

Трикладная нелинейная динамика



5
1994

*Нелинейные волны, хаос и структуры
в сверхвысокочастотной электронике*

ИЗДАНИЕ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА



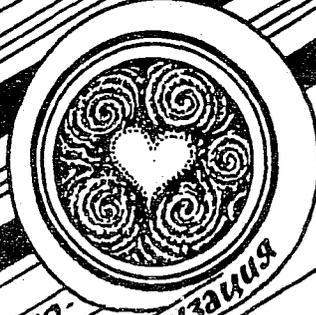
Бифуркации
в динамических
системах различной природы



Конференции, семинары, симпозиумы



Детерминированный хаос



Авто-волны, самоорганизация

Прикладные задачи
нелинейной
теории
колебаний
и волн



Нелинейная динамика в лицах



История Personalio

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю.В. Гуляев, академик РАН, Институт радиотехники и электроники РАН, Москва

ЗАМ. ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

Д.И. Трубецков, член-корреспондент РАН, Саратовский государственный университет

Д.А. Усанов, академик МАНВШ, Саратовский государственный университет

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

Б.П. Безручко, доцент, Саратовский государственный университет, ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

В.С. Анищенко, профессор, Саратовский государственный университет

Ю.А. Данилов, старший научный сотрудник, Курчатовский научный центр, Москва

Б.А. Калишкос, профессор, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

В.И. Кринский, профессор, Институт экспериментальной и теоретической биофизики, Пуцдино

С.П. Кузнецов, профессор, ведущий научный сотрудник, Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

П.С. Ланда, профессор, Московский государственный университет

Ю.М. Романовский, профессор, Московский государственный университет

Л.А. Островский, профессор, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Э.Е. Сон, профессор, Московский физико-технический институт, Долгопрудный

В.В. Тучин, профессор, Саратовский государственный университет

В.К. Юлпатов, старший научный сотрудник, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

СО Д Е Р Ж А Н И Е

Нелинейные волны, хаос и структуры в сверхвысокочастотной электронике

Трубецков Д.И. Нелинейные волны, хаос и структуры в сверхвысокочастотной электронике: обзор тематического выпуска 3

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Автоколебания в распределенных системах электронный поток - встречная (обратная) электромагнитная волна . . 9

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Усанов Д.А., Вениг С.Б., Горбатов С.С., Семенов А.А. Влияние нелинейного характера импеданса диодов Ганна на работу СВЧ генераторов на их основе 35

Четвериков А.П. Нелинейная динамика системы взаимодействующих встречных электромагнитной волны и электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью 46

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС

Привезенцев А.П., Фоменко Г.П. Сложная динамика потока заряженных частиц с виртуальным катодом 56

Анфиногентов В.Г. Хаотические колебания в электронном потоке с виртуальным катодом 69

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ. СОЛИТОНЫ

Рыскин Н.М. Уединенные волны пространственного заряда 84

Рыскин Н.М. Модуляционная неустойчивость волн пространственного заряда 93

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Миллер М.А. Размышления о размышлениях. Лекция 1 101

ДЕБЮТ

Бессуднова Н.О. К нелинейной теории электростатических волн в кольцах Сатурна 109

КОНФЕРЕНЦИИ. СЕМИНАРЫ. СИМПОЗИУМЫ. ШКОЛЫ

Международная конференция по нелинейной динамике и хаосу, 7-14.07.96, Саратов, Россия 114

АНОНС 92, 116

CONTENTS

*Nonlinear waves, chaos and patterns in high frequency electronics
special issue*

Nonlinear waves, chaos and patterns in high frequency electronics: editorial.
D. I. Trubetskov 3

REVIEWS OF ACTUAL PROBLEMS OF NONLINEAR DYNAMICS

Oscillations in extended systems «electron beam - backward electromagnetic
wave». *D.I.Trubetskov, A.P.Chetverikov* 9

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR DYNAMICS

The influence of Gunn diode nonlinear impedance on microwave oscillators
operation. *D.A.Usanov, S.B.Venig, S.S.Gorbatov, A.A.Semenov* 35

Nonlinear dynamics of a system of interacting - backward electromagnetic
wave and electron wave with cubic phase nonlinearity. *A.P. Chetverikov* 46

DETERMINISTIC CHAOS -

Complex dynamics of the charged-particle beam with virtual cathode
A.P.Privezentsev, G.P.Fomenko 56

Chaotic oscillation in the electron beam with virtual cathode.
V.G. Anfinogentov 65

NONLINEAR WAVES. SOLITONS

Solitary space-charge waves. *N.M.Ryskin* 84

Modulational instability of space-charge waves. *N.M.Ryskin* 93

METHODOICAL PAPERS ON NONLINEAR DYNAMICS

Physicists. Modes of thinking. How physicists do think on physics. Lecture 1.
M.A. Miller. 101

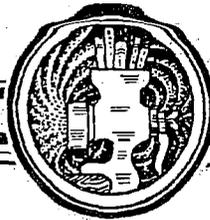
DEBUTS

To the nonlinear theory of the electrostatical waves in the Saturn rings
N. O. Bessudnova 109

CONFERENCES. MEETINGS. SYMPOSIUMS. SCIENTIFIC SCHOOLS

International Conference on nonlinear dynamics and chaos, 7-14.07.96, Saratov,
Russia 117

ANNOUNCEMENTS 92, 116



Изв. вузов «ПНД», т. 2, № 5, 1994

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ, ХАОС И СТРУКТУРЫ В СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ: ОБЗОР ТЕМАТИЧЕСКОГО ВЫПУСКА

Электроника сверхвысоких частот одной из первых стала нелинейной наукой, а понятия теории колебаний и волн давно вошли в нее. Самым простым примером возникновения и распространения нелинейных волн в электронном потоке служит явление группирования в пространстве, свободном от ВЧ полей (пространстве дрейфа), невзаимодействующих частиц - электронов (кинематическая группировка) [1]. Образование сгустков, в то же время, - простейший пример возникновения структур в электронном потоке. Другой красивый пример самоорганизующейся системы - электронное облако в магнетроне, которое находит себе нужные контуры. Система электронных спиц (электронных язычков) - несомненно динамическая автоструктура¹, хотя граничные условия определяют, по крайней мере, число спиц. Хаос в облаке (его турбулентное состояние), когда внешние поля превышают поля пространственного заряда, можно связать со стохастической неустойчивостью нелинейных колебаний, возникающей при перекрытии нелинейных резонансов [3]. Примерами ансамбля автоструктур могут быть структуры, возникающие в полном электронном потоке, который движется в продольном статическом магнитном поле (см. [4], [1, рис. 7.13], [5, 6]), и цепочка вихрей на нелинейной стадии развития диокотронной неустойчивости в электронном потоке в скрещенных статическом электрическом и магнитном полях [7]. Электронные вихри в скрещенных полях - пример ансамбля с переменным составом: при условиях вычислительного эксперимента, результаты которого изложены в работе [7], сначала образуются три вихря, которые затем соединяются в два и, наконец, - в единственный вихрь.

Примеры интерпретации физических явлений в электронных потоках и в нелинейной системе электронный поток - ВЧ электромагнитное поле с точки зрения современной нелинейной теории колебаний и волн можно продолжить. Однако, в большинстве случаев речь идет именно об интерпретации, а не об использовании быстро развивающегося математического аппарата, скажем, теории нелинейных волновых процессов или теории структур в сверхвысокочастотной электронике². Почему? Ответ следует искать в истории сверхвысокочастотной электроники.

¹ Под автоструктурой здесь понимается локализованное пространственное образование, устойчиво существующее в диссипативных неравновесных средах и не зависящее (в конечных пределах) от граничных и начальных условий [2].

² Исключение составляет широкое использование идей и методов теории детерминированного хаоса в теории СВЧ электронных приборов, свидетельством чему служат многие статьи этого номера.

Вскоре после того, как специалисты в области СВЧ электроники поняли возможность правильного описания явления обгона одних электронов другими для исследования процессов группирования и использовали для этого метод крупных частиц (см., например, [7]), реализуемый на быстродействующих ЭВМ, подход, основанный на нелинейной теории волн, был забыт. Лишь изредка появлялись работы (главным образом, по теории клистрона), где обсуждались нелинейные волны пространственного заряда. В то же время открытие линейных электронных волн (волн пространственного заряда, циклотронных, синхронных и др. волн), разделение их на волны с положительной и отрицательной энергией привело к плодотворной концепции связанных волн в теории СВЧ приборов с длительным взаимодействием электронов с электромагнитными полями (см., например, [1, гл. 10 и библиографический список к главе]).

Бурное развитие в последние десятилетия теории нелинейных волн не прошло бесследно и для СВЧ электроники, доказательством чему может служить работа [8], первоначально прочитанная как лекция на второй (1973) школе по колебаниям и волнам в нелинейных распределенных системах, проходившей в г. Горьком (ныне г. Нижний Новгород). Автор [8], в частности, отмечает, что «недостатки метода крупных частиц связаны с самим существом метода: представляя электронный поток совокупностью крупных частиц, мы, по существу, вводим коллективные переменные, не соответствующие происходящим в пучке волновым процессам». И далее: «Здесь будет изложен другой подход к исследованию сильно нелинейных процессов в электронных потоках, основанный на разложении по сильно нелинейным (опрокидывающимся) волнам». Работа [8] во многом демонстрировала лишь связь между двумя, казалось бы, альтернативными подходами к рассмотрению электронного потока, но в ней не использовались новые представления и новые методы, развитые в нелинейной теории волн.

По-видимому, первым, кто попытался изучать новые нелинейные феномены - солитоны - в электронных СВЧ приборах, стал Джерри Томас (см., например, Thomas G.E. // *Int. J. Electronics*. 1984. Vol. 57, № 6. P.871-886.). Д. Томас заменяет реальный объект (будь то магнетрон или gyro-LBВ) моделью, в которой электронный поток представляется безграничной плазменной средой. Стандартная процедура, известная при получении эволюционных уравнений [9], после применения ее к уравнениям такой среды и к уравнениям Максвелла приводит к модифицированному уравнению Шредингера, имеющего солитонные решения. Существует ряд работ, относящихся к теории приборов типа O, в которых описаны солитоны, соответствующие уравнению Кортевега - де Вриза. Обзору таких «солитонных» работ посвящена статья [10]. Подобная идеология сведения задачи к эталонным уравнениям теории нелинейных волн развита и в работе [6]. Разумеется, при сведении задачи к эталонным уравнениям всегда остается вопрос о пределах применимости полученного результата. Часто подобные решения имеют место в таком диапазоне изменения рабочих параметров, где реальные приборы СВЧ не используются. Поэтому особую важность приобретает вычислительный эксперимент в рамках модели, описываемый исходными уравнениями (одна из таких попыток применительно к магнетрону была предпринята тем же Д. Томасом и описана в обзоре [5]).

В указанном выше смысле в этом специальном выпуске журнала (№№ 5 и 6, 1994), посвященном нелинейным волнам, обращают на себя внимание три статьи Н.М. Рыскина. В первой работе (№ 5) приведены точные решения для уединенных волн пространственного заряда в одномерном цилиндрическом электронном потоке, движущемся в сильном продольном магнитном поле, а также определены условия их устойчивости. В вычислительном эксперименте автор исследовал процессы возбуждения и взаимодействия этих волн, что позволило ему сделать выводы о степени применимости использовавшихся другими авторами модельных уравнений. В частности, показано, что столкновение двух быстрых и двух медленных волн с высокой степенью точности можно считать упругим. При столкновении же быстрой и медленной волн образуется «осциллирующий хвост»,

что представляет собой проявление неупругих эффектов. Во второй (№ 5) и третьей (№ 6) статьях, посвященных анализу модуляционной неустойчивости волн пространственного заряда, впервые показано, что взаимодействие волн приводит к неустойчивости практически при любом значении частоты несущей волны.

Большая часть статей выпуска посвящена сложной динамике различных СВЧ автогенераторов. Следует заметить, что автогенераторы хаотических колебаний появились еще в «достохастический период», когда никто не осмелился бы даже говорить о детерминированном хаосе в динамических системах. В шестидесятых годах был предложен и начал изучаться ЛБВ-генератор с запаздывающей обратной связью - шумотрон [11]. Роль шумотрона как экспериментальной модели, на которой проверялись все теоретические новинки, полученные при изучении хаоса в простых системах, трудно переоценить.

После того, как широкие круги физиков познакомились с работами по стохастической неустойчивости нелинейных колебаний и со статьями о странном аттракторе, хаос стали искать и находить везде, в том числе и в распределенных автоколебательных системах вакуумной нерелятивистской и релятивистской СВЧ электроники - таких, как лампа обратной волны (карсинотрон), оротрон, гиро-лампа со встречной волной, лазер на свободных электронах и т.д. Подробный обзор результатов исследований динамического хаоса в электронных СВЧ приборах, основанный на данных отечественной и зарубежной печати за 1965-1990 годы, содержится в работах [12-14].

По-видимому, самой простой электронной моделью со сложной динамикой можно назвать диод Пирса (см., например, [15]). В простейшей модели диода одномерный моноскоростной электронный поток с постоянной плотностью пространственного заряда, нейтрализованного ионным фоном, движется между заземленными электродами. Единственным бифуркационным параметром задачи является $\alpha = (\omega_p L) / v_0$ - невозмущенный угол пролета электронов по плазменной частоте ω_p (v_0 - скорость на входе в диод, L - расстояние между электродами). Бифуркации, происходящие при изменении α , приводят, в частности, к возникновению хаотического аттрактора по сценарию Фейгенбаума вблизи $\alpha = 3\pi$. При дальнейшем изменении сам аттрактор претерпевает кризисы. Важно, хаотические колебания возникают в диоде до образования виртуального катода, что позволяет говорить о диоде как эталонной модели возникновения «электронной турбулентности».

В статье В.Г. Анфиногентова (№ 5) сделан следующий шаг в исследовании сложной динамики диода Пирса - изучены нелинейные колебания в электронном потоке с виртуальным катодом. С физической точки зрения интересен отмеченный в работе факт появления вторичного виртуального катода и обнаруженный автором новый механизм возникновения в диоде хаотической динамики, связанный с нелинейным взаимодействием виртуальных катодов.

Нелинейная динамика виртуального катода в триодных системах рассмотрена в работе известных исследователей виркаторных приборов А.П. Привезенцева и Г.П. Фоменко (№ 5). Пожалуй, самое интересное в работе проявление хаоса и порядка в одной системе и их взаимная трансформация.

В экспериментах часто встречаются ситуации, когда хаотические пульсации возникают на фоне гармонических колебаний, то есть имеет место хаотическая модуляция. Режим хаотической модуляции может возникнуть в автономной волновой системе в результате развития собственной неустойчивости. Примером такой системы может служить лампа обратной волны (ЛОВ). В этом электронном генераторе наблюдался переход к режиму колебаний с хаотической модуляцией (см., например, [16]). В экспериментах с ЛОВ изменялись параметры замедляющей системы, электронного пучка, питания и т.д., и было обнаружено, что характер переходов по пути к хаотической модуляции качественно не меняется и в различных вариантах эксперимента определяется единственным параметром $L = \beta \{I_0 K / 4V_0\}^{1/3}$, где β - волновое число волны, синхронной с пучком, l - длина пространства взаимодействия, $\{I_0 K / 4V_0\}^{1/3} = C$ - параметр усиления Пирса, I_0 - постоянная составляющая пучка, V_0 - ускоряющее напряжение, K - сопротивление связи. Такое подобие свидетельствует о том, что флуктуации (в

частности, шумы электронного пучка) не принципиальны для возникновения хаотического режима в ЛОВ. Последовательность бифуркаций, наблюдаемых в этой системе по пути к режиму хаотической модуляции (при увеличении параметра L), была такой: одночастотные - многочастотные - хаотические колебания.

Лампа обратной волны была исследована теоретически и экспериментально во многих работах и стала своеобразной эталонной моделью распределенных автоколебательных систем со сложной динамикой.

В обзоре Д.И. Трубецкова, А.П. Четверикова (№ 5) сделана попытка рассмотреть автоколебания в распределенных системах электронный поток - встречная (обратная) волна не глазами специалиста по электронике, а с позиций современной нелинейной динамики. С единой точки зрения рассматриваются не только различные модификации ламп обратной волны, но и лампа с поперечным полем, лампа на аномальном доплеровском эффекте, gyro-лампа со встречной волной, пениотрон и другие. В отдельной статье А.П. Четверикова (№ 5) изложены оригинальные результаты исследования нелинейной динамики электронных систем с силовой группировкой.

