

ISSN 0869-6632

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Трикладная Нелинейная Динамика



2
1994

Прикладная нелинейная динамика в Нижегородском университете

ИЗДАНИЕ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА



**Бифуркации
в динамических
системах различной природы**



**Обзоры актуальных проблем
нелинейной
динамики**



**Конференции, семинары, симпозиумы,
детерминированный хаос**



Детерминированный хаос



Автоколебания, самоорганизация



**Прикладные задачи
нелинейной
теории колебаний
и волн**



**Нелинейная динамика в лицах.
История персоналий**

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР
Ю.В. Гуляев, академик РАН, Институт радиотехники и электроники РАН, Москва

ЗАМ. ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА
Д.И. Трубецков, член-корреспондент РАН, Саратовский государственный университет
Д.А. Усанов, академик МАНВШ, Саратовский государственный университет

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ
Б.П. Безручко, доцент, Саратовский государственный университет, ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ
В.С. Анищенко, профессор, Саратовский государственный университет
А.М. Богомолов, академик РАН и МАНВШ, ректор Саратовского государственного университета
Ю.А. Данилов, старший научный сотрудник, Курчатовский научный центр, Москва
Б.А. Калинин, профессор, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
В.И. Кринский, профессор, Институт экспериментальной и теоретической биофизики, Пущино
С.П. Кузнецов, профессор, ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН
П.С. Ланда, профессор, Московский государственный университет
Ю.М. Романовский, профессор, Московский государственный университет
Л.А. Островский, профессор, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
Э.Е. Сон, профессор, Московский физико-технический институт, Долгопрудный
В.В. Тучин, профессор, Саратовский государственный университет
В.К. Юлатов, старший научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

СОДЕРЖАНИЕ*Нелинейная динамика в Нижегородском университете**(к 75-летию со дня основания ННГУ)***ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН**

- Макаров В.А., Некоркин В.И.* Пространственно-временная динамика цепочки автоколебательных элементов 3
- Матросов В.В., Корзинова М.Е.* Коллективная динамика каскадного соединения фазовых систем 10
- Вышкинд С.Я., Девятьярова А.А.* О динамике некоторых математических моделей в социологии 17

БИФУРКАЦИИ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

- Кивелева К.Г., Фрайман Л.А.* Бифуркационный анализ неавтономного маятникового уравнения из теории систем фазовой синхронизации 27

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС

- Козлов А.К., Шалфеев В.Д.* Управление хаотическими колебаниями в генераторе с запаздывающей петлей фазовой автоподстройки 36
- Волковский А.Р.* Хаотический релаксационный генератор 49
- Васин Д.Ю., Громов В.П.* Классификация сигналов стохастического автогенератора методами распознавания образов 57

АВТОВОЛНЫ.САМООРГАНИЗАЦИЯ

- Езерский А.Б., Кияшко С.В., Матусов П.А., Рабинович М.И.* Динамика доменов в параметрически возбуждаемой капиллярной ряби 64
- Корзинов Л.Н., [Никулин А.С.], Рабинович М.И.* Динамика дефектов в структуре типа «мишень» и формирование спиралей с высоким топологическим зарядом 73

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ

- Баженов М.В., Кияшко С.В., Рабинович М.И.* Хаотическая динамика простой электронной схемы 81

КНИЖНОЕ ОБОЗРЕНИЕ 101**КОНФЕРЕНЦИИ. СЕМИНАРЫ СИМПОЗИУМЫ. ШКОЛЫ 105****АНОНС**

- Новая книга 48, 106

CONTENTS

Nonlinear dynamics in Nizhegorodskiy University

(Dedicated to 75-th anniversary of NNSU)

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR DYNAMICS

Spatial-time dynamics of auto-oscillation elements chain. <i>V.A. Makarov and V.I. Nekorkin</i>	3
Cooperative dynamics of cascade coupling phase systems. <i>V.V. Matrosov and M.V. Korzinova</i>	10
On dynamics of some mathematical models in sociology. <i>S.Ya. Vyshkind and A.A. Devetyarova</i>	17

BIFURCATIONS IN DYNAMICAL SYSTEMS

The bifurcation analysis of nonautonomous pendulum equation from the theory of phase-locked loop. <i>K.G. Kiveleva and L.A. Fraiman</i>	27
---	----

DETERMINISTIC CHAOS

Controlling of chaotic oscillations in generator with delayed phase-locked loop. <i>A.K. Kozlov and V.D. Shalfeev</i>	36
Chaotic relaxation oscillator. <i>A.R. Volkovskii</i>	49
Classification of stochastic autogenerator signals by pattern recognition methods. <i>D.Yu. Vasin and V.P. Gromov</i>	57

AUTOWAVES. SELF-ORGANIZATION

Domain dynamics in parametrically excited capillary ripples. <i>A.B. Ezersky, S.V. Kiyashko, P.A. Matusov and M.I. Rabinovich</i>	64
Dynamics of defects in target pattern and origin of spirals with a high topological charge. <i>L.N. Korzinov, A.S. Nikulin and M.I. Rabinovich</i>	73

METHODICAL PAPERS ON NONLINEAR DYNAMICS

The chaotic dynamics of a simple electron circuit. <i>M.V. Bazhenov, S.V. Kiyashko and M.I. Rabinovich</i>	81
--	----

BOOK REVIEW	101
-----------------------	-----

CONFERENCES. MEETINGS. SYMPOSIUMS. SCIENTIFIC SCHOOLS	105
---	-----

ANNOUNCEMENTS

New book	48, 106
--------------------	---------



ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ДИНАМИКА ЦЕПОЧКИ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В.А. Макаров, В.И. Некоркин

Проведено исследование пространственно-временного поведения цепочки диффузионно связанных автоколебательных элементов с жестким режимом возбуждения. Установлено существование пространственного беспорядка и показана его эволюционность.

1. Одной из актуальных задач нелинейной физики, привлекающей постоянное внимание исследователей, является изучение детерминированного хаоса. Сейчас особый интерес вызывает феномен конечномерного пространственного беспорядка (пространственного хаоса) [1,2]. Обычно при изучении этого явления используют модели в виде нелинейных уравнений в частных производных. В последнее время большую популярность также получили системы в виде неограниченного или очень большого числа идентичных, взаимосвязанных точечных отображений или обыкновенных дифференциальных уравнений (см., например, [3–7]). Эти системы можно трактовать как совокупность взаимодействующих активных элементов, расположенных в узлах дискретной решетки в пространстве. При этом номер элемента играет роль пространственной координаты. Такие системы принято называть решеточными динамическими моделями. В настоящей работе рассматривается одномерная решеточная (то есть цепочечная) модель следующего вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_j &= y_j, \\ y_j &= -x_j - \mu[\alpha f(x_j)y_j - d(y_{j-1} - 2y_j + y_{j+1})], \quad j = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (1)$$

$$y_0 = y_1, \quad y_{N+1} = y_N, \quad (2)$$

где $0 < \mu \ll 1$, $\alpha > 0$, $f(x)$ – параметры и функция, характеризующие динамику отдельного элемента цепочки, а d – коэффициент связи между этими элементами. Для определенности будем считать, что функция $f(x) = ax^4 - ax^2 + 1$, где параметр $a > 10^*$. Используя обычный асимптотический метод [8], нетрудно показать, что при $d = 0$ каждый элемент цепочки (1) представляет собой автоколебательную систему с жестким режимом возбуждения. Другими словами, на фазовой

* Обратим внимание на то, что используемая ниже техника исследования амплитудных уравнений может быть перенесена на широкий класс полиномов и других видов $f(x)$.

плоскости отдельного элемента цепочки (1), (2) имеется два аттрактора – состояние равновесия в начале координат и предельный цикл, области притяжения которых отделены неустойчивым предельным циклом.

Система (1), (2) принадлежит классу базовых моделей нелинейной динамики и описывает, в частности, такие канонические объекты, как цепочки взаимодействующих генераторов Ван-дер-Поля [6], автоколебательные химические реакции [9,10] и др. Временная динамика таких систем изучена достаточно хорошо (см., например, [6,9,10] и др.). В последнее время появились работы и по исследованию пространственного поведения цепочек вида (1). Среди них отметим работу [6], в которой для цепочки типа (1) при больших значениях коэффициента связи d с помощью компьютерного моделирования обнаружена нетривиальная зависимость скорости волновых фронтов от d . Основной целью настоящей работы является исследование феномена пространственного беспорядка в цепочке (1), (2).

2. Применяя к (1),(2) метод усреднения [6], получим систему усредненных уравнений для амплитуд r_j и фаз φ_j колебаний

$$\begin{aligned} 2\dot{r}_j &= -\mu\{\alpha F(r_j) - d[r_{j-1}\cos(\varphi_{j-1} - \varphi_j) - 2r_j + r_{j+1}\cos(\varphi_{j+1} - \varphi_j)]\}, \\ 2r_j\dot{\varphi}_j &= \mu d[r_{j-1}\sin(\varphi_{j-1} - \varphi_j) + r_{j+1}\sin(\varphi_{j+1} - \varphi_j)], \\ r_0 &= r_1, \quad r_{N+1} = r_N, \quad \varphi_0 = \varphi_1, \quad \varphi_{N+1} = \varphi_N, \end{aligned} \quad (3)$$

где $j=1,2,\dots,N$, а функция $F(r) = 2ar^5 - ar^3 + r$. Система (3) является градиентной и имеет 2π – периодическую функцию Ляпунова вида [6]

$$V(r, \varphi) = \sum_{j=1}^N \{G(r_j^2) + d[r_{j+1}^2 - 2r_{j+1}r_j\cos(\varphi_{j+1} - \varphi_j) + r_j^2]\}.$$

Следовательно, при любых начальных условиях траектории системы (3) стремятся к одному из состояний равновесия. Найдём координаты этих состояний равновесия. Прежде всего заметим, что устойчивыми могут быть только состояния равновесия, у которых $\varphi_{j-1} - \varphi_j = 0$ (справедливость этого утверждения можно проверить, анализируя экстремумы функции V). Последнему условию, очевидно, удовлетворяют решения $\varphi_j = \varphi^0$, где φ^0 – произвольная константа, то есть в фазовом пространстве системы (3) существует инвариантная прямая. Остальные координаты этих состояний равновесия являются решениями системы уравнений

$$d(r_{j+1} - 2r_j + r_{j-1}) - \alpha F(r_j) = 0, \quad (4)$$

$$r_0 = r_1, \quad r_{N+1} = r_N. \quad (5)$$

Вводя обозначения $u_j = r_{j-1}$, получим систему

$$u_{j+1} = r_j, \quad (6)$$

$$r_{j+1} = 2r_j - u_j + \alpha F(r_j)/d,$$

которую будем трактовать как динамическую систему на плоскости, определяемую диффеоморфизмом S

$$(u, r) \rightarrow (r, 2r - u + \alpha F(r)/d).$$

Тогда кусок дискретной траектории $L: \{(u_2, r_2), \dots, (u_N, r_N)\}$ отображения S , соединяющий на фазовой плоскости (u, r) кривые

$$L_2: \{r = u + \alpha F(r)/d\}, \quad L_N: \{u = r + \alpha F(r)/d\},$$

определяет решения системы (4),(5) и, следовательно, координаты состояний равновесия системы (3). Отображение S является отображением типа Хенона. В работах [7,11], для такого типа отображений развита техника, позволяющая выделять параметры, при которых отображение на фазовой плоскости действует подобно известному отображению «подкова Смейла» (см., например, [12]). Применим эту технику к отображению S . Рассмотрим это отображение в области параметров D , выделяемой неравенствами

$$d < \frac{\alpha(a-10)}{20}, \quad a > 10, \quad \Phi(u_{\max}) > 2r_3^0,$$

$$d < \frac{\alpha F(r_{\max})}{2(r_3^0 - r_{\max})}, \quad d < -\frac{\alpha F(r_{\min})}{2(r_3^0 + r_{\min})},$$

где $r_{\min} = ((3a \pm (9a^2 - 40a)^{1/2})/(20a))^{1/2}$, $r_3^0 = ((a + (a^2 - 8a)^{1/2})/(4a))^{1/2}$,

$$u_{\max} = ((3a \mp (9a^2 - 40a(1+2d/\alpha))^{1/2})/(20a))^{1/2}, \quad \Phi(u) = 2u + \alpha F(u)/d.$$

Заметим, что величины r_{\min} , r_{\max} и r_3^0 являются абсциссами экстремумов и наибольшего нуля функции $F(r)$, а u_{\max} – абсцисса максимума функции $\Phi(u)$. Если параметры системы (6) принадлежат области D , то на фазовой плоскости (u, r) существует прямоугольник Π , на котором S действует подобно отображению «подкова Смейла» (рис. 1). При этом размеры Π – величины β и γ –

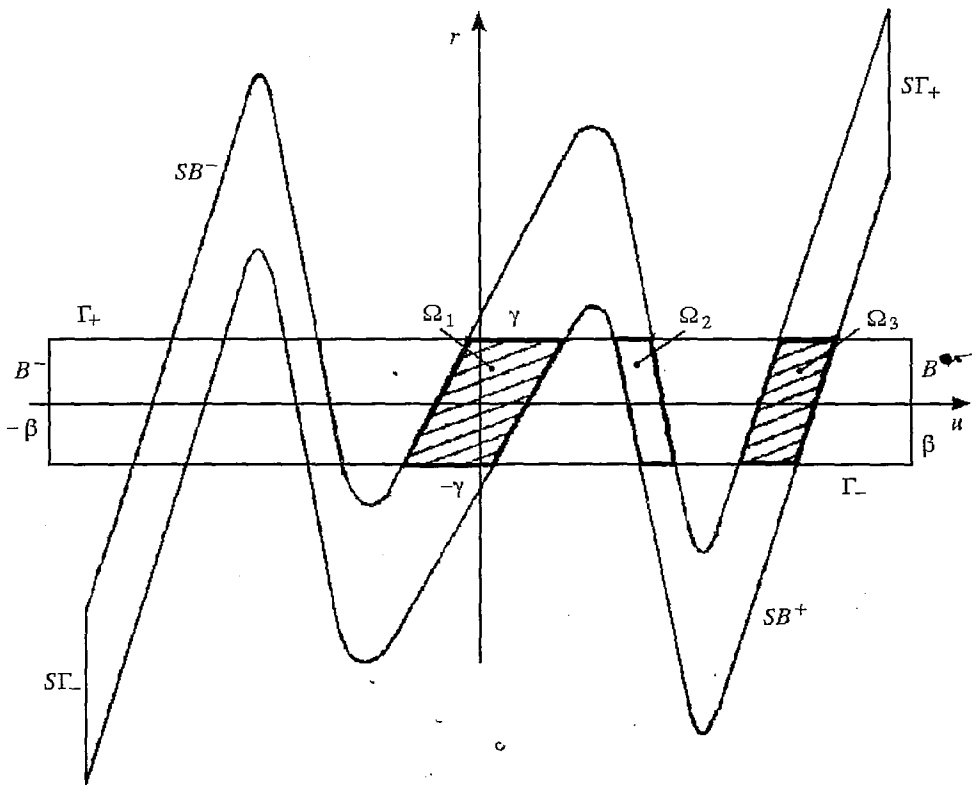


Рис.1.

удовлетворяют неравенствам

$$\gamma > r_3^0, \quad \beta > \gamma, \quad (7)$$

$$\beta < \Phi(\gamma) - \gamma, \quad \beta < -\gamma + \Phi(u_{\max}),$$

а образы его границ (см. рис.1) при действии S имеют вид

$$\begin{aligned} S\Gamma_{\pm} &= \{(u,r) \mid u = \pm \gamma, \quad |r - \Phi(\pm\gamma)| \leq \beta\}, \\ SB^{\pm} &= \{(u,r) \mid r = \Phi(u) \mp \beta, \quad |u| \leq \gamma\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Рассмотрим теперь, как преобразуется начальная кривая L_2 при действии отображения S . Поскольку все $r_j \geq 0$, то будем интересоваться частью L_2 , которая расположена в первом квадранте плоскости (u,r) . Из (8) следует, что при $0 \leq u \leq \gamma$ кривая L_2 заключена между SB^+ и SB^- (см.рис. 1). Поэтому пересечение L_2 с прямоугольником $\Pi^+ = \Pi \cap \{u \geq 0, r \geq 0\}$ состоит из трех компонент. Эти компоненты расположены в $\Omega_i^+ = \Omega_i \cap \{u \geq 0, r \geq 0\}$, $i = 1,2,3$ и соединяют прямые $r=0$ и Γ^+ (см. рис. 1). Обозначим через L_2^0 и L_2^1 кривые, расположенные в Ω_1^+ и Ω_3^+ , соответственно. Ниже будет установлено, что решения системы (4), (5), отвечающие траекториям отображения S , проходящим через Ω_2^+ , являются неустойчивыми. Поэтому, исключим из дальнейшего рассмотрения часть L_2 , лежащую в Ω_2^+ , а так же все ее образы, попадающие в Ω_2^+ . Поскольку L_2^0 лежит в Ω_1^- и принадлежит прямоугольнику Π , на котором S действует подобно отображению «подкова Смейла», то итерирование L_2^0 происходит по правилам «подковы». Именно, за одну итерацию L_2^0 преобразуется в кривую L_3 , которая имеет по одной компоненте в Ω_1^+ и Ω_3^+ . Обозначим эти компоненты соответственно через L_3^{00} и L_3^{01} . Эти компоненты также являются монотонно возрастающими кривыми, соединяющими прямые $r=0$ и Γ^+ . Заметим, что в принятой нами записи $L_k^{0m_1 \dots m_{N-2}}$, $m_i \in \{0;1\}$, $i = 1,2,\dots, N-2$, верхние индексы, принимающие значения 0 или 1, характеризуют «путь», пройденный компонентой L_2^0 при итерировании, а индекс k связан с числом итераций, равным $k-2$. Рассуждая аналогично и действуя теперь отображением S на L_3^{00} , получим две компоненты L_4^{000} и L_4^{001} , а на L_3^{01} — компоненты L_4^{010} и L_4^{011} . Качественный вид этих компонент представлен на рис. 2, а. Итак, отображение S «расщепляет» каждую кривую, расположенную в Ω_1^+ или Ω_3^+ на две. Этот процесс «расщепления» можно схематически изобразить с помощью диаграммы, представленной на рис. 3. Таким образом, после $(N-2)$ итераций, получается множество, состоящее из 2^{N-2} монотонно возрастающих кривых вида $L_N^{0m_1 m_2 \dots m_{N-2}}$, $m_i \in \{0;1\}$, соединяющих прямые $r=0$ и Γ^+ и расположенных в областях Ω_1^+ и Ω_3^+ . Аналогичный процесс происходит и при преобразовании компоненты L_2^1 . Результатом итерирования L_2^1 будет

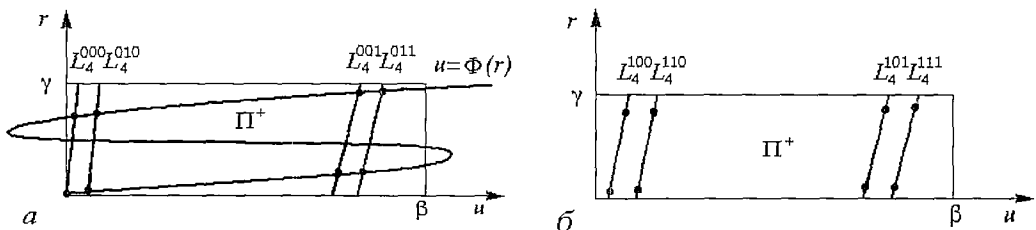


Рис. 2

множество, состоящее из 2^{N-2} кривых вида $L_N^{1m_1 m_2 \dots m_{N-2}}$, $m_i \in \{0;1\}$, соединяющих прямые $r=0$ и Γ^+ (см. рис. 2, б, где $N=4$). Таким образом, за $(N-2)$ итерации L_2^0 и L_2^1 образуется множество, состоящее из 2^{N-1} кривых вида $L_N^{0m_1 \dots m_{N-2}}$ и $L_N^{1m_1 \dots m_{N-2}}$. С другой стороны, мы интересуемся кусками траекторий отображения S , которые «стартовали» на L_2^0 и L_2^1 , после $(N-2)$ итерации «попадают» на L_N . Нетрудно видеть, что в Π^+ L_N имеет две монотонно возрастающие кривые, соединяющие прямые $u=0$ и B^+ . Поэтому, L_N пересекает каждую из компонент $L_N^{0m_1 \dots m_{N-2}}$ и $L_N^{1m_1 \dots m_{N-2}}$ в двух местах. Результатом этого пересечения является 2^N точек (см. рис. 3), расположенных на возрастающих участках линии L_N (точки, лежащие на убывающем участке L_N не рассматриваются, так как им соответствуют максимумы функции V и неустойчивые решения системы (1), (2)). Следовательно, существует 2^N кусков траекторий отображения S , соединяющих L_2 и L_N и расположенных на фазовой плоскости (u, r) в первом квадранте. Координаты точек этих кусков траекторий и определяют 2^N наборов решений $r_j = r_j^*$, $j = 1, 2, \dots, N$ системы (4), (5). Заметим, что среди этих наборов имеется два, независимых от j — $\{r_j^* = 0\}$ и $\{r_j^* = r_3^0\}$.

Итак, система (3) имеет 2^N состояний равновесия, координаты которых следующие:

$$r_j = r_j^*, \quad \varphi_j = \varphi^0,$$

где $j = 1, 2, \dots, N$, а φ^0 — произвольная константа (произвольность фазы связана с тем, что правая часть системы (3) зависит только от разностей фаз). Исследуем устойчивость этих состояний равновесия. Выберем одно из них и рассмотрим линеаризованную систему для возмущений $\xi_j = r_j - r_j^*$, $\eta_j = \varphi_j - \varphi^0$.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -(d + \alpha F'(r_1^*))\xi_1 + d\xi_2, \\ \dot{\xi}_k &= d\xi_{k-1} - (2d + \alpha F'(r_k^*))\xi_k + d\xi_{k+1}, \\ \dot{\xi}_N &= d\xi_{N-1} - (d + \alpha F'(r_N^*))\xi_N, \\ \dot{\eta}_1 &= -dr_2^* \eta_1 / r_1^* + dr_2^* \eta_2 / r_1^*, \\ \dot{\eta}_k &= dr_{k-1}^* \eta_{k-1} / r_k^* - d(r_{k-1}^* + r_{k+1}^*) \eta_k / r_k^* + dr_{k+1}^* \eta_{k+1} / r_k^*, \\ \dot{\eta}_N &= dr_{N-1}^* \eta_{N-1} / r_N^* - dr_{N-1}^* \eta_N / r_N^*, \end{aligned} \tag{9}$$

где $k = 2, 3, \dots, N-1$. В уравнения для ξ_j не входят переменные η_j и наоборот. Поэтому их можно анализировать отдельно. Матрицу линейной системы для ξ_j обозначим через A , а для η_j — через B . Исследуя с помощью элементарных преобразований $\det B$, можно показать, что одно из собственных значений матрицы B равно нулю и соответствует направлению «вдоль» инвариантной прямой. Расположение остальных собственных значений матриц A и B установим с помощью теоремы Гершгорина [13]. Согласно этой теореме все собственные значения матриц A и B на комплексной плоскости $\{z \in C\}$ заключены в объединении N кругов

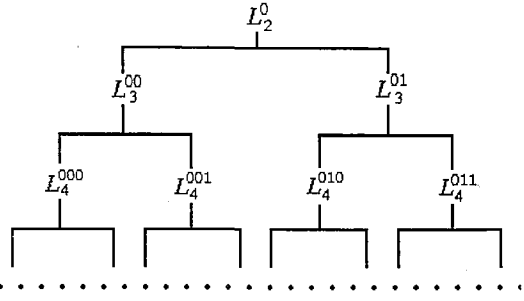


Рис. 3. Схема «расщепления» линии L_2^0 при действии отображения S

$$\begin{aligned}
|z + d + \alpha F'(r_i^*)| &\leq d, \\
|z + 2d + \alpha F'(r_k^*)| &\leq 2d, \\
|z + dr_{2,N-1}^*/r_{1,N}^*| &\leq d(r_{2,N-1}^*/r_{1,N}^*), \\
|z + d(r_{k-1}^* + r_{k+1}^*)/r_k^*| &< 2d(r_{k-1}^* + r_{k+1}^*)/r_k^*,
\end{aligned} \tag{10}$$

где $i = 1, N$; $k = 2, 3, \dots, N-1$. Из (9), (10) получаем, что все круги, отвечающие матрице \mathbf{B} , проходят через начало координат и расположены в левой полуплоскости, а круги, соответствующие матрице \mathbf{A} , будут целиком лежать в левой полуплоскости, если

$$F'(r_j^*) > 0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \tag{11}$$

Из (11) следует, что устойчивыми будут лишь те состояния равновесия, которые удовлетворяют неравенствам

$$r_j^* < r_{\max}, \quad r_j^* > r_{\min}, \quad j = 1, 2, \dots, N. \tag{12}$$

Поскольку $r_{\max} < u_{\max}$, а $r_{\min} > u_{\min}$, где u_{\min}, u_{\max} – абсциссы минимума и максимума функции $\Phi(u)$, то этим неравенствам удовлетворяют только те из состояний равновесия, координаты которых соответствуют кускам траекторий отображения S , целиком лежащим в $(\Omega_1 \cap \omega_1) \cup (\Omega_3 \cap \omega_3)$, где $\omega_i = S^{-1}\Omega_i$. Таких состояний равновесия 2^N , и они расположены на возрастающих участках функции $u = \Phi(r)$. На рис. 2 это темные точки.

3. Проведенное исследование усредненной системы (3) позволяет сделать следующие выводы о динамике цепочечной модели (1), (2). При любых начальных условиях в цепочке (1), (2) происходит синхронизация колебаний, это означает, что парциальные переменные, характеризующие поведение отдельных элементов цепочки, периодически изменяются во времени с одной и той же частотой и фазой (конечно, с точностью до величин порядка μ^2). Распределение амплитуд колебаний «вдоль» пространственной координаты j определяется кусками траекторий отображения S и может быть описано последовательностью из двух символов: $(0 \ m_1 \ m_2 \ \dots \ m_{N-2})$, $(1 \ m_1 \ m_2 \ \dots \ m_{N-2})$, где $m_i \in \{0; 1\}$. Причем, символ «0» соответствует амплитуде колебаний близкой к нулю, а «1» – амплитуде близкой к амплитуде устойчивого предельного цикла парциального элемента. Число таких движений равно $2^N - 1$, следовательно, система (1), (2) является мультистабильной. Поскольку S демонстрирует хаотическую динамику, чередование символов 0 и 1 в этих последовательностях будет весьма разнообразным и при $N \rightarrow \infty$ может быть описано с помощью схемы Бернулли из двух символов. Следовательно, колебания в цепочке (1), (2) являются регулярными во времени и беспорядочными в пространстве. Так как усредненная система (3) является градиентной, то конечномерный пространственный беспорядок в цепочке (1), (2) является эволюционным, то есть может реализоваться из порядка.

Библиографический список

1. Рабинович М.И., Фабрикант А.Л., Цимринг Л.Ш. Конечномерный пространственный беспорядок // УФН. 1992. Т. 162, № 8. С. 1.
2. Collet P., Eckmann J-P. Space-time behaviour in problems of hydrodynamic type: a case study // Nonlinearity. 1992. Vol. 5. P. 126.
3. Арансон И.С., Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И., Рогальский А.В., Сагдеев Р.В. Решеточные модели в нелинейной динамике неравновесных сред. Препринт N163. Горький: Ин-т прикладной физики АН СССР, 1987. 24 с.

4. Bunimovich L.A., Sinai Ya.G. Space-time chaos in coupled map lattices // Non-linearity. 1988. Vol. 1. P. 581.

5. Kaneko K. Spatiotemporal chaos in one- and two-dimensional coupled map lattices // Physica D. 1989. Vol. 37. P. 60.

6. Defontaines A-D., Pomeau Y., Rostand B. Chain of coupled bistable oscillators: a model // Physica D. 1990. Vol. 46. P. 201.

7. Афраймович В.С., Некоркин В.И. Устойчивые состояния в цепочечных моделях неограниченных, неравновесных сред // Математическое моделирование. 1991. Т. 3, № 12. С. 65.

8. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.

9. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическое моделирование в биофизике. М.: Наука, 1975.

10. Васильев В.А., Романовский Ю.М., Яхно В.Г. Автоволновые процессы. М.: Наука, 1987.

11. Некоркин В.И. Пространственный хаос в дискретной модели радиотехнической среды // Радиотехника и электроника. 1992. Вып. 4. С. 651.

12. Нитецки З. Введение в дифференциальную динамику. М.: Мир, 1975.

13. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М.: Мир, 1989.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 17.01.94
после переработки 22.03.94

SPATIAL-TIME DYNAMICS OF AUTO-OSCILLATION ELEMENTS CHAIN

V.A. Makarov, V.I. Nekorkin

The investigation of spatial-time behaviour of the chain of diffusionally bounded auto-oscillation elements with a rigid state of excitation is carried out. It is stated that there is spatial disorder and its evolutionary character is demonstrated.



Макаров Валерий Анатольевич – родился в 1970 году в Сыктывкаре, окончил Нижегородский государственный университет в 1992 году. После окончания работает в ННГУ. В 1993 году поступил в аспирантуру при ННГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, динамика неравновесных сред.



Некоркин Владимир Исаакович – родился в 1948 году в г. Куты Иваново-Франковской области, окончил Горьковский государственный университет в 1971 году. После окончания работает в ННГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ГГУ (1981) и доктора физико-математических наук (1992) в области теории колебаний и волн. Доцент ННГУ. Область научных интересов теория колебаний и волн, теория бифуркаций. Автор монографии «Устойчивость, структуры и хаос в сетях синхронизации». Имеет свыше 60 научных публикаций.



Изв. вузов «ПНД», т. 2, № 2, 1994

УДК 519.673: 621.396.66

КОЛЛЕКТИВНАЯ ДИНАМИКА КАСКАДНОГО СОЕДИНЕНИЯ ФАЗОВЫХ СИСТЕМ

В.В. Матросов, М.В. Корзинова

Рассмотрена динамическая система на фазовом торе, описывающая поведение ансамбля двух каскадно-связанных фазовых систем. Изучены возможные фазовые портреты и построены соответствующие им области параметров. Установлено, что наряду с режимами синхронизации в системе возможно существование различных режимов биений, включая весьма сложные.

Исключительный интерес в нелинейной динамике приобретают сейчас, наряду с анализом нелинейных полей, исследования сложных дискретных нелинейных сетей и решеток. Эти динамические модели интересны не только как приближения непрерывных полей, но имеют и самостоятельный интерес в связи с изучением энергосетей, фазированных антенных решеток и т.д. [1,2]. Сложность таких моделей пока не оставляет надежды, даже существенно опираясь на компьютерный эксперимент, получить исчерпывающие сведения о динамике. Вследствие этого особый интерес приобретают исследования коллективной динамики простейших ансамблей, состоящих из двух (или нескольких) активных элементов, связанных между собой.

В настоящей работе рассматривается коллективная динамика двух последовательно соединенных автогенераторов, имеющих фазовые цепи управления, то есть динамика каскадного соединения двух систем фазовой синхронизации СФС1 и СФС2 (рис. 1). На вход СФС1 поступает опорный сигнал с фазой φ_0 , а выходной сигнал СФС1 является опорным сигналом для СФС2. В силу каскадного типа соединения здесь реализуется связь между генераторами в прямом направлении (от первого Г1 ко второму Г2). Кроме этого имеется дополнительная связь в обратном направлении (от Г2 к Г1). Применение каскадного соединения дает возможность получения улучшенной фильтрации помех [3]. Что касается динамических свойств такой коллективной системы [4], то в силу наличия периодических нелинейностей в каждой парциальной системе можно ожидать, что каскадная система будет обладать весьма сложной, богатой различными возможностями динамикой.

Рассмотрим динамику каскадной системы [4,5] в простейшем случае идеализированных фильтров ($K(p) = 1$) в цепях управления СФС1 и СФС2. Математической моделью такого каскада является система уравнений

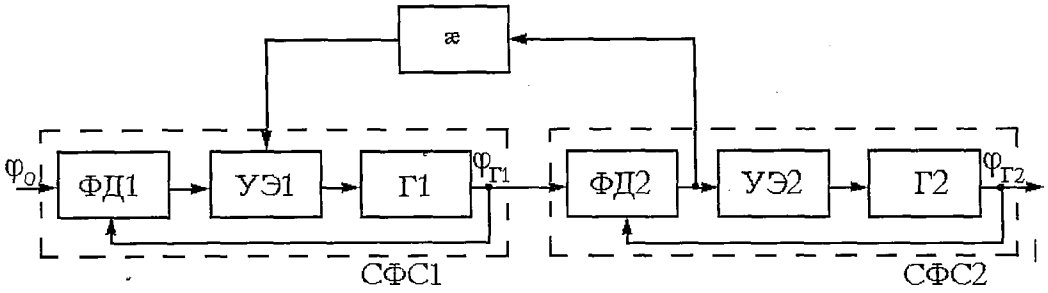


Рис. 1. Каскадное соединение фазовых систем: ФД – фазовый детектор, УЭ – управляющий элемент, Г – генератор

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \gamma_1 - \sin\psi_1 - \varepsilon \sin\psi_2, \quad (1)$$

$$\frac{d\psi_2}{dt} = (\gamma_2 - \gamma_1) + \sin\psi_1 - (1 - \varepsilon) \sin\psi_2$$

на тороидальной фазовой поверхности $U_0 = \{\psi_1(\text{mod}2\pi), \psi_2(\text{mod}2\pi)\}$. В уравнениях (1) t – безразмерное время, $\psi_1 = (\varphi_{Г1} - \varphi_0)$ – текущее фазовое рассогласование между сигналом первого генератора и опорным сигналом, $\psi_2 = (\varphi_{Г1} - \varphi_{Г2})$ – текущее рассогласование между сигналами первого и второго генераторов, γ_1 и γ_2 – начальные расстройки частот первого и второго генераторов от опорного сигнала, ε – параметр дополнительной связи между генераторами через сигналы рассогласований.

Система (1) инвариантна относительно преобразования $\bar{\gamma}_1 = -\gamma_1$, $\bar{\gamma}_2 = -\gamma_2$, $\bar{\psi}_1 = -\psi_1$, $\bar{\psi}_2 = -\psi_2$, поэтому достаточно исследовать ее движения в области положительных значений γ ($\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$).

Далее рассмотрим случай одинаковых начальных расстроек по частоте $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$.

Тогда в области C_0^+ , определяемой выражением

$$C_0^+ : \{0 < \gamma < \min(\frac{1}{1-\varepsilon}, \frac{-1}{1-\varepsilon}, 1)\}, \quad (2)$$

система (1) имеет на поверхности тора U_0 четыре состояния равновесия

$$O_1(\psi_1^*, \psi_2^*), O_2(\psi_1^*, \pi - \psi_2^*), O_3(\pi - \psi_1^*, \pi - \psi_2^*), O_4(\pi - \psi_1^*, \psi_2^*), \quad (3)$$

где величины ψ_1^* и ψ_2^* определяются равенствами

$$\psi_1^* = \arcsin((1-\varepsilon)\gamma), \psi_2^* = \arcsin(\gamma). \quad (4)$$

Состояния равновесия O_2 и O_4 являются седлами, а состояния равновесия O_1 и O_3 – узлами или фокусами, устойчивость которых определяется знаком величины $\sigma = \cos\psi_1^* + (1-\varepsilon)\cos\psi_2^*$. Если $\sigma < 0$ ($\sigma > 0$), то O_3 устойчивый (неустойчивый) фокус или узел, а O_1 , соответственно, неустойчивый (устойчивый) фокус или узел. Устойчивые состояния равновесия O_1 или O_3 определяют синхронные режимы I_{s1} или I_{s2} работы каскадной системы с ошибками слежения ψ_1^* и ψ_2^* или $\pi - \psi_1^*$ и $\pi - \psi_2^*$ соответственно. Область C_0^+ является областью существования синхронного режима.

В силу существенной нелинейности модели (1) исследование структуры разбиения тора U_0 на траектории выполнено с помощью качественно-численного

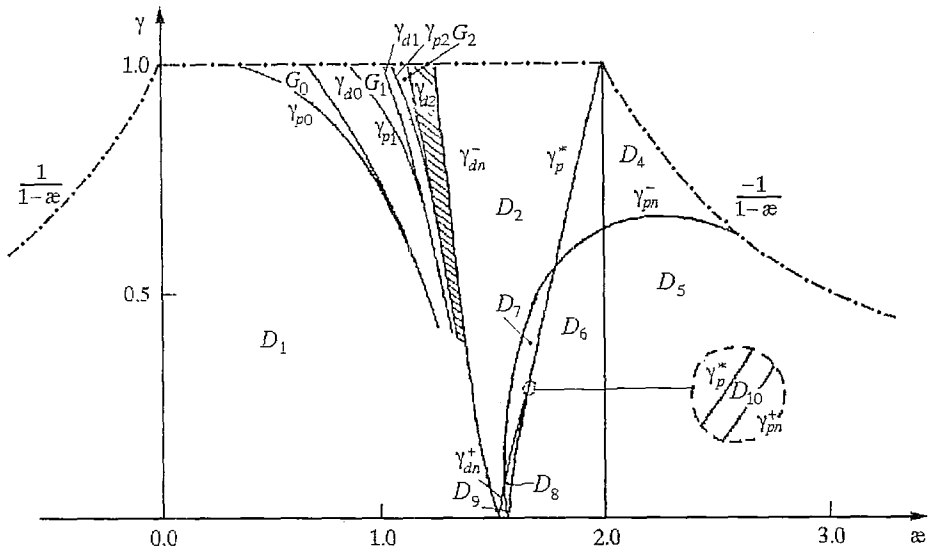


Рис. 2

моделирования на ЭВМ. В результате этого моделирования получен параметрический портрет $\{\alpha, \gamma\}$, приведенный на рис. 2. Здесь область C_0^+ выделена штрихпунктирной линией. Линии внутри нее соответствуют бифуркациям системы (1), области $D_1, \dots, D_{10}, G_0, G_1, G_2$ соответствуют качественно различному динамическому поведению системы. Так как кривые γ_p^* и γ_{pn}^+ близки, в области, ограниченной штриховой линией, показано их качественное взаимное расположение. Фазовые портреты для областей $D_1, \dots, D_{10}, G_0, G_1, G_2$ изображены на рис. 3.

Бифуркационные состояния системы (1) связаны с многочисленными бифуркациями совпадения сепаратрис седла и двойных предельных циклов, а также со сменой устойчивости состояний равновесия O_1 и O_3 . Отметим две особенности поведения сепаратрис и предельных циклов системы (1). Сепаратрисы при совпадении могут как охватывать тор U_0 , так и не охватывать его, а бифуркации, связанные с этими совпадениями, как приводят, так и не приводят к возникновению предельных циклов. Мы будем рассматривать только те бифуркации сепаратрис, которые приводят к возникновению предельных циклов, так как они определяют один из механизмов возникновения автоколебательных режимов каскадной системы. Вторая особенность касается циклов. Как и сепаратрисы, предельные циклы могут охватывать тор U_0 в направлении ψ_1 (ψ_1 -циклы), в направлении ψ_2 (ψ_2 -циклы), в направлении ψ_1, ψ_2 ((ψ_1, ψ_2) -циклы), а также не охватывать тор (O -циклы) [6]. Далее, аналогично [7], будем называть O -циклы колебательными, ψ_1 и ψ_2 -циклы колебательно-вращательными, (ψ_1, ψ_2) -циклы вращательными.

Итак, обратимся к параметрическому портрету $\{\alpha, \gamma\}$ на рис. 2. На нем кривые $\gamma = \gamma_{pi}(\alpha)$ соответствуют петлям Π_i' сепаратрис R_1 и R_2 седла O_2 и Π_i'' сепаратрис S_3 и S_4 седла O_4 , охватывающим тор U_0 в направлении ψ_2 , где i характеризует число 2π -периодов, проходимых координатой ψ_1 сепаратрисы R_1 (S_3) перед замыканием с сепаратрисой R_2 (S_4). Петли Π_i' являются устойчивыми, а Π_i'' - неустойчивыми, поэтому с ростом параметров при пересечении линий γ_{pi} из петель Π_i' и Π_i'' соответственно рождаются устойчивый L_i' и неустойчивый Γ_i' предельные циклы с числом вращения $\mu = 1/i$ [8]. При дальнейшем увеличении параметров циклы L_i' и Γ_i' сближаются и при пересечении кривой $\gamma = \gamma_{di}(\alpha)$ исчезают в результате слияния с образованием двойного предельного цикла с числом вращения $\mu = 1/i$. Кривые $\gamma = \gamma_{pn}^+(\alpha)$, а также $\gamma = \gamma_{pn}^-(\alpha)$ отвечают бифуркациям петель сепаратрис, охватывающих тор в направлении ψ_1 , седла O_2 (устойчивая

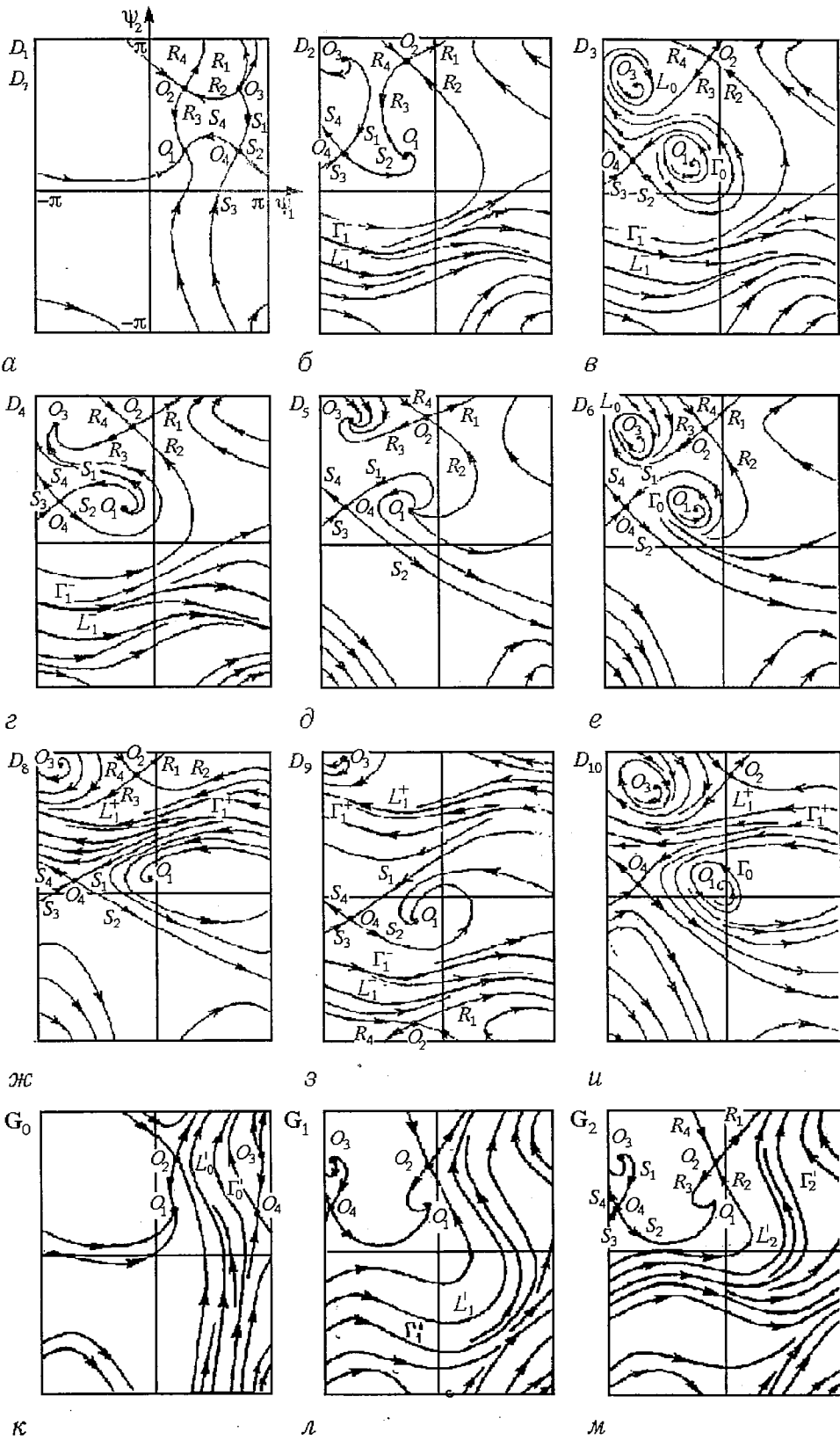


Рис. 3

петля Π_1^+ сепаратрис R_2 и R_3) и O_4 (неустойчивая петля Π_2^+ сепаратрис S_1 и S_4) при значениях $\gamma = \gamma_{pn}^+(\alpha)$, а также седла O_2 (устойчивая петля Π_1^- сепаратрис R_1 и R_4) и O_4 (неустойчивая петля Π_2^- сепаратрис S_3 и S_1) при значениях $\gamma = \gamma_{pn}^-(\alpha)$. При пересечении этих кривых с ростом параметра γ рождаются циклы с числом вращения $\mu = 0$; из петель Π_1^- и Π_1^+ – устойчивые L_1^- и L_1^+ , а из петель Π_2^- и Π_2^+ – неустойчивые Γ_1^- и Γ_1^+ . Циклы L_1^- и Γ_1^- сближаются при подходе к кривой $\gamma = \gamma_{dn}^-(\alpha)$, а циклы L_1^+ и Γ_1^+ сближаются при подходе к кривой $\gamma = \gamma_{dn}^+(\alpha)$. Линии γ_{dn}^+ и γ_{dn}^- определяют бифуркационные значения параметров, при которых в фазовом пространстве системы (1) возникают двойные циклы, охватывающие тор в направлении ψ_1 и располагающиеся в областях $\psi_2 > 0$ и $\psi_2 < 0$ соответственно. Кривая $\gamma = \gamma_p^*(\alpha)$ соответствует образованию петель сепаратрис седла O_2 (петля Π_3 сепаратрис R_4 и R_3) и O_4 (петля Π_4 сепаратрис S_1 и S_2), не охватывающих тор U_0 . Прямая $\alpha = 2$ отвечает смене устойчивости состояний равновесия O_1 и O_3 . Расчет первой ляпуновской величины показывает, что граница $\alpha = 2$ является опасной [9].

При значениях параметров из области $D_0 = D_1 \cup D_7$ или D_5 система (1) не имеет предельных циклов, аттракторами системы являются состояния равновесия O_1 (рис. 3, а) или O_3 (рис. 3, д), в каскадной системе при любых начальных условиях устанавливается режим синхронизации I_{s1} или I_{s2} .

В областях $D_6, D_8, D_2(D_4)$ в фазовом пространстве U_0 устойчивое состояние равновесия O_1 (O_3) сосуществует совместно с циклами первого рода L_0 и Γ_0 (рис. 3, е) или второго рода L_1^+ и Γ_1^+ (рис. 3, ж) и L_1^- и Γ_1^- (рис. 3, б, з). В этих областях каскадная система демонстрирует бистабильное поведение, в зависимости от начальных условий в системе реализуется либо синхронный режим $I_{s1}(I_{s2})$, либо автоколебательные режимы: I_{p0} , определяемый колебательным циклом L_0 ; I_{p^+} , определяемый колебательно-вращательным циклом L_{p1^+} ; или I_{p1^-} , определяемый колебательно-вращательным циклом L_{p1^-} .

