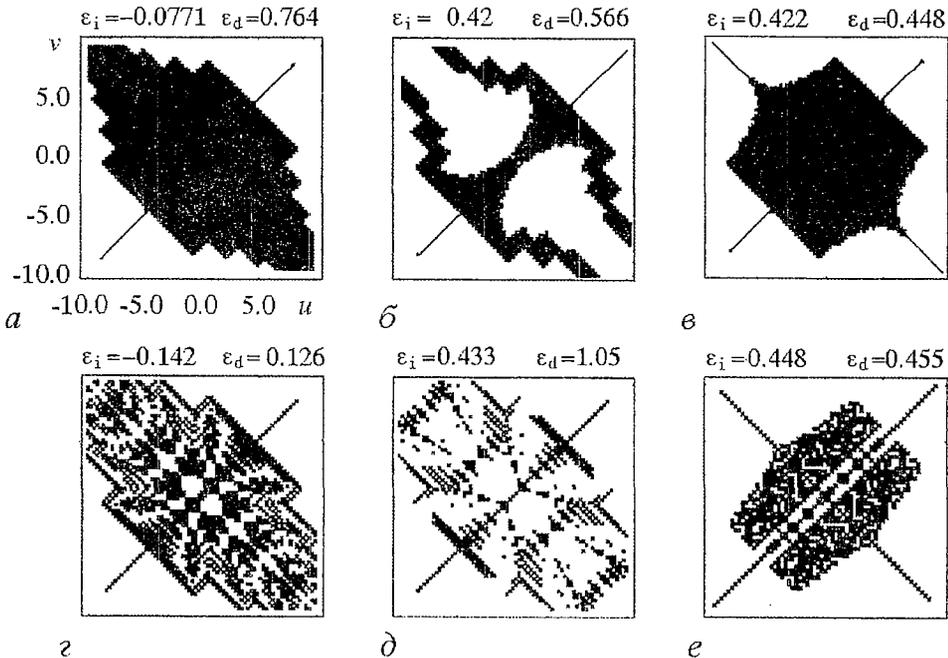


Рис. 4. Бассейны притяжения симметричного аттрактора системы двух связанных отображений (13). Диаграммы (а-е) в верхнем ряду получены для случая сильной устойчивости. На диаграммах нижнего ряда (г-е) изображены пористые бассейны аттрактора, имеющего слабую устойчивость

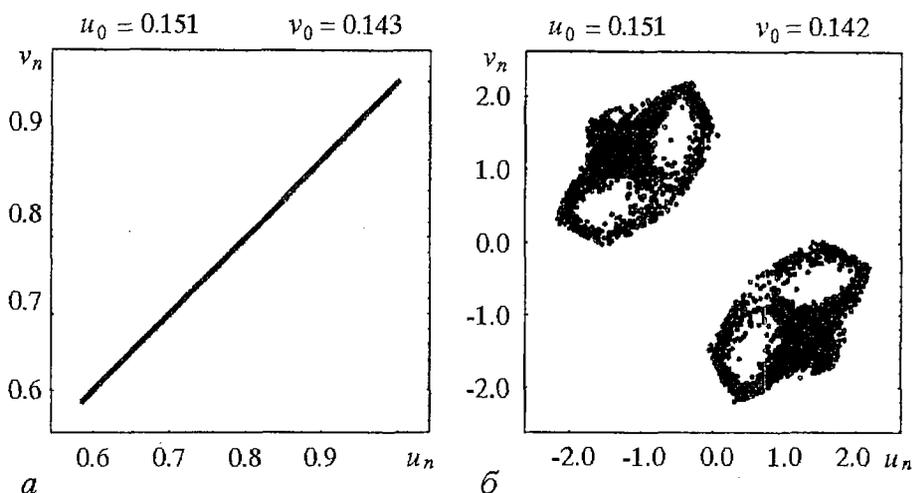


Рис. 5. Аттрактор системы двух связанных отображений (13) при $\epsilon_i=0.433$, $\epsilon_d=1.050$ (режим слабой устойчивости). При построении диаграмм (а) и (б) выбраны разные стартовые точки (u_0, v_0)

Рассмотрим систему (2), когда парциальные подсистемы задаются отображением (13). Руководствуясь приведёнными выше определениями, построим на плоскости параметров связи (ϵ_i, ϵ_d) карту синхронизации, на которой отобразим четыре области, соответствующие различным типам синхронного поведения. Для этого численно определим расположение неподвижных точек и циклов, вложенных в симметричный аттрактор рассматриваемой системы (ограничимся циклами с периодом, меньшим 20). Затем, используя формулу (12), для симметричного аттрактора и вложенных в него циклов построим на плоскости параметров линии потери поперечной устойчивости и по расположению этих линий выделим искомые области.

Карта синхронизации (рис. 3), обладает симметрией с центром в точке сверхустойчивой синхронизации (4). Через центр симметрии можно провести три прямые, двигаясь вдоль которых, нельзя наблюдать типичную картину динамических эффектов. Две из них, $\epsilon_d=1/2$ и $\epsilon_i=0$, не проходят через области слабой устойчивости и слабой неустойчивости. (Напомним, что существование линии $\epsilon_d=1/2$ обусловлено устройством системы (2) и не зависит от свойств парциальных отображений). Третья линия никогда не покидает область сильной устойчивости.

Обсудим поведение системы в различных областях карты синхронизации.

Сильная и слабая устойчивость. На рис. 4, а-в построены бассейны притяжения симметричного аттрактора, обладающего сильной устойчивостью. Порисованные бассейны, отвечающие слабой устойчивости, представлены на рис. 4, г-е. Видно, что из-за наличия пор имеются точки вблизи симметричного аттрактора, которые им не притягиваются. Это иллюстрирует рис. 5, где показано, как в режиме слабой устойчивости две траектории, испущенные из близких к симметричному аттрактору и друг к другу точек, демонстрируют качественно различное поведение. На диаграмме (а) в системе возникает режим синхронизации, а на диаграмме (б) траектория приходит к хаотическому аттрактору.

Сильная и слабая неустойчивость. На рис. 6 иллюстрируется поведение антисимметричной компоненты y одной и той же, произвольно выбранной траектории при различных значениях параметров связи. Слева изображены восстановленные итерационные диаграммы, то есть зависимости y_{n+1} от y_n . Они позволяют выявить механизм, управляющий поведением компоненты y . Видно, что точки на этих диаграммах располагаются между двумя прямыми линиями. Одна из линий всегда имеет наклон больше единицы и, следовательно, отвечает за уход траектории от симметричного аттрактора. Вторая линия на диаграмме (а),

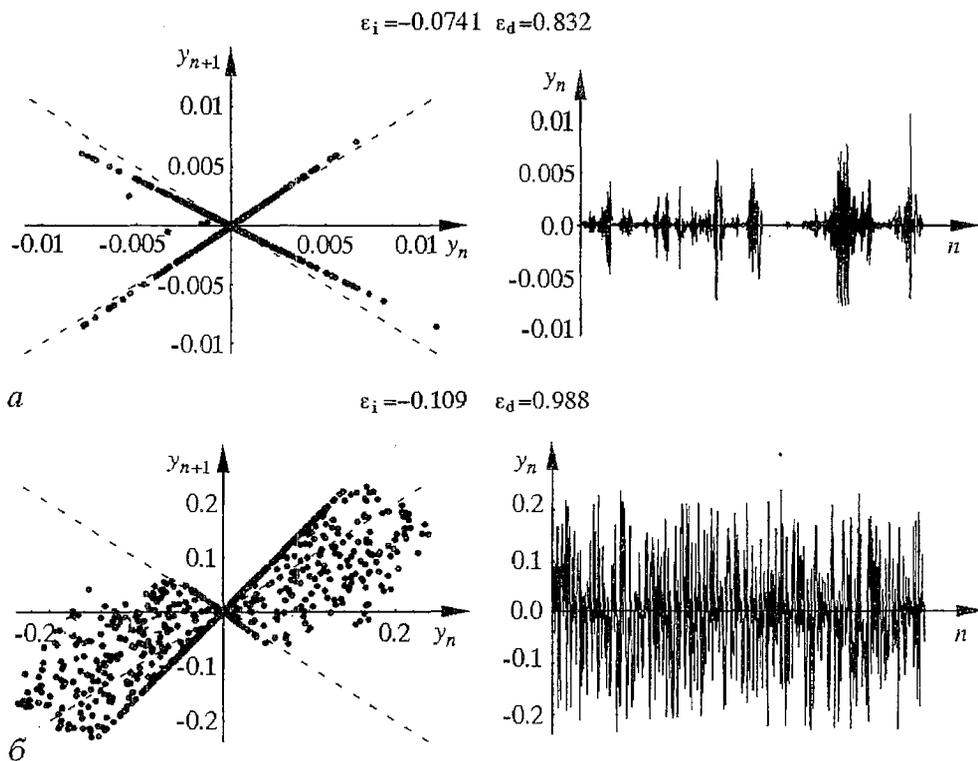


Рис. 6. Поведение антисимметричной компоненты y траектории системы двух связанных отображений (13). Стартовая точка ($u_0=0.526664, v_0=0.510808$) выбрана произвольно вблизи симметричного аттрактора. На диаграмме (а) система находится в режиме слабой неустойчивости, а на диаграмме (б) – в режиме сильной неустойчивости

построенной для режима слабой неустойчивости, имеет наклон меньше минус единицы, то есть отвечает возвращающему механизму. Возвраты траектории к симметричному аттрактору можно наблюдать также и на диаграмме справа, где построена временная зависимость компоненты y_n . Видно, что имеет место характерная для режима слабой неустойчивости On–Off перемежаемость. На диаграмме (б), иллюстрирующей режим сильной неустойчивости, наклон второй линии чуть больше минус единицы. Это означает, что возвращающий механизм не работает, и антисимметричная компонента демонстрирует хаотическое поведение.

Явление синхронизации взаимодействующих динамических систем играет большую роль в различных областях науки. Исследованию этого явления посвящено значительное количество работ, при этом обнаружено много интересных эффектов. Однако до сих пор ряд вопросов изучен недостаточно. Один из них состоит в том, сколько и каких каналов связи нужно установить между подсистемами, чтобы можно было наблюдать полную картину динамических эффектов? В теории перехода к хаосу через удвоения периода этот вопрос решается при помощи метода ренорм–группового анализа [20]. В работе [12] при помощи ренорм–группового анализа показано, что универсальной моделью для изучения перехода к хаосу двух слабо взаимодействующих подсистем с удвоениями периода является уравнение (2), где присутствуют два канала связи. В работе [21] методом ренорм–группы исследован переход к хаосу в системе двух связанных отображений окружности и показано что полная картина наблюдается при наличии трех каналов связи.

Мы рассмотрели задачу о синхронизации двух связанных хаотических систем. Как известно, они могут демонстрировать четыре основных типа синхронной динамики. В современной литературе чаще всего рассматривается ситуация, когда между подсистемами существует только один канал связи. При

этом не во всех случаях можно наблюдать все четыре типа поведения. Как показано в настоящей работе, в этом смысле полная картина возникает, если задействовать одновременно два типа связи – инерционную и диссипативную. Результаты работы дают основания полагать, что двух каналов связи достаточно и введение третьего канала никак не обогатит наблюдаемую картину.

Автор выражает признательность С.П. Кузнецову за полезное обсуждение работы и ценные замечания.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 97–02–16414.

Библиографический список

1. *Fujisaka H., Yamada T.* Stability theory of synchronized motion in coupled oscillator systems // *Prog.Theor.Phys.* 1983. Vol. 69. P. 32.
2. *Pikovsky A.S.* On the interaction of strange attractors // *Z. Phys. B.* 1984. Vol. 55. P. 149.
3. *Афрамович В.С., Веричев Н.Н., Рабинович М.И.* Общая синхронизация // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1986. Т. 29. С. 795.
4. *Pecora L.M., Carrol T.L.* Synchronization in chaotic systems // *Phys.Rev.Lett.* 1990. Vol. 64. P. 821.
5. *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Постнов Д.Е., Сафонов М.А.* // *Радиотехника и электроника.* 1991. Т. 36. С. 338.
6. *Сuomo K., Oppenheim A.V.* Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications // *Phys.Rev.Lett.* 1993. Vol. 71, № 1. P. 65.
7. *Rulkov N. F.* Images of synchronized chaos: experiments with circuits // *chaos.* 1996. Vol. 6, № 3. P. 262.
8. *Platt N., Spiegel E. A., Tresser C.* On–Off intermittency: a mechanism for bursting // *Phys.Rev.Lett.* 1993. Vol. 70, № 3. P. 279.
9. *Ashwin P., Buescu J., Stewart I.* Bubbling of attractors and synchronization of chaotic oscillators // *Phys.Lett. A.* 1994. Vol. 193. P. 126.
10. *Alexander J.C., Yorke J.A., You Z., Kan I.* Riddled basins // *Int.J.Bif.Chaos.* 1992. Vol. 2, № 4. P. 795.
11. *Ott E., Sommerer J.C.* Blowout bifurcations: the occurrence of riddled basins and on–off intermittency // *Phys.Lett. A.* 1994. Vol. 188. P. 39.
12. *Кузнецов С.П.* Универсальность и подобие в поведении связанных систем Фейгенбаума // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1985. Т. 28, № 8. С. 991.
13. *Maistrenko Yu., Kapitaniak T.* Different types of chaos synchronization in two coupled piecewise linear maps // *Phys.Rev.E.* 1996. Vol. 54, № 4. P. 3285.
14. *Milnor J.* On the concept of attractor // *Commun.Math.Phys.* 1985. Vol. 99. P. 177.
15. *Heagy J.F., Carrol T.L., Pecora L.M.* Desynchronization by periodic orbits // *Phys.Rev.E.* 1995. Vol. 52, № 2. P. R1253.
16. *Rakhmanov A.I.* On an attractor of two coupled tent maps // *Abstr. of DEBC.* Kiev, Ukraine. 1994. P. 84.
17. *Maistrenko Yu.L., Maistrenko V.L., Chua L.O.* Cycles of chaotic intervals in a time–delayed Chua’s circuit // *Int.J.Bif.Chaos.* 1993. Vol. 3, № 6. P. 1557.
18. *Maistrenko V.L., Maistrenko Yu.L., Sushko J.M.* // *Chaos and Nonlinear Mechanics* / eds. Kapitaniak T., Brindley J., World Scientific, Singapore. 1994.
19. *Nusse H.E., Yorke J.A.* Border–collision bifurcations for piecewise smooth one–dimensional maps // *Int.J.Bif.Chaos.* 1995. Vol. 5, № 1. P. 189.
20. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R.* A variety of period–doubling universality classes in multi–parameter analysis of transition to chaos // *Physica D.* 1997. Vol. 109. P. 91.
21. *Pikovsky A.S., Shekhov V.G.* Universal behaviour of two coupled circle maps // *J.Phys. A: Math Gen.* 1991. Vol. 24. P. 183.

Саратовское отделение ИРЭ РАН

Поступила в редакцию
после доработки

06.07.99
05.10.99

TWO-PARAMETER ANALYSIS OF CHAOS SYNCHRONIZATION

P.V. Kuptsov

The problem of synchronization of chaotic systems with inertial and dissipative coupling is considered. There are many investigations of one-parameter synchronization. Introducing the additional channel of coupling and respectively the second parameter of coupling gives the opportunity to observe all known types of stability of synchronized chaotic regime – strong and weak stability and strong and weak instability. As an example the two-parameter analysis of synchronization of two skew tent maps is developed.



Купцов Павел Владимирович родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского университета (1994). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1998). Область научных интересов – нелинейная динамика, теория критических явлений. Автор нескольких научных работ по этой теме.



Издательство Московского университета выпустило в свет монографию

Ерофеев В.И. Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999. 328 с. Библиогр. 500 назв. Ил. 77.
ISBN 5-211-04042-2

В монографии дается систематическое изложение современной теории распространения и взаимодействия упругих волн в твердых телах с микроструктурой. Выводятся математические модели твердых тел, учитывающие микроструктуру, геометрическую и физическую нелинейности, поврежденность, взаимодействие деформационных и магнитных полей. Изучаются различные волновые эффекты, характерные для тел с микроструктурой. Обсуждается возможность использования этих эффектов в задачах акустического зондирования материалов и элементов конструкций.

Книга предназначена для специалистов, работающих в области механики деформируемого твердого тела, в области физической и технической акустики, а также для аспирантов и студентов соответствующих специальностей.

Заказ на книгу можно оформить по адресу:

603024, Нижний Новгород, ул.Белинского, 85, НФ ИМАШ РАН, лаб.24

или по электронной почте : wvs@dynamo.nnov.ru

Цена : 10 руб. + стоимость пересылки

анонсанонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс
анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс
с анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс анонс



ДИНАМИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ И БИФУРКАЦИИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ ЧЕРЕЗ ВЗАИМНЫЕ ПЕРЕКРЕСТНЫЕ СВЯЗИ

В.П. Пономаренко, В.В. Матросов

Проведено исследование динамических состояний и бифуркационных переходов в модели двух перекрестно связанных автогенераторных систем с автоподстройкой частоты и задержки во времени. Рассмотрен случай, когда обе взаимодействующие системы индивидуально демонстрируют только регулярные режимы поведения. Обнаружено, что в зависимости от начальных рассогласований частот и задержек, степени связи через управляющие сигналы и от параметра инерционности возможно возбуждение разнообразных регулярных и хаотических режимов. Установлено расположение областей генерации различных режимов, исследованы сценарии преобразования асинхронных режимов при изменении параметров.

1. Исследованию коллективного поведения взаимосвязанных активных элементов в настоящее время уделяется большое внимание, что во многом связано с перспективностью таких систем в современных электронных и информационных технологиях. Привлекательным свойством связанных систем является их возможность демонстрировать богатую картину разнообразных динамических состояний и бифуркационных переходов при простой индивидуальной динамике парциальных элементов. Важное значение в классе связанных автоколебательных систем имеют системы взаимодействующих автогенераторов, управляемых по фазе, частоте или задержке во времени генерируемых колебаний с использованием принципа фазовой автоподстройки [1,2]. На базе систем с фазовой автоподстройкой проводится решение задач синхронизации сигналов и слежения за их изменяющимися параметрами. Кроме этого, в таких системах благодаря петлям автоподстройки и связям между парциальными системами создаются условия для возбуждения сложных колебаний, проявления эффектов динамического хаоса и управления свойствами и областями существования формируемых колебаний. В результате реализации этих условий появляются возможности для расширения функциональных возможностей систем.

В данной работе изучаются динамические режимы и бифуркации в модели двухкольцевой системы синхронизации (ДСС), объединяющей подсистемы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) и автоподстройки задержки (АПЗ), которые взаимодействуют через взаимные перекрестные обратные связи. Системы с такой структурой представляют собой схемные реализации оптимальных алгоритмов следящей оценки фазового угла $\theta(t)$ и задержки $T(t)$ псевдослучайных фазоманипулированных сигналов при когерентной обработке [3–5].

Процесс слежения выполняется путем измерения рассогласования фаз и задержек входного и опорного (формируемого управляемыми генераторами подсистем) сигналов и коррекции фазы $\theta^*(t)$ и задержки $T^*(t)$ опорного сигнала в сторону уменьшения выявленных рассогласований. Исследуемая в работе модель описывает одну из базовых структур ДСС, в которой применены статическое управление задержкой [6] и однонаправленная связь по цепям управления, через которую сигнал о фазовом рассогласовании, образующийся в петле ФАПЧ, передается в цепь автоподстройки задержки [3,7].

Уравнения динамики рассматриваемой ДСС, записанные в операторной форме ($p=d/dt$) для рассогласований $\varphi=\theta(t)-\theta^*(t)$ и $\eta=T(t)-T^*(t)$, имеют вид [3,4,7]

$$\varphi = \theta - (k_1/p)F_1(p)R(\eta)\sin\varphi, \tag{1}$$

$$\eta = T - T_0 - k_2F_2(p)[D(\eta)\cos\varphi + k_3R(\eta)\sin\varphi],$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты усиления; k_3 – степень связи через управляющие сигналы; T_0 – начальное значение параметра T ; $F_1(p)$ и $F_2(p)$ – коэффициенты передачи фильтров низких частот в цепях управления подсистем ФАПЧ и АПЗ; $R(\eta)$ и $D(\eta)$ – нелинейности, определяемые зависимостями

$$R(\eta) = \begin{cases} 1+\eta/\Delta, & -\Delta \leq \eta \leq 0 \\ 1-\eta/\Delta, & 0 \leq \eta \leq \Delta \\ 0, & |\eta| \geq \Delta, \end{cases} \quad D(\eta) = \begin{cases} -2-\eta/\Delta, & -2\Delta \leq \eta \leq -\Delta \\ \eta/\Delta, & -\Delta \leq \eta \leq \Delta \\ 2-\eta/\Delta, & \Delta \leq \eta \leq 2\Delta \\ 0, & |\eta| \geq 2\Delta, \end{cases}$$

Δ – длительность одного элемента манипулирующего сигнала. Уравнениям (1) соответствует эквивалентная структурная схема, приведенная на рис. 1. В этой схеме и в уравнениях (1) функции $\sin\varphi$ и $D(\eta)=R(\eta-\Delta)-R(\eta+\Delta)$ представляют нелинейные характеристики дискриминаторов рассогласований фаз и задержек, а функции $\cos\varphi$ и $R(\eta)$ отражают взаимодействие подсистем ФАПЧ и АПЗ через взаимные перекрестные связи: функцию $\cos\varphi$ можно интерпретировать как нелинейность, вносимую подсистемой ФАПЧ в подсистему АПЗ, а функцию $R(\eta)$ – как нелинейность, вносимую подсистемой АПЗ в подсистему ФАПЧ. Конкретный вид уравнений (1) определяется коэффициентами передачи $F_1(p)$ и $F_2(p)$.

Для случая фильтров низких частот первого порядка, которым соответствуют получаемые из (1) динамические модели с одной и полутора степенями свободы, в рассматриваемой ДСС установлены следующие стационарные режимы [7–9]: синхронный режим, который характеризуется минимальным отклонением параметров θ^* и T^* от параметров θ и T , соответственно (такому режиму в фазовом пространстве отвечает устойчивое состояние равновесия моделей); асинхронные режимы с вращением фазы и периодическими колебаниями рассогласования x и разности частот $d\varphi/dt$ относительно некоторых средних значений (таким режимам системы в фазовом пространстве моделей соответствуют устойчивые предельные циклы вращательного типа – φ -циклы). Кроме перечисленных режимов, в модели ДСС с полутора степенями свободы обнаружены явления сложной динамики [9]: петля сепаратрисы седло-фокуса с положительной седловой величиной, бифуркации удвоения периода и седло-узловых φ -циклов. В работе [10] исследованы

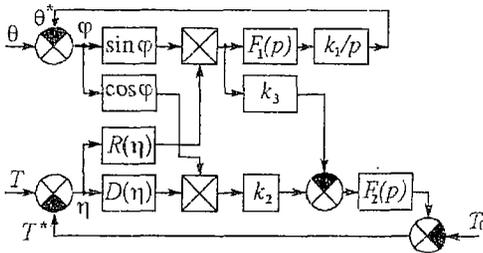


Рис. 1. Эквивалентная структурная схема ДСС

асинхронные режимы в динамической модели с двумя степенями свободы, описывающей поведение ДСС с фильтром первого порядка в петле ФАПЧ и фильтром второго порядка в петле АПЗ. Установлено, что коллективное поведение взаимосвязанных систем ФАПЧ и АПЗ в этом случае характеризуется сложными периодическими и хаотическими асинхронными режимами, невозможными в одиночных системах. Целью данной работы, продолжающей исследования [10], является более подробное изучение механизмов возбуждения и процессов развития сложных колебательных движений, свойственных модели ДСС в случае подсистем ФАПЧ и АПЗ с одной степенью свободы, которые индивидуально демонстрируют только регулярные режимы поведения.

2. В соответствии со сделанными предположениями о свойствах поведения автономных систем ФАПЧ и АПЗ рассмотрим коэффициенты передачи $F_1(p)=(1+mT_1p)/(1+T_1p)$ и $F_2(p)=1/[1+(T_2+T_3)p+T_2T_3p^2]$, где $T_{1,2,3}$ – постоянные времени, $0 \leq m < 1$. При рассматриваемых ФНЧ для автономной системы ФАПЧ характерны синхронный и периодический асинхронный режим, а в автономной системе АПЗ существует только синхронный режим. Уравнения динамики исследуемой ДСС, получаемые из уравнений (1), записываются в следующем виде [10]:

$$\begin{aligned} d\varphi/d\tau &= u - mR(x)\sin\varphi, \quad \varepsilon_1 du/d\tau = \gamma - u - (1-m)R(x)\sin\varphi, \\ dx/d\tau &= y, \quad \varepsilon_2 \varepsilon_3 dy/d\tau = \sigma - x - bD(x)\cos\varphi - \alpha R(x)\sin\varphi - (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)y, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tau = k_1 t$; $x = \eta/\Delta$; u – вспомогательная переменная; $\gamma = p\theta/k_1$ и $\sigma = (T - T_0)/\Delta$ – начальные расстройки частот и задержек; $\varepsilon_1 = k_1 T_1$, $\varepsilon_2 = k_1 T_2$ и $\varepsilon_3 = k_1 T_3$ – безразмерные постоянные времени; $b = k_2/\Delta$; $\alpha = k_3 b$. Модель (2) в силу периодичности правых частей по φ с периодом 2π является динамической системой с цилиндрическим фазовым пространством $U = (\varphi(\text{mod } 2\pi), u, x, y)$.

Движения, развивающиеся в фазовом пространстве U , зависят от восьми параметров. В данной работе основное внимание мы уделим исследованию динамических режимов, возникающих при изменении начальных расстроек γ и σ , параметра связи α и параметра инерционности ε_3 . Исследование проведено с помощью качественно-численных методов и компьютерного моделирования с использованием комплекса программ, предназначенного для исследования процессов нелинейной динамики в системах с частотным и фазовым управлением [11].

Состояния равновесия модели (2) определяются следующими соотношениями:

$$\gamma - \Phi_1(\varphi, x) = 0, \quad \sigma - \alpha\gamma - x - b\Phi_2(\varphi, x) = 0, \quad u = m\gamma, \quad y = 0,$$

где $\Phi_1(\varphi, x) = R(x)\sin\varphi$, $\Phi_2(\varphi, x) = D(x)\cos\varphi$. Когда значения параметров $\sigma, \gamma, b, \alpha$ удовлетворяют неравенствам $\sigma_1(\gamma, b, \alpha) < \sigma < \sigma_2(\gamma, b, \alpha)$, $0 \leq \gamma < 1$, где

$$\sigma_{1,2}(\gamma, b, \alpha) = \alpha\gamma \mp [1 + b\cos\varphi_0(\gamma, b)] [\sin\varphi_0(\gamma, b) - \gamma] / \sin\varphi_0(\gamma, b), \quad (3)$$

а $\varphi_0(\gamma, b)$ – минимальный корень уравнения

$$b(\gamma - \sin^3\varphi) + \gamma\cos\varphi = 0 \quad (0 < \varphi_0 < \pi/2),$$

система (2) имеет два или четыре состояния равновесия [7], из которых устойчивым может быть только состояние равновесия $A_1(\varphi_1, m\gamma, x, 0)$ с координатами φ_1 и x_1 , определяемыми из уравнений

$$\sigma - \alpha\gamma - (1 + b\cos\varphi_1)x_1 = 0, \quad \gamma - [1 - x_1 \text{sign}(\sigma - \alpha\gamma)] \sin\varphi_1 = 0.$$

Устойчивость состояния равновесия A_1 определяется корнями характеристического уравнения

$$\lambda^4 + c_1\lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_3\lambda + c_4 = 0,$$

где

$$c_1 = 1/\varepsilon_1 + m\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)/(\varepsilon_2\varepsilon_3),$$

$$c_2 = (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)/(\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3) + [1/\varepsilon_1 + m(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)/(\varepsilon_2\varepsilon_3)]\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + c_0,$$

$$c_3 = (\varepsilon_2 + \varepsilon_3)\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1)/(\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3) + c_0/\varepsilon_1 + mc_4/\varepsilon_1,$$

$$c_4 = \{\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1) + b[\Phi'_{1\varphi}(\varphi_1, x_1)\Phi'_{2r}(\varphi_1, x_1) - \Phi'_{1r}(\varphi_1, x_1)\Phi'_{2\varphi}(\varphi_1, x_1)]\}/(\varepsilon_2\varepsilon_3),$$

$$c_0 = [1 + b\Phi'_{2r}(\varphi_1, x_1) + \alpha\Phi'_{1r}(\varphi_1, x_1)]/(\varepsilon_2\varepsilon_3).$$

Условия устойчивости записываются в виде

$$c_1, c_2, c_3, c_4 > 0, \quad c_3(c_1c_2 - c_3) - c_4c_1^2 > 0.$$

При выполнении этих условий в ДСС существует синхронный режим, в котором точность оценки фазы и задержки входного сигнала определяется величинами φ_1 и x_1 .

3. Обсудим свойства модели (2), наблюдаемые при изменении параметров γ и σ . На рис. 2 представлено расположение областей реализации различных динамических режимов системы на плоскости (σ, γ) , установленное в результате численного исследования модели (2) при значениях параметров $b=10$, $\alpha=3$, $\varepsilon_1=10$, $m=0.1$, $\varepsilon_2=2$, $\varepsilon_3=3$. В областях D_5, D_1, \dots, D_8 модель (2) демонстрирует регулярную динамику. В области D_5 аттрактором модели (2) в фазовом пространстве U служит состояние равновесия A_1 , следовательно, для значений $(\sigma, \gamma) \in D_5$ в ДСС реализуется синхронный режим независимо от начального состояния системы. Для параметров из областей D_1 и D_2 в системе одновременно существуют синхронный и асинхронный режимы. В областях D_3, \dots, D_8 наблюдаются только асинхронные режимы.

Асинхронным режимам ДСС в областях D_1, \dots, D_8 соответствуют устойчивые φ -циклы модели (2). В областях D_5, \dots, D_8 , в части $\sigma > -2$ области D_3 и в части $\sigma < 2$

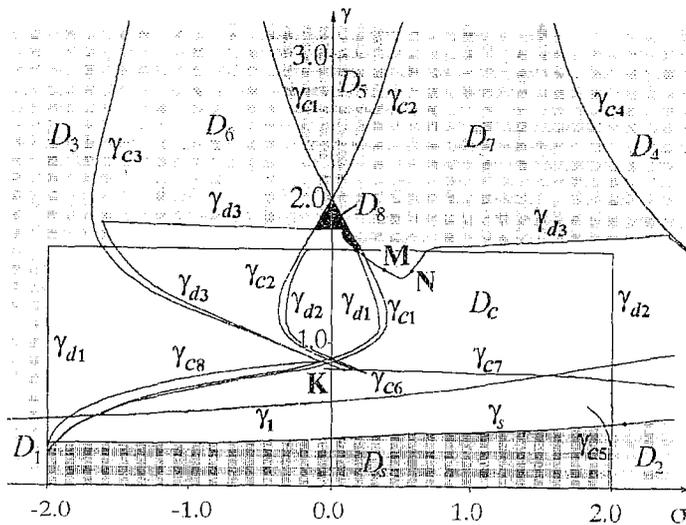


Рис. 2. Параметрический портрет (σ, γ) модели (2)

области D_4 такие циклы локализованы в фазовом пространстве в области $|x| < 2$. Режимы этих циклов характеризуются периодическими колебаниями разности частот $d\phi/dt$, разности задержек x и dx/dt относительно некоторых средних значений. В областях D_1, D_2 , в части $\sigma < -2$ области D_3 и в части $\sigma > 2$ области D_4 устойчивые ϕ -циклы расположены в областях $x < -2$ и $x > 2$ фазового пространства. В режимах таких циклов величины $d\phi/dt$ и x остаются неизменными, равными соответственно γ и σ .

В области D_c , заключенной между областями D_s, D_1 и областями D_3, D_6, D_7, D_8 , наряду с регулярными движениями реализуются хаотические асинхронные режимы ДСС. Границы областей, выделенных на рис. 2, соответствуют следующим бифуркациям модели (2): линия γ_s – петля сепаратрисы седла (или седло-фокуса); кривые γ_{ci} ($i=1,9$) – седло-узловым бифуркациям ϕ -циклов; линии γ_{dj} ($j=1,3$) – потере устойчивости ϕ -циклов в результате бифуркации удвоения периода. Линия γ_1 , определяемая (3), ограничивает область существования состояний равновесия. На рис. 3 дан в увеличенном виде фрагмент $\{\sigma, \gamma\}$ -диаграммы, соответствующий значениям $-0.1 < \sigma < 0.1, 0.81 < \gamma < 0.89$, который показывает взаимное расположение бифуркационных кривых γ_{c6}, γ_{c7} и γ_{d3} ; $\gamma_{c1}, \gamma_{c3}, \gamma_{c8}, \gamma_{c9}, \gamma_{d1}$ и γ_{d3} .

При переходе из области D_s в область $D_{c0} = \{\max(\gamma_{c1}, \gamma_s, \gamma_{c5}) < \gamma < \gamma_1\}$ ($D_{c0} \subset D_c$) с изменением σ и γ в фазовом пространстве появляются устойчивые ϕ -циклы: однооборотные (2π -периодические по ϕ) L_1 и S_1 при пересечении кривых γ_{c1} и γ_s ; двухоборотный (4π -периодический по ϕ) S_2 при пересечении линии γ_{c2} . На рис. 4, а–в приведены (ϕ, x) -проекции фазовых портретов циклов L_1, S_1, S_2 . В области D_{c0} , как и в областях D_1 и D_2 , наблюдается одновременное существование синхронного и асинхронных режимов. Реализация синхронного режима для значений σ и γ из этих областей возможна при условии, что начальное состояние системы попадает в область притяжения состояния равновесия A_1 в фазовом пространстве U . Предельный цикл S_1 исчезает с увеличением γ при пересечении на $\{\sigma, \gamma\}$ -диаграмме бифуркационных кривых γ_{c7} и γ_{c8} . При этом для значений $-2.0 < \sigma < -1.2$ и $0.1 < \sigma < 1.0$ прекращение режима цикла S_1 сопровождается жестким переходом к режиму хаотических колебаний. Предельный цикл L_1 при увеличении γ претерпевает бифуркации удвоения периода, завершающиеся переходом к хаотическим колебаниям. Режим предельного цикла S_2 с увеличением γ жестко сменяется асинхронным режимом на двухоборотном предельном цикле L_2^2 , который затем мягко преобразуется в режим предельного цикла L_2 через бифуркацию, обратную бифуркации удвоения.

Асинхронные режимы в областях D_3, D_4 и D_5 определяются устойчивыми ϕ -циклами L_1, L_2 и L_3 (рис. 4, з–е). Отметим, что предельный цикл L_1 существует в области значений σ и γ , ограниченной кривыми γ_{c1} и γ_{d1} ; область существования цикла L_2 заключена между кривыми γ_{c2} и γ_{d2} ; предельный цикл L_3 существует при

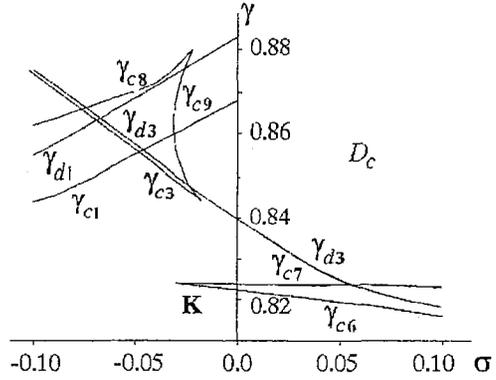


Рис. 3. Фрагмент параметрического портрета (σ, γ)

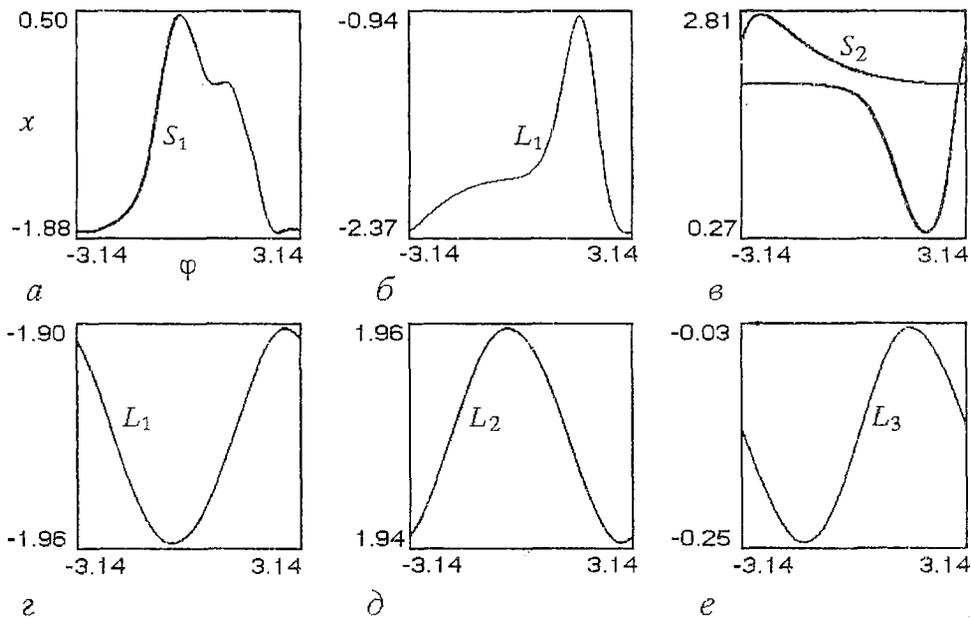


Рис. 4. Фазовые портреты периодических асинхронных режимов при $\sigma=0.1, \gamma=0.35$ (а); $\sigma=-1.9755, \gamma=0.26$ (б); $\sigma=1.958, \gamma=0.44$ (в); $\sigma=-1.8, \gamma=1.9$ (г); $\sigma=1.9, \gamma=2.6$ (д); $\sigma=0.02, \gamma=2.2$ (е)

значениях σ и γ из области между кривыми γ_{c3}, γ_{c4} и γ_{d3} . Из рис. 2 видно, что области существования циклов L_1, L_2, L_3 пересекаются. По этой причине в областях D_6 и D_7 наблюдается одновременно по два (L_1 и L_3 в D_6, L_2 и L_3 в D_7), а в области D_8 – три (L_1, L_2 и L_3) предельных цикла. При переходе на плоскости (σ, γ) с изменением σ и γ из областей D_3, D_6, D_7 и D_8 в область D_c реализуются бифуркации удвоения периода циклов L_1, L_2 и L_3 на линиях γ_{d1}, γ_{d2} и γ_{d3} . При рассматриваемых значениях параметров модели (2) бифуркации удвоения циклов L_1 и L_2 являются суперкритическими, а бифуркация удвоения цикла L_3 является суперкритической на частях кривой γ_{d3} слева от точки М и справа от точки N и субкритической на части MN кривой γ_{d3} . В области D_c система демонстрирует сложное динамическое поведение, для которого характерны разнообразные сложнопериодические асинхронные режимы, соответствующие многооборотным ϕ -циклам модели (2), и хаотические движения.

4. Рассмотрим некоторые характерные сценарии преобразования режимов поведения системы при изменении параметра γ . Для этого обратимся к бифуркационным диаграммам $\{\gamma, x\}$ точечного отображения, порождаемого траекториями системы (2) на секущей плоскости $\phi = \text{const}$. При построении таких диаграмм изучалась эволюция режимов предельных циклов S_1 и L_1 при увеличении параметра γ . Анализ диаграмм $\{\gamma, x\}$, построенных для серии значений параметра σ , позволил выделить следующие интервалы значений σ с качественно различными характерами преобразования динамических режимов при изменении γ .

$-2 < \sigma < -1.2$. Для этих значений σ в значительно большей области значений γ реализуется асинхронный режим системы на двухоборотном предельном цикле L_1 ; хаотические колебания, возникающие жестко после разрушения режима предельного цикла S_1 , наблюдаются в узком интервале значений γ в окрестности бифуркационной кривой γ_{c8} (см. рис. 2).

$-1.2 < \sigma < 0$. Особенность $\{\gamma, x\}$ -диаграмм в этом интервале значений σ состоит в том, что, во-первых, разрушение режима цикла S_1 теперь не сопровождается переходом к хаотическому режиму, а во-вторых, появляется и растет с увеличением σ область хаотических колебаний, которые формируются на базе предельного цикла L_1 через бифуркации удвоения периода. Увеличение σ приводит к появлению внутри области хаоса интервалов значений γ , соответствующих режимам на многооборотных предельных циклах. Обнаруженные закономерности развития динамических режимов в системе иллюстрирует диаграмма $\{\gamma, x\}$, приведенная на рис. 5; она соответствует $\sigma = -0.5$, параметр γ изменяется от 0.7 до 1.7. Видно, что для большей части интервала изменения γ реализуются асинхронные режимы. При этом для значений $0.98 < \gamma < 1.53$ такие режимы примечательны видом соответствующих им реализаций $x(\tau)$, качественно подобных реализациям колебаний на трехспиральных хаотических аттракторах, свойственных многоустойчивым динамическим системам (например, генераторам с петлей частотной автоподстройки [12,13], системам автофазирования [14], генераторам Чуа [15,16]). На рис. 6, а показаны (ϕ, x) -проекция и реализация $x(\tau)$, соответствующие хаотическому аттрактору модели (2) при $\gamma = 1.4$; видно, что для этого режима характерны нерегулярные перебросы между тремя различными колебательными состояниями.

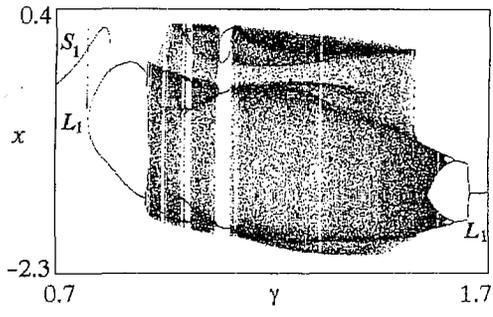


Рис. 5. Эволюция предельных циклов S_1 и L_1 при увеличении расстройки γ ; $\sigma = -0.5$

$0 < \sigma < 1$. Диаграммы $\{\gamma, x\}$, соответствующие этим значениям σ , обнаруживают возобновление перехода к хаотическому асинхронному режиму после жесткого прекращения колебаний на предельном цикле S_1 . Для значений $0 < \sigma < 0.5$ хаотические колебания при увеличении γ жестко сменяются режимом предельного цикла L_1 или режимом предельного цикла L_1^2 . При этом, если $\sigma < 0.35$, то при дальнейшем увеличении γ на базе цикла L_1 в системе вновь формируются хаотические колебания, которые затем преобразуются в колебания на цикле L_1 путем бифуркаций, обратных бифуркациям удвоения. В том случае, когда $0.35 < \sigma < 0.5$, хаотические колебания на базе цикла L_1 не возникают, на $\{\gamma, x\}$ -диаграммах наблюдается уменьшение и исчезновение с ростом σ интервала значений γ , соответствующих асинхронному режиму цикла L_1 .