Сверхвысокочастотные устройства твердотельной СВЧ электроники представлены работой Д.А. Усанова, С.Б. Венига, С.С. Горбатова и А.А. Семенова (№ 5), в которой изложены результаты исследований генераторов на диодах Ганна. Теоретическое описание подобных устройств сложнее, чем описание вакуумных генераторов, поскольку на нелинейные свойства импеданса диодов Ганна влияют режим питания, конструктивные исполнения элементов, тип электродинамической системы, в которую помещен диод, выбранный частотный диапазон и другие факторы. Поэтому принципиальную роль для теории играет правильный выбор эквивалентной схемы генератора и ее математическое описание, а также непрерывный экспериментальный контроль выбранной модели. Описан ряд новых результатов. В частности, экспериментально обнаружен и исследован эффект синхронизации мод при воздействии на генератор внешним сигналом на частоте субгармоники высокой кратности одной из составляющих спектра. Приведены результаты, свидетельствующие о возможности возникновения хаотических колебаний при напряжениях смещения, в несколько раз превышающих пороговое.

Колличество работ, в которых исследуется нелинейная динамика лазеров на свободных электронах (ЛСЭ), уже трудно сосчитать. Они весьма разноплановые в подходах и интерпретациях, поскольку ищут их не только (а может быть, не столько) специалисты по электронике, но и исследователи в области физики плазмы, квантовой электроники, оптики и др. Конечно, у ЛСЭ много общего в динамике с резонансной ЛБВ или лампой обратной волны. В частности, в ЛСЭ имеют место сценарии перехода к хаосу такие же, как в упомянутых устройствах. Однако, существуют и режимы, в которых возникновение стохастической неустойчивости объясняется механизмом перекрытия нелинейных резонансов: нескольким резонансам перекрытия соответствуют несколько потенциальных «ям», в которых колеблются электроны; при перекрытии резонансов происходит сближение «ям», и система может переходить из «ямы» в «яму» непредсказуемым образом. С такой неустойчивостью связаны паразитные явления в ЛСЭ.

В журнале № 6 нелинейной динамике ЛСЭ посвящены три работы представителей нижегородской школы физиков. Статья В.Л. Братмана и А.В. Савилова посвящена изложению результатов исследования сценария перехода к многочастотному режиму ЛСЭ-генератора, в котором электронный поток взаимодействует с синхронной попутной электромагнитной волной, многократно отражаемой зеркалами в пространстве взаимодействия. В рамках простой двухмодовой модели при малой надпороговости (не сильно превышающей критическую) подробно описан процесс конкуренции продольных мод.

В статье Н. С. Гинзбурга, Н.Ю. Пескова и А.С. Сергеева теоретически обсуждается концепция получения сверхмощного когерентного излучения миллиметрового диапазона, альтернативная методу антенных фазированных решеток с большим числом синхронизированных генераторов средней мощности. В основе концепции лежит идея использования двумерной распределенной

обратной связи в ЛСЭ. Исследован процесс установления колебаний и пространственной синхронизации излучения в таком ЛСЭ.

Третья статья носит обзорный характер и посвящена изложению результатов исследования конкуренции мод, их взаимной синхронизации, периодической и стохастической конкуренции мод, их взаимной синхронизации, периодической автомодуляции, некогерентной накачке в ЛСЭ и т.п. Обзор вполне может претендовать на название «Почти все о современной теории ЛСЭ». Замечу, что три автора этого номера - В.Л. Братман, Н. С. Гинзбург, М.И. Петелин - создали первую теорию ЛСЭ, основанную на концепции комбинированной волны еще в 1978 году, что позволило описывать различные конфигурации ЛСЭ с единой точки зрения (Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И. Энергетические возможности релятивистского комптоновского лазера // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 207-211). Применительно к модели ЛСЭ, рассмотренной в указанной работе и схематически представленной на рисунке, суть концепции в следующем.

В инерционной системе отсчета, которая следует поступательно в направлении движения электронного потока (в положительном направлении оси x) со скоростью, равной фазовой скорости комбинационной волны $v_\phi = \Omega/k_x = (\omega_c - \omega_n)/(k_c \cos \varphi_c + k_n \cos \varphi_n)$, поле E двух волн воздействующих на пучок является одночастотным: $E' = \text{Re}\{\hat{E}(r)\exp(i\omega t)\}$. Тогда в выбранной системе координат усредненное движение электрона, скорость которого $v' \ll c$, определяется силой Миллера (М.А. Миллер. Движение заряженных частиц в высокочастотных электромагнитных полях // Изв. Вузов. Сер. Радиофизика. 1958. Т.1. С. 166.)

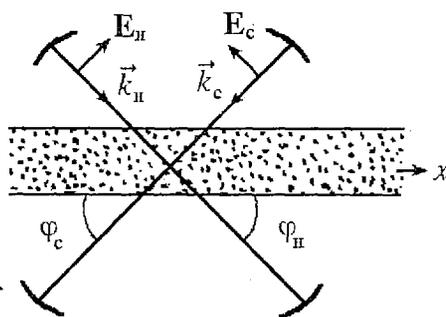


Рис. Схема модели ЛСЭ, в которой на электронный поток действует поле двух электромагнитных волн $E = \text{Re}\{E_n \exp[i(\omega_n t - k_n r)] + E_c \exp[i(\omega_c t - k_c r)]\}$, индексы «н» и «с» относятся к полю накачки и сигнала соответственно

$$F' = -[e^2/(4m\omega^2)]\nabla^2 |E|^2,$$

e и m - заряд и масса электрона. Эта сила при постоянных E_n и E_c

определяется только комбинационной волной; выражение для F' приведено для случая отсутствия фокусирующих электроны полей.

При таком подходе физические процессы в ЛСЭ можно интерпретировать как излучение частиц при условии их пространственного резонанса с волновыми биениями: $v \approx v_\phi \approx (\omega_c - \omega_n)/\alpha_x$, $\alpha_x = k_c - k_n$ (v - скорость электронов). В простейшем случае теория ЛСЭ становится аналогичной теории ЛБВ с заменой высокочастотного электрического поля в ЛБВ на эффективное поле комбинационной волны.

Дебютирует в выпуске (№ 5) студентка 5 курса физического факультета Саратовского университета Н.О. Бессуднова с работой, посвященной нелинейной теории электростатических волн в кольцах Сатурна.

Выше была упомянута сила Миллера, и это не случайно: «изюминка» выпуска (№ 5 и № 6), и его украшение - две лекции на летних физматшколах Михаила Адольфовича Миллера, известного специалиста в области электродинамики, яркого, разносторонне одаренного человека. Лекции не стоит анонсировать - их нужно читать.

Начиная с этого выпуска, в журнале появляется еще один раздел - «Новое в современной прикладной физике». Он представлен статьей В.И. Пономаренко и Д.И. Трубецкова (№ 6), обсуждающей одну из проблем вакуумной микроэлектроники, а именно: создание автогенератора на вакуумном микротриоде. В ней изложены результаты вычислительного и аналогового

радиотехнического экспериментов с возможным вариантом автогенератора. Несомненно, читателя заинтересуют материалы из книги «Красота фракталов».

Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984 (второе издание - 1992).
2. Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И. Автоструктуры. Хаотическая динамика ансамблей // Нелинейные волны. Структуры и бифуркации. М.: Наука, 1987. С. 7.
3. Заславский Г.М., Чириков Б.В. Стохастическая неустойчивость нелинейных колебаний // УФН. 1971. Т. 105. С. 7.
4. Kuhl R.L., Webster H.R. Breakup of hollow cylindrical electron beams // IRE Trans. 1956. Vol. ED-3. P. 172.
5. Трубецков Д.И., Шепелева Е.Я. Структуры (общий взгляд и задачи электроники) // Проблемы физической электроники. Л.: Издание ФТИ. 1988. С. 124.
6. Соколов Д.В., Трубецков Д.И. Нелинейные волны, динамический хаос и некоторые задачи сверхвысокочастотной электроники // Проблемы физической электроники. Л.: Изд-ние ФТИ. 1986. С. 141.
7. Фернбах С., Ротенберг М. Вычислительные методы в физике плазмы. М.: Мир, 1984. С. 204.
8. Солнцев В.А. Нелинейные волны в электронных потоках // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1974. Т. 17, №4. С. 616.
9. Пелиновский Е.Н., Фридман В.Е., Энгельбрехт Ю.К. Нелинейные эволюционные уравнения. Таллинн: Валгус, 1984
10. Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. Нелинейные электронные волны. Методы и результаты для приборов М-типа // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, вып. 2. С. 193.
11. Кислов В.Я. Теоретический анализ шумоподобных колебаний в электронно-волновых системах и автогенераторах с запаздыванием // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (5-ая зимняя школа-семинар инженеров). Кн. 5. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1981. С. 78.
12. Афанасьева В.В., Трубецков Д.И. Динамический хаос в сверхвысокочастотных релятивистских электронных устройствах // Проблемы физической электроники. Л.: Издание ФТИ. 1990. С. 115.
13. Афанасьева В.В., Трубецков Д.И. Динамический хаос в электронных сверхвысокочастотных приборах. Часть I. Вакуумные нерелятивистские приборы. Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. Вып. 3. (1615). М.: ЦНИИ «Электроника», 1991. С. 31.
14. Афанасьева В.В., Трубецков Д.И. Динамический хаос в электронных сверхвысокочастотных приборах. Часть II. Приборы релятивистской электроники. Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. Вып. 4 (1615). М.: ЦНИИ «Электроника», 1991. С. 32.
15. Анфиногентов В.Г., Трубецков Д.И. Хаотические колебания в гидродинамической модели диода Пирса // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37, № 12. С. 2251.
16. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное наблюдение стохастических автоколебаний в динамической системе электронный пучок - обратная электромагнитная волна // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29, вып. 3. С. 180.

Редактор выпуска чл.-корр. РАН, профессор

Д.И. Трубецков



АВТОКОЛЕБАНИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ «ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК - ВСТРЕЧНАЯ (ОБРАТНАЯ) ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА»

Д.И. Трубецков, А.П. Четвериков

Проведен аналитический обзор автоколебательных свойств распределенных динамических систем, основанных на взаимодействии встречных электромагнитной волны и волн в потоке электронов. Рассмотрены условия реализации абсолютной неустойчивости, линейный нестационарный процесс, свойства одночастотных и многочастотных, включая хаотические, автоколебаний. Описаны бифуркационные переходы между автоколебательными режимами и механизмами возникновения сложных пространственно-временных колебаний.

Введение

В теории колебаний и волн в качестве примера неравновесной среды часто приводят системы «электронный поток - электромагнитная волна» (более точно - «взаимодействующие электронный поток и электромагнитная волна», см., например, [1]). В указанных системах неустойчивость может быть связана с существованием волн с отрицательной энергией, то есть волн, с ростом амплитуды которых общая энергия системы «среда-волна» уменьшается. Наиболее известные примеры таких волн - медленная волна пространственного заряда (МВПЗ) и медленная циклотронная волна (МЦВ). Взаимодействие волн с отрицательной энергией с волнами с положительной энергией и с поглощающей средой приводят к неустойчивости: отдавая энергию, такая волна нарастает по амплитуде. Физические механизмы, обуславливающие неустойчивость, могут быть связаны с черенковской или циклотронной неустойчивостями и, в частности, с аномальным эффектом Доплера.

Для возникновения автоколебаний неустойчивость должна быть либо абсолютной, либо глобальной. Обе неустойчивости имеют место при наличии обратной связи. Если система не кольцевая, то обратная связь реализуется при взаимодействии электронного потока с обратной электромагнитной волной (с противоположно направленными фазовой и групповой скоростями) или со встречной волной. Причем встречные волны возникают как при отражении от стенок (есть резонатор), так и из-за специфики процессов взаимодействия. Подчеркнем, что для автоколебаний резонатор не обязателен, а обязательна обратная связь.

Для настоящего обзора, посвященного теоретическому анализу автоколебательных процессов в распределенных системах «электронный поток - встречная (обратная) электромагнитная волна» (ЭП-ВВ), наиболее полезным можно считать следующее, весьма широкое, определение распределенной

автоколебательной системы [2]: «Автоколебательной называется неконсервативная система, в которой в результате развития неустойчивостей возможно установление незатухающих волновых или колебательных движений (не обязательно регулярных), причем параметры этих движений - амплитуда и форма колебаний и волн, а в более общем случае - спектр колебаний, - определяются самой системой и не зависят от конечного изменения начальных условий».

Подчеркнем, что если установление стационарного режима определяется диссипацией, то характеристики установившегося волнового процесса зависят от самой среды - генерируемая частота определяется дисперсионными свойствами среды, обеспечивающими выполнение условий синхронизма для определенных частот взаимодействующих волн, и резонатором, когда он есть. В отличие от большинства задач, решения которых изложены, скажем, в [1], где активная среда¹ задана, в системе ЭП-ВВ (задача о неравновесной среде) все процессы можно описать лишь в рамках самосогласованной теории. Математически такая теория формулируется в виде двух блоков уравнений (обычно в дифференциальной форме):

1) линейное уравнение возбуждения электромагнитного поля в волноведущей системе током электронного пучка; в дальнейшем - уравнение электромагнитной волны;

2) нелинейные, в общем случае, уравнения, описывающие процессы в электронном пучке (активной среде) под действием поля; в дальнейшем - уравнения электронной волны (волн).

В такой постановке к данной задаче можно применить общие методы теории колебаний и волн. При этом колебательно-волновые процессы в распределенной автоколебательной системе можно трактовать как процессы взаимодействия волн, имеющих противоположные групповые скорости, - нелинейной электронной волны (или волн) и линейной электромагнитной волны. Конечно, следует сразу подчеркнуть условность термина «нелинейная электронная волна»: на самом деле, речь идет об эволюции возмущений и описывающих ее уравнениях активной среды - электронного потока. Акцент на условности этой удобной в дальнейшем терминологии делается потому, что в электронных потоках есть «настоящие» электронные волны (см., например, [3,4]), но в данном обзоре речь идет не о них.

Примечательным является то, что при определенных условиях уравнение электромагнитной волны остается одним и тем же для разных автоколебательных систем; различаются лишь уравнения «активной» среды - электронной волны. Благодаря этому можно провести сравнительный анализ систем ЭП-ВВ с различными механизмами взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем с достаточно общих колебательно-волновых позиций, что является основной целью настоящего аналитического обзора.

Обзор включает в себя качественный анализ процессов в системе ЭП-ВВ (п.1), анализ характера неустойчивости анализируемых систем (п.2), рассмотрение линейных нестационарных процессов в системе (п.3), описание математических моделей нелинейных электронных волн в системах с различными механизмами взаимодействия волн (с разными нелинейными свойствами) (п.4) и анализ стационарных (одночастотных и многочастотных - периодических и хаотических) автоколебаний в них (п.5).

1. Качественный анализ взаимодействия электромагнитной и электронной волн с противоположными групповыми скоростями

Рассмотрим качественно взаимодействие волн в электродинамической волноведущей системе, заполненной активной средой - электронным потоком. Термин «поток» подразумевает, что все электроны, заполняющие пространство

¹Среда называется активной, если при включении внешнего поля в ней возникает отрицательная проводимость или вязкость (линейная или нелинейная).