В областях D_3, D_9, D_{10} каскадная система демонстрирует мультистабильное поведение, обусловленное совместным сосуществованием синхронного режима I_{s1} и автоколебательных режимов I_{p0} и I_{p1^-} (в области D_3 , рис. 3, в), I_{p1^+} и I_{p1^-} (в области D_9 , рис. 3, з), I_{p01^+} и I_{p1^+} (в области D_{10} , рис. 3, и). В зависимости от начальных условий в этих областях устанавливается либо синхронный, либо один из автоколебательных режимов.

Механизмы возникновения автоколебательного режима I_{p0} связаны с бифуркациями смены устойчивости состояния равновесия O_3 и петли сепаратрис Π_3 ; режима I_{p1^+} – с бифуркациями петли сепаратрис Π_1^+ и двойного предельного цикла, возникающего при $\gamma = \gamma_{dn}^+$; режима I_{p1^-} – с бифуркациями петли Π_1^- , а также двойного предельного цикла, возникающего при $\gamma = \gamma_{dn}^-$.

Области G_i , между кривыми γ_{pi} и γ_{di} , являются областями с бистабильным поведением каскадной системы. При значениях параметров из этих областей в каскадной системе в зависимости от начальных условий реализуется либо синхронный режим I_{s1} , либо автоколебательный режим I_{pi}' , определяемый колебательным циклом L_i' . Так как величины областей G_i при больших i малы, то на рис. 2 выделены только области G_0, G_1 и G_2 , а область, где проходят области G_3, G_4 и G_5, \dots , выделена штриховкой. Отметим, что области G_i разделены между собой областями синхронизации, и область между кривыми γ_{p0} и γ_{dn}^- имеет слоистую структуру, состоящую из областей синхронизации и областей с бистабильным поведением. Интересным фактом является то, что области G_i по мере увеличения i накапливаются к кривой γ_{dn}^- , которая, по-видимому, является предельной кривой γ_{di} при $i \rightarrow \infty$, а устойчивый цикл L_i' настолько усложняется, что из-за многооборотности его изображение становится похожим на изображение странного аттрактора (рис. 4, а).

При проведении численного эксперимента с моделью (1) были также установлены отличные от описанных выше бифуркации сепаратрис седла и двойных предельных циклов, в результате которых на торе U_0 рождаются предельные циклы с числом вращения $\mu \neq 0$. Малость областей параметров, где существуют эти циклы, и большое их разнообразие не позволяет выделить эти области на параметрическом портрете $\{\alpha, \gamma\}$, изображенном на рис. 2. На рис. 4 в

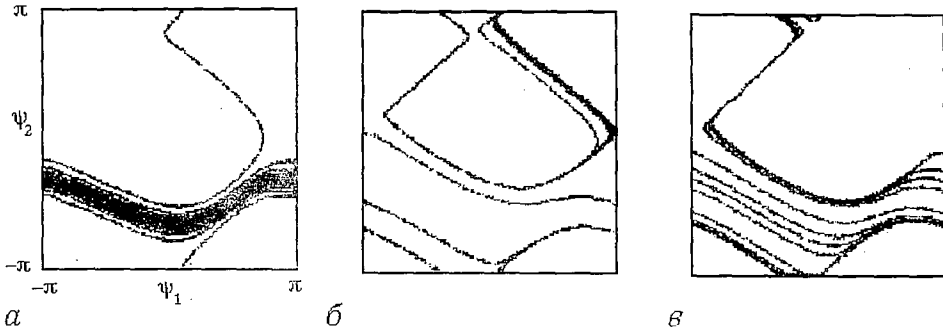


Рис. 4

качестве примера приведены некоторые циклы с числом вращения $\mu \neq 0$, построенные при значениях параметров $\varkappa = 1.29$, $\gamma = 0.7$ (см. рис. 4, а), $\varkappa = 1.763559417$, $\gamma = 0.5$ (см. рис. 4, б), $\varkappa = 1.662147$, $\gamma = 0.3$ (см. рис. 4, в). Цикл на рис. 4, а рождается из петли сепаратрис R_1 и R_2 седла O_2 и имеет число вращения $\mu = 1/18$. Цикл на рис. 4, б возникает при разрушении петли сепаратрис R_1 и R_4 и имеет $\mu = 1/16$. Цикл на рис. 4, в имеет число вращения $\mu = 4/9$ и возникает из петли сепаратрис R_1 и R_4 седла O_2 , охватывающей тор как в направлении ψ_1 , так и в направлении ψ_2 . При значениях параметров в окрестности областей со «сложными» циклами (вид которых напоминает странный аттрактор) в системе наблюдается существенное удлинение и усложнение переходных процессов к режиму синхронизации. На рис. 5 приведены фазовый портрет и зависимость ψ_2 от времени t , построенные при значениях $\gamma = 0.24$, $\varkappa = 1.6308$ и иллюстрирующие это явление.

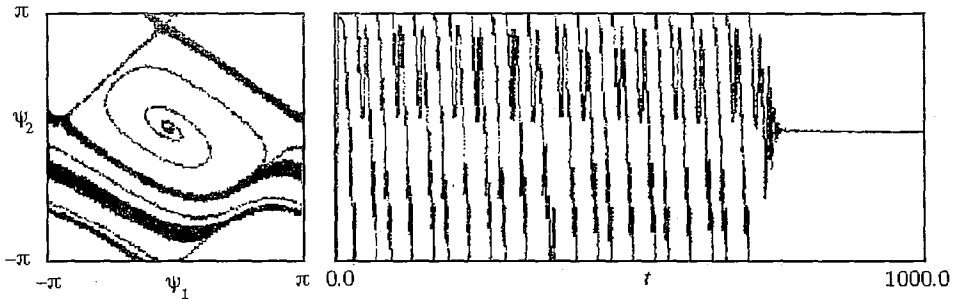


Рис. 5

Таким образом, коллективная динамика ансамбля двух каскадно-соединенных фазовых систем (с дополнительной связью), обладающих очень простой парциальной динамикой (системы первого порядка), характеризуется широким спектром динамических режимов, как синхронных, так и асинхронных (автоколебательных). Наряду с обычным типом перехода от синхронного режима к автоколебательному через некоторую бифуркационную кривую, соответствующую слиянию сепаратрис или двойному циклу, установлено существование такого перехода от синхронного режима к автоколебательному, при котором существует не одна бифуркационная кривая, а целая серия кривых, образующая на плоскости параметров некоторую переходную область со слоистой структурой. Установлено также, что автоколебательные режимы, наряду с достаточно простыми циклами, могут определяться сложными многооборотными циклами, которые, по-видимому, можно рассматривать в качестве своеобразных предвестников хаотических режимов при переходе от каскада двух фазовых систем к цепочке с большим числом элементов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-15424).

Библиографический список

1. Нелинейные волны. Самоорганизация / Под. ред. А.В.Гапонова–Грехова, М.И.Рабиновича. М.: Наука, 1983.
2. Нелинейные волны. Динамика и эволюция / Под. ред. А.В. Гапонова–Грехова, М.И.Рабиновича. М.: Наука, 1989.
3. *Капранов М.В.* Каскадная система фазовой автоподстройки частоты // Динамика систем. Горький: ГГУ, 1976. № 11. С.76.
4. *Корзинова М.В., Матросов В.В.* Моделирование нелинейной динамики каскадного соединения фазовых систем // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1993. № 8.
5. *Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д.* Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / Под. ред. А.В.Гапонова– Грехова, М.И.Рабиновича. Горький: ИПФ АН СССР, 1989.
6. *Барбашин Е.А., Табуева В.А.* Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством. М.: Наука, 1969.
7. *Бельх В.Н., Веричев Н.Н.* О динамике взаимосвязанных ротаторов // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1988. № 6.
8. *Плисс В.А.* Нелокальные проблемы теории колебаний. М.: Наука, 1967.
9. *Баутин Н.Н.* Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука, 1984.

НИИ прикладной математики и
кибернетики

Поступила в редакцию 17.01.94
после переработки 22.03.94

COOPERATIVE DYNAMICS OF CASCADE COUPLING PHASE SYSTEMS

V.V. Matrosov, M.V. Korzinova

The nonlinear dynamics of the ensemble of two cascade coupling phase systems is considered. The onset of synchronization regime, possible ways of synchronization losses related, in particular, to complex asynchronous regimes are studied.



Матросов Валерий Владимирович – родился в 1960 году. Окончил факультет прикладной математики и кибернетики Горьковского государственного университета в 1982 году по специальности «прикладная математика». С 1984 года работает в НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ. Область научных интересов – теория синхронизации, математическое моделирование нелинейных систем, автоматизация научных исследований. Опубликовал 12 научных статей, соавтор учебного пособия.



Корзинова Марина Владимировна родилась в 1969 году в Горьком. Окончила Нижегородский государственный университет в 1992 году. После окончания университета работает в НИИ прикладной математики и кибернетики. Область научных интересов – теория колебаний и волн, теория синхронизации, математическое моделирование. Имеет 7 публикаций.



О ДИНАМИКЕ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В СОЦИОЛОГИИ

С.Я. Вышкинд, А.А. Девятьярова

Рассматриваются две нелинейные динамические системы третьего порядка, предлагаемые в качестве математических моделей распространения информации в обществе, состоящем из трех групп индивидуумов разного типа – тех, до которых информация еще не дошла, но, получив, они передадут ее другим; тех, кто владеет информацией и активно распространяет ее, и тех, кто, обладая информацией, не желает или не имеет возможности передавать ее другим. Исследуются структура фазового пространства моделей, бифуркации, приводящие к смене режимов, особенности и характеристики различных режимов. Полученные результаты, интерпретированные с точки зрения социологии, могут представлять интерес как при изучении распространения идей, так и при анализе механизмов формирования общественного мнения.

Попытки применения методов нелинейной динамики в социальных науках приводят к осознанию общих проблем методологии этих наук, но не решают их автоматически. Поэтому гипотезы, обуславливающие применимость этих методов не претендуют на статус универсальных истин, а выведенные из них заключения хотя и могут быть полезными, но их нельзя рассматривать как некие теоремы об обществе. Очень важным, если не основным, при моделировании является выбор переменных. Большинство переменных, составляющих основу физики, потребовали для их нахождения сотен лет. Такие физические переменные, как, например, «энергия», «импульс», «заряд», «температура» и т.д. не были очевидными и только их великолепная согласованность и успешность применения позволили неявно скрытой в них точке зрения на мир стать доминирующей в науке. Благодаря им мир выглядит для нас совсем не таким, каким он выглядел для ученых средневековья. Подобное же существенное изменение величин, используемых в мышлении, имело место и в социальных науках. Как бы ни провозглашали себя различные теории «научными» или «объективными», для выбора модели решающей остается идеология (парадигма, мировоззрение). Вопрос заключается в том, какие переменные действительно описывают систему; детали же того, как связаны между собой эти переменные, почти второстепенны. Таким образом, любая социологическая модель, словесная или математическая, всегда неявно несет в себе идеологию. Все вышесказанное не означает, что наука здесь не может эффективно продвигаться вперед, скорее это указывает на то, что критика в адрес любой математической модели должна различать возражения к идеологии и к математике в большей мере, чем это было принято до сих пор. Прекрасные примеры такого подхода можно найти в [1].

В задачах, возникающих в социологии, многие из управляющих параметров неизвестны и «неуправляемы». Помочь здесь может лишь лучшее понимание

влияния «лишних» параметров или анализ моделей, учитывающих большее их количество или дополнительные связи. Такой подход и применен в данной работе, где сделана попытка описать особенности распространения информации в обществе. Подобные задачи рассматривались, в частности, Дж. Николисом [2] с применением вероятностного анализа системы связанных линейных разностных уравнений. Известно также использование для решения социологических задач теории катастроф [1,3].

Нашей целью была попытка подобрать или составить математическую модель, с помощью которой можно было бы проследить, в частности, за распространением в обществе некоторой информации или идеи. В этой связи можно было бы говорить и о механизмах формирования общественного мнения, поскольку отношение к идее, суждению, утверждению и т.п. определяется полнотой имеющейся информации, степенью ее правдивости, доверием к ней, умением оценить ее привлекательность или непривлекательность, а также влиянием отношения к ней других людей. Для этого была принята исходная гипотеза о том, что общество может быть представлено тремя группами людей разного типа, количество которых и принято в качестве переменных X, Y, Z , где группа X – люди, до которых информация еще не дошла, но они поделятся ею с другими, как только получат ее; группа Y – люди, до которых информация дошла, и которые активно распространяют ее среди других; группа Z – люди, получившие информацию, но либо не желающие передавать ее, либо не имеющие возможности передать информацию другим, однако, не противодействующие ее распространению.

В качестве параметров были приняты следующие: P, Q, R – весовые (масштабные) коэффициенты; α – параметр, характеризующий влияние людей типа X на людей типа Y . Это могут быть, в частности, комментарии, в том числе искажающие или опровергающие передаваемую информацию, влияющие на отношение к последней или на принятие решений. Поэтому параметр α – может принимать как положительные, так и отрицательные значения. При этом изменение количества индивидуумов в каждой группе можно описать, в частности, такими динамическими системами:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -PX + Y + Z & \dot{X} &= -PX + Y + YZ \\ \dot{Y} &= -QY + \alpha X - XZ & \dot{Y} &= -QY + \alpha X - XZ & (2) \\ \dot{Z} &= -RZ + XY & \dot{Z} &= -RZ + XY. \end{aligned} \quad (1) \text{ и } (2)$$

Первые слагаемые ($-PX, -QY, -RZ$) в правых частях (1) и (2) описывают уменьшение количества индивидуумов в каждой из рассматриваемых групп. Действительно, сам процесс распространения информации «изымает» из сообщества (коллектива, группы) некоторое количество его членов. К примеру, если часть индивидуумов из группы X получает информацию, то тем самым уменьшается общее число ее членов, т.е. тех, до кого эта информация еще не дошла, причем уменьшается тем больше, чем больше получивших информацию. И так в группах всех типов. Однако, сокращение состава одной группы одновременно увеличивает количество других. Это обстоятельство описывается в системах (1) и (2) «перекрестными», «чужими» слагаемыми (Y в правой части уравнений для X и αX в уравнениях для Y). Произведение XY в правой части уравнений для Z означает, что состав группы людей типа Z пополняется как за счет X , так и Y . Это соответствует принятой гипотезе о типах людей в группах. Нелинейный член XZ в правой части уравнений для Y также очевиден, он описывает уменьшение этой группы при возрастании количества «необремененных» информацией или нераспространяющих ее людей. Наконец, последнее слагаемое, которое и различает системы (1) и (2). Очевидно, что группа неосведомленных людей (X) может пополняться не только за счет распространителей информации (Y), но и теми, кто не препятствует распространению (Z). При этом в системе (1) эта зависимость учтена линейным, пропорциональным образом, а в (2) – нелинейно.

Разнообразие режимов модели (1) и (2) определяется структурой их фазового пространства, типом, устойчивостью, расположением состояний равновесия, предельных циклов, других аттракторов.

Поскольку различие между системами (1) и (2) состоит в одном из слагаемых правой части уравнений для X , т.е. в характере зависимости изменения числа людей из группы X от количества людей из группы Z (линейной в системе (1) и нелинейной в (2)) можно оценить роль и влияние взаимодействия между людьми на процесс распространения информации.

Легко видеть, что в системах (1) и (2) в зависимости от параметров существует разное число состояний равновесия (с.р.).

Анализ системы (1) показывает, что

а) единственное устойчивое в нуле с.р. $O_0(0,0,0)$ существует при $Q > (\alpha/P)(1 + \alpha/4PR)$;

б) по два с.р. $O_0(0,0,0)$ и $O_1(X_{10} = \alpha/2P, Y_{10}, Z_{10})$ существуют при $Q = (\alpha/P)(1 + \alpha/4PR)$; $O_0(0,0,0)$ и $O_2(X_{20} = \alpha/P, Y_{20}, Z_{20})$ существуют при $Q = \alpha/P$;

в) три с.р. $O_0(0,0,0)$, $O_1(X_{10}, Y_{10}, Z_{10})$ и $O_2(X_{20}, Y_{20}, Z_{20})$ существуют при $Q < (\alpha/P)(1 + \alpha/4PR)$, причем здесь O_1 и O_2 – несимметричны.

Тип и устойчивость с.р. определяется расположением корней характеристического уравнения

$$\lambda^3 + \lambda^2(P+Q+R) + \lambda(QR + PR + PQ - \alpha + X_{i0} - Y_{i0} + Z_{i0}) + (PQR + X_{i0}Y_{i0} + X_{i0}Z_{i0} - \alpha X_{i0} + PX_{i0} - QY_{i0} + RZ_{i0} - \alpha R) = 0, \quad (3)$$

где X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0} , $i = 0, 1, 2$ – координаты соответствующего с.р.

Далее с помощью ПЭВМ было проведено разбиение плоскости параметров (α, Q) на области с различным типом с.р. Результаты этого разбиения приведены на рис. 1, при этом использовались следующие обозначения: A – неустойчивый узел; B – устойчивый узел; C – седло (с $\dim W_s = 1, \dim W_u = 2$); D – седло (с $\dim W_s = 2, \dim W_u = 1$); E – неустойчивый фокус; F – устойчивый фокус; G – седло-фокус. Символы «.» (точка) и «П» (вертикальные линии) обозначают отсутствие с.р. при соответствующих значениях параметров.

Аналогичный анализ системы (2) приводит к следующим результатам:

а) единственное устойчивое в нуле с.р. $O_0(0,0,0)$ существует при $Q > (1 + \alpha)^2/4P$;

б) три с.р. $O_0(0,0,0)$ и $O_{1,2}(\pm X_0, \pm Y_0, \pm Z_0)$ существуют при $Q < \alpha/P$ и $Q = (1 + \alpha)^2/4P$;

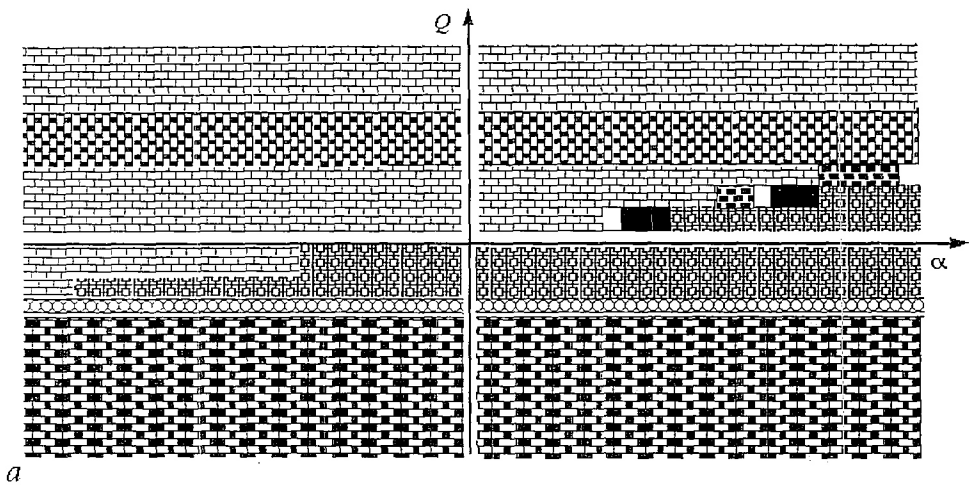
в) пять с.р. $O_0(0,0,0)$, $O_{1,2}(\pm X_{10}, \pm Y_{10}, \pm Z_{10})$ и $O_{3,4}(\pm X_{20}, \pm Y_{20}, \pm Z_{20})$ существуют при $Q > \alpha/P$.

Тип и устойчивость этих с.р. определяются расположением корней характеристического полинома

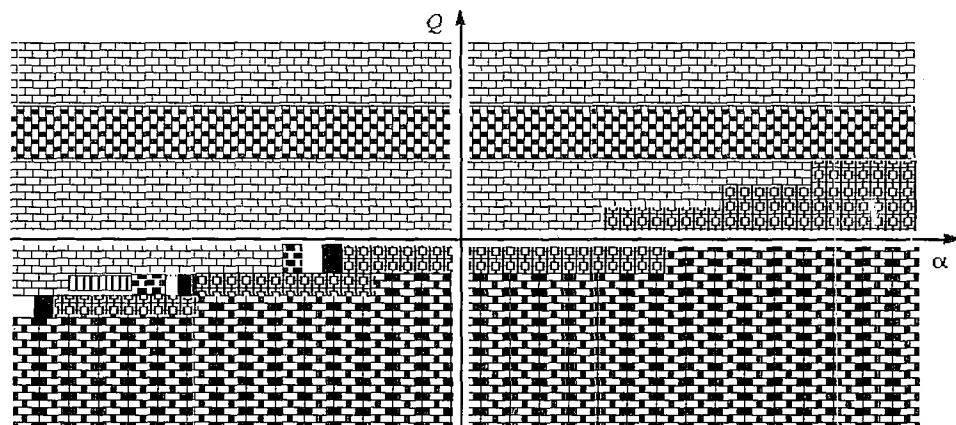
$$\lambda^3 + \lambda^2(P+Q+R) + \lambda(QR + PR + PQ - \alpha Z_{i0} + Z_{i0} - \alpha + X_{i0}^2 - Y_{i0}^2 + Z_{i0}^2) + (PQR + X_{i0}Y_{i0} + \alpha + PX_{i0}^2 + 2X_{i0}Y_{i0}Z_{i0} - \alpha R + RZ_{i0} + RZ_{i0}^2 - \alpha RZ_{i0} - QY_{i0}^2) = 0, \quad (4)$$

где X_{i0}, Y_{i0}, Z_{i0} , $i = 0, 1, 2$ – координаты соответствующего с.р.

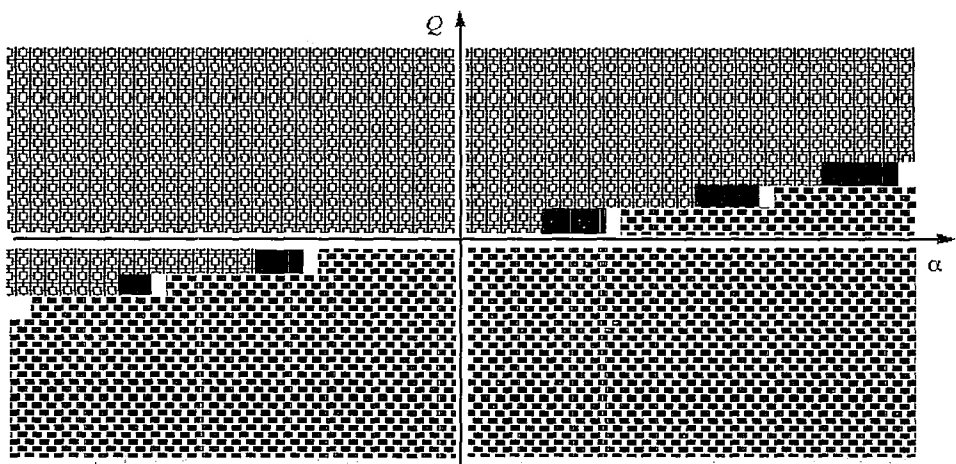
При фиксированных $P = 10.00$ и $R = 2.66$ расположение корней (4) в зависимости от α, Q представлено на рис. 2. На основании этого разбиения были изучены различные режимы и бифуркации, приводящие к их смене. Так, в частности, в интервале $-40.00 < \alpha < -14.00$ в системе (2) наблюдался режим метастабильного хаоса, который можно описать как наличие странного аттрактора и ненулевую вероятность перехода к стационарному состоянию или предельному циклу, причем, продолжительность «хаотической фазы» зависит от начальных условий.



a



b



в

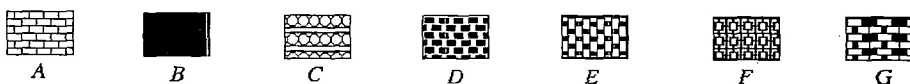
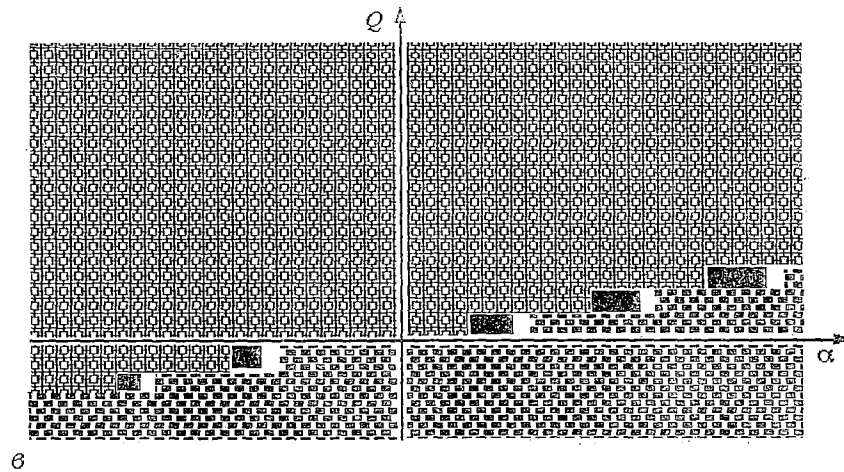
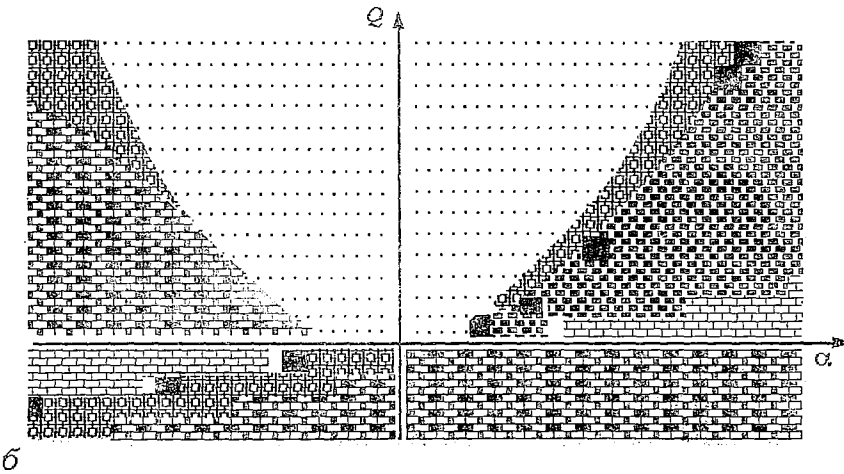
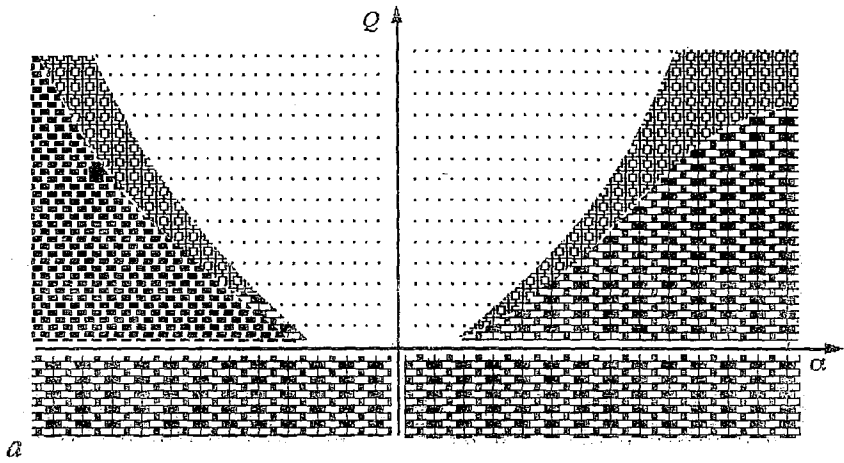


Рис. 1. Разбиение плоскости параметров (α, Q) на области с различным типом состояния равновесия для системы (1): а – для с.р. O_1 ; б – для с.р. O_2 ; в – для нулевого с.р. $O_0(0,0,0)$



в



Рис. 2. Разбиение плоскости параметров (α, Q) на области с различным типом состояния равновесия для системы (2): а - для с.р. $O_{1,2}$; б - для с.р. $O_{3,4}$; в - для нулевого с.р. $O_0(0,0,0)$

При $\alpha = -40.00$ из замкнувшейся петли сепаратрисы возникает предельный цикл, который сохраняется и при дальнейшем уменьшении α . В этом случае при начальных условиях $Z_{нач} > 0$ траектория стремится к устойчивому нулю, а при произвольных $Z_{нач} < 0$ – к предельному циклу.

При $\alpha = 5.324553$ в системе рождаются две пары симметричных с.р., и при $\alpha > 5.324553$ существуют два седла и два устойчивых фокуса. С.р. O_0 становится при этом устойчивым узлом.

При $\alpha = 9$ симметричные устойчивые фокусы теряют свою устойчивость, становясь седло-фокусами. При $\alpha = 10$ происходит бифуркация, в результате которой с.р. O_0 становится седлом (за счет слияния с двумя седлами). Таким образом, в системе остаются три неустойчивых с.р., при этом $\text{div}U = -P - Q - R = -13.66$, то есть в системе может существовать странный аттрактор.

Действительно, при $10.00 < \alpha < 40.00$ существуют хаотические колебания. При $\alpha = 40.00$ возникает устойчивый предельный цикл, сохраняющийся и с увеличением α .

Зависимость поведения системы от параметра Q при фиксированных $P = 10, R = 8/3, \alpha = 28.00$ выглядит так. При $Q > 21.025$ существует единственное с.р. $O_0(0,0,0)$ – устойчивый фокус. При $Q = 21.025$ возникают еще две пары симметричных с.р. типа устойчивый фокус. Таким образом, все пять существующих с.р. устойчивы, хотя области притяжения ненулевых с.р. невелики. Это возможно при наличии неустойчивых предельных циклов.

При $Q = 19.5$ два симметричных с.р. становятся устойчивыми узлами, а при $Q = 19.1$ – седлами.

В интервале $5.5 < Q < 2.8$ наблюдается метастабильный хаос, причем из хаотического режима возможен переход в одно из трех с.р. – $O_0(0,0,0)$ или два симметричных ненулевых. Продолжительность хаотического режима и переход к одному из с.р. зависят от начальных условий.

При $Q = 2.8$ нулевое с.р. сливается с двумя седлами и становится седлом. Вновь в системе все три оставшихся с.р. оказываются неустойчивыми, что при неустойчивой бесконечности приводит к возникновению сложных движений, что и было подтверждено численным экспериментом. Была определена и корреляционная размерность странного аттрактора, значение которой лежит в интервале $2.11 \div 2.28$ (рис. 3). Рассчитанные для сравнения тем же методом [4] размерности линии, плоскости и аттрактора Лоренца оказались соответственно равными 1, 2, $2.03 \div 2.2$.

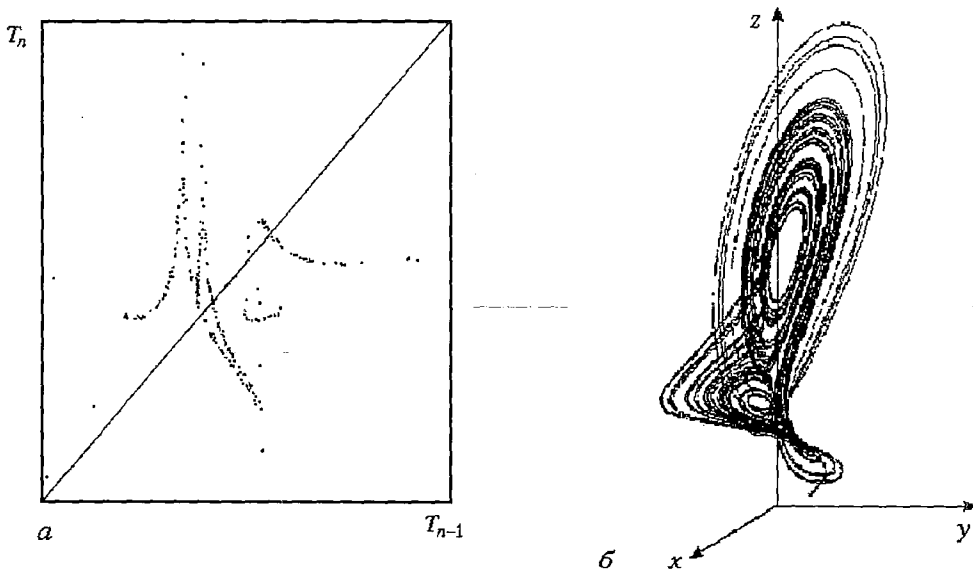


Рис. 3. Один из стохастических режимов системы (2) при $Q = 2.80, P = 10.00, R = 2.67, \alpha = 28.00, X = 13.00, Y = 13.00, Z = 13.00$: а – точечное отображение; б – странный аттрактор с корреляционной размерностью $2.11 \div 2.28$

При $Q < 0$ в системе существуют 5 неустойчивых состояний равновесия, а при $-13.66 < Q < 0$ неустойчива и бесконечность, что вновь делает возможным существование странного аттрактора. При $Q = -4.0$ и при дальнейшем его уменьшении появляется устойчивый предельный цикл, который теряет устойчивость при $Q = -13.0$, передавая ее бесконечности.

Для различных наборов значений параметров систем (1) и (2) были построены точечные отображения в себя секущей плоскости $z = \text{const}$. Некоторые из полученных функций последования и соответствующие им фазовые портреты приведены на рис. 4–7, где указаны значения параметров и начальных условий для представленных режимов.

Интерпретируем полученные результаты и обсудим разнообразие режимов рассмотренных математических моделей с точки зрения задачи о распространении информации в обществе.

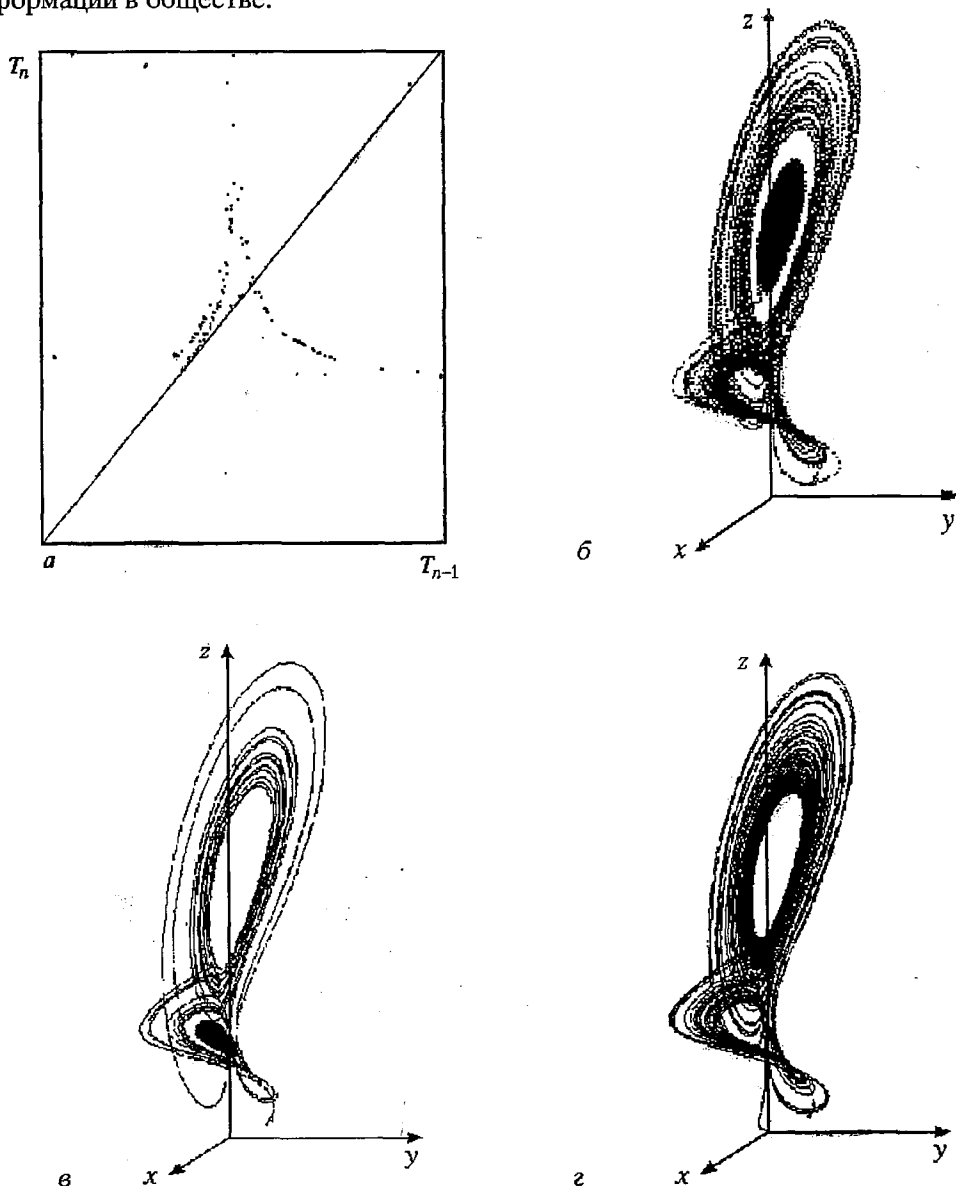


Рис. 4. а –точечное отображение, производимое системой (2) при $Q = 5.50, P=10.00, R =2.67, \alpha = 28.00, X = 13.00, Y = 13.00, Z = 13.00$; фазовые портреты (2) при тех же значениях параметров и различных начальных условиях: б – $X = 13.00, Y = 13.00, Z = 13.00$; в – $X = 14.00, Y = 14.00, Z = 14.00$; г – $X = 15.00, Y = 15.00, Z = 15.00$

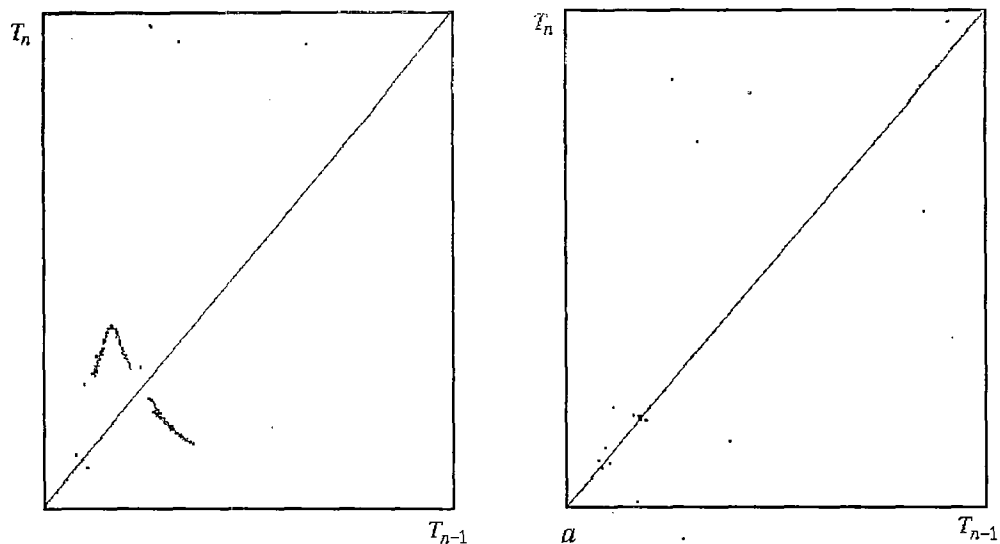


Рис. 5. Двухпериодический режим. Точечное отображение при $Q = 1.00$, $P=10.00$, $R = 2.67$, $\alpha = 38.00$ для начальных условий $X = 5.00$, $Y = 5.00$, $Z = 5.00$

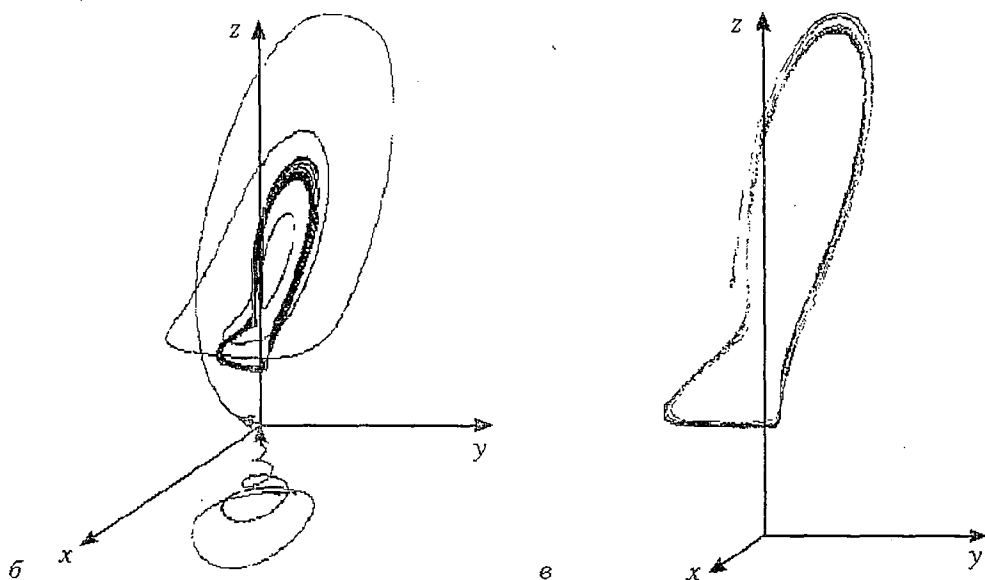


Рис. 6. Однопериодический процесс при $Q = 1.00$, $P=10.00$, $R = 2.67$, $\alpha = 50.00$ и различных начальных условиях: a - точечное отображение $X=5.00$, $Y = 5.00$, $Z = 5.00$; b - фазовый портрет $X = -25.00$, $Y = 5.00$, $Z = -49.00$; $в$ - фазовый портрет $X = -13.00$, $Y = -15.00$, $Z = 40.00$

Будем считать, что начальные условия для этой задачи - число людей, заинтересованных или незаинтересованных в распространении возникшей информации.

Тогда единственное устойчивое нулевое с.р. O_0 соответствует тому, что при любых начальных условиях информация распространяться не будет, и о ее существовании со временем забудут.

Устойчивое ненулевое с.р. свидетельствует о том, что при определенных начальных условиях информация начнет распространяться и через некоторое время ею будут располагать люди разного типа, что не позволит со временем забыть о ней.

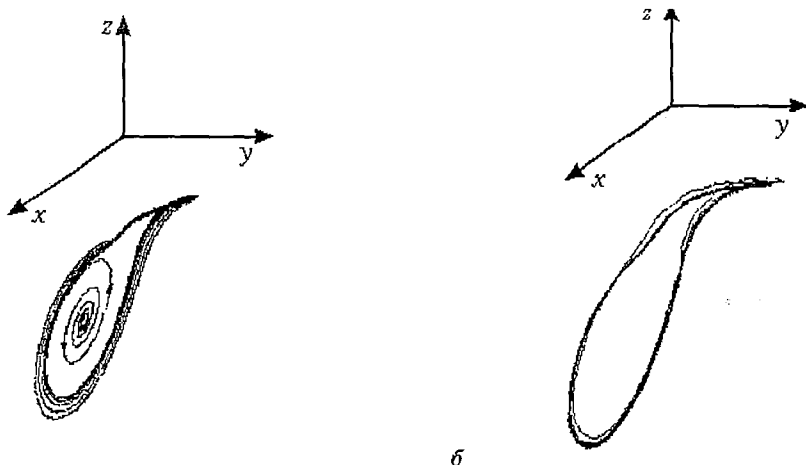


Рис. 7. Фазовые портреты системы (2) для $\alpha < 0$, построенные при $Q = 1.00, P = 10.00, R = 2.67, \alpha = -50.00$ для различных начальных условий: а - $X = 25.00, Y = -5.00, Z = -49.00$; б - $X = 6.00, Y = 7.00, Z = -40.00$

Наличие трех с.р. соответствует «жесткому» режиму распространения информации, то есть режиму, для развития которого необходимо преодоление некоего порога (при устойчивости нулевого и одного из ненулевых с.р.). Если же устойчивы оба ненулевых с.р., то имеет место конкуренция, то есть при определенных начальных условиях некоторое количество людей разных типов будет считать информацию ложной, а при других начальных условиях другое количество представителей разных групп будет считать ее правдивой. Если же иметь в виду распространение идей, то этот режим можно понимать, как разделение общества на группы, принявшие разные идеи.

Наличие в системе режима метастабильного хаоса свидетельствует о том, что прежде, чем информация перестанет распространяться и ее забудут (в случае перехода к $O_0(0,0,0)$), какое-то время, зависящее от начальных условий, она будет бурно обсуждаться в обществе. При переходе в одно из симметричных с.р. информация с положительным или отрицательным знаком будет сохраняться в обществе.

Хаос, возникающий в системе, соответствует распространению информации самым произвольным образом, причем с постоянно меняющимся мнением о ней.

Если же все состояния равновесия неустойчивы (при устойчивой бесконечности), то можно сказать, что при любых начальных условиях информация распространяется до тех пор, пока о ней не узнают все. Итак, анализ системы (1) показал возможность предсказания характера распространения информации и оценки ее правдивости или ложности.

С учетом нелинейного влияния тех, кто не хочет или не может распространять информацию, и тех, кто ее активно распространяет на людей, до которых она еще не дошла (см. систему (2)), возможны следующие ситуации. Возникновение режима метастабильного хаоса (активное распространение информации, обрастание ее какими-то новыми фактами, домыслами и т.д.) через некоторое время, зависящее от начальных условий и весовых коэффициентов, может привести к забвению информации либо к ее сохранению в исходном или искаженном вариантах. Установление хаотического режима свидетельствует о том, что распространение информации предсказать невозможно. Через некоторое время после возникновения информации о ее первоначальном смысле забывают, но постоянно изменяют, дополняют, в результате чего число утверждающих, что информация правдива или ложна, меняется самым произвольным образом.

Можно предположить, что система (1) с некоторой точностью описывает процессы распространения информации, которая не влияет существенным образом на жизнь людей. Система же (2) описывает (также с некоторой степенью адекватности) распространение очень важной информации, от правдивости которой может, к примеру, зависеть благосостояние людей.

В заключение можно отметить, что рассмотренные модели могут быть полезными и при решении других социологических задач, в частности, при изучении формирования общественного мнения, при решении вопросов цензурирования в искусстве и т.п.

Библиографический список

1. *Постон Т., Стюарт И.* Теория катастроф/ Пер. с англ. М.: Мир, 1980.
2. *Николис Дж.* Динамика иерархических систем: Эволюционное представление / Пер. с англ. М.: Мир, 1989.
3. *Isnard C.A., Zeeman E.C.* Some models from catastrophe theory in the social sciences// Use of Models in the Social Sciences/ Ed. L. Collins.Tavistock, London, 1976. P. 44.
4. *Мун Ф.* Стохастические колебания / Пер. с англ.М.: Мир, 1989.
5. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. Введение/ Пер. с англ. М.: Мир, 1990.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 17.12.93
после переработки 7.02.94

ON DYNAMICS OF SOME MATHEMATICAL MODELS IN SOCIOLOGY

S.Ya. Vyshkind, A.A. Devetyarova

Two 3–rd order dynamical systems are considered in this paper. These systems are proposed to be the mathematical models of information distribution in society, comprising three groups of individuals of different types – those, which did not receive the information yet, but would supply it to other recipients; those which possess the information and actively distribute it; and those, which possess the information but do not want or have no opportunity to pass it to others. Structure of the models phase space, bifurcations, which lead to the regimes transitions, features and characteristics of different regimes are investigated.