Установленные особенности поведения системы в интервале значений $0 < \sigma < 0.35$ иллюстрируются $\{\gamma, x\}$ -диаграммами, приведенными на рис. 7. Для процессов преобразования режимов, отображаемых этими диаграммами, характерны переходы через перемежаемость: от хаотических колебаний на аттракторе P_1 к хаотическим колебаниям на аттракторе P_2 , от колебаний на трехоборотном предельном цикле S_3 к хаотическим колебаниям на аттракторе P_3 , от хаотических колебаний на аттракторе P_3 к хаотическим колебаниям на аттракторе P_1 (рис. 7, а), от режима предельного цикла L_1 к режиму хаотического аттрактора P_4 (рис. 7, б). На рис. 6, б, в приведены зависимости $x(\tau)$, соответствующие перемежаемости «хаос-хаос» (б) при $\sigma = 0.1$, $\gamma = 0.966$ и перемежаемости «цикл-хаос» (в) при $\sigma = 0.3$, $\gamma = 1.4935$. В случае $\sigma = 0.3$ хаотические колебания на аттракторе P_4 преобразуются при увеличении γ в колебания на предельном цикле L_3 (см. рис. 7, б).

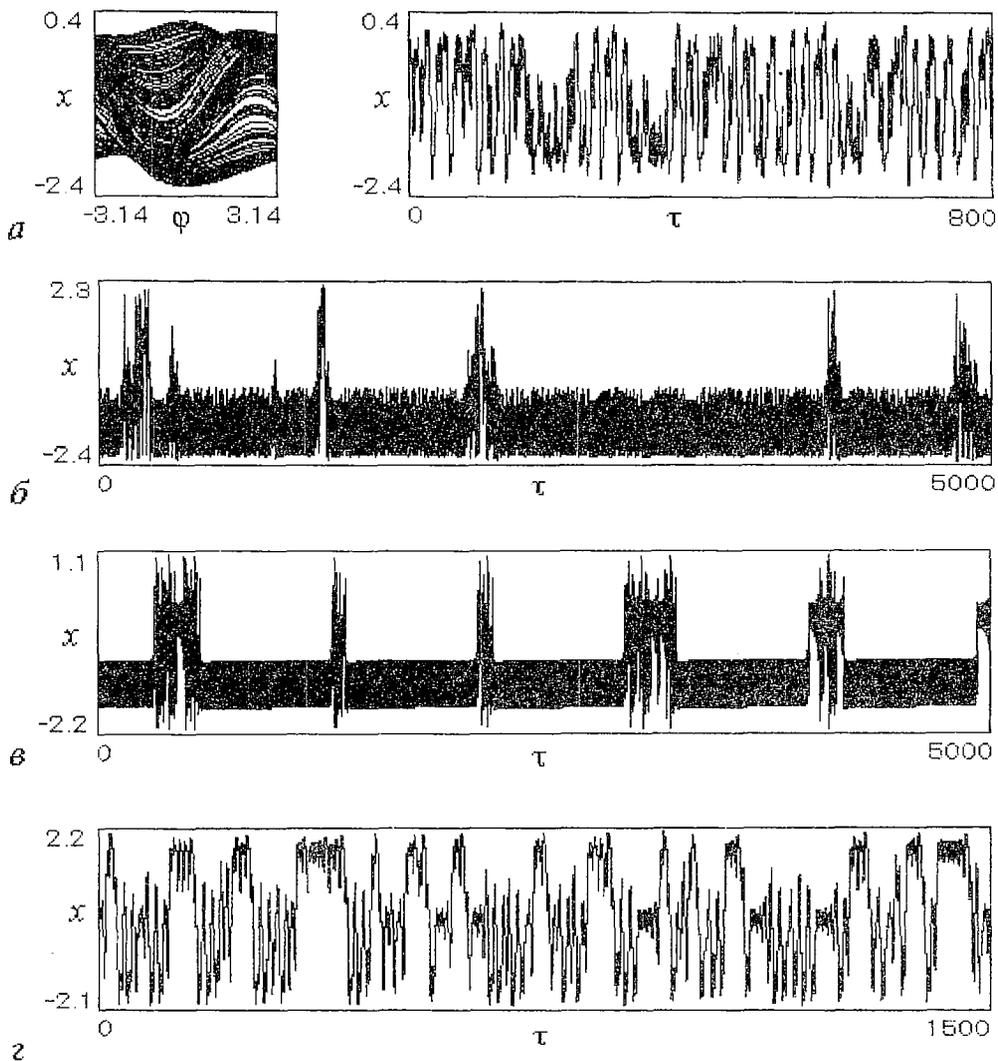


Рис. 6. Фазовый портрет и временные реализации $x(\tau)$, соответствующие аттракторам модели (2), при $\sigma=-0.5, \gamma=1.4$ (а); $\sigma=0.1, \gamma=0.966$ (б); $\sigma=0.3, \gamma=1.4935$ (в); $\sigma=0.7, \gamma=1.4$ (г)

Процессы преобразования режимов системы с увеличением γ , наблюдаемые при значениях $0.5 < \gamma < 1.0$, характеризует диаграмма $\{\gamma, x\}$, приведенная на рис. 8, а; она соответствует $\sigma=0.7$, параметр γ изменяется от 0.7 до 1.7. Видно, что для большей части интервала значений γ система демонстрирует хаотическое поведение. Как и в случае, когда $\sigma=-0.5$, здесь при значениях $1.05 < \gamma < 1.15$ и $1.226 < \gamma < 1.53$ вид реализации $x(\tau)$ хаотических колебаний качественно похож на реализации колебаний на трехспиральных хаотических аттракторах. В качестве примера на рис. 6, г дана зависимость $x(\tau)$, соответствующая $\gamma=1.4$. Примечательно, что переходы от режима трехоборотного предельного цикла S_3 к режиму хаотического аттрактора P_4 при $\gamma > 1.224$ и аттрактора P_4 к двухоборотному предельному циклу L_3^2 при $\gamma > 1.586$ реализуются через перемежаемость.

$1 < \sigma < 2$. На диаграммах $\{\gamma, x\}$ наблюдается уменьшение интервала значений γ , соответствующих хаотическим движениям системы. Кроме этого, начиная с $\sigma=0.8$, процесс преобразования динамических режимов завершается переходом к

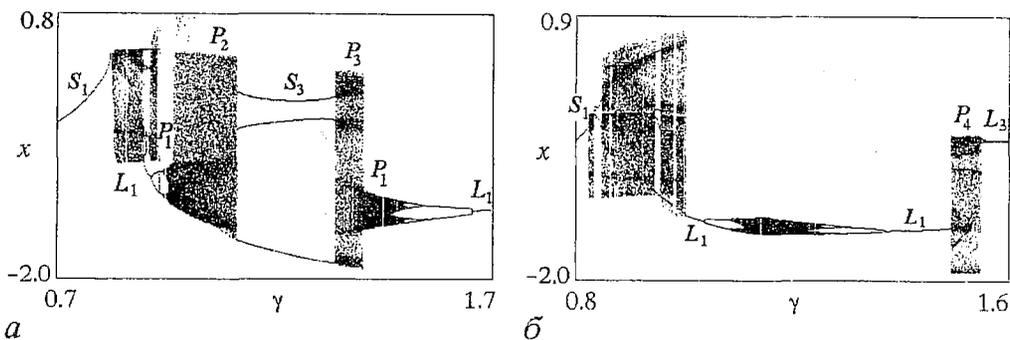


Рис. 7. Диаграммы развития режимов колебаний, соответствующие $\sigma=0.1$ (а) и $\sigma=0.3$ (б), при изменении γ

режиму предельного цикла L_2 через бифуркации, обратные бифуркациям удвоения периода. При этом с увеличением σ увеличивается интервал значений γ , при которых в системе реализуется асинхронный режим на двухоборотном предельном цикле L_2^2 .

Полученные результаты дают основание сделать заключение о сложной слоистой структуре области D_c , содержащей чередующиеся области периодических и хаотических асинхронных режимов ДСС.

5. Рассмотрим качественные изменения в процессах преобразования динамических режимов, происходящие при изменении параметра связи α . Обратимся к бифуркационным диаграммам $\{\gamma, x\}$, построенным для ряда значений α при фиксированном значении расстройки $\sigma=0.1$. На рис. 8,б приведена $\{\gamma, x\}$ -диаграмма, соответствующая $\alpha=1$. Она характеризует эволюцию режима колебаний на предельном цикле S_1 при изменении расстройки γ от 0.7 до 1.85. В соответствии с этой диаграммой общая картина динамики модели (2) при возрастании γ сводится к следующему. Вначале происходит жесткий переход от режима цикла S_1 к хаотическим колебаниям на аттракторе P_0 , далее наблюдается чередование хаотических и регулярных колебаний на пяти-, шести- и двухоборотном предельных циклах, затем хаотические колебания жестко сменяются регулярными колебаниями на двухоборотном предельном цикле L_1^2 . Цикл L_1^2 образуется в результате бифуркации удвоения периода предельного цикла L_1 , который рождается при переходе через значение $\gamma=0.912$.

При дальнейшем увеличении γ наблюдаются следующие события:

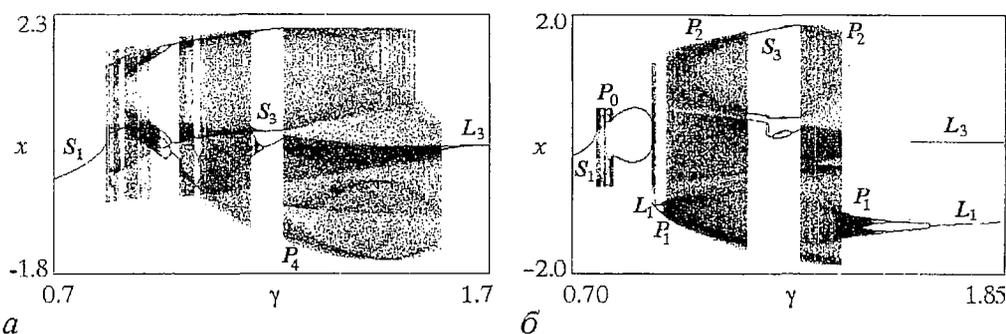


Рис. 8. Бифуркационные диаграммы, характеризующие эволюцию предельного цикла S_1 при $\alpha=3$, $\sigma=0.7$ (а); $\alpha=1$, $\sigma=0.1$ (б)

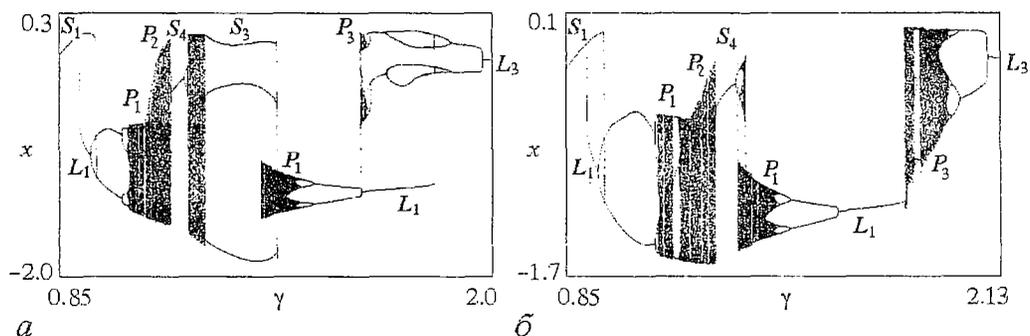


Рис. 9. Эволюция предельных циклов S_1 и L_1 при $\sigma=0.1$, $\alpha=6$ (а) и $\alpha=8$ (б)

формируется хаотический аттрактор P_1 в результате бифуркаций удвоения периода цикла L_1 ; возникает перемежаемость типа «хаос–хаос», через которую система переходит к режиму хаотического аттрактора P_2 с большим размахом колебаний, которые по виду зависимости $x(\tau)$ похожи на колебания, характерные для трехспирального хаотического аттрактора; хаотические колебания, соответствующие аттрактору P_2 , прерываются регулярными колебаниями на трех-, шести- и двенадцатиоборотном предельном циклах; происходит жесткий переход от режима трехоборотного цикла к хаотическому режиму аттрактора P_2 ; вновь возникает перемежаемость «хаос–хаос», через которую система возвращается к колебаниям на аттракторе P_1 ; происходит дехаотизация колебаний через бифуркации, обратные бифуркациям удвоения периода, с установлением режима предельного цикла L_1 ; исчезновение цикла L_1 в результате седло–узловой бифуркации и жесткий переход системы к режиму предельного цикла L_3 .

На рис. 7, а, 9 и 10 бифуркационные диаграммы $\{\gamma, x\}$ приведены соответственно для значений $\alpha=3, 6, 8, 10$ и 15. Анализ $\{\gamma, x\}$ -диаграмм, построенных в зависимости от α , обнаруживает следующие явления, наблюдаемые при возрастании степени связи через управляющие сигналы ДСС. Во-первых, на диаграммах $\{\gamma, x\}$ исчезают области хаотических колебаний, соответствующих аттракторам P_0 , P_1 и P_2 , и область регулярных колебаний на трехоборотном предельном цикле S_3 (см. рис. 10, б). Во-вторых, появляется и затем исчезает область колебаний на однооборотном предельном цикле S_4 (см. рис. 9 и 10, а). В третьих, реализуются бифуркации удвоения периода цикла L_3 , а затем переход к режиму хаотического аттрактора P_3 (см. рис. 9 и 10). При продолжении увеличения параметра α происходит уменьшение и исчезновение на $\{\gamma, x\}$ -диаграммах области колебаний на аттракторе P_3 , в результате модель (2) при изменении γ демонстрирует только регулярные колебательные режимы.

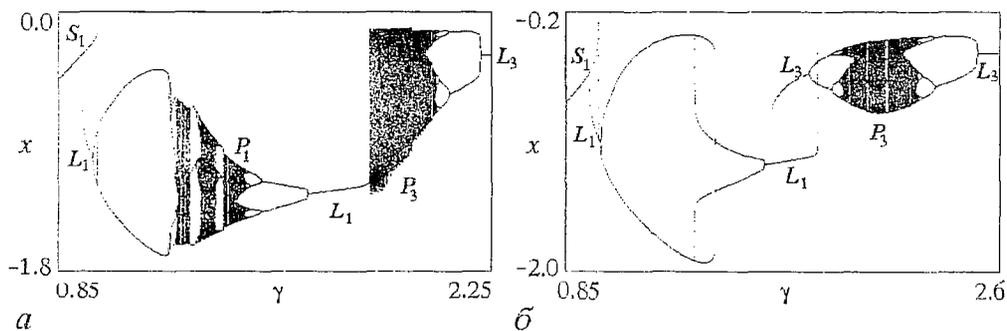


Рис. 10. Диаграммы $\{\gamma, x\}$, соответствующие $\sigma=0.1$, $\alpha=10$ (а) и $\alpha=15$ (б)

Представленные результаты дают наглядное представление о взаимноиндуцированных динамических состояниях, через которые система взаимодействующих ФАПЧ и АПЗ переходит после нарушения синхронного режима при увеличении начальной расстройки γ , а также о влиянии рассогласования σ и параметра связи α на режимы поведения, демонстрируемые системой при изменении γ .

6. Рассмотрим некоторые особенности системы (2) при изменении параметра инерционности ε_3 , характеризующего степень влияния фильтра второго порядка в цепи управления подсистемы АПЗ на режимы поведения ДСС. Влияние параметра ε_3 мы изучали, анализируя перестройки бифуркационных диаграмм $\{\gamma, x\}$ при изменении ε_3 и при фиксированных значениях остальных параметров. Обсудим результаты, полученные при значениях $\alpha=3$, $\sigma=0.1$, $b=10$, $\varepsilon_1=10$, $m=0.1$, $\varepsilon_2=2$. Пока $0 < \varepsilon_3 < 0.31$, в системе наблюдаются только регулярные асинхронные режимы. Хаотические асинхронные режимы возникают при $\varepsilon_3 > 0.31$, при этом, пока $\varepsilon_3 < 0.6$, они развиваются на базе предельного цикла S_1 , а при $\varepsilon_3 > 0.6$ – как на базе предельного цикла S_1 , так и на базе цикла L_1 .

На рис. 11, а приведена диаграмма $\{\gamma, x\}$, соответствующая $\varepsilon_3=0.8$, которая отражает эволюцию режимов циклов S_1 и L_1 при изменении расстройки γ от 1.35 до 3.1. В интервале значений $1.35 < \gamma < 1.773$ динамика системы характеризуется переходом от режима цикла S_1 к режиму цикла L_1 . При этом вначале колебания на цикле S_1 жестко сменяются колебаниями на цикле S_0 , затем режим цикла S_0 через хаотический режим на аттракторе P_0 преобразуется в режим колебаний на двухоборотном предельном цикле Q_1 . Далее в узком интервале значений γ развиваются следующие события: жесткий переход к режиму другого двухоборотного цикла Q_2 , а от него к режиму квазипериодических колебаний на двумерном двухоборотном торе; разрушение квазипериодического режима и переход к хаотическим колебаниям на аттракторе P^* , которые жестко преобразуются в колебания на предельном цикле L_1 . В интервале $1.773 < \gamma < 3.1$ происходит хаотизация этих колебаний путем бифуркаций удвоения периода, затем наблюдается переход хаотических колебаний в регулярные через бифуркации, обратные удвоениям, и возвращение к режиму предельного цикла L_1 . В области хаоса переходы между колебаниями на аттракторах P_1 и P_2 осуществляются через перемежаемость «хаос–хаос».

При значениях $0.8 < \varepsilon_3 < 35$ основные качественные изменения в структуре $\{\gamma, x\}$ -диаграмм связаны с исчезновением области хаотического аттрактора P_0 , с появлением внутри области значений γ , соответствующих хаотическому аттрактору P_2 , интервала, отвечающего трехоборотному предельному циклу S_3 , и с

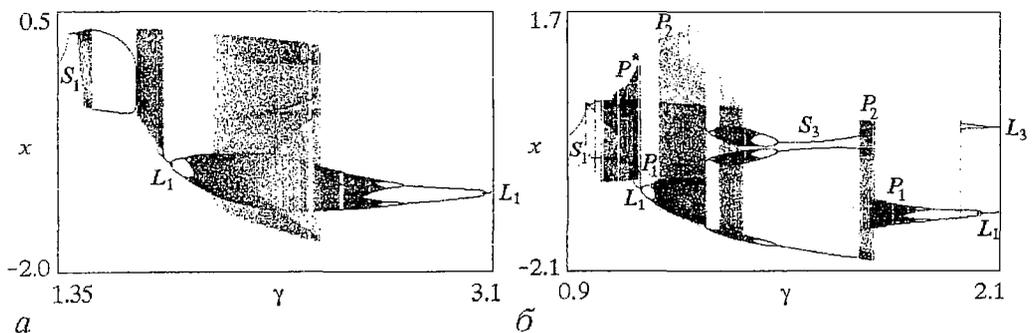


Рис. 11. Эволюция режима предельного цикла S_1 с увеличением γ при $\alpha=3$, $\sigma=0.1$, $\varepsilon_3=0.8$ (а) и $\varepsilon_3=2$ (б)

последующей хаотизацией колебаний на цикле S_3 . Эти изменения иллюстрирует рис. 11, б, на котором представлена $\{\gamma, x\}$ -диаграмма, построенная при $\epsilon_3=2$. Далее в интервале $3.5 < \epsilon_3 < 6$ с увеличением ϵ_3 на диаграммах $\{\gamma, x\}$ происходят: уменьшение и исчезновение областей, соответствующих циклу S_3 и хаотическому аттрактору P_2 ; появление однооборотного предельного цикла S_4 и хаотизация колебаний на цикле S_4 . На рис. 12, а приведена $\{\gamma, x\}$ -диаграмма, построенная при $\epsilon_3=6$, отражающая произошедшие изменения в сценарии преобразования динамических режимов.

Дальнейшее увеличение параметра ϵ_3 приводит к исчезновению на диаграммах $\{\gamma, x\}$ интервалов значений γ , соответствующих хаотическим аттракторам P_0 и P_1 , и к увеличению области хаотического аттрактора P_4 , который формируется на базе предельного цикла S_4 . На рис. 12, б дана диаграмма $\{\gamma, x\}$, построенная при $\epsilon_3=11$. Видно, что после перехода от режима цикла S_1 к режиму цикла S_4 происходит хаотизация колебаний и устанавливается режим хаотического аттрактора P_4 ; по мере увеличения γ хаотические колебания жестко преобразуются в колебания на предельном цикле L_1 , которые при дальнейшем увеличении γ жестко сменяются хаотическими колебаниями; затем происходит дехаотизация колебаний через обратные бифуркации удвоения периода и устанавливается режим предельного цикла L_3 .

Продолжение увеличения параметра ϵ_3 приводит к следующим перестройкам диаграмм $\{\gamma, x\}$. Во-первых, при $\epsilon_3 > 11$ исчезает область колебаний на предельном цикле L_1 , в интервале $11 < \epsilon_3 < 28$ динамика системы при увеличении γ представляется в виде цепочки переходов: режим цикла $S_1 \rightarrow$ режим цикла $S_4 \rightarrow$ хаотический режим \rightarrow режим цикла L_3 . Во-вторых, при $\epsilon_3 > 28$ исчезают хаотические режимы и переход от режима цикла S_1 к режиму цикла L_3 происходит через регулярные асинхронные режимы. Сопоставляя $\{\gamma, x\}$ -диаграммы, построенные при различных значениях параметра ϵ_3 , устанавливаем эффект уменьшения интервала значений расстройки γ , в котором система демонстрирует сложную динамику, и его смещения в область меньших значений γ .

Анализ бифуркационных диаграмм $\{\gamma, x\}$, $\{\epsilon_3, x\}$ и $\{\alpha, x\}$, построенных для серии значений параметров $\epsilon_3, \alpha, \gamma$ и σ , показывает, что увеличение параметров ϵ_3 и α в итоге способствует процессу дехаотизации, приводя к прекращению хаотического характера асинхронных режимов.

7. Проведенное в данной работе исследование динамической модели с двумя степенями свободы и цилиндрическим фазовым пространством обнаружило нетривиальную роль начальных рассогласований, параметров связи и

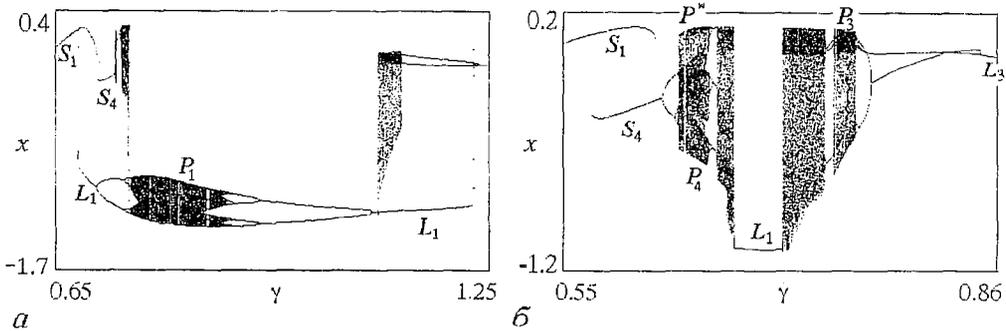


Рис. 12. Бифуркационные диаграммы, характеризующие эволюцию режимов предельных циклов S_1, S_4 и L_1 при $\alpha=3, \sigma=0.1, \epsilon_3=6$ (а) и $\epsilon_3=11$ (б)

инерционности при формировании режимов коллективного поведения совокупности двух автогенераторных систем с автоподстройкой частоты и задержки, взаимодействующих через перекрестные связи. Установлено, что в такой системе наряду с динамическими режимами, характерными для автономных подсистем, реализуются новые асинхронные режимы и их бифуркации, не свойственные одиночным подсистемам. Выяснено, что благодаря связям в системе могут взаимоиндуцироваться хаотические колебательные режимы при регулярных режимах поведения автономных подсистем. Примечательно, что хаотические колебания могут иметь характер, типичный для колебаний на многоспиральных хаотических аттракторах в многоустойчивых динамических системах. Обнаружена весьма сложная структура параметрического портрета на плоскости начальных рассогласований (σ, γ) , определяющая разнообразные переходы между регулярными и хаотическими асинхронными режимами по различным сценариям. Выполненное исследование сценариев преобразования колебательных движений при изменении параметров модели (2) показывает возможность синтеза аттракторов, соответствующих периодическим и хаотическим асинхронным режимам ДСС, и управления свойствами и областями существования режимов за счет изменения начальных расстроек частот и задержек, степени связи через управляющие сигналы и инерционности петли автоподстройки задержки.

Установленные эффекты и явления нелинейной динамики модели (2) имеют принципиальное значение для понимания и объяснения поведения систем синхронизации, взаимодействующих через перекрестные связи, в процессе ввода в синхронный режим и при нарушении синхронизации в результате возмущения фазовых переменных и параметров систем. Полученные результаты исследования свойств поведения ДСС вне области синхронизации дают основания рассматривать связанные системы автоподстройки с перекрестными связями как устройства для формирования широкополосных хаотических сигналов [17] со спектрами различной сложности.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Интеграция» (проект К0392) и РФФИ (проект 99-02-17742).

Библиографический список

1. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972.
2. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Ю.Н. Бакаева, М.В. Капанова. М.: Сов.радио, 1978.
3. Тузов Г.И. Статистическая теория приема сложных сигналов. М.: Сов.радио, 1977.
4. Детинов А.Н. Оптимальный прием фазоманипулированных сигналов // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13, № 3. С. 455.
5. Бабич О.А. Обработка информации в радионавигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991.
6. Пономаренко В.П. Анализ устойчивости систем синхронизации сложных сигналов // Системы фазовой синхронизации / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982. Гл. 8. С. 117.
7. Пономаренко В.П. Динамические свойства системы синхронизации сложного сигнала с дополнительной связью по целям управления // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, № 3. С. 534.
8. Белюстина Л.Н., Пономаренко В.П. Исследование инерционной системы синхронизации псевдослучайного сигнала // Фазовая синхронизация / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной М.: Связь, 1975. Гл. 12. С. 159.
9. Матросов В.В., Пономаренко В.П. Исследование режимов динамического поведения двухпетлевой системы синхронизации сложного сигнала // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34, № 9. С. 1886.

10. Пономаренко В.П. Автоколебания во взаимодействующих двухкольцевых системах синхронизации // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43, № 11. С. 1343.
11. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Автоматизация исследований нелинейной динамики систем синхронизации // Вестник Верхне-Волжского отделения АТН РФ. Высокие технологии в радиоэлектронике. Н.Новгород. 1997. Вып. 2 (4). С. 15.
12. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Сложная динамика автогенератора, управляемого петлей частотной автоподстройки с комбинированным дискриминатором // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 9. С. 1125.
13. Пономаренко В.П., Матросов В.В. Самоорганизация временных структур в мультиравновесной автогенераторной системе с частотным управлением // ЖТФ. 1997. Т. 67, № 3. С. 1.
14. Заулин И.А., Пономаренко В.П. Динамические режимы и бифуркационные явления в нелинейных статических системах синхронизации // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 5. С. 889.
15. Suykens J.A.K., Vanderwalle J. Generation of n -double scrolls ($n=1,2,3,4,\dots$) // IEEE Trans. Circuits and Syst. I: Fundamental Theory and Applications. 1993. Vol.40, № 11. P. 861.
16. Ponomarenko V.P., Matrosov V.V. Nonlinear dynamics of multistable Chua's circuits // Int.J. Bifurcation and Chaos. 1996. Vol. 6, № 11. P. 2087.
17. Кислов В.Я., Кислов В.В. Новый класс сигналов для передачи информации. Широкополосные хаотические сигналы // Радиотехника и электроника. 1997. Т. 42, № 8. С. 962.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 17.09.99

DYNAMICAL REGIMES AND BIFURCATIONS OF TWO INTERACTING SYNCHRONIZING SYSTEMS

V.P. Ponomarenko, V.V. Matrosov

Dynamical states and bifurcation transitions are studied for the model of two coupled phase-locked and delay-locked systems. Both of the interacting systems exhibit only regular regimes of behavior. Numerical simulation of the equations which describe the dynamics of the system reveals various periodic and chaotic oscillatory regimes. The bifurcation diagram is determined, the regions with the state of phase synchronization, periodic and chaotic nonsynchronous regimes are found. Scenarios of development of nonsynchronous regimes are established under variation of the system parameters.



Пономаренко Валерий Павлович родился в 1941 году в Мурманске, окончил Горьковский государственный университет (1963). С 1968 года работает в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики при Нижегородском университете (НИИ ПМК при ННГУ). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1972) и доктора физико-математических наук (1993) в области теории синхронизации, теории колебаний и динамики систем. С 1991 года – заместитель директора НИИ ПМК при ННГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, применение нелинейной динамики в радиоавтоматике, синхронизация автоколебательных систем, математическое моделирование. Соавтор коллективных монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации». Опубликовал много научных статей по направлениям, указанным выше. E-mail: pmk@unn.ac.ru



Матросов Валерий Владимирович – родился в 1961 году. Окончил факультет прикладной математики и кибернетики Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (1982), к.ф.-м.н., старший научный сотрудник НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ. Область научных интересов – теория синхронизации, математическое моделирование нелинейных систем, автоматизация научных исследований. Имеет более 30 публикаций в отечественных и иностранных журналах.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ РУКОПИСЕЙ

1. Рукописи **объемом не более 16 стр. и 8 рис.** принимаются в редакцию в 2 вариантах: бумажном и электронном.

Бумажный вариант должен быть напечатан на белой бумаге через два интервала и представлен в 2 экз. Рисунки выполняются на отдельных страницах в 2 экз. Под рисунком (или на оборотной стороне листа) указывается его номер, фамилии авторов, название статьи. Подрисуночные подписи печатаются на отдельном листе и не должны дублировать внутритекстовое описание рисунка.

Электронный вариант статьи представляется на 3,5" дискете или присылается по электронной почте (E-mail: and@cas.ssu.runnet.ru) в следующих кодировках: ASC II, Word, Tex, LaTeX. Рисунки в виде **отдельных** файлов в формате PCX, TIFF или GIF.

2. Требования к оформлению текста.

На первой странице перед текстом статьи должны быть напечатаны: индекс УДК, название статьи, инициалы и фамилии авторов, краткая аннотация статьи, составленная по форме удобной для непосредственного включения ее в РЖ «Физика», издаваемый ВИНТИ.

К статье прилагаются в 1 экземпляре:

а) перевод на английский язык: названия статьи, инициалов и фамилий авторов, аннотации;

б) краткие сведения об авторах с фотографиями любого формата.

В библиографическом списке нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. В списке указываются:

а) для книг – фамилия автора, инициалы, название книги, город, издательство, год издания, том;

б) для журнальных статей – фамилия автора, инициалы, название статьи, название журнала, серия, год, том, номер, выпуск, первая страница статьи;

в) для депонированных статей – название статьи, инициалы, фамилия автора, название организации, в которой выполнена работа, город, год, объем статьи, название депонирующей организации, дата депонирования, регистрационный номер;

г) для препринта – фамилия автора, инициалы, название издания, полное название издающей организации, год, количество страниц;

д) для материалов конференций, школ, семинаров – фамилия автора, инициалы, название статьи, название издания, время и место проведения конференции, город, издательство, год, первая страница статьи.

В конце статьи авторы должны указать наименование программы, в рамках которой выполнена работа, или наименование фонда поддержки.

Краткие сведения об авторах составляются по следующей форме:

Сидоров Петр Иванович – родился в 1938 году в Москве, окончил Московский физико-технический институт в 1961 году. После окончания МФТИ работает в ФИАН. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в МГУ (1964) и доктора физико-математических наук (1977) в области теории колебаний и волн, радиофизика и электроника, применение нелинейной динамики в различных областях науки. Автор монографии «Детерминированный хаос и экономика» и соавтор учебника «Волны в экологии». Опубликовал 120 научных статей по направлениям, указанным выше. Лауреат Государственной премии СССР. Редактор журнала International Journal of Chaos Theory и член редакционной коллегии журнала «Физика и жизнь».

Адрес редакции указан на последней странице журнала



СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ПРОСТЫХ МОДЕЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ СИСТЕМ

Т. В. Дмитриева, Н. М. Рыскин, В. Н. Титов, А. М. Шигаев

Исследуется сложная динамика ряда распределенных автоколебательных систем, которые являются простыми моделями приборов вакуумной сверхвысоко-частотной электроники. Рассматриваются модель параметрического взаимодействия встречных волн, модели взаимодействия прямой и обратной волн с энергиями разных знаков, а также модель автогенератора клистронного типа с запаздывающей обратной связью. Обсуждается возможность использования полученных результатов для объяснения особенностей сложной динамики некоторых электронно-волновых приборов СВЧ.

Введение

Исследование сложного поведения различных приборов сверхвысоко-частотной электроники в последние годы привлекает все большее внимание. С теоретической точки зрения интерес к этой проблеме обусловлен тем, что подобные системы являются типичными примерами распределенных автоколебательных систем (РАС), поэтому их изучение помогает установить связь между детерминированным хаосом в конечномерных динамических системах и турбулентностью в распределенных средах. Практический интерес вызван потребностью в создании мощных источников хаотических сигналов с управляемыми характеристиками. Наиболее часто исследуются такие приборы, как лампы обратной волны (ЛОВ) и другие приборы со встречными волнами [1], лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) [2,3], лампы бегущей волны (ЛБВ) с запаздывающей обратной связью [4,5], приборы с виртуальным катодом [6,7], различные приборы плазменной СВЧ – электроники [8]. Мы упомянули только наиболее важные с нашей точки зрения обзоры и оригинальные работы последних лет.

Однако непосредственное изучение нелинейной динамики в реальных электронно-волновых приборах зачастую наталкивается на значительные трудности. Численный эксперимент, как правило, обнаруживает сложную картину чередования различных колебательных режимов при изменении управляющих параметров, так что выявление каких-либо универсальных закономерностей не представляется возможным. Поэтому особую роль приобретает поиск достаточно простых распределенных моделей электронно-волновых систем со сложной динамикой, которые можно детально проанализировать численными, а по возможности и аналитическими методами. В частности, такой подход оказался плодотворным при исследовании гирорезонансных приборов СВЧ [9,10]. В настоящей работе представлены результаты анализа трех подобных моделей.

Рассматривается параметрическое взаимодействие трех волн в квадратично-нелинейной среде в случае, когда одна из волн является встречной, взаимодействие прямой и обратной волн с положительной и отрицательной энергиями (модель ЛОВ), а также простая модель автогенератора клистронного типа с запаздывающей обратной связью.

1. Модель параметрического взаимодействия встречных волн

Параметрическое взаимодействие трех волн в квадратично-нелинейной среде играет важную роль в гидродинамике, нелинейной оптике, физике плазмы и т.д. [11,12]. При наличии какого-либо типа обратной связи система с параметрической неустойчивостью является автоколебательной и может демонстрировать сложную динамику. Например, в работе [13] было обнаружено существование режимов динамического хаоса в случае, когда одна из волн испытывает отражения на границах. Интерес представляет и другой случай, когда одна из волн является встречной, что обеспечивает внутреннюю распределенную обратную связь. Параметрическая неустойчивость встречных волн может быть реализована, в частности, в процессах с участием низко- и высокочастотных волн [11] (например, при взаимодействии оптических волн с акустическими или ионно-звуковых плазменных волн с ленгмюровскими). В СВЧ-электронике подобная ситуация имеет место в ЛСЭ – генераторе встречной волны, в котором электронный пучок взаимодействует с полями двух электромагнитных волн. На возможность сложной динамики в таком приборе было указано в работе [14]¹.

В качестве исходных используем уравнения трехволнового параметрического взаимодействия [11,12], которым после нормировки переменных можно придать следующий вид [16]:

$$\begin{aligned} \partial A_1 / \partial \tau + \partial A_1 / \partial \xi &= \alpha A_2 A_3^*, \\ (1+u) \partial A_2 / \partial \tau + \partial A_2 / \partial \xi &= -\alpha A_1 A_3, \\ \partial A_3 / \partial \tau - \partial A_3 / \partial \xi &= \alpha A_2 A_1^*. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $A_{1,2,3}(\xi, \tau)$ – комплексные амплитуды холостой волны, накачки и сигнала, соответственно, нормированные на амплитуду волны накачки на входе в систему α ; ξ – безразмерная координата, нормированная на длину пространства взаимодействия; τ – безразмерное время. Безразмерный параметр

$$u = 2v_3(v_1 - v_2) / [v_2(v_1 + v_3)]$$

характеризует расстройку групповых скоростей попутных волн ($v_{1,2,3}$ – групповые скорости взаимодействующих волн). Знак «-» в левой части последнего уравнения в системе (1) отражает тот факт, что сигнальная волна является встречной.

Граничные и начальные условия, соответствующие распределенному параметрическому генератору встречной волны, имеют вид

$$A_1(\xi=0; \tau) = 0, \quad A_2(\xi=0; \tau) = 1, \quad A_3(\xi=1; \tau) = 0, \quad (2)$$

$$A_2(\xi; \tau=0) = 1, \quad |A_{1,3}(\xi; \tau=0)| \ll 1. \quad (3)$$

Соотношения (2) означают, что на вход системы в сечении $\xi=0$ подается интенсивная волна накачки, а холостая волна отсутствует. На другом конце системы в сечении $\xi=1$ отсутствует сигнальная волна. Соотношения (3)

¹ Конечно, о применимости данной модели к описанию сложной динамики ЛСЭ следует говорить с определенной осторожностью, поскольку нелинейные эффекты обусловлены не только истощением накачки, но и инерционной разгруппировкой электронов [14,15].

свидетельствуют о том, что рассматривается самовозбуждение системы от малых флуктуаций холостой и сигнальной волн.

Стартовые условия генерации можно получить, рассматривая начальную стадию развития неустойчивости, когда амплитуды сигнальной и холостой волн малы и истощение накачки еще не сказывается. Полагая в уравнениях (1) $A_2=1$, получаем систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} \partial A_1 / \partial \tau + \partial A_1 / \partial \xi &= \alpha A_3^*, \\ \partial A_3 / \partial \tau - \partial A_3 / \partial \xi &= \alpha A_1^* \end{aligned} \quad (4)$$

с граничными условиями $A_1(\xi=0; \tau) = A_3(\xi=1; \tau) = 0$, которая описывает нестационарное линейное взаимодействие встречных волн с положительной и отрицательной энергиями. Теория такого взаимодействия достаточно подробно изложена в литературе (см., например, [1,17]). Решение уравнений (4) можно представить в виде суперпозиции собственных мод

$$A_1 = \sum_n C_n \exp(k_n \tau) \sin[(\alpha^2 - k_n^2)^{1/2} \xi],$$

$$A_3 = \sum_n D_n \exp(k_n \tau) \sin[(\alpha^2 - k_n^2)^{1/2} (\xi - 1)],$$

амплитуды которых C_n, D_n определяются из начальных условий, а k_n – корни трансцендентного уравнения

$$(\alpha^2 - k^2)^{1/2} \cos[(\alpha^2 - k^2)^{1/2}] + k \sin[(\alpha^2 - k^2)^{1/2}] = 0. \quad (5)$$

Данное уравнение имеет бесконечное число комплексных корней, что отражает наличие бесконечного числа собственных мод, то есть степеней свободы, в исследуемой распределенной системе. Условие самовозбуждения моды с номером n есть $\alpha_n = \pi n + \pi/2$, причем можно показать, что корни с $\text{Re}(k_n) > 0$ являются чисто вещественными. Наименьшее значение $\alpha_0 = \pi/2$, то есть наименьшую амплитуду накачки, необходимую для возникновения генерации, имеет мода с $n=0$.

Полагая в уравнениях (1) производные по времени равными нулю, можно найти решения, описывающие стационарные автоколебательные режимы (подробнее см. [16]). В явном виде решение, соответствующее моде с номером n , выглядит так:

$$A_1 = \pm m_n \text{sn}(\alpha \xi; m_n), \quad A_2 = \text{dn}(\alpha \xi; m_n), \quad A_3 = \pm m_n \text{cn}(\alpha \xi; m_n). \quad (6)$$

Здесь $\text{sn}, \text{cn}, \text{dn}$ – эллиптические функции Якоби, причем модуль эллиптических функций m_n определяется из уравнения

$$\alpha = (2n+1)K(m_n), \quad n=0,1,2,\dots,$$

где K – полный эллиптический интеграл 1-го рода. Поскольку $K > \pi/2$, стационарное решение для моды с номером n существует только при $\alpha > \pi n + \pi/2$, что согласуется с условиями самовозбуждения автоколебаний.

Полученные решения являются точными и описывают стационарные режимы генерации. Однако, для того чтобы выяснить, какие из этих режимов устанавливаются в результате переходного процесса (и устанавливаются ли вообще), необходимо прибегнуть к численному интегрированию нестационарных уравнений (1) с граничными и начальными условиями (2) и (3).

Численный эксперимент позволяет выявить ряд качественных аналогий между динамикой рассматриваемой распределенной системы и динамикой некоторых известных систем с конечным числом степеней свободы, в частности, системы Лоренца, которая является одной из наиболее известных и хорошо изученных эталонных моделей нелинейной динамики [11,12,18],

$$\dot{X} = \sigma(Y-X), \quad \dot{Y} = rX - Y - XZ, \quad \dot{Z} = -bZ + XY,$$

где r , σ и b – параметры, а также уравнений, описывающих распадное ограничение параметрической неустойчивости [19], которые возникают в ряде задач физики плазмы.

Поскольку система уравнений (1) является двухпараметрической, опишем вначале динамику при изменении параметра α и при фиксированном $u=0.1$. Результаты численного моделирования показывают, что при $\alpha=\pi/2$ происходит самовозбуждение колебаний, что согласуется с результатами линейной теории. После самовозбуждения состояние равновесия O , соответствующее в фазовом пространстве нулевым решениям уравнений (1), становится седловым: появляется чисто вещественный положительный корень характеристического уравнения (5). Размерность неустойчивого многообразия точки O , очевидно, равна числу нарастающих собственных мод и всегда конечна, тогда как размерность устойчивого многообразия всегда бесконечна².

При не слишком больших значениях α переходный процесс заканчивается установлением стационарного состояния, соответствующего основной моде. На рис. 1 приведены зависимости амплитуды выходного сигнала $A_3(\xi=0)$ от времени в процессе установления колебаний, а также пространственные распределения амплитуд в установившемся режиме. Отметим, что последние хорошо согласуются с найденными теоретически решениями (6). В фазовом пространстве появляется пара нетривиальных состояний равновесия C^\pm , которые соответствуют стационарным решениям для основной моды и симметричны относительно замены $A_1 \rightarrow -A_1, A_3 \rightarrow -A_3$. С ростом управляющего параметра переходный процесс приобретает осциллирующий характер, а его длительность увеличивается (рис. 1, б). Осцилляции обусловлены запаздыванием внутренней распределенной обратной связи.