взаимодействия, имеют компоненту скорости $v_{||}$, направленную вдоль оси z электродинамической структуры (для определенности - в положительном направлении, рис. 1), и, следовательно, - запас «продольной» кинетической энергии. Кроме того, электроны могут смещаться и в поперечной плоскости пространства взаимодействия, в частности, совершать колебательные движения, обладая запасом «поперечной» кинетической энергии (электроны-осцилляторы). Известно, что в таком потоке - активной среде -

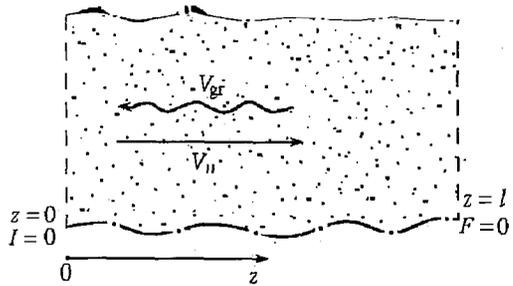


Рис. 1. Схема, поясняющая процесс взаимодействия одномерных электронной и электромагнитной волн, распространяющихся навстречу друг другу

могут существовать высокочастотные возмущения в виде волн с групповыми скоростями, равными по величине $v_{||}$ при малом уровне возмущений. Предположим, что в электродинамической структуре может распространяться электромагнитная волна с групповой скоростью $v_{gr} = -|v_{gr}|$, причем фазовая скорость волны v_{ph} может быть как отрицательной ($v_{ph} \uparrow \uparrow v_{gr}$ - встречная волна), так и положительной ($v_{ph} \uparrow \downarrow v_{gr}$ - обратная волна, которая обычно реализуется в периодической электродинамической системе в виде обратной пространственной гармоника). В дальнейшем для простоты будем называть такие волны встречными (ВВ), оговаривая каждый раз особо разницу между встречной и обратной волнами там, где она принципиальна. При определенных условиях волны в потоке и встречная электромагнитная волна могут эффективно взаимодействовать. Пусть, например, в начальный момент времени $t=0$ электронная и электромагнитная волны возникают в виде шумовых возмущений, имеющих естественное происхождение (дробовой шум, тепловые шумы и т.п.) или появляющихся при формировании электронного потока. Амплитуды возмущений малы, поэтому на начальной стадии колебаний процесс в системе может рассматриваться как взаимодействие линейных волн. Отдельные компоненты электронной и электромагнитной волн, то есть их пространственно-временные Фурье-компоненты будут взаимодействовать эффективно, если выполняется условие временного ($\omega_1 \approx \omega_2$) и пространственного ($v_{ph1}(\omega_1) \approx v_{ph2}(\omega_2)$) резонансов. Здесь ω_1 и ω_2 - частоты компонент «холодных» (в отсутствие взаимодействия) электромагнитной и электронной волн, v_{ph1} и v_{ph2} - их фазовые скорости. Разумно предположить, что в системе может реализоваться абсолютная неустойчивость, поскольку (математическое доказательство этого факта приведено ниже) групповые скорости волн направлены в разные стороны, а одна из волн - волна активной среды. Если к тому же для рассмотренных волн удовлетворяются и граничные условия на концах ограниченной в пространстве системы (в таком виде она реализуется практически), то в ней будет происходить нарастание колебаний во времени² по экспоненциальному закону (линейная стадия переходного процесса) до тех пор, пока за счет нелинейных эффектов в электронном потоке не произойдет установление стационарного режима колебаний (термин «стационарный» здесь употребляется для любого установившегося режима - одночастотного, периодического, квазипериодического, хаотического). Свойства такого режима зависят от нелинейных свойств электронной волны. Таким образом, в рассматриваемом процессе можно выделить три характерных этапа: линейная стадия переходного процесса, нелинейная стадия переходного процесса,

² Если эти условия не выполняются, то амплитуды колебаний останутся на уровне шумовых возмущений. Это так называемый предгенерационный режим, который с точки зрения теории динамических систем соответствует состоянию устойчивого равновесия, то есть не является автоколебательным. Поэтому в настоящем обзоре он не обсуждается.

режим стационарных колебаний. Проанализируем их отдельно, начав с рассмотрения линейных колебаний в рамках модели взаимодействующих линейных волн.

Учтем, что спектр частот, для которых реализуется эффективное взаимодействие волн, лежит около частоты ω_0 , определяемой из условия точного пространственного резонанса $v_{ph1}(\omega_0) = v_{ph2}(\omega_0)$. Его ширина $\Delta\omega$ зависит от величины коэффициентов связи между волнами [1] и в стандартных ситуациях, которые в дальнейшем только и будут рассматриваться, удовлетворяет условию $\Delta\omega \ll \omega_0$. Более того, из-за встречных направлений групповых скоростей волн (см. рис.1) и продольные волновые числа h взаимодействующих компонент также удовлетворяют аналогичному условию $\Delta h \ll h_0$, где $h_0 = h(\omega_0)$. (Отметим, что будет рассматриваться только «одномерная» эволюция волн в предположении, что все возможные поперечные распределения характеристик волн $\Psi(r_{\perp})$ заданы и неизменны). Сказанное позволяет анализировать только процессы с узкополосным спектром частот и волновых чисел в окрестности точки (ω_0, h_0) пересечения дисперсионных характеристик «холодных» волн на диаграмме Бриллюэна $\omega = \omega(h)$. В этом есть важное достоинство: нет нужды знать всю дисперсионную характеристику, и колебательные процессы в системах различного типа со встречной (обратной) волной могут быть исследованы в рамках достаточно общей модели. В обзоре будут, в основном, рассмотрены ЛОВ типа 0 [5-14] и типа М [5, 15-16], гиро-ЛВВ [17-20], пениотрон на встречной волне [21-24], ЛОВ на аномальном эффекте Доплера [25], ЛОВ с поперечным полем [26], в исследовании которых авторы принимали личное участие³.

Из предположения об узкополосности временного и пространственного спектров следует, во-первых, возможность разделения «быстрых», соответствующих эволюции с частотой $\sim \omega_0$, и «медленных», соответствующих эволюции с частотами $\sim \Delta\omega$, переменных в описании процессов взаимодействия. Во-вторых, это предположение позволяет единообразно описывать электродинамическую часть задачи для разных ЛВВ. Более того, на линейной стадии процесса и описание электронных волн в простейших моделях всех известных ЛВВ сводится к анализу всего двух характерных разновидностей волн, соответствующих, за редким исключением, инерционному и силовому (безынерционному) типам фазировки электронов [27, 28]. Покажем это.

Для любой частоты ω из полосы $\Delta\omega$ верно соотношение⁴

$$\omega \approx \omega_0 + (\partial\omega/\partial h)_{h_0}(h - h_0) = \omega_0 - |v_{gr1}|(h - h_0), \quad (1)$$

поэтому амплитуда электромагнитной волны может быть представлена в виде

$$\mathbf{E} = E_0 \Psi_E F(z, t) e^{i(\omega_0 t - h_0 z)}, \quad (2)$$

где безразмерная комплексная амплитуда $F(z, t)$ является медленноменяющейся по сравнению с $\exp(j(\omega_0 t - h_0 z))$, и ее эволюция в отсутствие связи с электронной волной описывается в соответствии с (1) уравнением

$$\partial F/\partial t - |v_{gr1}| \partial F/\partial z = 0. \quad (3)$$

Если же эта волна взаимодействует с электронной волной $\mathbf{J} = I_0 \Psi_I(r_{\perp}) I(z, t) * \exp(j(\omega_0 t - h_0 z))$ с безразмерной медленноменяющейся амплитудой $I(z, t)$, то

³ Список литературы не претендует на полноту: приведены только те источники, которые непосредственно использовались при написании статьи. Дополнительную информацию можно получить из обзоров [5, 33-35].

⁴ Для этого необходимо только, чтобы в полосу $\Delta\omega$ не попадали критические частоты электродинамической системы.

уравнение (3) заменяется на неоднородное уравнение

$$\partial F / \partial t - |v_{gr1}| \partial F / \partial z = -\epsilon_1 F; \quad (4)$$

здесь $\Psi_E(r_{\perp})$ и $\Psi_I(r_{\perp})$ - векторные функции поперечного распределения амплитуд электромагнитной и электронной волн соответственно, I_0 - постоянный ток пучка, $\epsilon_1 \sim I_0$ - параметр связи. Уравнение типа (4) обычно называется в электронике уравнением возбуждения и выводится из уравнений Максвелла (см., например, [5]). Оно является универсальным для всех рассматриваемых систем, в отличие от уравнений, описывающих эволюцию амплитуды электронной волны.

При взаимодействии электромагнитной волны с единственной парциальной электронной волной⁵ (эта ситуация реализуется во всех системах с силовой и в отдельных системах с инерционной группировкой электронов в потоке [1, 27, 28, 36]) справедливо уравнение

$$\partial I / \partial t + v_{\parallel} \partial I / \partial z = -\epsilon_2 F. \quad (5)$$

В этом случае в системе происходит двухволновое взаимодействие.

Если же электромагнитная волна взаимодействует одновременно с двумя электронными вырожденными волнами, то есть имеющими одинаковые (близкие) дисперсионные характеристики в полосе $\Delta\omega$, то реализуется случай трехволнового взаимодействия, которому соответствует уравнение электронной волны

$$(\partial / \partial t + v_{\parallel} \partial / \partial z) I = j\epsilon_2 F; \quad (6)$$

здесь ϵ_2 - коэффициент связи, причем $\epsilon_2 \sim K_0$, $K_0 \sim |E_{eff}|^2 / P_0$, где E_{eff} - напряженность резонансной компоненты поля, эффективно взаимодействующей с электронной волной, P_0 - поток мощности электромагнитной волны, v_{\parallel} играет роль групповой скорости электронной волны.

Отметим, что в обзоре не ставится цель вывода уравнений (4)-(6) и даже не обсуждаются условия, при которых они применимы для реальных систем - при необходимости об этом можно узнать из приведенных в списке литературы работ, посвященных конкретным системам.

Считая в дальнейшем, что $|v_{gr1}| = v_{\parallel}$, что непринципиально, поскольку всегда можно выбрать систему координат, в которой взаимодействующие волны распространяются в разные стороны с одинаковой скоростью, введем безразмерное время $\hat{\tau} = \omega_0 \tau$ и продольную координату $\hat{\zeta} = \hat{h}_0 z \epsilon$, где $\epsilon = (\epsilon_1 \epsilon_2)^{1/2} \ll 1$ для систем с двухволновым взаимодействием и $\epsilon = (\epsilon_1 \epsilon_2)^{1/3} \ll 1$ для систем с трехволновым взаимодействием.

В новых переменных уравнения (4)-(6) будут выглядеть следующим образом:

$$\partial F / \partial \hat{\tau} - \partial F / \partial \hat{\zeta} = -I, \quad (7)$$

$$\partial I / \partial \hat{\tau} + \partial I / \partial \hat{\zeta} = -F, \quad (8)$$

$$(\partial / \partial \hat{\tau} + \partial / \partial \hat{\zeta}) I = jF, \quad (j = \sqrt{-1}). \quad (9)$$

Отметим, что форма записи уравнений (7)-(9), соответствующая лабораторной системе координат, не самая удобная для анализа. При рассмотрении двух взаимодействующих волн всегда имеется возможность заменой переменных исключить в одном из уравнений эволюции волн временную или пространственную производную.

⁵ При малом уровне возмущений в электронном потоке электронная волна может являться суперпозицией линейных (нормальных) волн - волн пространственного заряда, циклотронных волн и т.п.

В частности, переход в движущуюся со скоростью электронов систему координат $\tau_v = \hat{\tau}$, $\zeta_v = \hat{\zeta} - \hat{\tau}$ приводит к уравнениям

$$\partial I / \partial \tau_v = -F \quad (10)$$

и

$$\partial^2 I / \partial \tau_v^2 = jF. \quad (11)$$

Использование же системы «со смещенным отсчетом времени» $\zeta = \hat{\zeta}$, $\tau = (\hat{\tau} - \hat{\zeta})/2$ преобразует уравнения (8)-(9) к следующему виду:

$$\partial I / \partial \zeta = -F, \quad (12)$$

$$\partial^2 I / \partial \zeta^2 = jF. \quad (13)$$

При этом форма уравнения (7) не изменяется:

$$\partial F / \partial \tau - \partial F / \partial \zeta = -I. \quad (14)$$

2. Анализ характера неустойчивости в системе ЭП-ВВ

Покажем, что в системах, описываемых уравнениями (7)-(8), (7)-(9) или (12)-(14), (13)-(14), реализуется абсолютная неустойчивость. Полагая $F, I \sim e^{j(\hat{\omega}\hat{\tau} - \hat{h}\hat{\zeta})}$, где $\hat{\omega}$, \hat{h} - безразмерные «медленные» частота и волновое число в лабораторной системе координат, из (7) и (8) получим для двухволнового случая дисперсионное уравнение

$$\hat{h}^2 - \hat{\omega}^2 - 1 = 0. \quad (15)$$

Заметим, что двухволновое взаимодействие является простейшим случаем взаимодействия линейных волн и его свойства хорошо изучены [36,5,1]. Однако именно в этом случае удобно показать применение методов анализа характера неустойчивости в системе взаимодействующих линейных волн.

Напомним, что согласно критерию Стэррока-Бриггса (см., например, [29]), в системе существует абсолютная неустойчивость, если в решении дисперсионного уравнения $\hat{h} = \hat{h}(\hat{\omega})$ имеются два корня $\hat{h}_{1,2}$, которые при $\text{Im}(\hat{\omega}) \rightarrow -\infty$ лежат по разные стороны действительной оси в плоскости комплексных \hat{h} , а при уменьшении $|\text{Im}(\hat{\omega})|$ сближаются, причем значения \hat{h}_a и $\hat{\omega}_a$, при которых они сливаются ($\hat{h}_1(\hat{\omega}_a) = \hat{h}_2(\hat{\omega}_a) = \hat{h}_a$), определяют асимптотическое поведение начального состояния волны

$$F(\hat{\tau}) \sim (1/\sqrt{\hat{\tau}}) (e^{j(\hat{\omega}_a \hat{\tau} - \hat{h}_a \hat{\zeta})}). \quad (16)$$

В случае взаимодействия волн, распространяющихся в разные стороны, такие два корня всегда есть и, как нетрудно видеть из уравнения (15),

$$\hat{\omega}_a = -j, \quad \hat{h}_a = 0. \quad (17)$$

Поэтому в системе действительно реализуется абсолютная неустойчивость с асимптотическим поведением возмущения во времени и пространстве по закону

$$F(\hat{\tau}, \hat{\zeta}) \sim (1/\sqrt{\hat{\tau}}) e^{\hat{\zeta}}. \quad (18)$$

Это означает, что из всех возможных возмущений с $|\hat{h}| < 1$, существование которых следует из решения уравнения (15)

$$\hat{\omega} = \pm \sqrt{\hat{h}^2 - 1}, \quad (19)$$

с течением времени выделяется возмущение с наиболее «гладким» пространственным распределением с $\hat{h} = 0$, максимальным инкрементом $\text{Im} \hat{\omega} = -1$, и частотой $\text{Re} \hat{\omega} = 0$, соответствующей точному синхронизму невзаимодействующих волн.

В случае трехволнового взаимодействия удобно провести исследование характера неустойчивости в системе со смещенным отсчетом времени на основании уравнений (13) и (14). Здесь $\bar{\omega}_a$ и \bar{h}_a (черта соответствует системе со смещенным отсчетом времени) определяются из дисперсионного уравнения

$$\bar{h}^3 + \bar{\omega} \bar{h}^2 - 1 = (\bar{h} - \bar{h}_a)^2 (\bar{h} - \bar{h}_3), \quad (20)$$

причем

$$\bar{\omega}_a = (3^3 \sqrt{2}) / 4 (1 - j\sqrt{3}), \quad \bar{h}_a = (3\sqrt{2}) / 2 (-1 + j\sqrt{3}). \quad (21)$$

Тогда в лабораторной системе координат имеем

$$F \sim (1/\sqrt{\tau}) e^{((3\sqrt{3})/(4^3\sqrt{4}))\hat{\tau}} e^{((- \sqrt{3})/(4^3\sqrt{4}))\hat{\xi}}. \quad (22)$$

Из сравнения соотношений (16) и (22) следует, что в последнем случае максимальный инкремент имеют возмущения с частотой, отличающейся от частоты точного синхронизма, поскольку с электромагнитной волной взаимодействуют одновременно две вырожденные парциальные электронные волны - этот результат хорошо известен в электронике СВЧ.

3. Линейная нестационарная теория ЛВВ

Приведенный выше способ установления характера неустойчивости относится к безграничным системам. Реально же рассматриваемые системы всегда имеют конечную длину, то есть взаимодействие электромагнитной и электронной волн происходит на ограниченном участке пространства, который в дальнейшем будет называться пространством взаимодействия. При этом амплитуды волн должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$l|_{\xi=0} = 0, \quad (23)$$

$$F|_{\xi=A} = 0, \quad (24)$$

где A - безразмерная длина пространства взаимодействия ($A = h_0 l \epsilon$, l - геометрическая длина пространства взаимодействия).

Первое из них соответствует отсутствию высокочастотных возмущений электронного пучка на входе в пространство взаимодействия, второе - отсутствию воздействия внешнего электромагнитного сигнала на систему. Это означает, что электронная волна является волной с отрицательной энергией (для трехволнового взаимодействия по крайней мере одна из электронных волн - волна с отрицательной энергией), поскольку электромагнитная волна переносит положительный поток мощности, и он на входе в пространство взаимодействия равен нулю. Действительно, только в этом случае возможно возбуждение электромагнитной волны за счет передачи ей энергии от электронной волны, амплитуда которой на входе в пространство взаимодействия равна нулю. Отметим

однако, что не всегда она может быть интерпретирована как одна из стандартных волн с отрицательной энергией электронного пучка, то есть с медленной волной пространственного заряда, медленной циклотронной волной или синхронной волной. В некоторых случаях возбуждаются волны с отрицательной энергией более сложной природы, например, в пениотроне или giro-ЛВВ.