Obtained results, being interpreted from the sociological point of view, could be of substantial interest for research in the areas of the idea distribution processes and of the public opinion formation.



Вышкинд Светлана Яковлевна окончила радиофизический факультет Горьковского государственного университета в 1961 году. Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1978) в области теории нелинейных колебаний. Доцент ННГУ. Область научных интересов – теория колебаний и волн, применение методов нелинейной динамики в различных областях науки. Опубликовала более 50 работ.



Деветьярова Анна Александровна родилась в г. Выкса Горьковской области в 1970 году. Окончила радиофизический факультет Нижегородского государственного университета в 1992 году. В рамках студенческой научной работы занималась применением радиофизических методов в социологии и экономике. Результаты дипломной работы частично использованы в данной статье. В настоящее время живет в Вятке, занимается программным обеспечением сетевой связи.



БИФУРКАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ НЕАВТОНОМНОГО МАЯТНИКОВОГО УРАВНЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ СИСТЕМ ФАЗОВОЙ синхронизации

К.Г.Кивелева, Л.А.Фрайман

Качественно-численным методом с использованием компьютерного моделирования проведен бифуркационный анализ периодических движений и гомоклинических структур в неавтономной системе дифференциальных уравнений, являющейся математической моделью систем фазовой синхронизации (СФС). Исследован вопрос хаотизации процессов в системе. Представлены бифуркационные диаграммы разбиения плоскостей параметров системы на области с качественно различным динамическим поведением. Приводится физическая интерпретация полученных результатов исследования системы применительно к СФС.

В работе рассматривается известная неавтономная система

$$\dot{\varphi} = \gamma, \tag{1}$$

$$\ddot{y} = -(\lambda + a \cos \varphi)y - \sin \varphi + \mu \sin \omega t,$$

эквивалентная уравнению второго порядка

$$\ddot{\varphi} + (\lambda + a \cos \varphi)\dot{\varphi} + \sin \varphi = \gamma + \mu \sin \omega t.$$

Система имеет широкий спектр приложений в радиотехнике [1], в электромеханике [2] и в теории сверхпроводимости [3] как математическая модель, описывающая динамику ряда конкретных физических устройств. В зависимости от физических приложений исследуемой модели могут быть интересны разные задачи, приводящие к необходимости изучения системы (1) в различных областях значений параметров. Для систем фазовой синхронизации, предназначенных для стабилизации частоты, это, как правило, поиск областей параметров γ , λ , соответствующих режиму подстройки под эталонный сигнал, определяемому простыми колебательными движениями системы (1), и исследование бифуркационных механизмов изменения динамики системы при выходе из этих областей. Для электромеханических систем наиболее интересны значения параметров внешнего воздействия μ , ω , соответствующие качанию синхронного мотора без перескока полюсов, а также условия, при которых в системе могут наблюдаться гистерезисные явления. Для систем со сверхпроводящим контактом наибольший интерес представляет определение размеров по параметру γ областей, соответствующих существованию периодических движений системы (1) с различными характеристиками вращения,

определяющих размеры ступеней вольт–амперных характеристик. Кроме того, интересно изучение влияния гомо– и гетероклинических структур на неустойчивость вольт–амперной характеристики сверхпроводящего контакта в неавтономном режиме. Следовательно, несмотря на множество результатов по исследованию систем, аналогичных (1), существенный интерес представляет детальный бифуркационный анализ модели (1), который проводится в этой работе на основе качественно–численного метода [4–6] с применением компьютерного моделирования [7–11]. Основное внимание уделяется исследованию системы (1) в связи с тем, что она является математической моделью системы фазовой синхронизации [1], где φ , y , t – соответственно, безразмерные разность фаз, разность частот эталонного и подстраиваемого генератора и время. Параметры системы в приложении к СФС имеют следующий смысл: γ – относительная начальная расстройка, λ – затухание, a – параметр фильтра, μ , ω – амплитуда и частота помехи. Случай $a=0$ соответствует интегрирующему фильтру, $a>0$ – пропорционально–интегрирующему фильтру в цепи управления СФС, а случай $a < 0$ – приближенному учету запаздывания с интегрирующим фильтром.

Полное качественное исследование системы при $\mu = 0$ (автономная система) для трех различных случаев $a=0$, $a>0$, $a<0$ дано в работе [1]; при $\mu<1$ в [4–5] качественными методами для этой системы получены бифуркационные диаграммы.

В настоящей работе система исследована при $\mu \neq 0$, $\lambda>0$ для каждого случая ($a=0$, $a>0$, $a<0$) на основе теории бифуркаций динамических систем с помощью компьютерного моделирования. Изучены периодические движения системы и их инвариантные многообразия; определены границы областей существования, устойчивости колебательных и вращательных периодических движений и торов; исследован характер возникновения хаоса в системе; проанализировано влияние гомоклинических структур на ее динамическое поведение. Обнаружено, что границей области глобальной устойчивости могут быть не только границы рождения вращательных периодических движений, но и границы появления притягивающих гомоклинических структур. Установлено, что с ростом амплитуды внешнего воздействия μ поведение траекторий системы сильно усложняется, появляются новые типы движений и бифуркаций. Результаты исследований системы представлены в виде бифуркационных диаграмм в плоскости параметров γ , λ для случая малых ($\mu=0.01$) и больших ($\mu=1.0$) значений параметра μ и фиксированных значениях параметров: $a=0$, $a=1$, $a=-1$ при $\omega = 1.0$.

1. Предельные множества. Система рассматривается в цилиндрическом фазовом пространстве $G(\varphi(\text{mod}2\pi), y, t(\text{mod}2\pi/\omega))$ и пространстве параметров $\gamma, \lambda, \mu, \omega, a$. Поскольку фазовое пространство системы периодически по t , его исследование сводится к исследованию отображения последования Пуанкаре цилиндра (φ, y) в себя, которое строится численным интегрированием системы на периоде неавтономного воздействия $t=2\pi/\omega$. Периодические движения в (1) однозначно характеризуются соответствующими им неподвижными точками (или циклом точек) отображения Пуанкаре (период такого движения определяет кратность неподвижной точки), сепаратрисные многообразия седловых периодических движений – сепаратрисными инвариантными кривыми седловых неподвижных точек, торондальные многообразия – замкнутыми инвариантными кривыми.

Основными типами простых предельных множеств, существующих в (1) при $\mu \neq 0$ [6], являются устойчивые, седловые и неустойчивые периодические движения (q, p) колебательного ($q=0$) или вращательного ($q \neq 0$) типов

$$\begin{aligned} \varphi(t+p\tau) &= \varphi(t) + 2\pi q, \\ y(t+p\tau) &= y(t), \quad p=1, 2, 3, \dots, \quad q=0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Проекция наиболее типичных для системы (1) предельных множеств на плоскость $t=0$ приведены на рис. 1.

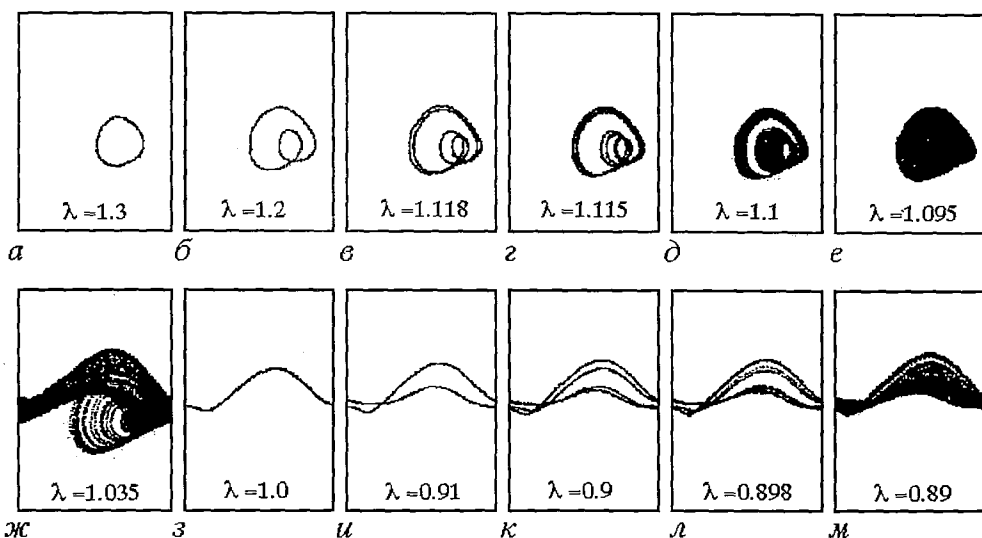


Рис. 1. Проекция предельных множеств системы (1) при фиксированных значениях параметров $\omega=1.0, \mu=1.0, \gamma=0.7, a=-1$ и переменном значении параметра λ

2. Бифуркационный анализ. Основу бифуркационного анализа системы составляют построение качественных особенностей для заданной точки пространства параметров и продолжение их по параметрам до бифуркационных границ. Для построения бифуркационных диаграмм и фазовых портретов использовались алгоритмы и программы [7–11] численного исследования отображения Пуанкаре, порождаемого траекториями неавтономной системы.

2.1. Случай $\mu=0.01$. На рис. 2 приведены бифуркационные диаграммы для системы (1), построенные с помощью продолжения по параметру μ установленных в [1] качественных особенностей автономной системы.

Бифуркационные кривые, приведенные на этом рисунке, разбивают плоскость γ, λ на области с качественно различным поведением траекторий. Выше кривых b_1 и b_6 лежит область d_1 глобальной асимптотической устойчивости колебательных движений; справа от кривой b_3 – область d_6 существования только вращательных движений. Область d_2 расположена между кривыми b_2 и b_3 , а также кривой b_2' для случая $a = 1$ и кривой b_5 при $a = -1$; область d_3 – между кривыми b_4 и b_5 . Область d_4 ограничена сверху кривой b_4 , а область d_5 лежит между кривыми b_1' и b_6 . В областях d_1 и d_2 отсутствуют пересечения сепаратрисных инвариантных кривых седловых неподвижных точек $(0,1)$ -типа. В областях $d_2 \div d_5$, наряду с колебательными существуют устойчивые вращательные движения с положительным вращением фазы, кроме того, в области d_4 – с отрицательным вращением фазы, а в области d_5 – неустойчивые с положительным вращением фазы.

2.2. Случай $\mu = 1.0$. На рис. 3 приведены бифуркационные диаграммы для различных значений параметра a . Кроме бифуркационных кривых $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, S$, описанных выше, при $\mu = 1.0$ построены некоторые другие характерные бифуркационные границы, возникающие с ростом параметра μ , а именно: кривые $D_{b_0}, m_1^-, m_1^+, m_2^-, m_2^+, m_3^-, m_3^+, m_4^-, m_4^+, S_1, b_7$. При всех значениях параметра a значительно увеличилась область между кривыми b_1 и b_2 , в результате чего появились новые области. Область d_3 кривой b_2 разделилась на две области: область, расположенную под кривой b_2 , поведение траекторий в которой сохраняется такое же, как в области d_3 , и область выше кривой b_2 , в которой существует пересечение и верхних, и боковых сепаратрисных инвариантных

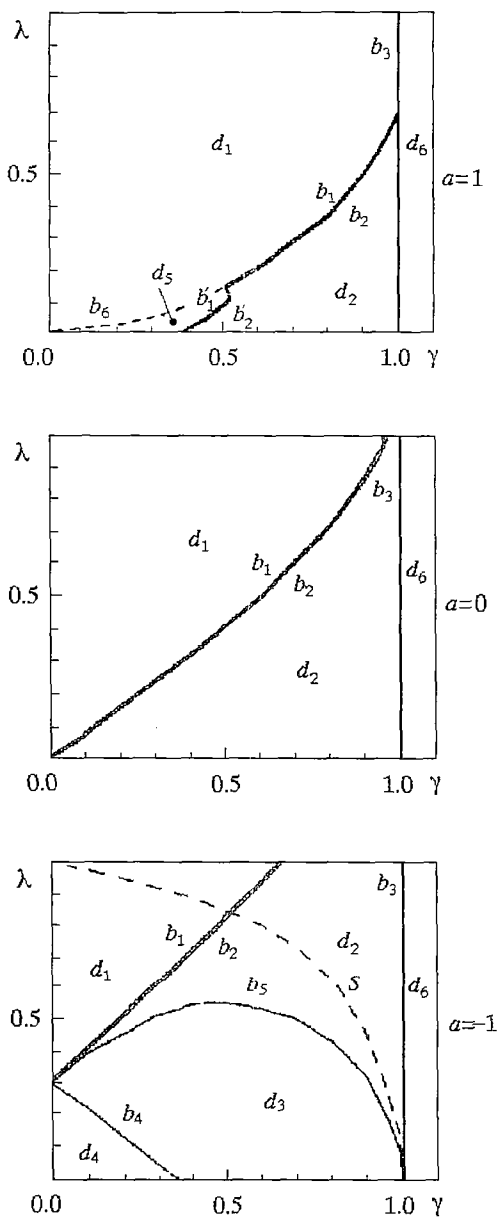


Рис. 2. Бифуркационные диаграммы при $\mu=0.01$ для значений $a=1, a=0, a=-1$. Кривые $b_1, b_1', b_2, b_2', b_4, b_5$ соответствуют касанию сепаратрисных инвариантных кривых неподвижной точки $(0,1)$ типа: b_1, b_1', b_2, b_2' — верхних, b_4 — нижних, b_5 — боковых. Кривые b_3, b_6, S соответствуют бифуркациям: b_3 — седло-узловой неподвижной точки $(0,1)$ -типа; b_6 — полуустойчивого вращательного тора; S — смене устойчивости колебательного движения $(0,1)$ -типа

кривой b_2). Типичное поведение траекторий системы в этом случае представлено на рис. 4, а. Третий сценарий связан с образованием притягивающих гомоклинических структур, порождающих вращательно-колебательные хаотические движения в окрестности сепаратрисных поверхностей. Типичное

кривых седловой неподвижной точки $(0,1)$ -типа. Область d_4 разделилась кривой b_2 на область ниже кривой b_2 , для точек которой поведение траекторий аналогично области d_4 , и область выше кривой b_2 , для точек которой имеет место пересечение верхних, нижних и боковых (левых и правых) сепаратрисных инвариантных кривых седловой неподвижной точки $(0,1)$ -типа. При $a=-1$ в области d_4 выделяется еще область, расположенная под кривой b_7 , для точек которой нет пересечений боковых сепаратрис.

Как видно из сравнения рис. 2 и рис. 3, с ростом μ в системе происходят следующие качественные изменения структуры параметрического пространства:

возникают последовательности бифуркаций удвоения периода устойчивых периодических движений, приводящие к образованию сложных предельных множеств (см. рис. 1, а-е, з-м);

в результате нарушения гладкости торов появляются области параметров с периодическими движениями $(2,1), (3,1), (4,1), (3,2)$ -типов;

в пространстве параметров появляются большие области с гомо- и гетероклиническими структурами, взаимодействующими с периодическими движениями различной кратности и устойчивости, что обуславливает возможность появления притягивающих структур хаотического типа (соответствующие области на рис. 3 выделены штриховкой).

При исследовании системы при $\mu=1.0$ обнаружены три сценария перехода к хаотическим движениям. Первый, наиболее простой, связан с последовательностью удвоений периода колебательных (см. рис. 1, а-е, ниже кривой D_{b_0}) или вращательных (см. рис. 1, з-м) движений. Второй иллюстрирует теоретические результаты работы [5] и связан с образованием в системе кольца сложных движений вращательного типа, возникающего в результате разрушения пересечений верхних сепаратрисных кривых (ниже

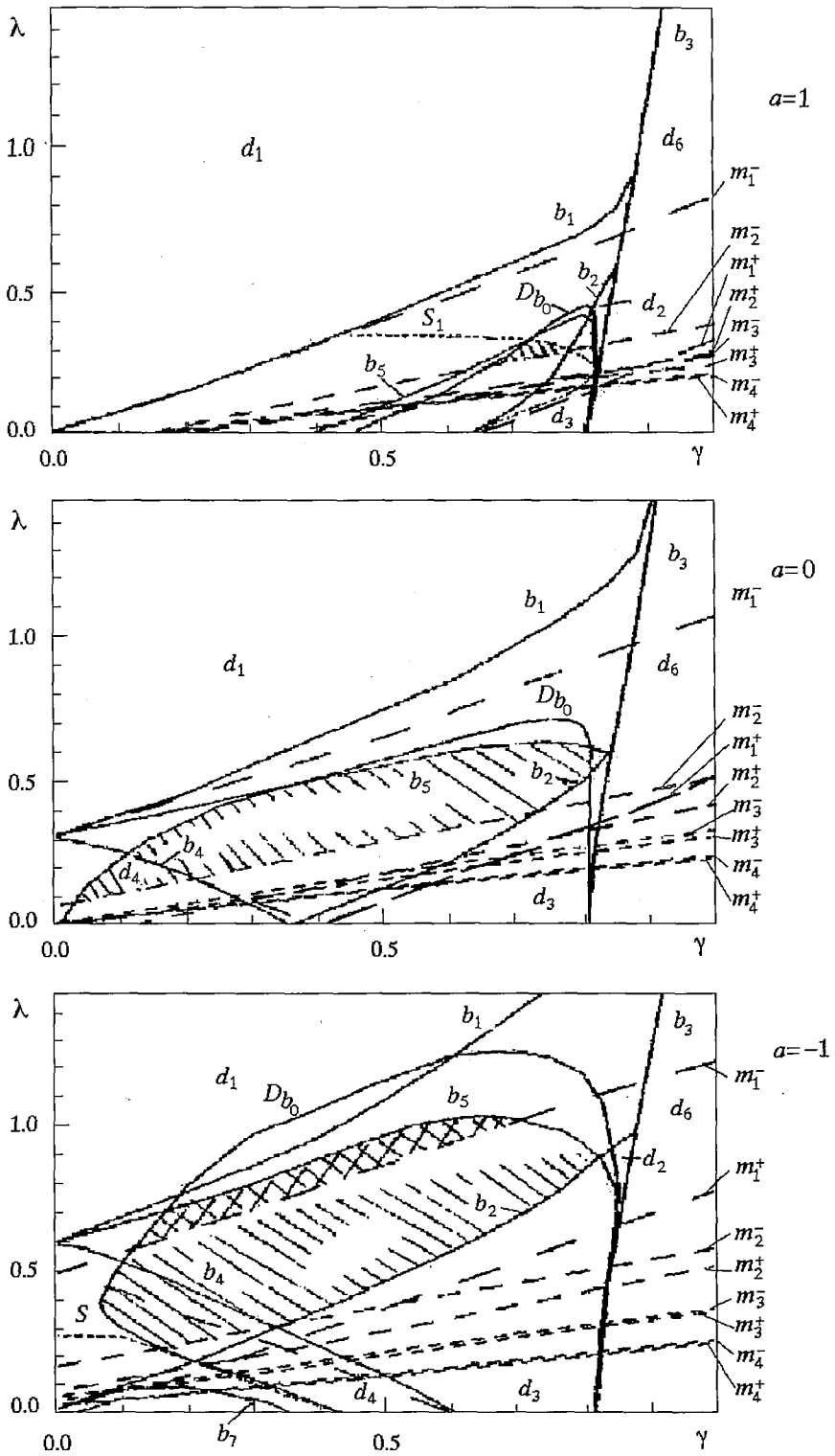
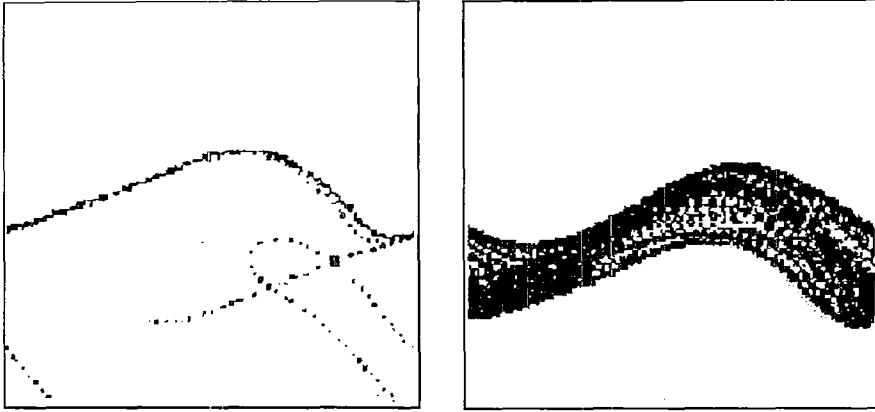
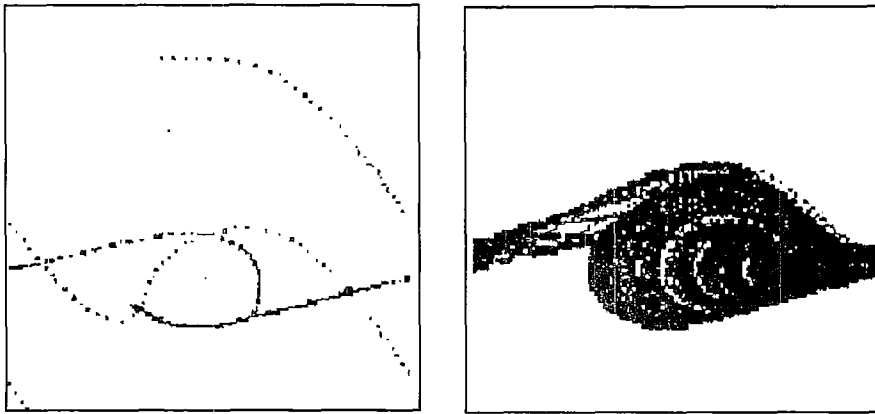


Рис. 3. Бифуркационные диаграммы при $\mu=1.0$ для значений $a=1, a=0, a=-1$. Кривая D_{b_0} соответствует первому удвоению периода устойчивых периодических движений колебательного типа; b_7 – касанию боковых сепаратрисных инвариантных кривых; S_1 – смене устойчивости периодического движения (1,1)-типа; $m_1^-, m_1^+, m_2^-, m_2^+, m_3^-, m_3^+, m_4^-, m_4^+$ – границы областей существования резонансов, соответственно (1,1), (2,1), (3,1), (4,1)-типов



а



б

Рис. 4. Поведение сепаратрисных инвариантных кривых седловой неподвижной точки $(0,1)$ -типа в плоскости отображения Пуанкаре (слева) и проекция предельной траектории на плоскость $t=0$ (справа) при значениях параметров: а- $\gamma=0.7, \lambda=0.5, \omega=1.0, \mu=1.0, a=-1$; б- $\gamma=0.55, \lambda=1, \omega=1.0, \mu=1.0, a=-1$

поведение траекторий, определяемое существованием такой структуры, изображено на рис. 4, б. В процессе численных экспериментов было установлено, что для появления притягивающих структур является необходимым выполнение минимум двух условий: наличие гомоклинических пересечений верхних и боковых сепаратрисных инвариантных кривых седловой неподвижной точки и существование последовательности удвоений кратности устойчивой неподвижной точки $(0,1)$ -типа (должно быть не менее трех удвоений). Поведение предельного множества в этом случае можно объяснить следующим образом: в результате пересечения верхних сепаратрисных кривых происходит возникновение и хаотизация движений вращательного типа (в положительном направлении вращения фазы), а пересечение боковых сепаратрисных многообразий, охватывающих разрушенное устойчивое стационарное множество колебательного типа, обуславливает возвращаемость в его окрестность. Установлено, что нарушение эффекта притягивающих структур происходит с появлением в фазовом пространстве однократных колебательных или вращательных устойчивых резонансов или устойчивых инвариантных торов.

Анализ бифуркационной диаграммы и предельных траекторий для параметров из области между кривыми m_1 - и b_5 позволили обнаружить новый механизм выхода из области глобальной устойчивости периодического движения колебательного типа. Он заключается в том, что при переходе в эту область через кривую b_5 возникает вращение траекторий из-за наличия притягивающих гомоклинических структур. Этот механизм реализуется, если при выходе из

области глобальной устойчивости последовательность бифуркаций удвоения периода и пересечение боковых сепаратрисных кривых неподвижной точки (0,1)-типа предшествуют бифуркации рождения устойчивых вращательных периодических движений (1,1)-типа.

3. Анализ поведения системы для различных случаев параметра a .

Обнаруженные особенности поведения заключаются в следующем:

только при $a < 0$ наблюдается смена устойчивого колебательного движения на вполне неустойчивое (кривая S на рис. 3);

только при $a > 0$ наблюдается рождение на неустойчивом вращательном торе резонансов вращательного типа через неустойчивые седло-узлы (смена устойчивости происходит с возрастанием параметра λ на границе S_1 , (см. рис. 3), вначале через мультипликатор, равный -1 , а затем через последовательности бифуркаций от неустойчивого к устойчивому седло-узлу (см.[11]), реализующиеся в системе (1) для решений удвоенного периода);

только при $a > 0$ обнаружена возможность сосуществования устойчивой неподвижной точки (0,1)-типа и резонансов (1,1), (2,1), (3,1), (4,1) с гладким устойчивым инвариантным тором. Фазовый портрет в плоскости отображения Пуанкаре для этого случая представлен на рис. 5. Установлено, что устойчивыми стационарными множествами при этих значениях параметров являются резонансы (0,1), (3,1) и (4,1)-типа и устойчивый вращательный тор. Резонансы (1,1) и (2,1) являются вполне неустойчивыми. Сепаратрисные инвариантные многообразия резонансов (0,1), (1,1), (2,1) и (3,1) пересекаются, образуя сложные гомо- и гетероклинические структуры, однако анализ поведения траекторий при различных начальных условиях не обнаружил их притягивающих свойств. В системе в зависимости от начальных условий практически реализуются два устойчивых предельных множества: неподвижная точка (0,1)-типа с бассейном притяжения, ограниченным сверху сепаратрисными многообразиями резонанса (3,1) и замкнутая инвариантная кривая (проекция тора на плоскость Пуанкаре),

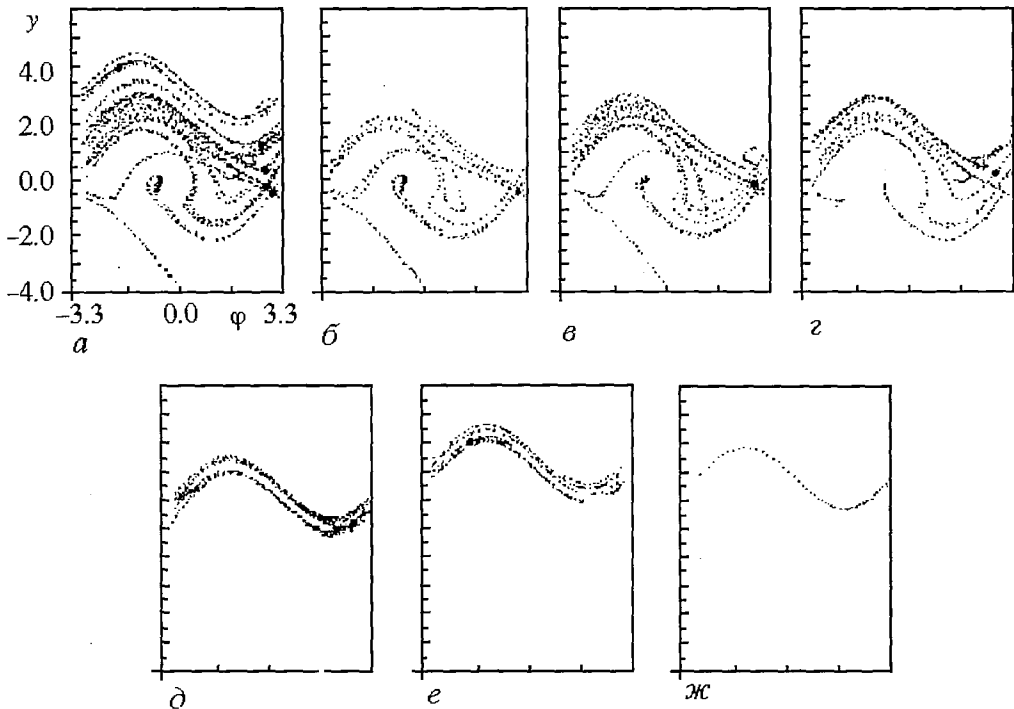


Рис. 5. Фазовые портреты в плоскости отображения Пуанкаре при значениях параметров $\omega=1.0$, $\gamma=0.325$, $\lambda=0.05$, $\mu=1.0$, $a=1$: a - полная картина; $б-е$ - сепаратрисные инвариантные кривые седловых неподвижных точек соответственно (0,1), (1,1), (2,1), (3,1), (4,1)-типов; $ж$ - инвариантная кривая, охватывающая цилиндр, соответствующая устойчивому тору

притягивающая все остальные начальные условия, кроме малой узкой области, ограниченной пересекающимися сепаратрисными кривыми резонанса (4,1).

Наибольшую область глобальной асимптотической устойчивости система имеет при $a > 0$, причем не только за счет сдвига вниз кривой b_1 , но и за счет добавления областей неустойчивости вращательных резонансов (1,1), (2,1), (3,1), (4,1)-типов.

4. Физическая интерпретация полученных результатов применительно к СФС. Проведенное исследование системы (1) дает возможность определить области существования различных режимов СФС и проследить зависимость их от параметров. В [1] установлена связь между режимами СФС и периодическими движениями вида (2). Основным рабочим режимом СФС является режим подстройки под эталонный сигнал, определяемый периодическим движением колебательного типа. Он реализуется в области d_1 на рис. 2, 3. При значениях параметров ниже этой области, при переходе через кривую b_1 , система входит в режим квазизахвата эталонным сигналом. Нарушение этого режима происходит с появлением вращательных движений при переходе через бифуркационную кривую m_1 или с появлением при переходе через кривую b_5 притягивающей гомоклинической структуры. Тогда захват становится невозможным, в СФС устанавливается соответственный, либо регулярный вращательный или колебательный режим в зависимости от начальных условий, либо режим хаотических биений. Вращательный режим определяет подстройку под боковые частоты, с частотой устойчивого вращательного периодического движения системы (1). В случае $a > 0$ между кривыми m_1^- и m_1^+ , ниже кривой S_1 (см.рис. 3), выделяется область неустойчивости периодического движения (1,1)-типа, что приводит к увеличению области параметров, соответствующих режиму подстройки под эталонный сигнал.

Таким образом, динамические особенности и свойства СФС, описываемые моделью (1), при значениях параметров, интересующих исследователя, могут быть достаточно полно и детально получены и изучены с помощью бифуркационного анализа фазового и параметрического пространств математической модели.

Авторы благодарны В.Н.Белых за внимание и помощь в работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-013-16253).

Библиографический список

1. Белюстина Л.Н., Белых В.Н. Качественное исследование динамической системы на цилиндре // Дифференциальные уравнения. 1973. Т.9, № 3. С. 403.
2. Стокер Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах. М.: Изд. ИЛ, 1952.
3. Belykh V.N., Pedersen N.F., Soerensen O.N. Shunted-Josephson-junction model. 11. The non-autonomous case // Phys. Rev. B. 16. 1977. P. 4860.
4. Белюстина Л.Н., Белых В.Н. О глобальной структуре разбиения цилиндрического фазового пространства одной неавтономной системы // Дифференциальные уравнения. 1973. Т.9, № 4. С.595.
5. Белюстина Л.Н., Белых В.Н. Гомоклинические структуры, порождаемые простейшей моделью фазовой автоподстройки // Фазовая синхронизация / Под ред. В.В.Шахгильдяна и Л.Н. Белюстиной. М.: Радио и связь, 1975. С. 97.
6. Белюстина Л.Н., Белых В.Н. О неавтономной фазовой системе уравнений с малым параметром, содержащей инвариантные торы и грубые гомоклинические кривые // Изв. Вуз. Сер. Радиофизика. 1972. Т.15, № 7. С. 1039.
7. Кивелева К.Г., Фрайман Л.А. Нахождение неподвижных точек точечного отображения плоскости в плоскость // Алгоритмы и программы. М.: ВНИИЦ, 1979. № 3 (29).

8. Кивелева К.Г., Фрайман Л.А. Нахождение характеристических чисел неподвижных точек и критических направлений сепаратрисных инвариантных кривых точечного отображения плоскости в плоскость, порождаемого решениями неавтономной периодической системы второго порядка // Алгоритмы и программы. М.: ВНТИЦ, 1979. № 3 (29).

9. Белюстина Л.Н., Ежеская Н.А. Программа вычисления координат неподвижных точек точечного отображения плоскости в плоскость на основе аналога метода секущих // Алгоритмы и программы. М.: ВНТИЦ, 1979. № 3 (29).

10. Фрайман Л.А. Алгоритмы качественно-численного исследования некоторых математических моделей систем фазовой синхронизации // Теоретическая электротехника: Республ. межвед. научно-технич. сб. Львов: Львовский гос.ун-т, 1986. Вып. 41. С. 30.

11. Фрайман Л.А. Исследование бифуркаций неавтономного уравнения фазовой синхронизации качественно-численным методом // Динамика систем. Численные методы исследования динамических систем: Межвуз. тематич. сб. науч. трудов / Под ред. Ю.И.Неймарка. Горький: Горьков. гос. ун-т, 1982. С. 127.

12. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.

НИИ прикладной математики
и кибернетики

Поступила в редакцию 29.04.94
после переработки 12.07.94

THE BIFURCATION ANALYSIS OF NONAUTONOMOUS PENDULUM EQUATION FROM THE THEORY OF PHASE-LOCKED LOOP

K.G.Kiveleva, L.A.Fraiman

The bifurcation analysis of periodic solutions and homoclinic structures in non-autonomous system of differential equations which models phase-locked loop (PLL) is carried out with the qualitative numerical method using computer modelling. The chaoticization of dynamics of the system is investigated. The bifurcation diagrams on the parameter plane with regions corresponding to different qualitative dynamics are presented. The achieved results are interpreted applying to PLL.



Кивелева Клара Георгиевна – родилась в 1937 году в Горьком, окончила Горьковский педагогический институт в 1960 году. Работает в НИИ прикладной математики и кибернетики с 1987 года, научный сотрудник. Область научных интересов – моделирование нелинейных динамических систем из теории синхронизации. Опубликовала в соавторстве 14 научных статей в журналах, межвузовских и республиканских сборниках. Соавтор двух коллективных монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации».



Фрайман Людмила Алексеевна – родилась в 1946 году в Горьком, окончила Горьковский государственный университет в 1969 году. После окончания университета работает в НИИ прикладной математики и кибернетики, старший научный сотрудник. Область научных интересов – динамические системы, численные методы исследования. Опубликовала в соавторстве 12 научных статей в журналах, межвузовских и республиканских сборниках. Соавтор двух коллективных монографий «Фазовая синхронизация» и «Системы фазовой синхронизации» и пяти учебно-методических работ.



УПРАВЛЕНИЕ ХАОТИЧЕСКИМИ КОЛЕБАНИЯМИ В ГЕНЕРАТОРЕ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ПЕТЛЕЙ ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ

А.К.Козлов, В.Д.Шалфеев

Рассматривается возбуждение хаотических колебаний в генераторе, охваченном запаздывающей петлей фазовой автоподстройки, и возможность управления характеристиками таких колебаний. Приведены примеры управления хаосом.

Введение

Интерес к теоретическим и прикладным исследованиям нелинейной хаотической динамики различных систем вызван интенсивными поисками приложений детерминированных хаотических процессов. В настоящее время рассматриваются возможности использования хаотических процессов в радиосвязи в качестве несущих, маскирующих, шифрующих сигналов для хранения и передачи аналоговых и двоичных сообщений [1–12]. Актуальными также являются задачи управления динамическим хаосом [13–21]. Под управлением хаотическими процессами часто понимается подавление хаоса: приведение системы в устойчивое состояние равновесия [18], стабилизация неустойчивых периодических решений, вложенных в хаотический аттрактор [13,15], а также упорядочение движений внешним периодическим воздействием [20], дополнительной связью с устойчивой системой [19] или с помощью специального управления [17]. С другой стороны, к задачам управления относят формирование хаотических колебаний с заданными свойствами [21]: синхронизацию систем с хаотическим поведением [22–24], возбуждение внешним хаотическим сигналом в системе хаотических колебаний требуемого вида [14] и др. В этом смысле задачи генерирования, управления и использования хаотических колебаний сближаются и составляют общую прикладную проблему – практическое освоение динамического хаоса и вовлечение его в современные технологии.

В работе рассмотрена нелинейная динамика генератора с запаздывающей петлей фазовой автоподстройки. Традиционный круг задач для систем фазовой автоподстройки частоты, связанный с устойчивостью синхронного режима, расширен за счет исследования динамики системы в областях неустойчивости и хаоса. Разнообразие хаотических режимов, вызванное запаздыванием, позволяет предложить данную схему в качестве генератора хаотических колебаний. Изучены возможности управления характеристиками хаоса с помощью изменения

параметров петли обратной связи – инерционности и запаздывания. В центре внимания находятся следующие вопросы:

- генерирование хаотических сигналов со стабилизированными частотами;
- управление спектром хаотического сигнала;
- модулирование хаоса внешним сигналом;
- скрытная передача аналогового сообщения в системе с хаотической фазовой модуляцией.

Выбор величины запаздывания в цепи обратной связи в качестве активного управляющего параметра объясняется, с одной стороны, его определяющей ролью в хаотизации систем невысокого порядка, а также возможностью использования связанных с ним общих динамических закономерностей [25–28] и специфических особенностей, свойственных фазовым системам [29–31]. С другой стороны, на наш выбор повлияли результаты по электронному регулированию запаздывания в цепочках взаимосвязанных систем фазовой синхронизации [32].

1. Генерация хаотических колебаний

Рассматриваемый генератор хаоса, структурная схема которого приведена на рис. 1, состоит из перестраиваемого по частоте генератора синусоидальных колебаний – управляемого генератора G и петли управления, включающей элемент запаздывания T_d , фильтр нижних частот K – интегрирующий фильтр первого порядка, фазовый дискриминатор Φ с синусоидальной характеристикой, а также эталонный генератор G_0 . Неавтономность $u(t)$ можно интерпретировать как паразитную составляющую на выходе фазового дискриминатора или как специальное внешнее управляющее воздействие. Данная схема представляет собой систему фазовой автоподстройки [33] в применении к задаче стабилизации частоты. Сигнал управляемого генератора с некоторым запаздыванием поступает на фазовый дискриминатор, где сравнивается с эталонным сигналом. На выходе фазового дискриминатора образуется управляющее напряжение, которое после фильтрации корректирует частоту управляемого генератора. Математическая модель рассматриваемой системы в безразмерных величинах имеет следующий вид [31, 34]

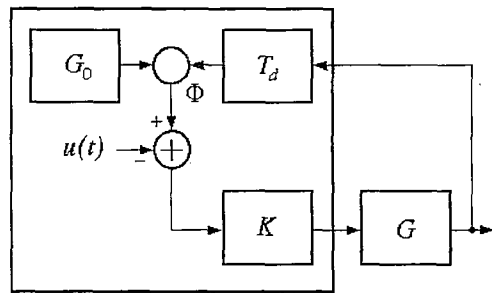


Рис. 1. Структурная схема управляемого генератора с запаздывающей петлей фазовой автоподстройки

Данная схема представляет собой систему фазовой автоподстройки [33] в применении к задаче стабилизации частоты. Сигнал управляемого генератора с некоторым запаздыванием поступает на фазовый дискриминатор, где сравнивается с эталонным сигналом. На выходе фазового дискриминатора образуется управляющее напряжение, которое после фильтрации корректирует частоту управляемого генератора. Математическая модель рассматриваемой системы в безразмерных величинах имеет следующий вид [31, 34]

$$\dot{\varphi}(t) = y(t), \quad y(t) = \gamma + \mu \sin(\omega t) - \sin\varphi(t - \tau) - \lambda y(t), \quad (1)$$

где $\varphi(t)$ – мгновенная разность фаз генерируемого (выходного) и эталонного сигналов; τ , λ , γ – безразмерные параметры петли управления: τ характеризует запаздывание обратной связи, λ – характеризует инерционность петли, γ – расстройку частот эталонного и управляемого генераторов при разомкнутой петле, $\mu \sin(\omega t)$ – неавтономное воздействие. В силу наличия периодической нелинейности динамику системы (1) можно охарактеризовать следующими типами движений: постоянное значение разности фаз $\varphi(t) = \text{const}$ соответствует синхронизму генераторов, ограниченные колебания $\varphi(t)$ около некоторого значения называют движениями колебательного типа; если $\varphi(t)$ неограниченно возрастает или убывает, то говорят о проскальзывании фазы управляемого генератора и установлении движений вращательного типа. Вид решения $\varphi(t)$ определяет фазовую модуляцию выходного сигнала.

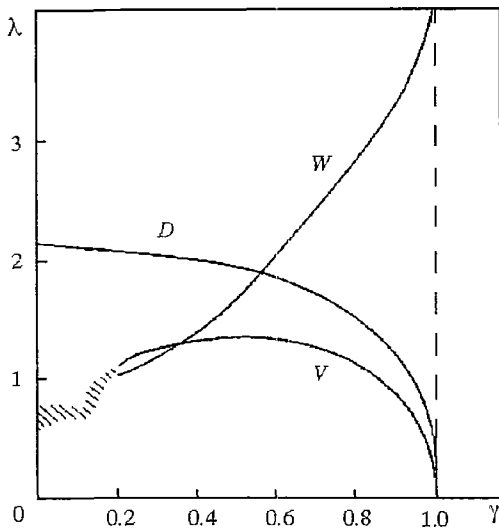


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма системы (1) при $\tau=3$ в автономном случае ($\mu=0$)

ной, в системе при этом устанавливается либо состояние равновесия, либо предельный цикл [30].

С ростом запаздывания τ динамика системы (1) усложняется. Пример бифуркационной диаграммы на плоскости параметров (γ, λ) , полученной для системы (1) при $\mu=0$ и $\tau=3$, приведен на рис. 2. Режим синхронизма реализуется выше линии D при $\gamma < 1$. Линия $\gamma=1$ отвечает седло-узловой бифуркации слияния состояний равновесия O_1 и O_2 , в результате которой состояния равновесия исчезают. На линии D происходит мягкое рождение цикла при бифуркации Андронова-Хопфа состояния равновесия O_1 . Рождающийся из состояния равновесия устойчивый цикл определяет режим периферической модуляции фазы управляемого генератора. Кривые V и W соответствуют существованию в фазовом пространстве системы (1) гомоклинических кривых седло-фокуса O_2 . В случае отрицательной седловой величины [35] с уменьшением λ на границе V исчезает устойчивый предельный цикл колебательного типа, а на границе W возникает устойчивый предельный цикл вращательного типа. На возможность существования сложных движений в окрестности гомоклинической кривой седло-фокуса O_2 с положительной седловой величиной в системе (1) при $\mu=0$ и достаточно большом τ указывалось ранее [30].

Примеры различных типов хаотических движений в системе (1) получены численно при $\mu=0, \tau=3$ и приведены на рис. 3, а-г. Здесь и далее для наглядности решения системы (1) отображаются на цилиндрической поверхности (φ, y) , $\varphi(\text{mod } 2\pi) - \pi$, однозначно же фаза определена на одном интервале длиной 2π . Область колебательного хаоса указана на рис. 2 штриховкой. Характерный вид решения колебательного типа в проекции на плоскость (φ, y) представлен на рис. 3, а. Области существования периодических и хаотических движений с проскальзываниями фазы расположены (см. рис. 2) ниже линии W и при $\gamma > 1$. Хаотизация колебаний в системе (1) при $\mu=0, \tau=3$ происходит в результате каскада удвоений периода предельного цикла, охватывающего состояние равновесия O_1 , в сочетании с седло-узловыми бифуркациями циклов. Наличие седло-узловых бифуркаций циклов и гистерезиса между ними говорит о нарушении симметрии [27] и неединственности сложных колебательных режимов в системе (1) при $\mu=0$.