В системе Лоренца при $r>1$ также возникает пара симметричных устойчивых неподвижных точек C^\pm , причем у седлового состояния равновесия O имеется устойчивое многообразие W_s и пара симметричных неустойчивых многообразий W_u^\pm , которые притягиваются к C^+ и к C^- соответственно. То, какое именно из двух устойчивых состояний реализуется по окончании переходного процесса, определяется видом начальных возмущений. При увеличении r многообразия W_u^\pm замыкаются на W_s , образуя сепаратрисные петли. В результате этой бифуркации W_u^+ начинает притягиваться к C^- , а W_u^- – к C^+ (см., например, [11,18]). Аналогичная бифуркация происходит и в рассматриваемой системе ($\alpha=5.6$). В этом случае одно и то же начальное возмущение при $\alpha<5.6$ приводит к установлению состояния C^+ , а при $\alpha>5.6$ – C^- , и наоборот. Соответствующие зависимости представлены на рис. 1, в.

Наконец, при $\alpha \approx 8.19$ движение становится хаотическим. На рис. 2 представлены временная реализация процесса и проекция странного аттрактора. Хорошо видно, что аттрактор напоминает аттрактор Лоренца. В хаотическом режиме фазовая траектория раскручивается по спирали, уходя от одного из неустойчивых положений равновесия, и затем перескакивает в окрестность другого, причем процесс переключений является случайным. Следует отметить, что, как и в упомянутых конечномерных системах, странный аттрактор появляется раньше, чем происходит потеря устойчивости состояниями равновесия C^\pm . Таким образом, в узком диапазоне параметра α сосуществуют устойчивые стационарные состояния и хаотическое движение, а переход к хаосу при плавном увеличении параметра сопровождается гистерезисом. Это легко проверить, задавая начальные условия в виде, близком к стационарному решению. Например, при $u=0.1$ странный аттрактор рождается при $\alpha \approx 8.19$, а C^\pm теряют устойчивость при $\alpha \approx 8.27$.

² Основные определения и понятия применительно к распределенным динамическим системам и некоторые общие свойства аттракторов обсуждаются, например, в статье [20].

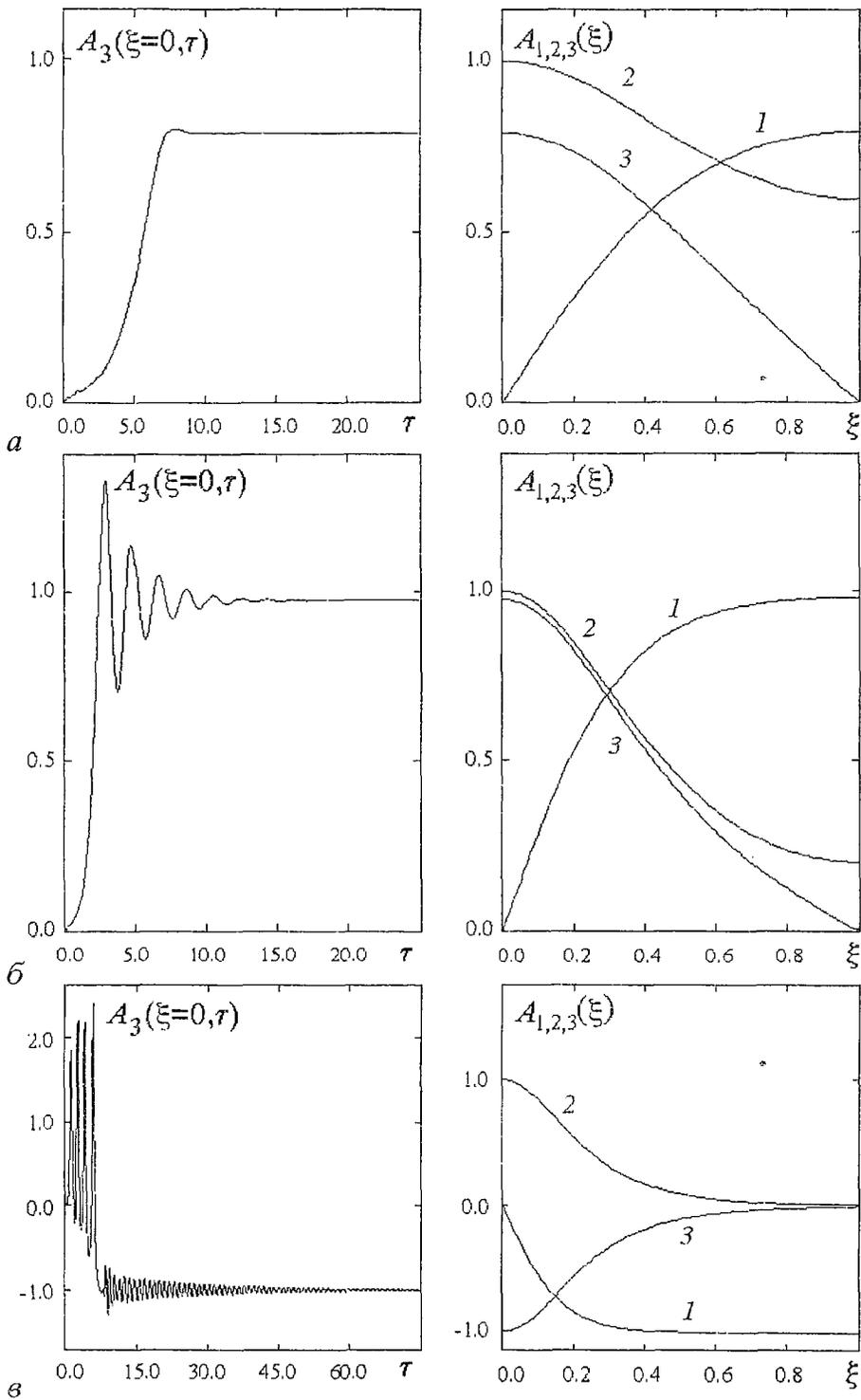


Рис. 1. Зависимость амплитуды выходного сигнала $A_3(\xi=0)$ от времени в процессе установления колебаний (слева) и стационарные распределения амплитуд волн (справа) для модели параметрического взаимодействия встречных волн при $u=0.1$: *a* - $\alpha=2.0$; *b* - $\alpha=4.0$; *в* - $\alpha=6.0$

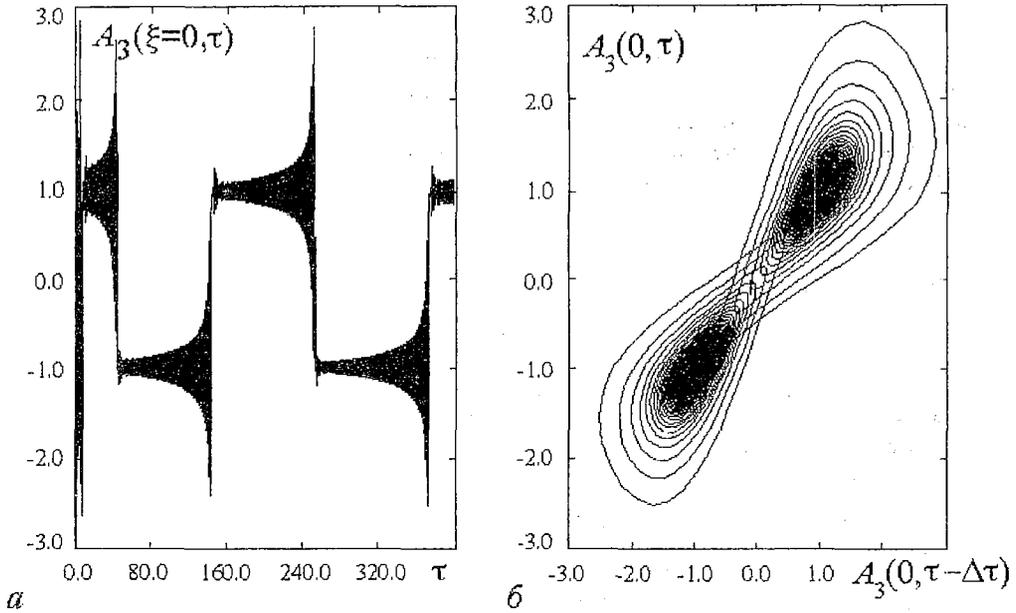


Рис. 2. Реализация и проекция фазового портрета, соответствующие странному аттрактору при $u=0.1, \alpha=10.0$

Как показывают результаты численного моделирования [16], при других положительных значениях u динамика системы носит аналогичный характер, хотя бифуркационные значения α изменяются. Однако при $u \rightarrow 0$ значение α , при котором происходит переход к хаосу, стремится к бесконечности. Аналогичное поведение в системе Лоренца наблюдается в пределе $\sigma \rightarrow b+1$. Таким образом, хаотические колебания возможны лишь в том случае, когда групповая скорость волны накачки меньше, чем у холостой волны.

Особый интерес вызывает тот факт, что хотя исследуется распределенная система с бесконечным числом степеней свободы, ее динамика оказывается качественно близкой к ряду конечномерных систем, в частности – к системе Лоренца. Это обусловлено тем, что основную роль в организации сложной динамики играют три неустойчивых стационарных состояния: нулевое O и ненулевые S^\pm , которые соответствуют нижней собственной моде и симметричны друг другу. Несмотря на то, что с ростом α появляются все новые нарастающие собственные моды, в процессе конкуренции высшие моды подавляются основной. Распределенный характер, таким образом, проявляется лишь в усложнении переходного процесса.

Следует, однако, заметить, что жесткое возникновение хаоса, наблюдаемое в данном случае, нетипично для РАС типа «электронный поток – электромагнитное поле» [1–5], где доминирует другой сценарий, характеризующийся мягкой потерей устойчивости стационарным режимом через возникновение автомодуляции, вызванной запаздыванием обратной связи. В этом смысле более адекватными представляются модельные РАС, рассматриваемые в следующем разделе.

2. Простые модели взаимодействия прямой и обратной волн с положительной и отрицательной энергиями

Рассмотрим систему двух взаимодействующих волн с положительной и отрицательной энергиями, групповые скорости которых направлены навстречу друг другу. В окрестности точки синхронизма (ω_0, k_0) дисперсионное соотношение связанных волн приближенно можно представить в виде [11]:

$$(\Omega - v_1 K)(\Omega + v_2 K) = -L^2, \quad (7)$$

где $\Omega = \omega - \omega_0$, $K = k - k_0$ – отстройки частоты и волнового числа от точки синхронизма, $v_{1,2}$ – групповые скорости, L – параметр связи. Знак «–» в правой части (7) соответствует активной связи, когда взаимодействуют волны с энергиями разных знаков. Величины Ω и K можно интерпретировать как частоту и волновое число медленно меняющейся огибающей волнового пакета. Совершая в уравнении (7) обратное преобразование Фурье, получим линейное дифференциальное уравнение Клейна – Гордона, описывающее динамику амплитуды возмущения

$$(\partial/\partial t + v_1 \partial/\partial x)(\partial/\partial t - v_2 \partial/\partial x)A = L^2 A. \quad (8)$$

Граничные условия имеют вид

$$A(x=0;t)=0, \quad \partial A/\partial t + v_1 \partial A/\partial x|_{x=1} = 0.$$

При этом мы по-прежнему полагаем, что пространственная координата нормирована на длину системы, поэтому параметр L пропорционален длине пространства взаимодействия. Уравнение (8) полностью аналогично системе (4), так что по-прежнему имеется бесконечное число собственных мод, которые само-возбуждаются, когда L превышает критические значения $\pi n + \pi/2$, $n=0,1,2,\dots$ [17].

Простейшее обобщение уравнения (8) на нелинейный случай можно получить, заменяя в правой части A на некоторую нелинейную функцию $f(A)$, которая должна описывать эффекты нелинейного насыщения неустойчивости. Таким образом, приходим к нелинейному уравнению Клейна – Гордона

$$(\partial/\partial t + v_1 \partial/\partial x)(\partial/\partial t - v_2 \partial/\partial x)A = L^2 f(A). \quad (9)$$

Уравнение такого вида возникает, в частности, в теории ЛОВ типа М [17,21]. Оно достаточно хорошо описывает процессы установления колебаний на основной моде и конкуренции основной и высших мод. Однако более сложные автомодуляционные режимы генерации не наблюдаются. Заметим также, что уравнения параметрического взаимодействия, которые были рассмотрены в предыдущем разделе, в случае $u=0$ сводятся к уравнению Син-Гордона ($f(A)=\sin(A)$). В этом случае, как показано в [16], критическое значение бифуркационного параметра стремится к бесконечности и сложная динамика невозможна. Проведенные нами исследования уравнений типа (9) с различными нелинейностями не обнаружили возникновения автомодуляции. При любом значении параметра L устанавливается стационарное состояние, соответствующее основной моде, хотя длительность переходного процесса увеличивается с ростом L и может быть очень велика. Отметим, что невозможность возникновения автомодуляционных режимов можно показать аналитически. Доказательство основано на существовании у квазилинейного гиперболического уравнения типа (9) глобальной функции Ляпунова

$$\Phi(t) = \int_0^L [1/2(\partial A/\partial t)^2 + 1/2(\partial A/\partial x)^2 - W(A)] dx,$$

где $dW(A)/dA=f(A)$, непрерывно убывающей вдоль траекторий уравнения за исключением неподвижных точек, где $\Phi=\text{const}$ [20,22].

В то же время, в ЛОВ типа О во взаимодействии участвуют три волны: две волны пространственного заряда в электронном пучке и обратная электромагнитная волна, причем даже в кинематическом пределе, когда не учитываются кулоновские силы, взаимодействие остается трехволновым и дисперсионное соотношение имеет третий порядок [17]. Поэтому рассмотрим модель ЛОВ типа О, которая строится путем простейшего нелинейного обобщения уравнений линейной нестационарной теории

$$\partial^2\theta/\partial x^2 = -iL^2F, \quad (10)$$

$$\partial F/\partial t - \partial F/\partial x = -LI. \quad (11)$$

Здесь θ – аналог фазы электрона относительно волны, F – аналог комплексной амплитуды волны, I – величина, играющая роль комплексной амплитуды первой гармоники сгруппированного тока, для которой используем следующее выражение:

$$I = -2J_1(|\theta|)\theta/|\theta|, \quad (12)$$

где J_1 – функция Бесселя 1-го порядка. Осциллирующий характер функции Бесселя отражает многократную перегруппировку электронов в сильном поле – основной нелинейный эффект в приборах с инерционной группировкой. Отметим, что выражения типа (12) часто возникают при приближенном анализе группировки электронного потока методом заданного поля [23]. Уравнения (10) и (11) являются аналогами уравнения движения и уравнения возбуждения, соответственно. Параметр L в теории ЛОВ равен $2\pi CN$, где C – параметр усиления Пирса, N – число замедленных длин волн, укладываемых вдоль длины системы [17]. Граничные условия к уравнениям (10)–(12) имеют вид

$$\theta(x=0) = 0, \quad \partial\theta/\partial x|_{x=0} = 0, \quad F(x=1) = 0.$$

Как и в теории ЛОВ, эти соотношения означают, что на вход системы поступает немодулированный электронный пучок, а на правой границе отсутствует электромагнитная волна.

Как показывает численное моделирование, самовозбуждение колебаний в рассматриваемой системе происходит при $L=1.98$, причем частота генерации равна $-\pi$, что совпадает с результатами линейной теории ЛОВ [17]. На рис. 3 приведены зависимости амплитуды F_0 и частоты ω_0 выходного сигнала в режиме стационарной генерации от параметра L . Характер зависимости $F_0(L)$ легко объяснить, анализируя пространственные распределения $F(x)$ и $I(x)$, представленные на рис. 4. Когда бифуркационный параметр достигает значения $L \approx 3.0$, величина гармоники тока вблизи правой границы системы падает до нуля, то есть происходит полная разгруппировка сгустков. В этой области имеет место насыщение амплитуды выходного сигнала. При дальнейшем увеличении L становится возможным образование вторичных сгустков и рост амплитуды возобновляется. Вместе с тем зависимость $F(x)$ усложняется.

При $L \approx 4.8$, когда происходит разгруппировка вторичных сгустков, стационарный режим теряет устойчивость и возникает автомодуляция. Далее реализуется сложная последовательность чередующихся регулярных и хаотических автомодуляционных режимов. Это наглядно иллюстрирует рис. 5, где представлена бифуркационная диаграмма, на которой отложены положения максимумов амплитуды выходного сигнала F_{\max} в зависимости от параметра L . Как было обнаружено в работах [24,25], в ЛОВ наблюдается аналогичная картина. В то же время имеются и некоторые различия. Прежде всего, частота автомодуляции $\omega_a \approx -4.5\pi$, что примерно в три раза больше, чем в ЛОВ. Это объясняется тем, что в ЛОВ

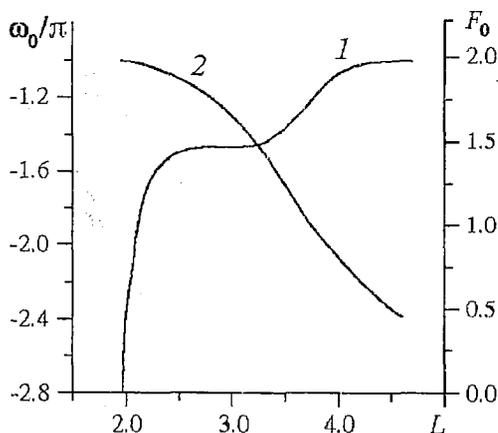


Рис. 3. Зависимости амплитуды (1) и частоты (2) стационарной генерации от параметра L для простой модели ЛОВ

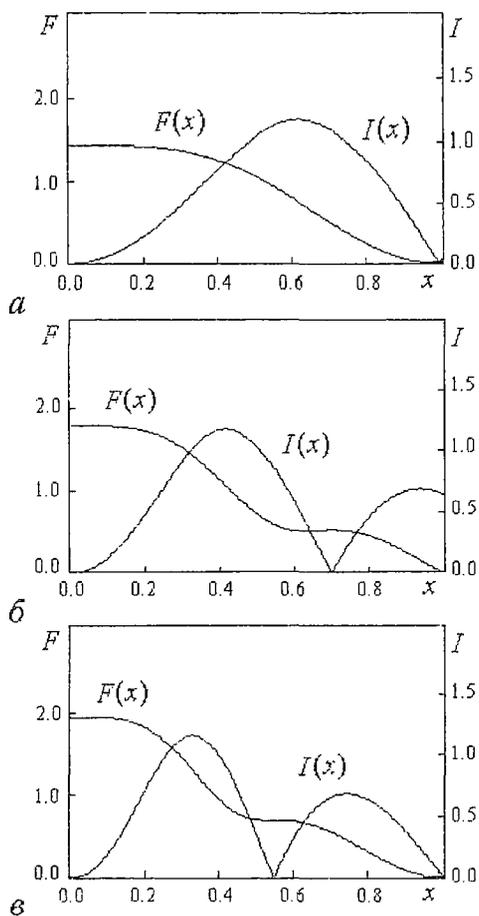


Рис. 4. Стационарные пространственные распределения амплитуд поля и тока для простой модели ЛОВ: а - $L=2.8$; б - $L=3.8$; в - $L=4.6$

автомодаляция возникает при $L \approx 2.9$, причем распределение поля в момент потери устойчивости примерно такое же, как на рис. 4, а, а период автомодаляции близок ко времени запаздывания в цепи обратной связи (в используемой здесь нормировке это время равно единице). Для приближенной модели (10)–(12) распределение $F(x)$ вблизи порога автомодаляции имеет более сложный вид (см. рис. 4, в), поскольку успевают образоваться вторичные сгустки (зависимость $I(x)$ имеет два максимума). После потери устойчивости за время прохода излучения вдоль длины системы успевают сформироваться три максимума поля. Соответственно и частота автомодаляции оказывается в три раза выше. Это хорошо видно из рис. 6, а, где представлена картина пространственно-временной динамики поля и тока. Здесь следует отметить аналогию с нелинейной динамикой релятивистской ЛОВ, где в слабо- и ультрарелятивистском случаях переход к автомодаляции происходит от режимов с различными пространственными распределениями амплитуд, отчего и частоты оказываются различными [26,27].

В области $4.9 < L < 6.0$ наблюдается несколько бифуркаций удвоения периода. Однако они, по-видимому, не носят универсального характера, то есть

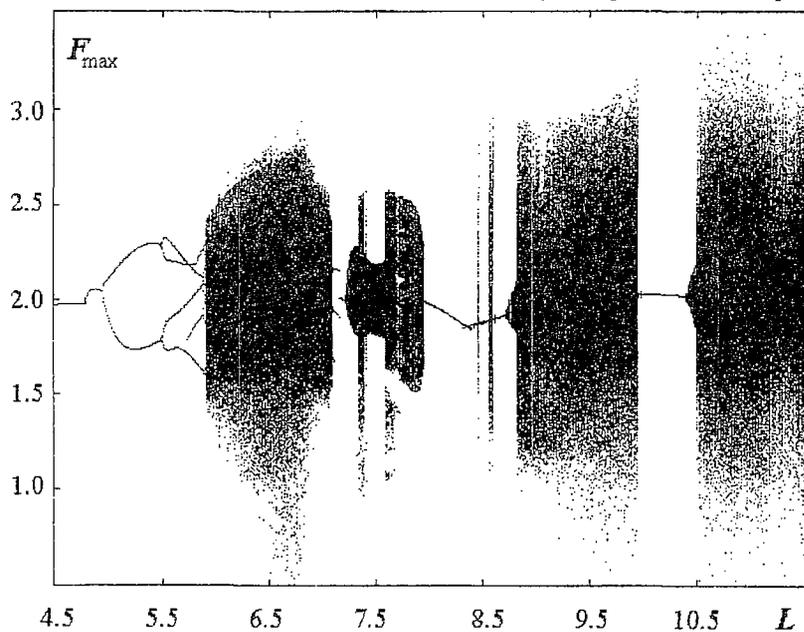


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма простой модели ЛОВ

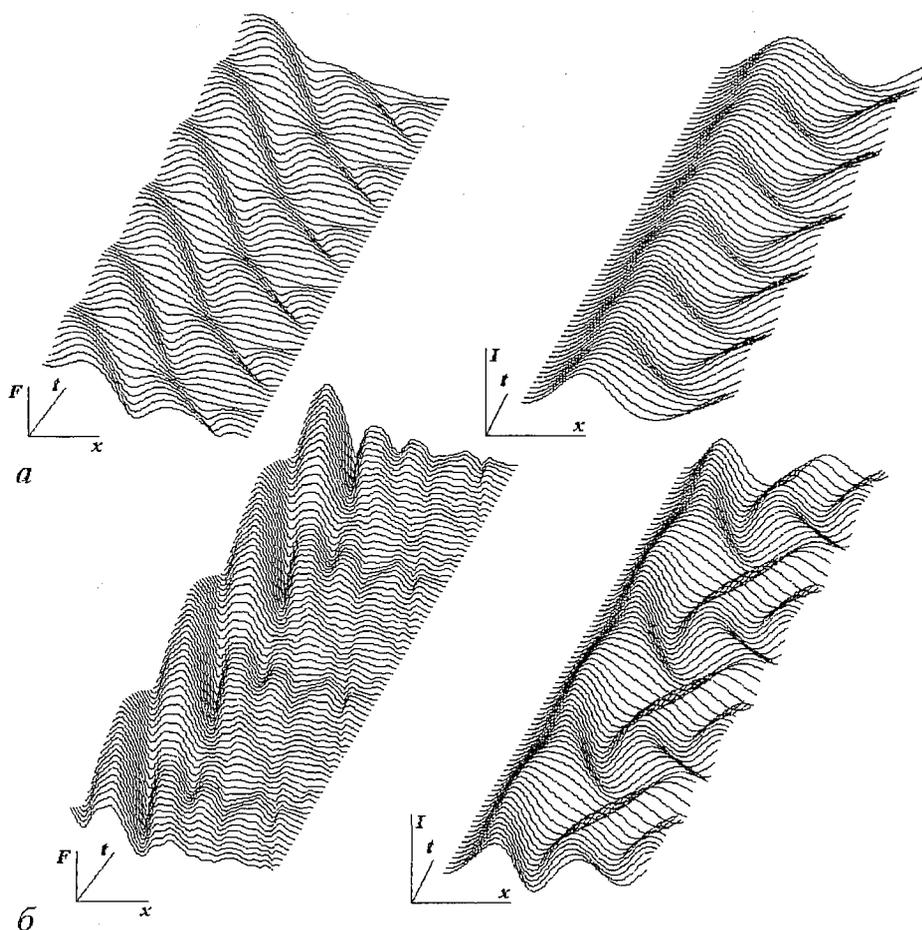


Рис. 6. Картины пространственно-временной динамики поля (слева) и тока (справа) для простой модели ЛОВ в двух режимах периодической автомодуляции: *a* – $L=4.9$; *б* – $L=8.0$

не удастся наблюдать основные закономерности перехода к хаосу по сценарию Фейгенбаума, которые в ЛОВ прослеживаются достаточно четко, хотя и при других значениях параметров [24,25].

Чередование режимов регулярной и хаотической автомодуляции вызвано перестройкой пространственно-временных распределений поля и тока, то есть многократной перегруппировкой электронов. Как видно из рис. 6, *a*, в первой области периодической автомодуляции имеются либо один, либо два максимума тока, причем эти состояния периодически сменяют друг друга. Максимумы и минимумы соответствуют сгусткам, фаза которых отличается на π . Точки, в которых $I(x)=0$, соответствуют полной разгруппировке сгустков. Во второй области (рис. 6, *б*) чередуются состояния с двумя и тремя максимумами. Между ними лежит область, где происходит постепенный переход от одного режима к другому. В этой области состояния с одним-двумя и двумя-тремя максимумами аperiodически сменяют друг друга, а автомодуляция становится хаотической, причем временные реализации выходного сигнала напоминают перемежаемость. Увеличение параметра L приводит к образованию все большего числа сгустков, и, как следствие, к дальнейшему чередованию областей регулярного и хаотического поведения.

3. Модель клистронного автогенератора с запаздыванием

Автомодуляционные явления в РАС, имеющих электронно-волновую природу, как правило, связаны с запаздывающим характером обратной связи,

которая может быть как внешней, так и внутренней. Простейшими моделями такого рода систем являются дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом (см., например, [12,18]). Идея применения уравнений подобного рода для описания динамики резонансных автогенераторов СВЧ-электроники возникла достаточно давно [22,28]. Особый интерес представляет уравнение

$$\dot{A} + \gamma A = 2\alpha J_1(|A(t-\tau)|)A(t-\tau)/|A(t-\tau)|, \quad (13)$$

которое возникает при описании двухрезонаторных генераторов клистронного типа с внешней обратной связью, в частности, пролетного клистрона О-типа и гироклистрона [29,30]. Здесь A – комплексная амплитуда поля в выходном резонаторе, γ – параметр затухания, обратно пропорциональный нагруженной добротности резонатора, α – параметр взаимодействия, аналогичный параметру Пирса в теории приборов О-типа, τ – время запаздывания. Удобно избавиться от параметра τ , производя замену

$$\alpha \rightarrow \alpha\tau, \quad \gamma \rightarrow \gamma\tau, \quad \tau \rightarrow 1.$$

Условия самовозбуждения автоколебаний можно найти из характеристического уравнения, которое имеет вид

$$p + \gamma = \alpha e^{-p}. \quad (14)$$

Анализ уравнения (14) показывает [18,29] наличие бесконечного числа комплексных корней, что соответствует бесконечному числу собственных мод. Поскольку в момент смены характера устойчивости $p=i\omega$, из (14) можно получить

$$\omega/\gamma = -\operatorname{tg}\omega. \quad (15)$$

Корни этого уравнения, для которых $\cos\omega > 0$, определяют частоты, на которых могут возбуждаться колебания. Кроме того, из (14) следует уравнение, из которого можно найти границы зон неустойчивости на плоскости параметров:

$$\arccos(\gamma/\alpha) = -(\alpha^2 - \gamma^2)^{1/2}.$$

Для основной моды условие самовозбуждения имеет простой вид:

$$\alpha > \gamma,$$

а ее частота равна нулю. Это означает, что генерация возникает точно на собственной частоте резонаторов (при выводе уравнения (13) предполагается, что собственные частоты обоих резонаторов одинаковы).

Решения, соответствующие монохроматическим колебаниям на основной моде, имеют вид $A=A_0 \exp(i\phi_0)$, где фаза ϕ_0 произвольна, а амплитуда A_0 находится из уравнения

$$\gamma A_0 = 2\alpha J_1(A_0). \quad (16)$$

Очевидно, что с ростом α число вещественных корней этого уравнения увеличивается (рис. 7). Следовательно, появляются все новые и новые стационарные состояния, то есть даже для колебаний на основной собственной моде будет характерна мультистабильность. Появление новых стационарных режимов обусловлено многократной перегруппировкой электронов. Будем обозначать состояния равновесия как S_n и P_n , причем S_n соответствуют корням уравнения (16), расположенным на возрастающих участках функции Бесселя, а P_n – на падающих. Здесь $n=0,1,\dots$, а общее число корней увеличивается с ростом α . В принятых обозначениях S_0 соответствует тривиальному решению $A_0=0$. Можно

показать, что S_n всегда аperiodически неустойчивы, то есть имеется чисто вещественный положительный корень характеристического уравнения. Состояния равновесия P_n по мере роста α теряют устойчивость в результате бифуркации Хопфа: пара комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения меняет знак вещественной части с отрицательного на положительный, и в окрестности P_n мягко образуется предельный цикл, соответствующий режиму периодической автомодуляции. Частоты, с которыми возникает автомодуляция, по-прежнему находятся из уравнения (15), но теперь уже при условии $\cos\omega < 0$.

Будем называть эти возмущения автомодуляционными модами, поскольку они возбуждаются лишь на фоне автоколебаний на основной моде с большой амплитудой. Частота низшей автомодуляционной моды лежит в пределах $\pi/2 < \omega < \pi$. Как и для модели ЛОВ, рассмотренной в предыдущем разделе, физическая причина возникновения автомодуляции заключается в кинематической разгруппировке сгустков, которая происходит, когда амплитуда колебаний достаточно велика. По терминологии работы [4] такой механизм автомодуляции называется амплитудным.

Рассмотрим последовательность бифуркаций, наблюдаемых в численном эксперименте по мере увеличения α при постоянном γ (то есть по мере увеличения тока электронного пучка). При $\alpha > \gamma$ происходит самовозбуждение колебаний на основной моде. При небольшой надкритичности переходный процесс завершается установлением стационарного режима, который соответствует состоянию равновесия P_0 . Когда α превышает некоторое критическое значение, стационарный режим мягко теряет устойчивость и происходит возбуждение первой автомодуляционной моды. Частота возникающей автомодуляции совпадает с найденной из уравнения (15) и при малых γ близка к $\pi/2$. Отметим, что нас интересовала, главным образом, область небольших γ , где автомодуляционные колебания являются квазигармоническими (при $\gamma > 1$ они носят релаксационный характер).

На рис. 8 приведены проекции фазовых портретов, восстановленных по методу Паккарда – Такенса, для различных автомодуляционных режимов при $\gamma = 0.1$, а также проекции состояний равновесия S_n и P_n . Периодической автомодуляции в фазовом пространстве соответствует предельный цикл (рис. 8, а). С ростом α он увеличивается в размерах и искажается (рис. 8, б), а частота автомодуляции уменьшается. На предельном цикле образуются петли, и соответственно, происходит усложнение временной реализации выходного сигнала: в течение одного периода колебаний наблюдается несколько локальных максимумов. Такое поведение связано с приближением фазовой траектории к седловому состоянию равновесия S_1 . Существуют циклы с различным количеством петель (рис. 8, в), причем переход от одного цикла к другому в зависимости от параметра γ может происходить как мягко, так и жестко. В области жестких переходов наблюдается мультистабильность: в зависимости от начальных условий фазовая траектория может притягиваться к тому или иному циклу.

С ростом параметра α на фоне описанных процессов трансформации предельных циклов происходит переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума, что

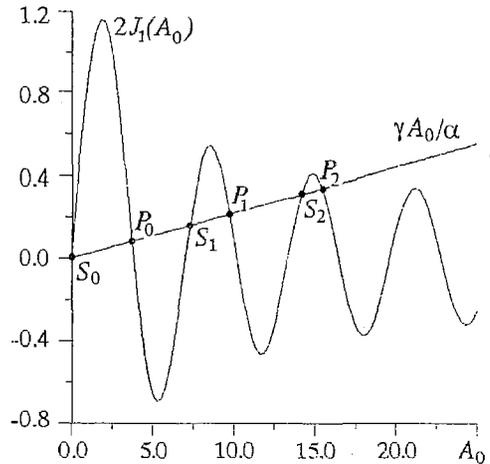


Рис. 7. К анализу стационарных решений уравнения (13)

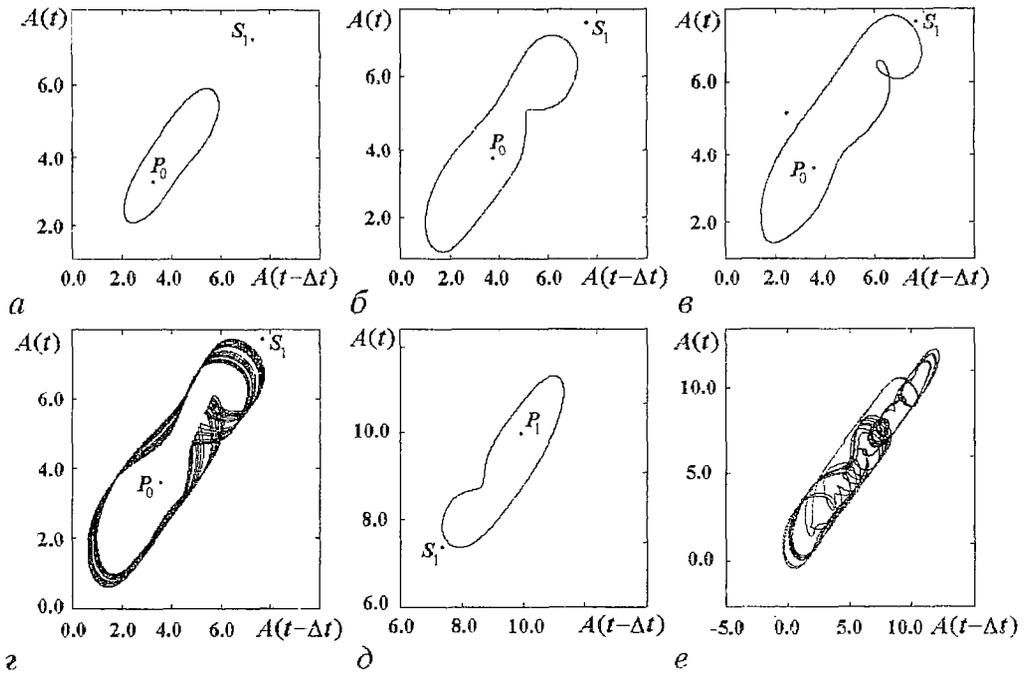


Рис. 8. Фазовые портреты для простой модели клистронного автогенератора с запаздыванием в различных автомодуляционных режимах при $\gamma=0.1$: а - $\alpha=3.0$; б - $\alpha=4.5$; в - $\alpha=4.8$; г - $\alpha=5.1$; д - $\alpha=5.6$; е - $\alpha=7.5$

типично для нелинейной динамики систем с запаздыванием при амплитудном механизме автомодуляции [4,5]. Проекция странного аттрактора приведена на рис. 8, з.

По мере дальнейшего увеличения α появляется еще одно состояние равновесия P_1 . Таким образом, за порогом возникновения автомодуляции возможно жесткое возбуждение стационарных колебаний со значительно большей амплитудой. Для этого амплитуда начального возмущения должна быть достаточно велика. Далее P_1 , в свою очередь, теряет устойчивость в результате автомодуляции. В некоторой области параметров аттракторы, сформировавшиеся на базе P_0 и P_1 , сосуществуют. Поскольку с ростом α размеры аттракторов увеличиваются, происходит их столкновение, в результате которого странный аттрактор теряет устойчивость и превращается в метастабильное хаотическое множество. После нерегулярного переходного процесса, который может быть довольно длительным, происходит переход к периодической автомодуляции на базе P_1 (рис. 8, д). Затем происходит образование объединенного странного аттрактора, когда проекция фазовой траектории охватывает как состояние равновесия P_0 , так и P_1 (рис. 8, е). При этом временная реализация напоминает перемежаемость и состоит из участков, соответствующих двум различным типам движения, чередующихся случайным образом. На рис. 9 представлена бифуркационная диаграмма при $\gamma=0.1$, на которой видны область перехода к хаосу по сценарию Фейгенбаума, жесткий переход между автомодуляционными режимами на базе различных циклов, переход к периодической автомодуляции на базе P_1 и последующее объединение аттракторов.

Дальнейшая трансформация колебательных режимов обусловлена появлением все новых и новых состояний равновесия P_n и носит аналогичный характер. Наблюдается последовательная смена регулярных и хаотических режимов автомодуляции, описанная ранее в [30]. Здесь следует отметить очевидную аналогию с моделью лампы обратной волны, которая рассматривалась

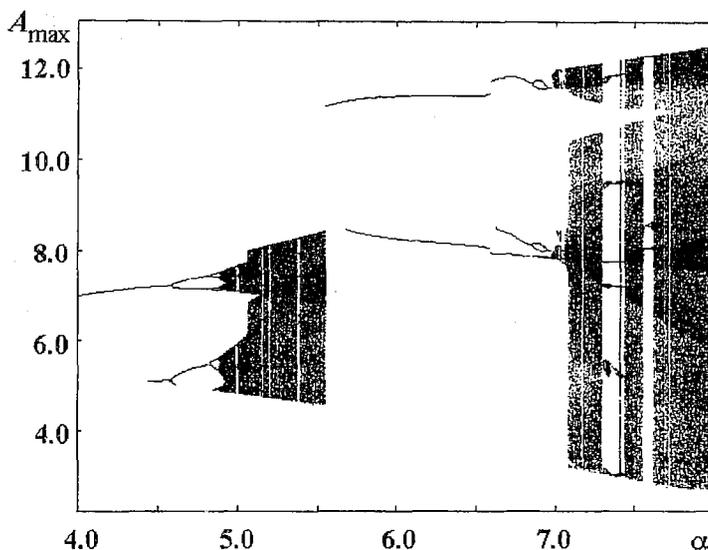


Рис. 9. Бифуркационная диаграмма простой модели автогенератора клистронного типа с запаздыванием при $\gamma=0.1$

в предыдущем разделе. Важно также подчеркнуть, что, несмотря на появление все большего числа неустойчивых собственных мод с увеличением α , в результате конкуренции происходит подавление высших мод основной. Вклад высших мод выражается лишь в усложнении начальной стадии переходного процесса. Когда амплитуда основной моды достигает достаточно большой величины, происходит возбуждение первой автомодуляционной моды. Именно эти моды участвуют в организации сложной динамики. Впрочем, при больших γ наблюдаются жесткие переходы к режимам на базе других автомодуляционных мод, характерные для многих систем с запаздыванием (см. [18,31]).

Заключение

Нелинейная динамика РАС, рассматриваемых в настоящей работе, обнаруживает некоторые общие черты. Прежде всего, несмотря на то, что все эти модели имеют бесконечное число степеней свободы, основную роль, по-видимому, играет лишь небольшое число мод. Численное моделирование показывает, что по мере увеличения бифуркационного параметра, определяющего степень неравновесности (обычно он пропорционален току электронного пучка), происходит последовательная смена режимов регулярной и хаотической автомодуляции. Появляются новые устойчивые периодические движения, которые затем теряют устойчивость и поглощаются странным аттрактором. Поэтому временные реализации выходного сигнала напоминают перемежаемость. Подобное поведение обусловлено многократной перегруппировкой электронов в сильном поле, то есть, фактически, конкуренцией возникающих пространственно-временных структур. Важно, что аналогичное поведение характерно для многих приборов СВЧ-электроники. Особенно наглядно проявляется сходство с динамикой генератора с виртуальным катодом, где возникновение хаотических колебаний объясняется образованием нескольких взаимодействующих структур – электронных сгустков [7].

Таким образом, проведенное в данной работе исследование простых модельных систем помогает выявить универсальные закономерности сложной динамики РАС, имеющих электронно-волновую природу.

Авторы благодарны С.П. Кузнецову за обсуждение некоторых результатов работы и полезные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98-02-16541) и программы «Университеты России – фундаментальные исследования» (грант № 282).

Библиографический список

1. Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Автоколебания в распределенных системах электронный поток – встречная (обратная) электромагнитная волна // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 9.
2. Гинзбург Н.С., Петелин М.И. Конкуренция и кооперация мод в лазерах на свободных электронах // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 6. С. 3.
3. Antonsen T.M., Levush B. Mode competition and suppression in free electron laser oscillators // Phys. Fluids B. 1989. Vol. 1, № 5. P. 1097.
4. Блюх Ю.П., Бородин А.В., Любарский М.Г., Онищенко И.Н., Файнберг Я.Б. Применение метода функционального отображения для исследования ЛБВ-генератора с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 1–2. С. 34.
5. Блюх Ю.П., Любарский М.Г., Подобинский В.О., Файнберг Я.Б. Исследование механизмов стохастизации секционированных пучковых СВЧ-генераторов // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 7–8. С. 718.
6. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. Сложное поведение электронного потока с виртуальным катодом и генерация хаотических сигналов в виртуальных системах // Изв. РАН. Сер. физ. 1997. Т. 61, № 12. С. 2391.
7. Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е. К вопросу о механизме возникновения хаотической динамики в вакуумном СВЧ-генераторе на виртуальном катоде // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 9. С. 1137.
8. Блюх Ю.П., Любарский М.Г., Митин Л.А., Переводчиков В.И., Подобинский В.О., Файнберг Я.Б. Исследование механизмов стохастизации сигнала пучково-плазменного СВЧ-генератора // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 7–8. С. 747.
9. Четвериков А.П. Периодические и хаотические автоколебания в простых распределенных электронно-волновых системах // Изв. РАН. Сер. физ. 1994. Т. 58, № 8. С. 172.
10. Четвериков А.П. Нелинейная динамика системы взаимодействующих встречных электромагнитной волны и электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 46.
11. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
12. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, 1997.
13. Бурлак Г.Н., Ийикабулов К. Уединенные волны и управляемый динамический хаос при параметрическом взаимодействии // ЖЭТФ. 1996. Т. 109, № 3. С. 774.
14. Гинзбург Н.С., Сергеев А.С. Периодическая и стохастическая автомодуляция излучения в лазере на свободных электронах, основанном на вынужденном встречном рассеянии волн // РЭ. 1988. Т. 33, № 3. С. 580.
15. Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И. Нелинейная теория вынужденного рассеяния волн на релятивистских электронных пучках // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, № 3. С. 930.
16. Дмитриева Т.В., Рыскин Н.М. Сложная динамика и хаос при параметрическом взаимодействии встречных волн // ЖЭТФ. 1999. Т. 116, № 5. С. 1871.
17. Электроника ламп с обратной волной / Под ред. В.Н. Шевчика и Д.И. Трубецкова. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1978.
18. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.

19. Пиковский А.С., Рабинович М.И., Трахтенгерц В.Ю. Возникновение стохастичности при распадном ограничении параметрической неустойчивости // ЖЭТФ. 1978. Т. 74, № 4. С. 1366.