Конечность длины пространства взаимодействия приводит к тому, что не все возможные возмущения с волновыми числами, определенными условиями реализации абсолютной неустойчивости, могут развиваться в системе. Возбуждаются лишь те из них, для которых возникающие пространственные возмущения амплитуд электромагнитной и электронной волн удовлетворяют граничным условиям (23)-(24). Определим их сначала для двухволнового взаимодействия, используя уравнения (12), (14). Учтем, что если

$$F(\tau, \zeta) \sim Ce^{j(\bar{\omega}\tau - \bar{h}\zeta)}, \text{ то } I(\tau, \zeta) \sim -j(C/\bar{h})e^{j(\bar{\omega}\tau - \bar{h}\zeta)}, \quad (25)$$

причем $\bar{\omega}$ и \bar{h} связаны дисперсионным уравнением

$$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0, \quad (26)$$

так что

$$\bar{h} = \bar{\omega}/2 \pm \sqrt{(\bar{\omega}^2/4) - 1}. \quad (27)$$

Подставляя решение (25) в формулу (12) и учитывая граничные условия, получим, что амплитуда поля представляется суперпозицией линейных мод (собственных видов колебаний)

$$F(\tau, \zeta) = \sum_k C_k f_k(\zeta) e^{j\bar{\omega}_k(A)\tau} \quad (28)$$

с функциями распределения $f_k(\zeta)$ (рис.2 [5]), частотами $\text{Re}(\bar{\omega}_k) = 0$ и инкрементами $2\alpha_k = -\text{Im}\bar{\omega}_k$, определенными из уравнения

$$\text{tg}(\sqrt{1 - \alpha^2} A) = -\sqrt{1 - \alpha^2} / \alpha. \quad (29)$$

Из рис. 3 [5] следует, что инкременты $2\alpha_k$ (коэффициент «2» введен для удобства), являющиеся функциями параметра A , образуют дискретный ряд, причем большим значениям α_k соответствуют более «гладкие» распределения $f_k(\zeta)$. Значение A , при котором наибольший из инкрементов (в данном случае α_1 , если пронумеровать их в порядке убывания величины) перестает быть отрицательным, будем называть стартовым значением A_{st} . Нетрудно видеть, что $A_{st} = A_{k=1} = \pi/2$, где A_k определяются как пороговые значения для k -ой моды ($\alpha_k(A_k) = 0$).

Очевидно, что при $A < A_{st}$ возмущения в системе не нарастают, и она находится в состоянии устойчивого равновесия (предгенерационный режим). При

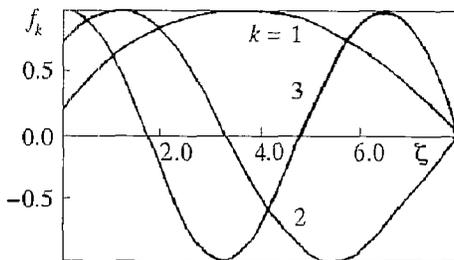


Рис. 2. Пространственные распределения амплитуд $f_k(\zeta)$ линейных мод с низкими номерами в модели с двухволновым взаимодействием при $A = 8$

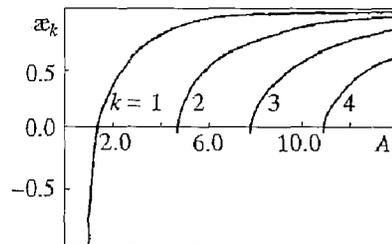


Рис. 3. Зависимости инкрементов линейных мод от параметра взаимодействия A в модели с двухволновым взаимодействием

$A > A_{st}$ состояние равновесия становится неустойчивым. При этом асимптотическое поведение $F(\tau, \zeta)$ при достаточно малой величине начального возмущения $|F^0| \ll 1$ определяется выражением

$$F(\tau, \zeta) \approx C_1 f_1(\zeta) e^{2\alpha_1 \tau}. \quad (30)$$

Оно практически не зависит от того, сколько собственных мод имеют положительный инкремент, поскольку инкремент первой моды всегда больше инкрементов других мод с менее гладкими («многогорбыми», см. рис. 3) пространственными распределениями, а их начальные амплитуды примерно одинаковы и малы. Отметим характерную особенность двухволнового взаимодействия: все собственные моды имеют одинаковую частоту $\text{Re} \bar{\omega}_k = 0$.

Таким образом, безразмерная длина системы A (пропорциональная квадратному корню из тока электронного потока) является ее бифуркационным параметром, значение $A = A_{st} = A_1 = \pi/2$ - первым бифуркационным значением, а инкремент $2\alpha_1$ и функция пространственного распределения амплитуды $f_1(\zeta)$ определяют асимптотическое поведение амплитуд электромагнитной и электронной волн на линейной стадии переходного процесса, то есть процесса установления колебаний. Длительность этой стадии может быть оценена как

$$\tau_{уст.л.} \approx 1/(2\alpha_1) \ln |F_n/C_1|, \quad (31)$$

где значение F_n определяет (хотя бы по порядку величины) значение амплитуды поля, при котором становятся заметными нелинейные эффекты в электронном потоке.

Для трехволнового взаимодействия анализ проводится аналогично [5]. Из него следует, что комплексная частота $\bar{\omega}_k$ определяется из уравнения

$$\Delta(\bar{\omega}) = \begin{vmatrix} \delta_1^2 e^{\delta_1 A} & \delta_2^2 e^{\delta_2 A} & \delta_3^2 e^{\delta_3 A} \\ \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (32)$$

где $\delta_{1,2,3}$ - корни дисперсионного кубического уравнения

$$\delta^2(\delta - j\bar{\omega}) = j. \quad (33)$$

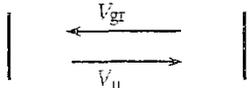
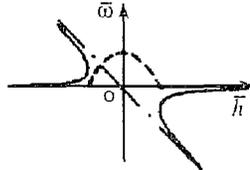
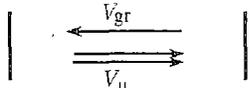
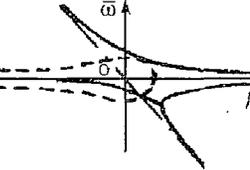
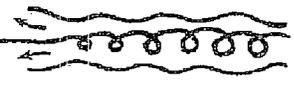
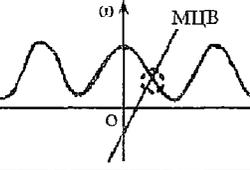
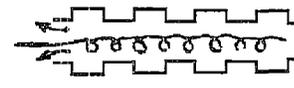
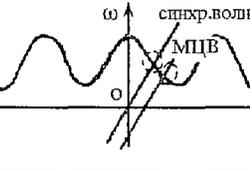
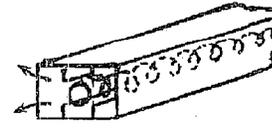
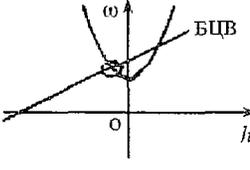
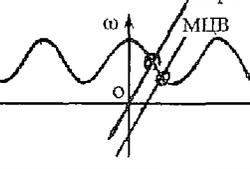
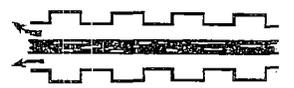
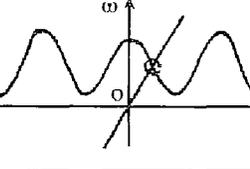
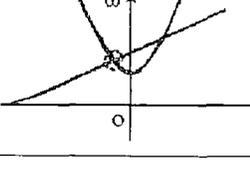
Результаты их решения показывают, что теперь $A_{st} = A_1 = 1.974$, $A_2 \approx 3.7$, и т.д., но качественная картина развития неустойчивости при $A > A_{st}$ на этом этапе колебательного процесса практически не отличается от рассмотренной выше.

4. Нелинейные модели систем ЭП-ВВ

При достижении амплитудой $F(\tau, \zeta)$ достаточно больших значений начинают проявляться нелинейные свойства электронных волн, которые могут быть весьма разнообразными и определяются механизмами взаимодействия электромагнитной и электронной волн. Поэтому здесь уместно описать системы, которые в дальнейшем будут рассматриваться, и провести их качественный сравнительный анализ. Ниже в таблице приведены схематические изображения реальных электронно-волновых приборов со встречной или обратной волной (строки 3-8), дисперсионные характеристики электромагнитной и электронной волн в этих системах (пунктирными кружочками указан интервал частот и волновых чисел, где волны эффективно взаимодействуют), дисперсионное уравнение и указан характер взаимодействия.

Нелинейные уравнения, описывающие эволюцию волн тока в системе координат со смещенным отсчетом времени, рассмотрим для каждого случая отдельно, начав с систем с инерционной группировкой электронов.

Таблица

Схема прибора (модели)	Диаграмма Бриллюэна	Дисперсионное уравнение (в системе со сдвигом отсчета времени)	Характер взаимодействия. Механизм излучения
<p>1. Модель с фазовой нелинейностью</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой</p>
<p>2. Модель с интегральной нелинейностью</p> 		$\bar{h}^3 + \bar{\omega}\bar{h}^2 - 1 = 0$	<p>Инерционный</p>
<p>3. ЛОВ АД</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой. Циклотронный</p>
<p>4. ЛОВ ПП</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой. Циклотронный, черенковский</p>
<p>5. Пенетрометр на ВВ</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой. Циклотронный</p>
<p>6. ЛОВМ</p> 		$\bar{h}^2 - \bar{\omega}\bar{h} + 1 = 0$	<p>Силовой. Циклотронный, черенковский</p>
<p>7. ЛОВО</p> 		$\bar{h}^3 + \bar{\omega}(\bar{h}^2 - q) - \bar{h}q - 1 = 0$	<p>Инерционный. Черенковский</p>
<p>8. Гиро-ЛВВ</p> 		$\bar{h}^3 + \bar{\omega}\bar{h}^2 + \bar{h} - \mu = 0$	<p>Инерционный. Циклотронный</p>

4.1. ЛОВ типа О [5-14]. Амплитуда волны тока определяется следующей системой уравнений:

$$I = (1/\pi) \int_0^{2\pi} e^{-ju} du_0, \quad (34)$$

$$\partial^2 u / \partial \zeta^2 = -\text{Re}[(F + jqI)e^{ju}], \quad (35)$$

причем $u|_{\zeta=0} = u_0$, $u_0 \in (0, 2\pi)$, $du/d\zeta|_{\zeta=0} = 0$. Здесь $u = u(u_0) = \omega(t - z/v_{||})$ - фаза колебаний электронов, $u_0 = u(z=0) = \omega t_0$, q - параметр пространственного заряда. Нелинейность в этой системе определяется нелинейной функцией $\exp(ju)$ и характерной «интегральной» нелинейностью в интеграле (34), которая не позволяет сформулировать дифференциальное уравнение относительно амплитуды волны тока $I(\tau, \zeta)$. Это связано с неидентичностью нелинейного поведения различных электронов, формирующих волну тока из первоначально однородного потока, для которой функция $I(\tau, \zeta)$ является интегральной характеристикой. Отметим сразу, что исследование систем с такой сложной нелинейностью, плохо поддающейся каким-либо аппроксимациям в общем случае, является непростой задачей и проводится обычно с помощью численного моделирования с применением метода крупных частиц.

Для линейной же стадии переходного процесса ($|F|, |I| \ll 1$), когда $u = u_0 + \theta(\tau, \zeta, u_0)$ и $|\theta| \ll 1$,

$$I = -j(1/\pi) \int_0^{2\pi} \theta e^{-ju_0} du_0. \quad (36)$$

Тогда нетрудно получить линейное уравнение

$$\partial^2 I / \partial \zeta^2 + qI = jF, \quad (37)$$

которое при малом параметре $q \approx 0$ совпадает с уравнением (13), а при большом - преобразуется с учетом условия пространственного резонанса обратной волны и медленной волны пространственного заряда к уравнению типа (12) ($2\sqrt{q} \partial I / \partial \zeta = -F$).

Заметим, что при большом пространственном заряде в зависимости от условий пространственного резонанса имеет место селективное взаимодействие электромагнитной волны либо с медленной волной пространственного заряда, либо с быстрой, а при $q \rightarrow 0$ обе вырожденные электронные волны (кинематические волны) взаимодействуют с электромагнитным полем в одинаковых условиях [5].

Отметим, что при $q = 0$ система имеет единственный параметр, являющийся бифуркационным, и может рассматриваться как базовая однопараметрическая электронно-волновая система с инерционной нелинейностью.

Модификацией ЛОВО можно считать релятивистский карсинотрон [6], для которого

$$\partial^2 u / \partial \zeta^2 = -(1 + v du/d\zeta)^{3/2} \text{Re}(F e^{ju}). \quad (38)$$

В этом случае параметром системы, кроме A , является также параметр $v \sim \gamma_0^2$, где релятивистский фактор γ_0 характеризует степень зависимости массы электронов от их энергии.

4.2. Гиро-ЛВВ [17-20]. Для нее справедлива следующая система уравнений:

$$I = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} \beta d\varphi_0, \quad (39)$$

$$\partial \beta / \partial \zeta + j\mu(1 - |\beta|^2)\beta = F, \quad \beta|_{\zeta=0} = e^{j\varphi_0}, \quad \varphi_0 \in (0, 2\pi). \quad (40)$$

Здесь $\beta = re^{j\varphi}$ - «комплексный радиус» траекторий электронов ансамбля, первоначально равномерно распределенных по фазе относительно ВЧ поля, $\mu = (v_{||}/c)/(2\epsilon)$ - параметр релятивистской неизохронности, связанный с эффектом релятивистской зависимости массы электронов от энергии и характеризующий меру инерционности системы. Нелинейность в такой системе также двух видов: «фазовая» ($\sim \mu(1-|\beta|^2)\beta$), определяющая изменение фаз компонент волны тока, и «интегральная», описывающая свойства ансамбля электронов. При этом система имеет уже два бифуркационных параметра: μ и A или (μA) и A . Первой парой параметров удобно пользоваться, когда рассматривается система с постоянным током пучка I_0 , так что A может изменяться при $\mu = \text{const}$ за счет изменения длины системы l . Если же анализируется система с неизменной длиной l , то при изменении A за счет изменения тока постоянное значение сохраняет параметр μA .

Из соотношений (40) следует, что

$$\partial r / \partial \zeta = \text{Re}(F e^{-j\varphi}), \quad (41)$$

$$\partial \varphi / \partial \zeta + \mu(1-r^2) = (1/r) \text{Im}(F e^{-j\varphi}). \quad (42)$$

Нетрудно видеть из соотношения (42), что при $\mu \gg 1$ во всем пространстве взаимодействия радиус $r \approx 1$ вследствие быстрого изменения фазы. В этом случае процессы в системе протекают так же, как в ЛОВО при $q = 0$. Действительно из соотношений (39), (41) и (42) при $\mu \gg 1$ видно, что

$$I \approx (1/2\pi) \int_0^{2\pi} e^{j\varphi} d\varphi_0, \quad (43)$$

$$\partial^2 \varphi / \partial \zeta^2 \approx 2\mu \text{Re}(F e^{j\varphi}). \quad (44)$$

Соотношения (43)-(44) с точностью до множителя 2μ совпадают с уравнениями (34)-(35). Это обстоятельство естественно отражается и в уравнениях, описывающих линейную стадию процесса, а именно: вытекающее из (43)-(44) линейное уравнение

$$\partial^2 I / \partial \zeta^2 = (\partial / \partial \zeta + j\mu) F \quad (45)$$

при $\mu \gg 1$ принимает форму уравнения (13).

Таким образом, все сделанные выше замечания относительно особенностей моделирования процессов в ЛОВО верны и для giro-ЛВВ. Другие системы с инерционными механизмами фазировки здесь рассматриваться не будут, хотя они существуют, например, в классе лазеров на свободных электронах, поскольку можно предполагать, что их свойства во многом будут похожи на свойства описанных выше систем.

Разнообразными свойствами обладают также системы, в которых основной механизм фазировки силовой [27,28], и которые на линейной стадии процесса колебаний ведут себя совершенно одинаково как системы с двухволновым взаимодействием, но на нелинейной стадии могут проявлять весьма неожиданные свойства. Рассмотрим наиболее известные из них.

4.3. Пениотрон на встречной волне (ПВВ) [21-24]. Исторически пениотрон исследован позднее других систем с силовой фазировкой, однако его автоколебательные режимы описаны подробнее аналогичных режимов других систем, поэтому рассмотрим его первым. В рамках простой модели взаимодействия эволюция электронной волны в ПВВ описывается уравнением

$$\partial I / \partial \zeta + j\mu p |I|^2 I / \gamma = [p - (p+1)\gamma] \gamma^{p-1} F, \quad (46)$$

$$|l|^2 = (1-\gamma)\gamma p, \quad (47)$$

где $p = 1, 2, 3$ - порядок циклотронного резонанса, γ - нормированная энергия электронов ($\gamma|_{\zeta=0} = 1$).