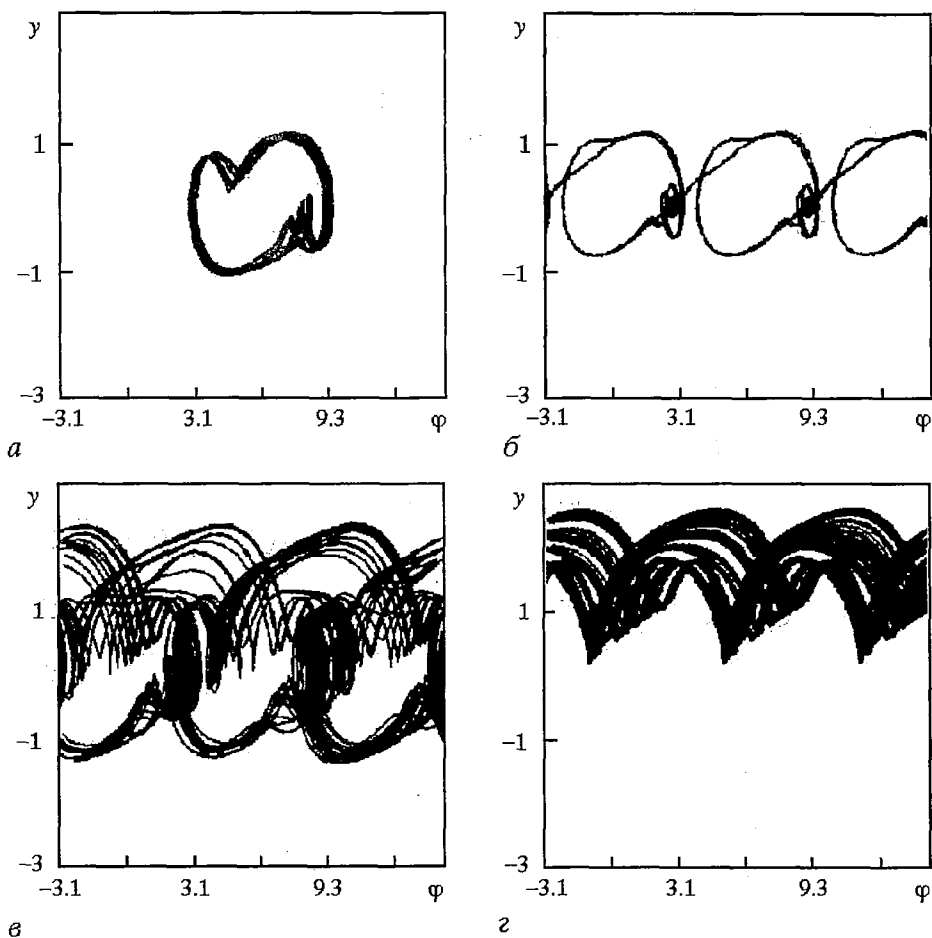


Рис. 3. Проекция хаотических траекторий автономной ($\mu=0$) системы (1) на плоскость (φ, y) при $\tau=3$: а - $\gamma=0.05, \lambda=0.85$; б - $\gamma=0.17, \lambda=1.0$; в - $\gamma=0.2, \lambda=0.45$; г - $\gamma=0.5, \lambda=0.45$

В неавтономном случае ($\mu \neq 0$) синхронизм генераторов G_0 и G невозможен [34]. Вследствие действия периодического возмущения разность фаз генераторов не может быть постоянной и испытывает колебания. Синхронность генераторов G_0 и G , в этом случае понимаемая как равенство периодов модуляции, достигается при достаточно больших λ и некоторых γ . На рис.4 область синхронизма при $\mu=1, \omega=1, \tau=1$ ограничена кривыми D_μ (рождение инвариантного двумерного тора), P_2 (удвоение периода модуляции выходного сигнала), N_μ (исчезновение синхронного режима в результате седлоузловой бифуркации) [36]. Установление хаотических движений колебательного типа происходит с уменьшением λ при пересечении границы P_2 в результате каскада

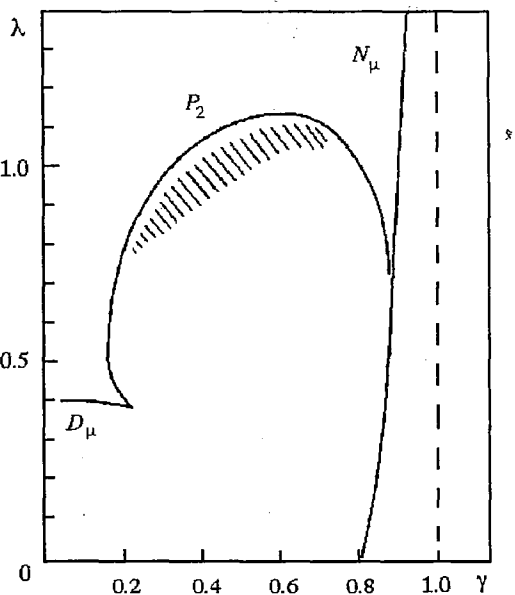


Рис. 4. Бифуркационная диаграмма системы (1) при $\tau=1$ в неавтономном случае ($\mu=1, \omega=1$)

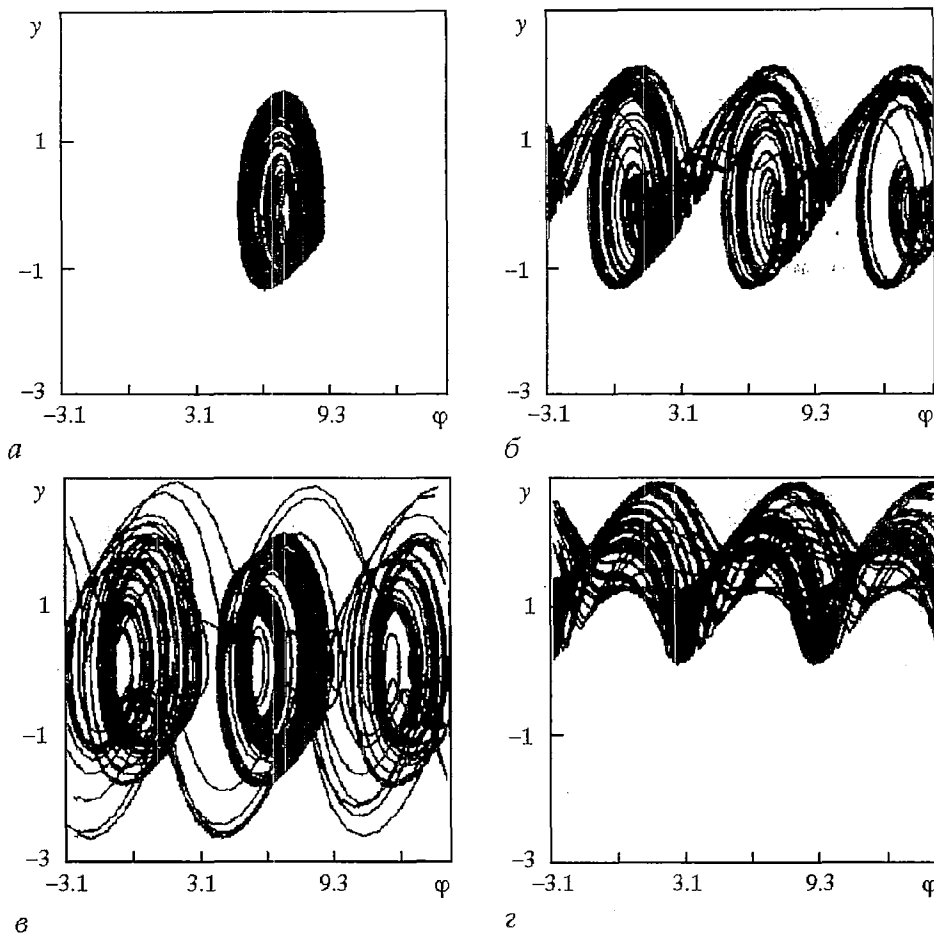


Рис. 5. Проекция хаотических траекторий неавтономной системы (1) на плоскость (φ, y) при $\tau=1$, $\mu=1$, $\omega=1$: а – $\gamma=0.5$, $\lambda=0.94$; б – $\gamma=0.5$, $\lambda=0.9$; в – $\gamma=0.05$, $\lambda=0.3725$; г – $\gamma=1.1$, $\lambda=0.83$

бифуркаций удвоения периода. Типичный вид аттрактора для значений параметров из заштрихованной на рис. 4 области в проекции на плоскость (φ, y) приведен на рис. 5, а. При дальнейшем уменьшении λ или с ростом γ в системе (1) устанавливаются сложные движения колебательно-вращательного и вращательного типов (рис. 5, б–г).

Схема, приведенная на рис.1, обычно используется для осуществления фазовой синхронизации генераторов. Однако приведенные результаты численных экспериментов показывают, что петля фазовой автоподстройки при наличии запаздывания (автономная и неавтономная) позволяет не только решить традиционную задачу стабилизации частоты управляемого генератора, но и возбудить гармоническую, сложнопериодическую или хаотическую фазовую модуляцию выходного сигнала. При этом можно ожидать, что сложные колебания получатся подконтрольными, поскольку полностью определяются свойствами запаздывающей петли фазовой автоподстройки, параметры которой, в отличие от параметров генератора, могут варьироваться в широких пределах. Перейдем к обсуждению этих вопросов.

2. Управляемый хаос

2.1. Стабилизация сигнала с хаотической фазовой модуляцией.

Автоколебательная система, сконструированная на основе запаздывающей петли фазовой автоподстройки, кроме общих для генератора хаоса свойств обладает

следующей особенностью: построенная для задач стабилизации частоты, она продолжает, в некотором смысле, выполнять свою функцию и в отдельных хаотических режимах. В самом деле, в случае установления в системе (1) хаотических движений колебательного типа, то есть без проскальзываний фазы на 2π (см. рис. 3, а для $\mu=0$ и рис. 5, а для $\mu\neq 0$), среднее значение мгновенной разности фаз управляемого и эталонного генераторов постоянно $\overline{\varphi(t)}=\text{const}$, а значит средняя разность частот генераторов равна нулю. Таким образом, одновременно с формированием хаотической фазовой модуляции выходного сигнала осуществляется стабилизация эталонным генератором его несущей.

Области установления в системе (1) хаотических режимов колебательного типа отмечены на рис. 2 для $\mu=0$ и рис. 4 для $\mu\neq 0$ штриховкой. В численном эксперименте выяснено, что при наличии периодической помехи ($\mu=1$, $\omega=1$) при запаздывании $\tau=1$ и значениях параметров γ и λ из заштрихованной на рис. 4 области хаотические режимы колебательного типа устанавливаются для любых начальных условий. В этом смысле можно говорить о явлении захвата несущей частоты управляемого генератора эталонной частотой при одновременном формировании управляемой хаотической фазовой модуляции выходного сигнала.

2.2. Управление спектром хаотического сигнала. Параметры γ , λ , τ , μ , ω определяют тип стационарного движения, устанавливающегося в системе (1). Изменением параметров неавтономности $\mu\sin(\omega t)$, рассматриваемой здесь в качестве специального управляющего воздействия, можно добиться хаотизации колебаний. Кроме того, параметры λ и τ характеризуют инерционные свойства петли управления и, следовательно, влияют на спектральный состав генерируемого сигнала. При увеличении запаздывания τ область гарантированного установления хаотических колебаний (заштрихована на рис. 4) смещается в сторону больших значений λ ; дальнейший рост τ и λ приводит к снижению резонансного значения частоты модуляции и установлению периодических или квазипериодических движений. Для возобновления хаотических колебаний необходимо уменьшать частоту модуляции ω . Таким образом, варьируя τ , λ и ω , в системе (1) можно получать однотипные хаотические колебания с различными характерными частотами. На рис.6 приведены проекции хаотических аттракторов на плоскость (φ, u) и спектры мощности, вычисленные по дискретной реализации $u(t_i)$. Сужение спектра хаотического сигнала получено за счет увеличения τ и λ , а также уменьшения частоты периодического воздействия ω .

Данный способ управления шириной спектра генерируемого хаотического сигнала может оказаться полезным при согласовании передающего устройства, использующего детерминированный шумовой сигнал, и канала связи с ограниченной полосой пропускания.

2.3. Модулирование хаоса информационным сигналом. Известные способы защиты аналоговых сообщений от «прослушивания», использующие детерминированный хаос, опираются на широкополосность и непрерывность спектров мощности хаотических сигналов. Техника «маскирования» сообщения [5] заключается в простом сложении информационного и хаотического сигналов на выходе передатчика и синхронном вычитании в приемнике. При этом уровень секретности тем выше, чем слабее информационный сигнал по сравнению с детерминированным шумом, в противном случае сигнал просто будет «слышен» на фоне шума. Альтернативным решением является нелинейное преобразование информационного и хаотического сигналов в приемно-передающих устройствах, например, умножение и деление [6], делающее даже сильный информационный сигнал «неузнаваемым». Простой способ модуляции хаоса, рассматриваемый ниже, основывается на индуцировании сложных движений информационным сигналом. Информационный сигнал, будучи приложен в качестве внешнего возмущения к динамической системе, функционирующей в докритическом режиме вблизи бифуркации рождения хаоса или кризиса существующего хаотического аттрактора, вызывает случайные переходы системы между качественно

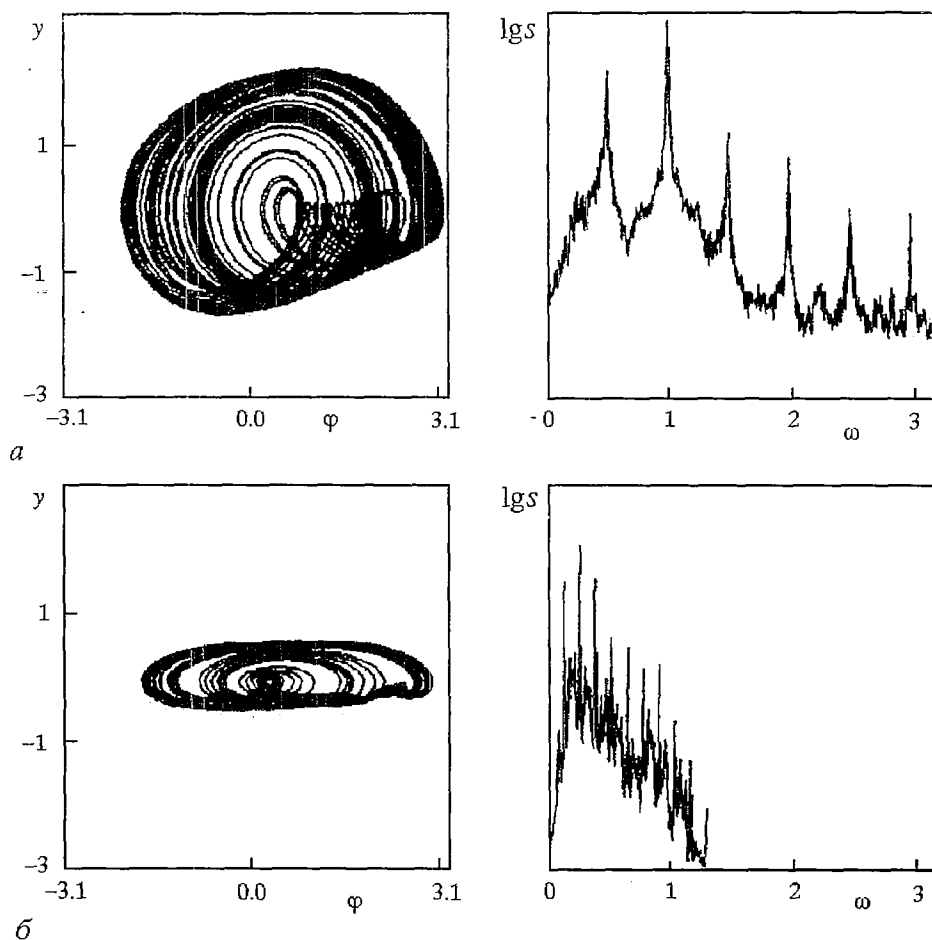


Рис. 6. Управление шириной спектра хаотических колебаний в генераторе вариацией параметров петли автоподстройки: а – $\gamma=0.3, \lambda=0.78, \tau=1, \omega=1, \mu=1$; б – $\gamma=0.3, \lambda=2.745, \tau=5, \omega=0.26, \mu=0.5$

отличными состояниями, формируя новое объединенное состояние (подобно тому, как шум может индуцировать новые состояния динамических систем [28,37]). Механизм такого взаимодействия существенно нелинейный, следовательно, характеристики информационного сигнала и индуцированного им хаотического режима, например, спектры мощности, будут связаны нелинейным образом.

Модель генератора с запаздывающей петлей фазовой автоподстройки (1) демонстрирует два типа регулярных и хаотических движений – колебательные и вращательные, и может быть использована в качестве эффективного нелинейного преобразователя информационного сигнала. На рис. 7 приведены спектры мощности и проекции траектории системы

$$\dot{\varphi}(t) = y(t), \quad \dot{y}(t) = \gamma - \sin\varphi(t - \tau) - \lambda y(t) + s(t) \quad (2)$$

на цилиндрические поверхности (φ, y) , $\varphi(\text{mod } 6\pi) - \pi$ при $\gamma=0.05, \tau=3, \lambda=0.83$. Рис. 7, а соответствует автономному случаю ($s(t)=0$), на рис. 7, б приведен результат воздействия простейшего информационного сигнала $s(t)=0.01\sin(0.38t)$. В этом случае спектр выходного сигнала совмещен со спектральной линией входного – никаких явных признаков упорядоченного информационного сигнала на выходе преобразователя (2) нет. В данном примере, как и в случае [6], осуществляется «распределение информации по спектру хаотического процесса», повышающее надежность сокрытия сигнала. При этом, в отличие от [6], не требуется разработка специальных нелинейных преобразователей, а используются нелинейные свойства самого генератора хаоса.

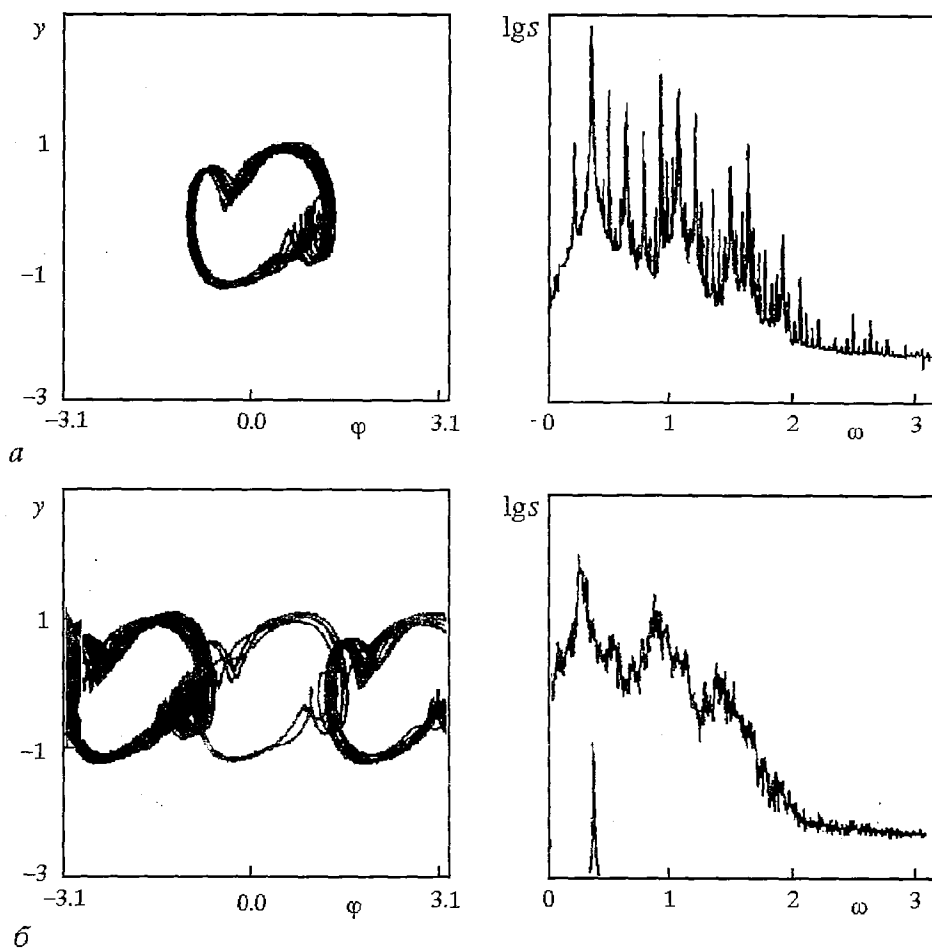


Рис. 7. Модулирование хаоса в системе (2) гармоническим информационным сигналом. Проекция траекторий на плоскость (φ, y) и спектры мощности выходного сигнала: a – при нулевом входе, b – с информационным сигналом на входе

2.4. Извлечение информационного сигнала из хаоса. Извлечение информационного сигнала из смеси с детерминированным хаотическим процессом представляет собой операцию, обратную к смешиванию, и близко по подходу и результатам к оптимальной фильтрации случайных процессов [5,10]. Построение устройства, извлекающего информационную компоненту из хаоса, не имеет стандартных алгоритмов и опирается преимущественно на интуицию конструктора и некоторые общие соображения, изложенные в [24]. Для систем кольцевого типа, к которым принадлежит и рассматриваемая схема генератора с запаздывающей петлей фазовой автоподстройки, решение может быть особенно простым: приемная система повторяет передающую с разомкнутой петлей обратной связи и «вычитаемым» устройством на выходе [7,8,10]. Приведем пример построения системы скрытной передачи аналоговых сообщений на основе генератора с фазовым управлением. Схемы передающей (T) и принимающей (R) подсистем приведены на рис. 8. Информационный сигнал $s(t)$ добавляется к низкочастотному управляющему сигналу и преобразуется в хаотическую фазовую модуляцию выходного сигнала управляемого генератора G_T . На приемном конце хаотический сигнал обрабатывается аналогичным образом и модулирует сигнал управляемого генератора G_R . Выделяемая в приемнике мгновенная разность частот $q(t)$ генераторов G_T и G_R связана линейным соотношением с детектированным сигналом $\tilde{s}(t)$. Динамику рассмотренной схемы при одинаковых характеристиках фазовых

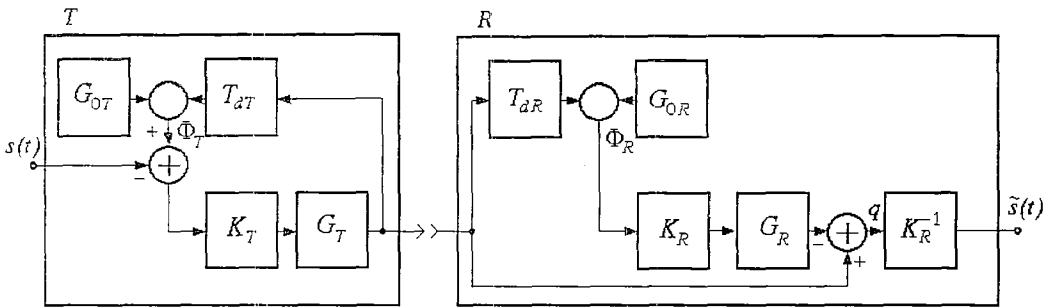


Рис. 8. Схема передачи аналогового сообщения с помощью сигнала с хаотической фазовой модуляцией

дискриминаторов Φ_T и Φ_R описывает следующая система уравнений в безразмерных величинах:

$$\begin{aligned}
 \dot{\phi}(t) &= y(t), \\
 \dot{y}(t) &= \gamma_T - \sin\phi(t - \tau_T) - \lambda_T y(t) + s(t), \\
 \dot{\tilde{y}}(t) &= \gamma_R - \sin\phi(t - \tau_R) - \lambda_R \tilde{y}(t), \\
 \phi(0) &= \phi_0, \quad y(0) = y_0, \quad \tilde{y}(0) = \tilde{y}_0, \\
 q &= y - \tilde{y}, \\
 \dot{\tilde{s}}(t) &= \dot{q} - \lambda_R q,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где ϕ – мгновенная разность фаз генераторов G_{OT} и G_T передающего устройства, \tilde{y} – мгновенная разность частот генераторов G_{OR} и G_R принимающего устройства, q – мгновенная разность частот управляемых генераторов передатчика и приемника G_T и G_R , детектируемая в принимающем устройстве, $s(t)$ – информационный сигнал на входе передатчика, $\tilde{s}(t)$ – детектированный сигнал.

Рассмотрим в качестве примера передачу из подсистемы T , работающей в хаотическом режиме, в подсистему R следующего информационного сигнала:

$$s(t) = 0.01 \sin(0.21t) + 0.02 \sin(0.33t) + 0.03 \sin(0.45t).$$

Результаты нелинейной обработки, полученные численным решением уравнений (3) при малой расстройке параметров приемной и передающей подсистем $\gamma_T = 0.05$, $\gamma_R = 0.06$, $\tau_T = 3$, $\tau_R = 2.99$, $\lambda_T = 0.8$, $\lambda_R = 0.79$ и различающихся начальных условиях $\phi_0 = 6.3$, $y_0 = 0.1$, $\tilde{y}_0 = 1.1$, приведены на рис. 9. Спектр мощности информационного сигнала $s(t)$ (триплет) совмещен на рис. 9, а со спектром частотной модуляции передаваемого сигнала, вычисленным по дискретной реализации $y(t_i)$. Эффективное сокрытие информационного сигнала обеспечивается индуцированными им хаотическими движениями колебательно-вращательного типа. На рис. 9, б приведен спектр детектированного сигнала $\tilde{s}(t)$. Хаотическая компонента в спектре детектированного сигнала вызвана различием параметров подсистем и уменьшается при более точной настройке. По аналогии с данной моделью схемы передачи сигнала при помощи хаоса может быть рассмотрена система, использующая неавтономную петлю управления (1). Учет периодического возмущения несколько усложняет детектирование, но не изменяет существенно шифрующих свойств системы в целом [4]. В проведенном нами численном эксперименте установлено, что схема, приведенная на рис. 8, обладает высокой помехоустойчивостью и малой требовательностью к подбору параметров подсистем. Последнее свойство является недостатком, если требуется высокая надежность закрытия информации. Для повышения чувствительности к

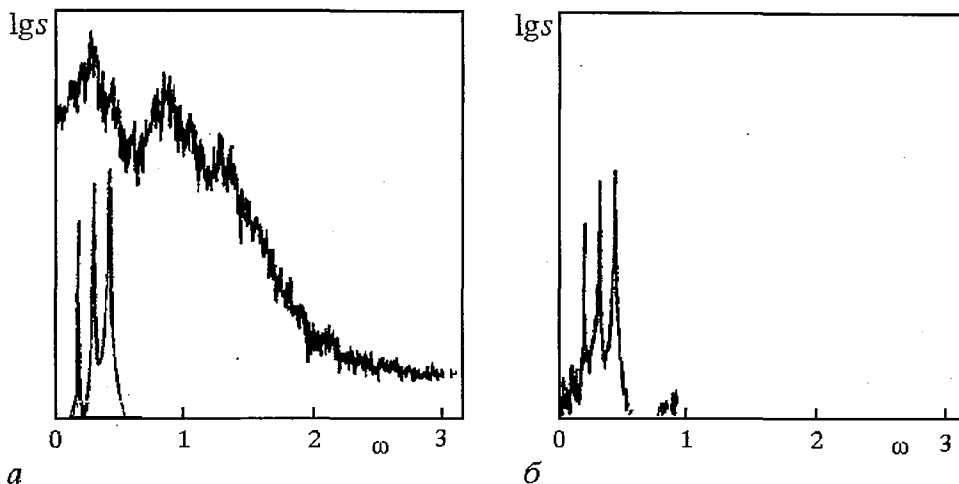


Рис. 9. Спектры мощности: *a* – информационного и соответствующего ему выходного сигналов, *б* – детектированного сигнала

расстройке параметров могут быть применены дополнительные нелинейные преобразования информационного и хаотического сигналов [6].

Заключение

Рассмотренная система управления частотой генератора с помощью петли фазовой автоподстройки с запаздывающей обратной связью демонстрирует сложное поведение, включающее регулярные и хаотические режимы. Среди последних особым свойством обладают режимы с хаотическими колебаниями фазы управляемого генератора относительно фазы эталонного сигнала – одновременно с формированием хаотической фазовой модуляции выходного сигнала осуществляется подстройка его несущей под частоту эталонного генератора. Асимптотическая устойчивость такого режима генерации при любых начальных условиях позволяет использовать данную схему управления для генерирования сигналов с хаотической фазовой модуляцией и стабилизированными несущими частотами. Петля запаздывающей обратной связи позволяет не только построить генератор хаоса на базе обычного автогенератора, но и управлять характеристиками хаотических процессов – типом, размерами, спектральным составом и шириной спектра, а в случае больших запаздываний можно ожидать регулируемости в широких диапазонах колмогоровской энтропии и фрактальной размерности аттракторов, восстанавливаемых по реализациям [25]. Следует особо отметить, что все динамические возможности достигаются только за счет петли обратной связи, для чего не требуется изменения структуры и параметров управляемого генератора. Это свойство может оказаться полезным при регулировании процессов в физических объектах, доступ к параметрам которых ограничен.

Разнообразие хаотических режимов, которые можно получить в рассматриваемой системе фазовой автоподстройки, и широкое распространение этих устройств в современной аппаратуре связи делает актуальным их дальнейшее исследование с точки зрения нелинейной хаотической динамики и ее приложений [1, 16, 29–34, 36].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93–02–15424).

Библиографический список

1. *Endo T., Chua L.O.* Synchronization of chaos in phase-locked loops // IEEE Trans. on Circuits and Systems. 1991. Vol. 38, № 12. P. 1580.
2. *Kocarev L., Halle K.S., Eckert K., Chua L.O.* Experimental demonstration of secure communications via chaotic synchronization // Int. J. Bifurc. & Chaos. 1992. Vol. 2. № 3. P. 709.
3. *Parlitz U., Chua L.O., Kocarev L., Halle K.S., Shang A.* Transmission of digital signals by chaotic synchronization // Int. J. Bifurc. & Chaos. 1992. Vol. 2. P. 973
4. *Carroll T.L., Pecora L.M.* Synchronizing nonautonomous chaotic circuits // IEEE Trans. on Circuits and Systems—II: Analog and Digital Signal Processing. 1993. Vol. 40. № 10. P. 646.
5. *Суото К.М., Oppenheim A.V.* Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71. № 1. P. 65.
6. *Halle K.S., Wu C.W., Itoh M., Chua L.O.* Spread spectrum communication through modulation of chaos // Int. J. Bifurc. & Chaos. 1993. Vol. 3. № 2. P. 469.
7. *Бельский Ю.Л., Дмитриев А.С.* Передача информации с помощью детерминированного хаоса // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, вып. 7. С. 1310.
8. *Волковский А.Р., Рувльков Н.Ф.* Синхронный хаотический отклик нелинейной колебательной системы как принцип детектирования информационной компоненты хаоса // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. Вып. 3. С. 71.
9. *Кислов В.Я.* Динамический хаос и его использование в радиоэлектронике для генерирования, приема и обработки колебаний и информации // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, вып. 10. С. 1783.
10. *Козлов А.К., Шалфеев В.Д.* Избирательное подавление детерминированных хаотических сигналов // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, вып. 23. С. 83.
11. *Алексеев А.А., Козлов А.К., Шалфеев В.Д.* Хаотический режим и синхронный отклик в автогенераторе, управляемом по частоте // Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 1. С. 71.
12. *Андреев Ю.В., Бельский Ю.Л., Дмитриев А.С.* Запись и восстановление информации с использованием устойчивых циклов двумерных и многомерных отображений // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39, № 1. С. 114.
13. *Ott E., Grebogi C., Yorke J.A.* Controlling chaos // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64, № 11. P. 1196.
14. *Jackson E.A.* On the control of complex dynamic systems // Physica D. 1991. Vol. 50. P. 341.
15. *Chen G., Dong X.* On feedback control of chaotic nonlinear dynamic systems // Int. J. Bifurc. & Chaos. 1992. Vol. 2, № 2. P. 407.
16. *Bradley E.* Using chaos to broaden the capture range of a phase-locked loop // IEEE Trans. on Circuits and Systems—I: Fundamental Theory and Applications. 1993. Vol. 40, № 11. P. 808.
17. *Genesio R., Tesi A., Villoresi F.* A frequency approach for analyzing and controlling chaos in nonlinear circuits // IEEE Trans. on Circuits and Systems—I: Fundamental Theory and Applications. 1993. Vol. 4, № 11. P. 819.
18. *Jonson J.A., Hunt E.R.* Maintaining stability in Chua's circuit driven into regions of oscillation and chaos / Chua's Circuit: A Paradigm of Chaos / Ed. R.N. Madan. Singapore: World Scientific, 1993. P. 458.
19. *Kapitaniak T., Kocarev L., Chua L.O.* Controlling chaos without feedback and control signals // Int. J. Bifurc. & Chaos. 1993. Vol. 3, № 2. P. 459.
20. *Murali K., Lakshmanan M.* Chaotic dynamics of the driven Chua's circuit // IEEE Trans. on Circuits and Systems—I: Fundamental Theory and Applications. 1993. Vol. 40, № 11. P. 836.
21. *Ogorzalec M.J.* Taming chaos: Part II—Control // IEEE Trans. on Circuits and Systems—I: Fundamental Theory and Applications. 1993. Vol. 40, № 11. P. 700.
22. *Fujisaka H., Yamada T.* Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems // Prog. Theor. Phys. 1983. Vol. 69. P. 3.

23. *Афраймович В.С., Веричев Н.Н., Рабинович М.И.* Стохастическая синхронизация в диссипативных системах // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 9. С. 1050.

24. *Pecora L.M., Carroll T.L.* Synchronization in chaotic systems // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64, № 8. P. 821.

25. *Farmer J.D.* Chaotic attractors of an infinite-dimensional dynamical system // Physica D. 1982. Vol. 4, № 3. P. 366.

26. Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1984.

27. *Афанасьева В.В.* Об особенностях хаотической динамики двух симметричных автоколебательных систем (неавтономный осциллятор Дуффинга и автогенератор с запаздывающей обратной связью) // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, вып. 6. С. 62.

28. *Кальянов Э.В., Кислов А.В.* Бифуркации в генераторе с запаздыванием, стимулированные внешним воздействием // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, вып. 9. С. 1619.

29. *Ueda Y., Ohta H.* Strange attractors in a system described by nonlinear differential-difference equation // Proc. 6-th Kyoto Summer Inst. Chaos and Statistical Methods. Kyoto, Japan, Sept. 12-15, 1983 / Ed. Y. Kuramoto. Tokyo: Springer-Verlag, 1984. P. 161.

30. *Белюстина Л.Н., Фшман Л.З.* Об автоколебаниях в системе фазовой автоподстройки частоты с запаздыванием /Межвуз. сб. Динамика систем: Численные методы иссл. динамических систем. Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1982. С.152.

31. *Белюстина Л.Н., Киняпина М.С., Фшман Л.З.* Динамика системы фазовой синхронизации с запаздыванием // Теоретическая электротехника. 1990. Вып. 48. С. 72.

32. *Дворников А.А., Капранов М.В., Кулешов В.Н., Удалов Н.Н.* Взаимосвязанные пространственно распределенные системы фазовой синхронизации // Науч.-техн.конф.: Повышение качества и эффективности устройств синхронизации в системах связи. 25-27 мая, 1993. Ярославль, 1993. С. 5.

33. *Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А.* Системы фазовой автоподстройки частоты. М.: Связь, 1972.

34. Системы фазовой синхронизации / Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н.Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982.

35. *Шильников Л.П.* Теория бифуркаций и модель Лоренца // Марсден Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М.: Мир, 1980.

36. *Белюстина Л.Н., Козлов А.К., Фрайман Л.А.* Стационарные процессы в нелинейной неавтономной СФС с запаздыванием /Науч.-техн.конф.: Повышение качества и эффективности устройств синхронизации в системах связи. 25-27 мая, 1993. Ярославль, 1993. С. 52.

37. *Хорстхемке В., Лефевр Р.* Индуцированные шумом переходы. М.: Мир, 1987.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 29.04.94

CONTROLLING OF CHAOTIC OSCILLATIONS IN GENERATOR WITH DELAYED PHASE-LOCKED LOOP

A.K. Kozlov, V.D. Shalfeev

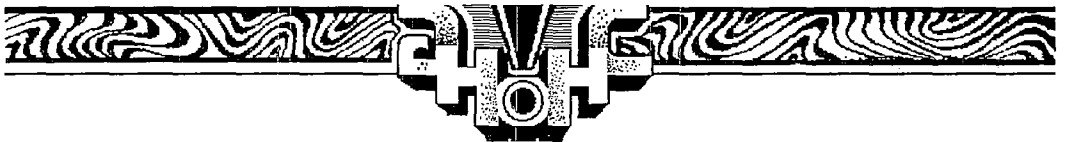
Problems of excitation of chaotic oscillations in voltage-controlled oscillator with delayed phase-locked loop are considered. Some examples on controlling and use of chaos are presented.



Козлов Александр Константинович – родился в 1964 году, окончил Горьковский государственный университет в 1989 году. Младший научный сотрудник НИИ прикладной математики и кибернетики при ННГУ. Работает в области исследования нелинейной динамики систем управления колебаниями, в том числе с запаздывающими обратными связями.



Шалфеев Владимир Дмитриевич – родился в 1941 году, окончил Горьковский университет в 1963 году. Зав. кафедрой теории колебаний Нижегородского университета, доктор физико-математических наук, профессор, чл.-корр. Академии инженерных наук РФ. Область научных интересов: динамика нелинейных систем, теория синхронизации, пространственно-временной хаос, структуры. Соавтор монографий «Системы фазовой синхронизации», «Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации».



В издательстве Саратовского университета вышло в свет в 1993 году учебное пособие

Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1993. 312 с.

Предлагаемое вниманию читателей пособие написано на базе специального курса лекций, читаемых студентам физического факультета Саратовского университета. Пособие состоит из 15 лекций, условно разбитых на три раздела: линейные волновые явления на магнитостатических волнах, нелинейные процессы и оптика магнитостатических волн, экспериментальные исследования и прикладные вопросы. Лекции различные по объему, каждая в среднем может излагаться в течение 4–6 аудиторных часов. Часть материала по усмотрению преподавателя может быть вынесена на семинарские и практические занятия, а также использована студентами при самостоятельной работе для написания курсовых и дипломных работ. Для этого каждая лекция снабжена контрольными вопросами и заданиями. Ниже перечислены названия основных разделов-лекций пособия.

- Лекция 1. Колебательные явления в магнитоупорядоченных средах на сверхвысоких частотах.
- Лекция 2. Волновые явления в магнитоупорядоченных средах на сверхвысоких частотах.
- Лекция 3. Электродинамика многослойных ферритовых структур.
- Лекция 4. Распространение магнитостатических волн под произвольным углом к магнитному полю.
- Лекция 5. Энергия, поток энергии и скорость распространения энергии магнитостатических волн.
- Лекция 6. Магнитостатические волны в связанных ферромагнитных пластинах (пленках).
- Лекция 7. Магнитостатические волны в структурах, граничащих с импедансными поверхностями.
- Лекция 8. Возбуждение магнитостатических волн.
- Лекция 9. Нелинейные явления в ферромагнетиках.
- Лекция 10. Параметрическое возбуждение волн в ферромагнетике.
- Лекция 11. Магнитостатические волны в нелинейной ферромагнитной среде.
- Лекция 12. Прохождение сигналов через линию передачи, нагруженную на феррит.
- Лекция 13. Магнитостатические волны в представлении геометрической оптики.
- Лекция 14. Линии передачи на магнитостатических волнах с линейными характеристиками.
- Лекция 15. Линии передачи на магнитостатических волнах с нелинейными характеристиками.





ХАОТИЧЕСКИЙ РЕЛАКСАЦИОННЫЙ ГЕНЕРАТОР

А. Р. Волковский

В работе экспериментально и численно исследуется автономный хаотический релаксационный генератор, представляющий собой блокинг-генератор, в коллекторную цепь транзистора которого включен дополнительный конденсатор. Экспериментально установлено, что генератор обладает хаотической динамикой в широкой области параметров. Переход к хаосу осуществляется, как правило, через перемежаемость. В результате экспериментального двухпараметрического исследования построена бифуркационная диаграмма на плоскости параметров генератора. Получена математическая модель системы в виде одномерного точечного отображения для интервалов времени между двумя последовательными импульсами, позволяющая качественно объяснить все динамические процессы, наблюдаемые в эксперименте. Численное исследование бифуркационной структуры пространства параметров математической модели показало, что расположение бифуркационных границ хорошо согласуется с результатами эксперимента.

1. Системы релаксационного типа представляют большой класс автоколебательных систем, характерной особенностью которых является наличие в фазовом пространстве участков быстрых и медленных движений. Колебательные процессы в механических системах с сухим трением, гидродинамических потоках, электрических разрядах, различных биологических объектах и электронных схемах носят релаксационный характер. Известно, что хаотические режимы реализуются в таких системах при внешнем периодическом воздействии [1] и взаимодействии нескольких систем [2]. Как показано в работах [3,4], хаотические колебания могут существовать и в автономных релаксационных системах за счет возбуждения «внутренних колебаний» во время быстрых движений, причем подобные модели используются при решении многих физических задач (см., например, [3]). В связи с этим всестороннее изучение электронных аналогов хаотических релаксационных автоколебательных систем является весьма актуальным.

В настоящей работе исследуется автономный хаотический генератор релаксационного типа, представляющий собой широко применяемый в технике блокинг-генератор, в коллекторную цепь транзистора которого включен дополнительный конденсатор C_k (рис. 1, а). Точный анализ работы блокинг-генератора является весьма сложной математической задачей, что обусловлено высоким порядком исходной системы дифференциальных уравнений, существенно нелинейным режимом работы активного элемента и импульсного трансформатора (при наличии ферромагнитного сердечника). Однако релаксационный характер колебаний дает возможность построить приближенную математическую модель в виде одномерного точечного отображения, позволяющую качественно объяснить механизм возбуждения хаотических колебаний и проследить в пространстве параметров последовательность бифуркаций, приводящих к смене различных режимов.

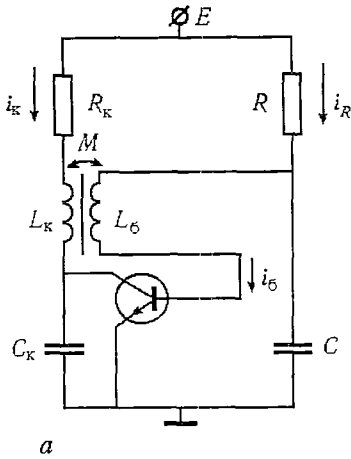


Рис. 1, а. Схема генератора: $L_k = 50$ мГн, $L_b = 0.5$ мГн, $C_k = 3600$ пФ, $C = 0.047$ мкФ, $E = 7$ В

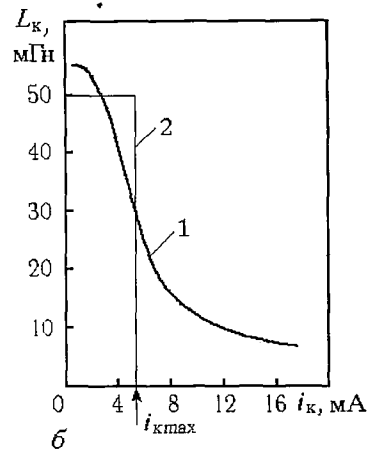


Рис. 1, б. Зависимость индуктивности коллекторной обмотки трансформатора от намагничивающего тока и ее кусочно-линейная аппроксимация

2. При выводе уравнений, описывающих динамику блокинг-генератора, будем считать, что транзистор работает в идеальном ключевом режиме, когда его инерционные свойства не учитываются, а сопротивление коллектор-эмиттер $R_{кэ} = R_{кэ}(U_b)$ и вольт-амперная характеристика перехода база-эмиттер $i_b = i_b(U_b)$ могут быть представлены кусочно-линейными функциями вида

$$R_{кэ} = \begin{cases} \infty, & U_b \leq 0, \\ 0, & U_b > 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad i_b = \begin{cases} 0, & U_b \leq 0, \\ U_b/R_b, & U_b > 0, \end{cases} \quad (1)$$

где R_b – сопротивление базы транзистора.

Аппроксимируем зависимость магнитной проницаемости сердечника от намагничивающего тока кусочно-линейной функцией

$$\mu = \begin{cases} \mu_n, & \eta \leq \eta_{\max}, \\ \mu_0, & \eta > \eta_{\max}, \end{cases} \quad \mu_n/\mu_0 \gg 1, \quad (2)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; η_{\max} – число намагничивающих ампервитков, вызывающее насыщение сердечника. При такой аппроксимации дифференциальная индуктивность коллекторной и базовой обмоток L_k , L_b , а также взаимная индуктивность M оказываются кусочно-линейными функциями намагничивающего тока (рис. 1, б).

Анализ работы схемы начнем в момент времени, когда напряжение U_b достигло порогового значения и транзистор открылся. Учитывая, что для тороидального сердечника коэффициент связи $k = M/\sqrt{L_k L_b}$ примерно равен 1, и предполагая, что $i_R \ll i_b$, запишем уравнения для токов в обмотках трансформатора в виде

$$L_{\text{экв}} \frac{d}{dt} i_\mu + R_k i_\mu = E, \quad (3)$$

$$i_b = \frac{1}{Z} M \frac{d}{dt} i_\mu,$$

где $L_{\text{экв}} = L_k(1 + n^2 R_k/Z)$ – индуктивность намагничивания; $Z(p) = (1 + R_b C p)/(C p)$ –

операторный импеданс нагрузки трансформатора; $n = \sqrt{L_6/L_k}$ – коэффициент трансформации; $i_\mu = i_k - ni_6$ – ток намагничивания сердечника.

Из условия непрерывности тока намагничивания следует, что после включения транзистора $i_\mu = i_{k1}$, где i_{k1} – ток в коллекторной обмотке трансформатора до включения транзистора. Решение первого уравнения системы (3) с начальными условиями $i_\mu(0) = i_{k1}$ дает временную зависимость тока намагничивания

$$i_\mu(t) = i_{\max} \left(1 - \left(1 - \frac{i_{k1}}{i_{\max}}\right) e^{-R_k t / L_{\text{экв}}}\right), \quad \text{где } i_{\max} = E/R_k. \quad (4)$$

В соответствии с (4) ток намагничивания возрастает до значения $i_\mu = i_{\max}$, при котором сердечник насыщается, ЭДС во вторичной обмотке и ток базы i_6 становятся равными нулю и транзистор закрывается. Длительность генерируемого импульса t_n , равная времени нарастания тока i_μ до насыщения, может быть найдена из (4)

$$t_n = (L_{\text{экв}}/R_k) \ln[(1 - i_{k1}/i_{\max}) / (1 - i_{\max}/i_{\max})]. \quad (5)$$

За время действия импульса конденсатор C заряжается током $i_6 = i_6(t)$ до напряжения U_1 . Будем считать, что параметры схемы выбраны таким образом, что $R_6 C \gg t_n$, $n \ll 1$. Тогда $Z \approx R_6$, $L_{\text{экв}} \approx L_k$ и напряжение будет равно

$$U_1 = -M/(R_6 C)(i_{\max} - i_{k1}). \quad (6)$$

После завершения процесса формирования импульса, ток i_6 становится равным нулю, и конденсатор C медленно перезаряжается током i_R , при этом напряжение на нем изменяется по закону

$$U_c = E(1 - (1 + M/(ER_6 C))(i_{\max} - i_{k1})) e^{-t/(RC)}, \quad (7)$$

а в колебательном контуре $L_k C_k$ происходят затухающие колебания тока

$$i_k = e^{-R_k t / (2L_k)} i_{\max} \cos \sqrt{\frac{1}{L_k C_k} - \frac{R_k^2}{4L_k^2}}, \quad (8)$$

которые создают на вторичной обмотке трансформатора напряжение

$$U_{L_6} = M di_k / dt. \quad (9)$$

По мере заряда конденсатора C , напряжение на базе транзистора $U_6 = U_c + U_{L_6}$ возрастает, и, при достижении им порогового значения $U_6 = 0$, транзистор открывается, и генератор формирует новый импульс. Интервал времени t между импульсами может быть найден как корень уравнения

$$0 = E(1 - (1 + \frac{M}{ER_6 C}(i_{\max} - i_{k1})) e^{-t/(RC)}) + M i_{\max} e^{-R_k t / (2L_k)} (-\frac{R_k}{2L_k} \cos \omega t - \omega \sin \omega t), \quad (10)$$

где
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_k C_k} - \frac{R_k^2}{4L_k^2}}.$$

Уравнение (10) определяет интервал времени t_{n+1} между двумя соседними импульсами d_n и d_{n+1} как неявную функцию тока $i_{k1} = i_n$ в коллекторной обмотке трансформатора в момент начала импульса d_n , а уравнение (8) позволяет найти значение тока i_n как функцию интервала t_n . Таким образом (8) и (10) неявно задают рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned} t_{n+1} &= F_1(i_n), \\ i_n &= F_2(t_n), \end{aligned} \quad (11)$$

которые могут рассматриваться как точечное отображение временного отрезка $\tau = [t_{\min}, t_{\max}]$ в себя. Разрешив уравнение (10) относительно тока $i_n = i_{k1}$, запишем (11) в виде

$$\begin{aligned} I_n &= 1 + \alpha(1 - e^{\delta T_{n+1}} + \beta e^{(\delta - \delta_k)T_{n+1}} (\delta_k \cos T_{n+1} + \sin T_{n+1})), \\ I_n &= e^{-\delta_k T_n} \cos T_n, \end{aligned} \quad (12)$$

где введены переменные $I_n = i_n / i_{\mu\max}$, $T_n = \omega t_n$ и параметры

$$\delta = \frac{1}{R\omega C}, \quad \alpha = \frac{R_6 C E}{M i_{\mu\max}}, \quad \beta = \frac{M i_{\mu\max} \omega}{E}, \quad \delta_k = \frac{R_k}{2L_k \omega}. \quad (13)$$

Первое уравнение системы (12) позволяет вычислить интервал времени $T_{n+1} = F_1(I_n)$ через обратную функцию $F_1^{-1}(I_{n+1})$, которая в общем случае не является монотонной. Следовательно, функция $F_1(I_n)$ неоднозначна, что физически не имеет смысла. Доопределить ее до однозначности можно, приняв во внимание то, что $F_1(I_n)$ есть время заряда конденсатора C до порогового значения, превышение которого вызывает генерацию нового импульса. Таким образом, из всех участков неоднозначности физический смысл имеют лишь те, которые соответствуют минимальному времени T . Графическое отображение (12) представлено на рис. 2, где стрелкой обозначена траектория.