20. Бабин А.В., Вишик М.И. Аттракторы эволюционных уравнений с частными производными и оценки их размерности // УМН. 1983. Т. 38, № 4. С. 133.

21. Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Нестационарные нелинейные явления при взаимодействии электронного потока, движущегося в скрещенных полях, с обратной электромагнитной волной // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20, № 2. С. 300.

22. Кузнецов С.П. Теоретические методы для анализа нестационарных явлений в некоторых распределенных автоколебательных системах типа электронный поток – электромагнитная волна: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук / СГУ. Саратов, 1977.

23. Шевчик В.Н. Основы электроники сверхвысоких частот. М.: Сов. радио, 1959.

24. Рыскин Н.М., Титов В.Н., Трубецков Д.И. Детали перехода к хаосу в системе электронный пучок – обратная электромагнитная волна // ДАН. 1998. Т. 358, № 5. С. 620.

25. Рыскин Н.М., Титов В.Н. О сценарии перехода к хаосу в однопараметрической модели лампы обратной волны // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 1. С. 75.

26. Рыскин Н.М., Титов В.Н. Исследование автомодуляционных режимов колебаний в релятивистской лампе обратной волны // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 6. С. 566.

27. Трубецков Д.И., Анфиногентов В.Г., Рыскин Н.М., Титов В.Н., Храмов А.Е. Сложная динамика электронных приборов СВЧ (нелинейная нестационарная теория с позиций нелинейной динамики) // Радиотехника. 1999. № 4. С. 61.

28. Кузнецов С.П. Применение математического аппарата теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом к некоторым задачам электроники СВЧ // Лекции по электронике СВЧ. 3-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 1. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1974. С. 112.

29. Ергаков В.С., Моисеев М.А. Двухрезонаторный генератор с запаздывающей обратной связью // РЭ. 1986. Т. 31, № 5. С. 962.

30. Афанасьева В.В., Лазерсон А.Г. Динамический хаос в двухрезонаторных клистронных автогенераторах с запаздывающей обратной связью // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1995. Т. 3, № 5. С. 88.

31. Ikeda K., Dadio H., Akimoto O. Successive higher-harmonic bifurcations in system with delayed feedback // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49, № 20. P. 709.

Высший колледж прикладных наук
Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 1.09.99
после доработки 12.11.99

COMPLEX DYNAMICS OF SIMPLE MODELS OF EXTENDED ELECTRON-WAVE SYSTEMS

T.V. Dmitrieva, N.M. Ryskin, V.N. Titov, A.M. Shigaev

Complex dynamics of some spatially-extended self-oscillating systems, that can be treated as the simple models of vacuum microwave electron devices, is studied. The model of parametric interaction of counter-propagating waves, models of interaction of counter-propagating waves with positive and negative energies, and the model of klystron-type oscillator with delayed feedback are considered. The application of results obtained for explanation of peculiarities of complex dynamics of some microwave electron devices is discussed.



Дмитриева Татьяна Владимировна – родилась в 1980 году. Студентка 3-го курса Высшего колледжа прикладных наук при Саратовском университете. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных автоколебательных систем.



Рыскин Никита Михайлович – родился в 1966 году в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского университета (1991). Работал в НИИ механики и физики СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности радиофизика в СГУ (1996). Доцент Высшего колледжа прикладных наук СГУ. Область научных интересов – нелинейные явления в распределенных системах, содержащих электронные потоки и электромагнитные поля, вакуумная микроэлектроника. Автор и соавтор более 45 научных работ.



Титов Владимир Николаевич – родился в 1974 году в рабочем поселке Степное Саратовской области. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1997). Аспирант кафедры электроники, колебаний и волн СГУ. Область научных интересов: динамический хаос в распределенных системах, электронные приборы СВЧ с длительным взаимодействием.



Шигаев Андрей Михайлович – родился в 1981 году. Студент 3-го курса Высшего колледжа прикладных наук при Саратовском университете. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных автоколебательных систем.



РЕПЛИКАТОР – ПОСРЕДНИК МЕЖДУ ЧЕЛОВЕКОМ И ИСТОРИЕЙ*

Б.Н. Поизнер

Как описать взаимодействие человека с историей открытой социокультурной системы? Предлагается оперировать концептом репликатора (Р) – самовоспроизводящейся и изменчивой информационной целостности. Р рассматриваются как агенты конструктивного хаоса, причем один из Р – в момент «дисконтинуитета» истории системы – стимулирует переход от хаоса к порядку, определяя «внутреннюю форму» структурообразования и традиции. Показано, что Р – общая категория для синтезирующих наук: нелинейной динамики (синергетики), циклистки, диатропики, меметики, теории нейронных сетей, телеологической теории информации. Утверждается, что они – ближайшие союзники истории в деле объединения естественного и социогуманитарного знания. Описаны четыре механизма обновления Р, обуславливающих нелинейную динамику истории. Подчеркивается, что для моделирования полипроцессуальности истории существенна двойственность, с какой человек проявляет себя: 1) стремится к скрупулезному воспроизведению содержания репликаторов, 2) состязается в преобразовании или уничтожении некоторых Р и порождении новых Р – «квантов истории». Последнее актуально в двух аспектах: спасения способности к инициативе, то есть к риску, и придания ей ценностно-приемлемых форм.

Познавай тот ритм, что в жизни человеческой сокрыт.

Αρχιλοχος, ок. 680–ок. 640 гг. до н.э.
(пер. В. Вересаева, 1915).

Что такое человек, можно узнать не путем размышлений над самим собой и даже не посредством психологических экспериментов, а только лишь из истории.

W. Dilthey, 1894.

Эта всеоткрытость [Offentlichkeit], правящая существованием людей друг с другом здесь, со всей отчетливостью показывает нам, что мы – это по большей части не мы сами, но другие, – нас живут другие.

M. Heidegger, 1925.

Выступление перед аудиторией высокопросвещенных гуманитариев да еще в присутствии лидеров отечественной синергетики усугубляет затруднительное положение автора. Хотя данное выступление названо лекцией, в ней немало

* Лекция, прочитанная на Международной конференции «Нелинейность и хаос в истории». Саратов, 18–22 мая 1999 года.

гипотез и предположений, способных вызвать дискуссию или даже безусловное неприятие. Кроме того, автор вынужден вторгаться в сферу истории, культурологии и других дисциплин, в которых он отнюдь не является специалистом. Поэтому автор просит о снисхождении. Главная цель его выступления – выявить положения и понятия, способствующие сближению естественников и гуманитариев, изучающих эволюцию сложных систем. Автор искренне признателен Оргкомитету конференции и, прежде всего, Д.И.Трубецкову за оказанную честь и предоставленную возможность принять в ней участие.

Изложение предполагается вести в такой последовательности: сначала дать очень краткий перечень имен, с которыми ассоциируются идеи объединения истории с другими науками. Затем указать круг синтезирующих научных направлений конца XX в., объективно являющихся союзниками истории. Далее обсудить понятие репликатора, то есть единицы информации, самовоспроизводящейся по схеме *if A, then B*, которое представляется нам общей категорией для синтезирующих наук, а также средством описать взаимодействие человека с историческими процессами. И, наконец, коснуться механизмов изменения репликаторов.

I. «Проблема двух культур», сформулированная Чарльзом Сноу в конце 1950-х гг., с разговора о которой начинается первый *in sui generis* учебник Трубецкого «Колебания и волны для гуманитариев» [1, с. 5], была осознана давно. Причем нередко ее решение видели на путях глобализации исторической науки. Так, Тимофей Грановский в 1840-е гг. утверждает: «Можно без преувеличения сказать, что нет науки, которая не входила бы своими результатами в состав всеобщей Истории, имеющей передать все видоизменения и влияния, каким подверглась земная жизнь человечества».

Русский философ Густав Шпет в феврале 1917 г. выдвигает проект *истории absolute*, в которой он находит «самое типическое и ясное выражение особенностей конкретного познания действительности» [2, с. 299]. Шпет заявляет: «Если оценивать науку не с точки зрения технической или вообще практической выгоды, приносимой ею, а с точки зрения идеала чистого познания действительности, как она есть, то первое место и руководящую роль среди всех эмпирических наук должна занимать не какая-нибудь из отвлеченных формальных наук, а та наука, которая представит образец наиболее совершенного познания конкретного в его неограниченной полноте. Такой наукой может быть только история. История даже в самых частных своих темах имеет дело с такой полнотой конкретной действительности, для которой физическое, живое и психическое – только «части» и «члены» [2, с. 299–300]. Показательно, что републикация статьи Шпета «История как предмет логики» [2] в 1988 г. дала публикатору повод констатировать: «...идея истории, принцип историзма, представление об «историческом» крайне медленно проникают в философию; пожалуй, только в последнее время окольным, кружным путем, через так называемую синергетику, что-то начинает брезжить и для штудий гносеологических» [3, с. 289].

В июле 1917 г. мысли, близкие к шпетовским, высказывает Валерьян Муравьев в статье «Восприятие истории». Главную проблему он усматривает в том, что наука «требует предвидения и возможного обоснования этого предвидения с помощью опыта. История не может дать такого предвидения при помощи методов, употребляемых точными науками». Возникающее в связи с этим противоречие Муравьев формулирует так же, как и Шпет: «Социальное явление требует от исследователя рассмотрения всей совокупности его элементов, не допуская никакого упрощения и отвращения. Получаем, следовательно, необходимость метода, схватывающего не часть, не отдельные стороны факта, а всю его многосторонность, всю его целостность» [4, с. 48]. Особую роль Муравьев отводит историческому прозрению. По его словам, оно «тайнственно расширяется в минуты истинного вдохновения таланта, переходит в прозрение биологическое и геологическое. История людей становится историей Земли и мира» [4, с. 50].

Позднее Муравьев ставит – с целью «овладения временем» – грандиозную задачу «овладения всеми вообще процессами движения и изменения» [5, с. 206]. Ее сегодня можно расценивать как (едва ли не первый) пансинергетический проект и как развитие шпетовского проекта *истории absolute*. Муравьевский проект парадоксален: его масштаб типичен для утопий Модерна, а его научно-техническое задание превосходит содержание Science of Complexity, как часто именуют синергетику, ставшую эмблемой постмодернистской науки. Для Муравьева очевидно то, что составляет один из типов нелинейности в истории. Он превосходит объяснительные схемы социосинергетики: «культура сама себя организует», когда «она перестает расти беспорядочно и спорадически и вырабатывает в себе руководящее центральное направление. Последнее же, выросши из нее, в свою очередь воспитывает ее и формирует, согласуя и синтезируя ее различные проявления» [4, с. 190].

Не забудем, что в 1910–е годы, когда Шпет и Муравьев размышляют над полнотой изучения истории (при этом Шпет квалифицирует исторический метод как «образец конкретного познания действительности» [2, с. 300]), он применялся только в некоторых гуманитарных науках и отчасти – в биологии. Тогда лишь зарождалась теория систем, составившая базу системной познавательной модели, чье господство продолжается и ныне. В конце 1912 г. А.А. Богданов сдает в печать первый том «Всеобщей организационной науки (тектологии)», а в сентябре 1916 г. завершает второй. Слово тектология он заимствует у Э. Геккеля, использовавшего его для обозначения закономерностей организации живых существ (о судьбе системологических идей Богданова в контексте формирования синергетической парадигмы см. предисловие к [6]).

После II мировой войны конвергенция исторического и естественнонаучного знания получает импульс благодаря циклам работ Фернана Броделя, а в нашей стране – Льва Гумилева. Одновременно и опережающими темпами развивается интеграция истории и социогуманитарных наук. В конце 1960–х гг. Мишель Фуко делится замыслом «*тотальной истории*», ориентированной на то, чтобы «восстановить формы единства цивилизации, материальные или духовные принципы общества, общий смысл всех феноменов данного периода и законы их объединения» [7, с. 13]. «Уже наступили те времена, – провозглашает Фуко, – когда историки могут позволить себе раскрывать, описывать, анализировать структуры, не заботясь о том, не упускают ли они при этом живую, нежную и трепетную историю» [7, с. 15].

Однако в отношении того, какой научной дисциплине должна принадлежать главенствующая роль в тотальной истории, идут споры. Например, английский историк Теодор Зелдин в статье 1976 г. с характерным названием «Social History and Total History» утверждает, что попытка социальной истории служить стержнем гуманитарных исследований потерпела неудачу. Что же касается традиционной истории последних десятилетий, то Зелдин оценивает ее шансы тоже невысоко. По его выражению, «история, по существу, не предлагала собственного взгляда на мир. В XX веке история жила в кредит, по очереди беря в долг у экономической науки, статистики, социологии, антропологии, географии, психологии. Несмотря на все свои претензии, история не смогла обеспечить синтеза и осталась лишь приложением» [8, с. 240].

В конце 1980–х гг., ведя своеобразный диалог по поводу исследований, практикуемых Римским клубом, Иммануэль Уоллерстейн выдвигает принципы миросистемного анализа (world-systems analysis). Уоллерстейн интерпретирует устойчивые и целостные наднациональные образования как пространственно-временные «исторические системы»: «мир-империи», «мир-экономики», цивилизации, страны. Существенно, что Уоллерстейн описывает свойства «исторической системы» в согласии с некоторыми представлениями синергетики. Он, в частности, полагает, что способность людей сознательно влиять на ход и направленность долговременных исторических процессов минимальна в период стабильного состояния социума, но возрастает в обстановке общественных кризисов и переломов. Логика миросистемного анализа приводит Уоллерстейна к

отказу от дисциплинарных размежеваний в социальных науках, причем он предсказывает их реструктурирование [9, с. 310–311].

Иную позицию занимает социолог Маттей Доган. В обзоре «Фрагментация социальных наук и перераспределение специальностей вокруг социологии» он напоминает, что еще в публикации «Interdisciplinarity, Problems of Teaching and Research in Universities» (Р.: OECD, 1972), изданной Организацией экономического сотрудничества и развития, междисциплинарность квалифицируется как «эпистемологически наивное понятие». Доган критически характеризует междисциплинарный подход, при котором, как он говорит, «дисциплины почти никогда не контактируют друг с другом», и который «создает в лучшем случае небесплодный параллелизм, но не дает синтеза. Именно так поступил историк религий Мирча Элиаде, привлеченный для поиска богов восемь дисциплин: этнологию, филологию, лингвистику, антропологию, психологию, историю, социологию и философию, – однако они не конвергируются в нечто единое целое» [10, с. 40]. Доган считает, что в социальных науках прогресс идет не через революционные смены парадигмы, а в результате кумулятивных процессов, то есть вкладов и улучшений, последовательно вносимых очень большим числом специалистов. Для этого Доган и Роберт Пар находят емкое выражение: «созидательная маргинальность» (*creative marginality*) [10, с. 44]. Доган приводит уточнение Томаса Куна из предисловия к его «Структуре научных революций» о том, что он сформулировал понятие парадигмы для того, чтобы обозначить коренное различие между естественными и общественными науками. «И все же сегодня, – жалеет Доган, – слово «парадигма» вошло в обиход в социальных науках. Использование этого красивого словечка и даже злоупотребление им особенно часто наблюдается в социологии и экономической науке» [10, с. 42–43]. По убеждению Догана, в социальных науках не существует парадигм потому, что, во-первых, «нет, в пределах каждой из дисциплин, достаточной связи и общения»; во-вторых, «в социальных науках не делают фундаментальных открытий, как это случается время от времени в естественных науках. Здесь, скорее, строят неverified теории, отчасти потому, что не стоит на месте и меняется сама социальная действительность». В-третьих, – здесь Доган цитирует книгу С. Андрески «Социальные науки: колдовство современности» (*Andreski S. Les sciences sociales: sorcellerie des temps modernes*. Р.: PUF, 1975.) – «ошибки, допускаемые гигантами естественных наук, совершенно незначительны в сравнении с фундаментальными ошибками, в которые впадают знаменитые личности, занимающиеся социальными и экономическими науками» [10, с. 43–44]. Для нас важно то, что Доган, анализируя процессы реструктурирования научных специальностей, указывает на семь дисциплин, которые «в равной мере относят себя и к общественным, и к естественным наукам: антропология, география, психология, демография, лингвистика, археология и гносеология» [10, с. 46].

Пожалуй, в наиболее аргументированной форме методологические императивы интеграции социальных и исторических наук сформулированы новосибирским философом Н.С. Розовым в работах 1993–1998 гг., обобщенных в учебном пособии «Апология теоретической истории». Апология развивается в контексте преодоления критики теоретической истории у Карла Поппера (изложенной, в частности, в «Нищете историцизма») и критики возможности теоретических объяснений и предсказаний в истории у Фридриха Хайека (в его статье: *The Theory of Complex Phenomena // Readings in the Philosophy of Social Sciences*. Cambr., Mass., 1994. P. 55–70.). «Теоретическая история в узком смысле есть научная дисциплина, направленная на изучение закономерностей, результатов и направленности крупных качественно-количественных изменений в истории (зарождения, роста и развития, упадка, распада, трансформации человеческих сообществ) путем заимствования из других наук, синтеза и проверки гипотез, моделей и теорий, через сопоставление их с данными традиционной эмпирической истории» [11, с. 3–4]. «Грубо говоря, большинство социальных наук фокусирует внимание на синхронии социальной действительности... Теоретическая история сосредоточивает внимание на диахронии – сдвигах между эпохами, переходах и

трансформациях, их условиях и закономерностях». Она должна «постоянно искать сущностную и концептуальную связь» между политологией, экономикой, правом, психологией масс, культурологией, теорией и историей науки и технологий, религиоведением, теорией массовых коммуникаций и т.п., а также географией, экологией, демографией, медициной [11, с. 12]. В составе «эвристики преодоления» ожидаемых затруднений теоретико-исторических исследований Розов провозглашает *принцип предсказания новых фактов*: предпочтительны те гипотезы, которые позволяют предсказывать новые факты. Это прежде всего *структурные предсказания* как итог переосмысления, реструктуризации, применения новых методов к уже известным данным; *антиципационные предсказания* новых фактов на основе новых данных; *натуральные предсказания* о границах и существенных явлениях будущего [11, с. 38]. Новый факт в теоретической истории «есть не само событие (ситуация, процесс) реальности, а совокупность суждений о нем, как правило, имеющая некую внутреннюю целостность (структуру, модель) и полученная по определенным правилам соответствующей науки» [11, с. 26]. (Забегая вперед, отметим, что так понимаемый факт в науке есть репликатор.)

Почти одновременно с обоснованием Н.С. Розовым теоретической истории сотрудник Института прикладной математики РАН Г.Г. Малинецкий предлагает развить – «на стыке гуманитарных дисциплин, прежде всего истории, и математического моделирования» в контексте нелинейной динамики, то есть синергетики, – «новый междисциплинарный подход, называемый исторической механикой» [12, с. 76]. (Наряду с этим Малинецкий пользуется также названием «теоретическая история» [13, с. 64], но во избежание путаницы с проектом Розова мы остановимся на термине историческая механика.) Не пытаюсь осветить весь предложенный Малинецким подход, но, стремясь сохранить последовательность изложения, назовем некоторые его идеи. Историческая механика связана «с разработкой и верификацией математических моделей отдельных этапов, стадий, процессов, ситуаций, возникающих в ходе исторического развития» [13, с. 103]. В целом подход направлен «на анализ не только одной реализовавшейся траектории развития какой-либо цивилизации или этноса, а на анализ поля возможностей, «виртуальных траекторий развития сообществ», точек бифуркации. Вводится новый класс математических моделей – *динамические системы с джокерами*, которые могут оказаться полезными при исследовании социальных и исторических процессов». Историческая механика позволяет также связать теорию этногенеза Льва Гумилева с моделями самоорганизованной критичности [13, с. 108–113], ряд которых был создан Малинецким с коллегами. При этом вопрос о степени предсказуемости исторических процессов трактуется с естественно-научных позиций, развитых в рамках синергетики (в том числе – усилиями самого Георгия Геннадьевича [14]), например с учетом опыта восстановления динамической системы по данным наблюдения переменной, с помощью модификации канонических моделей сложного поведения (скажем, системы Ресслера), посредством диагностирования точек бифуркации исторического процесса [12, с. 81–84; 13, с. 104–107]. Продуктивность применения методов синергетики для анализа глобальных демографических проблем и предсказания роста населения Земли демонстрируется С.П. Капицей в книге [13, с. 206–284].

Из сделанного (весьма неполного) обзора отчасти становится ясным, насколько прав Густав Шпет, заявивший в 1917 г.: «Я прекрасно знаю, что историческая наука сама есть социальное и историческое явление и что она развивается в истории, но, поскольку она развивается как наука, она идет в направлении к определенному идеалу, и его нужно попытаться так или иначе определить» [2, с. 310–311].

II. По нашему мнению, исследовательская программа Розова [11] и междисциплинарный подход Малинецкого [12, 13] позволяют различить некоторые черты этого идеала. Под впечатлением их рассуждений естественно

думать, что новым этапом движения «в направлении к определенному идеалу» исторической науки станет ее консолидация не только с синергетикой, но и с кластером синтезирующих наук, то есть наук, связывающих социогуманитарное и естественное знание. Как справедливо отмечает Малинецкий, успехи последнего зиждуются «на трех китах». На возможности выделить небольшое количество ведущих процессов и главных переменных (так называемых параметров порядка) при описании многих явлений. На отработанных процедурах измерения указанных величин. На концептуальном и математическом аппарате, позволяющем моделировать реальность. Причем «в контексте исторического, социально–психологического и собственно психологического исследования эти задачи только недавно поставлены» [13, с. 102]. Подчеркнем, что на исходе XX столетия наиболее важная часть естествознания стала *историей* систем, в центре внимания которой – не только становление бытия, но и *бытие становления* [15]. Благодаря этому возникает возможность образовать союз традиционной истории с синтезирующими науками.

На наш взгляд, в их число наряду с синергетикой входят: циклистика, эволюционная диатропика, меметика, теория нейронных сетей, телеологическая теория информации и, возможно, другие. Коснемся очень бегло их предметов.

Синергетика занимается, в частности, выяснением факторов, влияющих на поведение динамических систем – математических объектов, соответствующих реальным системам, эволюция которых однозначно обусловливается начальным состоянием. Обычно динамическая система определяется дифференциальными уравнениями, допускающими существование на бесконечном интервале времени единственного решения для каждого начального условия. Состояние динамической системы в данный момент описывают набором переменных. Множество этих состояний образует так называемое фазовое пространство, в котором каждому состоянию отвечает точка, а эволюция изображается траекториями. Исторические, социально–политические, демографические и пр. сюжеты, интерпретируемые с помощью фазовых траекторий, приведены в работах [1, 12, 13, 16, 17]. Используемый в синергетике термин бифуркация (развилка) служит методологической основой ретроальтернативистики [13, с. 64–116; 17, с. 122–135]. Для задач синергетики актуален поиск закономерностей и механизмов переходов типа «хаос из порядка», «порядок № 2 из порядка № 1», «хаос № 2 из хаоса № 1», «порядок из хаоса» в сложной нелинейной динамической системе, через которую проходит поток ресурсов: вещества, энергии, информации и т.п. Формирование эволюционирующих пространственно–временных структур из хаоса обычно называют самоорганизацией (см., например [1, 13]). Высокий интегративный потенциал синергетики проявился в том, что сложился ряд полидисциплинарных подходов: системно–синергетический, социосинергетический, нейросинергетический, информационно–синергетический. В диалоге с синергетикой возникла диатропическая познавательная модель, претендующая на синтез всех предшествующих познавательных моделей.

Циклистика изучает периодические явления в природе и обществе, поэтому ее правомерно считать одной из древнейших наук [18, с. 47–92]. Идеи всемирно–исторической циклистки, присутствующие в трудах Н.Я. Данилевского, К.Н. Леонтьева, О. Шпенглера, Н.Я. Пэрны, Н.Д. Кондратьева, А.Л. Чижевского, Й. Шумпетера, А. Тойнби, Л.Н. Гумилева, породили спектр толкований. Многие из них обсуждаются А.М. Шлезингером–младшим, А.С. Ахизером и авторами книги [19]. Роль гелиофизического фактора в истории убедительно обосновал Чижевский в книге 1924 г. (важные аспекты этого фактора разъясняются в [20, с. 219–357]). С 1941 г. роль международного координатора исследований по циклистике играет основанная Э.Р. Дьюи организация Foundation for the Study of Cycles, издающая журнал Cycles (см., например [21]). Чтобы оценить предсказательную силу циклистки, следует принять во внимание фундаментальные и практические пределы прогнозирования, выявляемые с использованием методов синергетики [14, 22]. В той мере, в какой циклическое движение есть предельный случай нерегулярного движения, модели циклистки составляют важные, но

частные варианты синергетических моделей либо их гибриды типа циклохаоса и циклической самореорганизации [23, 24].

Неологизм «диатропика» предложил биолог Ю.В. Чайковский как имя науки о разнообразии (необходимость существования которой обосновал С.В. Мейен). Древнегреческое слово *διατροπός* означает: разнообразный, разнохарактерный (причем предлог *διά* означает полную степень качества, а корень *τροπός* переводится как поворот, направление, образ мыслей, характер, обычай, слог, стиль). Эволюционная диатропика занимается закономерностями разнообразия, не зависящими непосредственно от материальной природы объектов, образующих то или иное множество. Ее интересует случайность, организующая разнообразие и, в конечном итоге, организующая эволюционные процессы [25, с. 110]. Исходное для диатропической познавательной модели понятие – ряд (а не бинарная оппозиция). Она оперирует рядом как фактом, сопоставляя его с другими рядами, выделенными по иным признакам [26, с. 63–67]. Для выявления роста либо уменьшения разнообразия каких-то объектов (природных или искусственных) принято строить «кладистические диаграммы разнообразия». Кладами называют сегменты ветвей эволюционного дерева, толщина которых указывает на степень разнообразия видов, относящихся к данным сегментам. На диаграмме, показывающей развитие клады, по горизонтальной оси откладывается количество различных разновидностей внутри вида, а по вертикальной оси – время. Точка в нижней части диаграммы соответствует образованию вида, затем идет расширение, отражающее рост разнообразия, после чего фигура сужается. Если выше она сходит в точку, то это означает вымирание вида. Если утолщенный снизу кладов в среднем столько же, сколько утолщенных сверху, эволюция видовой разнообразия не зависит от направления стрелы времени. Но расчеты биологов показывают, что существует асимметрия распределения кладов на диаграмме в сторону утолщения снизу, особенно сильно проявляющаяся на ранних этапах истории жизни. Для биоэволюции, по-видимому, более характерны внезапные прорывы и медленное вымирание видов, чем противоположная динамика. Следовательно, генеалогические системы во временном аспекте регулируются не только естественным отбором, но и не известным пока принципом организации [18, с. 169–170]. Выдвигая идею разнообразия, диатропика отказывается от единственности оптимального решения, понимаемого (в кибернетике) как совокупность всеобщих однозначных предписаний.

Меметика (*memetics*) описывает историко- и социокультурные процессы, в частности, возникновение, формирование, трансляцию знания, заимствуя понятия и объяснительные схемы эволюционной генетики, эпидемиологии, иммунологии, семиотики. Свое имя меметика получила от неологизма мем (*memе*, от *memогу* – память), предложенного в 1976 г. английским зоологом Р. Докинзом для обозначения элементарной единицы передачи социокультурной информации. Например, схема, число, категория, моральная норма, промышленная технология, символ креста – мемы. Сегодня мем мыслится как аналог гена (*gene*) в биологии, распространяющийся подобно инфекционному процессу или компьютерному вирусу [27]. Дискретные модели социокультурных процессов используются в культурологии уже полвека: вспомним понятия культурных паттернов (*patterns*, то есть схем, форм, шаблонов) [28, с. 466–469], социальных эстафет [29, с. 102–109], культурных образцов – объектов любой природы в сфере действия культуры, с которыми отдельные люди или социальные группы соотносят, координируют свое восприятие, мышление, воображение, поведение. Основные классы культурных образцов составляют шаблоны, способы, ограничения, символы и ценности. Они также разделяются на элементарные и конструктивные образцы, представляющие собой комплекс элементарных. Другое важное отношение между культурными образцами – «лежать в основе». Образцы, связанные таким отношением, называют ядерными и периферийными. При утрате периферийного образца, но сохранении ядерного, периферийный образец легко восстанавливается [30, с. 35–43]. Можно думать, что для исторических исследований особый интерес представляют культурные образцы *смены* культурных образцов. Следует ожидать

(особенно в наших российских обстоятельствах), что восприятие и «конструирование» человеком таких мемов сменой мемов идет тем продуктивнее, чем богаче репертуар и чем выше приоритет культурных образцов *оценки* культурных образцов [31]. Продолжением идеи мема служит выдвинутая в 1981 г. К.Дж. Ламсденом и Е.О. Вильсоном концепция культургена, опирающаяся на параллели в механизмах передачи генетической и социокультурной информации [32, с. 319–322] – параллели, давно отмеченные в лингвистике [33, с. 36–37]. На наш взгляд, «прививка» синергетической методологии к меметике расширила бы перспективы моделирования исторических, социокультурных, социально-психологических процессов, заложив базу культурометрии [34, 35; 36, с. 103–117], и концептуальные основы модернизации системы образования [37, 38].

Теория нейронных сетей ориентирована на изучение и реализацию алгоритмов и устройств обработки информации, являющихся аналогами головного мозга человека. Процессы в искусственных нейронных сетях имитируют преобразование биоэлектрических импульсов в нервных системах мозга. Нейросеть состоит из так называемых формальных нейронов. Формальный нейрон (содержащий входной сумматор, нелинейный преобразователь и пункт ветвления на выходе), получив сигнал, производит над ним некоторые операции и посылает результат на входы других нейронов, образующих сеть. Фундаментальным свойством нейросети является антропоморфная методика решения задач (типа классификации данных, распознавания образа, прогнозирования и др.). Методика эта основана на самообучении нейросети после прохождения этапа обучения решению стандартных задач (patterns). Стержнем методологии построения нейросетей служит положение о том, что нейроны можно моделировать довольно простыми автоматами с нелинейностью, зато сложность мозга и гибкость его функционирования обусловлены структурой связей между нейронами [39]. Процессы в нейросетях успешно описывают в терминах теории самоорганизации [40]. Поэтому в ближайшей перспективе в моделях социосинергетики, видимо, удастся учитывать феномен когнитивной активности социума [41], скажем, вошедшее в поговорку (не)восприятие им уроков истории. Что же касается взаимодействия теории нейросетей и меметики, то надо иметь в виду следующее. Концепция культургена объединяет мем как фактор передачи кванта культуры с эпигенетическими (то есть осуществляющимися путем последовательных новообразований) механизмами, действующими в человеке в акте такой передачи. При этом эпигенетические механизмы считаются обусловленными (генетически) морфогенетическими и нейрофизиологическими процедурами. Эти процедуры обеспечивают структурную организацию мозга и его функционирование, моделируемое средствами теории нейросетей. Причем обеспечивают как на уровне периферических сенсорных фильтров (выполняющих анализ внешних стимулов) и рефлекторных откликов нейросетей на раздражители, так и на уровне направленного восприятия и познания [32, с. 319–320].

Телеологическая теория информации В.И. Корогодина исходит из ситуации достижения некоторого события в качестве цели, понятия целенаправленного действия, его компонентов и характеристик, а также понятия оператора информации, построенного (организованного) с учетом цели на основании некоторой информации. Применение оператора информации (своего рода механизма) в конкретных условиях, то есть вмешательство в спонтанный ход событий, приводит к желаемому, как правило, маловероятному событию. В таком контексте информацию определяют как совокупность приемов, правил или сведений, необходимых для построения оператора информации ради достижения данной цели [42, с. 22–23]. Телеологическая теория информации актуальна для исторической науки в плане моделирования и реконструкции исторических событий. На нее опирается информационно-синергетический подход к изучению процессов самоорганизации/хаотизации в социокультурных системах [17, с. 109–122]. С меметикой и диатропикой телеологическую теорию роднит базовое представление о репликациях (самовоспроизведении) информации, которую осуществляют соответственно мемы и гены [36, с. 84–86, 105–108].

III. Ограничимся шестеркой синтезирующих наук, не считая их список исчерпанным. Логично спросить: почему именно эти шесть? Нам представляется, что в каждой из шести наук имеется возможность использовать общую для всех категорию. Как упоминалось в самом начале, ею служит репликатор (от лат. *replisatio* – развертывание, перевертывание) – единица самовоспроизводящейся информации. Этот термин заимствован нами из генетики. Согласно ее представлениям, в живой природе наиболее распространенными репликаторами являются молекулы ДНК и РНК. Надо отметить, что с 1987 г. понятие репликатора как системы, способной производить копии самой себя, употребляется в контексте разработки нанотехнологий, то есть методов создания продукции (например, элементной базы компьютеров следующего поколения) на основе информационных устройств размером порядка нанометра (10^{-9} м) [32, с. 318].

Простейшей логической моделью функционирования репликатора пригодна служить импликация (от лат. *implicatio* – сплетение) *if A, then B*, где антецедент *A* – некие условия, консеквент *B* – предпринимаемое в них действие либо новые условия, порождаемые *A*. По аналогии с моделями генов [32, с. 321] сложные модели функционирования репликаторов можно строить в виде ветвящихся цепей и сетей импликаций. Варьируя содержание антецедента *A* и консеквента *B* импликации, можно моделировать не только мутации репликатора, но и его комбинативную изменчивость (из-за рекомбинации элементов содержания репликаторов, выступающих в роли «родителей»), а также селекцию репликаторов, важную для понимания механизмов их конкуренции.

По нашим наблюдениям, репликатор оказывается «субъектом», или инициатором, самоорганизации [43]. В сюжете «порядок из хаоса» процесс самоорганизации стартует в момент неустойчивости открытой динамической системы, то есть в точке бифуркации (развилки на траектории движения системы), благодаря конкурентному выдвиганию некоторого «удачливого» репликатора из хаоса действий других. Активность этого репликатора в состоянии неустойчивости системы определяет ее траекторию движения после развилки, то есть будущее системы. Характер этого будущего коррелирует со свойствами данного репликатора [36, с. 117–119; 44]. Иллюстрировать такую корреляцию могут примеры из реальной и альтернативной истории [12; 13, с. 64–116; 17, с. 122–135] и альтернативной футурологии [45]. Движение системы после бифуркации, иначе говоря, процесс становления, сопровождается нарастанием числа актов репликации, то есть ускоренным производством более или менее точных копий репликатора. В дальнейшем темп репликации приближается к постоянному (или почти постоянному), что является признаком циклического процесса (или близкого к нему) в системе. Тем самым в системе устанавливается господство нового порядка, при котором поток ресурсов, поступающих в систему, обеспечивает возможность многократно воспроизводить содержание данного репликатора. Новый порядок сохраняется до очередной утраты устойчивости. После чего ситуация повторяется, но с участием другого «удачливого» репликатора, выступающего инициатором очередного акта самоорганизации.

Таким образом, репликатор можно трактовать как самовоспроизводящуюся, самодовлеющую, структурированную, относительно изменчивую информационную целостность (то есть *Gestalt*), которая способна конкурировать с себе подобными за максимальное число воспроизведений и инициировать самоорганизацию в некоторой открытой нелинейной системе (среде). Мы предполагаем, что понятие репликатора может служить многосторонним методологическим посредником, обеспечивающим «сетевую» коммуникацию синтезирующих наук, исторической механики Г.Г. Малинецкого [12; 13, с. 64–116], теоретической истории Н.С. Розова [11] и, видимо, других дисциплин. В подтверждение нашего предположения рассмотрим основные классы репликаторов.

Репликаторами процессов и инициаторами самоорганизации в технических и природных автогенераторах служат флуктуации физического поля. Например, кванты спонтанного излучения в случае лазера и мазера; флуктуации поля

концентраций и/или скоростей молекул в случае колебательных химических реакций и ячеек Бенаара [44]. Уместно подчеркнуть, что, согласно космологической гипотезе С.Ф. Тимашева, «вся наблюдаемая Вселенная представляется единой нелинейной динамической диссипативной системой, эволюция которой протекает в условиях мощных сторонних воздействий при перераспределении энергии между сильно взаимодействующими перестраивающимися подсистемами» [46, с. 20]. Внешними локальными источниками ресурсов, обеспечивающими перманентное поступление энергии и вещества (протонов – исходного материала для ядерного синтеза всех элементов) в видимую Вселенную служат гамма-всплески, или гамма-барстеры (*gamma-ray bursts – GRBs*, открыты в 1969–1972 гг.). Эти объекты, скорее всего, находятся за пределами или на краю видимой Вселенной. Равномерно распределенные по небосводу, гамма-всплески появляются некоррелированно в среднем раз в сутки, испуская кратковременные вспышки (длительностью от 10^{-2} до 10^2 – 10^3 с) жесткого рентгеновского и гамма-излучения (с энергией фотонов 50–1000 кэВ). Гамма-барстеры обладают колоссальной светимостью (10^{51} – 10^{54} эрг/с), что соответствует аннигиляции за 1–10 секунд 0,01 массы Солнца. Необходим учет этих источников ресурсов в уравнениях общей теории относительности, описывающих процессы диссипации, то есть рассеяния вещества и энергии во Вселенной [46, с. 19–21; 47, с. 74–76]. Гипотеза Тимашева, грубо говоря, моделирует видимую Вселенную системой взаимосвязанных «космических автогенераторов», а гамма-барстеры питают их энергией и веществом, то есть служат их накачкой, как сказал бы лазерщик. Поэтому можно думать, что уточнение происхождения и месторасположения гамма-всплесков, а также механизмов их влияния на видимую Вселенную позволит выявить репликаторы, стимулирующие процессы самоорганизации в ней.

В биологических объектах, обладающих центральной нервной системой, помимо гена, или единицы наследственной информации, то есть «внутривидового» репликатора, имеется еще «внутриорганизменный» репликатор процессов в центральной нервной системе. Это электрические импульсы с характерным частотным спектром, создаваемые нервными клетками, называемыми пейсмейкерами [48, с. 21–27, 91–109] (от англ. *pacemaker*), то есть датчиками ритма.

В исторических и социокультурных процессах репликаторами являются, во-первых, мемы [27], то есть ненаследственно передаваемые культурные образцы активности людей [30, с. 35–43], включая культурные архетипы – спонтанно действующие объективные и трансперсональные базисные структуры обработки, хранения и представления коллективного культурного опыта (таковы, например, фундаментальные в системе культуры универсальные культурные архетипы укрощенного хаоса, творения мира, времени [18, с. 62–76, 171–173; 49]). Слово и «комбинации» слов, естественно, – главный класс репликаторов. Во-вторых, юнговские архетипы, или архетипы коллективного бессознательного, то есть врожденные когнитивные паттерны, регулирующие инстинктивное поведение и служащие источником мифов, религий, произведений искусства [50, с. 51–54]. Исследования Докинза, Ламсдена и Вильсона последнего десятилетия по меметике показали, что «практически все элементы массовой культуры – политические религиозные, экономические и социальные явления – могут быть легко описаны и объяснены с позиций распространения и репликации элементарных единиц культуры – репликаторов», – констатирует С.М. Розов в обзоре [32, с. 319].

Функционируя в обществе, репликаторы могут не только конкурировать друг с другом, но и образовывать устойчивые иерархические структуры [30, с. 38–40], или мемокомплексы [27; 32, с. 325]. По нашим наблюдениям, возможно еще – и в историко-культурном отношении весьма показательно – (взаимо)влияние того или иного репликатора психофизиологического процесса на вид жизнедеятельности, регламентируемый некоторым культурным образцом. В качестве примеров приведем несопоставимые или даже курьезные – на первый взгляд – феномены:

– хроматизм (то есть цветовая окрашенность) культурного творчества, проявившийся в мифе, мистериях, античной философии, эзотерических учениях, религиозных канонах и использующийся в новейших методиках хромодиагностики, психоаналитической хромотерапии для снятия «необратимых» стрессов/комплексов, для устранения конфликтов в семье, в коллективах с различной степенью стратификации, полоролевой и возрастной структурой etc. [51, с. 445–474];

– молчание как форма речевого поведения, имеющая наряду с медико-психолингвистическим измерением социо-политологическое, фольклорно-этнографическое, художественное, философское, религиозно-мистическое измерения [52, с. 277–329; 53, с. 4–125];

– хулиганство, составляющее разновидность социально-психических эпидемий, наряду с патриотическими или гражданскими войнами, революционными или контрреволюционными движениями, массовыми погромами, истеро-сексуально-религиозными эпидемиями, и в режиме положительной обратной связи взаимодействующее со СМИ, с массовым искусством, например в России 1917–1920-х гг. [20, с. 32–36] и наших дней;

– гендерная поэтика, отличающая женскую лиру, особенно в случае гомоэротической ориентации поэтесс, не только в ее высших достижениях [54, с. 56–251; 55, с. 16–86], но также в массовом творчестве на рубеже XIX–XX вв. в России [56, с. 142–144] (симметричный гендерный стиль, но подчеркнуто постмодернистский, то есть игровой, демонстрирует, например выпуск литературного альманаха *Urbi* под названием «Труды Феогида» [57]);

– «чиханье, восприятие которого в повседневном быту и контексте культуры достаточно сложно согласуется с его реальными психосоматическими последствиями, но замечательно устойчивостью сопутствующей ему интенсивной идеологической традиции» [58, с. 218], в силу чего чихающий находится в зависимости от последней – постольку, поскольку «чиханье остается приметой социального опыта», то есть суеверия, этикета, здоровья, и «объектом социального внимания» [58, с. 274];

– сквернословие, служащее инструментом эмоциональной разрядки и средством выражения отношений между индивидами, обладающее этнокультурной спецификой и «в психологическом плане тесно связанное с понятиями общечеловеческих табу и катарсиса», причем в инвективе «сохраняется прочная связь сакрального и профанного начал» [59, с. 292–293];

– жестикulyция, не только спонтанно передающая психоэмоциональное состояние человека, но и позволяющая ему продемонстрировать свою социальную, половую, национальную, политическую, конфессиональную принадлежность [60, с. 119–126], а также выполняющая особую функцию в ситуациях молчания [53, с. 34–39], хулиганства [20, с. 40] и оскорбления словом [59, с. 29–32];

– любовные действия, половая активность, в том числе сексуальное насилие, чьи мотивации и стратегии определяет сплав психофизиологического и культурного (нередко – религиозного) начал [61, с. 31–67; 62, с. 7–177; 63, с. 62–90];

– самоубийство, представляющее собой не столько последнее событие частной жизни человека и не столько симптом состояния общества, сколько проявление действия репликатора [36, с. 111–113], весьма древнего, хотя и демонстрирующего изменчивость, окрашенность цветом времени и этнокультурной традиции, в чем убеждают книги [64, 65] И. Паперно и Г.Ш. Чхартишвили.

Для историка, стремящегося восстановить атмосферу времени, может оказаться полезным анализ взаимодействия юнговских архетипов и господствующих в общественном сознании мемов: идеологических, религиозных, этнокультурных и т.д. Характер этого взаимодействия между архетипами и мемами, то есть их противостояние, резонанс, независимое сосуществование etc., в значительной мере и влияет на *zeitgeist*. Его неповторимость выражается через эстетические доминанты искусства данного времени. Это весьма рельефно и отчетливо проявилось в базовых метафорах советского кино 1930–1940-х гг., позволив В.И. Мильдону увидеть в них «выражения устойчивых (мало и медленно меняющихся) черт национального мироотношения» [66, с. 160].