Замечательным свойством пениотрона является отсутствие «интегральной» нелинейности, так как траектории всех электронов в нем идентичны (естественно, при определенных допущениях, положенных в основу используемой модели), что существенно упрощает анализ колебательно-волновых явлений. Основной нелинейный эффект в ПВВ связан с уменьшением связи между волнами при уменьшении энергии электронов. Он не является инерционным и не приводит к сложным автоколебательным режимам. Однако при достаточно больших значениях параметра неизохронности $\mu \geq 1$ превалирует, как показано ниже, побочный для пениотрона (в отличие, скажем, от гиро-ЛВВ) инерционный эффект фазовой нелинейности, за счет которого в ПВВ могут реализовываться многочастотные автоколебательные режимы вплоть до хаотического. На линейной стадии взаимодействия этот эффект никак не проявляется и эволюция электронной волны описывается уравнением (12), в которое переходит уравнение (46) при $|l| \ll 1, \gamma \approx 1$.

4.4. Ультрарелятивистская ЛОВ на аномальном эффекте Доплера (ЛОВ АД) [25]. В этом случае поведение волны тока описывается уравнением

$$\partial I / \partial \zeta + j\mu |l|^2 I = -(1 + |l|^2)(I^2 F^* + F). \quad (48)$$

Особенность ЛОВ АД - увеличение связи электронной волны с электромагнитной при развитии нелинейных эффектов в пучке, что приводит, в частности, к возможности реализации жестких режимов генерации (п.5.2). Ограничение же уровня колебаний и установление стационарных режимов определяется фазовой нелинейностью ($\sim j\mu |l|^2 I$), физически связанной с сильной зависимостью частоты вращения ультрарелятивистских электронов в магнитном поле от энергии. Отметим, что так же, как и в пениотроне, траектории электронов в ЛОВ АД идентичны, и «интегральная» нелинейность отсутствует, а линейная стадия колебаний также описывается уравнением (12).

4.5. ЛОВ с поперечным полем (ЛОВ ПП) [26]. ЛОВ ПП является нерелятивистским аналогом ультрарелятивистской ЛОВ АД, а эволюция волны тока в ней определяется уравнением

$$\partial I / \partial \zeta + j |l|^2 I = F. \quad (49)$$

Оно содержит единственную кубическую нелинейную функцию, описывающую в данном случае изменение фазы волны за счет изменения продольной скорости электронов. Последняя уменьшается при передаче кинетической энергии продольного движения электронов электромагнитной волне. При $|l| \rightarrow 0$ уравнение (49) переходит в (12) и описывает в данном случае либо медленную циклотронную волну, либо одну из синхронных волн [30].

Отметим, что если отвлечься от конкретного физического смысла процессов в ЛОВ ПП, соответствующих последнему уравнению, то описываемую им модель, не содержащую дополнительных параметров по сравнению с соответствующей линейной моделью, можно рассматривать как базовую (элементарную) модель для систем с фазовой нелинейностью. Для таких систем нелинейное ограничение амплитуд волн связано с нелинейным смещением фазы электронной волны. Действительно, к уравнению (49) сводятся и уравнение (46) для ПВВ и уравнение (48) для ЛОВ АД в предположении малого уровня энергообмена, когда $|l|$ мал, а $\gamma \approx 1$. Более того, можно полагать, что это простейшая известная нелинейная модель системы взаимодействующих волн, в которой обнаружены сложные автоколебательные режимы [31, 32].

4.6. ЛОВ типа М (ЛОВМ) [15,16]. В этом случае в рамках простой кинематической модели

$$I = -1/(2\pi) \int_0^{2\pi} \eta(|Z_a| - |Z|) Z dX_0, \quad (50)$$

где

$$\partial Z / \partial \zeta = |Z|^2 F, \quad Z|_{\zeta=0} = e^{iX_0}, \quad X_0 \in (0, 2\pi), \quad (51)$$

$$\eta(|Z_a| - |Z|) = \begin{cases} 1, & |Z| < |Z_a|, \\ 0, & |Z| \geq |Z_a|. \end{cases} \quad (52)$$

Известно, что функция (52) описывает оседание электронов на замедляющую систему, что является главным нелинейным эффектом в ЛОВМ, препятствующим возникновению в ней сложных колебательных режимов. Поэтому для кинематической модели ЛОВМ в адиабатическом приближении характерным будет режим одночастотной генерации [15], и в настоящей статье эта модель не рассматривается в деталях.

5. Нелинейная динамика систем со встречными волнами

5.1. Об автоколебаниях в ЛОВ ПП. Анализ нелинейного поведения систем ЭП-ВВ было бы естественно начать с изучения наиболее простой модели, описывающей колебания в ЛОВ ПП и являющейся асимптотической для автоколебательных режимов систем с силовой фазировкой электронов, когда в них превалирует эффект стабилизации колебаний за счет фазовой нелинейности.

Однако поскольку результаты исследования динамики этой модели (в дальнейшем модели с фазовой нелинейностью - МФН), полученные в последнее время с помощью современных методов моделирования и обработки его результатов, имеют самостоятельное значение как в достаточной мере типичные для систем с фазовой нелинейностью, они рассматриваются в отдельной статье [32] в этом выпуске. Здесь же кратко резюмируем результаты, представленные в ней.

Нелинейная динамика системы (14),(49) усложняется с увеличением ее единственного бифуркационного параметра A , характеризующего степень возбуждения системы. При $\pi/2 \leq A \leq 1.83$ в системе возбуждается одночастотный режим автоколебаний с пространственными распределениями $|F(\zeta)|$ и $|I(\zeta)|$, топологически подобными распределениям основной линейной моды. При $1.83 < A \leq 4.5$ система генерирует многочастотные периодические колебания, причем при $A > 2.05$ временная последовательность $|F_0(\tau)|$, $F_0 = F|_{\zeta=0}$ имеет вид последовательности мощных импульсов с мелкими осцилляциями между ними, возникающими в результате возбуждения сложных «многогорбых» пространственных распределений $|F(\zeta)|$ и $|I(\zeta)|$. В свою очередь причиной их возникновения является быстрое нелинейное изменение фазы электронной волны вдоль координаты в пространстве взаимодействия. Наконец, при $A \geq 4.5$ возбуждаются хаотические автоколебания. При увеличении A временная реализация $|F_0(\tau)|$ теряет вид последовательности импульсов. Эти явления обязаны своим существованием инерционному характеру нелинейности и запаздывающей (вследствие распределенности системы) обратной связи в ней. Сценарий перехода к хаосу имеет черты, характерные для сценариев удвоения и добавления периода в системах с малым числом степеней свободы. Но нельзя утверждать, что эти универсальные сценарии реализуются в исследуемой распределенной системе. Размерность проекции аттрактора системы невысока, однако растет с увеличением A , причем спектр процесса становится шире. Большую роль в возбуждении хаотических автоколебаний играет вторая линейная мода, несмотря на то, что режим сугубо нелинейный.

Перейдем теперь к анализу двухпараметрических систем, для которых МФН является, как уже отмечалось, асимптотической моделью.

5.2. Автоколебания в ЛОВ на аномальном эффекте Доплера. Особенностью нелинейного механизма взаимодействия электронов и волны в ЛОВ АД является увеличение связи волн при возникновении нелинейных эффектов (увеличение правой части в уравнении (48) при возрастании F и I), так что рассмотренный выше механизм ограничения амплитуды колебаний является единственным. Поэтому динамика системы при увеличении бифуркационного параметра A в целом подобна динамике МФН, однако значения бифуркационных параметров зависят теперь также и от параметра неизохронности μ , который определяет эффективность энергообмена между электронной и электромагнитной волнами. В частности, и в ЛОВ АД при значении параметра A , близком к стартовому значению $A_{st} = \pi/2$, реализуется режим одночастотных колебаний. Повторяя изложенную, в частности, в [25] процедуру получения решения для этого режима, нетрудно показать, что пространственное распределение амплитуды колебаний $|F(\zeta)|$ описывается уравнением

$$\left(\frac{d|F|}{d\zeta}\right)^2 + \frac{(1-|F|^2)^2|F|^2\Delta^2}{4[1+\eta(|F|^2-1)]^2} [1+\eta(|F|^2-1)] + |F|^2 = 1, \quad (53)$$

а частота генерации определяется соотношением

$$\Delta = -\eta\mu/(2-\eta), \quad (54)$$

здесь $F = F_0 F(\zeta) e^{i\Delta\zeta}$, $\eta = |F_0|^2$.

Численное решение уравнения (53) обнаружило характерную особенность ЛОВ АД - возможность «жесткого» возбуждения автоколебаний вследствие нелинейного увеличения связи волн [25]. При этом, чем меньше параметр неизохронности μ , тем легче возникают автоколебания с жестким возбуждением, и тем они эффективнее. Однако данные численного моделирования на основе исходных нестационарных уравнений показывают, что и возникновение периодической автомодуляции в этом случае также происходит при меньших значениях бифуркационного параметра A . Так что реально мягкое возбуждение одночастотных автоколебаний с высокой эффективностью в ЛОВ АД невозможно (рис. 4). При больших же значениях μ эффективность энергообмена падает и значения бифуркационных параметров асимптотически стремятся к определенным для МФН. Поскольку фазовая нелинейность является в ЛОВ АД единственным фактором, ограничивающим уровень амплитуд колебаний, то причина неустойчивости одночастотных колебаний в ней та же, что и в МФН: увеличение амплитуд поля и тока ведет к быстрому изменению фазы электронной волны по длине системы. В результате в ней возбуждаются распространяющиеся навстречу друг другу волны тока и поля с быстро осциллирующими фазами и «многогорбыми» пространственными распределениями амплитуд.

Подробное исследование области многочастотных колебаний для ЛОВ АД не проводилось, но можно предполагать, что качественного отличия по сравнению с МФН быть не должно. Во всяком случае, расчеты, выполненные в отдельных точках параметрического пространства, не опровергают этого предположения. Не исключено также, что вследствие существенного изменения частоты колебаний ультрарелятивистских электронов и возбуждения широкополосных процессов в реальной ЛОВ АД при увеличении A исходная модель может потерять смысл ранее, чем в системе возбуждятся хаотические автоколебания.

5.3. Генерация колебаний в пениотроне на встречной волне. В противоположность ЛОВ АД, в ПВВ фазовый механизм ограничения амплитуды колебаний не является единственным, поскольку с увеличением амплитуды падает

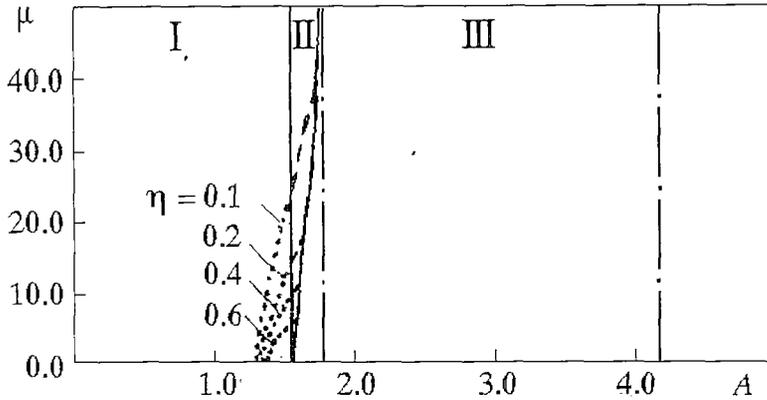


Рис. 4. Области реализации различных состояний ЛОВ АД на плоскости параметров (μ, A) : I - устойчивое состояние с нулевыми амплитудами $F = I = 0$; точками отмечены кривые $\eta = \text{const}$, соответствующие одночастотным «жестким» автоколебаниям; II - одночастотные автоколебания; штрихами отмечены кривые $\eta = \text{const}$; III - многочастотные автоколебания. Штрих-пунктирные прямые соответствуют бифуркационным значениям МФН

связь между волнами. Более того, он становится препятствием на пути достижения желательных характеристик, если ставится цель реализовать эффективный одночастотный режим автоколебаний. Действительно, из соотношения [23]

$$A = \int_0^{2\pi} (d\theta) / ((1 - \eta \cos^2 \theta)^p - (p\eta/8)^2 \sin^2 2\theta)^{1/2}, \quad (55)$$

связывающего эффективность преобразования энергии η и безразмерную длину A , следует, что если параметр $\mu \rightarrow 0$, то $\eta \rightarrow 1$ при $A \rightarrow \infty$ (рис.5). В частности, для низшего четного резонанса $p = 2$ из (55) вытекает выражение

$$\eta = 1 - ((\pi/2)/A)^2, \quad (56)$$

а частота колебаний определяется соотношением $\Delta = -p\mu\eta/2$. При этом естественно предположить, что этот режим устойчив, так как при $\mu \rightarrow 0$ единственный инерционный эффект в системе исчезает. Однако при $\mu \neq 0$ инерционность фазовой нелинейности должна приводить и в данной системе к возникновению многочастотных автоколебаний. Эти положения полностью подтверждены данными численных экспериментов [22-24]. Из приведенной на рис.6 «карты» областей реализации различных автоколебательных режимов на плоскости параметров (μ, A) видно, что при больших значениях μ динамика ПВВ

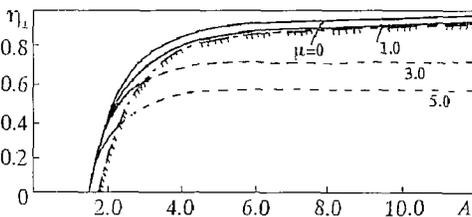


Рис. 5. Зависимости коэффициента преобразования поперечной энергии электронов от параметра A при различных значениях параметра μ в ПВВ, рассчитанные в рамках стационарного приближения. Штрих-пунктиром показана граница области неустойчивости режима одночастотных колебаний

подобна динамике МФН. В частности, бифуркационные значения параметра A (μ) асимптотически стремятся к соответствующим бифуркационным значениям МФН при увеличении μ . Напротив, при $\mu \leq 1$ многочастотные колебания практически нереализуемы, и даже при больших значениях A в системе возбуждаются только одночастотные колебания, причем с очень высокой эффективностью $\eta \rightarrow 1$. Это существенно отличает ПВВ от других типов систем с ВВ (ОВ), где обычно коэффициент преобразования

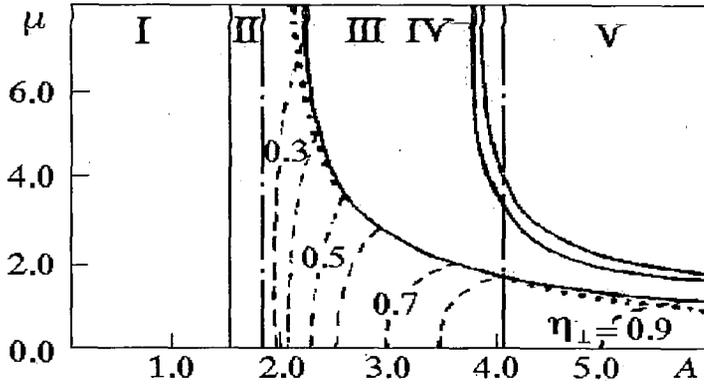


Рис. 6. Области реализации различных состояний ПВВ на плоскости параметров (μ, A) : I - устойчивое состояние с нулевыми амплитудами $F = I = 0$; II - одночастотные колебания; штрихами отмечены кривые $\eta_{\perp} = \text{const}$; III - периодические с периодом T_a многочастотные колебания; IV - переход к хаотическим колебаниям; V - хаотические колебания. Штрих-пунктирные прямые соответствуют бифуркационным значениям МФН, точками отмечена асимптотическая бифуркационная линия перехода к многочастотным колебаниям

энергии значительно ниже, чем в соответствующем усилителе с прямой волной. Как уже отмечалось, причина в том, что уникальный пениотронный механизм взаимодействия практически неинерционен при малых μ . Поэтому при больших значениях A энергообмен слабо зависит от характера распределения амплитуды поля $F(\zeta)$, в отличие от случая систем с инерционными механизмами группировки.

В области умеренных значений параметра $1 \leq \mu \leq 10$ происходит трансформация характера динамики системы от типичного для систем с неинерционными механизмами взаимодействия до универсального для систем с фазовой нелинейностью. В частности, границы бифуркационных переходов в этой области существенно зависят от параметра μ . Например, граница возникновения автомодуляции приближенно определяется в переходной области соотношением $\mu A \eta_0 \approx 2.3$, где значение η_0 соответствует одночастотным колебаниям вблизи бифуркационной линии. Существенно отличаются также и сценарии переходов в хаотический режим при разных μ и A . В частности, в [24] описаны три характерные ситуации, соответствующие трем рассмотренным «маршрутам» - изменениям μ и A . Рассмотрим их подробнее.