3. Исследование бифуркационной структуры пространства параметров отображения (12) проводилось численно. Бифуркационные кривые (рис. 3)

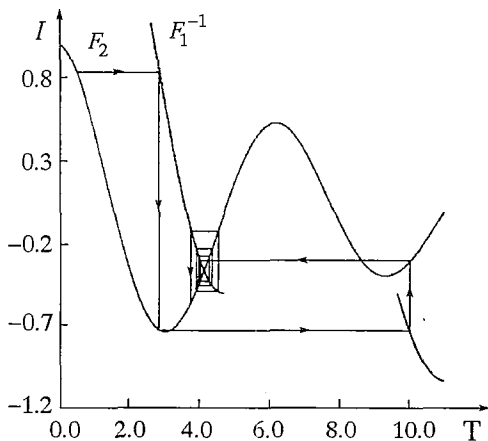


Рис. 2. Траектория отображения (12) для $\alpha = 6.0$, $\beta = 0.22$, $\delta^{-1} = 50.0$, $\delta_k = 0.1$

строились на плоскости параметров (δ^{-1}, δ_k) при фиксированных значениях α и β , соответствующих номиналам элементов схемы генератора, указанным на рис. 1. В области G1 отображение имеет единственную устойчивую неподвижную точку, отвечающую регулярным автоколебаниям различного периода. Пересечение кривых, отмеченных символом l_1 вызывает потерю устойчивости неподвижной точки (мультипликатор пересекает значение -1). При этом возможно жесткое рождение хаотических колебаний (через перемежаемость), либо многотактных циклов. Область пространства параметров, соответствующая хаосу, отмечена символом ch ,

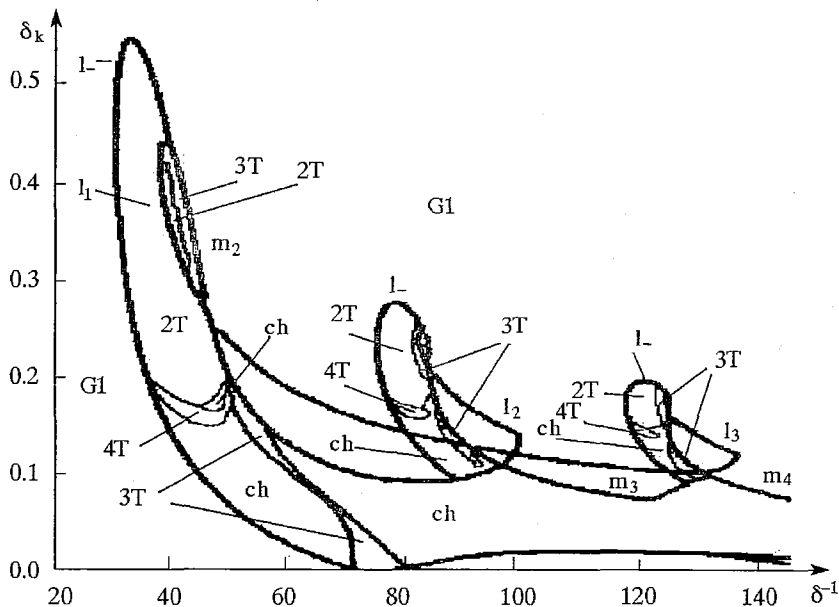


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма отображения (12)

а области циклов – 2Т, 3Т, 4Т. Семейства кривых l_i и m_i связаны с бифуркацией рождения (исчезновения) неподвижной точки при прохождении ее через координату разрыва отображения. Пересечение кривых l_i в сторону увеличения δ^{-1} приводит к исчезновению неподвижной точки, расположенной на i -ом участке возрастания функции $F_2(T)$, а пересечение кривых m_i в сторону увеличения δ^{-1} сопровождается появлением новой неподвижной точки на i -ой осцилляции функции $F_2(T)$. Рождение устойчивой неподвижной точки, соответствующей колебаниям небольшого периода $T < 3T_0$, где T_0 – период колебаний в контуре $L_k C_k$, приводит к кризису странного аттрактора; однако, при $T > 3T_0$ возможно совместное существование странного аттрактора и устойчивой неподвижной точки, так как их области притяжения не пересекаются.

Одной из основных характеристик аттрактора, позволяющей установить факт существования хаотических колебаний, является ляпуновский показатель, который для одномерного точечного отображения $x_{n+1} = f(x_n)$ легко может быть вычислен по формуле (см., например, [5])

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \ln |f'(x_i)|. \quad (14)$$

Одномерная бифуркационная диаграмма и ляпуновский показатель системы (12) приведены на рис. 4, а, б соответственно. Наличие таких значений параметров, при которых величина λ имеет положительные значения, свидетельствует о существовании хаотических колебаний.

4. Экспериментальное исследование различных режимов работы генератора проводилось путем одновременного наблюдения реализаций сигнала $U_k(t)$ и проекций фазовых траекторий на плоскость (U_{L_k}, i_k) . Контрольными являлись параметры R и R_k , при этом другие параметры оставались фиксированными (их значения указаны на рис. 1). Полученная бифуркационная диаграмма приведена на рис. 5. В области G1 в системе устанавливаются устойчивые периодические

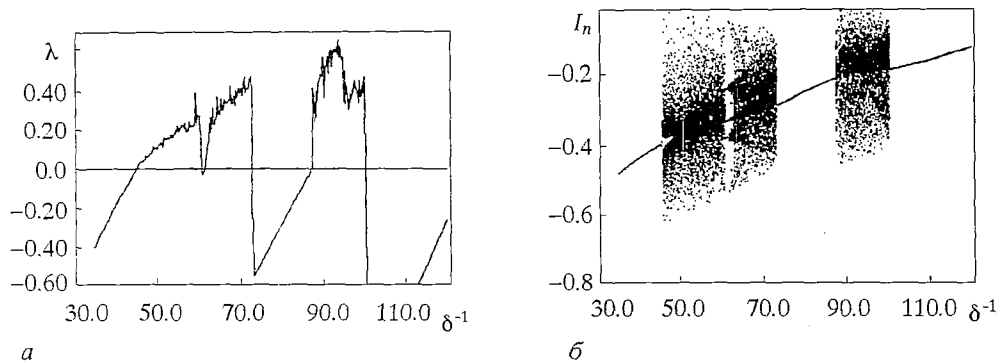


Рис. 4. Одномерная бифуркационная диаграмма (а) и зависимость ляпуновского показателя (б), системы (12) от параметра δ^{-1} , при $\alpha = 6.0$, $\beta = 0.22$, $\delta_k = 0.1$

колебания. Переход в область G0 сопровождается жестким срывом генерации*. Хаотические режимы реализуются в области, отмеченной штриховкой. Переход к хаосу осуществляется через перемежаемость. При пересечении кривых m_i выход из области хаотических колебаний обусловлен рождением устойчивого предельного цикла L_i с числом осциллирующих тока $i_k = i_k(t)$ за период $i = 2, 3, 4$. Увеличение параметра R до пересечения кривой l_i приводит к потере устойчивости или исчезновению предельного цикла L_i , при этом в генераторе возникают хаотические (при $R_k < R_{ki}$) или периодические (при $R_k > R_{ki}$) колебания, соответствующие предельному циклу L_{i+1} . Наглядное представление о характере автоколебательных процессов, происходящих в генераторе, дает рис. 6, на котором показаны спектры мощности, осциллограммы напряжения $U_k = U_k(t)$ и проекции аттрактора на плоскость (i_k, U_{Lk}) , наблюдаемые в эксперименте при пересечении пространства параметров вдоль прямой $R_k = 1$ кОм (см. рис. 5).

5. Таким образом, проведенное экспериментальное исследование показало, что хаотический блокинг-генератор обладает хаотической динамикой в широкой

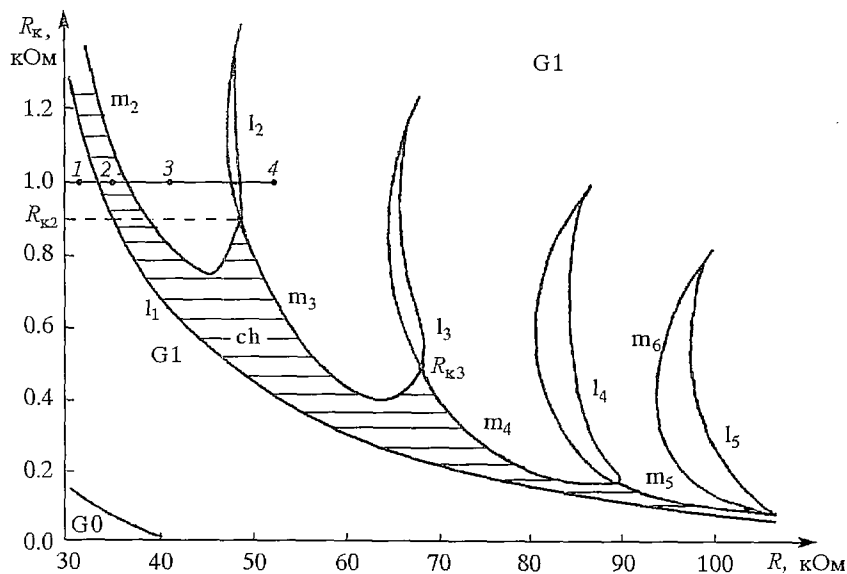
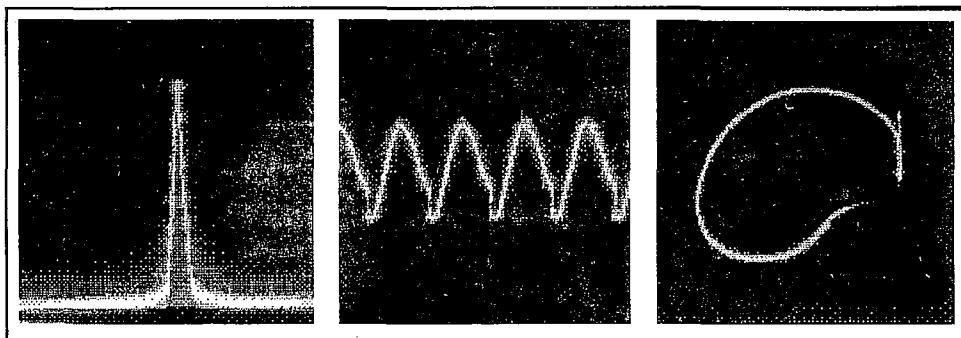
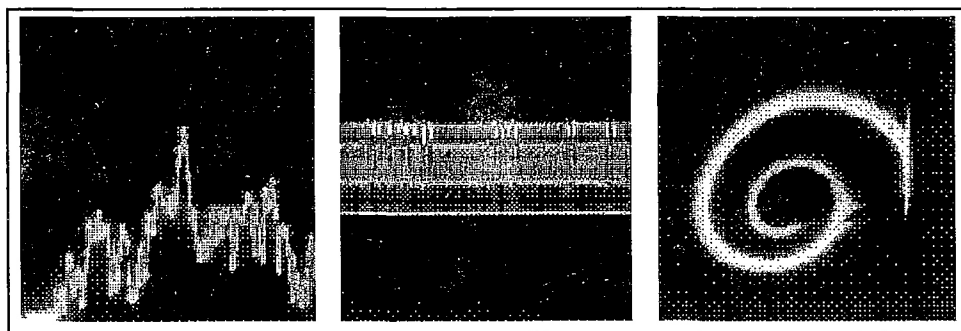


Рис. 5. Экспериментальная бифуркационная диаграмма генератора

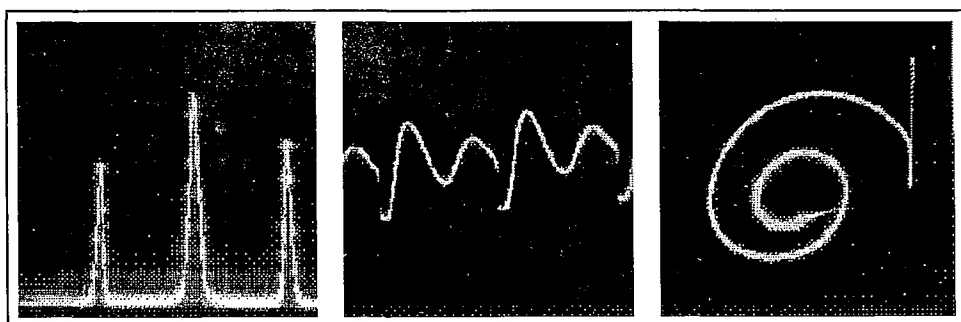
* Поскольку область G0 не является рабочей для генератора (возможен выход схемы из строя), соответствующая граница показана условно.



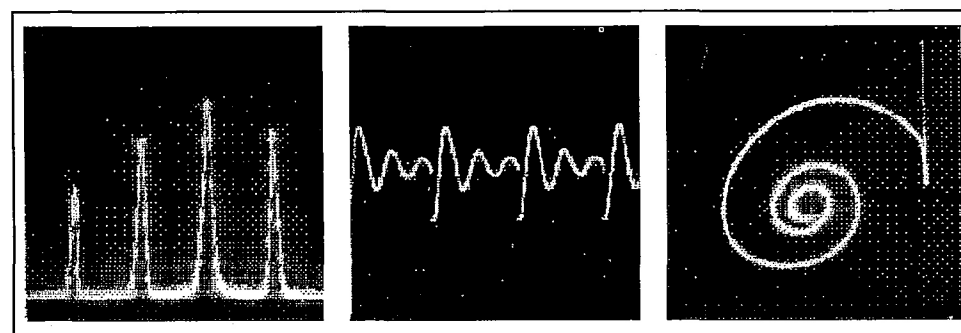
a



б



в



г

Рис. 6. Спектры мощности (слева), осциллограммы напряжения $U_k(t)$ (в центре), проекции аттрактора (справа), соответствующие точкам 1–4 бифуркационной диаграммы на рис. 5

области пространства параметров. Переход к хаосу осуществляется через перемежаемость. Предложенная математическая модель в виде одномерного точечного отображения качественно объясняет все динамические эффекты, наблюдаемые в эксперименте. Структура бифуркационной диаграммы математической модели близка к экспериментальной. Более адекватное математическое описание генератора может быть получено за счет уточнения аппроксимаций нелинейных зависимостей. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании блокинг-генераторов, а также при физическом моделировании различных динамических систем релаксационного типа с помощью электронных схем.

Автор выражает благодарность Рудькову Николаю Федоровичу за полезные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-15424)

Библиографический список

1. *Linsay P.S., Cumming A.W.* Three-frequency quasiperiodicity, phase locking, and the onset of chaos // *Physica D.* 1989. Vol. 40. P. 196.
2. *Tang Y.S., Meels A.I., Chua L.O.* Synchronization and chaos // *IEEE Trans. Circuit Syst.* 1983. CAS-30. P. 620.
3. *Bernhardt P.A.* The autonomous chaotic relaxation oscillator: an electrical analogue to the dripping faucet // *Physica D.* 1991. Vol. 52. P. 489.
4. *Rul'kov N.F., Volkovskii A.R.* Threshold synchronization of chaotic relaxation oscillations // *Phys. Lett. A.* 1993. Vol. 179. P. 332.
5. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988.

Нижегородский государственный
университет

Поступила в редакцию 17.01.94
после переработки 22.03.94

CHAOTIC RELAXATION OSCILLATOR

A.R. Volkovskii

The autonomous chaotic relaxation oscillator which is well-known blocking oscillator with one additional capacitor is investigated. It was studied experimentally that oscillator possesses chaotic dynamics in wide parameter region. Transition to chaos is realised through intermittence. Bifurcation diagram was plotted experimentally on parameter plane. Mathematical model was obtained in the form of 1-D map for time intervals between two neighbour pulses. Numerical simulation of mathematical model shows that bifurcation structure of its parameter space is quite similar to experimental results.



Волковский Александр Ростиславович – родился в 1961 году в Горьком, окончил Горьковский государственный университет в 1983 году, с 1986 года работает на кафедре теории колебаний радиوفизического факультета ННГУ. Область научных интересов – нелинейная динамика, радиопизика и электроника. Опубликовал ряд работ в отечественных и зарубежных научных журналах.



КЛАССИФИКАЦИЯ СИГНАЛОВ СТОХАСТИЧЕСКОГО АВТОГЕНЕРАТОРА МЕТОДАМИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Д.Ю.Васин, В.П.Громов

В работе исследуется новая технология оценки состояния нелинейной динамической системы, в которой может наблюдаться хаос. Технология базируется на последовательном использовании методов распознавания образов. На основе предложенной технологии синтезирована система классификации сигналов стохастического генератора (СГ) с 1.5 степенями свободы. Предлагаемый подход к оценке состояний СГ позволяет реализовать эффективное решение следующих задач обработки сигналов СГ:

- обоснованный выбор параметров и алгоритмов амплитудно–временного квантования и сегментации сигналов;
- построение систем компактного представления фрагментов сигналов;
- формирование машинных банков обучающих данных;
- построение систем решающих правил классификации сигналов;
- синтез систем классификации состояний СГ.

Открытие динамического хаоса [1,2] ознаменовало начало принципиально нового этапа в развитии нелинейной динамики. Для этого этапа характерно накопление теоретических и экспериментальных знаний о генерации сигналов СГ, что интересно не только для формирования собственно теории динамического хаоса, но и для возможных практических приложений, связанных с кодированием, передачей по каналам связи и декодированием информационных сообщений с повышенными требованиями к их конфиденциальности, а также в задачах оценки состояния технических и биологических систем по их сигнальным характеристикам.

Для описания хаотических сигналов в настоящее время часто пользуются понятием фрактальной размерности [2]. В реальных условиях оценка фрактальной размерности производится методами выборочной статистики на основе достаточно длительных цифровых реализаций сигнала с выполнением большого объема вычислений.

В данной работе исследовалась возможность получения эффективных алгоритмов описания сигналов СГ методами распознавания образов (РО). Перспективность использования методов РО в задачах описания сигналов СГ обусловлена, во–первых, наличием мощных методов сжатия исходных экспериментальных данных с сохранением релевантной, по отношению к целевой задаче, информации и, во–вторых, большой популярностью РО в практических приложениях обработки сигналов [3–8].

В качестве СГ использовался автогенератор радиодиапазона с 1.5 степенями свободы, функциональная блок–схема которого приведена на рис.1.

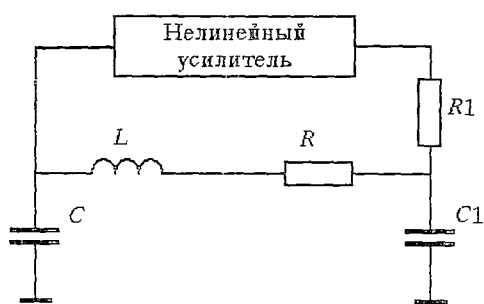


Рис. 1. Функциональная блок-схема генератора, используемого в работе

Данный генератор представляет собой вариант генератора кольцевого типа с 1.5 степенями свободы [9,10]. Генератор реализует фейгенбаумовский сценарий перехода к хаосу [1,2,9,10]. Сигналы для идентификации отбирались на основании перемен, происходящих в проекции на плоскости фазового портрета системы, при изменении ее внешних параметров. Всего было отобрано 11 различных типов (классов) сигналов. Качественный вид фазовых портретов системы для каждого типа сигнала приведен на рис. 2 (цифра справа от рисунка указывает на номер соответствующего типа).

Задачу идентификации сигналов СГ определим следующим образом.

Пусть на выходе устройства, реализующего физическую модель СГ, наблюдается на промежутке времени $0 < t < T$ сигнал $x(t)$ со следующими свойствами:

- 1) сигнал $x(t)$ ограничен, то есть $x(t) < A$, $-\infty < t < \infty$;
- 2) сигнал $x(t)$ абсолютно интегрируем на интервале $-\infty < t < \infty$;
- 3) сигнал $x(t)$ имеет конечное число максимумов, минимумов и точек разрыва;
- 4) для сигнала $x(t)$ существует его Фурье – образ $X(\nu)$.

По массивам обучающих реализаций сигнала необходимо синтезировать структуру распознающего устройства, позволяющего с заданной степенью надежности правильно устанавливать принадлежность текущей реализации сигнала $x(t)$ к одному из заданных на этапе обучения классов и тем самым идентифицировать состояние СГ.

Эксперименты по распознаванию проводились на базе АСНИ «МИСС» [11], разработанной в Научно-исследовательском институте прикладной математики и кибернетики (НИИ ПМК), и устройства, реализующего аппаратно вышеописанную модель СГ, сконструированного на кафедре теории колебаний и автоматического регулирования ННГУ.

Решение сформулированной выше задачи осуществлялось по схеме, характерной при построении системы распознавания образов [12].

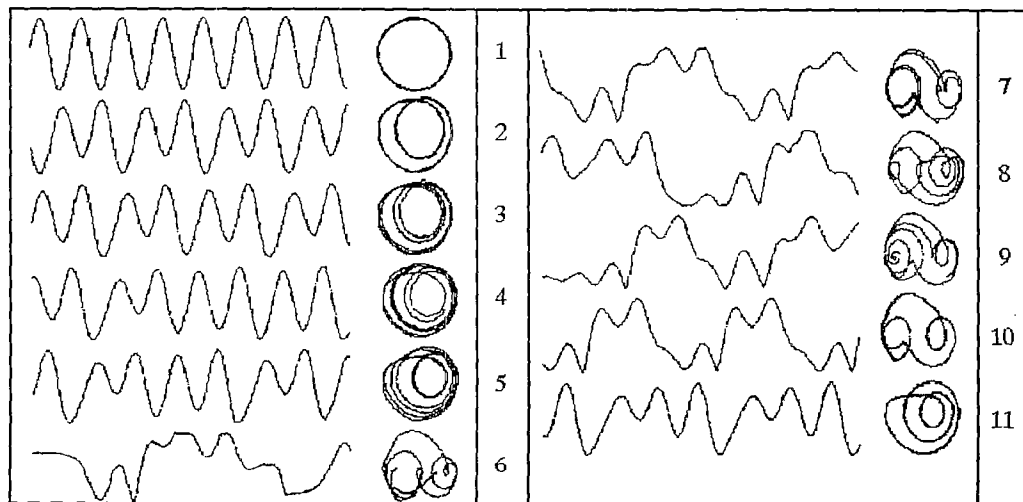


Рис. 2. Осциллограммы сигналов, получаемых с генератора, использованного в работе, и фазовые портреты, соответствующие данной реализации сигнала

1. Осуществление обоснованного выбора параметров квантования и сегментации сигналов СГ методом спектрального и корреляционного анализа [12–14].

2. Выбор и реализация эффективного алгоритма сжатия исходных цифровых данных сигналов СГ на основе метода построения «хорошо приспособленного» базиса [3].

3. Формирование машинного банка обучающих данных, включающего сжатое цифровое описание 1650 фрагментов сигналов СГ с различными фазовыми портретами (см. рис. 2).

4. Анализ дискриминантных свойств цифровых признаков сигналов СГ методами РО и построение на его основе системы решающих правил и классифицирующих признаков.

5. Синтез распознающего устройства на базе полученных решающих правил и дискриминантных признаков для классификации сигналов СГ на указанные выше 11 классов (см. рис. 2).

6. Осуществление оценки по машинному банку обучающих данных устойчивости и достоверности функционирования синтезированного устройства распознавания сигналов СГ.

Для реализации данной технологии был разработан комплекс программ по накоплению, предварительной обработке и распознаванию сигналов СГ. В целях минимизации ошибок формирования машинного банка обучающих данных, отбор сигналов в соответствии с приведенной выше классификацией и контроль правильности сегментации велись в интерактивном режиме. В дальнейшем, на этапах сокращения избыточности описания сигналов, построения дискриминантных функций и непосредственно на этапе распознавания комплекс работал автономно, без участия оператора.

Остановимся на практических вопросах реализации некоторых пунктов описанного выше общего плана решения поставленной задачи. Для выбора оптимальной частоты квантования сигналов СГ был вычислен спектр Фурье для каждого класса сигналов. Спектр мощности сигнала определялся по методу быстрого преобразования Фурье (БПФ) [13, 14]. Для уменьшения эффектов, связанных с конечностью выборки, применялась оконная функция Хэмминга [13]. По результатам анализа спектрограмм для всех типов классифицируемых сигналов с использованием теоремы отсчетов и сохранением дискриминантных свойств сигналов СГ для надежной их идентификации, были выбраны следующие значения оптимальных параметров оцифровки сигналов: частота квантования по времени – 10 КГц; число уровней квантования по амплитуде – 1024.

Корреляционный анализ и исследование амплитудно–временных свойств сигналов СГ позволило синтезировать алгоритм сегментации сигналов СГ в следующем виде.

1. Фиксация локального максимума сигнала по его текущей цифровой реализации длительностью 100 мс.

2. Выбор в качестве представительного фрагмента сигнала отсчетов текущей реализации на временном интервале ± 6 мс относительно зафиксированного локального экстремума.

Данный алгоритм позволяет максимально совместить начальные фазы выбираемых фрагментов сигналов СГ и описать их одинаковым числом отсчетов $N = 120$, что является существенно важным моментом для последующих этапов кодирования и распознавания сигналов СГ.

На следующем этапе был сформирован машинный банк обучающих фрагментов сигналов СГ для 11 выбранных классов. Общий объем банка данных составил

$$N_0 = K_{\text{кл}} N_{\text{кл}},$$

где $K_{\text{кл}} = 11$ – число классов обучения; $N_{\text{кл}} = 150$ – число обучающих фрагментов заданного класса.

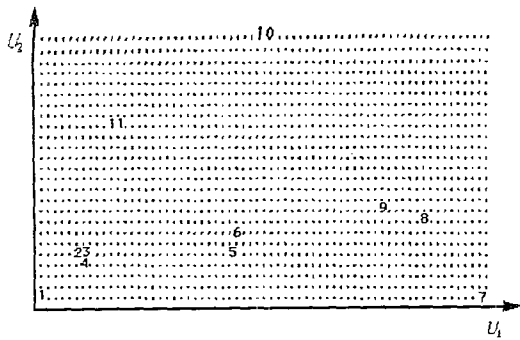


Рис. 3. Взаимное расположение эталонных сигналов СГ в двумерном «хорошо разделяющем» подпространстве $R_{U_1 U_2}$

проведения эксперимента. В данной работе она решалась по методу «хорошо приспособленного» базиса [3], как наиболее эффективного метода сжатия данных при заданной допустимой ошибке кодирования.

В результате проведения данного эксперимента было сокращено описание объектов со 120 до 15 отсчетов, то есть коэффициент сжатия информации равен 8. Это означает, что по оставшимся 15 информативным отсчетам можно с заданной степенью точности E восстановить исходный сигнал, то есть 120 отсчетов.

Для качественного представления и грубой оценки дискриминантных свойств построенного 15-мерного пространства признаков сигналов СГ были использованы известные методы многомерного шкалирования [7] и кластерного анализа [4,8], то есть представления многопризнаковых объектов в двумерном пространстве и выявления скоплений (таксонов) объектов. На рис. 3 представлено взаимное расположение эталонных сигналов СГ в двумерном «хорошо разделяющем» подпространстве $R_{U_1 U_2}$. За эталон принимался средний объект класса. Здесь U_1, U_2 – собственные вектора взвешенной матрицы ковариации типа

$$D = [d_{ij}]_{i=1, n; j=1, n},$$

где n – размерность пространства признаков; $d_{ij} = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} [(x_i^k - y_l^j)(x_j^k - y_l^j)] r_{k,l}^a$,

$r_{k,l} = [\sum_{i=1}^n (x_i^k - y_l^j)^2]^{1/2}$, $a=1$. В результате проведенных экспериментов по многомерному шкалированию было установлено, что сигналы из классов 1–4 (условно «детерминизм») располагаются в пространстве признаков на достаточном расстоянии от сигналов из классов 5–9 (условно «хаос»), а те, в свою очередь, обособлены от сигналов из классов 10,11 (запредельные состояния) (см. рис. 3). Однако, плотность точек внутри этих трех групп достаточно однородна, что не позволило разделить сигналы на классы внутри трех полученных скоплений методами кластерного анализа. К тому же, несмотря на оптимизацию алгоритма кластеризации по времени, он все равно достаточно трудоемок в работе.

Для решения задачи разделения объектов на 11 классов, то есть для формирования и выбора оптимальной совокупности решающих правил классификации сигналов СГ, нами использовались методы: эталона, k - ближайших соседей [4], а также методы распознавания на основе решающих правил в форме пороговых логических функций [5].

Так называемые непараметрические методы распознавания образов (эталона, k - ближайших соседей) являются асимптотическими, то есть обеспечивают достаточную точность оценивания только лишь при неограниченном увеличении объема обучающих выборок. В случае использования метода эталона за эталон выбирался некий средний объект класса, то есть, вообще говоря, несуществующий реально объект. Средний объект класса определялся как

Цифровое представление и сегментация исходных обучающих сигналов производилась в соответствии с указанными выше параметрами квантования и сегментации.

Одной из важнейших задач, которую приходится решать в процессе построения любой системы распознавания, является задача сокращения избыточности исходного описания, то есть задача кодирования. Как говорилось ранее, рассмотренные сигналы дискретизированы с достаточной степенью избыточности. Поэтому задаче кодирования отводится одно из важнейших мест во всей цепочке

$$\tilde{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^M x_i^j}{M},$$

где $j = 1, 2, 3, \dots, M$, \tilde{x}_i – i -й отсчет среднего объекта класса; x_i^j – i -й отсчет j -го объекта класса.

В [4] приводятся оценки вероятности возникновения ошибок при использовании правила k -ближайших соседей. Однако, практическим препятствием для рекомендации данных методов в качестве основных для синтеза на их основе системы идентификации сигналов СГ является то обстоятельство, что для достижения теоретических оценок вероятности возникновения ошибки, необходимо сохранять в памяти большое число образов, о которых известна принадлежность их некоторому классу. Кроме того, при осуществлении классификации необходимо вычислять расстояния между каждым классифицируемым образом и всеми образами, хранящимися в памяти системы. При больших объемах обучающих выборок это обстоятельство может вызвать серьезные вычислительные трудности. При произвольном (в том числе малом) размере выборки достоверность распознавания становится недопустимо низкой.

Более привлекательными поэтому представляются алгоритмы распознавания на базе построения разделяющих функций в форме пороговых логических функций. Суть данного метода состоит в том, что по совокупности исходных данных строится функция классификации F в форме

$$F = \bigcup_p \prod_q (x_{ip,q} > a_{p,q})^{\sigma_{p,q}}, \quad (*)$$

то есть в дизъюнктивно–нормальной форме от простых высказываний $(x_{ip,q} > a_{p,q})^{\sigma_{p,q}}$, состоящих в проверке истинности сравнений некоторых исходных признаков $x_{ip,q}$ пороговыми значениями $a_{p,q}$, причем высказывание входит в формулу (*) без отрицания, если $\sigma_{p,q} = 0$, и с отрицанием, если $\sigma_{p,q} = 1$.

Предполагается также, что $F = 1$ на множестве обучающих объектов x , а поиск (*) осуществляется в пространстве признаков \mathbf{R}^n .

Вид функции F предполагает аппроксимацию истинной разделяющей поверхности гиперплоскостями, направляющие орты которых коллинеарны отдельным ортам исходного пространства признаков. Такой способ приближения истинных разделяющих поверхностей допустим для ряда задач классификации без существенных потерь в качестве распознавания при значительном сокращении числа параметров и необходимого объема арифметических операций.

По полученным выше алгоритмам, параметрам и процедурам дискретизации, сегментации, кодирования и классификации была синтезирована система автоматического распознавания сигналов СГ, позволяющая по поступающим на ее вход аналоговым сигналам автоматически определять их принадлежность к одному из 11 типов состояния СГ. Контрольная проверка качества распознавания этой системы по независимым входным сигналам СГ показала, что уровень ошибок классификации при функционировании системы в реальных условиях не превышает зафиксированный на этапе обучения, а время узнавания сигнала СГ не превышает 1 с.

Основные результаты классификации приведены в таблице. Как видно из

Таблица

Методы	Эталона	1 ближайшего соседа	10 ближайших соседей	50 ближайших соседей	Логических функций
Интегральный процент ошибок распознавания	33.94	5.21	8.73	18.79	6

таблицы, хуже всего работает классификатор на основе метода эталона, хотя он выигрывает по сравнению с другими методами благодаря простоте реализации вычислений.

В результате проведения данной работы было выяснено, что задачу идентификации сигналов СГ можно с достаточной степенью надежности решить, применяя для этого классические методы и приемы теории РО, что позволяет в несколько раз сократить время решения этой задачи по сравнению с уже существующими способами идентификации сигналов СГ.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.Д. Шалфееву и Н.Ф. Рулькову за помощь и поддержку при проведении данной работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-15424).

Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
2. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. М.: Мир, 1988.
3. Васин Ю.Г. «Хорошо приспособленные» базисы и задачи обработки экспериментальной информации. Учебное пособие. Горький : Изд-во Горьк. ун-та, 1979.
4. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов / Под ред. Ю.И. Журавлева. М.: Мир, 1978.
5. Распознавание образов и медицинская диагностика / Под ред. Ю.И. Неймарка. М.: Наука, 1972.
6. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. М.: Высшая школа, 1977.
7. Александров В.В., Горский Н.Д. Алгоритмы и программы структурного метода обработки данных. Л.: Наука, 1983.
8. Дюран Б., Оддел П. Кластерный анализ. М.: Статистика, 1977.
9. Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в автогенераторе с инерционным запаздыванием первого порядка // Радиотехника и электроника. 1984. Т.29, № 12. С. 2389.
10. Волковский А.Р., Рульков Н.Ф. Применение одномерных отображений для экспериментального исследования стохастической динамики автогенератора // Письма в ЖТФ. 1988. Т.14, вып.16. С. 1508.
11. Исследование и разработка методов, математических моделей описания, хранения и принятия решений, принципов построения адаптивных автоматизированных систем обработки сложной графической информации, экспериментальных данных и изображений // Отчет НИИ ПМК № гос. регистрации 0186.0123541. Горький, 1990.
12. Алиев Т.А. Экспериментальный анализ. М.: Машиностроение, 1991.
13. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов. Справочник. М.: Радио и связь, 1985.
14. Отнес Р., Энксон Л. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы. М.: Мир, 1982.

*НИИ прикладной математики
и кибернетики*

*Поступила в редакцию 29.04.94
после переработки 12.07.94*

CLASSIFICATION OF STOCHASTIC AUTOGENERATOR SIGNALS BY PATTERN RECOGNITION METHODS

D. Yu. Vasin, V.P. Gromov

In this research a new technology for estimating a state of the nonlinear dynamical system in which chaos can be observed has been studied. The technology lies upon sequential employment of pattern recognition methods. On the basis of this technology a system of classifying stochastic generator (SG) signals with 1.5 degrees of freedom has been synthesized.

The suggested approach for stochastic generator state estimation makes possible to solve efficiently the following problems of stochastic generator signal processing :

- choosing on a substantial basis parameters and algorithms for amplitude-time quantification and for segmenting SG signals ;
- designing the systems for compact representation of SG signal fragments ;
- designing the PC-based banks of training data ;
- deriving the systems of decision rules for SG signal classification;
- synthesizing the systems for classifying SG states.



Васин Дмитрий Юрьевич – родился в 1970 году в г. Горьком. В 1992 году окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета. После его окончания работает в НИИ ПМК. Область научных интересов – теория распознавания образов, машинная графика и системы компьютерной обработки изображений.



Громов Владимир Петрович – родился в 1941 году. В 1968 году окончил физический факультет Горьковского государственного университета. С 1968 года работает в НИИ ПМК – заведующий сектором медицинской информатики. Область научных интересов – компьютерная обработка экспериментальных данных, распознавание образов, инженерия знаний.



ДИНАМИКА ДОМЕНОВ В ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ РЯБИ

А.Б.Езерский, С.В.Кияшко, П.А.Матусов, М.И.Рабинович

В параметрически возбуждаемой капиллярной ряби обнаружено существование метастабильных доменов – областей с совершенными кристаллическими структурами, которые разделяются одна от другой доменными стенками – цепочками дислокаций. Обнаружены два типичных механизма, ответственных за переход от ансамбля доменов к пространственно–периодической структуре: коллапс отдельных доменов, когда доменная стенка представляет замкнутый контур из аннигилирующих дислокаций и слияние соседних доменов, происходящее из-за последовательного ухода дислокаций на стенки кюветы.

Наряду с различными видами конвекции (электро– и магнито–гидродинамическая конвекция в жидких кристаллах, конвекция Рэлея – Бенара или Марангони – Бенара в обычных жидкостях) капиллярная рябь является исключительно удобным объектом для постановки ключевых экспериментов по самоорганизации, рождению совершенных структур и пространственно–временному беспорядку в протяженных системах. Действительно, несмотря на кажущуюся простоту этого эксперимента, в параметрически возбуждаемой капиллярной ряби обнаружены самые разнообразные физические явления, характерные для неравновесных систем. Основным параметром, определяющим характер динамических процессов в системе, является относительная величина диссипации. Так, при малой диссипации параметрически возбуждаемые капиллярные волны ведут себя как Гамильтоновская система, демонстрируя феномен слабой волновой турбулентности [1].

При возрастании диссипации (это может быть обусловлено увеличением вязкости жидкости, частоты накачки или уменьшением глубины слоя; в последнем случае возрастает роль пограничного слоя у дна) наблюдается формирование пространственно–временного хаоса [2–4], рождаются хаотические волны модуляции [5], обнаруживаются эффекты пространственно–временной перемежаемости [6]. Дальнейшее увеличение диссипации при использовании различных способов снижения конкуренции мод ведет к формированию совершенных структур кристаллического и даже квазикристаллического типа [7,8]. Одной из наиболее важных и принципиальных проблем теории является обнаружение механизмов, ответственных за рождение совершенных кристаллических структур из случайных возмущений. В диссипативных неравновесных средах, как показывают лабораторные эксперименты с конвекцией [9] и различные компьютерные эксперименты [10,11], типичной чертой перехода от начального беспорядка к регулярным структурам является формирование доменов. Под доменами мы понимаем области, в которых поля регулярны, но по–разному ориентированы, а один домен от другого отделяется дислокациями. Такие домены образуются из-за того, что в пространственно

протяженных сильно диссипативных системах развитие неустойчивости и формирование структур в различных частях происходит практически независимо. Насколько нам известно, специального исследования сценариев рождения совершенных кристаллических структур через рождение доменов ранее не проводилось. В настоящей работе такие эксперименты проведены на примере параметрически возбуждаемой ряби.

Установка и результаты эксперимента

Параметрическое возбуждение капиллярной ряби на поверхности жидкости осуществлялось в круглой кювете диаметром 157 мм, в которую был налит тонкий слой силиконового масла с кинематической вязкостью $\nu = 0.05 \text{ см}^2/\text{с}$, плотностью $\rho = 0.89 \text{ г/см}^3$ и коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma = 17 \text{ дин/см}$ (данные соответствуют температуре 25°C). Выбор силиконового масла в качестве рабочей жидкости обусловлен тем, что оно практически не испаряется, а его поверхность не подвержена загрязнению.

Вертикальные колебания кюветы создавались с помощью вибростенда, который возбуждался синусоидальным током, частота которого варьировалась в диапазоне от 30 до 120 Гц. Включение переменного тока происходило одновременно с включением постоянного подмагничивания вибростенда (аналогично тому, как это делалось в работе [12]). При этом за счет начального смещения кюветы у ее стенок возникали возмущения и формировался фронт параметрической неустойчивости, который быстро (в течение $0.5 - 1 \text{ с}$) достигал центра. В результате этого процесса генерировалось волновое поле, представляющее собой суперпозицию мод круглого резонатора. Почти сразу такая структура распалась на несколько (10–20) четко ограниченных, небольших по площади областей, внутри которых волновое поле представляет собой правильную прямоугольную решетку (см. рис. 1, а, где видно две таких области). Ориентация решеток в различных областях была произвольной. В дальнейшем мы будем называть эти отдельные области доменами. Домены оказались метастабильными, с течением времени их число уменьшалось. На рис. 1 показан процесс перехода от структуры, состоящей из двух доменов, к совершенной решетке. Как видно (см. рис. 1 а, б), граница между доменами достаточно точно определена и имеет к тому же явно выраженную продольную периодическую структуру. После исчезновения доменов во всей кювете устанавливается совершенная решетка в виде пары стоячих капиллярных волн, ориентированных во взаимно перпендикулярных направлениях.



а б в г д

Рис. 1. Кинограмма процесса формирования структуры, состоящей из двух взаимно перпендикулярных пар стоячих волн

Подчеркнем, что возникновение доменов занимает несколько десятков периодов волн и наблюдается лишь при малой глубине. Области существования доменов на плоскости параметров: частота накачки f_p – надкритичность ϵ ($\epsilon = A/A_n - 1$, где A_n – пороговое значение амплитуды параметрической генерации) при разных глубинах слоя показаны на рис. 2. Здесь различным глубинам жидкости соответствует различный характер штриховки. Границы областей существования для каждой из глубин отделяют режимы, в которых домены

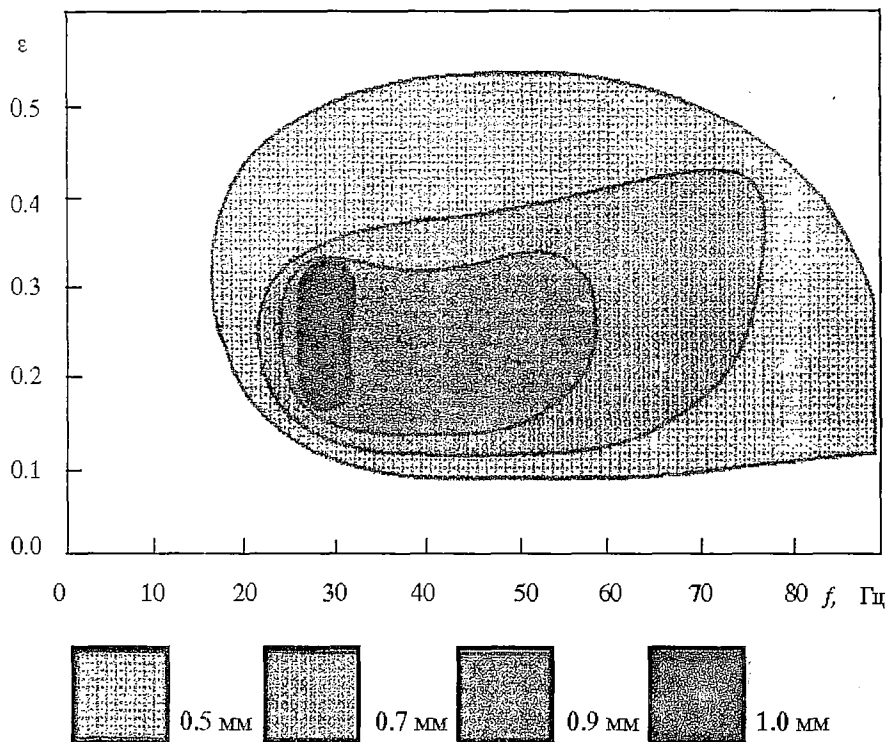


Рис. 2. Области существования переходного процесса, соответствующего взаимодействию доменов

наблюдались менее 30 с, от режимов, где взаимодействие доменов, сопровождавшее переход к идеальной решетке, продолжалось более 30 с. В экспериментах со слоем жидкости, глубина которого была больше длины волны ряби, образование доменов не наблюдалось. Разрушение азимутальных мод в этом случае происходило с образованием пар взаимно перпендикулярных стоячих волн, на фоне которых возбуждались волны огибающих [5]. При малой глубине домены могли существовать значительное время (до 30 – 40 мин), прежде чем возникает регулярная решетка.

Обнаружились два наиболее характерных сценария исчезновения доменных стенок. Первый связан со схлопыванием доменов и формированием регулярной решетки. При этом обычно домены большего размера увеличивались по площади за счет доменов меньшего размера. Второй сценарий можно назвать постепенным слиянием доменов за счет направленного движения дислокаций к границе кюветы (см. рис. 1). Такой сценарий наблюдался, как правило, при малой разности углов ориентации решеток в соседних доменах. Отметим, что дислокации, которые до слияния доменов образовывали линейную цепочку, после слияния могли трансформироваться в одиночные дефекты, которые значительное время двигались по достаточно сложным траекториям. При малых значениях надкритичности подобные блуждания оканчивались исчезновением дефектов на боковой стенке кюветы.