Долговечность ментальных репликаторов варьирует в широком диапазоне, что соответствует схеме Ф. Броделя, различавшего три вида продолжительности в истории: первый соответствует процессам, определяющимся взаимоотношениями между индивидом и группой; второй – процессам, затрагивающим не только индивидов, но группы целиком; третий – структурам мышления и поведения, практически не меняющихся со сменой поколений [67, с. 20]. Но даже фундаментальные и древние мемы подвержены изменениям. Таковы, скажем, художественные модели мироздания, выражающие идеи мирового порядка, гармонии, красоты [68, с. 5], «вечные» ценности [69, с. 59] и др. Некоторые из культурных образцов сохраняются – под маской, под вуалью новизны – в обстановке, где, казалось бы, им совсем нет места. Например, официальное именование советских писателей (с 1932 года) – «инженеры человеческих душ» – скорее всего восходит к евангельскому выражению «ловцы человеков» [70, с. 397], в ту пору табуированному. Представить себе, насколько высок был тогда престиж инженера, помогает статья драматурга-авангардиста С.М. Третьякова («Советский экран», 1926, № 1), восхищенно отзывавшемся о своем знаменитом единомышленнике Эйзенштейне как о режиссере-инженере.

Смена репликаторов, как уже упоминалось, происходит в точке бифуркации, где динамическая система утрачивает устойчивость. Не исключено, что в точке бифуркации произойдет «воскрешение» репликатора, некогда вытесненного другим – также в результате спонтанной смены социокультурной парадигмы и/или предпринятого вмешательства в процесс культуронаследования. Иллюстрацией здесь может служить механизм нынешнего ухода из нашего государственного и общественного быта красной пятиконечной звезды как символа советского мира. А в 1920-х годах кровавая пентаграмма заместила в массовом сознании «звезду светлую» – символ Христа [71, с. 352–353]. Культурно-семантические аспекты этой замены раскрывает М.О. Чудакова в статье «Антихристианская мифология советского времени» [71]. Богатый и многообразный исторический материал, помогающий понять социальную технологию демонтажа целостной системы ментальных репликаторов и принудительной замены ее другой системой, собран в работе (1947 г.) В. Клемперера «Язык Третьего рейха. Записная книжка филолога» [72] и в монографии В.В. Глебкина «Ритуал в советской культуре» [73]. Последний, в частности, делает вывод, показывающий соотношение между инвариантами и изменчивыми элементами внедряемых мемов: «Основным механизмом трансляции «культурных схем» русской культуры в советское культурное пространство является воспроизведение сформированных в этой культуре синтаксических конструкций, наполняемых новой лексикой» [73, с. 57].

IV. Выше уже говорилось, что процессы самоорганизации в ходе историко-культурного развития осуществляются благодаря конкурентному отбору репликаторов, соревнующихся за возможность максимального числа своих воспроизведений. Следует напомнить, что культурные образцы определенного типа (скажем, учебные издания [74]) принято ранжировать по степени их распространенности, то есть по частоте использования в человеческой деятельности [30, с. 40–41], иначе говоря, по уровню их признания. В зависимости от ранга можно говорить о повсеместных мемах (такова сегодня в быту, например, десятичная система счисления), о мемах с частичным распространением в данном сообществе (участие в конференциях, коллекционирование прижизненных изданий Пушкина etc.) и об единичных мемах, обладающих минимально возможным рангом. Переход единичного мема на уровень группового, а тем более – на уровень повсеместного распространения осуществляется в обстановке «войны» мемов. Хаотически соревнующиеся ментальные репликаторы претендуют на разрешение некоторой проблемы, на удовлетворение какой-то, возможно, еще не осознанной сообществом социокультурной потребности.

Сегодня едва ли не самым продуктивным поставщиком новых репликаторов, определяющих ход истории, служат научные исследования и связанные с ними технологии. Уместно заметить, что И.Г. Фихте в лекциях 1805 года описывает это

влияние, в нелинейном, как мы бы сказали, аспекте. В размышлениях Фихте ключевую роль играет динамика общества, движение вперед. Основанное на различии сословий, движение это, по мысли Фихте, происходит благодаря обмену между индивидуумами продуктами их личной эволюции, так как каждый выбирает для себя определенную отрасль всеобщего развития, предоставляя остальные другим членам общества и ожидая, что они дадут ему возможность воспользоваться преимуществами их развития, подобно тому, как он дает им возможность воспользоваться *своим* [75, с. 43]. Естественно спросить: что же является единицей такого обмена, то есть передачи культурной продукции, созданной индивидуумом или группой? Тексту Фихте отнюдь не противоречит ответ: набор неких исторически изменчивых квантов культурного (в том числе научного) наследия, то есть набор мемов. Причем набор этот есть и результат, и движитель как индивидуального, так и всеобщего развития, о котором пишет Фихте.

В 1918 году к этой теме обращается Макс Вебер в докладе, прочитанном в Мюнхенском университете. Показательно, что для Вебера «научная работа вплетена в движение прогресса» [76, с. 711]. Он подчеркивает отличительное свойство репликаторов, используемых и создаваемых в науке: они принципиально временны, преходящи. «Каждый из нас знает, что сделанное им в области науки устареет через 10, 20, 40 лет» [76, с. 712]. Прервав цитату, заметим, что с ее содержанием вполне коррелируют представления о предпосылках самоорганизации научного знания, чей очередной акт совершается всякий раз, когда устаревание знания порождает неустойчивость в динамической системе науки, подводя ее эволюцию к точке бифуркации [77, с. 92–112]. Продолжение цитаты, на наш взгляд, демонстрирует нелинейную основу веберовской модели науки. Вебер пишет: «...всякое совершенное исполнение замысла в науке означает новые «вопросы»... В принципе этот прогресс уходит в бесконечность» [76, с. 712]. Как известно, нелинейность системы проявляется в зависимости ее свойств от интенсивности, скорости и др. характеристик протекающих в ней процессов. Упоминаемые Вебером «вопросы» есть та ситуация, которую наука как система отзывается на новые репликаторы, возникшие в результате исполнения научного замысла. В свою очередь, найденные ответы на «вопросы» порождают новые, изменяя ситуацию, в которой предстоит исполнять очередной замысел, etc. Именно нелинейный характер развития науки делает неизбежным время от времени наступление неустойчивого состояния, благодаря которому оказывается возможной смена научной парадигмы – в результате доминирования в ходе конкуренции наиболее «успешного» мема в момент бифуркации [78, с. 104].

Из сказанного ранее ясно, что повышение ранга ментального репликатора носит вполне вероятностный характер. С этим тезисом вполне согласуется вывод физика-ядерщика и науковеда Ювала Неемана о том, что именно наука выполняет функцию рандомизирующего (то есть порождающего случайности), а значит, «мутационного» механизма для мировой истории [79, с. 86]. Нееман имеет в виду естественные науки. Вспомним, что их прогресс, согласно Догану и Пару, идет через революционные ломки парадигмы, а социогуманитарное знание – напротив – прогрессирует благодаря «созидательной маргинальности», то есть в результате кумулятивных процессов, по мере улучшений, последовательно вносимых многими учеными [10, с. 44].

Развитие истории человечества идет благодаря различным механизмам обновления и отбора репликаторов. По нашему мнению, эту черту ее удачно передает идея динамических систем с джокерами в составе исторической механики Малинецкого [12, с. 81–85; 13, с. 107–110]. Смысл одного из механизмов раскрывает выдвинутый К. Поппером известный принцип «фальсификации»: никакую теорию нельзя считать научной, если она не проверяема в эксперименте и не оказывается ложной в некоторых своих предсказаниях. Иначе говоря, обновление репликаторов в науке гарантируется процессом фальсификации: теория, не выдержавшая проверки, вытесняется более совершенной доктриной, с более широкой областью истинности.

Другой источник модернизации репликаторов – механизм спонтанного изменения, случайной «мутации». Для его объяснения Пошпер и Д. Кемпбелл выдвинули гипотезу «слепой вариации». Она гласит, что в науке новая идея рождается независимо от той проблемы, для решения которой она в действительности послужит. Дело в том, что из данных наблюдения правильно вывести теорию (эмпирическое обобщение) средствами логики невозможно: нет универсального метода, приводящего к «истинной» теории сразу, без ее проверки. Поэтому Пошпер и Кемпбелл утверждают, что построение новой теории включает в себя угадывание, предполагает и случайностное действие. Новые репликаторы в науке, если применить терминологию Кемпбелла, – это неоправданные вариации, непредвиденные «мутации» старых, испытанных эталонов мышления [79, с. 74].

Третий механизм – снисходительность Фортуны к творцу, то есть творческое везение. По мнению Неемана, в истории цивилизации, взаимозависимой от смены технологий, большое значение имеет исследовательское везение. Особенно богаты открытиями, в основе которых лежит счастливый случай, те области знания, что рождены научной революцией [79, с. 84]. К ним, заметим, относится большинство синтезирующих наук.

Четвертый механизм порождения новых репликаторов, по-видимому, действует во всех сферах человеческой деятельности. Грубо-говоря, последняя регулируется парой тенденций, образующих бинарную оппозицию. С одной стороны, в сфере истории человек стремится к максимально точному выполнению всех предписаний традиции, к социальному мимезису (др.-греч. μιμησις – уподобление, подражание), то есть к воспроизведению содержания репликаторов без каких-либо отклонений. С другой же – человек с незапамятных времен выступает в состязании с себе подобными в своем главном, наиболее человеческом занятии: порождении новых репликаторов и преобразовании или уничтожении старых либо «неправильных» репликаторов. Такое состязание идет как в диахроническом, так и в синхроническом плане.

Симптоматично, что фигуру генератора репликаторов мы находим в мифах о культурном герое. В ходе своего грандиозного путешествия он переходит из нашего мира в запредельную тьму, общается с богами и добивается от них дара, способного приносить благо человечеству [80]. Но культурный герой отнюдь не идеален (по любым меркам). Он обычно представлен в мифах и на старинных карнавалах как трикстер (от нем. Trick – трюк, уловка), то есть плут и обманщик. К.Г. Юнг подчеркивает: «Любопытное соединение черт, типичных для трикстера, можно найти в алхимическом Меркурии; например, любовь к коварным розыгрышам и злым выходкам, способность изменять облик, его двойственная природа – наполовину животная, наполовину божественная, подверженность всякого рода мучениям и – the last but not the least – приближенность к образу спасителя» [81, с. 338].

Нетрудно видеть, что так называемые исторические личности, действующие в проблемной ситуации, то есть в точке бифуркации, выступают в функции трикстера. Архетип трикстера, по Юнгу, составляет бессознательную противоположность тому, что человек настойчиво утверждает в своем сознании; он суммирует те личностные элементы в психике, которые не допущены сознанием к жизненному проявлению из-за их несовместимости с сознательными установками индивида. Суть действия трикстера в проблемной ситуации – нарушение норм, сложившихся в сообществе, отказ от испытанных репликаторов. По поводу парадоксальной одаренности трикстера, невольно вызывающей ассоциации с самоорганизованной критичностью, культуролог В.Н. Топоров пишет: «Готовность и умение усвоить себе особый тип поведения с особой логикой (точнее, антилогикой) определяет активный полюс деятельности трикстера; отдача же себя ситуации рокового выбора, напротив, отсылает к пассивному полюсу, где сам трикстер оказывается игрушкой в руках Судьбы, если только на следующем этапе он не переиграет ее за счет особой, даже Судьбе не известной стратегии поведения» [82, с. 59].

Исторические последствия творческой активности реальных изобретателей

репликаторов лучше всего передать словами Хайека: «Большинство шагов в эволюции культуры было сделано индивидами, которые порывали с традиционными правилами и вводили в обиход новые формы поведения. Они делали это не потому, что понимали преимущества нового. На самом деле новые формы закреплялись лишь в том случае, если принявшие их группы преуспевали и росли, опережая прочие» [83, с. 237]. Согласно Хайеку, цивилизация оказывается возможной, в основном, благодаря подчинению врожденных животных инстинктов нерациональным обычаям, то есть мемам, в результате чего складываются упорядоченные человеческие группы все больших размеров [83, с. 229].

Наиболее открыто четвертый механизм обновления репликаторов действует в художественном творчестве и в социогуманитарных науках. Если следовать названию литературоведческого труда Гарольда Блума «The Anxiety of Influence: A Theory of Poetry» (N.Y.: Oxford University Press, 1973), то стоило бы именовать данный механизм боязнью (страхом) влияния. Блум строит свою концепцию, привлекая ментальные репликаторы, присутствующие в античной философии, Ветхом и Новом Завете, гностических апокрифах, Каббале, поэмах Джона Мильтона, сочинениях З. Фрейда, М. Бубера и даже социал-демократа Э. Бернштейна, заклеянного идеологами коммунизма [84, с. 318]. Так, Блум успешно заимствует из поэмы Тита Лукреция Кара «О природе вещей» категорию клинамена (от др.-греч. κλίματην – уклонение, отклонение). Клинамен у Лукреция означает «первичных начал отклоненье», без которого «ничего никогда породить не могла бы природа» [85, с. 67, 65], то есть вариации движения атомов, в конечном итоге обеспечивающие возможность изменений во Вселенной. По терминологии Блума, клинамен «проявляется в исправлении поэтом собственного стихотворения, исходящем из предположения, что до определенного пункта стихотворение предшественника шло верным путем, но затем ему следовало бы отклониться как раз в том направлении, в котором движется новое стихотворение» [84, с. 18]. Нам представляется, что разработанную Блумом типологию мотивов и творческих тактик поэта-новатора (нередко действующего бессознательно) можно распространить – *mutatis mutandis* – на деятельность широкого класса создателей и реформаторов культурных образцов. Прежде всего тех создателей репликаторов, кто ревниво, с повышенной тревожностью стремится «избежать принудительного повторения» [84, с. 18] культурных схем, регламентирующих человеческое восприятие, мышление, воображение, поведение. Причем не только схем, доставляемых из прошлого в процессах культуронаследования, но и мемов, постоянно передаваемых в ходе межличностного общения, через СМИ и т.д.

Завершая обсуждение механизмов обновления репликаторов, заметим, что для их сравнительного анализа целесообразно попытаться применить приемы, практикуемые в эволюционной диатропике. Например, построить упоминавшиеся ранее кладистические диаграммы для различных видов репликаторов, чтобы оценить степень их разнообразия и ее динамику, способность находить для себя и осваивать «экологические ниши», темпы вымирания репликаторов, а также сопоставить эти характеристики с аналогичными для биологического разнообразия.

V. Очевидно, что в выборе личностью репликаторов для решения своих рутинных или нестандартных проблем, а также в характере обновления репликаторов, их комбинирования, создания новых, отказа от старых проявляются индивидуальные предпочтения, запросы, интересы, потребности человека. Репликаторы – самодостаточные и изменчивые кванты истории, – в ходе социализации/индивидуализации человека формируют структуру его восприятия, мышления, поведения. Тем самым репликаторы обеспечивают когерентность (то есть согласованность в пространстве и во времени) действий людей в сообществах и в конечном итоге – нелинейность процессов в социуме. Репертуар репликаторов необозрим. Каждый из них порождает струйку в турбулентном потоке событий, выступая посредником между мгновенным человеком и историей, уходящей в вечность. «История есть ответ жизни на вызов смерти», – судит Б.Л. Пастернак.

Не есть ли репликатор – внутренняя форма этого ответа? И не подсказан ли ответ этот человеку природой, сделавшей некогда выбор в пользу репликатора как способа бытия становления? По словам М.К. Мамардашвили, история человека началась, когда он догадался, что смертен. Осознание этого стало источником репликаторов. Сегодня взрыв их числа демонстрирует власть нелинейности и хаоса в истории, рождая догадки о предстоящем появлении иного посредника и, следовательно, – иного человека.

Известно, что в философии [86], психологии и педагогике [87, с. 180–191] принято рассматривать человека как целостное единство трех начал: индивидуного, субъективного и личностного. Тогда, прибегая к сильному упрощению, можно предположить, что специфику индивидуного в значительной мере обуславливает генетический уровень (грубо говоря, результат репликации генома) и в некоторой степени – уровень процессов, управляемых сигналами пейсмейкеров. Специфику же субъективного начала задает главным образом уровень процессов, управляемых сигналами пейсмейкеров [36, с. 23–33], и отчасти – уровень, где проявляется действие юнговских архетипов. Аргументом в поддержку этого суждения может служить экспериментально установленный Станиславом Грофом факт воздействия физического начала (галлюциногенного препарата LSD) на глубины сознания, оцениваемый В.В. Налимовым как принципиально важный [86, с. 27]. Наконец, для личностного начала определяющее значение имеет восприятие культурных образцов, «фоном» которого служат юнговские архетипы [32, 43, 69]. Дополним описание этой трехуровневой схемы ценным замечанием С.М. Розова: «Однако же, реально не существует никакой линии разграничения сфер влияния генов и мемов, что порой может приводить к возникновению геномемстических конфликтов» [32, с. 326].

Разделяя его мысль, добавим, что возможны и другие конфликты. Скажем, между репликаторами разных уровней, то есть между архетипом и мемом (о чем свидетельствует, например, символика советского кино 1930–40 гг. [66]). А также конфликты между репликаторами одного уровня, например между репликаторами, относящимися к различным семиотическим системам, выражающим мифологию современности. В пользу высказанных утверждений о взаимодействии биоуровневых репликаторов говорит также психологическая теория А. Маслоу о биологических корнях высших ценностей [87, с. 313–353]. Примечательно, что Маслоу пользуется терминами синергизм, высоко/низко синергичное общество (предложенными американским антропологом Рут Бенедикт, хотя происходящими из физиологии). «Высоким синергизмом, – пишет Маслоу, – обладают те общества, социальные институты которых организованы так, чтобы преодолеть полярность между эгоизмом и неэгоизмом, между личным интересом и альтруизмом, так, чтобы человек, добиваясь своих эгоистичных целей, заслужил награды для себя. Если в обществе вознаграждается добро, это общество с высоким синергизмом» [87, с. 215]. «Концепция синергизма справедлива и на уровне отдельного индивидуума, и на уровне межличностных отношений, между двумя индивидуумами», – подчеркивает Маслоу [87, с. 221]. Еще один комплекс фактов о взаимосвязи биологических и ментальных репликаторов содержит труды генетика В.П. Эфроимсона, выполненные на базе большого статистического материала [88, 89]. Эфроимсон делает выводы о том, что гениальность и повышенная одаренность (то есть способность к продуктивному созданию репликаторов) обусловлены биосоциальными механизмами, в том числе, стимуляцией активности мозга при заболевании подагрой и обстоятельствами детско-подросткового развития. Разработанные Эфроимсоном эволюционная генетика альтруизма и восприимчивости к прекрасному, а также феногенетика антисоциальности открывают возможность моделировать те процессы самоорганизации в обществе, которые инициированы сочетаниями совместно действующих биологических репликаторов и культурных образцов.

Напоследок стоит оглянуться и вспомнить, что в далеком прошлом произошел переход от эволюции косной материи к биоэволюции, а от нее – благодаря человеку – к истории, то есть к эволюции культуры. Причем в этих

переходах особую роль играли и продолжают играть репликаторы. Естественно тогда допустить, что и в будущем предстоит – из-за инициирования некими репликаторами – переход к следующему этапу эволюции. Динамика, порожденная этими гипотетическими репликаторами (условно говоря, «гиперистория»), приблизительно так связана, сцеплена с переживаемой нами историей, как эта последняя – с эволюцией генетических программ человека. Суждения ряда авторов об этапах универсальной эволюции, а также наши догадки о том, что эволюция материи и информации имеет – наряду с другими – репликаторное измерение, изложены в [36, с. 123–128; 44; 90], но эти вопросы лежат за рамками нашей темы.

Итак, мы стремились показать, что полипроцессуальность реальной действительности, в которой переплетены физический, биологический, исторический аспекты, можно дискретизировать, упорядочить, структурировать, оперируя понятием репликатора в контекстах самоорганизации/хаотизации. А это открывает возможности моделирования динамики нашей действительности.

Например, понятие репликатора позволяет строить простейшую схему «дискретности истории», ее «дисконтинуитета», по выражению М. Фуко. Еще в 1969 г. Фуко предсказывает: «Одной из наиболее характерных черт новой исторической науки является, безусловно, превращение прерывности из прерывствия в практику, ее интеграция в дискурс историка, так что она воспринимается уже не как навязанная и нежелательная неизбежность, но как необходимый концепт» [7, с. 12]. По мнению Фуко, «история становится «эффективной» лишь в той степени, в какой она внедряет идею разрыва в само наше существование...» (цит. по [91, с. 59]). В этом смысле история не столько учительница жизни, сколько преподаватель синергетики. Разрыв исторического процесса в точках бифуркации – вспомним слова Гамлета о распавшейся связи времен или образ Ю.Л. Лотмана «Клио на распутье» – не более странен или страшен (например, для недобровольно включенного наблюдателя [4, с. 46–72]), чем его непрерывность.

Судя по многим авторитетным свидетельствам, например по книге [92] Э. Ласло, и мир в целом, и Россия находятся сейчас в точке бифуркации. Думается, что период этот плодотворен для историка-исследователя, но чрезвычайно тяжел для историка-воспитателя. Здесь имеется в виду его миссия, по поводу которой Альфред Вебер в своем труде «О смысле исторического существования» пишет следующее: «...наша задача – очеловечение масс. Если говорить о массе и элите – и с достаточным основанием, – то именно *такова* сегодняшняя задача элиты. Конечно, это трудная социальная, политическая и прежде всего воспитательная задача». По мысли Вебера, очеловечение означает «не только усиление и возвышение духовной компетенции», «не только создание наибольшей прочности существования и повышение уровня жизни всех, вплоть до последнего работающего человека, но прежде всего, с точки зрения жизни, раскрытие, даже спасение, способности к *инициативе*...» [93, с. 330]. Фрагмент из книги Вебера позволяет понимать под элитой тех, кто создает репликаторы, отвечающие духу времени и места, то есть сути возникших проблем, и придающие человеческой инициативе, а ее синоним – риск (вспомним трикстера) – ценностно-приемлемые формы. От того, какие репликаторы создаются, и от того, как они воспринимаются сообществом, задавая его нелинейную динамику, непосредственно зависит наше ближайшее будущее.

Статья подготовлена в рамках программы «Университеты России – фундаментальные исследования» (грант № 3945).

Библиографический список

1. Трубецков Д.И. Колебания и волны для гуманитариев: Учебное пособие для вузов. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1997. 392 с.

2. Шпет Г.Г. История как предмет логики // Историко–философский ежегодник. 1988. М.: Наука, 1988. С. 290.
3. Яковлев А.А. К публикации статьи Г.Г. Шпета «История как предмет логики» // Историко–философский ежегодник. 1988. М.: Наука, 1988. С. 288.
4. Муравьев В.Н. Овладение временем. Избр. философские и публицистические произведения. М.: РОССПЭН, 1998. 320 с.
5. Муравьев В.Н. Всеобщая производительная математика // Русский космизм: Антология философской мысли / Сост. С.Г. Семенов, А.Г. Гачевой. М.: Педагогика–Пресс, 1993. С. 190.
6. Богданов А.А. Тектология: Всеобщая организационная наука. В 2–х кн.: Кн. 1. М.: Экономика, 1989. 304 с.
7. Фуко М. Археология знания. Киев: Ника–Центр, 1996. 208 с.
8. Zeldin Th. Social History and Total History // J. of Social History. 1976. Vol. 10, № 2. P. 237.
9. Wallerstein I. World–Systems Analysis // Social Theory Today: Cambr., Engl., 1988. P. 308.
10. Доган М. Фрагментация социальных наук и перераспределение специальностей вокруг социологии // Международный журнал социальных наук. 1994. № 3. С. 39.
11. Розов Н.С. Начала рациональной философии истории. Исследовательская программа, модели и гипотезы. Вып. 3. Апология теоретической истории. Новосибирск: НГУ, 1998. 40 с.
12. Малинецкий Г.Г. «Историческая механика» и нелинейная динамика // Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5. № 4. С. 76.
13. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М.: Наука, 1997. 285 с.
14. Малинецкий Г.Г. Синергетика, предсказуемость и динамический хаос // Пределы предсказуемости / Под ред. Ю.А. Кравцова. М.: ЦентрКом, 1997. С. 78.
15. Поизнер Б.Н. Бытие становления как объект познания // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 3, 4. С. 100.
16. Weidlich W. Physics and Social Science – the Approach of Synergetics // Phys. Reports. 1991. Vol. 204. P. 1.
17. Мелик–Гайказян И.В. Информационные процессы и реальность. М.: Наука, 1998. 192 с.
18. Авени Э. Империи времени. Календари, часы и культуры. Киев: София, 1998. 384 с.
19. Волновые процессы в общественном развитии. Новосибирск: Изд–во Новосибир. ун–та, 1992. 227 с.
20. Чижевский А.Л. Неизданное. Библиография. Размышления. Развитие идей. М., 1998. 360 с.
21. Moseley R. The Kondratieff wave, stocks, interest rates, and gold // Cycles. 1991. Vol. 42. P. 323.
22. Гумилев Л.Н., Ермолаев В.Ю. Проблема предсказуемости в изучении процессов этногенеза / Под ред. Ю.А. Кравцова. М.: ЦентрКом, 1997. С. 236.
23. Аршинов А.И., Мударисов Р.Р., Поизнер Б.Н. Об онтологическом статусе циклического и хаотического процессов // Циклические процессы в природе и обществе: Матер. 1–й междунар. конф. (18–21 октября 1993 г., Ставрополь). Ставрополь: Изд–во Ст.ГУ, 1993. С. 68.
24. Arshinov A.I., Mudarisov R.R., Poizner B.N. Cycles of optical structures self–organization // Criteria of self–organization in physical, chemical, and biological systems: Abstracts of Intern. Confer. (Moscow–Suzdal, June 12–18, 1995). Suzdal, 1995. P. 155.
25. Чайковский Ю.В. К общей теории эволюции // Путь: Международный философский журнал. 1993. № 4. С. 101.
26. Чайковский Ю.В. Познавательные модели, плюрализм и выживание // Путь: Международный философский журнал. 1992. № 1. С. 62.
27. Dawkins R. Viruses of the Mind. Available via Internet: <http://www.fmb.mmu.ac.uk/j.o.m./1997/vol.1/dawkins.r.html>

28. *Кребер А.Л.* Конфигурации развития культуры // Антология исследований культуры. Т. 1. Интерпретация культуры. СПб.: Университетская книга, 1997. С. 465.
29. *Розов М.А.* Знание как объект исследования. Воспоминания о работе новосибирского семинара (1963–1980) // Вопросы философии. 1998. № 1. С. 89.
30. *Розов Н.С.* Структура цивилизации и тенденции мирового развития. Новосибирск: НГУ, 1992. 213 с.
31. *Пойзнер Б.Н.* Модель развития психологического универсума человека как проблема синергетики // Психологический универсум образования человека ноэтического: Матер. междунар. симпозиума / Под ред. В.И. Кабрина. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. С. 131.
32. *Розов С.М.* Дарвинизм и эпистемология: генетика и меметика // На теневой стороне. Матер. к истории семинара М.А. Розова по эпистемологии и философии науки в Новосибирском Академгородке. Новосибирск: НГУ, 1996. С. 311.
33. *Пойзнер Б.Н.* Прагма синергетики // Философия языка в России (Материалы «круглого стола» в Российском Межвузовском Центре по русской философии и культуре 25 июня 1997 г., г. Москва). М.: МАИ, 1997. С. 33.
34. *Пойзнер Б.Н., Шульга Д.А., Шулепов М.А.* Становление моды как процесс формирования нового порядка в сообществе // Порядок и хаос в развитии социально-экономических систем: Матер. 2-го научного семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» (13–15 авг. 1998 г., Томск). Томск: Ин-т оптического мониторинга СО РАН, 1998. С. 58.
35. *Пойзнер Б.Н., Магазинников А.Л.* О разработке синергетических критериев качества жизни, или Как возможна культурометрия? // Качество во имя лучшей жизни: Матер. II обл. научн.-практ. конф. Томск: Изд. научн.-тех. лит., 1997. С. 59.
36. *Соснин Э.А., Пойзнер Б.Н.* Лазерная модель творчества (от теории доминанты к синергетике культуры): Учебное пособие. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. 150 с.
37. *Пойзнер Б.Н., Соснин Э.А.* Экспертиза образовательной системы как стимул метасистемного перехода в ней // Экспертиза инновационных процессов образования. Подходы к проблеме экспертизы в образовании. Кн. 1. / Под ред. Г.Н. Прозументовой и С.Г. Баронене. Томск, 1999. С. 46.
38. *Пойзнер Б.Н.* Синергетика как фактор модернизации образования // Процессы обновления содержания естественнонаучного образования: Матер. Российской научно-пед. конференции (29–31 марта 1999 г., Красноярск). Красноярск, 1999. С. 1.
39. *Горбань А.Н.* Функции многих переменных и нейронные сети // Соросовский Образовательный Журнал, 1998. № 12. С. 105.
40. *Малинецкий Г.Г.* От мозга – к компьютеру и обратно // Знание – сила, 1994. № 9. С. 40.
41. *Буфалов С.А., Бухтяк М.С., Пойзнер Б.Н.* Учет когнитивности – критерий полноты моделей самоорганизации в социуме // Порядок и хаос в развитии социально-экономических систем: Матер. 2-го научного семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» (13–15 авг. 1998 г., Томск). Томск: Ин-т оптического мониторинга СО РАН, 1998. С. 121.
42. *Корогодин В.И.* Информация и феномен жизни. Пущино: Пущинский научный центр АН СССР, 1991. 202 с.
43. *Пойзнер Б.Н.* О «субъекте» самоорганизации // Изв. вузов Прикладная нелинейная динамика. 1996. Т. 4, № 4–5. С. 149.
44. *Пойзнер Б.Н.* Лазер и культура: единство субъектов самоорганизации // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11, № 2–3. С. 292.
45. *Бестужев-Лада И.В.* Альтернативная цивилизация. М.: Гуманит. изд. Центр ВЛАДОС, 1998. 352 с.
46. *Тимашев С.Ф.* Принципы эволюции нелинейных систем // Российский химический журнал, 1998. № 3. С. 18.
47. *Курт В.Г.* Экспериментальные методы изучения космических гамма-всплесков // Соросовский Образовательный Журнал. 1998. № 6. С. 71.

48. *Гласс Л., Мэки М.* От часов к хаосу: ритмы жизни. М.: Мир, 1991. 248 с.
49. *Пойзнер Б.Н.* Хаос, порядок, время в древних картинах мира // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 3–4. С. 97.
50. *Культурология. XX век. Словарь.* СПб.: Университетская книга, 1997. 640 с.
51. *Серов Н.В.* Античный хроматизм. СПб.: Лисс, 1995. 475 с.
52. *Хоружий С.С.* Диптих безмолвия // Хоружий С.С. После перерыв. Пути русской философии. СПб.: Алетейя, 1994. С. 276.
53. *Богданов К.А.* Очерки по антропологии молчания. Homo tacens. СПб.: РХГИ, 1997. 350 с.
54. *Бургин Д.Л.* София Парнок. Жизнь и творчество русской Сафо. СПб.: ИНАПРЕСС, 1999. 512 с.
55. *Жук О.* Русские амазонки: история лесбийской субкультуры в России. XX век. М.: Глагол, 1998. 134 с.
56. *Тарланов Е.З.* Женская литература в России рубежа веков // Русская литература, 1999. № 1. С.134.
57. *Urbi:* Литературный альманах. Вып. 7. Труды Феогида. СПб., 1996. 128 с.
58. *Богданов К.А.* Чихание: явление, суеверие, этикет // Антропология религиозности (Альманах «Канун». Вып. 4). СПб., 1998. С. 217.
59. *Жельвис В.И.* Поле брани. Сквернословие как социальная проблема в языке и культурах мира. М.: Ладомир, 1997. 330 с.
60. *Марасникова Е.Н., Бромберг Д.Э.* Культурная история жеста: Сб. ст. под ред. Я. Бреммера и Г. Руденбурга // История ментальностей, историческая антропология. Зарубежные исследования в обзорах и рефератах. М.: РГГУ, 1996. С. 119.
61. *Лоуэн А.* Любовь и оргазм. М.: АСТ; Ин-т общегуманитарных исследований, 1998. 432 с.
62. *Шестаков В.П.* Эрос и культура: Философия любви и европейское искусство. М.: Республика; ТЕРРА Книжный клуб, 1999. 464 с.
63. *Лизбет А.В.* Тантра. Ростов-на-Дону: Феникс, 1998. 256 с.
64. *Паперно И.* Самоубийство как культурный институт. М.: Новое литературное обозрение, 1999. 256 с.
65. *Чхартишвили Г.Ш.* Писатель и самоубийство. М.: Новое литературное обозрение, 1999. 576 с.
66. *Мильдон В.И.* Метафизика головного мозга. О некоторых основных метафорах советского кино 30–40-х годов (наблюдения филолога) // Киноведческие записки. 1997. № 33. С. 160.
67. *Горюнов Е.В. Ж. Дюби.* История ментальностей // История ментальностей, историческая антропология. Зарубежные исследования в обзорах и рефератах. М.: РГГУ, 1996. С. 18.
68. *Толстой В.П., Швидковский Д.О.* Синтез пространственных искусств как образ мироздания // Художественные модели мироздания: Взаимодействие искусств в истории мировой культуры. Кн. 1. М.: ТОО «Пассим», 1997. С. 5.
69. *Пойзнер Б.Н.* О стимулах становления человека и смены его ценностей // Высшее образование в России. 1996. № 3. С. 57.
70. *Ронен О.* «Инженеры: человеческих душ»: к истории изречения // Лотмановский сб. Т. 2/ Сост. Е.В. Пермяков. М.: Изд-во РГГУ; ИЦ-Гарант, 1997. С. 3930.
71. *Чудакова М.О.* Антихристианская мифология советского времени // Библия в культуре и искусстве: Матер. научн. конф. «Випперовские чтения – 1995» (23–26 января 1996 г., Москва). Вып. XXVIII/ Под ред. И.Е. Даниловой. М.: ГМИИ, 1996. С. 331.
72. *Клемперер В.* ЛТИ. Язык Третьего рейха. Записная книжка филолога. М.: Прогресс-Традиция, 1998. 384 с.
73. *Глебкин В.В.* Ритуал в советской культуре. М.: Янус-К, 1998. 168 с.
74. *Пойзнер Б.Н.* Нелинейная динамика учебника: Эскиз // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т. 5. № 4. С. 103.

75. *Фихте И.Г.* Несколько лекций о назначении ученого // Соч. в 2-х томах. Т.2. СПб.: Мифрил, 1993. С.7.
76. *Вебер М.* Наука как призвание и профессия // Вебер М. Избр. произв. М.: Прогресс, 1990. С. 707.
77. *Яблонский А.И.* Математические модели в исследовании науки. М.: Наука, 1986. 352 с.
78. *Пойзнер Б.Н., Ситникова Д.Л.* Элементы социосинергетики у Фихте и Вебера // Порядок и хаос в развитии социально-экономических систем: Матер. 2-го научного семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» (13–15 авг. 1998 г., Томск). Томск: Ин-т оптического мониторинга СО РАН, 1998. С. 1015.
79. *Нееман Ю.* Счастливый случай, наука и общество. Эволюционный подход // Путь. 1993. № 4. С. 70.
80. *Кэмпбелл Дж.* Герой с тысячью лицами. Киев: София, 1997. 336 с.
81. *Юнг К.Г.* Душа и миф: шесть архетипов. Киев: Гос. библиотека Украины для юношества, 1996. 384 с.
82. *Топоров В.Н.* О ритуале. Введение в проблематику // Архаический ритуал и фольклор в раннелитературных памятниках. М.: Наука, 1988. С. 7.
83. *Хайек Ф.А.* Общество свободных. London: OPI, 1990. 309 с.
84. *Блум Х.* Страх влияния. Карта перечитывания. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1998. 352 с.
85. *Тит Лукреций Кар.* О природе вещей. М.: Худож. лит., 1983. С. 5.
86. *Налимов В.В.* Теория смыслов: Конструктивистские аспекты математической модели сознания // Математика и искусство: Тр. Междунар. конф. (23–28 сентября 1996 г., Суздаль). М., 1997. С. 211.
87. *Маслоу А.Г.* Дальние пределы человеческой психики. СПб.: Евразия, 1997. 430 с.
88. *Эфроимсон В.П.* Гениальность и генетика. М.: ИИА «Русский мир», 1998. 544 с.
89. *Эфроимсон В.П.* Генетика этики и эстетики. СПб.: Талисман, 1995. 288 с.
90. *Пойзнер Б.Н., Соснин Э.А.* Опыт классификации субъектов самоорганизации материи и информации // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика, 1998. Т. 6. № 3. С. 74.
91. *Ильин И.П.* Постструктурализм. Деконструктивизм. Постмодернизм. М.: Интрада, 1996. 256 с.
92. *Ласло Э.* Век бифуркации. Постигание изменяющегося мира/ Предисл. И. Пригожина // Путь. 1995. № 7. С. 3.
93. *Вебер А.* Избранное: Кризис европейской культуры. СПб.: Университетская книга, 1998. 565 с.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 19.05.99

REPLICATOR AS A MEDIATOR BETWEEN MAN AND HISTORY

B.N. Poizner

How the interaction of man and history of open sociocultural system can be described? It is suggested to operate by the concept of replicator (R) – self-reproducing and changeable information integrity. R are considered as agents of constructive chaos, while one of R – in the moment of system history discontinuity – stimulates the transition from chaos to order and determines «intrinsic form» of structuring and tradition. It is showed that R is general category of synthesizing sciences: nonlinear dynamics (synergetics), cyclistics, diatropics, memetics, theory of neural nets, and teleological theory of information. It is maintained that synthesizing sciences are closest allies of

history in integration movement of the natural science and the humanities. Four renovation mechanisms of replicators that determine nonlinear dynamics of history are described. It is underlined that the duality with which man shows one's worth is essential with respect to the modeling of history streams. Due to the duality man: 1) seeks for scrupulously reproducing of replicators content, 2) is in competition with other transforming or obliterating some replicators and creating new R – «quanta of history». The latter is topical in two aspects: saving of ability to initiative, i.e. to risk, and attaching to the initiative the forms acceptable in plane of values.



Пойзнер Борис Николаевич – родился в Томске (1941), окончил радиофизический факультет Томского государственного университета. Защитил кандидатскую диссертацию по теории колебаний и волн (1970), доцент кафедры квантовой электроники и фотоники ТГУ. Читает лекции по нелинейной оптике, физике, физике лазеров, принципам управления лазерным излучением, основам синергетики. Область научных интересов: квантовая электроника, применение нелинейной динамики в оптике и материаловедении, прикладная наукометрия, культурологическая теория образования. Имеет много статей по указанной тематике. Инициатор подготовки и редактор семи библиографических указателей (в том числе «Синергетика и сопредельные науки», «Университетское образование и его социальная роль», «Интеллигенция в российском обществе и университете», «Психика и интеллект обучаемого»). Действительный член Всероссийского общества библиофилов. E-mail: pznr.rff@elefot.tsu.ru



**ОСОБЕННОСТИ МАКСВЕЛЛОВСКОГО
«ТРАКТАТА ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСТВЕ И МАГНЕТИЗМЕ»
И ПРИНЦИПЫ НАУЧНОГО ПЕРЕВОДА***

М.Л. Левин, М.А. Миллер, Е.В. Суворов

5. Уравнения поля

«Теория Максвелла – это уравнения Максвелла». Эта часто цитируемая оценка принадлежит Герцу. В ней есть лозунговая экстремальность – она выставляет независимость ценности правильного результата от поисковых блужданий. Конечно, в «Трактате» обсуждается еще и множество разнообразнейших проблем разной степени важности и общности, но уравнения электродинамики, несомненно, являют собой их кульминацию. Фактически уравнения были найдены задолго до первого издания «Трактата» и опубликованы в 1861–1862 годах. Но это не ослабляет волнения, охватывающего при знакомстве с ними в «Трактате», наверно, из-за возможности следовать шаг за шагом максвелловским путем приближения к ним.

К счастью, Максвелл избежал участи некоторых других первооткрывателей – ему не пришлось бороться за приоритет. Уравнения были неожиданны и не сразу поняты. Многие другие исследователи, занятые аналогичными делами, т. е. развивающие свои варианты теории, не восприняли достижения Максвелла как решающие и тем более как завершающие. Одной из причин, наверно, было привлечение образной, фарадеевского толка аргументации, о чем уже несколько раз говорилось выше. Это отпугивало, по крайней мере, некоторых континентальных физиков. Как ни странно, но такая территориальная поляризация наблюдалась на самом деле: немецкая и французская наука была более привержена рассудочному, аналитическому способу познания, чем британская, тяготеющая к образным, геометрическим методам. И шло это традиционно еще со времен Великого Противостояния дифференциалов Лейбница и флюксий Ньютона. Вообще написанные Максвеллом уравнения показались «конкурентам» неубедительными и неубедительно обоснованными. И они не приняли их за фундаментальные исходные законы, по существу, не нуждающиеся в почленной аргументации и не подлежащие выводу из иерархически более элементарных (такая потребность возникла позже, в процессе создания квантовой теории поля).

* Окончание. Начало см. Изв. вузов «ПНД», т. 7, № 5, 1999. С. 97.

© Приложение к переводу максвелловского «Трактата об Электричестве и Магнетизме». Н.Новгород: ИПФ РАН, 1998. 68 с.

Другими причинами были, видимо, изобилие этих уравнений, непривычный их облик и еще неполная очищенность от некоторых частных (подробности чуть позже). Максвелл писал: «Эти соотношения можно считать основополагающими. Их можно было бы скомбинировать так, чтобы исключить некоторые из величин. Однако наша задача сейчас состоит не в получении компактных математических формул, а в написании выражения для каждого соотношения, о котором мы что-либо знаем. На этой стадии исследования исключение любой величины, отражающей полезную идею, было бы скорее потерей, чем выигрышем».

Представленная Максвеллом итоговая система уравнений (а в ней присутствовали уравнения и для полей, и для потенциалов, и материальные связи, и выражения для сил) была внутренне непротиворечива, так что решение вопроса об излишествах действительно отступало на второй план: все это уладилось позже при формулировке и доказательстве теорем единственности (и существования, конечно). Первостепеннее стояла проблема полноты и замкнутости (и достоверности, конечно). По этому поводу Максвелл не позволил себе высказывать какие-либо общие сентенции, но привел несколько простейших решений для предьявления экспериментаторам. Как мы знаем, все контрольные эффекты, предложенные самим Максвеллом (а также несколькими поколениями исследователей позже), прошли обоснованную экспериментальную экспертизу в том смысле, что были подтверждены в пределах точности, с которой макроскопическая электродинамика оказалась вообще справедливой.

Далее мы проведем сопоставление сводных уравнений электродинамики, содержащихся в «Трактате», с уравнениями Максвелла в их современном представлении. Для этого воспроизведем формульную часть «Кватернионных выражений для электромагнитных уравнений» и рядом с каждой трактатной формой поместим соответствующее ей выражение в обозначениях, принятых теперь с использованием гауссовой системы единиц.