«Маршрут 1»: $\mu = 5$, A изменяется. Этот случай наиболее близок к «модельному». Переход к хаосу происходит здесь из режима глубокой периодической автомодуляции с относительно невысоким средним значением η и сначала напоминает сценарий удвоения периода (рис.7): при $A \approx 2.3$ возникает монохроматическая автомодуляция, при $A \approx 3.8$ происходит удвоение периода, при $A \approx 3.85$ - учетверение. Дальнейшие удвоения при выбранной точности численных расчетов не прослеживались, но уже при $A \geq 4$ режим идентифицировался как хаотический с характерным спектром (рис. 8). С увеличением A выходной сигнал $F_0(\tau)$ становится все более похожим на шумовой.

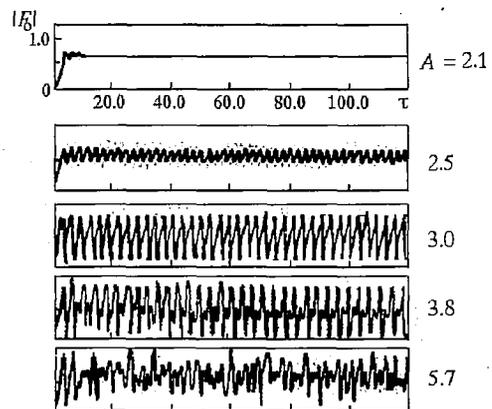


Рис. 7. Временные реализации амплитуды выходного сигнала $|F_0(\tau)|$ при различных значениях параметра A в пениотроне на встречной волне с $p = 2$ и $\mu = 5$

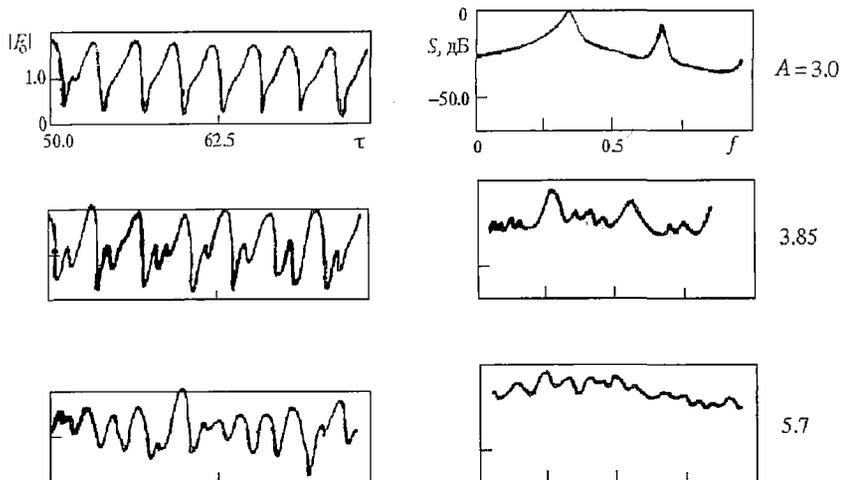


Рис. 8. Временные реализации $|F_0(\tau)|$ (короткие отрезки) и их временные спектры S для пеннотрона на встречной волне с $p = 2$, $\mu = 5$ и различными значениями параметра A

«Маршрут 2»: $A = 5.7$; μ изменяется. В этом случае в системе реализуются автоколебательные режимы с большой эффективностью преобразования энергии $\eta \approx 1$, и характер бифуркационных переходов здесь существенно отличается от рассмотренного выше и «модельного». В частности, возникающие при $\mu \approx 1.25$ периодические автомодуляции неглубоки (рис. 9), так как в конце пространства взаимодействия возмущение электронной волны, полученное ею в начале пространства взаимодействия, не оказывает столь радикального воздействия на характер режима, как в случае малых η . Однако уже при $\mu = 1.65$ в спектре выходного сигнала также появляется гармоника частоты $\omega_a/2$ (рис. 10). Но затем перестройка режимов колебаний идет по-другому: при дальнейшем увеличении μ период $2T_a$ становится базовым (с ярко выраженной спектральной составляющей на частоте $\omega_a/2$). После этого возникает режим колебаний с утроением периода

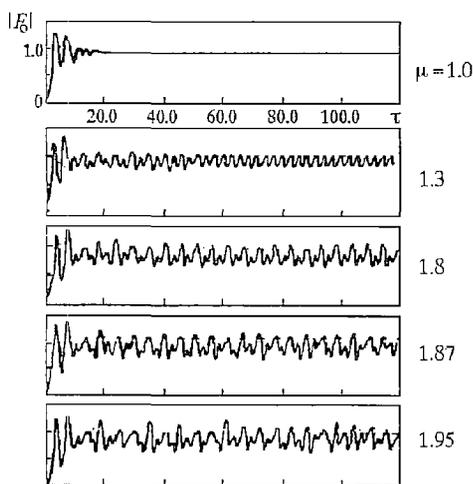


Рис. 9. Временные реализации амплитуды выходного сигнала $|F_0(\tau)|$ при $A = 5.7$ в пеннотронах с $p = 2$ и различными значениями μ

$2T_a$, то есть появляются гармоники частоты $1/3(\omega_a/2)$. И уже при $\mu \approx 1.95$ установившийся режим колебаний является хаотическим с $\eta \approx 1$, хотя в спектре все еще заметны выбросы на частотах ω_a , $\omega_a/2$ и т.д. С увеличением μ спектр сглаживается, а все остальные характеристики становятся все более «шумовыми». Отметим, что вся перестройка режимов происходит в относительно узком интервале изменения параметра μ , который, однако, соответствует существенному, как в «маршруте 1», изменению параметра (μA), определяющему изменение фазы амплитуды электронной волны в пространстве взаимодействия.

«Маршрут 3»: $A = 4.1$, μ изменяется. В системе с такими параметрами реализуется некоторая

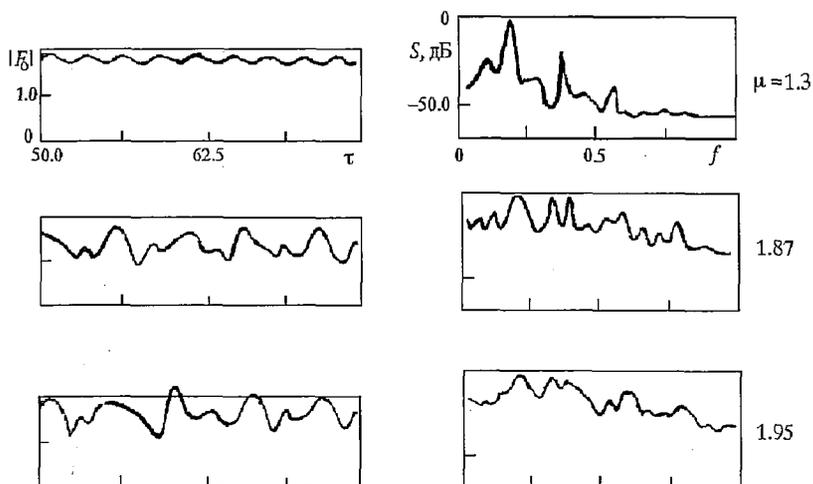


Рис. 10. Временные реализации (короткие отрезки) и их временные спектры S для ПВВ с $p = 2$, $A = 5.7$ и различными значениями параметра μ

комбинация сценариев, характерных для 1-го и 2-го «маршрутов». При $\mu = 1.8$ в системе возникает периодическая автомодуляция, усложняющаяся с увеличением μ ; при $\mu \approx 2.9$ возникает удвоение периода, при $\mu \approx 3.08$ - учетверение, как на «маршруте 1». Однако затем в интервале значений $3.1 < \mu < 3.2$ в системе возникают режимы, похожие, как можно предполагать, на режимы переходного хаоса, либо являющиеся квазипериодическими с длительной нерегулярной стадией переходного процесса. При $\mu \geq 3.2$ они сменяются периодическими автоколебаниями с утроенным периодом $3T_a$, а затем и $6T_a$. И наконец, при $\mu \gtrsim 3.5$ устанавливаются хаотические автоколебания, хотя и с заметными спектральными «выбросами» на частотах $n\omega_a$ и $l\omega_a/2$ (n, l - целые).

Приведенные данные, конечно, нельзя считать всеобъемлющими и делать на их основании окончательные выводы, но можно предполагать, что ПВВ является хорошим объектом для исследования сложной динамики распределенных автоколебательных систем, в частности, систем с фазовой нелинейностью, допускающих в принципе и экспериментальную проверку.

5.4. Нелинейная динамика ЛОВО. Система уравнений (34)-(35), описывающая процессы в ЛОВО, в рамках простейшего приближения $q = 0$ соответствует базовой однопараметрической модели систем с инерционным механизмом взаимодействия [27,28]. Это была первая система со встречными волнами, сложная динамика которой была подробно исследована методами компьютерного эксперимента [6-11]. Особое место среди других систем с ВВ она занимает также потому, что сложные автоколебания в ней тщательно изучались экспериментально [7-9], и во многом благодаря сопоставлению данных натуральных и компьютерных экспериментов удалось понять особенности и причины сложных автоколебаний в ЛОВО.

Автоколебания возникают в ЛОВО при $A > A_{st} \approx 1.97$, когда становится положительным инкремент основной («одногогорбой») линейной моды. Они остаются одночастотными до $A = A_a = 2.9$, причем вблизи этого значения выход системы на стационарный уровень носит характер затухающих осцилляций с периодом $T_a \sim 1.5 A$ (рис. 11). Напомним, что здесь в качестве исходных используются уравнения, в которых время и координата нормированы на малый параметр связи. Декремент колебаний убывает с ростом A . При $A > 2.9$ стационарный режим становится неустойчивым, и возникает периодическая автомодуляция выходного сигнала с периодом T_a . Так же как и в рассмотренных выше системах она близка к синусоидальной при небольшом превышении A над A_a , а при значительном - имеет вид последовательности импульсов, остающейся

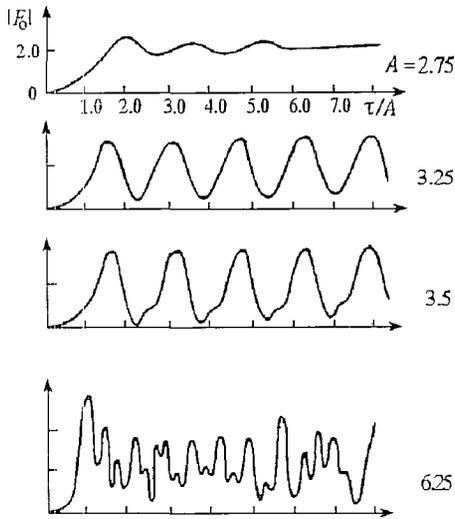


Рис. 11. Временные реализации амплитуды $|F_0(\tau)|$ при различных значениях параметра A в ЛОВО (базовая модель с интегральной нелинейностью) [10].

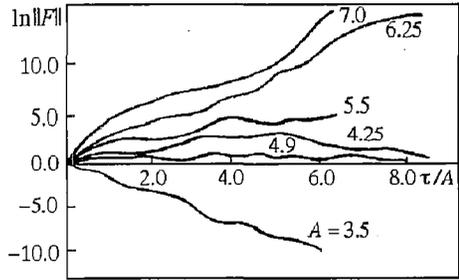
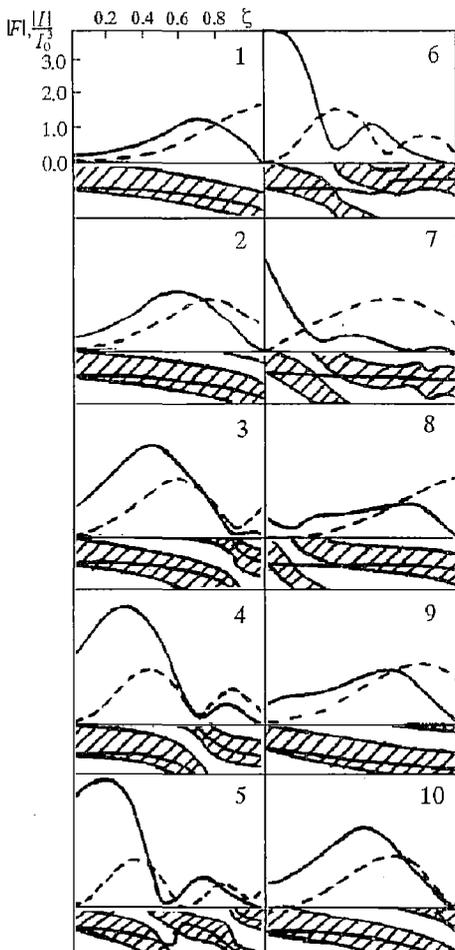


Рис. 12. Зависимость величины $\ln|F|$ от времени при различных значениях параметра A в ЛОВО [10].

периодической до $A=A_{ch} \approx 5.5$. Затем в системе возникают хаотические колебания, усложняющиеся с увеличением параметра A . Убедительным доказательством последнего являются результаты вычисления энтропии Колмогорова R , показавшие, что стохастические колебания в ЛОВО обусловлены возникновением в системе экспоненциальной неустойчивости [10] (рис.12, $R \sim \ln|F|$).

Основной причиной автомодуляции в ЛОВО также является запаздывающий вследствие распределенности системы характер реакции системы на действие нелинейности. Однако, теперь нелинейность имеет другую причину, чем фазовая. Для примера рассмотрим эволюцию пространственных распределений амплитуд волн и их фаз при $A \approx 3.5$ [7].

При малой амплитуде $|F|$ амплитуда $|I(\zeta)|$ монотонно возрастает вдоль координаты, а $F(\tau)$ имеет характерный «одногорбый» вид (кадр 1 на рис.13, [7]). При увеличении амплитуды поля амплитуда $|I(\zeta)|$ в некоторой точке пространства достигает максимума, а затем спадает - происходит разгруппировка электронов (кадр 2). При этом $|F(\zeta)|$ и распределение фаз качественно не меняются. Однако, когда амплитуда поля достигает такой величины, что вблизи конца системы ($\zeta = A$) амплитуда тока $I(\zeta)$ падает почти до нуля,

Рис. 13. Динамика распределений амплитуд поля $|F|$ (сплошная линия) и тока $|I|$ (пунктир) и фазы ϕ , для ЛОВО с $A = 3.5$. Затрихована область тормозящих фаз поля. Промежуток времени между соседними кадрами составляет 0.2 A.

практически скачком меняет фазу почти на π и снова нарастает - происходит перегруппировка электронов (кадр 3). Образуется характерное «двугорбое» распределение амплитуды тока и, вследствие нарушения фазового соотношения между комплексными амплитудами F и I , «двугорбое» распределение $|F(\zeta)|$. Затем вся картина смещается влево с групповой скоростью, причем оба максимума растут при движении по величине из-за взаимодействия с волной тока, пока не достигнут начала системы ($\zeta=0$) (кадры 4-10). Из оставшегося в системе распределения $F(\zeta)$ опять выделяется основной вид колебаний, и процесс периодически повторяется.

Таким образом, так же как и в МФН, «двугорбое» распределение оказывается неустойчивым и возникает периодическая автомодуляция выходного сигнала. Отметим, что опять возникновение автомодуляции связано с нарушением фазового соотношения между F и I (хотя оно происходит совершенно другим образом) и образованием в распределениях $|F(\zeta)|$ и $|I(\zeta)|$ компонент, топологически подобных второму линейному виду колебаний.

Отметим, что группировка и перегруппировка электронов не может происходить так же быстро, как изменение фазы тока в МФН, поэтому «многогорбые» структур с большим количеством «горбов», а также множества мелких осцилляций между соседними большими импульсами, в зависимости $F_0(\tau)$ в ЛОВО не возникает. Реализующиеся достаточно гладкие структуры имеют в любой момент времени достаточно большую амплитуду, поэтому описанный выше механизм хаотизации автоколебаний в МФН и других системах с фазовой нелинейностью в данном случае вряд ли имеет место. По крайней мере, бифуркационное значение $A_{ch} \approx 5.5$ превышает $A_2 \approx 3.7$, причем существенно. Очевидно, что исследования механизма перехода в хаос в ЛОВО еще нельзя считать завершенными в полной мере.

В общих чертах нестационарные процессы и автоколебания в ультрарелятивистской ЛОВО, описываемые двухпараметрической системой уравнений (14), (39)-(40), сходны с процессами в ЛОВО. Однако, имеет место определенная трансформация динамики системы, зависящая от параметра ν , характеризующего релятивистскую зависимость массы электронов от энергии. Поскольку с увеличением ν процессы группировки и перегруппировки электронов в потоке изменяются, то бифуркационные значения параметра A уменьшаются, хотя при увеличении ν последовательность смены режимов остается прежней [6]. На рис. 14 представлены области реализации различных автоколебательных режимов на плоскости параметров (ν, A) .