Мы детально исследовали эволюцию доменов в серии экспериментов при значениях параметра надкритичности $\epsilon = 0.5$ и $\epsilon = 0.75$. Волновая картина записывалась видеокамерой и обрабатывалась с помощью компьютера. На рис.3 показаны границы доменов в различные моменты времени при $\epsilon = 0.5$. Выяснено, что при большей амплитуде накачки число доменов уменьшается быстрее, и, кроме того, несколько раз наблюдаются случаи возрастания числа доменов. Такой процесс возникновения новых доменов – результат возбуждения волн модуляции. Увеличение амплитуды этих волн приводило к

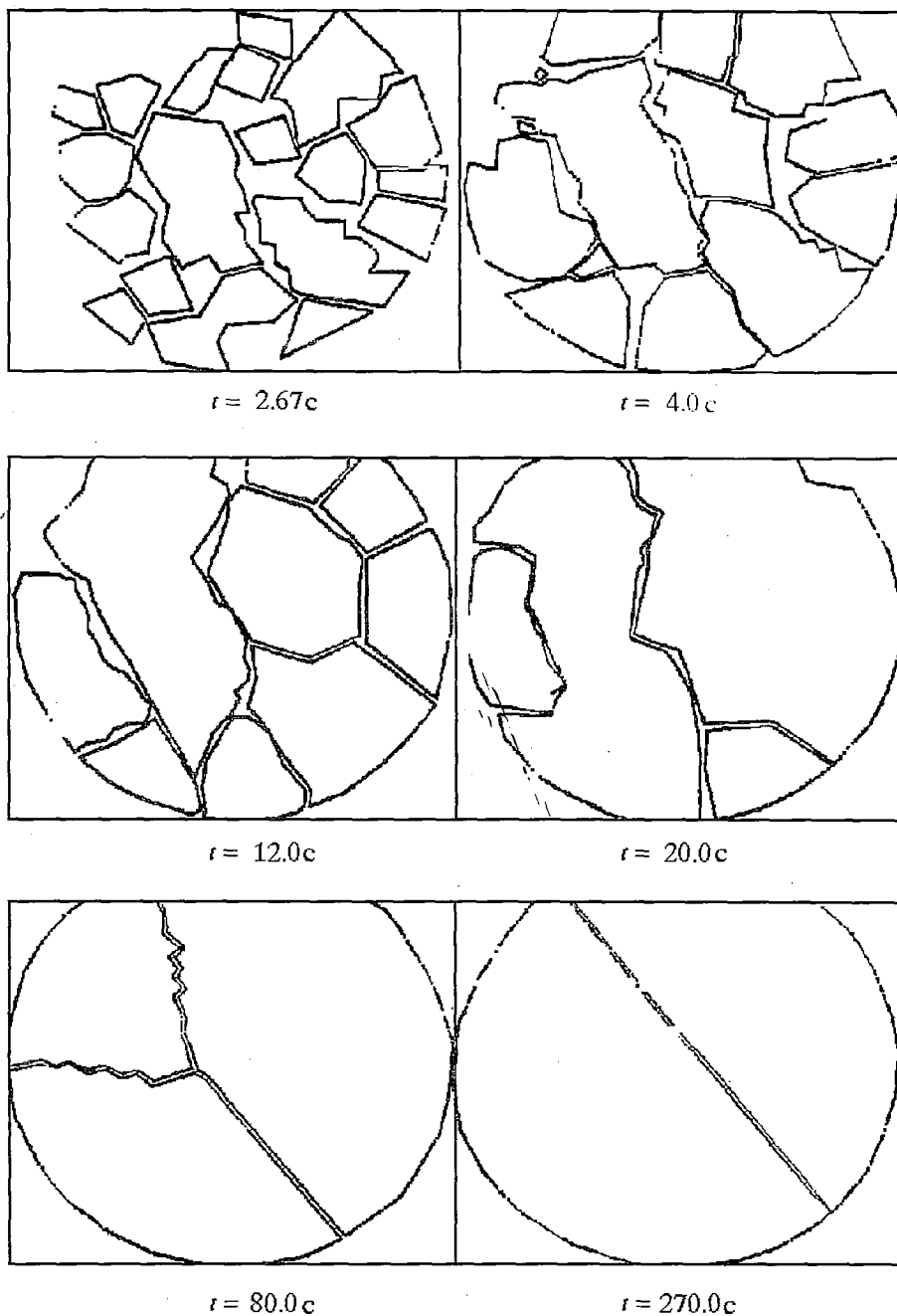


Рис. 3. Изменение во времени числа доменов и границ между ними

разделению домена на два с близкой ориентацией волновых пар. Дальнейшее увеличение надкритичности ($\epsilon \sim 1$) приводило к очень сложной динамике доменов, границы между которыми с расположенными на них дислокациями становятся неотличимыми от хаотических волн модуляции. Имея информацию о доменных границах (см. последовательность на рис. 3), мы подсчитали зависимость площади индивидуального домена от времени. Были выделены несколько случаев уменьшения площади доменов S_d до нуля, и эти процессы были исследованы с большим временным разрешением. Зависимость площади домена, нормированной на λ^2 (λ – период решетки, заполняющий домен),

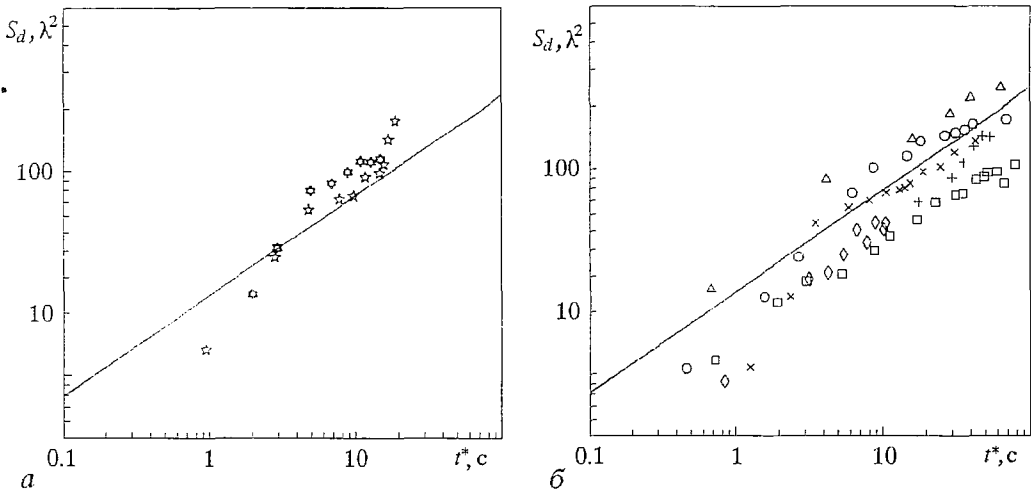


Рис. 4. Зависимость времени коллапса домена от его начальной площади: а - $\epsilon = 0.75$; б - $\epsilon = 0.5$; разными символами показаны данные для различных доменов

от времени t^* , оставшегося до момента его исчезновения ($t = t_0$) показана на рис. 4. Для того, чтобы объединить данные экспериментов с разной надкритичностью, время здесь нормировано на коэффициент, пропорциональный обратному инкременту параметрической неустойчивости. Экспериментальные данные хорошо моделируются степенной функцией

$$S \sim [(t_0 - t) / (\frac{A^2}{2} - 1)]^{1/2}. \quad (1)$$

Такая универсальная зависимость не наблюдается, однако, при очень малых значениях надкритичности. Как следует из данных, представленных на рис. 2, при малых ϵ ($\epsilon \leq 0.1 - 0.2$) так же, как и при больших ϵ ($\epsilon \geq 0.6$) домены существуют менее 30 с, а это говорит о том, что скорость уменьшения площади индивидуальных доменов dS/dt увеличивается. Тот факт, что малые по площади домены обладают малым временем жизни, есть, очевидно, результат нелинейной конкуренции, характерной для диссипативных сред.

Обсуждение

Как известно, образование квадратной решетки при параметрической генерации ряби происходит из-за нелинейной конкуренции волн, являющейся следствием вязкой диссипации в жидкости [2]. Величина диссипации пропорциональна кинематической вязкости жидкости, кроме того, уменьшение глубины жидкости приводит к повышению роли диссипации в динамике капиллярных волн. Действительно, в бесконечно глубокой жидкости амплитуда колебательной скорости спадает экспоненциально, и вязкий пограничный слой существует только лишь у свободной поверхности. В жидкости же конечной глубины принципиален и вязкий пограничный слой у дна толщиной $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$. Очевидно, если смещение свободной поверхности η в капиллярных волнах сравнимо с глубиной жидкого слоя H , то вязкая диссипация в пограничном слое является амплитудно-зависимой: потери из-за трения о дно больше в областях, где $\eta < 0$, и толщина слоя жидкости $H + \eta$ уменьшается. Как показывают оценки, для наших экспериментов в случае, когда наблюдаются долгоживущие домены и толщина пограничного слоя δ порядка глубины

жидкости H , амплитуда смещения η может быть тоже сравнима с H . Таким образом, действительно, за возникновение доменов ответственна нелинейная диссипация. Тот факт, что при малой надкритичности домены быстро умирают (см. рис. 2), согласуется с принципиальной для их существования ролью нелинейных потерь. При малых ϵ амплитуда капиллярных волн мала, и, следовательно, малы амплитудно-зависимые потери.

При изучении полей капиллярных волн мы регистрировали поле яркости изображения. Известно, что яркость изображения капиллярной ряби, регистрируемая видеокамерой, из-за нелинейности и инерционности ее характеристик достаточно сложно связана с полем смещения свободной поверхности. Возникает вопрос, как по наблюдениям за движением дислокаций поля яркости изображения реконструировать волновые поля и динамические процессы, происходящие в них? В общем случае такая задача, как любая обратная задача, может и не иметь единственного решения. Однако в ряде конкретных ситуаций можно достаточно уверенно по регистрируемым изображениям восстанавливать то, что происходит в капиллярной ряби.

Как следует из наблюдений (см. рис. 1), доменная стенка – это периодическая последовательность (цепочка) дислокаций. Происхождение таких дислокаций может быть пояснено на тривиальной модели. Представим, например, что в левой и правой полуплоскостях мы имеем по две взаимно ортогональные пары стоячих волн с различной ориентацией. Пусть амплитуды этих пар изменяются по закону

$$A_L = A_0 (1 - thkx), \quad A_R = A_0 (1 + thkx), \quad (2)$$

а фазы синхронизованы с фазой накачки. Тогда отклонение поверхности жидкости от плоской может быть представлено в виде

$$\eta = (A_L (\cos(\mathbf{k}_{L1} \mathbf{r}) + \cos(\mathbf{k}_{L2} \mathbf{r})) + A_R (\cos(\mathbf{k}_{R1} \mathbf{r}) + \cos(\mathbf{k}_{R2} \mathbf{r}))) \cos \omega t, \quad (3)$$

здесь $\mathbf{k}_{L1} \perp \mathbf{k}_{L2}$, $\mathbf{k}_{R1} \perp \mathbf{k}_{R2}$ – волновые вектора капиллярных волн в левой $x < 0$ и правой $x > 0$ полуплоскостях, ω – частота капиллярной ряби. Как известно, контраст изображения ряби I связан с отклонением поверхности как

$$I \sim \langle \eta^2 \rangle, \quad (4)$$

где $\langle \rangle$ – означает усреднение по времени. Картина доменной границы для модельного случая показана на рис. 5. Плотность дислокаций вдоль стенки зависит от угла между \mathbf{k}_L и \mathbf{k}_R и ширины доменной границы $1/k$. Понятно, что при увеличении угла между \mathbf{k}_L и \mathbf{k}_R плотность дислокаций будет увеличиваться, что и наблюдается в эксперименте.

Другая модель может быть предложена для уединенной дислокации, возникающей при объединении двух доменов с близкой ориентацией пар капиллярных волн. Как показали наблюдения, дислокации, расположенные близко к стенкам кюветы, начинали движение к стенкам и исчезали. При этом расстояние между оставшимися дислокациями, расположенными вдоль линии границы, увеличивалось. С течением времени от доменной стенки оставалось несколько дислокаций, расположенных на месте существования границы (см. рис. 1).

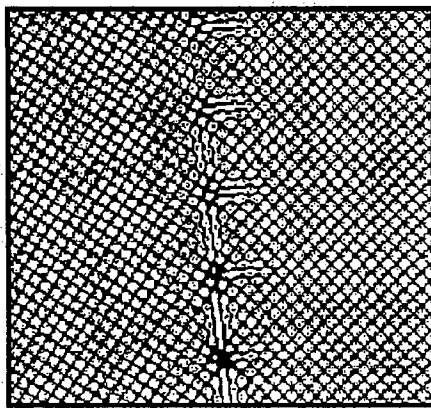
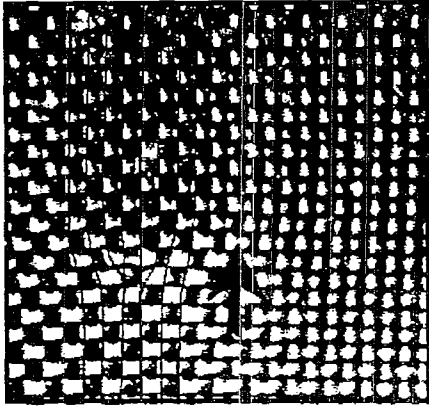
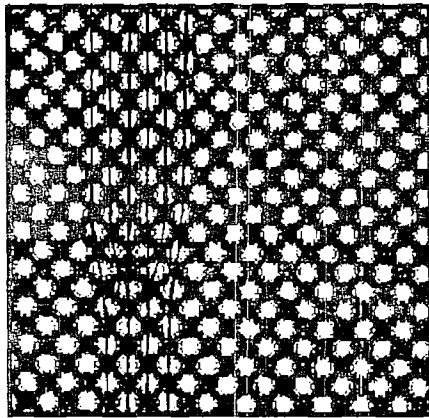


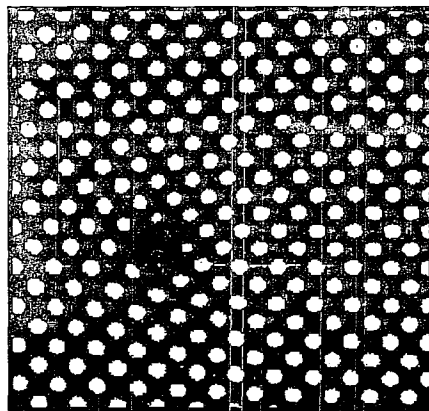
Рис. 5. Моделирование визуализации доменной границы по формуле (3)



а



б



в

Рис. 6. Уединенный дефект: а – поле яркости капиллярной ряби, полученное в эксперименте; б – моделирование дефекта по формуле (5); в – моделирование дефекта по формуле (6)

Рассмотрим каждую из дислокаций как точечный дефект (расположенный в точке $x = 0, y = 0$) типа

$$\eta = (\cos ky + \text{thk}(x^2 + y^2) \cos(kx + \arctg(y/x))) \cos \omega t \quad (5)$$

в горизонтально распространяющейся паре капиллярных волн. При этом топологические особенности поля яркости изображения будут тождественны тем, что наблюдаются в эксперименте: в верхней полуплоскости количество вертикальных рядов увеличивается на два по сравнению с числом рядов в нижней полуплоскости, а количество горизонтальных рядов остается всюду одинаковым. На рис. 6, а показан контраст изображения, полученный в эксперименте, а на рис. 6, б контраст, рассчитанный по формуле (5). Для сравнения на рис. 6, в показан результат численного моделирования контраста изображения, возникающего в случае, если имеются по одному точечному дефекту в каждой из взаимно ортогональных пар капиллярных волн

$$\eta = \text{thk}(x^2 + y^2)(\cos(ky + \arctg(x/y)) + \cos(kx + \arctg(y/x))) \cos \omega t. \quad (6)$$

Топологические характеристики этой картинки контраста яркости изображения совершенно иные, чем на рис. 6, б – количество вертикальных полос в верхней полуплоскости и горизонтальных полос в правой полуплоскости увеличивается на два. В эксперименте мы не наблюдали подобных режимов. Отметим, что движение дислокации к стенке кюветы (указано на рис. 6, а стрелкой) соответствует по сложившейся в литературе терминологии «climb motion» дефекта стоячей капиллярной волны: точечный дефект в паре волн, распространяющихся вдоль по оси x (см. формулу (5)) движется вдоль оси y . Движение этого дефекта вдоль оси x называется «glide motion».

Перечислим основные особенности, присущие динамике последовательности дислокаций, оставшихся после исчезновения доменной стенки.

1. Все дефекты, с помощью которых можно промоделировать эти дислокации, существуют лишь в одной паре волн – мы, например, не обнаруживали

одновременно сосуществующих дефектов во взаимно перпендикулярных парах, либо переходов дефекта с одной пары волн на другую.

2. Дефекты имели одинаковый топологический заряд, и никогда не наблюдалась аннигиляция близко расположенных дефектов, оставшихся после слияния доменов — они могли исчезать только при приближении к стенке кюветы.

3. В процессе объединения доменов от доменной границы могли отделяться уединенные дислокации, которые двигались по сложным траекториям. Если такие дислокации моделировать точечным дефектом в капиллярной паре, то это соответствует движению типа «glide + climb». Такое движение объясняется, по-видимому, эффективным взаимодействием уединенных дефектов с доменной границей.

Итак, основной особенностью дефектов являлось то, что они не могли просто исчезнуть во время движения: аннигиляция имела место, либо когда сталкивались два различных дефекта, либо когда дефект приближался к стенке. Это очевидно связано с тем, что выполняется закон сохранения топологического заряда для дефектов в каждой из взаимно ортогональных пар параметрически возбуждаемых волн.

Библиографический список

1. *Ezersky A.B., Rabinovich M.I.* Nonlinear wave competition and anisotropic spectra of spatio-temporal chaos of Faraday ripples // *Europhys.Lett.* 1990. Vol. 13, № 3. P. 243.

2. *Езерский А.Б., Рабинович М.И., Реутов В.П., Старобинец И.М.* Пространственно-временной хаос параметрически возбуждаемой капиллярной ряби // *ЖЭТФ.* 1986. Т. 91, вып.6 (12). С. 2070.

3. *Tufillaro N.B., Ramshankar R., Gollub J.P.* Order-disorder transition in capillary ripples // *Phys.Rev. Lett.* 1989. Vol. 62. P. 422.

4. *Douady S., Fauve S., Thual O.* Oscillatory phase modulation of parametrically forced surface waves // *Europhys. Lett.* 1989. Vol. 10. P. 309.

5. *Rabinovich M.I., Reutov V.P., Rogal'skii A.V.* Large-scale intermittence in parametrically excited capillary wave patterns // *Phys. Lett. A.* 1992. Vol.170. P. 217.

6. *Rabinovich M.I., Reutov V.P., Rogal'skii A.V.* Spatio-temporal chaos and waves field dislocations on a parametrically excited fluid surface // *Phys.Rev. A.* 1990. Vol. 144. P. 259.

7. *Christiansen B., Alrom P., Levinsen M. T.* Ordered capillary-wave states: Quasicrystals, hexagons, and radial waves // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol. 68, № 14. P. 2157.

8. *Edwards W.S., Fauve S.* Parametrically excited quasicrystalline surface waves // *Phys. Rev. E.* 1993. Vol. 47. P. 788.

9. *Perez-Carcia C., Ceriser P., Occelli R.* Propagation in systems far from equilibrium / Eds. J.E.Wesfreid, H.R.Brand, P. Manneville, G. Albient, N.Boccacia. Berlin: Springer-Verlag, 1988. P. 232.

10. *Gaponov-Grekhov A.V., Lomov A.S., Osipov G.V., Rabinovich M.I.* Nonlinear Waves I / Eds. A.V.Gaponov-Grekhov, M.I.Rabinovich, J.Engelbrecht. Berlin: Springer-Verlag, 1989. P. 65.

11. *Borckmans P., De Wit A., Dewel G.* Competition in ramped turing structures // *Physica A.* 1992. 188. P. 137.

12. *Matusov P.A., Tsimring L.Sh.* Nonlinear Waves III / Eds. A.V.Gaponov-Grekhov, M.I.Rabinovich, J.Engelbrecht. Berlin : Springer-Verlag, 1990. P. 98.

Институт прикладной
физики РАН

Поступила в редакцию 17.01.94
после переработки 22.03.94

DOMAIN DYNAMICS IN PARAMETRICALLY EXCITED CAPILLARY RIPPLES

A.B.Ezersky, S.V.Kiyashko, P.A.Matusov, M.I.Rabinovich

Metastable domains, i.e., regions with perfect crystal patterns separated by domain walls – chain of dislocations – are found to exist in parametrically excited capillary ripples. Two typical mechanisms responsible for the transition of ensembles of domains to perfect crystals are revealed: collapse of individual domains when the domain wall is a closed contour of annihilating dislocation and merging of neighbouring domains due to the dislocation climb to the walls of a cell.



Езерский Александр Борисович, к.ф.–м.н., старший научный сотрудник Института прикладной физики РАН. Окончил радиофизический факультет Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского в 1976 г. Область научных интересов – гидродинамические неустойчивости, взаимодействие вихрей с акустическими волнами, формирование структур. Имеет более 60 публикаций.



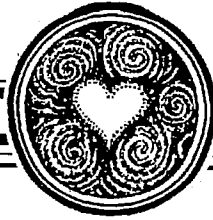
Кияшко Сергей Васильевич – родился в 1942 г., к.ф.–м.н., старший научный сотрудник Института прикладной физики РАН. В 1969 г. окончил радиофизический факультет Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. Область научных интересов – теоретическое и экспериментальное исследование волновых процессов в нелинейных средах. Имеет более 30 публикаций в отечественных и иностранных журналах.



Матусов Петр Александрович, научный сотрудник Института прикладной физики РАН. Окончил радиофизический факультет Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского в 1986 г. Область научных интересов – экспериментальная геофизика и гидродинамика. Участвовал в экспедициях в Атлантическом и Тихом океанах. Имеет публикации в отечественных и иностранных журналах.



Рабинович Михаил Израилевич – 1941 г. рождения, д.ф. – м.н., член-корр. РАН, зав. отделом Института прикладной физики РАН. Область научных интересов – динамическая теория жидкости, проблемы хаоса и структурообразования, нелинейные волны в неравновесных средах. Общее число публикаций – более 200, из них 5 книг, около 10 обзоров, учебные пособия и курсы лекций, статьи в отечественных и иностранных журналах.



ДИНАМИКА ДЕФЕКТОВ В СТРУКТУРЕ ТИПА «МИШЕНЬ» И ФОРМИРОВАНИЕ СПИРАЛЕЙ С ВЫСОКИМ ТОПОЛОГИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ

Л.Н. Корзинов, А.С. Никулин, М.И. Рабинович

В недавних экспериментах на конвекции в газе CO_2 были получены спирали с высоким топологическим зарядом (1÷13). Мы предлагаем модель, описывающую формирование таких спиралей и показываем их устойчивость. Многозарядная спираль является результатом эволюции дефектов на фоне концентрической системы роликов (структура типа «мишень»). Дефекты, в результате взаимодействия друг с другом и с цилиндрической структурой, движутся к центру мишени и формируют многозарядную спираль, топологический заряд которой равен сумме топологических зарядов дефектов. В качестве основной модели рассматривается градиентное уравнение Свифта – Хоенберга с комплексным параметром порядка. Принимая во внимание слабонегативные добавки в этой модели, можно объяснить вращение многозарядной спирали, которое также наблюдается в эксперименте.

Введение

В последнее время наблюдается усиливающийся интерес к исследованию многомерных пространственных структур во многих областях физики. С точки зрения экспериментатора важна возможность визуального наблюдения за поведением системы, что выражается во множестве экспериментов в гидродинамике [1–4]. И хотя полное описание таких экспериментов требует исследования системы уравнений Навье – Стокса, задачи формирования структур и их динамика могут описываться существенно более простыми модельными уравнениями [5]. Одной из наиболее общих моделей, описывающих формирование структур в слабонервновесных средах, является уравнение Свифта – Хоенберга (SH)[6]. Градиентный вариант этого уравнения описывает формирование конвективных структур (таких как ролики, гексагоны, решетки), а также мультистабильные состояния, когда возможно их сосуществование. Мы предлагаем использовать модель SH без каких-либо дополнительных слагаемых для описания формирования структур типа «мишень» и спиралей (часть 1) с произвольным топологическим зарядом (часть 2). Использование именно этой модели оправдано экспериментальными данными [4], из которых следует, что спирали и мишени существуют в тех же областях параметров, где ролики и гексагоны.

Градиентный характер модели SH не позволяет объяснить многие явления в системах, далеких от равновесия. Такими эффектами являются, в частности, вращение спиральных структур (наблюдалось в экспериментах на конвекции в газе CO_2 [4]), вращающиеся кольца пламени [12] и др. Неградиентное обобщение модели SH, позволяющее объяснить эти эксперименты, излагается в части 3.

1. Структуры роликов и фазовые уравнения

Рассмотрим уравнение ШН для комплексного параметра порядка в случае суперкритической бифуркации [6,7]

$$u_t = u - |u|^2 u - (k_0^2 + \Delta)^2 u, \quad (1)$$

которое можно представить в градиентной форме

$$u_t = \frac{\delta V}{\delta u^*}, \quad (2)$$

где

$$V = \int_{\Omega} \left\{ -|u|^2 + \frac{1}{2}|u|^4 + |(k_0^2 + \Delta)u|^2 \right\} dr. \quad (3)$$

Будем интересоваться решением уравнения (1), отвечающим структуре типа «мишень» или, что то же, «цилиндрические ролики»:

$$u = ae^{ivr}. \quad (4)$$

где a – медленная функция координаты и времени. Линейный анализ показывает, что устойчивы будут решения с $v = k_0$ (далее будем предполагать $v = k_0 = 1$). Подставляя решение в форме (4) в уравнение (1) и усредняя по «быстрым» колебаниям e^{ivr} , можно получить уравнение для \dot{a}

$$\dot{a}_t = a - |a|^2 a - [\Delta + i(2\partial/\partial r + 1/r)]^2 a \quad (5)$$

или

$$\dot{a}_t = -\frac{\delta G}{\delta a^*}.$$

$$G = \int_{\Omega} \left\{ -|a|^2 + \frac{1}{2}|a|^4 + |[\Delta + i(2\partial/\partial r + 1/r)]a|^2 \right\} dr.$$

Легко видеть, что для больших r это уравнение переходит в хорошо известное уравнение Ньюэлла – Уайтхеда [6], описывающее структуру из параллельных роликов. В этом же пределе ($r \gg 1$) можно получить выражение для a

$$a = \sqrt{1 - 1/r^2}.$$

Это амплитуда поля для структуры типа мишени, изображенной на рис. 1. Будем интересоваться поведением топологических дефектов на фоне такой структуры (рис. 2), которые описываются уравнением для фазы. Для этого представим a в виде $a = Ae^{i\varphi}$ и получим из (5) уравнение для φ :

$$\begin{aligned} \varphi_t = & -\Delta^2 \varphi + \Delta \varphi (\nabla \varphi)^2 + 2 \nabla \varphi \nabla (\nabla \varphi)^2 + 2 [2 \Delta \varphi \varphi_r + \partial/\partial r (\nabla \varphi)^2 + 2 \nabla \varphi \nabla \varphi_r + \\ & + \frac{1}{r} (\nabla \varphi)^2 - \frac{1}{2r^3}] + 4 [\varphi_{rr} + \frac{1}{r} \varphi_r + \frac{2}{r^3} \varphi_r]. \end{aligned} \quad (6)$$

В уравнении (6) учтено, что $A \approx 1$, исключая области, близкие к центру дефекта и центру мишени [9,10]. Рассмотрим решение (6) в виде топологического дефекта

$$\theta = \text{arctg} \left(\frac{Y - Y_0}{X - X_0} \right).$$

Это решение удовлетворяет (6) вплоть до слагаемых порядка $1/r^2$, что можно

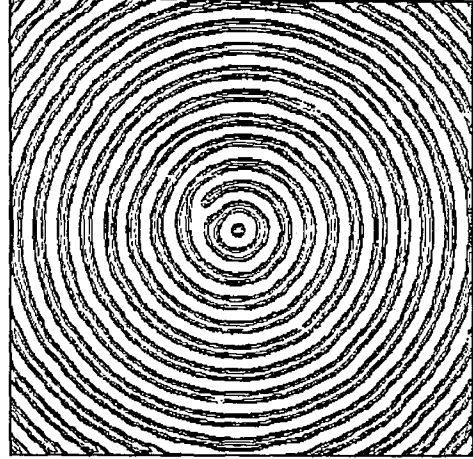
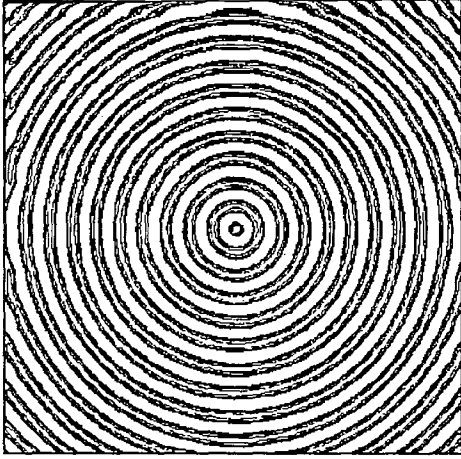


Рис. 1. Структура типа «мишень», $t = 1000$. t – временной интервал интегрирования уравнения (1) в безразмерных единицах

Рис. 2. Топологический дефект на фоне мишени, $t = 150$

считать достаточной точностью, поскольку характерная длина этой системы равна 2π (длина волны роликов), а уравнение (6) примет вид

$$\varphi_t = 4\left[\varphi_{rr} + \frac{1}{r}\varphi_r\right] \quad (7)$$

или

$$\varphi_t = \frac{\delta F}{\delta \varphi}; \quad F = 2 \int_{\Omega} \varphi_r^2 r dr d\theta.$$

Рассмотрим динамику дефекта в рамках уравнения (7). Будем предполагать, что дефект движется медленно и не меняет своей структуры. Это означает, что во времени меняются только координаты центра дефекта. Представим решение типа дефекта в полярных координатах

$$\varphi = S \operatorname{arctg} \left(\frac{r \cos \theta - R \cos \psi}{r \sin \theta - R \sin \psi} \right), \quad (8)$$

где S – топологический заряд, R и ψ – координаты центра дефекта. Используя вариационную форму уравнения (7), получим уравнения для R и ψ

$$\int_{\Omega} (\varphi_R \dot{R} \varphi_{RR} S R + \varphi_{\psi} \dot{\psi} \varphi_{\psi\psi} S \psi) r dr d\theta = - \frac{\partial V}{\partial R} \delta R - \frac{\partial V}{\partial \psi} \delta \psi, \quad (9)$$

где

$$\pi \int_0^{\infty} \frac{R^2 + r^2}{r |r^2 - R^2|} dr = \pi (\ln R + \text{const}).$$

Тогда из (9) следует

$$\begin{cases} m_R \dot{R} = -\frac{\pi}{R} \\ m_{\psi} \dot{\psi} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где m_R и m_{ψ} – положительные константы

$$m_R = \int_{\Omega} \varphi_R^2 r dr d\theta, \quad m_{\psi} = \int_{\Omega} \varphi_{\psi}^2 r dr d\theta.$$

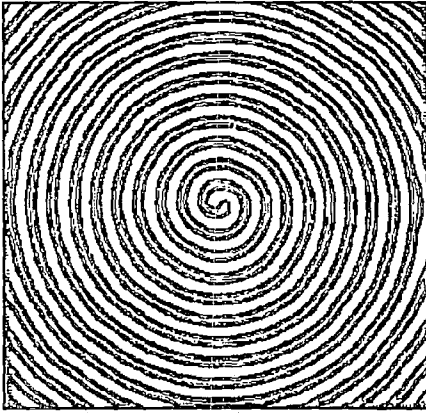


Рис. 3. Спираль с топологическим зарядом, равным 1, $t=1000$

Из уравнений движения (10) видно, что дефект движется поперек роликов к центру мишени независимо от топологического заряда [11]. Когда дефект приходит в устойчивое состояние равновесия ($R = 0$), формируется спираль с топологическим зарядом, равным 1 (рис. 3). Такой механизм формирования спиралей качественно отличается от способа возникновения спиралей в модели Гинзбурга – Ландау, где сначала появляется топологический дефект, являющийся ведущим центром, от которого «раскручивается» спираль.

2. Формирование спиралей с большим топологическим зарядом

Рассмотрим формирование многозарядных спиралей на основе динамики двух взаимодействующих дефектов. Будем интересоваться динамикой дефектов в двух случаях:

- 1) расстояния R_1 и R_2 удовлетворяют условию: $R_1, R_2 \gg |R_1 - R_2|$;
- 2) нет ограничений на R_1, R_2 , но центры дефектов и центр роликов лежат на прямой линии. Второй случай интересен для исследования динамики дефектов с одинаковыми топологическими зарядами, которые отталкиваются друг от друга и, двигаясь к центру мишени, располагаются на одной линии с центром мишени. Дефекты же с противоположными топологическими зарядами притягиваются друг к другу и аннигилируют.

Процедура получения уравнений движения дефектов аналогична описанной в части 1, но решение представляется в виде

$$\varphi = S_1 \arctg\left(\frac{r \cos \theta - R_1 \cos \psi_1}{r \sin \theta - R_1 \sin \psi_1}\right) + S_2 \arctg\left(\frac{r \cos \theta - R_2 \cos \psi_2}{r \sin \theta - R_2 \sin \psi_2}\right), \quad (12)$$

где S_1 и S_2 – топологические заряды. В первом случае мы получаем уравнения

$$m_R \dot{R}_i = -\frac{\partial V}{\partial R_i}, \quad m_{\psi_i} R_i^2 \dot{\psi}_i = -\frac{\partial V}{\partial \psi_i}, \quad i = 1, 2,$$

$$V = \pi \ln(R_1 R_2) + S_1 S_2 (4\pi(\pi - \psi) \cos \frac{\psi}{2} + \frac{\pi R^2}{R_1 R_2 \sin^2(\psi/2)}), \quad (13)$$

где $R = |R_1 - R_2|$ и $\psi = \psi_1 - \psi_2$.

Исследование потенциала V подтверждает предположение, что дефекты движутся к центру и ψ стремится к π для дефектов одинакового знака. Но эти уравнения не справедливы для малых R_1, R_2 поэтому мы должны рассмотреть второй случай.

Для $\psi = \pm \pi$ получаем

$$m_{R_1} \dot{R}_1 + m(R_1 R_2) \dot{R}_2 = - \frac{\partial V}{\partial R_1},$$

$$m_{R_2} \dot{R}_2 + m(R_1 R_2) \dot{R}_1 = - \frac{\partial V}{\partial R_2},$$

$$V = \pi [\ln(R_1 R_2) + S_1 S_2 (-\ln(R_1 + R_2) + \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} \ln \frac{R_1}{R_2} + \ln(R_1 R_2))]. \quad (14)$$

Потенциал V – возрастающая функция от R_1, R_2 при любых S_1, S_2 . Следовательно, дефекты движутся к центру мишени независимо от знаков топологических зарядов. Такое же поведение дефектов наблюдалось и в компьютерном эксперименте.

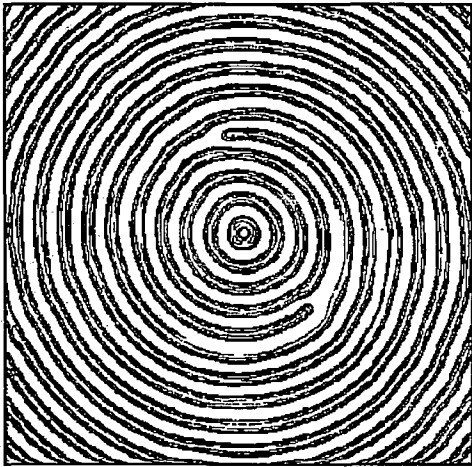


Рис. 4. Два топологических дефекта на фоне мишени, $t=150$

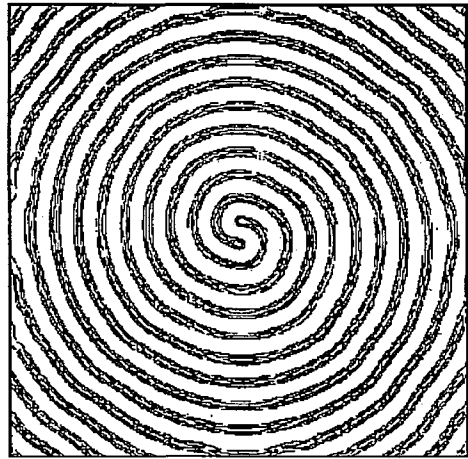


Рис. 5. Спираль с топологическим зарядом, равным 2, $t=1000$

Таким образом, мы показали, что два дефекта формируют двухзарядную спираль (рис. 4, 5). Формирование многозарядных спиралей происходит по тем же законам, что и двухзарядных, поскольку потенциал V квадратичен по ϕ и, следовательно, является суперпозицией двухчастичных взаимодействий (рис. 6). Поскольку спираль является устойчивой структурой, то формирование нескольких спиралей в одном резонаторе также возможно. Картинка, подобная полученной нами в численном эксперименте (рис.7), наблюдалась в эксперименте [3].

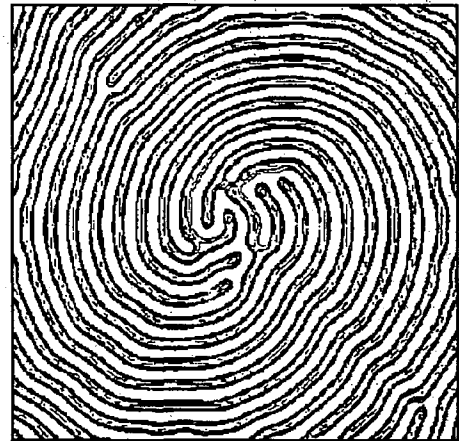


Рис. 6. Спираль с большим топологическим зарядом, $t=1000$

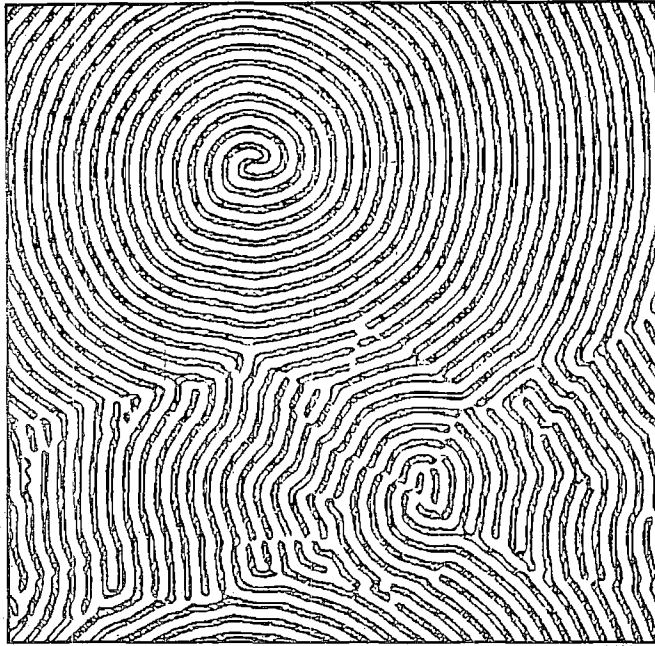


Рис. 7. Несколько спиралей в одном резонаторе, $t=1000$

4. Эффект непотенциальных слагаемых

Рассмотрим влияние малых неградиентных слагаемых на динамику спиралей. Рассмотрим обобщенное уравнение SH:

$$u_t = u - (1 + ib)|u|^2u - (1 + ic)(1 + \Delta)^2u, \quad (18)$$

которое может быть получено, например, из уравнений Максвелла – Блоха, описывающих динамику лазера. Амплитудное уравнение, соответствующее (18), будет иметь вид

$$a_t = a - (1 + ib)|a|^2a - (1 + ic)\left[\Delta + i\left(2\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}\right)\right]^2a. \quad (19)$$

Рассмотрим сначала случай $c = 0$. Будем искать решение в форме

$$\tilde{a} = ae^{i\omega t}, \quad (20)$$

где \tilde{a} есть решение уравнения (5). Предполагая, что δ близка к единице (исключая области, близкие к центрам дефекта и мишени), легко получить, что

$$\omega = -b.$$

Это означает, что спираль вращается со скоростью ω . Такое поведение спиралей было обнаружено в эксперименте [4], а также при численном исследовании уравнения SH с учетом среднего течения. Теперь рассмотрим случай $b=0$, $c \neq 0$. В этом случае появится дополнительное слагаемое в фазовом уравнении

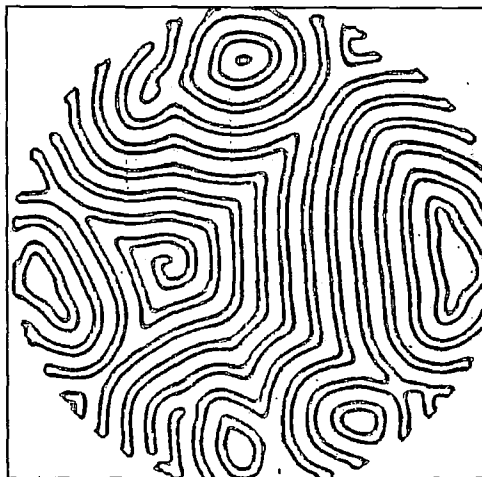
$$\varphi_t = 4(c\varphi_r^2 + \varphi_{rr} + (\varphi_r/r)) \quad (21)$$

и в уравнениях движения

$$m_R \dot{R} = -\pi(1 + \epsilon) \frac{1}{R}; \quad m_\psi R^2 \dot{\psi} = \frac{1}{2} \pi c S, \quad (22)$$

Рис. 8. Образование вращающихся мишеней в рамках модели (18), $b=0, c=0.3, t=200$

где ε – малый параметр, пропорциональный cS . Из (22) видно, что дефекты движутся к центру и, кроме того, вращаются вокруг центра мишени. При увеличении c их угловая скорость возрастает, и при $c \approx 0.3$ дефекты (как частицы, обладающие «массой») за счет «центробежных» сил начинают двигаться не к центру, а от него. В результате формируется структура, состоящая только из мишеней (рис. 8).



Заключение

В результате аналитического и численного исследования динамики дефектов в структуре типа «мишени» нами показано, что для градиентной (и близкой к градиентной) модели дефекты движутся к центру мишени и формируют спираль с высоким топологическим зарядом. Такой механизм формирования многозарядных спиралей достаточно общий, поскольку для исследования выбрана модельная система без каких-либо дополнительных слагаемых. Предлагаемое обобщение модели SH позволяет объяснить вращение спиралей и образование устойчивых мишеней, также наблюдаемое в эксперименте.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект 93-02-15424).

Библиографический список

1. Croquette V., Pocheau A. Wavenumber selection in Rayleigh – Benard convective structures. // Cellular structures in instabilities/ Eds. J.E. Westfreid and S.Zaleski (Lect. Notes in Physics 210) Berlin: Springer-Verlag, 1984. P. 104.
2. Cross M.C., Newell A.C. // Physica 10D. 1984. P. 299.
3. Bodenschatz E., de Bruyn J.R., Ahlers G., Carnell D.S. // Phys. Rev.Lett. 1991. Vol.67. P. 3078.
4. Bodenschatz E., Cannel D.S., Ecke R., Hu Yu-Chou, Lerman Kristina, Ahlers Guenter. Experiments on three systems with nonvariational aspects. Preprint. Dept. of Phys., Univ. of California, Santa Barbara, 1991.
5. Haken H. Advanced synergetics, instability hierarchies of selforganizing systems and devices. New York: Springer, 1983.
6. Gaponov-Grekhov A.V., Lomov A.S., Osipov G.V., Rabinovich M.I. Pattern formation and dynamics of two-dimensional structures in nonequilibrium dissipative media // Nonlinear waves / Eds. A.V.Gaponov-Grekhov, M.I.Rabinovich and J.Engelbrecht. Berlin: Springer-Verlag, 1989. P. 65.
7. Aranson I.S., Gorshkov K.A., Lomov A.S., Rabinovich M.I. // Physica 43D. 1990. P. 435.
8. Aranson I.S., Beilin K.E. // Physics Letters A. 1990. Vol. 148. P. 171.
9. Sigga E., Zippelius A. // Phys. Rev. A. 1981. Vol. 24. P. 1036.
10. Pesch W., Kramer L. // Physica 32D. 1988. P. 135.

11. *Croquette V.* // *Contemp. Phys.* 1989. Vol. 30. P.153.

12. *Gorman M., Hamill C.F., el-Hamdi M., Robbins K.A.* Rotating and modulated rotating states of sellular flames. Preprint. Dept. of Phys., Univ. of Houston, 1993.

НИИ прикладной математики
и кибернетики
Институт прикладной физики РАН

Поступила в редакцию 29.04.94
после переработки 31.05.94

DYNAMICS OF DEFECTS IN TARGET PATTERN AND ORIGIN OF SPIRALS WITH A HIGH TOPOLOGICAL CHARGE

L.N. Korzinov, A.S. Nikulin, M.I. Rabinovich

Recently, Ahlers and his group demonstrated remarkable experiments on the convection of gaseous CO_2 in a large aspect ratio cylindrical cell. They discovered formation of stable multiarmed spirals (with the topological charge from 1 to 13). In this work it is shown that the multiarmed spiral is a result of the evolution of defects against the background of a cylindrical target. As a result of the interaction of the defects with the cylindrical structure and with each other the defects come to the target center and a stable multiarmed spiral is formed. The topological charge of this spiral depends on the initial number of defects of different signs. Analysis of the pattern evolution in the framework of the Swift – Hohenberg (SH) equation confirms this scenario of spiral formation. Taking into account small nonpotential terms in the frame of complex SH model it is possible to describe rotation of multiarmed spirals.



Корзинов Лев Николаевич закончил Нижегородский государственный университет в 1992 году. В настоящее время работает в Институте прикладной физики РАН младшим научным сотрудником. Область научных интересов – нелинейная динамика распределенных систем, пространственно-временной хаос. Имеет 7 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.



Никулин Андрей Сергеевич (1972 – 1994) – с 1989 по 1994 г. учился в Нижегородском государственном университете на факультете высшей школы общей и прикладной физики. В 1994 г. получил президентскую стипендию. С 1992 по 1994 г. работал в отделе нелинейной динамики в ИПФ РАН. Имел 2 публикации в зарубежных изданиях.



ХАОТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ПРОСТОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ СХЕМЫ (лабораторная работа)

М.В.Баженов, М.И.Рабинович, С.В.Кияшко

Дается описание лабораторной работы по исследованию сложных хаотических режимов в схеме простого генератора шума. Работа включает в себя подробное введение в исследуемый вопрос, качественный анализ генератора шума и описание стандартной процедуры обработки эксперимента на ЭВМ. Предлагаемый материал предназначен прежде всего для студентов, изучающих хаотическую динамику, однако, последние разделы, посвященные анализу временных последовательностей на ЭВМ и описанию предназначенного для этих целей комплекса «Chaos», могут быть интересны специалистам в указанной области.

1. Введение. Рождение случайного в неслучайных системах

Из обыденной жизни и из традиционного обучения мы вынесли очевидное представление о том, что сложное, нерегулярное, запутанное поведение возможно только в очень сложных системах. Примером может служить неупорядоченное движение огромного множества молекул в баллоне с газом или поведение толпы разъяренных болельщиков при внезапной отмене футбольного матча. Именно в сложных системах мы обычно не умеем находить однозначной связи между причиной и следствием, то есть не в состоянии предсказать их детальное поведение и рассматриваем его как случайное. Правда, всегда оставалась надежда, что в принципе такая случайность и непредсказуемость могут быть устранены, если мы будем располагать более полным знанием. Долгое время считали, что если уточнить детали взаимодействия всех элементов сложной системы, собрать более подробную информацию об их начальных состояниях, то можно предсказать ее поведение в сколь угодно отдаленном будущем, и «случайности будет все меньше». Это не что иное, как знаменитый «лапласовский детерминизм» – одна из самых старых догм естествознания.

В последние десятилетия математиками и физиками было сделано замечательное открытие. Оказалось, что очень простые системы – системы, развивающиеся или живущие по очень простым правилам и имеющие малое число составных элементов, то есть степеней свободы, – могут порождать случайное поведение. Эта случайность есть свойство самой системы, а не навязано ей окружающей средой или неучтенными силами. От нее нельзя избавиться, изучая системы более детально. Такую случайность (порождаемую простой регулярной системой) назвали динамическим хаосом. Подчеркнем сразу, что основная трудность, которую нам предстоит преодолеть, знакомясь с явлением динамического хаоса, – психологическая. Мы привыкли, что простая система

(качели, шарик на пружине и т.п.) ведет себя очень просто. Зная правила поведения простой системы и начальные условия, мы можем предсказать, как поведет она себя в сколь угодно отдаленное время. Например, воспользовавшись законами Ньютона, мы можем перечислить все будущие затмения Солнца не только на ближайшие несколько сотен, но и несколько тысяч лет! Чтобы это сделать, понадобится относительно немного времени, т.е. это действительно прогнозирование, или «предвычисление». Откуда же в подобной простой системе, живущей по простым правилам, может взяться непредсказуемость, нерегулярность, случайность? Чтобы разобраться, начнем с совсем простого примера.

Пожалуй, одни из таких самых простых систем, с которыми мы знакомимся еще в школе, это числовые последовательности: арифметическая $x_{n+1} = x_n + a$ и геометрическая $x_{n+1} = bx_n$ (здесь под x можно понимать, например, численность некоторого биологического вида в n (или $n+1$) году, a и b – постоянные, характеризующие скорость увеличения этого вида). Последовательности мы тоже будем называть системами. Поведение этих систем действительно очень просто. Об этом можно судить хотя бы потому, что их состояния полностью предсказуемы в сколь угодно отдаленный момент времени, то есть при сколь угодно большом n – $x_{n+1} = x_1 + na$, либо $x_{n+1} = b^n x_1$. Таким образом, чтобы узнать состояние этих систем при $n \rightarrow \infty$, не нужно следить за промежуточными этапами их «жизни», достаточно вычислить x_{n+1} . Всегда ли так?