Уравнение для магнитной индукции:

$$\mathbf{B} = V \cdot \nabla \mathbf{A}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad (\text{A})$$

\mathbf{B} – магнитная индукция, \mathbf{A} – вектор–потенциал (электрический).

Уравнения для электродвижущей напряженности:

$$\mathbf{E} = V \cdot \mathbf{A} \mathbf{B} - \mathbf{A} - \nabla \Psi,$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad (\text{B})$$

\mathbf{E} – напряженность электрического поля, φ – скалярный потенциал (электрический), \mathbf{u} – скорость контура или системы отсчета, c – скорость света в вакууме.

Уравнение для механической силы:

$$\mathbf{f} = V \cdot \mathbf{E} \mathbf{B} + e \mathbf{E} - m \nabla \Omega,$$

$$\mathbf{f} = \frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{пол}}^e \times \mathbf{B} + \rho^e \mathbf{E} - \rho^m \nabla \Psi, \quad (\text{C})$$

\mathbf{f} – объемная плотность силы, $\mathbf{j}_{\text{пол}}^e = \mathbf{j}_{\text{пр}}^e + \mathbf{j}_{\text{см}}^e$ – плотность полного (истинного) электрического тока, $\mathbf{j}_{\text{пр}}^e$ – плотность тока проводимости, $\mathbf{j}_{\text{см}}^e$ – плотность тока смещения, ρ^e – плотность электрического заряда, ρ^m – плотность магнитного заряда, Ψ – скалярный потенциал (магнитный).

Уравнение для намагничивания:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B} &= \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{M}, \\ \mathbf{B} &= \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M},\end{aligned}\tag{D}$$

\mathbf{B} – магнитная индукция, \mathbf{H} – напряженность магнитного поля, \mathbf{M} – вектор намагничивания.

Уравнение для электрических токов:

$$\begin{aligned}4\pi\mathfrak{G} &= \mathbf{V}\cdot\nabla\mathfrak{H}, \\ -\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_{\text{пол}}^e &= \nabla\mathfrak{H} = \text{rot}\mathbf{H}.\end{aligned}\tag{E}$$

Уравнение для токов проводимости:

$$\begin{aligned}\mathfrak{K} &= c\mathfrak{E} \\ \mathbf{j}_{\text{пр}}^e &= \sigma\mathbf{E},\end{aligned}\tag{G}$$

где σ – проводимость среды.

Уравнение для электрического смещения:

$$\begin{aligned}\mathfrak{D} &= -\frac{1}{4\pi}k\mathfrak{E}, \\ \mathbf{D} &= \varepsilon\mathbf{E},\end{aligned}\tag{O}$$

ε – диэлектрическая проницаемость.

Уравнение для истинного тока:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{K} + \mathfrak{D} = \left(c + \frac{1}{4\pi}k\right)\mathfrak{E},\tag{H}$$

$$\mathbf{j}_{\text{пол}}^e = \mathbf{j}_{\text{пр}}^e + \mathbf{j}_{\text{см}}^e = \left(\sigma + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t}\right)\mathbf{E}.\tag{I}$$

Уравнение для электрической объемной плотности:

$$\mathfrak{e} = \mathbf{S}\cdot\nabla\mathfrak{D},$$

$$4\pi\rho^e = \mathbf{V}\cdot\mathbf{D} = \text{div } \mathbf{D}.\tag{J}$$

Уравнение для электрической поверхностной плотности $\rho_{\text{пов}}^e$:

$$4\pi\rho_{\text{пов}}^e = \mathbf{n}_{12}\cdot(\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1),\tag{K}$$

\mathbf{n}_{12} – нормаль к поверхности из среды 1 в среду 2.

Уравнение для намагничивания:

$$\begin{aligned}\mathfrak{B} &= \mu\mathfrak{H}, \\ \mathbf{B} &= \mu\mathbf{H},\end{aligned}\tag{L}$$

μ – магнитная проницаемость.

Уравнение для магнитной плотности:

$$\mathbf{m} = S \cdot \nabla \mathcal{H},$$

$$\rho^m = -\nabla \cdot \mathbf{M} = -\operatorname{div} \mathbf{M}. \quad (\beta)$$

Уравнение для магнитной силы (когда $\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0$):

$$\mathcal{H} = -\nabla \Omega,$$

$$\mathbf{H} = -\nabla \Psi. \quad (\gamma)$$

Итак, перед нами совокупность сводных уравнений (А)–(γ), и мы в состоянии оценить их совершенство и правильность с позиций нашего понимания. Вообще говоря, она отличается от системы, в последствии канонизированной как системы уравнений Максвелла. Но за малыми исключениями отличия скорее методические, а не принципиальные. Прежде всего, совокупность (А)–(γ) по-другому организована, и в этом, и в некоторых ее деталях еще проглядываются следы моделей, принимавших участие в процессе поиска. Это те самые строительные леса, отмеченные ранее Максвеллом – с признательностью за оставление их – в трудах Фарадея, и выходит, что по недосмотру сохранные теперь им самим. Кроме того, при перегруженности системы (А)–(γ) в ней есть известная незавершенность: в частности, не проведено несколько «напрашивающихся» обобщений, даже из числа уже подготовленных и обсужденных в тексте. И мы обязаны Дж. Дж. Томсону, Г. Герцу, О. Хевисайду и Х. Лоренцу тем, что именно они оказались доброжелательно вдумчивыми последователями, сумевшими первыми осознать непреходящее значение этих уравнений и довести их до того общего по смыслу и изящного по форме состояния, которое в наше время принимается за образец физической теории.

Опуская промежуточные этапы и мотивировки действий, приведем систему уравнений Максвелла в ее усовершенствованном представлении. Потом были предложены, возможно, более удачные (в отношении компоновки, объединения, обобщения, классификации по типам симметрии и инвариантности и т. п.) варианты записи, но данная форма (лишь слегка подправленная позже) остается и по сей день одной из наиболее употребительных:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{пр}}^e + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi \rho^e, \quad (4)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j}^e = \sigma \mathbf{E}^e, \quad (5)$$

$$\mathbf{f}_{\text{мех}} = \rho^e \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{пр}}^e \times \mathbf{B}. \quad (6)$$

Причем даже порядок расстановки уравнений настолько прижился, что в «определенных кругах» (кастовость тут тоже регламентируется научным происхождением) часто говорят, «как следует из первого, второго, и т. д. уравнения Максвелла», считая, видимо, перенумерацию отступничеством от Заветов Учителя, хотя легко усмотреть из сравнения (А)–(γ) с (1)–(6), что все это дело рук Апостолов, а не Его Самого.

Сейчас принимается такая классификация. Уравнения (1)–(4) – собственно уравнения электромагнитного поля. Уравнения (5) – материальные уравнения (в их простейшей разновидности – линейная изотропная среда с локальными и мгновенными взаимодействиями – без дисперсии). Сторонние поля $E_{\text{стор}}$ могут быть включены в (5) или вставлены прямо в (1)–(4). Уравнение (6) выражает силу, действующую на свободные заряды и токи; через него осуществляется метрологическая связь с полями другой природы (механикой, гравитацией). Иногда (6) заменяется законом сохранения энергии, но тогда приходится делать оговорки, преждевременные на стадии постулирования общих законов движения.

Уравнения для полей (1)–(4) разбиваются на две пары: (1) и (4) выражают поля через их источники – электрические заряды и токи, а (2) и (3) источников не содержат, это автономная пара уравнений, определяющая связь между \mathbf{E} и \mathbf{V} , причем универсально, вне зависимости от материальных соотношений и от свойств источников. Так вот, источниковые уравнения (1) и (4) написаны Максвеллом сразу в «окончательном виде», принятом потом. Это, соответственно, (E) и (J). В них скрыто содержится и уравнение непрерывности для токов проводимости (или конвекции)

$$\operatorname{div} \mathbf{j}^e + \frac{\partial \rho^e}{\partial t} = 0. \quad (7)$$

Его Максвелл не вставляет в эту совокупность, что не означает, однако, что он не относит его к числу основополагающих. Более того, отсутствие в системе (A)–(γ) уравнения непрерывности, возможно, даже обусловлено вполне последовательными доводами: Максвелл считал его более общим, так сказать, надэлектродинамическим законом природы.

Другая автономная пара (2) и (3) представлена в «Трактате» иначе. Во-первых, Максвелл ввел в (B) проводящий контур, движущийся со скоростью \mathbf{u} относительно других неподвижных элементов системы (среды), что позволило ему установить (так сказать, попутно, заодно) закон преобразования полей при переходе в движущуюся (инерциальную) систему отсчета (в нерелятивистском приближении, однако). Это и есть остаточный след модели. Его легко устранить, положив $\mathbf{u}=0$ (редкая ситуация, когда частный случай инициирует более общие соотношения!). Во-вторых, Максвелл не прибегнул к форме (2), (3), а как бы, опустив ее (возможно, даже и не заметив этого), сразу выдал решение: уравнения (2), (3) тождественно удовлетворяются, если представить \mathbf{E} и \mathbf{V} через потенциалы A , ϕ , рассматриваемые пока как произвольные функции координат и времени:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \phi, \quad \mathbf{V} = \operatorname{rot} A. \quad (8)$$

При $\mathbf{u}=0$ (8) точно совпадают с (A) и (B). Фактически Максвелл вышел на соотношения (8) путем последовательных обобщений разных модельных ситуаций. Но тем сильнее, как нам кажется, мы должны проникнуться чувством преклонения перед таинственной силой (в смысле мощи интуиции) Великого Ума: Максвелл нашел функциональное решение уравнений, минуя сами уравнения, причем нашел в самом общем виде, и вдобавок в таком, который подсказал еще один, иной и по-иному содержательный подход к описанию электромагнитных полей вообще. Уравнения (2), (3) были явно выписаны О. Хевисайдом, и Дж. Дж. Томсон успел вставить их в примечания к 3-му изданию «Трактата».

Конечно, уравнения (1)–(4) и их прообразы в «Трактате» предполагают дифференцируемость всех встречающихся в них полей. Правда, каждому дифференциальному уравнению может быть поставлено в соответствие интегральное уравнение, где это ограничение на поля снимается. Максвелл отводил такому описанию (как уже отмечалось, обладающему большим средством

с полевыми представлениями Фарадея) важную роль в формировании науки, посвященной топологии векторных (а затем уже и тензорных любого ранга) полей (в отношении полей электромагнитных в этом деле еще и сейчас есть изрядные недоработки). Но, несмотря на большую общность, в сводном перечне уравнений в «Трактате» интегральная запись не фигурирует, а должны замечания по этому поводу рассеяны по разным разделам текста. Пока еще Максвелл искал принципиально правильные связи и только после получения доказательств их правильности должен был возникнуть следующий вопрос – установление наиболее общих правильных связей. А аппарат для решения этого вопроса был уже наготове. Более того, он включил в основную совокупность уравнений соотношение (К), которое мы интерпретируем сейчас как граничное условие – условие, определяющее закон перехода полей (в данном случае нормальных компонент \vec{D}) через границу раздела сред (в данном случае через заряженную поверхность) и которое, строго говоря, вытекает из интегрального соотношения, обобщающего (4):

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = 4\pi \int \rho dV,$$

где замкнутая поверхность S охватывает весь объем V . Таким образом, можно думать, что Максвелл временно отложил обсуждение вопроса о справедливости общих интегральных уравнений для электромагнитных полей, и соответственно об общих условиях скачкообразного или непрерывного перехода разных компонент разных полей через резкие границы раздела сред.

Вторая группа уравнений, представляющая материальные связи, фактически не подвергалась никаким изменениям и выглядит вполне по-современному: (5) совпадает с (α) , (L) , (G) с точностью до обозначений. При этом Максвелл не ставил целью установление каких-то общих связей, ограничившись простейшими. Чуть позже он расширит возможные свойства сред, включив анизотропию (зависимость от направления) и оговорив дисперсию (зависимость от частоты). Важно отметить, что в этом простейшем наборе связей не сделано ни опущений, ни излишеств, а названо ровно столько соотношений, сколько необходимо для замыкания всей системы уравнений. Проблема замыкания и в наше время доставляет кое-какие беспокойства, так как для различных способов описания электромагнитных полей требуются разные независимые функции, причем одни из них могут быть вспомогательными («скрытыми от измерений»), а другие физически адекватными измеряемым величинам. Система (1)–(4) содержит $3 \times 5 = 15$ скалярных величин, подлежащих определению; это компоненты векторов \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{H} , \mathbf{B} и \mathbf{j}^e (заряд ρ^e всюду, кроме идеальной электростатики, находится по известному распределению токов \mathbf{j}^e). Парные подсистемы (2), (3) и (1), (4) налагают каждая только по три (а не четыре!) связи на искомые векторы. В самом деле, из (2)–(3) шесть компонент векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} выражаются через три компоненты \mathbf{A} и скаляр ϕ , но последние благодаря градиентной инвариантности еще допускают введение одной скалярной функции f , которой можно распорядиться произвольным образом. Напомним, что градиентной (или калибровочной) инвариантностью называется независимость векторов \mathbf{E} и \mathbf{B} относительно преобразования потенциалов

$$\mathbf{A}' \rightarrow \mathbf{A} - \nabla f, \quad \phi' \rightarrow \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t}. \quad (9)$$

В результате система (1)–(4), содержащая 15 скалярных величин, фактически производит только шесть независимых ограничений первого порядка. И следовательно, для ее замыкания требуется еще девять связей: как раз именно столько выдают материальные соотношения (5).

Обращение к потенциалам, заметим, оказалось и здесь – при оценке условий замыкания системы уравнений поля – продуктивной необходимостью, так как без максвелловского представления (8) вряд ли возможно было установить инвариантное преобразование (9). В таком явном, окончательно оформленном

виде оно не встречается в «Трактате», хотя в процессе выхода на уравнения (8) Максвелл неоднократно обсуждает вопросы о неоднозначности введения скалярного и векторных потенциалов порознь.

Осталось обсудить наиболее трудное место, связанное с выводом выражения для механической силы (С). То, что в (С) наряду с членом, описывающим силу, действующую на токи, входит одновременно еще и член, соответствующий силе, действующей на фиктивные магнитные заряды, с помощью которых можно заменить (с известными оговорками) действие замкнутых токов, не должно приводить к недоразумениям: нужные пояснения сделаны в соответствующих параграфах «Трактата», относящихся к магнитостатике. Но обобщение равноправности такого подхода на произвольно текущие во времени процессы требует все же некоторых дополнений.

Поскольку магнитные заряды рассматриваются как вспомогательные величины, вводимые ради методических удобств, то не имеет смысла говорить и о плотности механической силы, действующей на них со стороны поля, как о величине физически измеряемой, однако можно утверждать, что суммарная (интегральная) сила, действующая на всю систему токов проводимости, будет совпадать с силой, действующей на эквивалентные им магнитные листы. Причем если в силе, действующей на токи, фигурирует вектор магнитной индукции, то в силе, действующей на магнитные заряды, «занят» вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} . По существу, это равносильно тому, что, так сказать, «будущий» принцип двойственности, т. е. принцип инвариантности уравнений поля относительно дуальной замены $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{H}$, $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{E}$, $\rho^e \rightarrow \rho^m$, $\mathbf{j}^e \rightarrow \mathbf{j}^m$, $\rho^m \rightarrow -\rho^e$, $\mathbf{j}^m \rightarrow -\mathbf{j}^e$, справедлив также и в своем силовом проявлении. Остается ли такая дуальность справедливой при воздействии на «реальные» магнитные монополи, если таковые все-таки будут найдены в природе, по-видимому, нельзя разрешить внутри собственно максвелловской электродинамики, а в прогностических теориях неоспариваемой ясности нет вплоть до настоящего времени.

Однако дуальность заведомо должна быть соблюдена при чисто абстрактном использовании магнитных зарядов, основанном на переопределении токовых источников поля по правилам (β): $\rho^m = -\text{div} \mathbf{M}$, где \mathbf{M} – вектор намагничения, отыскиваемый как одно из возможных решений интегрального уравнения вида

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2c} \int_V \mathbf{j}_{\text{оп}}^e \times \mathbf{r} dV = \int_V \mathbf{M} dV,$$

что отвечает двум рецептам введения магнитного момента: для системы токов и для системы зарядов.

Таким образом, в выражении (С) нет излишеств, но приведено одновременно два выражения для силы, действующей на токи или на магнитные заряды в зависимости от предпочитаемого описания фактических источников магнитного поля. Однако, строго говоря, при зарядовом описании в уравнение (С) должен быть введен еще один член, связанный с появлением магнитных токов. Действительно, по смыслу введения магнитных зарядов в уравнения поля как источников этого поля (фиктивных или реальных) они должны удовлетворять закону сохранения, и, значит, любое изменение во времени плотности ρ^m сопровождается подтеканием или оттеканием магнитного тока (фиктивного или реального) с плотностью \mathbf{j}^m :

$$\text{div} \mathbf{j}^m = - \frac{\partial \rho^m}{\partial t}. \quad (10)$$

Уравнение непрерывности (10) двойственно ($\mathbf{j}^e \rightarrow \mathbf{j}^m$, $\rho^e \rightarrow \rho^m$) уравнению непрерывности (7). И потому последовательный учет принципа двойственности в задаче о механическом действии электромагнитного поля на источники (строго говоря, конечно, на «носители источников») должен в общем случае дополнить (С) членом $(1/c) \mathbf{j}^m \times \mathbf{D}$.

И, наконец, последнее замечание, также относящееся к выражению (С). В той части силы, которая определяет воздействие поля на токи (строго говоря, конечно, на носители токов), Максвелл оперирует не с током проводимости, а с истинным током, дополнительно содержащим еще и ток смещения. Это отличает соотношение (С) от используемого нами теперь. Разница обусловлена несколько иным определением понятия силы (во-первых) и отсутствием еще одного члена, двойственного члену с электрическим током смещения (во-вторых). Поскольку вопрос представляет не только исторический интерес, остановимся на нем подробнее. Без ущемления сути дела в целях сокращения формул положим сразу $\epsilon=1$, $\mu=1$, т. е. будем рассматривать силы, действующие на заряды и токи в вакууме.

Закон сохранения импульса в этом случае принимает вид

$$\operatorname{div} \vec{T} - \partial \mathbf{g} / \partial t = \mathbf{f}_{\text{мех}},$$

где

$$\mathbf{f}_{\text{мех}} = \rho^e \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{пр}}^e \times \mathbf{H}, \quad \mathbf{g} = \frac{1}{4\pi c} \mathbf{E} \times \mathbf{H},$$

$$\vec{T} \rightarrow T_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi} (E_\alpha E_\beta + H_\alpha H_\beta) - \frac{1}{8\pi} \delta_{\alpha\beta} (E^2 + H^2).$$

Здесь \mathbf{g} — плотность электромагнитного импульса, $T_{\alpha\beta}$ — тензор напряжения, дающий поток импульса (втекающий, а не вытекающий) внутрь объема, где находятся источники, отсюда и различие в знаках по сравнению с обычной записью законов сохранения. Соотношение (11) может быть переписано в несколько ином виде, если ввести понятие «обобщенной» силы, включающей в себя наряду с обычной механической (по нашей терминологии — лоренцевой) силой еще и изменение электромагнитного импульса

$$\operatorname{div} \vec{T} = \mathbf{f}_\Sigma = \mathbf{f}_{\text{мех}} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = \rho^e \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{пр}}^e \times \mathbf{H} + \frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{см}}^e \times \mathbf{H} + \frac{1}{4\pi c} \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (12)$$

Сравнивая выражение для \mathbf{f}_Σ в (12) с максвелловской формулой (С) (где для однозначности подхода нужно сразу же положить $\rho^m=0$), нетрудно обнаружить, что они отличаются только наличием дополнительного члена в (12)

$$\frac{1}{4\pi c} \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{см}}^m \times \mathbf{E}, \quad (13)$$

которому может быть придан вид, сходный с лоренцевым, если ввести условно «магнитный ток смещения»:

$$\mathbf{j}_{\text{см}}^m = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$

Следовательно, формулы (11) или (12) допускают такую дуально симметричную запись:

$$\operatorname{div} \vec{T} = \mathbf{f}_\Sigma = \rho^e \mathbf{E} + \rho^m \mathbf{H} + \frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{пол}}^m \times \mathbf{H} - \frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{пол}}^e \times \mathbf{E}. \quad (12)$$

Причина отсутствия у Максвелла добавочного члена (13) отчасти раскрывается там, где он выводит выражение для механической силы, дифференцируя тензор напряжений (его магнитную часть), и проводит соответствующие обобщения на переменные во времени процессы. Воспроизведем это вычисление в наших обозначениях. Если в магнитостатике задан тензор $T_{\alpha\beta}^m = (1/4\pi)H_\alpha H_\beta - (1/8\pi)\delta_{\alpha\beta}H^2$, то его дивергенция равна

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{\alpha\beta}^m}{\partial x_\beta} &= \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_\beta} H_\alpha H_\beta - \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial x_\beta} \delta_{\alpha\beta} \mathbf{H}^2 = \frac{1}{4\pi} H_\beta \frac{\partial H_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{1}{4\pi} H_\alpha \frac{\partial H_\beta}{\partial x_\beta} - \frac{1}{8\pi} \nabla_\alpha \mathbf{H}^2 = \\ &= \frac{1}{4\pi} (\mathbf{H}\nabla) H_\alpha + \frac{1}{4\pi} H_\alpha \operatorname{div} \mathbf{H} - \frac{1}{8\pi} \nabla_\alpha \mathbf{H}^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь по дважды встречающимся индексам проводится суммирование $\beta\beta \rightarrow \sum_{\beta=1}^3$.

Приняв во внимание тождество

$$\nabla \mathbf{H}^2 = 2(\mathbf{H}\nabla)\mathbf{H} + 2\mathbf{H} \times \operatorname{rot} \mathbf{H},$$

можно соотношению (14) придать окончательный (для случая магнитостатики) вид:

$$\operatorname{div} \vec{T}^m = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{H} \times \operatorname{rot} \mathbf{H} + \frac{1}{4\pi} \mathbf{H} \operatorname{div} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \mathbf{j}_{\text{пр}}^e \times \mathbf{H}. \quad (15)$$

Именно эта формула и приводится Максвеллом в п. 642–644. Обобщение состоит в замене $\mathbf{j}_{\text{пр}}^e \rightarrow \mathbf{j}_{\text{пр}}^e + \mathbf{j}_c^e$. Таким образом, уравнение (22) п. 644 подтверждает итоговое уравнение (С).

Однако в переменных полях соотношение (15) следует сложить с двойственным ему соотношением для электрической части тензора напряжений

$$\operatorname{div} \vec{T}^e = \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \operatorname{div} \mathbf{E} - \frac{1}{4\pi} \mathbf{E} \times \operatorname{rot} \mathbf{E} = \rho^e \mathbf{E} + \frac{1}{4\pi c} \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (16)$$

и в результате взамен максвелловской формулы (С) получить выражение (12).

Конечно, с помощью современного оперативного формализма, следуя Хевисайду, восстановление дуальной симметрии в выражении для силы (15) и (16) выглядит почти как очевидное. Но следует напомнить, что в «Трактате» вопрос о симметрии не обсуждался в столь общей постановке и, более того, его выяснение было отчасти затруднено отсутствием выписанного в явном виде уравнения (2). Вполне возможно, что это было причиной неаписания последнего члена в (12) и (16).

Заметим в конце, что мы ограничились здесь комментированием только основных уравнений в их «итоговом» приведении (А)–(Г). Однако в тексте «Трактата» имеется несколько важных разбросанных замечаний, позволивших впоследствии обобщить эти уравнения на случай движущихся сред при наличии конвективных токов и т. д.

6. Незавершенность

Когда выстраивается новая система взглядов, охватывающая все явления, ранее считавшиеся независимыми, разрозненными, как-то несправедливо говорить о незавершенности монографии, где впервые дано последовательное изложение основ теории и где не только установлены ее общие уравнения, но и приоткрыты тайны «феномена осенения» – скачка мысли в направлении, показавшемся сначала просто правильным, а потом оказавшемся единственно правильным. И все же в отличие от «Начал» Ньютона – а максвелловский «Трактат» может быть отнесен по некоторым критериям к следующей за ними вехе в истории познания мира (заметим, кстати, что по латыни они не «Начала», а «Принципы», т. е. главные положения) – в «Трактате» нет такого широкого панорамного разворота применений найденных уравнений. Максвелл прожил недолгую жизнь (1831–1879) и до самой кончины, даже в последней болезни, продолжал работать над «Трактатом», так что при других, более благоприятных, стечениях обстоятельств

мы могли бы унаследовать от него второе издание «Трактата», как принято сейчас писать, полностью переработанное и улучшенное. Он, конечно же, не успел воспользоваться всеми плодами своих уравнений и в продвижении по «дедуктивному спуску» ограничился лишь некоторыми демонстрациями. Но это были впечатляющие примеры.

Прежде всего, уравнениям подчинились все законы электростатических, магнитостатических, стационаротоковых и квазистационарных полей, и стало возможным понять точность соответствующих приближений. Далее, Максвелл извлек из найденных им уравнений несомненно наиболее представительное решение для произвольно быстрого изменения полей во времени и пространстве – плоские электромагнитные волны в однородной среде, распространяющиеся со скоростью света и способные переносить энергию и импульс. Это был Триумф Великого Объединения – электричества, магнетизма и оптики, предсказанного еще Фарадеем. И как мы понимаем сейчас, такие решения можно воспринимать как фундаментальные; их суперпозиция (в линейном случае) даст любое распределение поля, удовлетворяющее уравнениям Максвелла, так что в известном смысле оба описания – через уравнения или через совокупность фундаментальных решений – эквивалентны. Наконец, Максвелл наметил схему объяснения «воздействия магнетизма на свет», т. е. фарадеевского эффекта вращения плоскости поляризации в замагниченной среде – прообраза будущих параметрических и нелинейных электромагнитных эффектов.

Среди максвелловедов (людей, изучающих не только особенности творения, но и свойства Творца) бытует несколько очевидных «эвристических недоразумений» типа «странно, что Максвелл не обратил внимания на...». И ведь действительно странно, что он, получив электромагнитную волну для свободного значения частоты, ограничился только оптическими приложениями, ни словом не упомянув о возможности существования электромагнитных волн в более низкочастотных диапазонах. По-видимому, и не нужно искать всему этому каких-либо особых объяснений. Прошло более 115 лет со времени выхода первого издания «Трактата», а исследования содержательности максвелловских уравнений не ослабевают. Максвеллу удалось проникнуть в одну из самых емких сокровищниц Природы, оценить масштабы богатств которой люди смогли только за несколько поколений. Освоить их одному смертному, даже такому великому и радивому, как Максвелл, было не по силам; тем более, еще не спало «волнение достижения» и еще оставалась известная неуверенность в исчерпывающей полноте найденных законов.

Поэтому если и имеет смысл обсуждать какую-то незавершенность «Трактата», то только в узком смысле, рабочую незавершенность, касающуюся отдельных вопросов, которые Максвелл по характеру предшествующего материала, казалось, должен был затронуть и замкнуть. Выше указывалось на них. Так, сходство структур электростатических и магнитостатических полей позволило Максвеллу подробнейшим образом проследить, как сопоставляются их математические описания и тем самым установить статический вариант принципа двойственности (иногда говорят, перестановочной двойственности, чтобы отойти от терминологического совпадения с дифракционным принципом Бабине). Естественно было бы завершить это сопоставление формулировкой общего принципа, что относительно быстро и случилось потом (Хевисайд, 1885–1891 годы), но понятно, что это произошло лишь после «восстановления» уравнения (2).

Вторая рабочая незаконченность относится к законам сохранения энергии, импульса и момента импульса. И здесь Максвелл еще в статических разделах «Трактата» отработывает многие тонкие моменты, связанные с этими понятиями, опираясь на них потом в обобщениях на быстропеременные поля, но все же последний шаг остался не сделанным, хотя математически любые законы сохранения могли быть сформулированы по типу уравнения непрерывности ($\operatorname{div} \mathbf{u} + \partial p / \partial t = 0$), так всесторонне (и модельно, и отвлеченно) разработанному в «Трактате» на примере закона сохранения электрического (7) и магнитного (10) зарядов.

Наконец, несколько слов о полях и потенциалах. Максвелл тщательно продумывал измерительную (метрологическую) сторону вопроса, связанного с введением электромагнитных полей, и мог высказаться по этому поводу после обсуждения уравнений электродинамики. Недаром же у него уравнение (С) для механической силы записано через поля, а не через потенциалы. Таким образом, он должен был выйти на утверждение об измеримости полей и вспомогательности потенциалов в общем случае, тем более что опять же в статике и квазистатике эти моменты им не были опущены.

Возможно, что к перечню сему можно присоединить еще несколько обоснованных домыслов, например, об описаниях полей в движущихся системах отсчета, об обобщениях материальных уравнений и т. п. Однако и без того эти рассуждения выглядят несколько спекулятивно, т. е. основываются скорее не на доводах, а на отсутствии контрдоводов.

И все же особого замечания заслуживает вопрос об инвариантности уравнений относительно преобразований координат и времени. Максвелл был первым человеком, который придал установленным им законам Природы релятивистски инвариантный облик; однако он не акцентировал свое достижение, предоставив это сделать впоследствии другим (Фитцджеральд, Лоренц, Пуанкаре, Эйнштейн). Вообще говоря, преобразования, которые мы называем лоренцевыми, могли бы быть написаны еще в XVIII веке при изучении одномерного волнового уравнения (уравнения струны, например), но они наверняка рассматривались бы тогда, как некое забавное, чисто формальное свойство уравнения.

Поскольку максвелловские уравнения тоже приводят к волновым уравнениям для полей (или для потенциалов), то они в этом ограниченном смысле не дают фактического продвижения. Оно наступило после понимания того, что законы природы должны быть одинаковы во всех инерциальных системах отсчета, т. е. после упрочения убежденности в справедливости принципа относительности. И максвелловской электродинамике «повезло» в том смысле, что электродинамическая постоянная, совпавшая со скоростью света в вакууме, оказалась элитарно выделенной, предельно возможной среди всех других скоростей движения тел, и тем самым волновое уравнение для электромагнитных полей в вакууме тоже обрело свойство элитарной уникальности.

7. Заключение

В свое время в известной учебной книге по электродинамике (перевод на русский язык был осуществлен А. В. Гапоновым–Греховым и М. А. Миллером) американский физик Смайт написал, что он был бы благодарен всякому, указавшему способ устранения неточностей. И переводчики ответили ему тогда, что одним из лучших средств исполнения этого пожелания служит перевод книги на другой язык. Примерно так же обстоит дело и с любой другой научной продукцией. В частности, именно в процессе перевода «Трактата» нам удалось выяснить такие тонкости, которые при менее скрупулезном прочтении оригинала могли бы проскользнуть незамеченными.

Так что этот выпускаемый отдельным изданием обзор взглядов переводчиков «Трактата» (в значительной своей части перекрывающийся с Послесловием к переводу) следует, возможно, квалифицировать как сочинение об особенностях творческой психологии Максвелла, раскрываемых при тщательном изучении написанного им «Трактата об Электричестве и Магнетизме».

В конце мы приводим перечень некоторых известных нам монографий по максвелловской электродинамике на русском языке, где в той или иной степени восполнены еще и образовательные функции.

Монографии
по максвелловской электродинамике на русском языке

1. *Лоренц Г. А.* Теория электромагнитного поля. М.: Гостехиздат, 1933.
2. *Лоренц Г. А.* Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения. М.: Гостехиздат, 1956.
3. *Абрагам М., Беккер Р.* Введение в теорию электричества Максвелла // Теория электричества. М.: Гостехиздат, 1939.
4. *Беккер Р.* Электронная теория // Теория электричества. М.: Гостехиздат, 1941. Т. 2.
5. *Планк М.* Теория электричества и магнетизма // Введение в теоретическую физику. М.: ГТТИ, 1933. Ч. 3.
6. *Зоммерфельд А.* Электродинамика. М.: ИЛ, 1958.
7. *Стрэттон Дж.* Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948.
8. *Смайт В.* Электростатика и электродинамика. М.: ИЛ, 1954.
9. *Поль Р. В.* Учение об электричестве. М.: Физматгиз, 1962.
10. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Электричество и магнетизм. Физика сплошных сред // Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1966. Т. 5–7.
11. *Парселл Э.* Электричество и магнетизм // Берклевский курс физики. М.: Наука, 1983. Т. 2.
12. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.
13. *Пановский В., Филипс М.* Классическая электродинамика. М.: Физматгиз, 1963.
14. *Рамо С., Уиннери Дж.* Поля и волны в современной радиотехнике. М.: Гостехиздат, 1950.
15. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. Электродинамика сплошных сред // Теоретическая физика. М.: Наука, 1973. Т. 2; 1982. Т. 8.
16. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1976.
17. *Власов А. А.* Макроскопическая электродинамика. М.: Гостехиздат, 1955.
18. *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957; Второе изд. М.: Радио и связь, 1988.
19. *Семенов А. А.* Теория электромагнитных волн. М.: Изд-во МГУ, 1962.
20. *Говорков В. А.* Электрические и магнитные поля. М.: Госэнергоиздат, 1960.
21. *Никольский В. В.* Теория электромагнитного поля. М.: Высш. шк., 1964.
22. *Федоров Н. Н.* Основы электродинамики. М.: Высш. шк., 1965.
23. *Кацелененбаум Б. З.* Высокочастотная электродинамика. М.: Наука, 1966.
24. *Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В.* Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. радио, 1971.
25. *Вольман В. И., Пименов Ю. З.* Техническая электродинамика. М.: Связь, 1971.
26. *Баскаков С. И.* Основы электродинамики. М.: Сов. радио, 1973.
27. *Никольский В. В.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1973.
28. *Иваненко Д. Д., Соколов А. А.* Классическая теория поля. М.: Гостехиздат, 1951.
29. *Гринберг Г. А.* Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.: Изд-во АН СССР, 1948.
30. *Ампер А. М.* Электродинамика. Сб. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1948.
31. *Де Гроот С. Р., Сатторп Л. Г.* Электродинамика. М.: Наука, 1982.
32. *Тонелла М. А.* Основы электромагнетизма и теория относительности. М.: ИЛ, 1962.
33. *Новаку В.* Введение в электродинамику. М.: ИЛ, 1963.
34. *Скиллинг Г. Г.* Введение в теорию электромагнитных волн. М.: Связьиздат, 1947.
35. *Френкель И. Я.* Электродинамика (общая теория) // Собр. избр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. Т. I.
36. *Савельев И. В.* Механика. Электродинамика // Основы теоретической физики. М.: Наука, 1975. Т. I.

37. Семенов А.А. Введение в электродинамику излучающих систем. М.: Изд-во МГУ, 1963.
38. Марков Г.Т. и др. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Сов. радио, 1979.
39. Матвеев А.Н. Электродинамика. М.: Высш. шк., 1980.
40. Матвеев А.Н. Электродинамика и теория относительности. М.: Высш. шк., 1964.
41. Хайкин С.Э. Электромагнитные колебания и волны. М.: Госэнергоиздат, 1959.
42. Новожилов Ю.В., Яппа Ю.А. Электродинамика. М.: Наука, 1978.
43. Семенов Н.А. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1973.
44. Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П. Электродинамика. М.: Высш. шк., 1980.
45. Кузнецов Б.Г. Эволюция основных идей электродинамики. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
46. Поливанов К.М. Электродинамика движущихся тел. М.: Энергоиздат, 1982.
47. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма. М.: Высш. шк., 1983.
48. Красюк Н.П., Дымовин Н.Д. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Высш. шк., 1974.
49. Туров Е.А. Материальные уравнения электродинамики. М.: Наука, 1983.
50. Покровский С.И. Электричество и магнетизм. М.: ГТТИ, 1933. Ч. 1.; 1935. Ч. 2.
51. Стражев В.И., Томильчик Л.М. Электродинамика с магнитным зарядом // Наука и техника, 1975.
52. Дучков В.М. Электродинамика: История и методология макроскопической электродинамики. М.: Высш. шк., 1975.
53. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. М.: Мир, 1977.
54. Фрадкина Э.М. Лекции по курсу «Теория Максвелла и электромагнитные волны». М.: МАИ, 1971.
55. Фредерикс В.К. Электродинамика и введение в теорию света. Л.: Кубуч, 1934.
56. Рудаков В.Н. Теория электромагнитного поля (в 3 ч.). Л.: Электротехн. ин-т им. В. И. Ульянова (Ленина), 1971.
57. Фальковский О.И. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1978.
58. Бейтмен Г. Математическая теория распространения электромагнитных волн. М.: Физматгиз, 1958.
59. Медведев В.В. Начала теоретической физики. М.: Наука, 1977.
60. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А. Электромагнетизм и электромагнитные волны. М.: Высш. шк., 1985.
61. Фушич В.И., Никитин А.Г. Симметрия уравнений Максвелла. Киев: Наук. думка, 1983.



Автобиография. Я, Левин Михаил Львович, родился в 1921 г. в г. Саратове, в семье научного работника. В 1926 г. переехал в Москву. В 1938 г. после окончания средней школы поступил на физический факультет Московского университета, который и окончил в 1944 г.

В 1943–44 гг. я одновременно с учебой в МГУ работал в качестве научного сотрудника сперва в теоретической лаборатории завода 465 НКЭП, а затем в той же лаборатории (руководитель – М.А. Леонтович), переведенной в НИИ–108 НКЭП. В июле 1944 г. был арестован органами тогдашнего НКГБ. Приговорен постановлением ОСО от 3 марта 1945 г. к 3–м годам по ст. 58–10, 11 УК. В августе 1945 г. освобожден по амнистии. До этого три месяца работал в так называемой «Кучинской шараге» (точного названия не знаю), где начальником был полковник Ф.Ф. Железов. В сентябре 1945 г. начал

работать на радиофизическом факультете Горьковского университета. В ноябре 1946 г. защитил кандидатскую диссертацию, после чего, занимая штатную должность ассистента, исполнял обязанности доцента кафедры теоретической физики.

В 1948 г. по «аллилуевскому делу» была арестована моя мать – Р.С. Левина, член-корр. АН СССР. Это усугубило зыбкость моего положения, а в июне 1950 г. я был уволен, не получив на руки характеристику с места работы. Поэтому 1950–51 учебный год провел в Горьком «тунеядцем», зарабатывая на жизнь анонимными переводами научных книг.

С сентября 1951 г. по август 1955 г. работал в Тюменском пединституте, сперва ст. преподавателем, затем и.о. доцента. Осенью 1954 г. смог защитить докторскую диссертацию, написанную еще в 1948 г. В сентябре 1955 г. после избрания по конкурсу занял должность профессора кафедры теоретической физики Ивановского пединститута. В мае 1956 г. Военная Коллегия Верховного Суда СССР отменила постановление ОСО из-за отсутствия состава преступления. Моя мать была полностью реабилитирована еще раньше, в 1955 г.

С сентября 1956 г. работаю в Радиотехническом институте АН СССР. В 1960 г. избран на должность нач. лаборатории, которая в 1977 г. переведена в Московский Радиотехнический институт АН СССР. С декабря 1989 г. нач. теоретического отдела института. Кроме того, начиная с осени 1957 г. являюсь по совместительству профессором кафедры радиофизики МФТИ.

Моя жена – Наталья Михайловна Леонтович, математик, сейчас на пенсии. Дочь – Татьяна, научный сотрудник Гос. Третьяковской галереи. Сын – Андрей, научн. сотрудник Института океанологии АН СССР. Сын – Петр, студент МФТИ.

8 июня 1990 г.

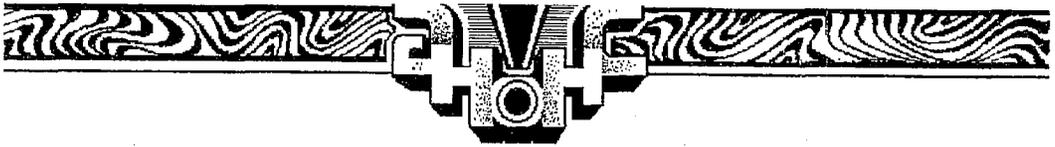
Левин



Миллер Михаил Адольфович родился 3 мая 1924 года в Нижнем Новгороде. Во время войны (1942) служил в рядах Красной Армии. Окончил радиофизический факультет Горьковского университета (1949). Некоторое время работал в промышленности, затем поступил в аспирантуру Горьковского университета к профессору М.Т. Греховой. Своим учителем считает также М.Л. Левина. Защитил кандидатскую диссертацию по поверхностным электромагнитным волнам (1953), затем докторскую диссертацию по взаимодействию заряженных частиц с высокочастотными электромагнитными полями (1960). Долго время читал лекции в Горьковском университете. В настоящее время работает главным научным сотрудником Института прикладной физики РАН в Нижнем Новгороде. Заслуженный Соросовский профессор. E-mail: mimi@pent.sci-nnov.ru



Суворов Евгений Васильевич – родился в 1943 году в Ульяновске. Окончил Радиофизический факультет Горьковского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского (1965). Кандидатскую и докторскую диссертации защитил по специальности физика и химия плазмы. Заведующий отделом Института прикладной физики РАН, по совместительству – профессор кафедры «Высшая школа общей прикладной физики» Нижегородского госуниверситета. Круг научных интересов – взаимодействие мощного излучения с плазмой, ЭЦ нагрев и безындукционная генерация тока в установках УТС, плазменная диагностика, электродинамика.



*Издательство ГосУНЦ «Колледж» планирует
во втором полугодии 2000 года выпустить учебное пособие*

Короновский А.А., Трубецков Д.И. Нелинейная динамика в действии: Как идеи нелинейной динамики проникают в экологию, экономику и социальные науки. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2000. – 196 с.: илл.

Второе издание книги «Нелинейная динамика в действии» существенно отличается от первого издания. Главы, посвященные применению аппарата нелинейной динамики к биологическим системам значительно расширены, в них включены модели, представляющие интерес для широкого круга читателей. В то же время, часть материала первого издания исключена из текста книги.

Учебное пособие для студентов естественных факультетов, а также для студентов гуманитарных специальностей университетов и всех, кто интересуется применением методов нелинейной динамики в различных науках.

Оглавление

Из предисловия к первому изданию

Предисловие ко второму изданию

Глава 1. Модели развития и взаимодействия в экологии. Модель Мальтуса и ее обобщение Ферхюльстом. Модель рыболовства. Модель Лотки – Вольтерры. Модель конкуренции двух видов. Детерминированный хаос в экологических моделях. Модель «хищник – пища – жертва». Вместо заключения.

Список литературы к первой главе

Глава 2. Пространственная динамика популяций. Модель популяции, учитывающая пространственное распределение особей по ареалу проживания. Бегущая волна в модели пространственно распределенной популяции. Возможны ли стационарные волны в природе? Клеточные автоматы. Игра «Жизнь». Искусственная жизнь?

Список литературы ко второй главе

Глава 3. Нелинейная динамика биологических объектов. Энергетическая модель сердца. Колебательная модель сердечной мышцы. Спиральные волны в сердце. Снова клеточные автоматы. В каком режиме работает сердце здорового человека? Кровь как нелинейная активная среда. Динамические болезни. О пользе дыхания Чейна – Стокса.