Рассмотрим почти столь же простую последовательность, задаваемую правилом $x_{n+1} = \{2x_n\}$, где знак $\{...\}$ означает дробную часть числа (целая часть отбрасывается). Очевидно, что все x_n – это точки на отрезке числовой оси от 0 до 1. Возьмем в качестве x_1 , к примеру, число $1/5$. Тогда $x_2 = 2/5$, $x_3 = 4/5$, $x_4 = 3/5$, $x_5 = 1/5 = x_1$. Действительно, все просто: наблюдаем чисто регулярное движение и при $x_1 = 1/5$ можем предсказать состояние нашей системы (последовательности) в сколь угодно отдаленном времени (при больших n). Теперь в качестве начального рассмотрим число π , точнее, его дробную часть: $x_1 = (\pi - 3)$. Предоставим читателю с помощью карманного калькулятора самому убедиться в том, что цепочка x_2, x_3, \dots, x_n никогда не замкнется, а последовательность чисел будет похожа на случайную. Прогнозировать, или предвычислить состояние системы, даже на несколько шагов вперед мы уже не сможем. Чтобы узнать x_{n+1} , мы должны досчитать («дожить» вместе с системой) до $(n+1)$ -го шага (года), поэтому время вычисления оказывается равным времени предсказания. Это и есть непредсказуемость (хаотичность), характерная для настоящей случайной

последовательности. Так будет с любым x_1 , если это иррациональное число. В интервале $0 \div 1$ таких чисел огромное множество.

Движение нашей простой системы можно изобразить графически (рис. 1). На осях отложены соответственно значения x_{n+1} и x_n . Отрезки прямых $x_{n+1} = 2x_n$ и $x_{n+1} = -1 + 2x_n$, лежащие внутри единичного квадрата, есть графические выражения простой операции – начальный отрезок растягивается вдвое, и остается только дробная часть. Биссектриса на рисунке нужна для удобства – отразив от нее траекторию, можно конечный результат предыдущего шага вычислений превратить в

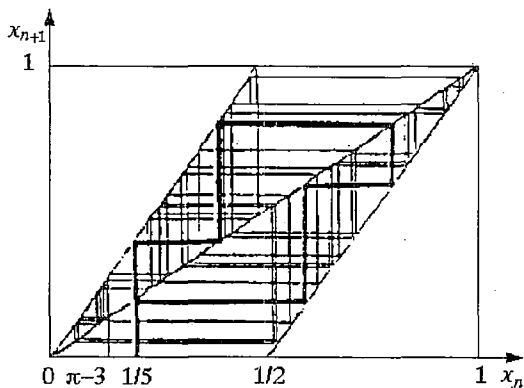


Рис. 1. Построенные на персональной ЭВМ периодическая (жирная линия) и случайная (тонкая линия) траектории в виде последовательности шагов (ступенек) в простой системе $x_{n+1} = \{2x_n\}$

начальное значение следующего шага. Периодическим движениям системы отвечают замкнутые траектории (жирные), никогда не замыкающиеся траектории (тонкие) есть образ сложного хаотического движения.

Так наша простая система, живущая по вполне определенным правилам (детерминированная система), действительно рождает хаос.

Точки x_n, x_{n+1}, \dots случайным образом блуждают на отрезке $0 \div 1$. Однако в этом хаосе есть свой порядок. Чтобы представить себе это более наглядно, перейдем от последовательности действительных чисел к последовательности комплексных ($x = \text{Re}x + i\text{Im}x$), порождаемых, к примеру, системой $x_{n+1} = x_n^3 + c$ (здесь $\text{Re}x$ — действительная часть комплексного числа x , Im — его мнимая часть, а c — постоянное комплексное число).

В этом случае множество точек будет лежать уже не на отрезке, а на плоскости $\text{Re}x_n, \text{Im}x_n$. При $n \sim 10^6$ оно выглядит, как на рис. 2. Каждая из последовательностей точек $\text{Re}x_1, \text{Re}x_2, \dots, \text{Re}x_n, \dots$ и $\text{Im}x_1, \text{Im}x_2, \dots, \text{Im}x_n, \dots$ — случайна. Но само множество трудно назвать совершенно случайным — оно мало напоминает, например, случайный рисунок из песчинок от брошенной наугад горсти песка. Удивительная красота этого рисунка как раз и есть следствие того, что случайная последовательность в данном случае порождена детерминированной системой — в ней есть порядок, т.е. оказывается, что динамический хаос «организован». Сейчас мы должны ответить на естественный вопрос: поскольку среди множества последовательностей, большинство из которых случайны, есть и периодические, может только они и реализуются в действительности?

Нет. Они неустойчивы — при сколь угодно малой неточности задания x_1 мы будем иметь уже совсем другую последовательность (см. рис.1). Здесь проявляется еще одна принципиальная сторона динамического хаоса — очень сильная чувствительность к изменению начальных условий. Таким образом, несмотря на то, что периодических последовательностей много, даже бесконечно много (но непериодических все равно много больше), наблюдать их практически невозможно. Однако и непериодические траектории неустойчивы, почему же они наблюдаются (реализуются)? Дело в том, что их почти непрерывное множество, и они в некотором смысле неразличимы. Действительно, пусть из-за малого возмущения (и неточности задания x) мы получили «не ту» последовательность, но и та, которая получилась, тоже принадлежит тому же множеству неустойчивых траекторий. То есть какая-то из них всегда наблюдается. Таким образом, мы приходим к замечательному выводу: хотя каждая индивидуальная траектория нашего множества, которое мы будем называть стохастическим, из-за неустойчивости ненаблюдаема или нереализуема, само это множество устойчиво и какая-нибудь из его траекторий наблюдается!

Почему же случайно поведение неслучайных систем не видели раньше? Может быть, то, о чем мы говорили, относится только к «искусственным» примерам, а в жизни совсем не так? И реальные системы «с хаосом» описываются другими уравнениями? Например, уравнения Ньютона, может быть, гарантируют только регулярное поведение механических систем?

Рассмотрим очень простой пример — движение качелей. Конечно, оно

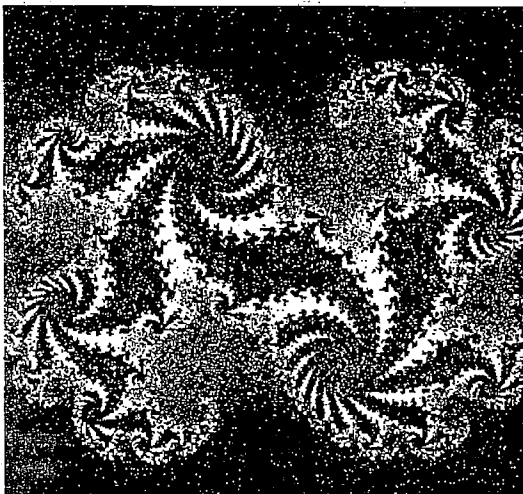


Рис. 2. Фрактальное множество, порожденное простой системой $x_{n+1} = x_n^3 + c$, но уже не действительных, а комплексных чисел ($c = 0.32 + i0.43$)

удовлетворяет обычным уравнениям механики, с которыми мы познакомились еще в школе. Но похоже, пример неудачный: как мы знаем, движение качелей периодическое, а если быть более точными, то их период определяется желанием катающегося, который, вставая и приседая, меняет эффективную длину качелей и тем самым их раскачивает или (вставая не в фазе) тормозит. Лишим катающегося свободы выбора. Пусть это будет механический человечек, который приседает и встает строго периодически! Что же будет происходить? Качели начнут колебаться совершенно нерегулярно, без всяких случайных воздействий! Приседая строго периодически, «механический человек» будет не в фазе «удлинять» или «укорачивать» качели и, следовательно, добавлять или забирать у качелей (маятника) энергию. Наблюдаемая нами случайность определяется тем, что качели при разных углах отклонения двигаются с существенно разной скоростью, например, вблизи положения «вверх ногами» они, вообще говоря, останавливаются или сильно замедляются. Итак, и реальная механическая система, подчиняющаяся ньютоновским законам, ведет себя хаотически, т.е. генерирует случайность! По поводу же вопроса «Почему не видели это раньше?», пожалуй, правильно будет сказать: «Видели, но не осознавали». Традиционные представления не позволяли всерьез принимать отдельные (не укладывающиеся в рамки существовавших теорий) эксперименты по наблюдению хаоса в простых системах. Так или иначе, они объяснялись спасительным «не поддающимся учету» влиянием шума или собственными флуктуациями.

Перейдем теперь к более строгому описанию динамических систем, демонстрирующих хаотическое поведение во времени (отображения можно рассматривать как динамическую систему с дискретным временем). Как уже отмечалось, фазовое пространство таких систем содержит стохастическое множество – замкнутое притягивающее множество траекторий, на котором все принадлежащие ему траектории неустойчивы. Такое множество называют странным аттрактором. Снова вернемся к отображению

$$x_{n+1} = \{2x_n\} \quad (1)$$

и рассмотрим на его примере некоторые характерные свойства странных аттракторов.

Если координата x_1 – число рациональное, то, начиная с некоторого символа (например, n -го), последовательность нулей и единиц будет повторяться: это n -кратная периодическая точка отображения. Нетрудно проверить, что множество периодических точек у нашего отображения является плотным и бесконечным, и что точки этого множества все неустойчивы. Здесь открывается свойство, типичное для всяких странных аттракторов: внутри ограниченной области, откуда траектории не выходят, имеется счетное множество неустойчивых циклов, «перебрасывающих изображающую точку от одного к другому».

Убедиться, что растягивающее отображение отрезка в себя имеет счетное множество неустойчивых, периодических точек, проще всего, построив последовательные итерации этого отображения: при двукратном применении этого отображения неподвижных точек будет уже четыре, при трехкратном – 2^3 и т.д. По этому поводу имеются математические теоремы, из которых, в частности, следует, что если непрерывное (в том числе и не гладкое) растягивающее отображение отрезка в себя имеет цикл периода три, то оно имеет цикл с любым периодом [1]. Известно [2], что задаваемые последовательности нулей и единиц будут периодическими лишь для множества рациональных чисел, а для почти всех иррациональных, т.е. большинства точек отрезка $(0,1)$, эта последовательность будет случайной в том же смысле, что и последовательность выпадения «орла» или «решки» в классическом вероятностном эксперименте с подбрасыванием монеты.

Таким образом, движения динамической системы, описываемые отображением типа приведенного на рис. 1, действительно сводятся к случайной последовательности, то есть являются стохастическими. Стохастические характеристики такого отображения находятся совсем просто. Непосредственно из

формулы отображения $x_{n+1} = F(x_n)$ следует, что после однократного отображения начальная плотность вероятности, заданная на отрезке $\rho_j(x)$, преобразуется в плотность

$$\rho_{j+1}(F(x)) = \sum P_j(x) |dF(x)/dx|^{-1}, \tag{2}$$

где суммирование проводится по всем ветвям функции $F(x)$. Смысл этой связи таков: начальное распределение становится в dF/dx раз менее плотным (отображение растягивающее), но в одни и те же интервалы dx отрезка попадают после преобразования точки из нескольких участков исходного отрезка (отсутствие взаимной однозначности). Отображения этого типа имеют инвариантное распределение вероятности $P(x)$, которое, очевидно, может быть найдено из условия $\rho_{j+1} = \rho_j = P$, то есть $P(x)$ должно удовлетворять уравнению

$$P(F(x)) = \sum p(x) |dF(x)/dx|^{-1}. \tag{3}$$

Для кусочно-линейных отображений вида $x_{n+1} = \{2x_n\}$, как можно убедиться прямой подстановкой, $P(x) = \text{const}$. Полагая (из условия нормировки полной вероятности на 1) $P=1$, находим для отображения среднее $\langle x \rangle = \int_0^1 x dx = 1/2$, дисперсию $D = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = 1/12$ и корреляционную функцию [3]

$$K(j) = D^{-1} \langle [(x_i - \langle x \rangle)(x_{i+j} - \langle x \rangle)] \rangle = 12 \int_0^1 (x - 1/2)(\{2^j\} - 1/2) dx = \exp[-j \ln 2].$$

Видно, что в нашем случае корреляции со временем спадают экспоненциально. Показатель экспоненты, то есть показатель Ляпунова, характеризующий скорость спадания корреляций (одновременно и скорость разбегания траекторий), – это энтропия Колмогорова – Синяя. В данном случае энтропия $h = \ln 2$.

2. Генератор шума. Качественное описание и эксперимент

Исследование стохастичности конкретных динамических систем методами теории колебаний предполагает: выяснение структуры стохастического множества, понимание механизмов возникновения хаоса, нахождение критериев его существования и, наконец, приближенное (на основании выделения тех или иных малых параметров) описание поведения системы в стохастической области. Реализация этой программы возможна лишь для сравнительно простых систем с трехмерным фазовым пространством, допускающих описание с помощью двумерных, а приближенно – и одномерных отображений Пуанкаре. Рассмотрим в качестве примера работу простого радиотехнического генератора стохастических колебаний.

Что такое периодические автоколебания, мы хорошо знаем. Стохастические автоколебания – это неупорядоченные, случайные движения неконсервативных динамических систем, совершающиеся под действием неслучайных источников энергии. Математическим образом стохастических автоколебаний в фазовом пространстве является странный аттрактор, о котором мы говорили в начале. Добавим здесь, что термин «странный», придуманный математиками Рюэлем и Такенсом в связи со сложной – фрактальной – структурой аттрактора [4], сейчас ассоциируется просто со сложным неупорядоченным поведением неустойчивых траекторий на аттракторе.

Схема генератора шума, о котором мы сейчас будем вести речь, изображена на рис. 3. От привычного нам генератора Ван-дер-Поля с контуром в цепи сетки она отличается лишь туннельным диодом, включенным последовательно с индуктивностью. Работа схемы описывается следующими уравнениями [5]:

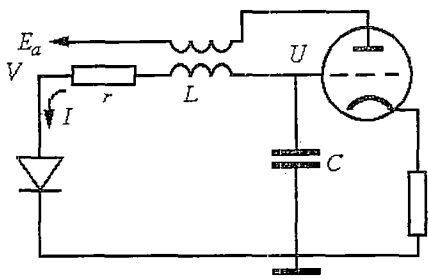


Рис. 3. Схема простого генератора шума. Параметры контура: $C = 1.5$ мкФ, $L = 5.7$ мГн; безразмерные параметры схемы: $g = 2.4$, $\epsilon \cong 4.8 \times 10^{-5}$; минимальные потери определяются сопротивлением $r_0 \cong 8.2$ Ом

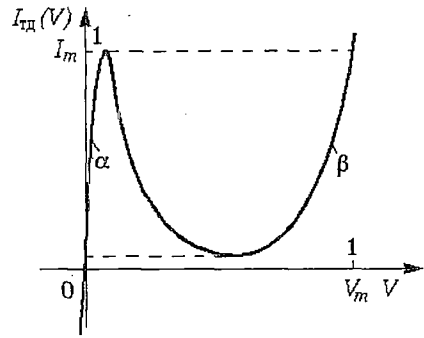


Рис. 4. Вольт-амперная характеристика туннельного диода, используемого в схеме простого генератора шума

$$\begin{aligned} LCdI/dt &= (MS - rC)I + C(U - V), \\ CdU/dt &= -I, \quad C_1 dV/dt = I - I_{тд}(V), \end{aligned} \quad (4)$$

здесь C_1 – емкость туннельного диода, M – взаимная индуктивность, S – крутизна характеристики лампы. При рассмотрении работы схемы характеристику лампы будем считать линейной. Это оправдано тем, что в интересующем нас режиме колебания ограничиваются нелинейной характеристикой туннельного диода $I_{тд}(V)$ (рис. 4) на таком уровне, когда нелинейность лампы не сказывается.

Качественно работу генератора можно описать следующим образом. Пока ток I и напряжение V малы, туннельный диод не оказывает существенного влияния на колебания в контуре, и они нарастают. При этом через туннельный диод течет ток I , а напряжение на нем определяется участком α характеристики $I_{тд}(V)$. Когда же ток I достигает значения I_m , происходит почти мгновенное переключение туннельного диода (быстрота переключения связана с малостью емкости C_1) – скачком устанавливается напряжение V_m . Затем ток через туннельный диод уменьшается и происходит его обратное переключение – с участка β на α . В результате двух переключений туннельный диод почти полностью поглощает поступившую в контур энергию, и колебания начинают снова нарастать.

Таким образом, генерируемый сигнал $U(t)$ представляет собой последовательность пиков нарастающих колебаний; конец каждого пика сопровождается импульсом напряжения $V(t)$. Из приведенного описания, конечно, не ясно, будет ли установившийся режим периодическим или стохастическим. Разобраться в этом можно, исследуя уравнения; это мы сделаем ниже, а сейчас приведем результаты эксперимента [5].

Схема рис. 3 в данной работе реализована на половине триода 6Н1П и на четырех параллельно соединенных туннельных диодах ЗИ306Г. Инкремент нарастания колебаний в контуре удобно было изменять, варьируя сопротивление r . Минимально достижимые потери в контуре определялись сопротивлением самих элементов схемы $r_0 \approx 8.2$ Ом. При $R = r - r_0 \approx 14.5$ Ом в контуре возбуждались чисто периодические колебания, которые ограничивались нелинейностью лампы на столь низком уровне, что диоды не переключались ($I < I_m$). При $R \approx 13.5$ Ом амплитуда колебаний достигала порогового значения, и сигнал $U(t)$ представлял собой длинные пачки колебаний, изредка прерываемые переключениями диодов. И только при $R < 11$ Ом нелинейность триода не сказывалась – генерировался сигнал в виде пиков, внутри каждого из них колебания экспоненциально нарастали, а переход от одного пика к другому сопровождался импульсом напряжения на туннельном диоде $V(t)$. Ни при одном значении $R < 11$ Ом не удалось обнаружить

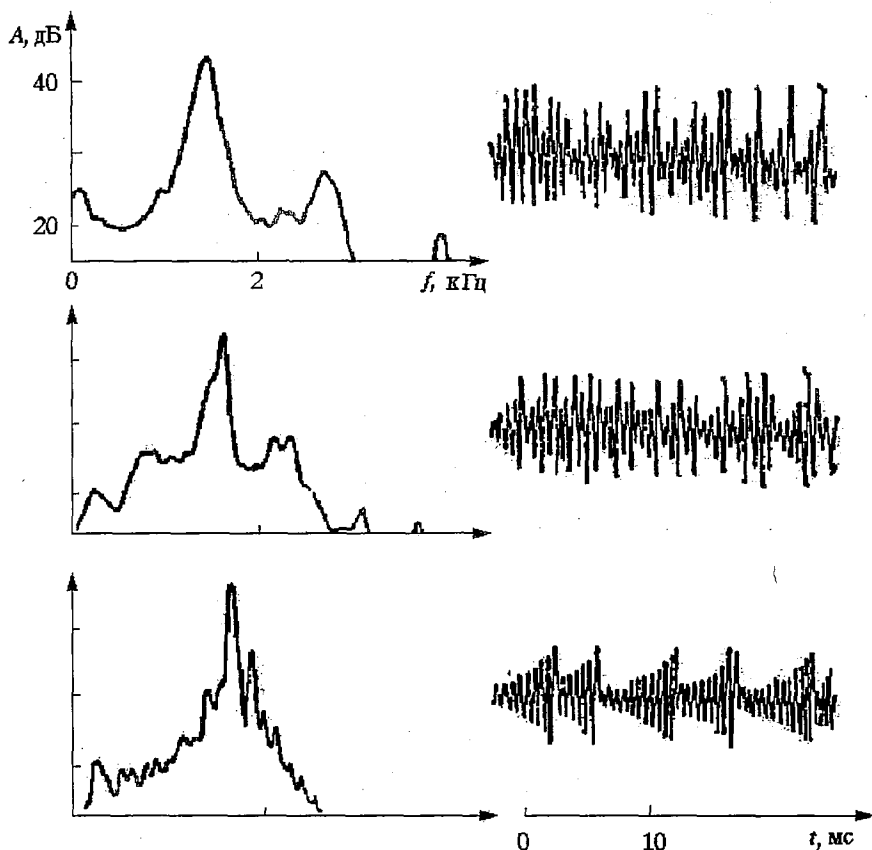


Рис. 5. Спектры и осциллограммы выходного сигнала автогенератора шума при различных значениях $R < 11$ Ом (верхнему рисунку соответствует наименьшее R)

периодический режим – генерировался случайный сигнал со сплошным спектром. Из представленных на рис. 5 спектров и осциллограмм видно, как с уменьшением R растет инкремент колебаний h и уменьшается средняя длительность цуга – при этом в спектре сглаживаются пики на частотах повторения цугов. Большая часть энергии содержится в главном максимуме, соответствующем частоте колебаний контура.

При исследовании уравнений (4) перейдем к безразмерным переменным $x = III_m$, $z = V/V_m$, $y = U\sqrt{C}/(I_m\sqrt{L})$, $\tau = r\sqrt{LC}$. В результате получим

$$\dot{x} = 2hx + y - gz, \quad \dot{y} = -x, \quad \mu\dot{z} = x - f(z), \quad (5)$$

$\mu \ll 1$. Здесь $h = 0.5(MC - rC)\sqrt{LC}$ – инкремент нарастания колебаний в контуре в отсутствие диода, $g = V_m\sqrt{C}/(I_m\sqrt{L})$ – параметр, определяющий степень влияния туннельного диода на процессы в контуре; $\mu = gC_1/C$ – малый параметр, пропорциональный емкости туннельного диода, $f(z) = I_{тд}(V_m z)/I_m$ – нормированная характеристика диода (см. рис. 4).

Система (5) имеет малый параметр μ при производной, поэтому все движения в фазовом пространстве (рис. 6) можно разделить на быстрые – переключения диода (прямые $x = \text{const}$,

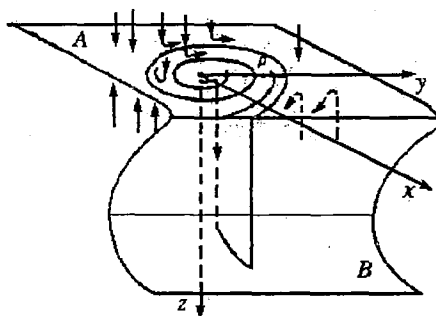


Рис. 6. Фазовое пространство системы, описываемой уравнениями (5)

$y = \text{const}$) – и медленные, при которых напряжение на диоде следит за током (соответствующие траектории лежат на поверхностях A ($x=0$) и B ($x=f(z)$, $f'(z) > 0$), соответствующих участкам α и β характеристики диода).

Система имеет одно неустойчивое (при $2h > g/f'(0)$) состояние равновесия $x=y=z=0$ типа «седло». Траектории, лежащие на поверхности A , раскручиваются вокруг неустойчивого фокуса и в конце концов достигают края поверхности B . Здесь происходит срыв изображающей точки по линии быстрых движений на поверхность B . Пройдя по B , изображающая точка срывается обратно на поверхность A и попадает в окрестность состояния равновесия – начинается новый цикл нарастающих колебаний. Построенная картина движения и соответствует реализациям, представленным на осциллограммах рис. 5.

3. Стохастический аттрактор в модели простого генератора шума

Рассматриваемый нами генератор шума при $\mu = 0$, как показано ниже, также описывается невязимно однозначным отображением отрезка в себя. Оно сложнее, чем, например, отображение рис. 1. Поэтому аналитически найти инвариантное распределение вероятностей, решая уравнения (5), для такого генератора не удастся. Однако, провести качественное исследование с помощью отображения отрезка в себя совсем несложно.

Итак, построим точечное отображение, соответствующее уравнениям (5) при $\mu \rightarrow 0$. Рассмотрим преобразование точек полуплоскости $x=0$, $y>0$ в себя (см.рис. 6). При $\mu \rightarrow 0$ эта полуплоскость пересекается только траекториями, лежащими на поверхности медленных движений, поэтому отображение получается одномерным – это отображение полупрямой $y>0$, $x=z=0$ в себя: $y_{j+1} = F(y_j)$. В случае произвольной нелинейности «переключательного» элемента (например, туннельного диода) это отображение аналитически описать не удастся, поэтому воспользуемся кусочно–линейной аппроксимацией

$$f(z) = \begin{cases} \alpha^{-1}z, & z < \alpha, \\ (1-\alpha-z)/(1-2\alpha), & \alpha < z < (1-\alpha), \\ (z-1+\alpha)/\alpha, & (1-\alpha) < z. \end{cases} \quad (6)$$

В этом приближении A и B – полуплоскости, уравнения медленных движений на которых имеют вид (ср. с (5))

$$\dot{x} = 2vx + y, \quad \dot{y} = -x \text{ на плоскости } A, \quad (7a)$$

$$\dot{x} = 2vx + y - b, \quad \dot{y} = -x \text{ на плоскости } B. \quad (7б)$$

Здесь $v = h - \alpha g/2$, $b = g/(1-\alpha)$. Эти уравнения линейны, поэтому с их помощью легко получить явный вид отображения, сшивая участки траектории, лежащие на плоскостях A и B .

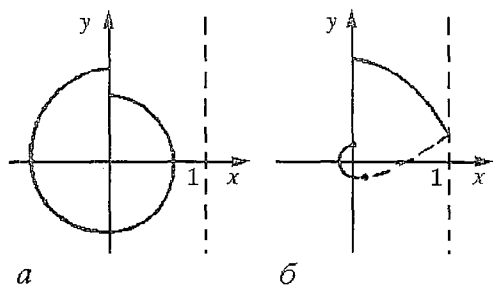


Рис. 7. Построение отображения Пуанкаре для системы уравнений (7): а – траектория располагается на одной поверхности медленных движений; б – траектория срывается на вторую поверхность медленных движений и возвращается обратно

Отображение будет состоять из двух частей: функция $F_1(y_j)$ описывает ту часть отображения, которая дается траекториями, не заходящими в полуплоскость B (рис. 7, а), а функция $F_2(y_j)$ – часть, задаваемую траекториями, располагающимися на обеих плоскостях (рис. 7, б). Из уравнений (7а) сразу получаем

$$y_{j+1} = F_1(y_j) = \exp(2\pi v)y_j \equiv ky_j. \quad (8)$$

Функция $F_2(y_j)$ так просто из уравнений

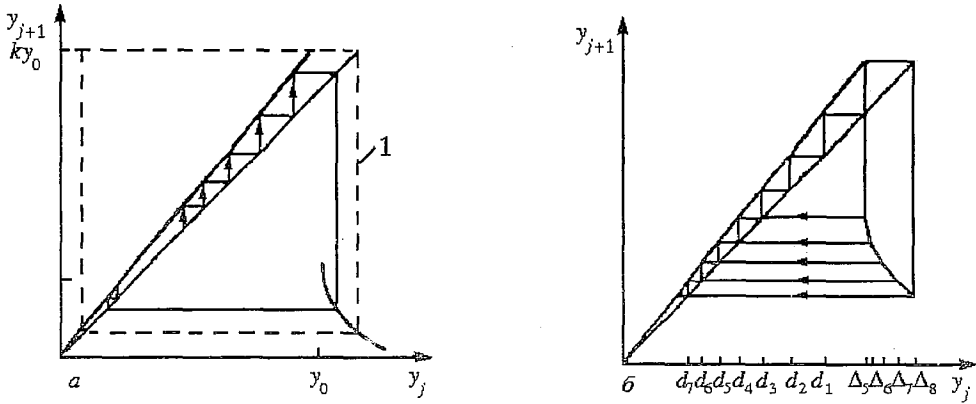


Рис. 8. Отображение Пуанкаре для системы, описываемой уравнениями (5) при $\mu=0$; 1 – граница аттрактора (а); кусочно-линейная аппроксимация отображения (диаграмма Ламерея) (б)

(7б) не выражается. Поэтому мы аппроксимируем ее формулой, качественно правильно описывающей поведение траектории в режиме стохастических колебаний

$$y_{j+1} = F_2(y_j) = y_0 - (y_j - y_0)^{1/2}. \quad (9)$$

Итак, при значениях $y_j < y_0$ используется ветвь (8) отображения; при $y_j > y_0$ – ветвь (9). Степень $1/2$ в (9) отражает то обстоятельство, что траектории подходят к линии срыва $x=1$ почти по касательной. Константа y_0 описывает сдвиг траекторий при движении на плоскости B . Объединяя (8) и (9), получим отображение $y_{j+1} = F(y_j)$, представленное на рис. 8. Это отображение имеет притягивающую область – аттрактор: $y_0 - (ky_0 - y_0)^{1/2} < y < ky_0$. Если $0 < k - 1 < (4y_0)^{-1}$, то отображение внутри аттрактора растягивающее, то есть $[dy_{j+1}/dy_j] > 1$.

Таким образом, в той области параметров, в которой система (5) при $\mu \rightarrow 0$ описывается отображением (8), (9), в ее фазовом пространстве имеется стохастический аттрактор, на котором существует инвариантное распределение вероятностей, а движение обладает свойством перемешивания.

Для доказательства стохастичности необходимо убедиться, что все движения внутри аттрактора неустойчивы. Это заведомо выполняется, если отображение растягивающее, то есть $|dy_{j+1}/dy_j| > 1$. Однако это условие является несколько завышенным: достаточно, чтобы движения были неустойчивы не на каждой итерации, а в среднем, то есть за много итераций.

В заключение кратко остановимся на сценарии перехода к хаосу в описанной выше модели простого генератора шума. Как показывают численные и натурные эксперименты, указанный переход, как правило, реализуется путем последовательных бифуркаций удвоения периода. В этом случае, в начальном состоянии система совершает основное периодическое движение. Затем, по мере изменения одного из параметров эксперимента – назовем его λ – происходит бифуркация или изменение движения на периодическое с периодом, в два раза превышающим период исходных колебаний. С дальнейшим изменением λ в системе возникает последовательность бифуркаций, при каждой из которых период удваивается. Замечательное свойство этого процесса в том, что критические значения λ , при которых происходят последовательные удвоения периода, подчиняются при $n \rightarrow \infty$ следующему автомодельному соотношению:

$$\frac{\lambda_n - \lambda_{n-1}}{\lambda_{n+1} - \lambda_n} \rightarrow \delta = 4.6692016,$$

здесь δ – число Фейгенбаума. На практике отношение сходится к δ уже при третьей или четвертой бифуркации.

Процесс удвоения периода имеет точку сгущения вблизи некоторого критического значения параметра, после которого движение становится

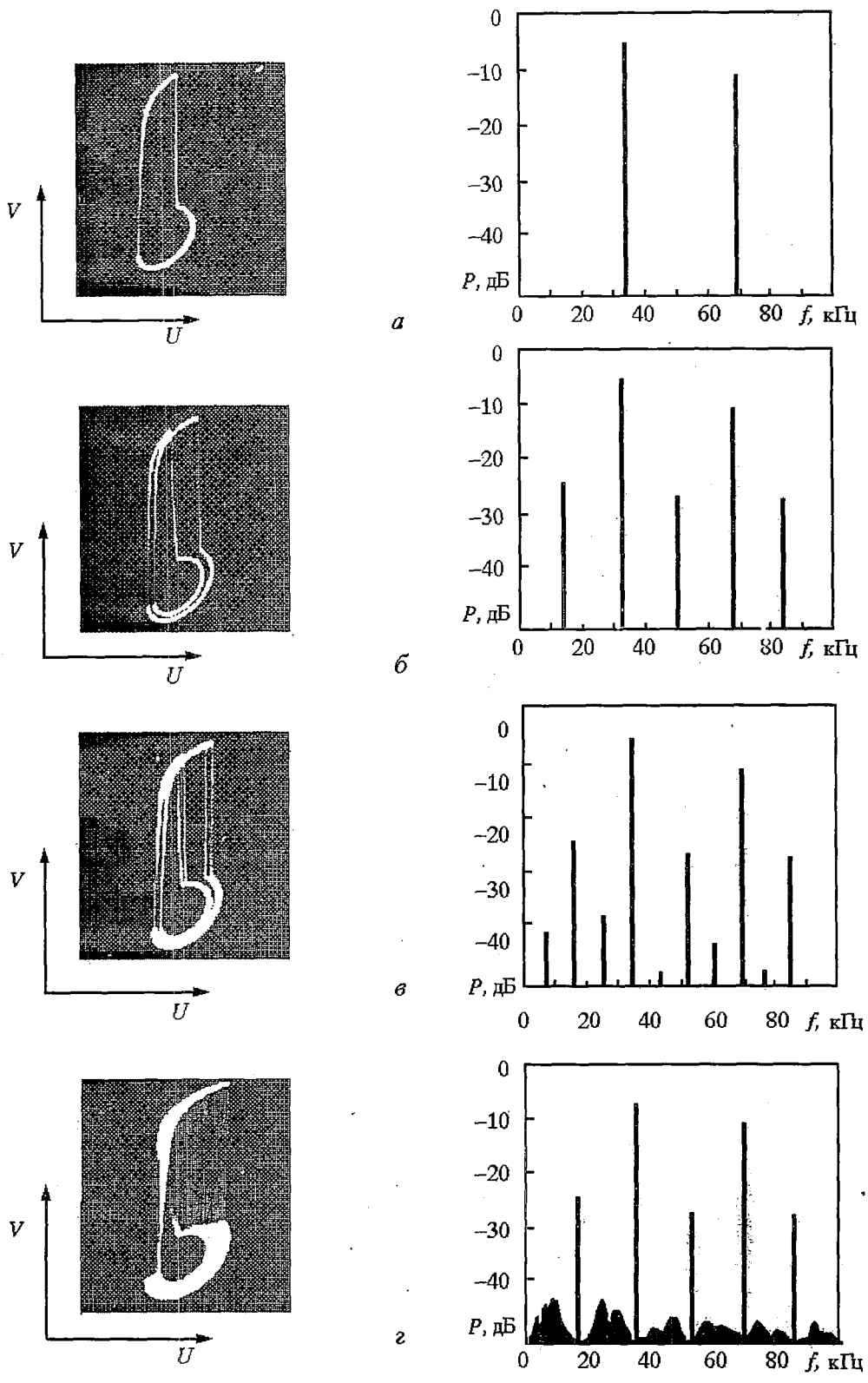
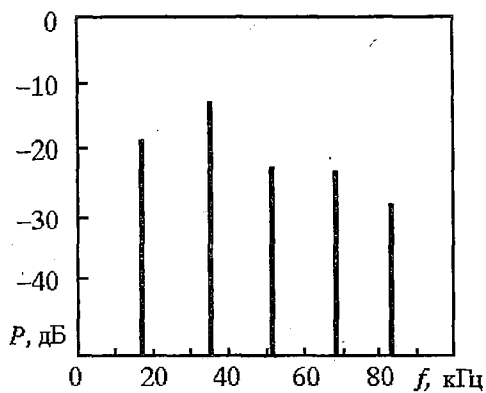
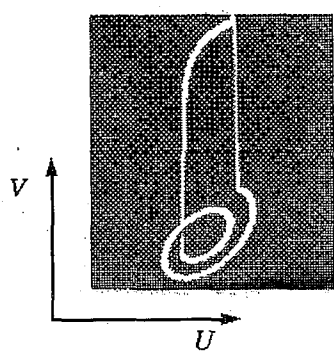
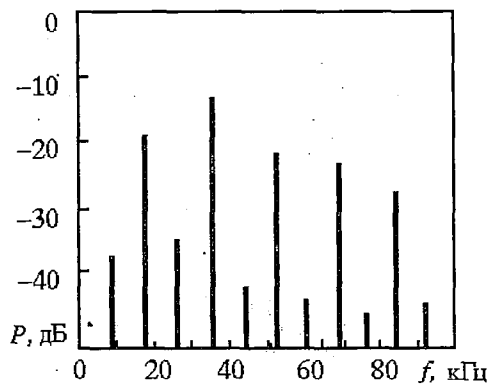
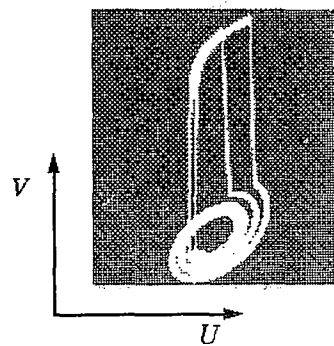


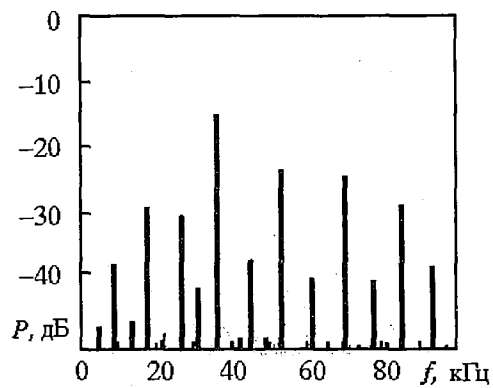
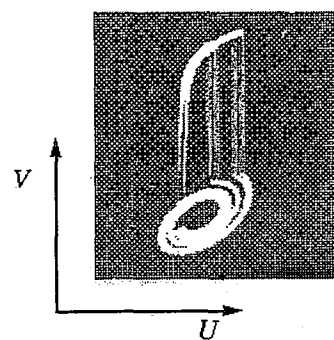
Рис. 9. Эволюция фазовых портретов и спектров мощности (натурный эксперимент[9]):
 а - (0:1), б - (0:2), в - (0:4), г - (хаос)



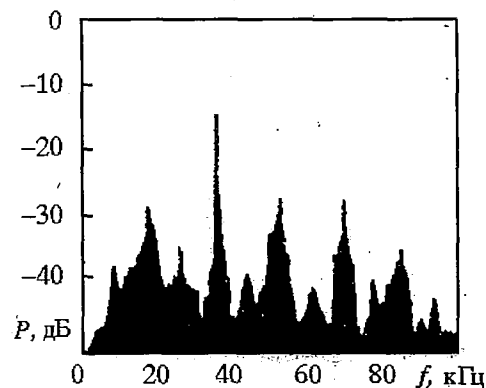
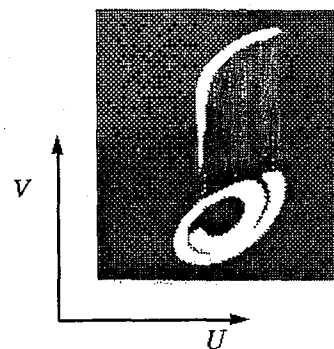
a



б



в



г

Рис. 10. Эволюция фазовых портретов и спектров мощности (натурный эксперимент[9]):
a - (1:1), *б* - (2:2), *в* - (4:4), *г* - (хаос)

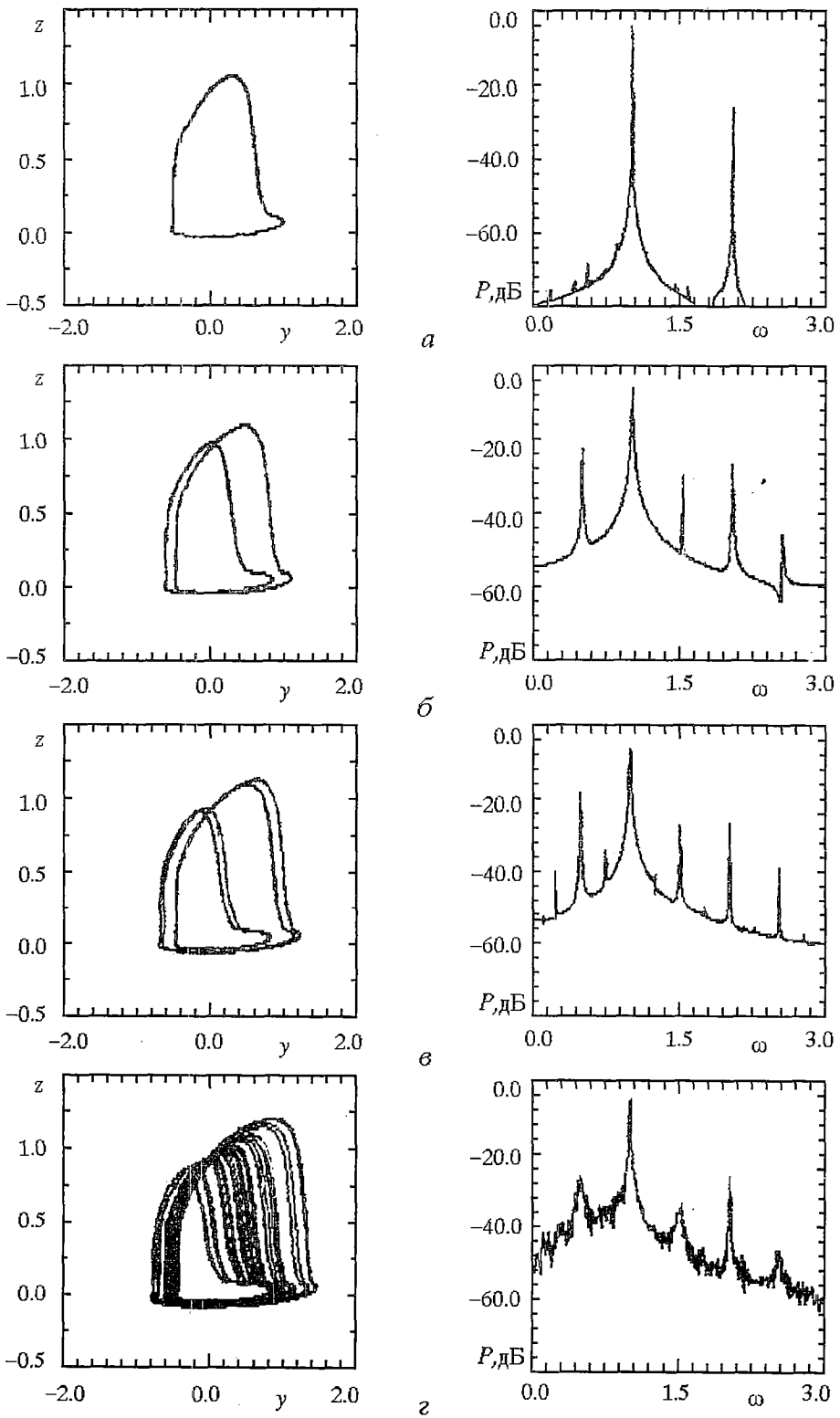


Рис. 11. Фазовые портреты и спектры мощности для системы аналогичной (5), (6) (численный эксперимент [9]): а - $\delta=0.000$ (0:1), б- $\delta=-0.01$ (0:2), в- $\delta=-0.015$ (0:4), г- $\delta=-0.0185$ (хаос)

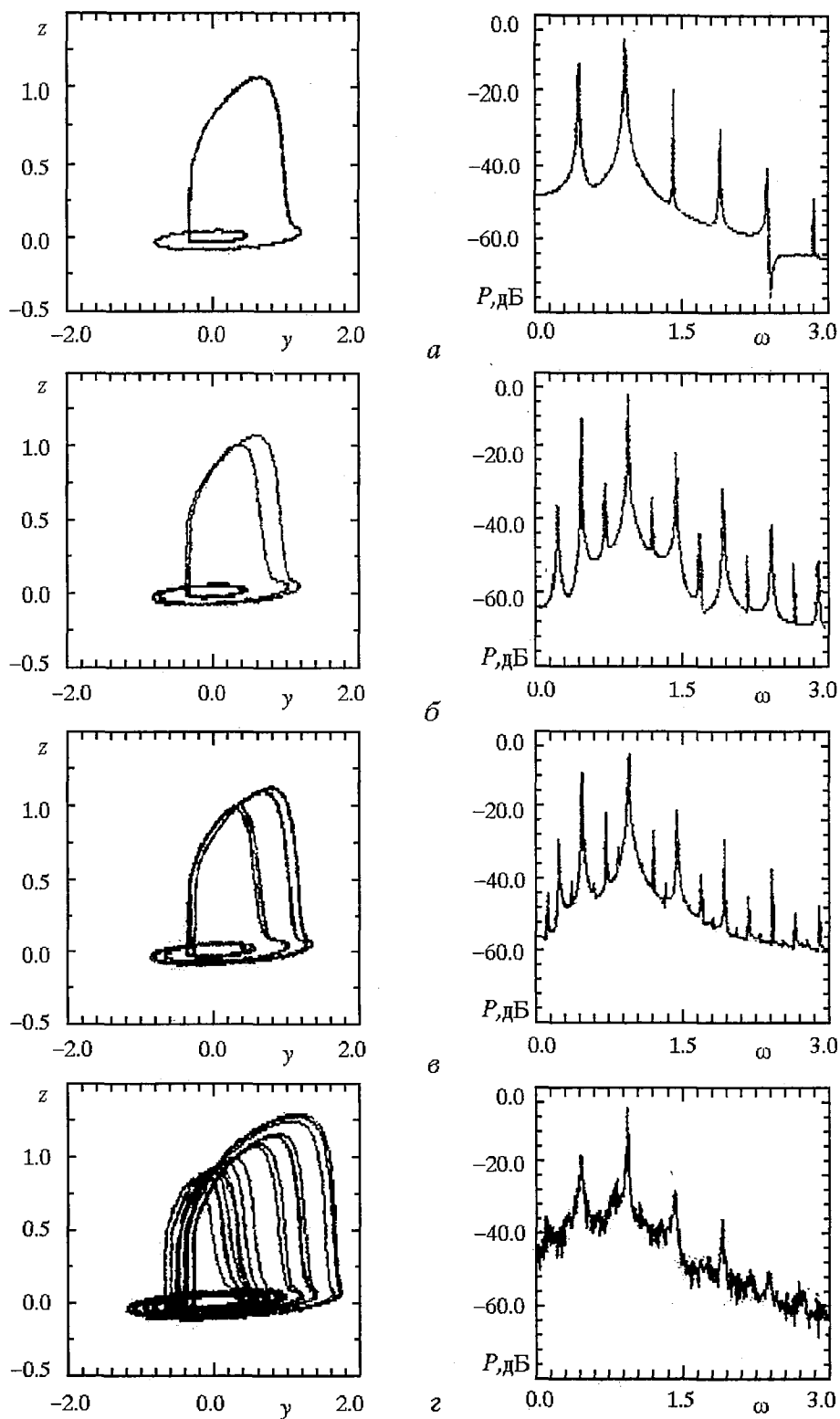


Рис. 12. Фазовые портреты и спектры мощности для системы аналогичной (5), (6) (численный эксперимент [9]): а - $\delta = -0.060$ (1:1), б - $\delta = -0.067$ (2:2), в - $\delta = -0.07$ (4:4), г - $\delta = -0.076$ (хаос)

хаотическим. Более подробно этот и другие возможные сценарии перехода к хаосу описаны в [6, 7, 8].

На рис. 9,10 представлены результаты натурального эксперимента с генератором шума [9], собранным по схеме близкой к приведенной на рис. 3. Отчетливо прослеживается последовательность бифуркаций удвоения периода и, как итог, переход к хаосу. Результаты, полученные в численном эксперименте с системой аналогичной (5), (6), приведены на рис. 11, 12 [9].

4. Обработка результатов эксперимента на ЭВМ

Аналоговый сигнал, полученный со стохастического генератора, представляет собой непрерывную зависимость какой-либо из физических переменных (например, напряжения) от времени $x(t)$. Для обработки этого сигнала на ЭВМ он должен быть представлен в виде последовательности значений измеряемой физической величины в дискретные моменты времени и введен в ЭВМ. Этой цели служит аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Непрерывный сигнал, поступающий на его вход, дискретизируется с некоторым шагом дискретизации Δt и запоминается в памяти ЭВМ в виде дискретной последовательности чисел $\{x_j\}$, $j = 1, \dots, n$, где x_j – соответствующим образом нормированная величина сигнала в момент времени $t_j = j\Delta t$. При этом величина $t_{\max} = n\Delta t$ будет представлять собой общую продолжительность сигнала (длительность эксперимента). Выбор величин n и Δt определяется практическими соображениями такими, как приемлемая продолжительность эксперимента, характерная скорость изменения физических величин в эксперименте, емкость памяти, в которой хранятся результаты эксперимента, быстродействие ЭВМ и пропускная способность устройств, обрабатывающих измерения (АЦП).