Список литературы к третьей главе

Глава 4. Феномен логистического уравнения. Вездесущее логистическое уравнение. Модель сосуществования производителей и управленцев. Нелинейные модели Вайдлица и их применение к экономическим и социальным задачам. Что произойдет, если к двум уравнениям Вайдлица добавить третье?

Список литературы к четвертой главе

Глава 5. Нелинейность в человеческом сообществе. Нелинейная динамика босвых действий. Эпидемии в человеческом обществе.

Список литературы к пятой главе

Ответы к некоторым задачам

анонсанонс анонс анонс анонсanonc анонс анонс анонсanonc
онс анонс аллонс анонс анонс анонс аллонс анонс анонс аллонс ан
с анонс анонс аллонс анонс анонс анонс аллонс анонс анонс аллонс

90 лет
Саратовскому
университету



ПИСЬМА ПРОФЕССОРА В.Д. ЗЁРНОВА ПЕРИОДА ОТКРЫТИЯ И СТАНОВЛЕНИЯ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА 1909 – 1914*

Знакомство с эпистолярным наследием профессора В.Д. Зёрнова завершают письма, написанные ученым в период с 1911 по 1914 год. В них, в отличие от опубликованных ранее, освещавших время подготовки и проведения торжеств по случаю официального открытия в Саратове десятого русского университета, рассказывается о не менее завораживающем периоде его истории – начале серьезной научной работы на кафедре общей физики. При этом автор писем не ограничивается простым перечислением событий и фактов из кафедральной жизни, а в присущей ему красочной манере стремится передать их через призму биографий и судеб своих первых помощников – ассистентов, лаборантов и даже служителей, без ощутимой поддержки которых ни учебный, ни научно-исследовательский процесс на кафедре был бы невозможен. В своих посланиях к жене, находившейся тогда в Москве, Владимир Дмитриевич делится редчайшими, мало кому известными сведениями из истории строительства и ввода в строй здания Физического института Саратовского университета (ныне III корпус СГУ), а также сообщает любопытные подробности, касающиеся общественно-политической дифференциации саратовской профессуры, и многое другое.

Предлагаемая читателям подборка, состоящая из 33 писем, полностью передает стилистические особенности авторского изложения. Что же касается купюр, то они были сделаны публикатором вполне осознанно, с целью вычленения из разрозненного потока информации прежде всего сведений научного и общественно-политического звучания.

Вступительная заметка, комментарии и подготовка писем к публикации *В.А. Соломонова*

19 апреля <1911 г.>

Лапушка моя ненаглядная! Получил вечером твое первое письмо. Теперь буду жить письмами. <...>

Сегодня толкового почти ничего не сделал, хотя целый день пропутался в лаборатории. Утром читал по поводу отопления и вентиляции, т.к. завтра у нас заседание по этому вопросу и мне хотелось быть осведомленным¹. Потом двоих экзаменовал, а потом мне пришло в голову, что недурно для последней лекции показать радий. <...>

Вечером Ваня² делал фотографии [с] радием для лекции, а я вычерчивал

* Окончание. Начало см.: Изв. вузов «ПНД», т. 7, № 2–3, 1999. С. 156.

параболу для новых зеркал, как советовал мне П<етр> Н<иколаевич>³. Очень уж громоздко получается. Отверстие зеркала имеет квадратный метр.

Сегодня появился Заборовский⁴. Оказывается, он на праздниках устраивал демонстрацию опытов и прочитал небольшую лекцию для экскурсантов, которые приезжали в Саратов и были в университете, – это учителя и ученики земских школ⁵. Я рад, хоть немного он самостоятельность проявляет. Вот кто действительно старается и, по-моему, сделал большие успехи – это Ваня. Он сделал для лекции две отличные рентгенограммы, наладил демонстрацию электрических колебаний и их отражение и электрический резонанс. Все это совершенно самостоятельно.

Вопрос об распределении экзаменов решится в четверг. Очень боюсь, что меня задержат долго. Бируков⁶ уже отпросился рано уехать, т.к. Инну Александровну⁷ рекомендуют взять на кумыс и он хочет с ней ехать. Ив<ан> Аф<анасьевич>⁸ говорит, что Инне Ал<ександровне> надо, главное, от Б<ориса> И<оновича> отдохнуть и что совместная поездка бесполезна.

Господь над всеми вами. Крепко целую тебя, мое солнышко, сладких ребяток, папу и маму⁹.

¹ Речь идет о заседании Строительной комиссии Саратовского университета, полноправным членом которой В.Д. Зёрнов был назначен с 12 марта 1911 года (ГАСО. Ф. 393. Оп. 1. Д. 33. Л. 43).

² Серебряков Иван Максимович (1888–1918), лекционный ассистент при кафедре физики Саратовского университета; выходец из крестьян села Любучан Молодинской волости Подольского уезда Московской губернии. До переезда в Саратов работал механиком при кафедре экспериментальной физики Московского университета. Позже В.Д. Зёрнов напишет о нём в воспоминаниях:

«Я знал его со своей студенческой скамьи. Он учил меня практическому мастерству, которое в школе П.Н. Лебедева считалось обязательным. Относились мы друг к другу с взаимной симпатией. Иван Максимович был хорошим механиком, но совершенно неопытным в лекционном эксперименте. Я выбрал его просто как хорошего человека, да и он охотно согласился перейти ко мне <...>. Лебедев весьма одобрил мой выбор. И хотя Иван Максимович по малому своему образованию не мог проявить большой инициативы в лекционном эксперименте, зато, что было ему показано и им усвоено, он исполнял исключительно старательно и четко. <...>

Через два–три года Серебряков сделался отличным лекционным ассистентом. Его высоко ценили не только на кафедре физики, но и соседи по лабораториям. Гордягин, Вормс, да и сам В.И. Разумовский завидовали мне, что у меня такой хороший помощник. К сожалению, Иван Максимович очень рано умер. Летом 1918 года в Саратове произошла вспышка холеры. Утром он захворал, а к вечеру его уже не стало». (Зёрнов В.Д. Записки русского интеллигента // Волга. 1993. № 11. С. 141–142).

³ Лебедев Петр Николаевич (1866–1912), физик, профессор Московского университета.

⁴ Заборовский Владимир Александрович (1876–1911), лаборант при кафедре физики Саратовского университета (с 28 января 1910 года).

«В эксперименте, – отмечал Владимир Дмитриевич, – он, как и Серебряков, был малоопытен, но с большим интересом относился к работе. Он первый руководил практическими занятиями. Заборовский проработал недолго, года два, он болел туберкулезом и умер совсем молодым человеком» (Зёрнов В.Д. Указ. соч.) (Волга. 1994. № 2. С. 122).

В.А. Заборовский скончался 11 сентября 1911 года и похоронен на саратовском кладбище при Старо-Троицком соборе.

⁵ Речь идет о регулярно устраиваемых с 1910 по 1914 год Саратовской уездной земской управой летних экскурсиях для учеников и учителей сельских школ, посещавших губернский центр «с целью ознакомиться с городом, его учебными и просветительными учреждениями и обществами» (ГАСО. Ф. 393. Оп. 1. Д. 22. Л. 82).

⁶ Бируков Борис Ионович (1873 – ?), ординарный профессор по кафедре зоологии Саратовского университета.

⁷ Бирукова (урожденная Остроумова) Инна Александровна, жена профессора Б.И. Бирукова.

⁸ Чуевский Иван Афанасьевич (1857–1926), ординарный профессор по кафедре физиологии Саратовского университета и первый декан медицинского факультета.

⁹ Дети и родители учёного: Зёрнов Дмитрий Владимирович (1907–1971), Талиева (урожденная Зёрнова) Татьяна Владимировна (1909–1989); Зёрнов Дмитрий Николаевич (1843–1917), анатом, профессор и ректор (1898–1899) Московского университета; Зёрнова (урожденная Машковцева) Мария Егоровна (1841–1913).

21 апреля < 1911 г.>

Голубка моя ясная, Катенушка моя золотая! Получил сегодня утром твое письмо. Поцелуй милого нашего мальчишка за письмо с цыплятками. Дорогие мои, очень мне без вас скучно!

Сегодня было заседание Совета, с половины второго просидели до половины шестого. Мне представляется, что все можно было бы сделать, по крайней мере, вдвое скорее. Очень много пустого говорят. Воображаю, что будет, когда много профессоров будет?!¹

У меня экзамены назначены 7-го, 17-го и 18-го. Может быть, еще и не соберетесь до моего приезда переезжать в деревню², [не известно] еще, какая погода в мае будет. Сейчас здесь жара. Сегодня днем были ветер и пыль, а сейчас посветлело. Сейчас всего 13° (11 час<ов> вечера), но днем было очень жарко. Домой с Совета пришел почти в 6 ч<асов> и совсем забыл, что сегодня четверг и надо репетировать фельдшерниц. В половине седьмого явилась их старостиха и сказала, что меня дожидаются в школе ученицы. Пришлось тотчас после обеда идти. Просидел там до девяти <...>.

Отдавал я свои пиджаки в починку. Сегодня прислал их портной и я сейчас в одном из них, но все еще неудовлетворительно. <...> Придется опять нести. Такая досада, что я не отдал хорошему портному. Лучше было бы в Москве отдать Чистякову. По крайней мере, за дело деньги платишь. <...>

У Бируковых опять Шурка³ захворал. Говорят, Angina, т<ак> что я к ним не ходил. Работу все еще не наладил. Все как-то время разбивается. Сегодня получил аванс и послал купить матерьялу для новых зеркал, да прилаживал другой индукторий, по совету П<етра> Н<иколаевича>, значительно меньший.

Как Мика и Таточка отнеслись к гостям (Власовым)⁴ – хорошо ли играли? Очень интересно, как прошел в Москве день ромашки? <...>

Господь над всеми вами. Крепко, крепко целую тебя, моя ненаглядная, ребятки и родителей. Пойду спать, чтобы скорее пришло завтра и я получил твое письмо.

¹ В 1911 году профессорско-преподавательский состав Саратовского университета состоял из 18 человек (без учета младшего вспомогательного персонала): 17 профессоров и 1 приват-доцента.

² Имеется в виду усадьба «с красивым названием – Дубна», купленная Д.Н. Зерновым за несколько дней до рождения сына в Серлукховском уезде Московской губернии, «в 10 верстах от станции Лопасня Курской железной дороги». По воспоминаниям Владимира Дмитриевича – «Это была дача, но довольно большая – 10 десятин. При доме имелся тенистый липовый парк, там росло несколько громадных старых елей, по-видимому, остатки более старого парка, посаженного в тридцатых годах XIX столетия. Рядом с домом находилось два пруда – один выше другого. Нижний был сравнительно большим и чистым – в нем мы всегда и купались. За ним тянулась аллея из больших елок, откуда открывался вид на дом и парк <...>. За малым прудом стояли кое-какие хозяйственные постройки: скотная изба со скотным двором, конюшня, сарай. В огороде, вначале совершенно запущенном, росло несколько задичавших яблонь» (Зёрнов В.Д. Указ. соч. // Волга. 1993. № 7. С. 120).

³ Бируков Александр Борисович (1907–?), сын профессора Б.И. Бирукова.

⁴ Речь идет о родственниках жены В.Д. Зёрнова – Екатерины Васильевны Зёрновой (урожденной Власовой) (1885–1959).

22 апреля <1911 г.>

Голубка моя, Катенушка милая! Сегодня опоздал опустить вчерашнее письмо, так что, верно, его с запозданием получишь. Получил утром твою открыточку. Милуша моя, пиши побольше; хотя мне сладко всякое письмо, но хочется подольше его читать и побольше знать час за часом, что вы делаете, что ты, мое солнышко, думаешь?

Сегодня с утра отправился к портному, но его не застал. Жена его сказала, что он может прийти в 4 часа. Я был дома в это время, а в конце пятого ушел в университет. Он пришел следом за моим уходом. Обещал завтра прийти в 10 часов утра.

Днем и вечером ковырялся с[о] своим вибратором. Теперь беру ток не от умформера, а прямо от цепи, что, оказывается, гораздо лучше. Лучше ли действует маленький индуктор сравнительно с большим, – этого еще не выяснил. Во всяком случае, по-видимому, несколько слабее, но если выяснится, что [он] ровнее

большого, то, конечно, за ним преимущество. Ваня делает зеркало, но сегодня его оторвали. Опять просьба показать опыты экскурсантам, которые явятся завтра. Я поручил демонстрировать Заборовскому, но, конечно, приготовить он один не может.

Вечером из университета позвал Заборовского пить чай, но он был без пальто, а сегодня прохладно, так что пошли сначала к нему за пальто. У него оказался готов самовар и мы попили чай у него, а потом он пошел меня провожать и дома я продолжил чаепитие. Заборовский просидел до одиннадцатого часу. У него невозможный вид. Он страшно худ и бледен.

Теперь в степи за Волгой цветут тюльпаны. Хотелось бы мне посмотреть, да не знаю, куда это надо поехать. Поговорю с Гордягиным¹. Может быть он тоже поинтересуется. Супруги Бируковы на Пасхе катались до Вольска на пароходе.

<...> Федор Тархов² тоже просится в отпуск; когда другой Федор³ придет, придется отпустить. <...> Маленькая! Я думаю перед отъездом вынуть на лето рублей 300, а потом их пополним июньским и июльским жалованьем, а за квартиру расплачусь до сентября майским жалованьем, квартирными и школьными.

Господь над всеми вами. Сладкая моя. Целую крепко тебя, ребятку и папу с мамой.

¹ Гордягин Андрей Яковлевич (1865–1932), ординарный профессор по кафедре ботаники Саратовского университета (1909–1914).

² Тархов Федор Андреевич (1875–?), служитель при кафедре физики Саратовского университета.

³ Троицкий Федор Федосеевич (1883– не ранее 1953), механик механической мастерской при Физическом институте Саратовского университета.

24 апреля <1911 г.>

Ненаглядная моя, сладкая Катенушка! Получил сегодня посылку. Спасибо, моя крошечка. Сейчас пришел из театра, смотрел оперетку «Граф Люксембург»¹. Я как–то на улице встретил Драгоша, который поет здесь в оперетке, и он говорил, что это хорошая оперетка. Правда, музыка хорошенькая и играют весело. Всех хуже сам Драгош. Драгош – это муж Доленго², которая, помнишь, в опере пела.

В театре встретил Разумовского³, с которым и проболтали все антракты. Сегодня с утра пошел в лабораторию и провозился до трех часов, потом пришел обедать, прочитал газету и опять пошел в лабораторию. Т<ак> к<ак> сегодня воскресенье, то в университете никого не было и я, таким образом, до самого вечера не сказал почти ни одного слова. Рад был встретить В<асилия> И<вановича>, чтобы хоть немного язык размять. <...> Сегодня совсем холодный день, сейчас только шесть градусов. Кажется, это для Саратова совсем не подходяще.

Сегодня перед театром зашел к Ване, нужно было сказать, чтобы осмотрел вентиляторы, т.к. мне казалось, что один на чердаке (в университете) работает, не прерываясь, уже вторые сутки. <...>

Милушка моя, каждое утро, как просыпаюсь, прежде всего, не умываясь, иду в галерею к ящику и пока, слава Богу, каждый раз нахожу твои сладкие письма. <...> Маленькая, если погода будет сносная и ты себя будешь прилично чувствовать, надо бы к Н<адежде> П<етровне>⁴ крестницу свозить, а то обида выйдет.

Ну, Господь над тобой, мое солнышко. Крепко–накрепко целую тебя, моя родная, ребятку наших сладких, папу и маму.

¹ Название оперетты венгерского композитора Ференца Легара (1870 – 1948), написанной в 1909 году и пользовавшейся большим успехом на русской сцене.

² Доленго–Драгош (настоящая фамилия Невадовская) Мария Александровна, артистка оперы (меццо–сопрано) и оперетты. Выступала в Екатеринбурге (1908, 1912–1913), Петербурге (с 1914), Ростове–на–Дону (1921).

³ Разумовский Василий Иванович (1857–1935), заслуженный ординарный профессор, организатор и первый ректор Саратовского университета

⁴ Щепотьева Надежда Петровна (? – 1950), начальница Московской частной женской гимназии, в которой училась Е.В. Власова и начинал преподавать физику В.Д. Зёрнов.

27 апреля <1911 г.>

Золото мое ненаглядное, ясная моя Катенушка! Спасибо милая, что аккуратно пишешь и такие сладкие письма. Хорошо, мое солнышко, что съездила к Н<адежде> П<етровне> – она к нам очень ведь хорошо относится, а ей от нас ничего не надо.

Теперь у нас очень тепло и чудные лунные ночи. Маленькая, я хочу в рождение¹ прокатиться по Волге. Звать кого–нибудь?.. Мне никого не надо, [да] и что я с гостями буду делать? К музыкантам я не ходил, у них перед экзаменами так много работы, что, я думаю, не до игры. Зайду все–таки к Гаекам² как–нибудь, взять ноты. <...>

Сегодня с утра был в лаборатории, определял резонанс от маленького вибратора. Мало он у меня энергии дает. Не знаю, что с ним делать. Ваня все возится с зеркалами; такие большие зеркала довольно трудно делать. Особенно трудно выровнять плоские зеркала, – все их коробит. Перед обедом надо было пойти к Милье, купить кое–что для лаборатории. После обеда опять пришел в лабораторию, но с колебаниями не работал, а налаживал фотографирование звука³. Заборовский известил меня письменно, что прибудет, чтобы помочь фотографировать, но фотографировать надо вечером, а вечером у нас был Совет, так что опять ничего не вышло. Условились завтра вечером.

Сегодня Совет был по поводу чествования Разумовского⁴. Он сам уехал вверх по Волге в Самару к родным. Редактировали адрес. Адрес составляли Преображенский⁵ с Ив<аном> Аф<анасьевичем> – несколько высокопарно, так что порядочно его пообкорнали. Теперь ничего, хорошо. Рамка, которую мне поручили заказать, еще не прислана, так что я телеграфировал и получил уже ответ, что она выслана. Ну, завтра или послезавтра получу, а т.к. В<асилий> И<ванович> вернется только в субботу, то все поспеет.

Милые мои детки, я очень рад, что вы были умники в гостях у Таточкиной крестной. Удовлетворена ли няня и не заметно ли в ней сепаратистских наклонностей? Сегодня ночью произошел следующий случай: на умывальном столике стояла стеклянка со старой перекисью водорода. В два часа ночи я проснулся от выстрела – это разорвало этот пузырек на мелкие куски выделившимся кислородом.

Господь над тобой, моя лапка, и над всеми вами. Крепко целую мою сладкую Кисану, маленьких моих пузырьков, папу и маму.

¹ То есть, 1 мая – день рождения В.Д. Зёрнова.

² Братья–музыканты: Гаек Ярослав Ярославович (1881–1919), скрипач, педагог, в 1912–1919 годах преподавал в Саратовской консерватории игру на скрипке; Гаек Эмиль Ярославович (1886–1974), пианист, педагог, профессор по классу специального фортепиано (1912–1921) и ректор (1919–1921) Саратовской консерватории. В 1921 году вернулся на родину в Югославию.

³ Данное экспериментальное исследование окончательно было завершено и представлено в виде печатной научной работы лишь в 1916 году. (См.: Зёрнов В.Д. Фонограммы гласных человеческой речи // Известия Императорского Николаевского Университета. 1916. Т. 7. Вып. 1. С. 115–126).

⁴ На состоявшемся 27 апреля 1911 года экстренном заседании Совета Императорского Николаевского Университета, «принимая во внимание выдающиеся заслуги первого Ректора профессора Василия Ивановича Разумовского в деле создания и организации Императорского Николаевского Университета», было принято решение: «1) Посвятить ближайший выпуск «Известий Императорского Николаевского Университета» профессору Василию Ивановичу Разумовскому; 2) поместить в этом выпуске портрет и краткую биографию Василия Ивановича Разумовского, поручив составление последней редактору, ординарному профессору И.А. Чуевскому и 3) принести профессору В.И. Разумовскому от имени Совета <...> приветствие». (Чуевский И.А. Профессор Василий Иванович Разумовский. (К XXX–летию научно–педагогической и врачебно–общественной деятельности). Саратов, 1911. С. 12–13).

⁵ Преображенский Алексей Феоктистович (1875–1920), протоиерей, профессор

православного богословия Саратовского университета, человек исключительно эрудированный не только в вопросах церковной теологии, но и в области гражданской истории (в особенности древней), литературы и философии.

28 апреля <1911 г.>

Милушка моя ненаглядная, Кисана! Сегодня сколько не смотрел в ящик, но письма не нашел. Не успела написать или не дошло письмо? Лишь бы здоровы были все. Рамки тоже не получал, хотя она будто бы отправлена двадцать пятого.

Сегодня утром сначала зашел в Университет посмотреть, что делает Ваня, а к одиннадцати часам был на Московской площади. Сначала ходили по стройке и матерьялам, а потом еще сидели за разными делами в конторе до половины третьего. Оттуда проехал на пристани узнать, как можно съездить в Вольск. Можно будет вечером в 11 часов в субботу выехать с Волжским пароходом, а в воскресенье вернуться к вечеру на пароходе общества «Русь». Со мной хочет ехать Заборовский. Я компании рад. Для физики он не годен, ну хоть для компании пригодится. Я его и сегодня для компании использовал. Мне хотелось фотографировать с новой установкой, и я его приставил к вольтовой дуге, а сам снимал. Вышло очень хорошо. Снял букву Ы и И. Особенно Ы хорошо вышла. Провозились до одиннадцати часов правда <...>.

Маленькая моя, в субботу в час отправлюсь на Московскую площадь. Может быть в это время будут начинать земляные работы. Я хочу сам начать первую лопату земли. Мы сегодня ходили смотреть кладку на леса строящихся зданий; отсюда вид на весь город, горы и Волгу видно. У нас ведь площадка будет на крыше. Оттуда будет хороший вид. Лапка моя, вчера в письме я послал цветок яблони из садика. Дошло ли письмо? Я боюсь, что покажется толщина письма подозрительной и его выбросят. Огурцы сильно цветут, но завязи нет, вероятно оттого, что нет насекомых <...>.

Милые мои, Господь над вами. Крепко целую тебя, моя ясынька, ребятки и родителей.

29 апреля <1911 г.>

Дорогие мои! Сегодня у меня хороший день – я получил твое, мамочка, милое письмо и Катенушкиных два – одно, которое должно было вчера получиться. Милая мама, не утомляй себя покупками и меняньем; право, у ребят всего надарено так много. Дай только Бог, чтобы здоровы были. Вот у Бируковых все хворь.

Сегодня весь день был в лаборатории и днем точил оправы для зеркал для наблюдения двух гальванометров одновременно в одну трубу, а вечером фотографировал. Фотографии удаются хорошо, только сегодня слишком широкую щель сделал, а потому вышло грубовато, но зато очень явственно. Помогал Заборовский. Конечно, тут помощь небольшая и мог бы даже Тархов помогать, но я беру Заборовского для развлечения, а то вечером одному очень уж скучно, ну все-таки и некоторая помощь. Получил наконец сегодня накладную на рамку, завтра пошло Федора за ней на вокзал.

Сегодня погода была посеред, но все-таки ничего, так что я, прийдя домой в 7 часов, вытащил стол в садик и пил там чай. Садик сейчас очень славный. Вишни как снегом покрыты цветом и яблони в цвету. Со мной вышел Вася¹ и забавлял меня – делал стойки на появлявшихся котках и кошечках, которых тут великое множество. Потом пришел Заборовский и мы отправились снимать. Сейчас уже двенадцатый час и поднялся страшный ветер и пыль. Если погода испортится, то, конечно, никуда на первое [мая] не поеду.

Разумовский еще не возвращался. Мюфке² обещает непременно в этот строительный период вчерне кончить здание института, говорит, что если не будет готово, то пусть его повесят тут же на столбе. Слава Богу, хоть начинают-то.

Как-то в Москве все наладится? Хоть бы Столыпин с Кассо ушли, тогда легче наладить³.

Господь над всеми вами. Крепко всех вас целую и иду спать.

¹ Вася – кличка кота, жившего в доме В.Д. Зёрнова.

² Мюфке Карл Людвигович (1868–1933), архитектор–художник, строитель зданий Саратовского университета на Московской площади.

³ Столыпин Петр Аркадьевич (1862–1911), министр внутренних дел и председатель Совета Министров (1906–1911); Кассо Лев Аристидович (1865–1914), в сентябре 1910 года назначен главноуправляющим Министерства народного просвещения, в 1911–1914 годах – министр народного просвещения.

В данном случае автор обеспокоен событиями, просшедшими в 1911 году в Московском университете, когда в знак протеста против произвола полицейско–административной машины царизма его стены покинули 131 профессор и преподаватель. «Опустошение в собственной стране, собственной рукою, устранение целой академии собственных научных выдающихся сил, – возмущенно писал по этому поводу П.П. Подъяпольский, – факт непостижимо беспримерный в жизни просвещения и справедливости!». Однако сам Л.А. Кассо, этот, по меткому определению К.А. Тимирязева, «суперарбитр, поставленный у Чернышева моста ведать русскую науку...», «...авторитет которого измеряется только титулом и окладом, присвоенным случайно занимаемому им служебному месту...», оценивал дело рук своих совершенно иначе. Он был тверд и непоколебим, утверждая в открытую, «...что потери Московского университета <...> невелики и русским ученым остается или преклониться перед этим разговором, или устраниваться...». (Из письма П.П. Подъяпольского Д.Н. Зёрнову от 24 июня 1915 года // Архив В.Д. Зёрнова; Тимирязев К.А. Наука и демократия. Сб. статей 1904–1919 гг. М., 1963. С. 61–62).

30 апреля <1911 г.>

Золото мое ненаглядное, детка моя, Катенушка! Я никуда не поехал. Во–первых, сегодня погода испортилась, несколько раз шел дождь. Правда, сейчас разгулялось и [стоит] чудесная лунная ночь, но сравнительно прохладно – 12°, а на воде, верно, меньше; да и настроения нет ехать. [Во–вторых,] сегодня начали земляные работы по институту. Я с Ваней и Ив<аном> Аф<анасьевичем> [Чуевским] начинали. Землекопы, конечно, поздравляли с началом дела и получили на чай с меня и архитектора. Начали стройку с первой весенней грозой и дождем. Мюфке говорит: «это хорошо, Святой водой начало работ окроплено». Ты рада, маленькая, что начали работу? А вот в лаборатории сегодня я был разочарован: зеркала, что серебрил вчера Ваня и к которым я делал оправы, никуда не годятся. Оказывается, совсем плохое стекло, вовсе не плоско–параллельное и ими пользоваться нельзя. <...>

Челинцев¹ в страшной обиде, что его не поддержали (и главным образом на меня) и говорил мне, что если я буду против него выступать, то и он тоже против меня будет. Вот дурак! Я сказал ему, что если он найдет что–либо такое, что найдет неправильным, то я очень прошу его критиковать и буду за это благодарен.

Господь с тобой, моя радость. Крепко целую тебя, солнышко, ребят, папу и маму.

¹ Челинцев Владимир Васильевич (1877–1947), экстраординарный профессор по кафедре химии Саратовского (1910–1912, 1918–1947) и Московского (1912–1917) университетов.

1 мая <1911 г.>

Дорогие мои, хорошие! Спасибо за поздравление – я все получил, а посылка запоздала, верно, завтра принесут. Рожденье свое отметил тем, что утром ходил в собор¹. Был потом в университете, но не работал сам; была сегодня там экскурсия учеников Самарского коммерческого училища. Кое–что им показывал. Потом сделал визит Масленниковой². Людм<ила> Льв<овна> с нами все–таки очень приветлива. Она что–то курс изменила – в дружбе с новой губернаторшей³. Говорит, очень–де славная.

После обеда ходил опять в университет. Убедился окончательно, что зеркала

никуда не годны. Потом пил чай в садике. В садике очень славно, зацвела сирень. Пришел Заборовский и мы с ним отправились в театр – шла «Перикола» Оффенбаха, но неважно; певцы неважные, а главное оркестр и хор очень плохи. Оффенбах требует все-таки хороших сил. Дашу тоже отпустил в театр – общедоступный⁴.

Погода сегодня днем была очень хорошая, не жарко и солнечно, а теперь всего десять градусов. Не помню, писал ли я, что Словоцковы⁵ переезжают в ту квартиру, где я в прошлом году один жил, в доме Катковой? Завтра мы всем Советом в Правлении поздравляем Разумовского и подносим адрес. Не знаю, будет ли готова группа?

Милые мои, пойду спать, уже поздно. Крепко, крепко вас всех целую. Милых деток забавных моих за меня покрепче приласкайте. Господь над вами всеми.

¹ Александро-Невский кафедральный (Новый) собор. Уничтожен в 1934 году; ныне на его месте находится стадион «Динамо».

² Масленникова Людмила Львовна, жена саратовского адвоката и члена III Государственной Думы А.М. Масленникова (1858–?).

³ Речь идет о супруге саратовского губернатора П.П. Стремоухова (1865–?) Софье Александровне, способствовавшей открытию в Саратове консерватории (1912).

⁴ Открытие Саратовского общедоступного народного театра в саду Сервье состоялось 27 января 1891 года. Газета «Саратовский листок» писала: «...ни один город в России, сколько нам известно, до сих пор не имел постоянного доступного для недостаточной массы театра, и нам очень приятно, что честь в этом прекрасном деле, первая серьезная попытка принадлежит нашему городу...». (Саратовский листок. 1891. 29 января). 12 июля 1901 года деревянное здание театра сгорело, но популярность его была столь велика, что уже в 1905–1906 годах по проекту архитектора Г.Г. Плотникова было выстроено новое каменное здание театра с трехъярусным зрительным залом на 1345 мест. С этого времени общедоступный театр обретает статус профессионального.

⁵ Семья профессора по кафедре фармакологии с рецептурою, токсикологиею и учением о минеральных водах Саратовского университета Бориса Ивановича Словоцова (1874–1924).

2 мая <1911 г.>

Золотая моя, ненаглядная, Катенушка моя сладкая! Получил сегодня твою открыточку и принесли посылку. Спасибо моя лапушка. Ты уже знаешь, что я не поехал в Вольск, но если будет погода, то, может быть, еще прокачусь. Тем более, что Гордягин тоже собирается. С ним было бы приятно прокатиться, он интересный и приятный человек.

Сегодня я проспал, т.к. лег вчера поздно. Пошел в лабораторию и опять возился с зеркалами. И теперь нашел, что они вполне годны – это я их туго зажал в оправу и тем искривил. Вполне еще их не установил, но все же теперь ясно, что ими можно пользоваться.

К часу мы все (профессора) собрались и поздравляли В<асилия> И<вановича>, читали ему адрес (читал Ив<ан> Аф<анасьевич>). Было трогательно. Мы его хвалим, а он – нас. Потом немного глупый тон внес Челинцев. Такой он индюк дутый. Разумовский приглашает к себе в пятницу вечером.

После обеда пошел купить почтовой бумаги, зашел за Заборовским и отправились снимать. Снимал сегодня три низких тона: А, О и Е; кривые получаются совсем другие, чем для высоких тонов. Я взял сегодня гораздо уже щель и потому кривые гораздо тоньше, но зато не так резко. Можно будет усилить. Мне интересно проследить кривые для различной высоты тона и для различного тембра. После Заборовский пришел ко мне и мы пили чай. Но сегодня в садике нельзя было, т.к. погода испортилась.

Маленькая моя, милая, я тебя каждую ночь во сне вижу. Сегодня видел, что Митюшка захворал и даже забеспокоился. Ну да, Бог даст, это связи с действительностью не имеет. <...> Господь с тобой, моя радость. Целую тебя крепко, крепко. Напишу еще папе с мамой отдельно. Всю тебя, мое счастье, целую. Ребяток милых поцелуй и поласкай за меня.

5 мая <1911 г.>

Дорогие мои! Сегодня пишу, не окончив еще дня. Сейчас восемь часов и вечер мы все проводим у Разумовского. Пишу теперь, т.к., верно, придется поздно вернуться.

Сегодня я в лаборатории почти не был, т.е. заходил не надолго. Днем фотографировать нельзя, а параболические зеркала все еще не готовы. Отправился по трамваю на стройку посмотреть, что делают. Пласт уже сняли, т.е. $\frac{3}{4}$ арш<инов> земли со всей поверхности, и начали копать под подвальное помещение и стены. Ведь Шишко¹ неожиданно (я думаю, даже для самого себя) устроил подвальные помещения для кладовых. Эти помещения будут не особенно высоки, но очень просторны. Около 75 квадрат<атных> сажень.

Погода у нас испортилась – холодно и ветрено, должно быть и в Москве тоже. Неужели опять цвет сада погибнет? После обеда поиграл на скрипке, прочел газету и отправился в школу. Теперь уж все, кажется, девицы прорелетировались. В субботу мой экзамен. Пока записалось только человек 7, да четверо просили их раньше проэкзаменовать и уже прошли. Опять громадное большинство заложат экзамен на будущий год, но я уже в течение года не буду экзаменовывать, а назначу сроки осенью и около Рождества.

Хочу велеть Федору окна в гостиной и кабинете замазать мелом, а то за лето обои и мебель в кабинете очень выгорят. Боюсь, что Федор Троицкий запоздает, надо будет ему написать, чтобы являлся 18-го или, в крайнем случае, 19-го, а то он меня задержит. Я думаю, получивши 20-го жалованье и расплатившись с хозяином, 20-го же выехать. Боюсь тоже, не задержала бы Строительная комиссия. Все еще не все приведено в ясность. Господь над всеми вами. Крепко вас всех целую.

¹ Шишко Лев Петрович (1872–1942), архитектор министерства народного просвещения, занимавшийся проектированием здания Физического института.

10 мая <1911 г.>

Ненаглядная моя, золотая моя, сладкая Катенушка! Сегодня получил твое письмо от 7-го. Ты поплакала, мое солнышко. Я бы эти глазки-звездочки поцеловал крепко. Милуша моя, как давно вас всех не ласкал. Теперь уж не так долго, но последние дни всегда еще дольше тянутся.

Сегодня с утра шел хороший, теплый дождь. Напившись кофею, я отправился в лабораторию. Мои зеркала (большие) все еще не готовы, так что все еще нельзя их попробовать. Теперь весной и придется только попробовать, т.к. во всяком случае 20-го я выеду. На квартире до приезда Троицких поселю Ваню.

Из лаборатории отправился на постройку. Дождь перестал, но там сделалась невообразимая грязь, так что я едва дошел до нашего места. Тут было два праздника, а потому работа не очень продвинулась. Бут начнут [ложить] в конце будущей недели. Я уж не буду дожидаться. Мюфке хочет устроить официальную закладку, но не знаю, когда это будет. Завтра заседание Строительной комиссии, может быть об этом будет разговор.

<...> Обедал у Поляковых. Ерм<олай> Ег<орович> показывал мне скрипку своей собственной работы, – очень прилично сделана и звучит недурно. Полозова не отыскали, да я сказал Ек<атерине> Вас<ильевне>, чтобы она очень об этом не заботилась. Все равно, я думаю, толку из свидания, да еще вынужденного, не выйдет. После обеда отправились на пристань Яхт-Клуба, по дороге зашли за Фербергами и покатались на лодке, а потом все сидели над Волгой на площадке Яхт-Клуба. Очень хороша теперь Волга. Вечером везде огни зажглись, так красиво! С нами сидел еще Б.А.Арапов¹. С ним мы и отправились домой, а те еще там остались.

Милушка моя. Господь над тобой. Крепко, крепко целую тебя, мое счастье ясное. Ты лучше всех на свете. Ребяток целую и папу с мамой.

¹ Арапов Борис Александрович, частный поверенный и гласный Саратовской городской Думы.

12 мая <1911 г. >

Золото мое ясное, лапушка моя, Катенушка! Получил сегодня твое сладкое письмо <...>. Боюсь обещать, но может быть удастся выехать 18-го вечером. Но, милая, это не очень наверно. Хотелся 15-го в воскресенье прокатиться по Волге. Хотелось вниз до Камышина, да выходит так, что на одном пароходе с Мечниковым¹; уж не знаю, может быть, не поеду, хотя можно ведь и не знакомиться. Уж очень сейчас Волга хороша.

<...> Сегодня я с утра был в лаборатории, устанавливал большие зеркала. Как я и ожидал, вибратор слабоват или, лучше сказать, по таким волнам гальванометры и термоэлемент грубы. Придется это дело <...> до осени отложить. <...> Вечером опять снимал. Сегодня провозился очень долго, т.к. что-то свет не ладился. Ну все-таки из шести пять фотографий удались. Снял звук скрипки. Маленькая моя, я захвачу с собой все фотографии и займусь летом их изучением. Надо научиться раскладывать их на простые колебания. Это довольно сложная математика. Вот Деревницкий² меня, не знаю почему, хвалит, а я его не могу похвалить. Опять так напутали они мне с Феодором, что не знаю, как и распутают. В<асилий> И<ванович> обещает в Питере похлопотать.

Господь над тобой, мое счастье. Крепко целую мою Кисану, деток милых и родителей.

¹ Мечников Илья Ильич (1845–1916), биолог и патолог, член-корреспондент (1883), почетный член (1902) Петербургской Академии Наук; лауреат Нобелевской премии (1908); с 1888 года жил и работал во Франции. 14 мая 1911 года, направляясь в Астрахань, он останавливался в Саратове, где посетил университет, ветеринарно-бактериологическую станцию и художественный музей имени А.Н. Радищева. В составе волжской экспедиции, помимо самого И.И. Мечникова, находилось еще три сотрудника – француз, итальянец и японец. Сопровождала ученого и его жена О.Н. Мечникова, а также ученик и друг Л.А. Тарасевич (См.: Разумовский В.И. Из жизненных встреч // Новый хирургический архив. 1927. Т. XII. Кн. 4. (№ 48.) С. 496).

² Деревницкий Алексей Николаевич (1859–?), историк, попечитель Казанского учебного округа.

31 мая <1912 г. >

Милое мое золото, лапушка, Катенушка! Как-то вы все, дорогие мои, поживаете? Сейчас вы одни, дедушка-то в Москве.

Жара тут несусветная. Пока я еще не устал и не очень от нее мучаюсь. С утра пошел в университет и собирал с Ваней вещи к двум первым лекциям. Потом зашел в канцелярию, получил деньги и повидался с Разумовским, Чуевским, Гордягиным и Павловым¹. В<асилий> И<ванович> зовет в воскресенье в гости на дачу. Так что в эти дни в Хвальнск не поеду. Думал было, в субботу в Пристанное съездить, да по такому пеклу прямо не решаюсь.

В 1 часу дня было торжественное открытие курсов с губернатором и архиереем². Слушателей – до семисот человек. Не знаю уж, как будет вместишь аудитория такую толпу? Губернатор и архиерей говорили речи, потом говорил председатель земства и школьного начальства – наш сосед Карпов³. После речей и молебна всех позвали пить чай. Мы с Словцовым тоже пошли, но не пили чай, т.к. там была большая сутолока. Мы потолкались и пошли по домам.

Обедал дома в четвертом часу. Ел козиную простоквацу. Коза еще у нас, но я думаю ее продать, т.к. молока она дает немного, а зимой будет затруднение с помещением. В квартире все очень чисто и в порядке. Даша, по-видимому, очень довольна, что остается здесь. Рыбы стоят в Митюниной комнате. Цветы – в

гостиной. Окна замазаны. Сегодня пришлось еще в 6 часов > нескольких фельдшерниц репетировать. Теперь уже окончательно все. Даша приготовила мне чай в садике, но там масса мошек. Пришлось посылать за гвоздичным маслом. Помазал бороду и волосы – перестали приставать. После чаю перевезли приборы в аудиторию, а теперь я вторично пью чай и [затем] сяду составлять конспект. Да, купил себе штаны у Бендера за 11 рублей, сидят очень прилично.

Господь над всеми вами. Крепко целую тебя, солнышко, папу, маму и милую тройку.

¹ Павлов Владимир Алексеевич (1863–не ранее 1935), ординарный профессор по кафедре гистологии и эмбриологии Саратовского университета.

² Имеются в виду Стремоухов Петр Петрович (1865– ?), саратовский губернатор в 1911–1912 годах, и Алексей (в миру Дородницын) (1859– ?), пресвященный, доктор церковной истории (1910), епископ Саратовский и Царицынский (1912–1917).

³ Карпов Аркадий Петрович, директор народных училищ Саратовской губернии.

4 июня <1912 г.>

Золото мое ненаглядное, Катенушка сладкая! Вчера не писал, т.к. отправился на дачу к Разумовским и вернулся поздно <...>. Разумовские и Вормсы живут в густом липовом лесу. Место очень красивое – довольно крутые горы покрытые хорошим лесом. Есть немного воды, так что ребята купаются. Все там очень приветливы ко мне и тебе. Все кланяются тебе. Вечером мы с Вормсом ходили гулять, а маленькая Пупся дожидалась, не ложилась спать, чтобы передать привет Митеньке и Танечке. Конечно, это научно, но во всяком случае Пупся поклон посылала очень мило. Там были гости – Словоцовы, Гордягин и Лозановы. Словоцовы приходили с прощальным визитом перед отъездом в Питер¹.

Милая моя, спасибо за сладкие письма. Очень интересно, что ты скажешь о фотографиях? Я привезу с собой все заказанные.

Сейчас пишу в лаборатории. Собираем лекцию. Сегодня буду читать о звуке. Все–таки таскать каждый день приборы ужасно канителью, да кроме того там ток 110 Volt, а у нас – 220, так что наши двигатели не годятся и приходится прилаживать каждый раз. Жара ко всему этому – невозможная. Вчера в 12 часов ночи на улице термометр показывал 22 градуса, а в комнатах – 23. Утром и перед сном обливаюсь в ванне – это хоть немного освежает. В Волге купаться не решаюсь, хотя в Яхт–Клубе порядочная купальня, но выше стоит большой караван барж и значит здесь легкий раствор всяких отбросов. Воды все еще очень много. Не знаю, рискну ли ехать в Хвалынский? Говорят, такая теснота на пароходах, что спать мест нету, а ехать ведь надо всю ночь. Пожалуй, только намучаешься.

Господь над всеми вами. Крепко целую тебя, мое счастье, папу, маму и милых ребяток.

¹ Переезд семьи профессора Б.И. Словоцова в С.–Петербург был связан с его назначением 8 сентября 1912 года экстраординарным профессором С.–Петербургского Женского медицинского института по кафедре медицинской химии.

7 июня <1912 г.>

Золото мое ненаглядное, Катенушка! Вчера получил письма – твое и папы с мамой. <...> Собираетесь ли на солнышке купаться? У нас сегодня, слава Богу, попрохладнее и я спал прилично. <...>

Вчера читал пятую лекцию. Таким образом, остается меньше, чем пройдено. На лекции присутствовал председатель губернской управы Гримм¹. Когда я кончил уже и народ расходился, я остушился на эстраде и загремел во весь рост, но, по счастью, совсем не ушибся. Эти лекции требуют большого напряжения и после окончания некоторое время не прийдешь в себя. Лекции мои, по–видимому, у слушателей имеют успех. Народу каждый раз много и слушают с большим

вниманием. Вчера говорил о теории цветов и, между прочим, показывал свои цветные фотографии, которые имеют неизменный успех. Завтра последняя лекция по свету, а там в три лекции электричество.

Опять сегодня приходили и приставали ехать на Эльтон. Уж и не знаю, как быть. Собственно, толку от моей поездки ни для меня, ни для них никакого не будет, т.к. настоящий прибор для исследования радиоактивности до сих пор не получен. А с нашим, думаю я, что ничего не определишь. Если не поеду в Хвалынский, то в воскресенье съезжу к Полозовым в Разбойщину.

Господь над тобой, дорогая, милая Кисана, и над всеми вами. Крепко целую тебя, папу, маму и милых маленьких.

¹ Гримм Константин Николаевич (1858–?), председатель Саратовской губернской земской управы (1906–1917), член III Государственной Думы, октябрист.

9 июня <1912 г.>

Ненаглядная моя Катенушка, золотая! Сегодня получил твое письмо, где пишешь, что Таточка обо мне вспоминает. Скажи милой деточке, что папа теперь уже скоро приедет.

Ты уже знаешь, что я отказался от Эльтона¹. Я думаю, что с испытанием потолка не задержусь, т.к., конечно, важно быть при первых испытаниях. Может быть удастся выехать в субботу с вечерним [поездом] и тогда в воскресенье с одним из вечерних приеду в Дубну. Но, милая, это не наверно. Если с испытаниями будут какие-нибудь недоразумения, то придется, может быть, задержаться день другой. Твой красный галстучек я положил уже в саквояж. Рецепт один на всякий случай посылаю.

Вчера читал об интерференции, дифракцию и поляризацию. Это немного трудно для такой аудитории, но мне хотелось об этих вещах рассказать, т.к. иначе колебательная теория света останется пустым звуком.

А опыты с поляризацией, ты ведь помнишь, как красивы. Заходил сегодня к Мишке² в управление и уговорились завтра вместе ехать к ним на дачу. Сегодня собираем опыты к предстоящим лекциям, а пообедав, отправимся с батей³ к Разумовским, куда очень звали.

Господь над всеми вами, мои дорогие. Крепко тебя, солнышко, целую. Поцелуй за меня папу, маму и ребят.

¹ Вопреки данному утверждению, В.Д. Зёрнов принял участие в экспедиции на озеро Эльтон. Кроме него в поездке были задействованы «...почти все профессора университета – и хирурги, и гинекологи (Спасокукоцкий и Какушкин), и терапевты, из естественников – ботаник А.Л. Гордягин, химик Р.Ф. Холлман...». Как вспоминал впоследствии Владимир Дмитриевич, от него, как ученого-физика, требовалось обследование эльтонской лечебной грязи на присутствие в ней радиоактивных излучений. Справиться с подобной задачей в полевых условиях при отсутствии сложного лабораторного оборудования было, конечно, непросто. И все же с помощью фонтатоскопа – удобного портативного аппарата для изучения радиоактивных изотопов. накануне поездки специально для этих целей выписанного из Германии и некоторых других приспособлений, изготовленных по чертежам В.Д. Зёрнова талантливым механиком-самоучкой Ф.Ф. Троицким, удалось произвести все необходимые измерения. В результате выяснилось, что эльтонская грязь в ее сухом виде «...сильно ионизировала воздух, обнаруживая радиоактивность, значительно превышающую таковую одесских лечебных грязей» (Зёрнов В.Д. Указ. соч. // Волга. 1994. № 2. С. 130–131). Полученные ученым данные были тогда же обобщены и в виде научной статьи опубликованы в университетских «Известиях» (См.: Зёрнов В.Д. Радиоактивные свойства эльтонской лечебной грязи // Известия Императорского Николаевского Университета. 1913. Т. 4. Вып. 3. С. 156–161).

² Полозов Михаил Александрович (1878–1930-е гг.), гимназический товарищ В.Д. Зёрнова.

³ Так профессора Саратовского университета между собой дружелюбно величали профессора православного богословия А.Ф. Преображенского.

10 июня <1912 г.>

Ненаглядная моя лапка, Катенушка! Получил твое письмо, где пишешь, что неладно себя чувствуешь. Что это с тобой, мое солнышко? <...>

Вчера без четверти пять отправились с батей по трамваю на Трофимовский разъезд. Попили чаю сначала у Вормсов, а потом у Разумовских и отправились на гору гулять. На самом верху горы – большая ровная площадка; ребята пристали, чтобы бегать с ними в горелки. Бегали все: и Вас<илий> Ив<анович>, и Вормс, и батя, и я. Батя запутался в рясе и упал – ноги кверху, но благополучно. А В.В.Вормс, хоть и не упал, а что–то ногу вытянул с отвычки бегать.

Несмотря на эти две неудачи, погуляли очень недурно. Сверху вид чудесный на горы и степь и даже видна Волга и Покровская слобода, до которой верст 15, если не больше. Ходили потом на карусель и гимнастику, – там дачевладелец для дачников устроил, а потом, поужинавши у Разумовских, отправились с батей домой. Вся молодежь нас провожала до трамва¹. Батя в Казань не уходит, – туда назначили другого. Он, впрочем, не огорчен и вчера дурил и по обыкновению плел разные глупости, но весело и добродушно. Лапушка, если я выеду в субботу, то никаких покупок в Москве не сделаю, т.к. будет все заперто. Выеду я утром или вечером – все равно из Москвы я поеду с поездом [в] 4 ч<аса> 45 м<инут>. Ты выедешь меня встречать? Милая, мне сладко к тебе возвращаться. <...>

Ты это письмо получишь, когда я уже буду кончать лекции (кончаю в среду). Господь над тобой, мое солнце, над всеми вами. Всю тебя целую и ласкаю мою птичку. Поцелуй за меня папу, маму и ребят.

¹ Так в тексте; имеется в виду трамвай.

12 июня <1912 г.>

Золото мое ясное, ненаглядная моя птичка, Катенушка сладкая! Осталась одна лекция завтра и конец. Хоть и приятно такой аудитории читать, а все–таки хорошо, что завтра последняя лекция. Все время выход на кафедру встречали аплодисментами, а сегодня, верно потому, что предпоследняя лекция, такими аплодисментами встретили, что долго нельзя было начать. Хлопот, правда, много. Ваня от хлопот и жары даже осунулся. Ну, правда, он хорошо помогает и оба Феодора стараются. Сегодня показывал катодные и рентгеновские лучи, электролиз и ток в проводах – каление. Завтра надо рано вставать – к девяти надо уже быть на Московской площади на испытании потолков, а потом провозимся с приготовлениями [на] завтра; приготовления сложные – колебания Герца и колебания Тесла, и поющая дуга, и еще разные разности. Напоследок угощу их интересными вещами.

В четверг пойду покупать ризки, да надо деньги с земства получить. Федорам буду просить по 10 р<ублей>, а Ване – 45 р<ублей>; так получил в прошлом году ассистент, который, говорят, ничего не делал, а Ваня с утра до вечера занят.

Последние дни не ходил на Волгу, – надо будет сходить посидеть; она все еще полна и широка, как море. Последний год вода очень мало спадает. Сегодня и вчера опять жарко, но сегодня несколько раз принимался дождик. Милушка моя, следом за этим письмом, верно уж, будет телеграмма о моем выезде. <...>

Сегодня снимались с царицынским уездом, завтра снимаемся с аткарским. Во главе групп сидит Гримм, потом лекторы и администрация курсов и учителя. <...>

Господь с тобой, солнце, и со всеми вами. Целую тебя, радость, всю. Приласкай за меня ребяток и поцелуй папу с мамой.

2–го сентября <1913 г.>

Золото мое ненаглядное, Катенушка! Сегодня был молебен перед началом ученья и несколько человек экзаменовались. Батяка очень хорошую речь сказал. Профессора все съехались. Не видать только Бирукова. Из университета часа в два отправились с Ефимовичем¹ на стройку. Ну там дела, конечно, не бойко идут, хотя в аудитории устанавливают косауры под амфитеатр и в коллекции стелят паркет по асфальту. Помещения практикума тоже почти готовы. Остается

наклеить линолеум и покрасить. Но т.к. главная лестница не готова, то окончательно перейти и читать лекции можно будет только с Рождества. Да и то это мечты Мюфке, а он довольно мечтателен. Правда, его на каждом шагу подводят подрядчики.

После обеда <...> отдали мои башмаки чинить и панаму чистить. Осеннюю шляпу мою Кобер вычистил очень хорошо и новую кожу поставил. Шляпа совсем новая стала. Потом <...> хотел я Неклепаевых позвать пить чай, но оказалось, что к ним приехала «Мария» и А<нна> М<ихайловна>² просила нас остаться пить чай у них. Ник<олай> Павл<ович> сегодня сдал последний экзамен и завтра последний раз идет в казармы, чтобы сдать винтовку. Бумагу об нем уже подали и она прошла через Совет 26-го авг<уста>. Он просто по своей скромности стеснялся подавать эту бумагу до тех пор, пока не выяснится, когда его отпустят. К сожалению, он, по-видимому, захватил малярию. Они сняли две комнаты около Митрофаньевского базара на Б<ольшой> Казачьей и платят 35 рублей в месяц.

Мосго ветрогона, Вл<адимира> Еф<имовича>, приглашают чуть ли не во все гимназии. Сегодня вызывал его Александров и предлагал уроки и в реальном [училище], и в женской гимназии. Он соблазняется взять несколько уроков в реальном и отказаться от части в женск<ой> гимназии.

Относит<ельно> поездки в Питер: Совет ходатайствует о командировании меня и о [выделении] 150 р<ублей> из спец<иальных> средств, но извещения о заседании нет. Думаю, что заседания в ближайшем времени не будет, а то бы пора получить извещение³. Занятия на курсах начнутся только 15-го. Лекции в университете я начинаю послезавтра.

Господь с тобой, моя радость. Крепко, крепко целую тебя и ласкаю мою Кисаньку. Поцелуй за меня ребяток, папу и маму. Господь над всеми вами.

¹ Сребницкий Владимир Ефимович (1890–1917), лаборант (с 1912), старший ассистент (с 1915) при кафедре физики Саратовского университета. Появление его на кафедре после смерти В.А. Заборовского «...дало возможность возобновить необязательный (бесплатный) курс практических занятий в лаборатории, который посещали 70 студентов I и III курсов, разделенные на 4 группы» (ГАСО. Ф. 393. Оп. 1. Д. 246. Л. 54 об.).

² Неклепаева (урожденная Михайлова) Анна Михайловна, жена ассистента при кафедре физики Саратовского университета Николая Павловича Неклепаева (1886–1941) и ее сестра Мария Михайловна Михайлова.

³ Речь идет об учрежденной «при Императорской Академии Наук, согласно журнальному постановлению Совета Министров от 5 сентября 1912 года, Межведомственной Комиссии для производства магнитной съемки России...» (ГАСО. Ф. 393. Оп. 1. Д. 355. Л. 3), представительство от Саратовского университета в которой было возложено на В.Д. Зёрнова. Первое официальное уведомление о сроках ее работы ученым было получено 22 августа 1913 года (Там же. Л. 6).

5 сентября <1913 г.>

Милая моя, дорогая, золотая Катенушка! Сегодня от тебя не было письма. Буду завтра ждать.

Сегодня утром экзаменовал, довольно много было. Потом отправились с Ефимычем на стройку. Надо было с Мюфке об доске поговорить. Ходил по институту. Дела, как будто, продвигаются. Завтра с утра придется опять на стройку идти по поводу электричества. В первом здании уже начали занятия, но, конечно, на биваках. Аудитории еще не кончены, да и вообще еще много мелочей. Но факт уже тот, что там читают лекции.

Проходили до обеда, а после обеда устраивали «practicum» у себя. Я ведь объявил обязательный «practicum», так надо это выполнить. Пришлось шкапы выдвинуть в залу, а в комнату прибавить столов. Человек 25 одновременно можно пустить, хоть и будут, как сельди в бочке. Феодор Тархов почти ни в чем участия не принимает, т.к. все хворает. Спасокукоцкий будет ему операцию делать. Говорит, что у него хроническая язва желудка и сужение выхода из желудка, что это не опасная операция, и что он его хорошо починит. Но сейчас оперировать нельзя, т.к. Александровская больница ремонтируется и надо подождать до конца сентября. Таким образом, мы фактически без служителя и довольно на долго¹.

<...> Милуша моя, надо бы переезжать. Напиши скорей, как ты планируешь, а то я ничего не знаю. Получил сегодня приглашение на торжественное открытие С<сельско>х<озийственных> Курсов в зале Думы 15 сент<ября>, а извещения об утверждении нас лекторами не получал. Завтра там Совет и повестку я получил, вероятно, утверждение состоялось, но об этом нас не удосужились известить. <...> Хорошо, что мне начинать математику, а не физику.

Господь с тобой, солнышко. Крепко тебя целую. Целую маленьких корешков, папу и маму.

Когда поедете в Москву, надо на почте сказать, чтобы письма пересыпали.

¹ Необходимая операция Ф.А. Тархову была сделана в марте 1914 года, после чего В.Д. Зёрнов обратился в Правление университета со следующим ходатайством: «Имею честь покорнейше просить Правление ассигновать некоторую сумму, какую Правление найдет возможным, на лечение служителю при кафедре физики Федору Тархову, который после операции, сделанной ему профессором Спасокукоцким, нуждается в улучшенном питании и лучших условиях жизни». И благодаря заботе заведующего кафедрой служитель смог получить из специальных средств университета дополнительное пособие в размере 30 рублей. (ГАСО. Ф. 393. Оп. 1. Д. 419. Л.: 184).

6 сентября <1913 г.>

Золотая моя детка, милуша моя, Катенушка! Сегодня целый день ждал письма и получил только сейчас, придя с Совета С<сельско>х<озийственных> к<урсов>.

Получил сегодня извещение из Магнитной комиссии, что первое заседание назначено 24-го¹. Следовательно, я должен быть в Петербурге 23-го. Выходить из Саратова надо, самое позднее, 21-го. Это обстоятельство совершенно сбивает наши планы. Как теперь быть с переездом? Если вы пробудете до 16-го в Дубне, то почти не успеете приехать в Саратов до моего отъезда. Если переедете в Москву и будете дожидаться моего обратного проезда из Питера, то в Москве придется долго прожить. Рыкачев² пишет, что заседания займут несколько дней, следовательно, я поеду обратно около 29-го сент<ября>. <...> Так этот Рыкачев подвел нас, изменив время заседаний³.

Сегодня с половины десятого до трех ходил по стройке с электротехником, пришлось обойти физический и анатомический [институты]. Просто ног под собой не слышал. Тотчас после обеда пришел Ефимыч – судили об практических занятиях, а потом пошли на заседание [Совета] <...>. Должен был идти Н<иколай> П<авлович>, но не решился в форме идти, а штатское еще не готово. <...>

Господь над всеми вами. Крепко, крепко тебя, радость, целую. Поцелуй деток, папу, маму и тетю Лёлю. Макаровых⁴, если они в Дубне, поцелуй.

¹ Имеется в виду письмо М.А. Рыкачева от 2 сентября 1913 года: «Милостивый государь Владимир Дмитриевич. Согласно большинству ответов на запрос от 25 июля с<его> г<ода> относительно времени собрания Магнитной Комиссии при Императорской Академии Наук, удобным сроком является вторая половина сентября.

Предполагая, что для возможно успешного движения вопроса о магнитной съемке России потребуются два или несколько заседаний и что для согласования постановлений и окончательной редакции проекта может потребоваться новая подготовительная работа, председатель Магнитной Комиссии покорнейше просит Вас принять к сведению, что для предстоящих заседаний следует иметь несколько дней начиная с 24 сентября сего года.

Программа заседаний с приложением некоторых материалов по вопросу о магнитной съемке России будет разослана своевременно.

Председатель Магнитной Комиссии, академик М. Рыкачев».

(ГАСО. Ф. 393. Оп. 1. Д. 355. Л. 7–7 об.).

² Рыкачев Михаил Александрович (1840–1919) академик РАН (1917); академик Петербургской Академии Наук (с 1896); директор Главной физической обсерватории (1896–1913). В описываемый период председатель Межведомственной комиссии для производства магнитной съемки России.

³ В архиве сохранилось рукописное обращение В.Д. Зёрнова в Совет университета, из которого ясно, что 22 августа 1913 года им было «...получено уведомление от председателя <...> Комиссии генерала М.А. Рыкачева о том, что заседание комиссии он имеет в виду назначить в начале сентября» (ГАСО. Ф. 393. Оп. 1. Д. 355. Л. 6).

⁴ Лёля – Власова Елена Васильевна (1887–1962), сестра Е.В. Зёрновой; Сомыство Гатальи Дмитриевны Макаровой, (урожденной Зёрновой) (1872–1934), старшей сестры В.Д. Зёрнова.

7 сент <ября 1913 г.>

Лапушка моя, милая Катенушка! Сейчас пришел от Вл<адимира> Е<фимовича> с новоселья. Пили чай и болтали «и все». А потом пошли провожать Неклепаевых. Н<иколай> П<авлович> совершенно кончил службу. В понедельник будем его баллотировать, а потом ему надо в Москву съездить. Выборы ректора будут, вероятно, числа 16. Пока еще ничего определенного сказать нельзя.

Господь над тобой, солнышко. Крепко, крепко целую тебя, золото мое. Поцелуй ребят, папу, маму и Лёлю.

10 сентября <1913 г.>

Золото мое ясное, сладкая Катенушка! Вчера не писал, т.к. вернулся из заседания Совета в два часа ночи. Заседание после лета идет не лучше, а хуже. Между прочим, Стадницкий¹ на одно замечание Вормса (кстати, сделанное по поводу того, что Стадницкий не желает определенно назначить время выборов ректора; Вл<адимир> Вас<ильевич> сказал, что, в конце концов, такая затяжка может показаться искусственной) <...> сказал буквально следующее: «Можете ваше мнение держать про себя». Тогда я заявил, что считаю такое обращение к члену Совета принципиально недопустимым. Ты не сердись на меня. Дело – то, по-видимому, в том, что ему хочется дожидаться моего отъезда, чтобы хоть одним червяком² иметь меньше. Уж ехать ли в Питер? Вдруг из-за моего шара этот идиот пройдет, а у него несомненно есть голоса. Все, кто хотят угодить начальству или обделать делишки, будут вести его, а таких порядочно³. Вчера же баллотировали Неклепаева. С ним баллотировались одновременно еще 6 лаборантов (между ними – 2 к Терebinскому⁴); все получили 24 и 0, только Неклепаев – 21 и 3. Характерно! Богомолец⁵ клянется, что это не его «молодцы», но, по-моему: 1) Стадницкий, 2) Терebinский и 3) Бируков. Эти безнадежны.<...>

Сегодня с утра и до трех часов был на стройке. Намечали во втором здании места для освещения, а потом для института выбирал раковины, умывальники, краны, все, кажется, пустяки, а <...> поглощает массу времени. Как только перейдем в институт, так сейчас же откажусь от строительной комиссии.

После обеда перед вечером покатались на лодке с Ефимычем и Богомольцами, – для этой цели они незаменимы. Готовы ехать когда угодно и О<льга> Г<еоргиевна>⁶ хорошо гребет. Вечером сидел у Галлера на заседании по поводу зубоврачебной школы. Просят читать 2 часа в неделю (400 р<ублей> в год). Соблазнительно получить 400 р<ублей>, да больно уж много лекций. Как думаешь, может быть взять на один год, а там передам одному из ассистентов?

Господь над тобой, золото мое. Крепко тебя, Катенушку мою сладкую, целую. Поцелуй ребят, маму, папу, Лёлю и Макаровых.

¹ Стадницкий Николай Григорьевич (1869–1952), ординарный профессор по кафедре нормальной анатомии Саратовского университета; с 17 декабря 1912 по 25 января 1914 года исполнял должность ректора университета.

² Имеется в виду черный шар, означавший при закрытой баллотировке того или иного кандидата отрицательный результат.

³ Из отчета саратовского губернатора за ноябрь 1913 года видно, что «профессорская коллегия, состоящая из 25 лиц, резко разделилась на правых, с исполняющим обязанности ректора Стадницким во главе, и левых, в числе коих главную роль играют бывший ректор университета Разумовский и профессор Вормс.» (РГИА. Ф. 733. Оп. 155. Д. 812. Л. 46). Сторонников жесткого курса в деятельности университетской администрации насчитывалось 10, а приверженцев демократических принципов академической жизни – 15 человек (ГАСО. Ф. 1. Оп. 1. Д. 9210. Л. 13 об, 54).

⁴ Терebinский Владимир Ипполитович (1878– ?), ординарный профессор по кафедре

систематического и клинического учения о наклонных и сифилитических болезнях Саратовского университета.

⁵ Богомолец Александр Александрович (1881–1946), ординарный профессор по кафедре патологической физиологии Саратовского университета (1911–1925), впоследствии академик АН СССР (1932), АН УССР (1929), АН БССР (1939), АН (1944), президент АН УССР (1930–1946), Герой Социалистического Труда (1944). Во время ректорских выборов 1913 года активно поддерживал кандидатуру Н.Г. Стадницкого. Однако, входя в круг его сторонников, «умнейший и хитрейший А.А. Богомолец», как охарактеризовал его В.Д. Зёрнов в своих воспоминаниях, преследовал скорее личные чисто научные цели, нежели политические. Для него, по мнению мемуариста, «цель оправдывала любое средство, а целью в данном случае являлось иметь ректором человека недалекого, на которого, положивши ему белый шар при баллотировке, можно было бы успешно влиять. Трудно было предсказать, какие шансы имеет Стадницкий, но агитация, исходившая главным образом от Богомольца, была сильная...» (Зёрнов В.Д. Указ. соч. // Волга. 1994. № 3–4. С. 122)

⁶ Богомолец (урожденная Тихоцкая) Ольга Георгиевна (1892– ?), жена А.А. Богомольца.

11 сент <ября 1913 г.>

Ненаглядная моя! Получил твое письмо от 9–го. Что же это хворь завелась? Так уж это некстати. Господь бы дал поскорее наладиться. Буду ждать твоего письма.

Сегодня опять был Совет. Стадницкий забыл доложить одно экстренное дело и из–за одного дела собирал весь Совет опять. Кончили в 9 ч<асов> и я с Ефимьчем пошел пить чай к Неклепаевым. Они просят тебе кланяться.

Господь над тобой. Поправляйтесь скорее. Крепко, крепко тебя целую. Милых ребят, папу и маму, и Лёлю поцелуй.

13 сент <ября 1913 г.>

Лапка моя ненаглядная, сладкая Катенушка! Пишу последний раз на Лопасню. Может быть успеешь получить в день переезда. Получил сегодня твое письмо, где пишешь, что все температуры были нормальны. Дай Бог, чтобы дальше так было.

Сегодня с утра и до четырех часов происходила строит<ельная> ком<иссия>: заседали, лазали по постройкам, принимали отопление у меня и в пристройке к городской больнице¹. Вечером пришлось опять пойти к Галлеру. Я и все профессора отказались читать, т.к. зубоврачи вздумали теперь торговаться не только из–за платы за час, но и из–за числа часов, которое было минимально.

Господь над тобой и всеми вами. Целую крепко, крепко тебя и всех.

¹ Официальный акт о приемке здания Физического института и пристройки к городской больнице клинических помещений был окончательно составлен и подписан 4 октября 1914 года. В нем, в частности, говорилось: «Мы, нижеподписавшиеся члены Строительной комиссии по сооружению зданий Императорского Николаевского Университета и члены Правления сего Университета, 4–го октября 1914 года производили совместно детальный осмотр строительных работ, выстроенных зданий Физического института и пристройки к городской больнице клинических помещений, причем найдено, что работы – каменные, каменотесные, штукатурные, лепные, кровельные, малярные, стекольные, столярные, устройство железных парапетов, балконы, слуховые окна, а также работы по внутренней отделке, а именно: мозаичные и железные лестницы, плиточные и паркетные полы, железобетонные потолки, штукатурные работы, малярные работы, скульптурные, лепные работы, амфитеатры в аудиториях, двери, рамы, стекла, подоконники, водопроводные, газопроводные, канализационные работы и проч<ее>, произведены вполне удовлетворительно; вследствие сего ПОСТАНОВЛЕНО: Передать здания Физического института и пристройки к городской больнице клинических помещений в полное распоряжение Правления Университета, согласно прилагаемой при сем подробной описи.

Председатель Строительной комиссии. Ректор Университета П. Заболотнов.

Члены комиссии и Правления: И. Чувевский, Вл. Зёрнов, прот<оиерей> А. Преображенский, А. Салько, К. Мюфке, М. Юдин, В. Павлов».

(ГАСО. Ф. 393. Оп. 1. Д. 495. Л. 116).

14 сентября <1913 г.>

Золотая моя Катенушка! Это письмо получишь уже в Москве. Как-то переедете? Очень скучно мне, да еще неопределенность – когда ехать? Тоже не хочется подвести своих товарищей отъездом. Думаю уж так: если выборы будут назначены на понедельник 23-го – остаться до 24-го и 24-го выехать. Правда, к первому заседанию я опоздаю, но, вероятно, застану еще заседания комиссии и о работах ее буду осведомлен. Во всяком случае, познакомлюсь с Рыкачевым и, объяснив ему причину опоздания, буду просить на будущее время считать меня в числе людей, интересующихся этим делом. Ведь съемка проектирована в течение десяти лет. Ну да видно будет, может быть и не придется этого делать. Хотя мне эти господа подозрительны. Кажется мне, они выжидают удобного момента.

Лапушка, в сегодняшнем письме ты спрашиваешь адреса Вормсов и Какушкиных¹. Хотя ответ мой уже запоздает, но все же может в день 17-го напишешь: Какушкина Вера Александровна, М<алая> Кострижная, д<ом> Захарова; Вормс В.Н.², Вольская, между Немецкой и Большой Казачьей, кв<артира> проф<ессора> В<ормса>. Дом я не знаю, но если написать: кв<артира> профессора Вормса, то, конечно, письмо доставят. <...>

Вечер сегодня сижу дома. Готовил математику для курсов. За чаем Даша нас с Надей все время потешала рассказами, как Владимир Еф<имович> с Анной Михайловной искали квартиру и все ссорились. Она ведь к Еф<имовичу> нежные чувства питает. Ты спрашиваешь, кого выдаю? Ни к кому не хожу. Разговоры об Стадницком отошнели. <...>

Господь над тобой, золото мое. Крепко, крепко целую тебя и ласкаю. Поцелуй милых деток, папу, маму и Лёлю.

¹ Семья ординарного профессора по кафедре акушерства и женских болезней с клиниками Саратовского университета Николая Михайловича Какушкина (1863–1942).

² Вормс (урожденная Вешнякова) Вера Николаевна, жена В.В.Вормса.

15 сентября <1913 г.>

Голубка моя ясная! Завтра вы трогаетесь. Дай Бог благополучно. Это уже мне приятно. Значит начнется переезд в Саратов.

У нас сегодня акт открытия Курсов¹. Был тов<рищ> министра гр<аф> Игнатьев² и заявил, что Министерство земледелия имеет в виду преобразовать Курсы в Институт, только когда!³ После обеда готовил лекцию и один новый прибор испытывали. Ефимыч потом сидел у меня. Пили чай. Надюшка что-то киснет.

Господь над всеми вами. Тебя, лапка, крепко целую. Поцелуй ребят, папу, маму и Лёлю.

¹ Игнатьев Павел Николаевич (1870–1926), граф. В период министерства А.В. Кривошеина ввиду его болезни неоднократно исполнял обязанности главноуправляющего землеустройством и земледелием; с 9 января 1915 года министр народного просвещения.

² Высшие сельскохозяйственные курсы, торжественное открытие которых состоялось в зале Саратовской городской Думы 15 сентября 1913 года, были преобразованы в самостоятельный институт 22 июля 1918 года.

18 сентября <1913 г.>

Радость моя ясная, Катенушка! Получил твое письмо, где пишешь, что переехали. Ну, слава Богу, первый этап сделали.

Голубка, ты нас бранишь за политику; но когда на каждом шагу встречается тупость в соединении с нахальством, да еще приправленная стремлением половить в мутной воде рыбу, поневоле все нервничают. Устраниться совсем, ты знаешь – это не легко.

Собираюсь я выехать в субботу из Саратова, а в понедельник – из Москвы.

Не знаю, с каким поездом можно будет выехать из Москвы – надо попасть в Петербург рано утром. Вчера у нас были гости. <...> Электричество провели. Свет еще не давали и счетчики не ставили – это уже бельгийцы делают. Обещают к 30-му дать свет. Завтра начинаю на курсах. Как-то волнуюсь. Дело в том, что завтра придется говорить на общие темы, а это всегда неприятно. Хочу сейчас написать еще отдельно папе, он мне написал такое хорошее письмо.

Господь с тобой. Целую крепко, крепко тебя, моя радость и деток. Милая Мурочка, неужели соскучилась об своем папе? Мне без вас такое впечатление, точно тяжелый сон: вот-вот пройдет, а все еще не проходит. Господь с вами.

19 сент<ября 1913 г.>

Голубка, моя, Катенушка! Сегодня начал лекции на курсах. Сделал только введение – говорил 1 час 15 минут. Когда сказал, что придется сначала заняться математикой, то, конечно, это вызвало неудовольствие, в особенности у тех, кто математику проходил. Ну, что же делать, надо всех сравнять. Командировки из округа до сих пор нет. Приехал попечитель¹.

Господь над тобой, сладкая, крепко, крепко целую тебя. Кабы ты была со мной, посоветовала бы, как быть – ехать или не ехать и когда? Целую ребят, папу и маму.

¹ Кульчицкий Николай Константинович (1856–1925), гистолог, профессор Харьковского университета. С февраля 1912 года состоял в должности попечителя Казанского учебного округа.

21 сент<ября>(7 3/4 утра)< 1913 г.>

Голубка моя ясная, Катенушка! Вчера вечером не писал, т.к. поздно кончил дела, а сегодня надо читать лекцию; хотел лечь спать – выспаться перед лекцией, но что-то не спится. Проснулся в половине седьмого и больше не уснул.

Подробностей наших дел писать не буду, приеду – расскажу. Смысл следующий: Стадницкому желательно меня сплавить, т.к. в этом случае есть надежда, что никто на выборах большинства не получит и он останется и<справляющим> д<олжность>. Командировки до сих пор нет – это не на руку Стадницкому и он известил меня, что меня вызывает попечитель, имея в виду разрешить мне командировку, а сам разослал повестку на заседание с выборами на 23-ье. Я успел до свидания с попечителем подписать повестку.

Попечитель был очень любезен, сказал, что меня не вызывал, а что [ему] Стадницкий сказал, что я очень спешу; и он (попечитель) мог бы в таком случае телеграфировать в Казань и ускорить командирование; но т.к. заседание Совета назначено, то меня никто не гонит и он ничего не имеет против того, чтобы командирование отсрочить. По-видимому, Стадницкий ошибся в расчете и попечитель не на его стороне.

Я телеграфирую сегодня вам, чтобы даром меня не ждали в воскресенье, и Рыкачеву – об опоздании. В Москву приеду в среду утром и с 8-и часовым поездом вечером выеду в Петербург. С петербургскими членами комиссии все равно познакомлюсь и, думаю, еще застану заседания. Во всяком случае, получу от Рыкачева все нужные сведения. Уехать от выборов решительно нельзя. Все товарищи (нашего толка) – от В.И. Разумовского до нового Скворцова² включительно – просят остаться. Милуша, я знаю – ты огорчаешься этим; я сам от всей этой неурядицы отвратительно себя чувствую, да надо выйти из этого положения, чтобы потом не было поводов к попрекам. Ввиду всего этого можно отъезд из Москвы не фиксировать непременно на 29-ое, а, если хочешь, остаться до 31-го. Во всяком случае, я на обратном пути из Петербурга буду свободен и могу пробыть несколько дней в Москве.

Господь над тобой, сладкая моя. Не сердись на меня. Крепко, крепко тебя целую. Поцелуй ребят, папу и маму.

¹ Речь идет о Скворцове Владиславе Иринарховиче (1879–1959), 6 апреля 1913 года назначенном экстраординарным профессором по кафедре фармакологии с рецептурой, токсикологиею и учением о минеральных водах Саратовского университета и входившем в группу левой профессуры.

11. VI. <1914 г.>

Золотая моя Катенушка! Проводил сегодня Надю. Она тебе привезла уже портреты, письменные принадлежности, рамку, кружки и куклу. Не знаю, такую ли куклу я купил, да все равно – ведь и дорогую в конце концов разобьют. Эту хоть не жалко.

Письма моего Ваня не получил. Оказывается, оно провалялось в библиотеке. Когда я приехал, то ничего не было готово и я, не заезжая домой, должен был все собирать. Едва успел пообедать и умыться. Аудитория была совершенно полна. На первый час вошло по билетам 425 человек, но не было ни тесно, ни душно. Правда, погода стоит не жаркая. Очень красива моя аудитория залитая народом.

Сегодня заходил перевести газету и редактор Архангельский меня интервьюировал относительно Москвы. Я сказал ему, что намерен отказаться от баллотировки. Не знаю, спрашивал он так, для себя, или чтобы написать в газете, т.к. сообщение «Русск<ого> Сл<ова>» было в несколько измененном виде перепечатано и в «Сар<атовском> Вестн<ике>». От Лахтина² я действительно получил официальное письмо с предложением прислать письменное обязательство, что мною в трехлетний срок будет получена степень доктора. Удивляюсь, что не указано, что такое обязательство должно быть написано на вексельном бланке и не упоминается о неустойке, в случае нарушения контракта. Отвечать на это послание буду из Дубны, чтобы ответ проредактировать с тобой и с папой².

Девушки Неклепаевы, по-видимому, собираются серьезно к нам. Как тогда, вышлете лишний экипаж или нанять? Троицкий со смущением сообщил мне, что родилась у них дочь Антонина. Крестила ее Татьяна. О том, кто записан крестною матерью, Феодор отозвался неопределенно. Ну все равно, риски я куплю.

Господь с тобой, моя лапочка. Крепко целую тебя. Поцелуй за меня папу и ребяток.

¹ Лахтин Леонид Кузьмич (1863–1927), математик, профессор (с 1896 года) и декан физико-математического факультета Московского университета.

Письмо, о котором идет речь, было написано Л.К. Лахтиным 28 февраля 1914 года и имело совершенно иное содержание. Вот его дословный текст: «Многоуважаемый Владимир Дмитриевич. В виду поступившего от проф<ессора> Б.С. Станкевича заявления о его желании рекомендовать Вас Факультету в качестве кандидата на вакантную ныне профессуру по кафедре физики, покорнейше прошу Вас о присылке письменного заявления, будете ли Вы согласны на баллотировку на вышеуказанную должность.

В случае согласия благоволите прислать Ваше жизнеописание и список ученых трудов или самые труды.

Ответ Ваш желательно, было бы получить к следующему заседанию Факультета, которое будет иметь место 12 марта.

Прошу Вас принять уверение в моем совершенном уважении и преданности. Л. Лахтин» (Архив В.Д. Зёрнова).

² После детального обсуждения на семейном совете перспективы своего перехода в Московский университет и возможных после этого последствий, Владимир Дмитриевич, по совету отца, решил все же написать официальный отказ. «Учитывая всю сложность отношений в Москве и мое исключительно благоприятное положение в Саратове, даже и материальное, которое значительно улучшилось с открытием сельскохозяйственного института и женских медицинских курсов, мы с папой и решили, что Москвой соблазняться не стоит» (Зёрнов В.Д. Указ. соч. // Волга. 1994. № 2. С. 138).

17. VI. <1914 г.>

Дорогая моя, золотая Катенушка! Считаю дни и часы, когда наконец поеду к тебе. Девушки Неклепаевы собираются ехать и как будто охотятся. Обе ходят на

мои лекции, а в перерыве и после лекции поят меня чаем. Сегодня весь день облачно и прошел дождь, а к вечеру поднялся ветер. Как-то в Дубне? Завтра непременно жду письма.<...>

Думаю я, не отложить ли настилку линолеума до осени? Ведь это дело двух, трех дней, а без призора, боюсь, потом вещей не досчитаешься. Или уж Ивана поставить сторожить, да больно он вислоухий.

Даша сварила сегодня землянику садовую. Варенье вкусное, не переваренное. Сейчас с ним пил чай. Встретил сегодня соседку Е.А. Штаф. Все зовет в гости, теперь уж на дачу. Велела тебе кланяться. В этот приезд ни к кому больше не поеду. Все вечера заняты. Мюфке просил остаться для какой-то приемки, но решительно отказался. Теперь меня не заманишь. Институт готов. Вот все, что мне надо. А институтом я очень доволен. Такой он симпатичный. Мне кажется, он симпатичнее тех зданий, или уж от того, что мой.

Разбирал сегодня ноты после лекции. В переплет отдам по приезде осенью. Спрашивал я относительно педагогических земских курсов для Нади. Оказывается, что, вероятно, обучение на них будет бесплатное и, если Надя захочет, ее можно будет зачислить. Л.В. Титова приглашена помощницей заведующего (не думаю, чтобы это был удачный выбор).

Пойду спать. Спи с Богом, моя лапка. Господь над всеми вами. Крепко целую тебя, моя Кисанька. Поцелуй, папу и ребят.

PROFESSOR V.D. ZERNOV LETTERS OF THE PERIOD OF FOUNDATION AND DEVELOPMENT OF SARATOV UNIVERSITY 1909–1914

In the article the basic life stages of V.D. Zernov, Doctor of Physics and Mathematics, one of the first professors of Saratov University, opened in 1909, are briefly covered. The article completes the first publication of V.D. Zernov letters, concerning the events of the period of Saratov University foundation.

The introductory article, comments and preparation of the texts for publication are made by V.A. Solomonov.



Соломонов Владимир Анатольевич – родился в 1962 году в Балашове Саратовской области. Окончив исторический факультет СГУ (1989), работал в Саратовском государственном техническом университете. В настоящее время – кандидат исторических наук, доцент кафедры истории России СГУ. Автор более 35 печатных работ по истории высшего университетского образования в России, специалист по вопросам дореволюционной истории Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского, активно занимающийся в этой области сбором и публикацией первоисточников.

Зав. редакцией *Н.Н. Лёвина*
Редакторы *М.В. Попова, Л.А. Сидорова, Н.Н. Лёвина*
Художник *Д.В. Соколов*
Оригинал-макет подготовлен *Г.А. Суминой, И.А. Пономаревой*
на компьютерной системе Apple Macintosh

Распространение журнала по подписке и предварительным заявкам осуществляется Государственным учебно-научным центром «Колледж» при Саратовском государственном университете. ИНН 6452006136
Банковские реквизиты
р/с №4050381000000000378 ЗАО АКБРиР «Экономбанк» г. Саратова,
БИК 046311722, кор. счет банка 30101810100000000722

Подписка на I-ое полугодие 2000 года

по каталогу «Газеты и журналы», индекс 73498
и по заявочным письмам непосредственно в редакции
Стоимость подписки на I полугодие 90 рублей

Зарубежная подписка оформляется через фирмы-партнеры ЗАО «Международная книга – Периодика» или непосредственно в ЗАО «МК–Периодика» по адресу: 117049, Москва, ул. Б. Якиманка, 39, ЗАО «МК–Периодика» тел.: (095) 238–14–85, 238–49–67; факс: 238–46–34
E-mail: info@mkniga.msk.su; Internet: http://www.mkniga.ru

To effect subscription it is necessary to address one of the partners of JSC «Mezhdunarodnaya Kniga-Periodica» in Your country or necessary to address JSC «МК–Periodica» directly
Address: Russia, Moscow, 117049, ul. B. Yakimanka, 39, «МК–Periodica»
Tel.: (095) 238–14–85, 238–49–67; Fax: 238–46–34
E-mail: info@mkniga.msk.su; Internet: http://www.mkniga.ru

Сдано в набор 1.12.99. Подписано к печати 1.02.2000. Формат 70x108/16
Бумага финская. Печать плоская. Гарнитура Латинская
Усл. печ.л. 12,4 (8,85). Уч.-изд. л. 14,6. Тираж 200 экз. Заказ 145

Издательство ГосУНЦ «Колледж». Лицензия ЛР №020773 от 15.04.98

410026, Саратов, ул. Астраханская, 83
Тел. (845–2)523864, факс (845–2) 523864
E-mail: and@cas.ssu.runnet.ru

Отпечатано на ризографе RA 4200 издательства ГосУНЦ «Колледж»

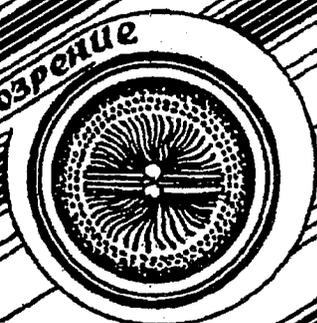
© Издательство ГосУНЦ «Колледж»



© Оформление художника Д.В. Соколова, 2000



Книжное обозрение



EDITOR-IN-CHIEF

Yu.V. Gulyaev, Member of the Russian Academy of Sciences, Institute of Radioengineering and Electronics, Moscow

EDITORS

D.I. Trubetskov, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Saratov University

D.A. Usanov, Member of the International Academy of Sciences of High School, Saratov University

SECRETARY-IN-CHIEF

B.P. Bezruchko, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov University

EDITORIAL BOARD

V.S. Anishchenko, Professor, Saratov University

Yu.A. Danilov, Kurchatov Scientific Centre, Moscow

B.A. Kalinikos, Professor, St. Petersburg Electrotechnical University

V.I. Krinsky, Professor, Institute of Experimental and Theoretical Biophysics, Puschino

S.P. Kuznetsov, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov

P.S. Landa, Professor, Moscow University

L.A. Ostrovsky, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod

Yu.M. Romanovsky, Professor, Moscow University

E.E. Son, Professor, Institute of Physics and Technics, Dolgoprudny

V.D. Shalfeev, Corresponding Member of the Russian Academy of Engineer Sciences, Nizhny Novgorod University

V.V. Tuchin, Professor, Saratov University

V.K. Yulpatov, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod



для студентов и преподавателей в журнале



Современной нелинейной динамики

Д Р А К О Н 2 0 0 0

390 лет со времени выхода "Трактата о свете" Х.Гюйгенса * 255 лет со дня рождения А. Вольты (1745 - 1827)
170 лет со дня смерти Ж.Б.Ж.Фурье (1768 - 1830) * 225 лет со дня рождения А.М. Ампера (1775 - 1836)
195 лет со дня рождения и 135 лет со дня смерти В.Р.Гамильтона (1805 - 1865)
155 лет со дня рождения Г.Кантора (1845 - 1918) * 150 лет со времени выхода работы Г.Гельмгольца
"Скорость распространения нервного возбуждения" * 115 лет со дня рождения Н. Бора (1880 - 1962)
111 лет со времени выхода мемуара А.Пуанкаре "О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями"
105 лет уравнению Кортевега - де Вриза * 105 лет русскому радио
80 лет со времени выхода первой работы Ван дер Поля по
исследованию триодного генератора
50 лет со времени выхода статьи А.Тьюринга "Computing Machinery and Intelligence" (в русск. варианте "Может ли машина мыслить?")
35 лет со времени выхода статьи Забуски и Крускала, в которой
анонсировался солитон
20 лет со времени появления первого изображения множества
Мандельброта
20 лет со времени выхода русского издания книги Г.Хакена "Синергетика"