Дальнейшая обработка дискретной временной последовательности на ЭВМ включает три основных этапа: 1) вычисление спектра мощности; 2) построение функции взаимной информации и определение характерного временного масштаба; 3) вычисление корреляционной размерности и K_2 –энтропии.

К сожалению, ограниченный объем работы не позволяет нам достаточно подробно рассмотреть указанную задачу. Поэтому ниже мы ограничимся сжатым изложением основных результатов, а заинтересованного читателя отошлем к работам [7, 8].

4.1. Спектр мощности. Рассмотрим дискретную временную последовательность $\{x_j\}$, $j = 1, \dots, n$. Определим преобразование Фурье дискретного временного ряда $\{x_j\}$ как операцию, порождающую соответствующий ему дискретный ряд \bar{x}_k такой, что

$$\bar{x}_k = 1/\sqrt{n} \sum_{j=1}^n x_j \exp(-i \frac{2\pi jk}{n}), \quad k = 1, \dots, n. \quad (10)$$

По определению, спектром мощности временной последовательности $\{x_j\}$ называется зависимость величины $|\bar{x}_k|^2$ от частоты $f = k\Delta t$. Здесь $\bar{x}_k = \bar{x}(k\Delta t)$ и $\Delta t = 1/n\Delta t$. Следовательно, разрешение по частоте тем лучше, чем больше общая длина временной последовательности $n\Delta t$. Наибольшая частота спектра равна $f_n = 1/\Delta t$. Чтобы расширить исследуемый диапазон частот, надо уменьшить Δt . В силу соотношения $|\bar{x}_k|^2 = |\bar{x}_{n-k}|^2$ спектр всегда симметричен относительно точки $f = (1/2)f_n$. Таким образом, полезный диапазон частот простирается только от 0 до $1/(2\Delta t)$.

Вид спектра мощности, как нетрудно понять, зависит от того, как именно сигнал $x(t)$ изменяется со временем. Действительно, пусть $x(t)$ – синусоидальный сигнал с периодом T и $t_{\max} = pT$. Тогда компоненты Фурье преобразования сосредоточены на частотах $f_k = k/pT$ ($\Delta f = 1/pT$) и, как легко убедиться, спектр

мощности содержит только одну ненулевую компоненту на частоте $f_p = 1/T$. В общем случае, если сигнал периодический, но несинусоидальный, то его спектр содержит компоненты на всех частотах m/pT , где $m=1,2, \dots$.

Более сложный спектр имеет квазипериодический сигнал. Простейшим его примером является сумма двух синусоидальных сигналов с разными периодами T_1 и T_2 . Спектр такого сигнала будет содержать компоненты на частотах $1/T_1$ и $1/T_2$. Если квазипериодический сигнал имеет более двух основных частот и не представим в виде суммы синусоидальных (или хотя бы периодических) сигналов на этих частотах, то его спектр может быть очень сложным, поскольку будет содержать помимо основных частот $1/T_1, 1/T_2, \dots, 1/T_r$ и их гармоник $m_1/T_1, m_2/T_2, \dots, m_r/T_r$, также кратные частоты вида $|m_1/T_1 + m_2/T_2 + \dots + m_r/T_r|$, где m_i – произвольные целые числа.

Если сигнал не является ни периодическим, ни квазипериодическим, то его называют аperiodическим или стохастическим. Спектр мощности стохастического сигнала непрерывен. Однако сложность состоит в том, что по спектру Фурье различить стохастический и аperiodический сигнал очень сложно, поскольку последний может содержать очень большое (в пределе – бесконечное) число частот. С другой стороны, даже если предположить, что сигнал квазипериодический, возникает вопрос – мало или велико число степеней свободы системы, порождающей этот сигнал. В первом случае можно пытаться дать детерминистическое описание системы. Во втором же случае может быть использован только вероятностный подход.

4.2. Функция взаимной информации. При анализе временной последовательности $\{x_j\}$ важную роль играет оценка того временного интервала ΔT , по истечению которого система полностью «забывает» свою предысторию. Другими словами, состояние системы в момент времени t_0 зависит только от ее поведения на интервале $[t_0 - \Delta T, t_0]$ и не зависит от того, что было раньше при $t < t_0 - \Delta T$. Для периодического или квазипериодического сигнала $\Delta T \rightarrow \infty$, а для стохастического – ΔT конечно. Предельным случаем стохастического сигнала является белый шум, для которого $\Delta T=0$. Порождаемый белым шумом сигнал в каждый момент времени можно считать «новым». Величину ΔT (или $\bar{m}=\Delta T/\Delta t$ для дискретной последовательности) можно оценить по виду автокорреляционной функции. Другим путем является построение функции взаимной информации

$$I(m) \sim \log \left\langle \frac{p_{k,k+m}(x_i, x_j)}{p_k(x_i)p_{k+m}(x_j)} \right\rangle_{i,j,k}, \quad (11)$$

где $p_{k,k+m}(x_i, x_j)$ – совместная вероятность обнаружения величины x_i в момент времени k и величины x_j в момент времени $k+m$; $p_k(x_i)$ – вероятность обнаружения величины x_i в момент времени k . Усреднение производится по всем i, j, k из множества $\{1, 2, \dots, n\}$. Практически функцию взаимной информации можно вычислять по формуле

$$I(m) = \sum_{i,j=1}^n p_{k,k+m}(x_i, x_j) \log \frac{p_{k,k+m}(x_i, x_j)}{p_k(x_i)p_{k+m}(x_j)}. \quad (12)$$

Искомую величину \bar{m} находят либо по положению первого минимума функции $I(m)$ (если такой имеется), либо в качестве \bar{m} принимают расстояние, на котором функция $I(m)$ спадает в e раз. Заметим, что наличие указанного минимума на графике функции $I(m)$ связано со свойством странного аттрактора – по истечению определенного промежутка времени любая траектория возвращается в ϵ -окрестность той точки, из которой она вышла.

4.3. Корреляционная размерность. Снова рассмотрим временную последовательность $\{x_j\}$, $j = 1, \dots, n$. Следуя процедуре Такенса, мы можем восстановить по ней траекторию в p -мерном псевдофазовом пространстве,

выбирая в качестве координат величины $x_j, x_{j+m}, x_{j+2m}, \dots, x_{j+(p-1)m}$, где m – надлежащим образом выбранная временная задержка. В результате мы получаем (меняя $j = 1, \dots, n-pt$) серию p -мерных векторов, представляющих фазовую траекторию динамической системы. Можно показать, например, что если траектория замкнута в обычном фазовом пространстве, то она останется замкнутой и в псевдофазовом пространстве; если траектория была хаотической, то она такой и останется. Более общее утверждение состоит в следующем: все основные свойства аттрактора, которому траектория принадлежала в обычном фазовом пространстве, сохраняются при переходе в псевдофазовое пространство.

В хаотическом режиме (соответствующем странному аттрактору в фазовом и, следовательно, псевдофазовом пространстве) положения двух точек на одной и той же траектории, но разделенных во времени, некоррелированы. Так как все точки лежат на аттракторе, существует пространственная корреляция, которую можно попытаться охарактеризовать с помощью какой-то функции. Корреляционная функция определяется как

$$C(r) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{i,j=1}^n H(r - \|x_i - x_j\|), \quad (13)$$

где H – функция Хевисайда, равная по определению единице при положительных и нулю при остальных значениях аргумента; $\|x_i - x_j\|$ – расстояние между двумя точками $x_i = (x_i, x_{i+m}, \dots, x_{i+(p-1)m})$ и $x_j = (x_j, x_{j+m}, \dots, x_{j+(p-1)m})$ в p -мерном псевдофазовом пространстве. Можно сказать, что в выражении для $C(r)$ подсчитывается число точек, расстояние между которыми меньше r . Для многих аттракторов функция $C(r)$ зависит от r при $r \rightarrow 0$ по степенному закону, то есть

$$\lim_{r \rightarrow 0} C(r) \sim r^d, \quad (14)$$

поэтому корреляционную размерность можно определить по наклону прямой на графике $(\ln C, \ln r)$

$$d = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(r)}{\log r}. \quad (15)$$

Необходимо отметить, что при очень малых значениях r число пар точек i, j , расстояние между которыми меньше r , становится малым, поскольку число точек на аттракторе конечно и статистика становится бедной. Кроме того, приобретает решающее значение относительный вклад инструментальной ошибки. Следовательно, на практике степенной закон $C(r) \sim r^d$ выполняется только в ограниченном диапазоне значений r .

Согласно известной теореме Такенса, если исходный аттрактор «живет» в N -мерном фазовом пространстве, то при реконструкции нам придется построить пространство вложения (наше псевдофазовое пространство) размерности $2N+1$. Поскольку априори размерность аттрактора неизвестна, поступают следующим образом. Исходя из дискретных значений $\{x_j\}$, восстанавливают траекторию в p -мерном фазовом пространстве, как описано выше, при возрастающих целых значениях $p=2, 3, 4, 5, \dots$. При каждом значении p вычисляют корреляционную функцию $C_p(r)$ и по ней находят корреляционную размерность d_p . Пока вычисленное значение d_p равно p (или продолжает возрастать вместе с p), размерность пространства, используемого для вычислений, меньше размерности соответствующего аттрактора (или сравнима с ней). Если аттрактор конечномерный, то начиная с некоторого p значение корреляционной размерности d_p перестает зависеть от размерности пространства вложения – происходит насыщение размерности. Это значение $d = \lim_{p \rightarrow \infty} d_p$ и является искомой корреляционной размерностью аттрактора.

По графику зависимости $\log C_p(r)$ от $\log r$, построенному для разных значений p , можно определить еще одну величину, характеризующую аттрактор,

K_2 -энтропию. Для этого определим последовательность $h_p(r) = \log C_p(r) - \log C_{p+1}(r)$, где $C_p(r)$ – корреляционная функция, построенная для псевдофазового пространства размерности p . Начиная с размерности пространства вложения, при которой насыщается корреляционная размерность, прямые $\log C_p = f(\log r)$, построенные для разных p , становятся параллельными в выбранном надлежащим образом диапазоне значений r и величина h_p перестает зависеть от p и r . Это значение $\lim_{p \rightarrow \infty} h_p(r)$ и называют K_2 -энтропией. Для детерминированного (не стохастического) сигнала K_2 -энтропия равна нулю.

Для правильного вычисления корреляционной размерности в соответствии с описанной выше процедурой важное значение имеет оптимальный выбор временной задержки m . Понятно, что если m слишком велико, то мы теряем информацию о структуре аттрактора и $d \rightarrow \infty$. С другой стороны, если m мало, то требуется крайне большое число точек, чтобы рассматриваемая траектория достаточно плотно заполнила аттрактор. Практически m определяют по виду автокорреляционной функции или функции взаимной информации. В последнем случае в качестве m выбирают первый минимум функции.

5. Состав и применение комплекса «Chaos» для обработки дискретных последовательностей на ЭВМ

Для обработки временной последовательности, включая ее отображение на экране ЭВМ, вычисление спектра мощности, функции взаимной информации, корреляционной размерности и K_2 -энтропии, служит программный комплекс «Chaos». Он включает в себя следующие исполняемые модули: `plott.exe`, `power.exe`, `plotr.exe`, `minfo.exe`, `plot.exe`, `dim-gr1.exe`, `dim-gr2.exe`, а также текстовый файл `dim-par.in`, два командных файла `1.bat` и `2.bat`, определяющих последовательность запуска исполняемых программ, и графический драйвер `egavga.bgi`. Все эти модули должны быть помещены в одну директорию ЭВМ.

Далее будем предполагать, что файл (назовем его `calibr.dat`), содержащий исходную реализацию, получен с помощью АЦП и находится на диске.

Запуск программного комплекса «Chaos» производится с помощью командного файла `1.bat`. При этом последовательно запускаются на исполнение следующие программы:

1. Программа `plott.exe`, служащая для преобразования исходного файла и его графического представления на экране. Программа `plott.exe` запрашивает:

а) имя исходного файла (например, `calibr.dat`); если файл находится в другой директории, чем сам комплекс, то должен быть указан полный путь к нему;

б) число точек (n_1), которое пользователь желает увидеть на экране; отображаются первые $\min(n_1, n)$ точек, где n – общее число точек в исходном файле;

в) формат входного файла: a – одна колонка данных в формате с плавающей запятой, b – одна колонка в целом формате.

В результате работы программы `plott.exe` создаются файлы `main.dat` (если исходный файл содержал данные в целом формате), `power.in` и `minfo.in`. Последние два файла содержат исходную информацию для работы программ `power.exe` и `minfo.exe`. Файл `main.dat` содержит данные в формате с плавающей запятой. Остальные программные модули требуют для работы данные именно в этом формате и запрашивают файл `main.dat`. Если исходный файл (`calibr.dat`) уже содержал данные в формате с плавающей запятой, то файл `main.dat` не создается и остальные модули используют тот же исходный файл (`calibr.dat`).

2. Программа `power.exe`, служит для построения спектра мощности. Входная информация для нее содержится в файле `power.in`. В результате работы создается файл `power.out`, содержащий амплитуды первых 65 компонент спектра мощности.

Полный спектр содержит 128 гармоник и начинает повторяться с 66 гармоники (см. выше).

3. Программа plotp.exe считывает файл power.out и представляет спектр мощности в графическом виде на экране ЭВМ.

4. Программа minfo.exe служит для вычисления функции взаимной информации. При этом учитываются соседи от первого до пятидесятого. Характерное расстояние, на котором система «забывает» свою предысторию (\bar{m}) (см. выше), определяется по первому минимуму функции. Поскольку при вычислении корреляционной размерности используется та же исходная последовательность данных, что и для нахождения функции взаимной информации, желательно, чтобы бы $\bar{m} = 2 \div 3$. Случай $\bar{m} = 1$ ($\bar{m} > 3$) свидетельствует о недостаточно (избыточно) частой выборке значений исходного аналогового сигнала. Исходные данные, необходимые для работы программы minfo.exe, содержатся в файле minfo.in. В результате работы программы создается файл minfo.out, содержащий значения взаимной информации при разных значениях $m=1, \dots, 50$.

5. Программа plot.exe отображает функцию взаимной информации графически на экране ЭВМ.

Вторая часть программного комплекса «Chaos», служащая для вычисления корреляционной размерности и K_2 -энтропии, запускается с помощью командного файла 2.bat. Однако, прежде необходимо вручную подготовить файл dim-par.in, содержащий следующую информацию:

а) имя файла данных, содержащего исследуемую временную последовательность в формате данных с плавающей запятой (после окончания работы 1.bat указанный файл уже существует и его имя можно найти в файлах minao.in и power.in);

б) число точек во входном файле – n (эта информация содержится, например, в файлах minfo.in и power.in);

в) число опорных точек – $n_{оп}$ (для корректной работы программы рекомендуется $n_{оп} > 200$);

г) начальная размерность пространства вложения – p_0 (вычисления корреляционных функций производятся для пространств вложения с размерностями p , где $p_0 \leq p \leq p_0 + 8$, рекомендуется $p_0 = 2$);

д) временная задержка – m (определяется по первому минимуму функции взаимной информации – см. файл minfo.out).

Файл 2.bat последовательно запускает на счет два файла:

1. файл dim-gr1.exe считывает информацию из файла dim-par.in и файла данных, графически представляет на экране аттрактор, реконструированный в трехмерном псевдофазовом пространстве и вычисляет корреляционные функции для $p_0 \leq p \leq p_0 + 8$. Последняя информация заносится в файл output.dat.

2. файл dim-gr2.exe считывает данные из файла output.dat и графически представляет на экране ЭВМ зависимость $\log C_p(r)$ от $\log r$ и зависимость $d \log C_p(r) / d \log r$ от $\log r$ (локальный наклон) для $p_0 \leq p \leq p_0 + 8$.

Корреляционные функции, отвечающие большим значениям p , на графике располагаются ниже. Клавишами «→» и «←» пользователь выбирает диапазон значений $\log r$, на котором корреляционные функции наиболее близки к линейным (локальный наклон близок к горизонтальному), и для него вычисляются значения d_p и h_p , отображаемые графически на экране. Корреляционная размерность d определяется по насыщению величин d_p (см. выше). Отсутствие насыщения размерности свидетельствует либо о неудачном выборе диапазона значений $\log r$ (это можно сделать снова), либо о слишком большой размерности аттрактора. Во втором случае можно попытаться увеличить число опорных точек $n_{оп}$ в файле

dim-par.in. Можно также увеличить начальную размерность вложения p_0 , однако необходимо помнить, что с ростом p_0 быстро растет минимальная длина временного ряда, необходимая для корректного вычисления размерности. Действительно, чем больше размерность псевдофазового пространства, тем больше необходимо точек для плотного заполнения аттрактора в этом пространстве. Поэтому, например, анализ аттрактора, размерность которого $d \approx 10$, требует последовательности, содержащей более чем 10^5 точек.

6. Порядок выполнения работы

I. Исследовать на калькуляторе (или ЭВМ) свойства отображения (1). Найти колмогоровскую энтропию, установившееся распределение вероятностей и размерность.

II. Сделать то же для отображения (8),(9), описывающего простейший генератор шума.

III. Экспериментально исследовать работу генератора шума. Для этого:

1) Проверить электрические соединения в схеме установки; убедиться в наличии заземления.

2) Включить источник питания автогенератора.

3) Изменяя инкремент нарастания автоколебаний в контуре с помощью сопротивления $R = (r - r_0)$, возбудить в контуре чисто периодические автоколебания для различных сочетаний величин емкости контура C и емкости туннельного диода C_1 . Зарисовать фазовые портреты и соответствующие им осциллограммы и спектр сигнала.

4) Экспериментально определить величину R , при которой амплитуда колебаний в контуре достигает порогового значения. Зарисовать осциллограммы тока $I(t)$ и напряжения $V(t)$. Объяснить полученные результаты.

5) Для различных фиксированных значений C_1 и C путем изменения сопротивления R получить стохастический режим работы автогенератора.

6) Исследовать поведение автогенератора в зависимости от параметров C_1 и R . Для нескольких фиксированных значений C_1 и плавного изменения параметра R построить границы областей с качественно различным поведением автогенератора. Найти режим бифуркаций удвоения периода.

7) Выяснить, как с изменением R меняются инкременты и длительность цугов стохастических колебаний.

8) Выяснить, как на те же параметры (инкремент и длительность цуга) влияют величины емкостей C_1 и C . Объяснить полученные результаты.

IV. Записать характерные реализации, отвечающие разным режимам работы генератора, в память ЭВМ и исследовать их с помощью комплекса «Chaos», как это было описано выше. Зарисовать спектры мощности; найти, как меняется при изменении параметров характерный временной масштаб (с помощью функции взаимной информации); вычислить корреляционную размерность и K_2 -энтропию для каждой реализации.

Библиографический список

1. Шарковский А.Н. Существование циклов непрерывного отображения прямой в себя // Укр. матем. ж. 1961. Т.13, № 3. С.86.
2. Биллингсли П. Эргодическая теория и информация. М: Мир, 1969.
3. Заславский Г.М. Статистическая необратимость в нелинейных системах. М.: Наука, 1970.
4. Хенон М. Двумерное отображение со странным аттрактором // Странные аттракторы / Пер.с англ.; Под ред. Я.Г.Синяя и Л.П. Шильникова. М.: Мир, 1981. С. 152.

5. Кияшко С.В., Пиковский А.С., Рабинович М.И. Автогенератор радиодиапазона со стохастическим поведением // РИЭ. 1980. Т. 25. С. 336.
6. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. М.: Мир, 1988.
7. Мун Ф. Хаотические колебания. М.: Мир, 1990.
8. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. О детерминистском подходе к турбулентности. М.: Мир, 1991.
9. Андрушкевич А.В., Кипчатов А.А., Красичков Л.В., Короновский А.А. Путь к хаосу в кусочно-линейной модели генератора на туннельном диоде // Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 1, 2. С. 93.

Дополнительная литература

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. Изд. 2-е. М.: Наука, 1992.
2. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
3. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику. М.: Наука, 1990.
4. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987.

*Институт прикладной
физики РАН*

*Поступила в редакцию 17.12.93
после переработки 07.01.94*

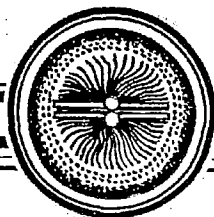
THE CHAOTIC DYNAMICS OF A SIMPLE ELECTRON CIRCUIT

M.V. Bazhenov, S.V. Kiyashko, M.I. Rabinovich

Laboratory investigation of complex chaotic regimes in a simple noise generator is described. The investigation includes detailed introduction into the problem, qualitative analysis of the noise generator and description of a standard procedure for computer processing of results of the experiments. The material is intended, primarily, for students studying chaotic dynamics. However, the last sections concerned with computer analysis of time series and with the description of the relevant software «Chaos» may also be interesting to specialists in this branch of science.



Баженов Максим Владимирович – 1967 г. рождения, научный сотрудник Института прикладной физики РАН. В 1989 г. окончил радиофизический факультет Горьковского университета. Область научных интересов: качественная теория дифференциальных уравнений, теория пространственно-временного хаоса и структурообразования в распределенных неравновесных системах. Имеет 17 публикаций в отечественных и иностранных журналах.



Изв. вузов «ПНД», т. 2, № 2, 1994

NONLINEARITIES IN ACTION: Oscillations, Chaos, Order, Fractals

by *Andrei V. Gaponov-Grekhov & Michail I. Rabinovich*

With 121 Figures and 63 Color Plates
Institute of Applied Physics, ul. Ulyanova 46
603600 Nizhny Novgorod, Russia

English by:

Dr. Ernst F. Hefter
Klosterstrasse 85
W-6921 Lobenfeld, Germany

Nadya Krivatkina
Institute of Applied Physics
Russian Academy of Sciences
ul. Ulyanova 46
603600 Nizhny Novgorod, Russia

ISBN 3-540-51988-2 Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
ISBN 0-387-51988-2 Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg

Published by:

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1992

Printed in Hong Kong

Предисловие

В истории человечества можно проследить путь развития представлений о мироустройстве, начиная от древних рассуждений до современной естественно-научной картины мира. Стремление понять, как устроен мир, привело к постепенному формированию (все еще продолжающемуся) абстрактной конструкции огромной сложности. Для непосвященного она может выглядеть как сюрреалистическая скульптура, покоящаяся на многих «опорах», самые необычные из которых – вероятность, относительность, квантовая механика... Время от времени возникают проблемы со стабильностью конструкции: некоторые факты, не укладывающиеся в устоявшиеся теории и которые нельзя более игнорировать, начинают расшатывать фундамент. Тогда начинают закладываться и постепенно строятся новые «опоры».

Данный процесс повторялся уже многократно, и, несомненно, будет повторяться вновь и вновь. В наше время одной из таких значительных строящихся «опор» является «теория хаоса». Физикам, похоже, нравится термин «хаос». Когда они пришли к пониманию того, что воздух не пустое пространство, а неопикуемый танец мириад молекул, они назвали все это «хаосом», самым подходящим в этот момент словом. С течением времени понятие упростилось до «газа». Так термин «хаос» освободился до следующего удобного случая. Потребность в нем возникла в контексте теории нелинейных динамических систем, когда были обнаружены странные движения, казавшиеся за пределами

человеческого понимания. Пришлось ввести понятие «фрактальная размерность» и многое другое! Теперь результаты исследований не оставляют ни малейших сомнений в том, что «странные находки» являются следствием того факта, что детерминизм не включает в себя предсказуемость. Пуанкаре обнаружил это, работая над проблемой трех тел. Но в то время умами ученых владели относительность и квантовая теория, не давая им заняться такой, казалось, незначительной проблемой.

Старая теория хаоса уступила место теории кинетического газа и статистической механики. Куда приведет новая теория хаоса? Где взять, инструментарий для преодоления непредсказуемости в большинстве детерминированных систем? Какие из детерминированных систем остались неза- тронутыми? Мы еще далеки от получения ответов на данные вопросы, но уже знаем, что в сердцевине этого нового хаоса лежит нелинейность, предмет, изучаемый во всей своей глубине данной работой. Можно сказать наверняка, что будет возведено гигантское сооружение на опорах с названиями «нелинейная физика», «нелинейная динамика», «нелинейная наука».

Всегда поучительно наблюдать за учеными, идущими на штурм новой территории, вооруженными различными инструментами, пытающимися каждый по-своему откопать и отмыть сокровища. Такова человеческая натура, и, зачастую, прогресс осуществляется подобным образом. С другой стороны, эти ученые иногда вступают в конфликт с «аборигенами», которые выросли на этой почве и получили более глубокие знания о «местности». Авторы этой книги принадлежат ко второму типу. Они помогают нам разобраться в знаниях, накопленных в 20-ом столетии в бывшем Советском Союзе в области нелинейной динамики, в особенности, в знаниях о нелинейных колебаниях и волнах. Политическое деление мира создало отдельные сообщества, работающие над проблемами нелинейной физики и почти не соприкасающиеся друг с другом. Несмотря на это, с течением времени, самые значительные результаты преодолели границы и вошли в общечеловеческую сокровищницу знаний. Перечень знаменитых имен впечатляет: Ландау (нелинейное затухание Ландау, уравнение Гинзбурга – Ландау), Колмогоров (теория турбулентности, энтропия Колмогорова), Оселедец (эргодическая теорема), Ляпунов (ляпуновские экспоненты динамических систем), Мандельштам (рассеяние волн), Андронов (нелинейные колебания), Арнольд (языки Арнольда), Мельников (критерий Мельникова), Чириков (перекрытие резонансов) и многие другие. Я приношу извинения, что не назвал всех. Их достижения собраны здесь и снабжают читателя глубоким пониманием новой «теории хаоса» или, скорее, строящейся «нелинейной физики».

Я прочел эту книгу с огромным удовольствием и пользой для себя и уверен, что каждый, читающий ее, испытает то же самое.

Россдорф
Март 1992

Вернер Лаутерборн

Перевод М.В. Поповой

От авторов

Эта книга – ни монография, ни учебник. Цель авторов – дать обзор последних достижений и наметить основные пути дальнейшего развития интереснейшей междисциплинарной области современной физики – нелинейной физики. Ключевые слова здесь – динамический хаос, солитоны, самоорганизация, турбулентность, структуры. Нелинейная физика или, более обще, теория нелинейных феноменов, оформилась как независимое научное направление лишь в последней четверти нашего столетия. Ее быстрое развитие произошло во многом благодаря обширным и надежным основам нелинейной механики и теории

нелинейных колебаний и волн. Вот почему в заглавие этой книги включено слово «колебания» наряду со словами «хаос» и «фракталы».

В наши дни нелинейная физика так тесно переплелась с теорией динамических систем, что сами термины «нелинейная физика» и «нелинейная динамика» стали синонимами. Краеугольным камнем в здании нелинейной науки стали работы А. Пуанкаре и А.М. Ляпунова, а позже и Л.Н. Мандельштама, А.А. Андронова, Дж.Д. Биркгоффа, Ван-дер-Поля и других. Вклад Мандельштама и Андронова несколько выделяется по важности полученных конкретных результатов (рассеяние Мандельштама – Бриллюэна, бифуркация Андронова – Хопфа и т.д.). Более того, их воздействие на эту современную ветвь науки достаточно фундаментально, так как они разработали общее отношение и подход к проблемам нелинейных систем, предложив совершенную методику их исследования, включая изучение всех деталей и эффектов, воздействующих на параметры в процессе их эволюции. Они также сконструировали основные модели и разработали «интернациональный» междисциплинарный язык, до сих пор используемый научным сообществом. Вот причины, побудившие посвятить нашу книгу Л.И. Мандельштаму и А.А. Андронову, которая может быть также названа «Нелинейная физика: Вчера – Сегодня – Завтра».

Нижний Новгород,
лето 1992

А.В. Гапонов–Грехов
М.И. Рабинович

Перевод М.В. Поповой

Редколлегия выражает сожаление, что, как и в предыдущем случае, эта книга не имеет перевода на русский язык, и предлагает читателю ознакомиться с содержанием книги по Оглавлению оригинала.

Contents

1. Introduction	1
2. Nonlinear Oscillations and Waves. Classical Results	11
2.1 Oscillators	11
2.1.1 A Marble in the Chute	11
2.1.2 Spring Pendulum and Nonlinear Optics	14
2.1.3 Nonlinear Landau Damping and Amplification	18
2.2 Solitons	22
2.2.1 The Fermi – Pasta – Ulam Paradox	22
2.2.2 Solitons as Particles	25
2.2.3 Solitons and Shock Waves	27
2.3 Self-Excited Oscillations	31
2.3.1 Examples and Definitions	32
2.3.2 Competition and Synchronization	36
2.3.3 Self-Excited Oscillations in Chains and Continuous Systems	38
2.4 Bifurcations	40
2.4.1 Acquisition of a New Quality	40
2.4.2 Bifurcations of Equilibrium States	43
2.4.3 Bifurcations of Periodic Motion	45
2.4.4 Bifurcations – Changes of Stability in Periodic Motion	45
2.5 Modulation	46
2.5.1 The Role of Small Parameters	46
2.5.2 Running Mandelstam Lattices. Modulation of Waves by Waves	48
2.5.3 Generation of Modulation	51
2.5.4 Self-Modulation	52
2.5.5 Recurrence	54
2.5.6 Modulation Solitons	56

3. Chaos	59
3.1 Historical Remarks	59
3.2 Marble in an Oscillating Chute	60
3.3 Stochastic Self-Excited Oscillations	64
3.3.1 The Lorenz Attractor	65
3.3.2 Synchronization – Beats – Chaos	68
3.3.3 Autonomous Noise Generator	68
3.3.4 Scenarios for the Birth of Strange Attractors	72
3.4 Chaos and Noise	75
3.4.1. Dimension and Entropy	75
3.4.2 The Cantor Structure of a Strange Attractor	76
3.4.3 Dimension and Lyapunov Exponent	78
3.4.4 Deterministically Generated and Random Signals	81
4. Structures	85
4.1 Order and Disorder – Examples	85
4.2 Attractors and Spatial Patterns	90
4.2.1 Examples and Equations	90
4.2.2 Multistability. Defects	92
4.3 Self-Structures	98
4.3.1 Convective Self-Structures	98
4.3.2 Localization Mechanisms	100
4.3.3 Self-Structures in Three-Dimensional Media	101
4.3.4 Interaction of «Elementary Particles»	103
4.3.5 Birth and Interaction of Spiral Waves	105
4.4 Attractors – Memory – Learning	107
4.4.1 How to Remember	107
4.4.2 «Camera + TV + Feedback» Analogue	109
4.4.3 Critical Phenomena	112
4.4.4 Structures in Neuron-Like Media	113
5. Turbulence	117
5.1 Prehistory.	117
5.2 Basic Models of Dynamic Theory.	120
5.3 Turbulence and Structures in Two-Dimensional Fields	122
5.3.1 Experiments	122
5.3.2 Development of Turbulence and Multi-Dimensional Attractors	125
5.4. Spatial Evolution of Turbulence	127
5.4.1 Flow Dimension	127
5.4.2 Spatial Bifurcations	129
5.5 Discussion	130
6. Nonlinear Physics – Chaos and Order	133
6.1 The Where and the How	133
6.2 Randomness Born out of Nonrandomness	134
6.3 An Unstable Path and Steady Motion. Are They Incompatible?	136
6.4 Does Chance Rule the World?	167
6.5 What is the Character of Nature? Integer or Fractal?	139
6.6 Fractal Fingers	141
6.7 Self-Organizing Structures	143
6.8 Singles.	145
6.9 The New Life of an Old Problem.	145
6.10 Spatial Evolution of Disorder	146
6.11 What Does Your Camera See When It is Watching TV?	147
6.12 Multistability and Memory	148
6.13 Nonlinear Dynamics in Society	149
Color Plates	151
Literature	177
Acknowledgements of the Figures	185
Subject Index	187



Изв.вузов «ПНД», т. 2, № 2, 1994

Вторая Международная школа-семинар «Динамические и стохастические волновые явления» проходила в Нижнем Новгороде с 21 по 28 июня 1994 г. Школа организована радиофизическим факультетом Нижегородского Государственного университета, Институтом прикладной физики РАН, Департаментом образования и науки администрации Нижегородской области, Фондом научного сотрудничества в области радиофизики и теории волн, Российским акустическим обществом. Спонсорами школы выступали Администрация Нижегородской области, Российский фонд фундаментальных исследований (грант № 94-02-05709-г), Ассоциация студентов и молодежи Нижегородской области, городской акционерный банк «Нижний Новгород», СП «Теком».

В работе школы приняли участие 188 ученых, преподавателей, студентов из вузов и институтов России (Н.Новгород, Москва, Саратов, С.-Петербург, Ярославль, Таганрог, Пермь, Барнаул, Владимир), а также из Кореи, Швеции, Италии, Германии, Франции, Норвегии. Программа школы предусматривала 25 лекций и 46 докладов, 56 стендовых сообщений по актуальным проблемам теории волн, динамического хаоса и приложений. Среди этих докладов 26 отражали результаты работ, выполненных при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, а 4 работы – при поддержке Международного научного фонда (фонд Сороса). Доклады, стендовые сообщения проводились в рамках рабочих совещаний по следующим темам:

нелинейные явления в гидрофизике и сплошной среде; нелинейные явления в акустике; солитоны; волны в неоднородных средах и гидроакустика; дистанционная диагностика и мониторинг; волновые явления в заряженных пучках, плазме и твердом теле; пространственно-временная динамика; хаос и синхронизация, приложения; хаос и волновые явления в радиоэлектронике; случайные волны и обработка сигналов.

На школе выступали с лекциями и докладами действительные члены и член-корреспонденты РАН, РАЕН, Международной академии наук высшей школы, Международной академии информатизации, Академии технологических наук РФ, Академии инженерных наук РФ и др., более 30 профессоров и докторов наук. Особенностью школы являлось то, что наряду с ведущими учеными в работе приняли активное участие 65 аспирантов и студентов, которые выступали с докладами и сообщениями, работали в локальном оргкомитете.

Сверх программы на школе прошли обсуждения некоторых проблем двухступенчатого образования, положения специальности «Радиофизика и электроника» в системе физических специальностей, проблем взаимосвязи высшей и средней школы в области физического образования на примере Государственного учебно-научного центра «Колледж» Саратовского государственного университета.

На школе состоялась серия встреч представителей российских вузов и НИИ с учеными Швеции, Кореи, Италии, Франции по вопросам организации долговременных программ научного сотрудничества по тематике школы и программ обмена ученых и студентов.

Организация третьей школы-семинара запланирована на 1996 год.

*С.Н. Гурбатов
В.Д. Шалфеев*

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
" КОЛЛЕДЖ "



Д.И. Трубенков
А.Г. Рожнев
Д.В. Соколов

ЛЕКЦИИ

ПО

**сверхвысокочастотной
вакуумной микроэлектронике**

САРАТОВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

От авторов

Если вести отсчет от I-й Международной конференции по вакуумной микроэлектронике, которая состоялась в Вильямсбурге (США) в 1988 году, то новой науке всего шесть лет. Конференции проходят каждый год, их материалы публикуются; нарастает поток работ в зарубежной периодической печати. Кроме того, появился монографический обзор I. Brodie, С.А. Sprindt «Vacuum Microelectronics» (Advances in electronics and electron physics. 1992. Vol. 83. P. 1–106). Несмотря на большое число участников из стран СНГ в этих конференциях, полная информация об их содержании в литературе на русском языке отсутствует. Оригинальных публикаций в отечественных журналах очень мало (не публикуются даже доклады на конференциях, сделанные исследователями СНГ). В то же время события в вакуумной микроэлектронике развиваются стремительно, и «новичку» трудно освоить большой объем информации, к тому же не всегда доступной, часто представленной в виде рекламных тезисов.

Наши лекции претендуют в какой-то мере на восполнение информационного пробела. По жанру это именно лекции, в которых дан обзор наиболее важных результатов последних лет только в *сверхвысокочастотной* вакуумной микроэлектронике и приведены некоторые оригинальные результаты, полученные самими авторами.

Книга может быть полезна широкому кругу научных работников и инженеров, занимающихся электроникой и радиофизикой, студентам вузов и аспирантам.

Содержание

Лекция 1. О трудности определений. Пульсирующий характер развития науки и сверхвысокочастотная вакуумная микроэлектроника. Немного истории по Айвору Броди: четыре пути к вакуумной микроэлектронике. Кэн Шоулдерс – пророк в вакуумной микроэлектронике. «Обратно в будущее».

Лекция 2. Детали первого пути – вакуумные приборы сверхвысоких частот с электростатическим управлением. Лампа Гаева и другие. Клистрод – лампа для телевидения и «звездных войн». Фемитрон – первый СВЧ прибор с автоэлектронной эмиссией (особенности, элементарная теория, экспериментальные результаты). Генератор с тормозящим полем с автоэмиссионным катодом.

Лекция 3. Автоэлектронная эмиссия – главное в вакуумной микроэлектронике. Качественное описание. Некоторые напоминания из квантовой механики. Отражение и прохождение через потенциальный барьер. Барьер прямоугольной и треугольной формы. Модель свободных электронов. Элементарная теория автоэлектронной эмиссии. Закон Фаулера–Нордгейма.

Лекция 4. Современные представления об автоэлектронной эмиссии. Различные варианты автокатодов. Острийный катод – технология и особенности протекания автоэмиссионных процессов. Матрицы автоэмиссионных катодов из кремния. Микровакуумные устройства с горизонтальной геометрией. Алмаз – новый материал для автоэмиссионных катодов.

Лекция 5. Триоды возвращаются? Некоторые особенности вакуумного микротриода (критичность к вакууму, тепловая стойкость и взрывная электронная эмиссия, время пролета от катода к аноду, влияние пространственного заряда, радиационная и техническая стойкость). Коэффициент усиления. Микротриод на сверхвысоких частотах.

Лекция 6. Микродиоды и микротриоды – вычислительный эксперимент. Метод расчета и основные результаты. Аппроксимирующие формулы.

Лекция 7. Распределенные усилители и клистроны бегущей волны с автоэлектронными катодами (усилители, умножители, генераторы). ЛБВ, ЛОВ и клистроны с автоэмиссионными катодами.

Лекция 8. Сверхвысокочастотные приборы вакуумной микроэлектроники со скрещенными полями.

Лекция 9. Мощные СВЧ приборы с модуляцией эмиссии. Тетроды с резонаторами бегущей волны – триротрон и тимотрон. Мартотрон и теория СВЧ диода с автоэмиссионным катодом.

Лекция 10. Третий путь развития вакуумной микроэлектроники – микроскопия. Туннельный микроскоп. О некоторых применениях вакуумной микроэлектроники. Микроминиатюризация по Голанту – самостоятельный путь в вакуумной микроэлектронике. Физические основы микроминиатюризации. Минитроны. Многозакорный минитрон. Лампы обратной волны. Физика влияния разброса по скоростям в электронном потоке на пусковой режим лампы обратной волны.

Лекция 11. Маленький реферативный журнал «Приборы сверхвысокочастотной вакуумной микроэлектроники: от IVMC-88 до IVMC-93» (аннотации докладов на международных конференциях и статей в периодической печати).

Лекция 12. Что еще можно придумать? Об активных нелинейных вакуумных средах с автоэмиссионными вкраплениями. Автогенератор с вакуумным микротриодом: описание моделей, вычислительный эксперимент и моделирование на радиотехническом аналоге.

Книга выйдет в свет в конце 1994 – начале 1995 года в издательстве ГосУНЦ «Колледж». Ваш предварительный заказ на книгу, который поможет нам определить тираж издания, можно сделать по адресу:

410071, Саратов, ГСП-71, Астраханская, 83, ГосУНЦ «Колледж»

State Educational and Scientific Centre «College»
83 Astrakhanskaya St. 410071 Saratov, Russia

Зав. редакцией *Н.Н. Лёвина*
Редакторы *М.В. Попова, Н.Н. Лёвина*
Художник *Д.В. Соколов*
Оригинал – макет подготовлен *Г.А. Суминой* с использованием
программы Design Studio на компьютерной системе Apple Macintosh

Сдано в набор 23.05.94. Подписано к печати 8.08.94. Формат 70x108/16.
Бумага типографская №1. Печать офсетная. Гарнитура Латинская.
Усл. печ.л. 9,45 (6,77). Уч.-изд. л. 9,2. Тираж 200 экз. Заказ 2793 .

Распространение журнала по подписке и предварительным заявкам
осуществляется Государственным учебно–научным центром «Колледж»
при Саратовском государственном университете.

Банковские реквизиты – р/с № 000609446 в КБ «Экономбанк»
г. Саратова, МФО 251279, корсчет банка 700161122, РКЦ, МФО 251008.

Подписная цена без стоимости почтовых расходов – 6000 руб.

Издательство ГосУНЦ «Колледж».
410071, Саратов, ул. Астраханская, 83.
Тел. (845–2)514298, факс (845–2) 240446

МГП «Типография №1». 410040, Саратов, Вишнёвая, 10.

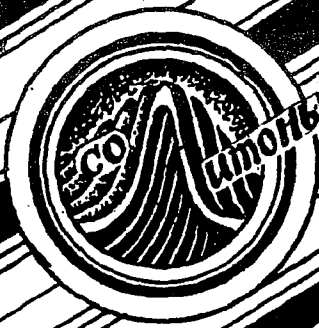
Правила оформления рукописей

приведены в журнале Т. 2, № 1, 1994 г.

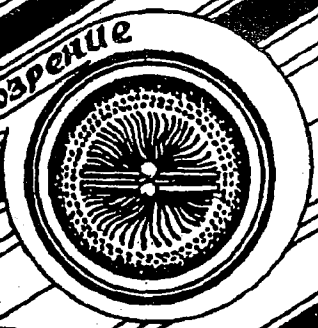
© Издательство ГосУНЦ «Колледж»



© Оформление художника Д.В. Соколова, 1994



Книжное обозрение



EDITOR-IN-CHIEF

Yu.V. Gulyaev, Member of the Russian Academy of Sciences, Institute of Radioengineering and Electronics, Moscow

EDITORS

D.I. Trubetskov, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Saratov University

D.A. Usanov, Member of the International Academy of Sciences of High School, Saratov University

SECRETARY-IN-CHIEF

B.P. Bezruchko, Philosophy Doctor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov University

EDITORIAL BOARD

V.S. Anishchenko, Professor, Saratov University

A.M. Bogomolov, Member of the Russian Academy of Natural Sciences and of the International Academy of Sciences of High School, Saratov University

Yu. A. Danilov, Kurchatov Scientific Centre, Moscow

B.A. Kalinikos, Professor, St. Petersburg Electrotechnical University

V.I. Krinsky, Professor, Institute of Experimental and Theoretical Biophysics, Puschino

S.P. Kuznetsov, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov

P.S. Landa, Professor, Moscow University

L.A. Ostrovsky, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod

Yu.M. Romanovsky, Professor, Moscow University

E.E. Son, Professor, Institute of Physics and Technics, Dolgoprudny

V.V. Tuchin, Professor, Saratov University

V.K. Yulpatov, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod

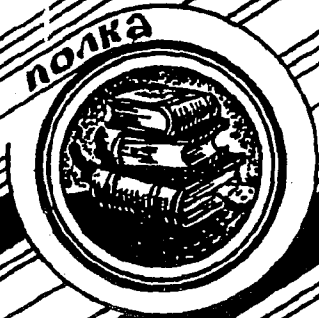


для студентов и преподавателей

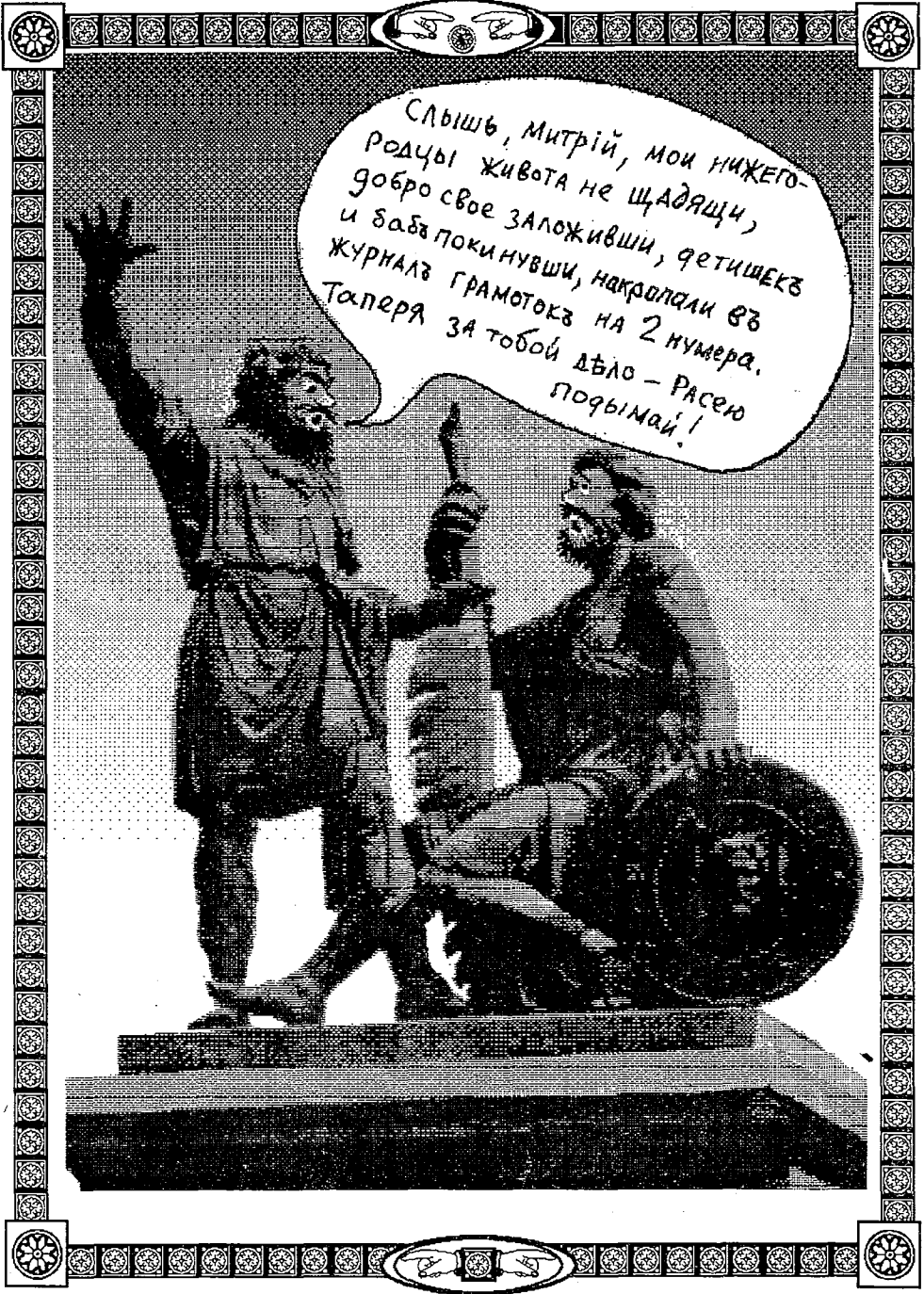
Методические заметки



Книжная полка студента



Современной нелинейной динамики



Слышь, Митрий, мой нижего-
родцы живота не щадящи,
добро свое заложивши, гетишекъ
и баба покинувши, накрапали въ
журналъ грамотокъ на 2 номера.
Талеря за тобой дѣло - Расею
подымай!