Характерной особенностью зависимости $|F_0(\tau)|$ в автомодуляционных режимах при больших ν и не очень больших A является высокий уровень гармоники основной частоты колебаний (для $|F_0(\tau)|$ - нулевой) - автомодуляционные колебания происходят с относительно небольшой амплитудой около относительно высокого среднего уровня (рис.15 [6]). Это связано с тем, что при возрастании ν увеличивается уровень энергообмена между волнами, запас энергии в волне поля оказывается большим и характерное время его изменения превышает время реакции обратной

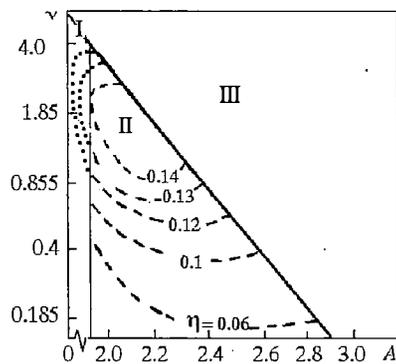


Рис. 14. Области реализации различных состояний релятивистской ЛОВО на плоскости параметров (ν, A) : I - устойчивое состояние с нулевыми амплитудами $F = I = 0$, точками отмечены кривые $\eta = \text{const}$, соответствующие «жесткому» возбуждению; II - одночастотные колебания, пунктиром показаны кривые $\eta = \text{const}$; III - многочастотные колебания

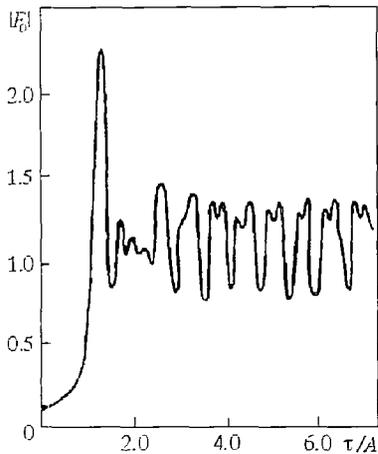


Рис. 15. Зависимость $|F_0(\tau)|$ для ультрарелятивистской ЛОВ при $\nu = 0.855$ и $A = 3.41$

разнообразие нестационарных процессов и автоколебаний, чем в простых моделях. В частности, две такие модели - ЛОВ с отражениями на концах пространства взаимодействия и ЛОВ со связанными электродинамическими системами, в которой с волной тока взаимодействуют одновременно две электромагнитные волны, рассмотрены в [11-14].

5.5. Автоколебания в гирорезонансном генераторе на встречной волне (гирос-ЛВВ). Поскольку механизм взаимодействия электронной и электромагнитной волн в гирос-ЛВВ инерционный и с точки зрения нелинейной динамики имеет немало схожих черт с аналогичным механизмом ЛОВО, ее колебательные режимы и бифуркационные переходы в целом похожи на рассмотренные выше. В наибольшей степени это относится к режимам с большим значением параметра μ , когда величина η мала, и все результаты, касающиеся ЛОВО, справедливы и для гирос-ЛВВ, с той разницей, что физический смысл понятия «перегруппировка» и т.п. теперь другой. В частности, бифуркационные значения A^B различных автоколебательных режимов при больших значениях асимптотически стремятся к значениям $A^B/3\sqrt{\mu}$, где A^B - соответствующие бифуркационные значения ЛОВО (рис.16). Это подтверждается данными компьютерного эксперимента, выполненного на основе известных методик [18-20].

Однако при малых значениях μ в системе может превалировать не «интегральный» механизм ограничения амплитуды колебаний из-за перегруппировки электронов, а другой, связанный с фазовой нелинейностью электронов-осцилляторов. Он заключается в том, что сформировавшийся в пучке фазовый сгусток с малым разбросом энергий при малом μ на некотором участке пространства взаимодействия может вести себя подобно одному «большому» электрону-осциллятору. В этом случае ограничение амплитуды колебаний определяется главным образом нарушением, как в МФН, фазы между электронной волной, образованной такими сгустками, и электромагнитной волной, а не развалом электронных сгустков, как в ЛОВО. При этом все бифуркационные значения параметра A существенно зависят от μ , но совсем не согласуются с асимптотическими значениями, рассчитанными для ЛОВО.

Наиболее интересные явления реализуются в гирос-ЛВВ при умеренных значениях μ ($1 \leq \mu \leq 5$), когда влияние обоих нелинейных механизмов сравнимо. Во-первых, в этом диапазоне изменения параметра μ оказываются устойчивыми одночастотные режимы колебаний с «многогорбыми» распределениями амплитуды электромагнитного поля (в численных экспериментах обнаружены, по крайней мере «дву-» (рис. 16) и «трехгорбые» распределения). В результате зона

связи. Поэтому система не может возвращаться к уровню линейных колебаний, и $|F_0(\tau)|$ в этих режимах никогда не падает до низкого уровня. Другой особенностью является резкий всплеск амплитуды выходного сигнала в конце переходного процесса (рис. 15) при больших значениях A . Его пиковая мощность может существенно превышать уровень, рассчитанный из стационарной теории.

Заканчивая раздел, посвященный автоколебаниям в ЛОВО, отметим, что кроме рассмотренной базовой модели, существуют и более сложные модели, соответствующие некоторым реальным конструкциям генераторов, основанных на принципе взаимодействия встречных волн. В них наблюдается еще большее

устойчивых одночастотных колебаний на плоскости параметров (μ, A) резко расширяется по сравнению с предсказанной асимптотической ЛОВО-моделью. Во-вторых, бифуркационная линия потери устойчивости одночастотного режима оказывается довольно сложно устроенной, поскольку переход в режим периодической автомодуляции может происходить из режимов с различным пространственным распределением амплитуд (см. рис. 15). Отметим, что из этих результатов, полученных в последнее время, следует также, что оптимальная эффективность энергообмена режима монохроматических колебаний реализуется в giro-ЛВВ в гораздо более широком диапазоне изменения параметров (μ, A) , чем это представлялось ранее [20]. На рис. 17 в качестве примера приведена картина пространственно-временной эволюции амплитуды $F(\tau, \zeta)$ в giro-ЛВВ при $A=5$ и $\mu=2$. Что касается свойств много-частотных автоколебаний, как периодических, так и хаотических, а также их бифуркационных переходов, то они подробно еще не исследованы. В частности, интересно появление дополнительной зоны автомодуляции при больших значениях параметра A и $\mu=1.5$. Особенности этого режима также должны быть исследованы более подробно.

Часть работы выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 94-02-06098).

Библиографический список

1. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1992.
2. Рабинович М.И. Автоколебания распределенных систем //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1974. Т.17, № 4. С.477.
3. Соколов Д.В., Трубецков Д.И. Нелинейные волны, динамический хаос и некоторые задачи сверхвысокочастотной электроники //Проблемы физической электроники. Л, 1988. С.141.
4. Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. Нелинейные электронные волны. Методы и результаты для приборов О-типа //Радиотехника и электроника. 1993. Т.38, вып.2. С.193.
5. Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1975.

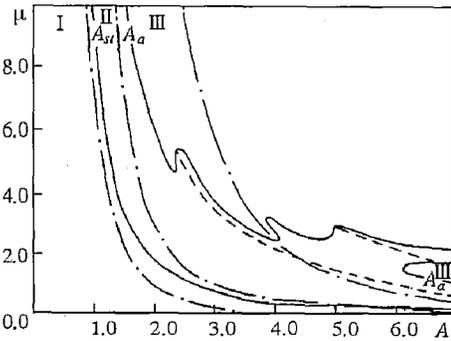


Рис. 16. Области реализации различных состояний giro-ЛВВ на плоскости параметров (μ, A) : I - отсутствие колебаний; II - одночастотные колебания; пунктиром отмечены границы областей с различным пространственным распределением $|F(\zeta)|$; III - многочастотные колебания; штрих-пунктиром отмечены линии, соответствующие бифуркационным значениям ЛОВО при $q=0$ (базовая модель с интегральной нелинейностью)

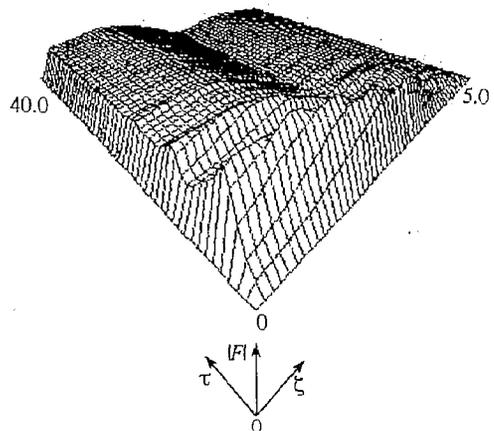


Рис. 17. Пространственно-временная эволюция амплитуды $F(\tau, \zeta)$ в giro-ЛВВ при $A = 5$, $\mu=2$.

6. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1978. Т.21, № 7. С. 1037.

7. Безручко Б.П., Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Теоретическое и экспериментальное исследование переходных процессов в ЛОВО-генераторе // Лекции по электронике СВЧ. Матер. 4-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1978. С.236.

8. Безручко Б.П., Булгакова Л.В., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Экспериментальное и теоретическое исследование стохастических автоколебаний в лампе обратной волны //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 5-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1980. С.25.

9. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Стохастические автоколебания в системе электронный пучок - обратная волна //Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1980. С.29.

10. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П. Периодические и стохастические автомодуляционные режимы в электронных генераторах с распределенным взаимодействием //Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1981. С.101.

11. Levush B., Antonsen T.M., Bromborsky A., Lou Wei-Ran, Carmel Y. Theory of Relativistic Backward Wave Oscillators with End Reflections //IEEE Trans. on Plasma Science. 1992. Vol. 20, N3 (June). P. 263.

12. Амиров Р.Ш., Безручко Б.П., Исаев В.А., Четвериков А.П. Влияние отражений на нестационарные процессы в ЛОВО //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 6-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1983. С.90.

13. Исаев В.А., Фишер В.Л., Четвериков А.П. Исследование возникновения автомодуляции в ЛОВ со связанными системами //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 7-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1986. С.3.

14. Балакирев В.А., Островский А.О., Ткач Ю.В. К теории автомодуляционной неустойчивости колебаний в связанных карсинотронах //Письма в ЖТФ. 1990. Т.16, вып.19. С.8.

15. Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Две лекции по нестационарной теории взаимодействия электронных пучков с электромагнитными волнами //Лекции по электронике СВЧ. Матер. 3-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1974. С.88.

16. Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Нестационарные нелинейные явления при взаимодействии электронного потока, движущегося в скрещенных полях, с обратной электромагнитной волной //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1977. Т.20, № 2. С.300.

17. Юлпатов В.К. Нелинейная теория взаимодействия непрямолинейного периодического электронного пучка с электромагнитным полем. Ч.1. Вывод основных уравнений //Вопросы радиоэлектроники. Сер.1. Электроника. 1965. № 12. С.15.

18. Гольденберг В.Н., Ежевская Н.А., Жислин Г.М., Оржеховская М.Н., Юлпатов В.К. Нелинейная теория взаимодействия непрямолинейного периодического электронного пучка с электромагнитным полем. Ч.2. Численные результаты //Вопросы радиоэлектроники. Сер.1. Электроника. 1965. № 12. С.24.

19. Дмитриев А.Ю., Коневец А.Е., Пищик Л.А., Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Обзорные лекции по теории взаимодействия слабoreлятивистских винтовых электронных пучков с электромагнитными волнами в волноводе //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 7-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1986. С.61.

20. *Дмитриев А.Ю., Трубецков Д.И., Четвериков А.П.* Нестационарные процессы при взаимодействии винтового электронного пучка со встречной волной в волноводе //Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1991. Т.34, № 5. С.595.

21. *Кузнецов С.П., Моносов Г.Г., Трубецков Д.И., Четвериков А.П.* Некоторые вопросы теории пениотрона //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Матер. 5-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1981. С.8.

22. *Четвериков А.П.* О генерации колебаний в пениотроне на встречной волне //Письма в ЖТФ. 1989. Т.15, вып.14. С.13.

23. *Chetverikov A.P.* Nonlinear Theory of Fast Wave Devices //Proc. of 17th Int. Conf. on Infrared and Millimeter Waves (Pasadena, USA), Proc. SPIE. 1992. P.398.

24. *Chetverikov A.P.* Nonstationary Theory and Simulation of the Backward Wave Peniotron Oscillator //Int. J. of Infrared and Millimeter Waves. 1993. Vol.14, № 2. P.213.

25. *Кузнецов С.П., Четвериков А.П.* Нестационарная нелинейная теория ультрарелятивистской ЛОВ на аномальном эффекте Доплера //Изв. вузов. 1981. Т.24, № 1. С.109.

26. *Кузнецов С.П., Четвериков А.П.* К теории лампы обратной волны с поперечным полем // Радиотехника и электроника. 1978. Т.23, № 2. С.385.

27. *Петелин М.И., Юматов В.К.* Мазеры на циклотронном резонансе // Лекции по электронике СВЧ. Матер. 3-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1974. С.95.

28. *Высокочастотная релятивистская электроника.* Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1979.

29. *Лившиц Е.Н., Пятаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.

30. *Люиселл У.* Связанные и параметрические колебания в электронике. М.: Изд-во Иностранная литература, 1963.

31. *Четвериков А.П.* Периодические и хаотические автоколебания в простых распределенных электронно-волновых системах //Изв. РАН. Сер. Физическая. 1994. Т.58, № 8. С.171.

32. *Четвериков А.П.* Нелинейная динамика системы взаимодействующих встречных электромагнитной волны и электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью // Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2., №5. С.46.

33. *Афанасьева В.В., Трубецков Д.И.* Динамический хаос в сверхвысокочастотных приборах. Ч.1. Вакуумные нерелятивистские приборы // Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. Вып.3. (1614). М.: ЦНИИ «Электроника», 1991.

34. *Афанасьева В.В., Трубецков Д.И.* Динамический хаос в электронных сверхвысокочастотных приборах. Ч.II. Приборы релятивистско электроники // Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. Вып.4 (1615). М.: ЦНИИ «Электроника», 1991.

35. *Trubetskoy D.I.* Deterministic chaos in microwave vacuum electron tubes //Int. Seminar «Nonlinear circuits and systems», Proceedings, June 16-18, 1992. Vol.2, Moscow, Russia. P.147.

36. *Шевчик В.Н., Трубецков Д.И.* Аналитические методы расчета в электронных СВЧ. М.: Сов. радио, 1970.

*Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 14.11.94.
после переработки 9.12.94.*

OSCILLATIONS IN EXTENDED SYSTEMS «ELECTRON BEAM - BACKWARD ELECTROMAGNETIC WAVE»

D.I.Trubetskov, A.P.Chetverikov

An analytic review of oscillation properties of extended dynamical systems based on the interaction of a backward electromagnetic wave and waves in an electron beam is presented.

Conditions of absolute instability realization, a linear non-steady-state process, properties of single frequency and multifrequency, including chaotic, oscillations are considered. Bifurcation transition between oscillation regimes and mechanisms of arising of complex spatio-temporal oscillations are described.



Трубецков Дмитрий Иванович родился в Саратове в июне 1938 года. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники и волновых процессов СГУ, профессор, член-корреспондент Российской Академии наук. Область научных интересов - радиофизика в той ее части, которая связана с взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями и с теорией сверхвысокочастотных электронных приборов; теория колебаний и волн; применение методов нелинейной динамики в различных областях науки; история науки.

Автор и соавтор одиннадцати монографий и учебных пособий по сверхвысокочастотной электронике, теории колебаний и волн и истории электронных ламп сверхвысоких частот, в том числе монографии «Аналитические методы расчета в электронике СВЧ» (М.: Сов. радио, 1970; совместно с В.Н. Шевчиком), коллективной монографии «Электроника ламп с обратной волной» (Изд. Сарат. ун-та, 1975), учебного пособия «Введение в теорию колебаний и волн» (первое издание, М.: Наука, 1984; второе - М.: Наука, 1992; совместно с М.И. Рабиновичем), книги «Формирование радиотехники» (М.: Наука, 1988, раздел «История электронных ламп сверхвысоких частот»). В 1989 году книга «Введение в теорию колебаний и волн» в Нидерландах переведена на английский язык и вышла под названием «Oscillations and waves in linear and nonlinear systems» (The Netherland: Kluwer Academic Publishers, 1989). Опубликовал четыре книги лекций по электронике СВЧ и истории электронных ламп и много научных статей по указанным выше направлениям. Зам. главного редактора журнала «Прикладная нелинейная динамика».



Четвериков Александр Петрович закончил Саратовский государственный университет (1975), работал в НИИ механики и физики СГУ. Защитил кандидатскую диссертацию (1981). Работает доцентом кафедры электроники и волновых процессов СГУ (1985), докторант этой кафедры (1992). Область научных интересов - нелинейная динамика распределенных систем, вакуумная сверхвысокочастотная электроника, компьютерный эксперимент. Имеет более 50 публикаций в отечественных и зарубежных изданиях.



ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ХАРАКТЕРА ИМПЕДАНСА ДИОДОВ ГАННА НА РАБОТУ СВЧ ГЕНЕРАТОРОВ НА ИХ ОСНОВЕ

Д.А.Усанов, С.Б.Вениг, С.С.Горбатов, А.А.Семенов

Теоретически и экспериментально исследована нелинейная динамика процессов в СВЧ генераторах на диодах Ганна. Показана возможность возникновения хаотических колебаний при напряжениях смещения, в несколько раз превышающих пороговое. Исследован режим многочастотной генерации в диодах Ганна, объяснено появление в рабочей полосе частот спектральных компонент, не связанных целочисленными соотношениями между собой. Экспериментально обнаружен и исследован эффект синхронизации мод при воздействии на генератор внешним сигналом на частоте субгармоники высокой кратности одной из составляющих спектра. Установлена возможность существования явления гистерезиса в синхронизированном СВЧ генераторе на диоде Ганна как на верхнем, так и на нижнем частотном краю полосы синхронизации, что позволяет сделать заключение о том, что при различных режимах работы нелинейная составляющая реактивности диода, зависящая от амплитуды сигнала, может иметь не только индуктивный, но и емкостной характер. Исследована динамика изменения формы огибающей выходного сигнала при работе генератора в режиме биений, показана возможность использования такого режима в качестве эффективного метода амплитудной модуляции.

Известно, что импеданс диода Ганна имеет ярко выраженный нелинейный характер [1]. При этом степень нелинейности диода существенно зависит от его режима питания, элементов конструктивного исполнения, типа электродинамической системы, в которую он помещен, частоты и других факторов [2 - 5]. Поэтому для адекватного качественного описания режимов работы генераторов на диодах Ганна желательно использовать эквивалентные схемы, по возможности наиболее полно отражающие влияние этих перечисленных факторов.

1. Эквивалентная схема и математическая модель генератора на диоде Ганна

Эквивалентная схема генератора на диоде Ганна может быть представлена в виде, изображенном на рис. 1. В ее состав входят элементы внешнего по отношению к диоду СВЧ контура, состоящего из сопротивления нагрузки R_n , индуктивности L_n и емкости C_n . Через элемент связи L_n внешний контур подключается к диоду, представленному в виде соединенных параллельно нелинейных сопротивления $r(U_1)$ и емкости $C_f(U_1)$ активной структуры [6] с подключенными к ним элементами, отражающими сопротивление потерь R_s ,

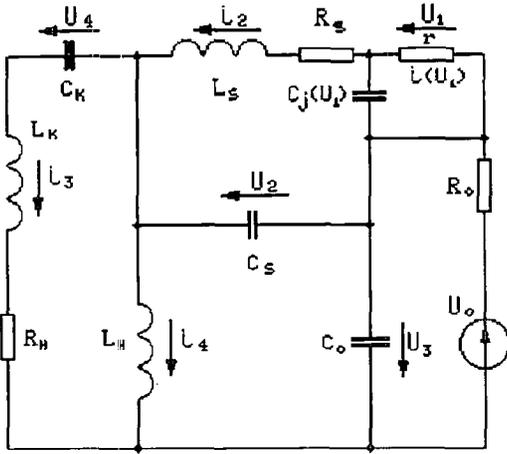


Рис. 1. Эквивалентная схема генератора на диоде Ганна

емкость C_s и индуктивность L_s корпуса диода. R_0, C_0 - сопротивление и емкость цепи питания. Нелинейная емкость диода $C_j(U_1)$ может быть представлена в виде [1]

$$C_j(U_1) = C_0 - \beta U_1^2, \quad (1)$$

где β - постоянный коэффициент, C_0 - независимая от напряжения U_1 на активном элементе диода составляющая емкости.

Система дифференциальных уравнений для напряжений и токов, составленная методом переменных состояния и представляющая собой математическую модель генератора на диоде Ганна, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dU_1}{dt} &= \frac{1}{C_j(U_1)} (i_2 - i(U_1)), & \frac{dU_2}{dt} &= \frac{1}{C_s} (i_2 - i_3 - i_4), \\ \frac{dU_3}{dt} &= \frac{1}{C_0} \left(\frac{U_0 - U_3}{R_0} + i_3 + i_4 \right), & \frac{dU_4}{dt} &= \frac{i_4}{C_k}, \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{1}{L_s} (U_2 - U_1 - i_2 R_s), & \frac{di_3}{dt} &= \frac{1}{L_k} (U_3 - U_2 - U_4 - i_3 R_n), \\ & & \frac{di_4}{dt} &= \frac{1}{L_n} (U_2 - U_3), \end{aligned} \quad (2)$$

где U_0 - напряжение смещения, U_1 - напряжение на эпитаксиальной структуре, U_2 - напряжение на выводах корпуса диода. Нелинейная зависимость тока через активный элемент i_1 от действующего на нем напряжения U_1 [7] аппроксимировалась выражением

$$i(U_1) = Sqn(\mu_0(U_1 + D)/L + V_s[(U_1 + D)/U_n]^4)/(1 + [(U_1 + D)/U_n]^4),$$

где U_n - пороговое напряжение, μ_0 - подвижность носителей заряда, V_s - дрейфовая скорость, соответствующая насыщению характеристики при больших напряжениях поля, L - протяженность эпитаксиальной структуры, S - площадь поперечного сечения диода, n - концентрация ионизированных доноров, q - заряд электрона, $D = 0$ при $U_1 < U_n$, $D = \text{const}$ при $U_1 > U_n$. Гистерезисный характер динамической вольт-амперной характеристики учитывался различными значениями порогового напряжения при возрастании и уменьшении потенциала U_1 . Расчеты, проведенные в [7], свидетельствуют о возможности применения данной аппроксимации вольт-амперной характеристики диода в качестве динамической на частотах до 10 ГГц.

Представленная модель позволяет провести анализ работы генератора на временном языке без ограничений на форму колебаний и на отношение запасенной и расходуемой за период колебаний энергии [8].

2. Результаты численного моделирования

При проведении численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (2) были выбраны следующие значения параметров эквивалентной схемы: $C_s = 0.06$ пФ, $C_k = 1$ пФ, $C_o = 10$ пФ, $L_s = 1$ нГн, $L_n = 1.5$ нГн, $L_k = 2$ нГн, $R_n = 50$ Ом, $R_o = 10$ Ом.

Заданные значения параметров внешней СВЧ цепи L_n , L_k , C_k и R_n , соответствуют часто применяемой на практике коаксиально-волноводной конструкции СВЧ-генератора на диоде Ганна [9], а параметры диода соответствуют аналогичным характеристикам выпускаемых промышленностью диодов Ганна трехсантиметрового диапазона длин волн.

Результаты численного исследования поведения системы (2) при заданных параметрах эквивалентной схемы свидетельствуют о том, что при напряжениях смещения $U_0 \approx 8 \pm 0.05$ В колебания имеют близкий к гармоническому характер. При U_0 из интервала 9÷9.5 В колебательный процесс приобретает релаксационный характер (рис. 2, а), при $9.5 \text{ В} < U_0 < 10 \text{ В}$ наблюдаются колебания (рис. 2, б), соответствующие режиму многочастотной генерации [10].

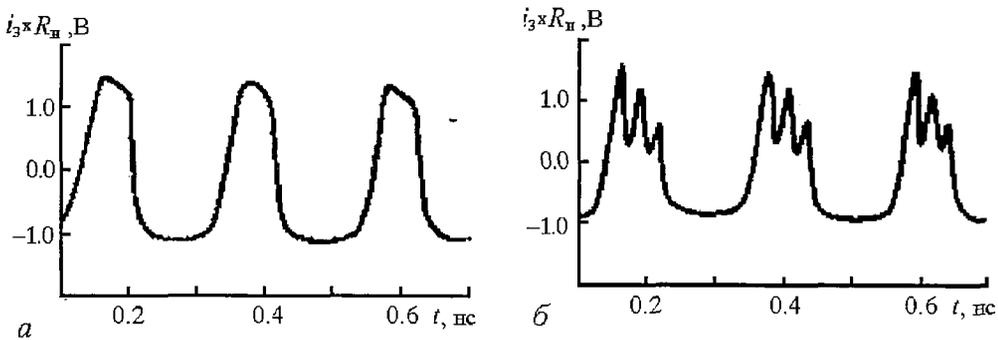


Рис. 2. Временные зависимости напряжения СВЧ: а - при $U_0 = 9.5$ В; б - при $U_0 = 10$ В

В интервале значений U_0 от 10.1 до 10.3 В был отмечен сложный динамический режим (рис. 3, б), по характеру напоминающий хаотический, причем в окрестности значения 10.1 В наблюдались колебания, соответствующие режиму перемежающейся хаотизации (рис. 3, а).

Определение сложного динамического режима как хаотического было сделано на основе следующих критериев: длительное отсутствие периодичности, сечение фазовой плоскостью представляло собой заполненный траекториями объем, указанный режим возникал в результате перехода через перемежаемость (периодичность колебаний нарушалась аперiodическими всплесками).

Тем самым можно считать теоретически подтвержденной возможность возникновения хаотических колебаний в многоконтурной системе, содержащей

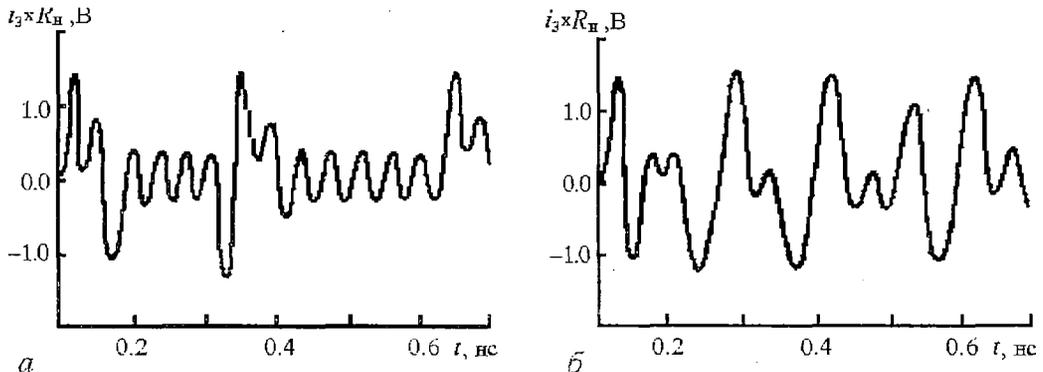


Рис. 3. Временные зависимости напряжения СВЧ: а - при $U_0 = 10.1$ В; б - при $U_0 = 10.3$ В

диод Ганна, при напряжениях смещения не только близких к пороговому [11], но и в несколько раз его превышающих.

При выборе параметров эквивалентной схемы C_k, C_0, L_s, L_k равными $C_k=0.5$ пФ, $C_0=20$ пФ, $L_s=1.8$ нГн, $L_k=1$ нГн и прежних остальных параметрах режим многочастотной генерации наблюдался в более широком диапазоне значений напряжения смещения.

Анализ спектрального состава сигнала показывает, что в рассматриваемой схеме при выбранных значениях ее параметров и напряжении смещения $U_0 \approx 7 \pm \pm 0.2$ В спектр сигнала близок к одночастотному. При увеличении напряжения смещения наблюдается сложный динамический режим многочастотной генерации, отличающийся тем, что спектральные компоненты в рабочей полосе частот волноводной линии передачи (8÷12 ГГц) не связаны целочисленными соотношениями между собой. При значениях напряжения смещения $U_0 > 10$ В в спектре появлялась субгармоническая компонента СВЧ сигнала с частотой $f_0/2$.

Спектральный состав напряжения СВЧ на нагрузке, полученный в результате численного анализа системы уравнений (2) при различных напряжениях смещения изображен на рис. 4 и 5.

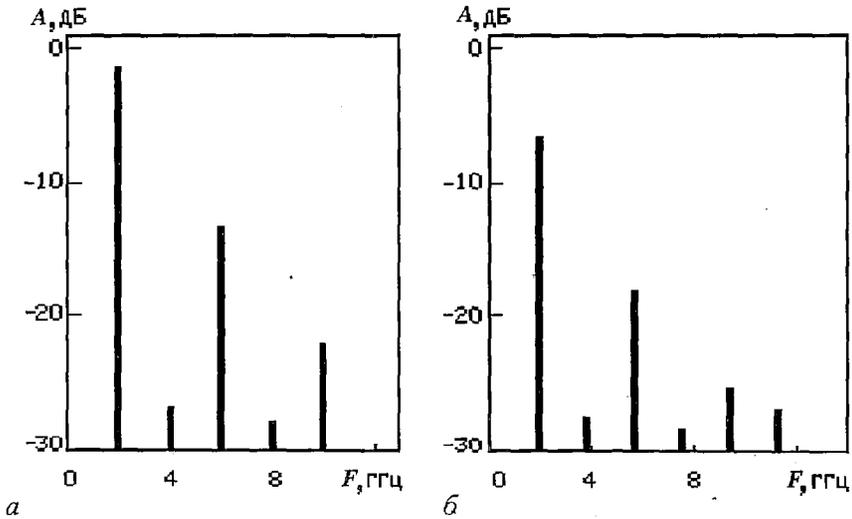


Рис. 4. Спектральный состав сигнала: *a* - при $U_0 = 7.5$ В; *б* - при $U_0 = 8$ В

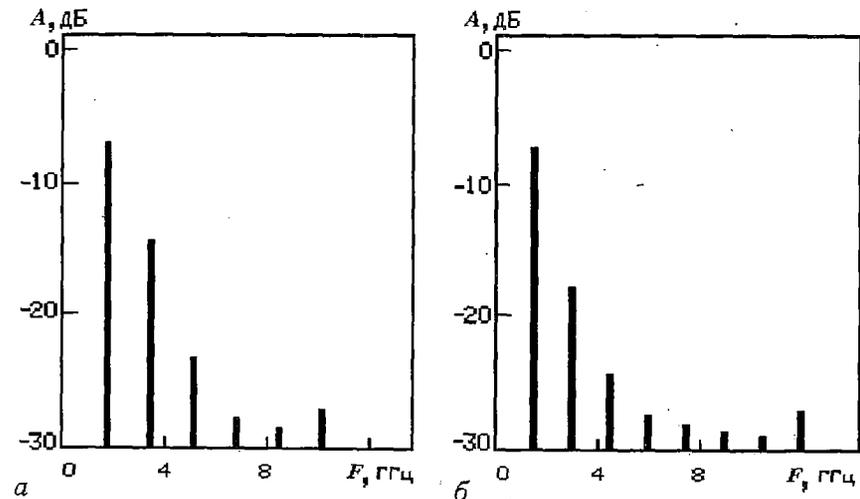


Рис. 5. Спектральный состав сигнала: *a* - при $U_0 = 10$ В; *б* - при $U_0 = 11$ В

3. Экспериментальное исследование изменения колебательных режимов в СВЧ генераторах на диодах Ганна

Обнаруженный в результате численного исследования режим многочастотной генерации в колебательной системе, включающей диод Ганна, при котором составляющие спектра выходного сигнала не связаны целочисленными соотношениями между собой, был исследован нами экспериментально. Такой режим наблюдался в однотипных коаксиально-волноводных конструкциях СВЧ генераторов в различных диапазонах длин волн: от трехсантиметрового до восьмимиллиметрового.

В эксперименте исследовалось влияние внешних сигналов высокой и низкой частоты на характеристики спектра выходного сигнала СВЧ генератора, работающего в режиме многомодовой генерации. При воздействии на генератор внешним сигналом с частотой, близкой к одной из частот спектра, генератор переходил в режим синхронизации. Качественно иная картина наблюдалась при подаче внешнего сигнала на частоте далекой субгармоники одной из составляющих спектра [12]. Синхронизирующий сигнал мощностью 400 мВт и частотой из интервала 500÷600 МГц подавался в цепь смещения активного элемента генератора, работающего в диапазоне частот 11÷18 ГГц, через

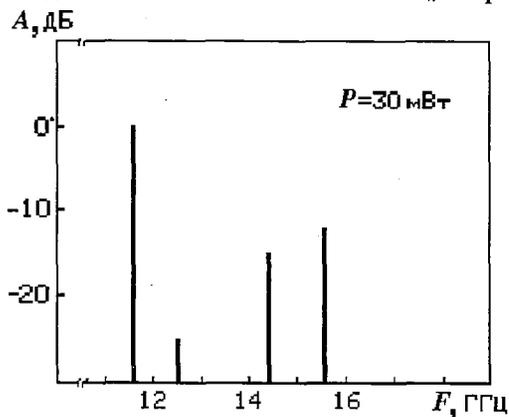


Рис. 6. Выходной спектр генератора в отсутствие синхронизирующего сигнала

разделительную емкость. Многомодовый режим генерации наблюдался в интервале напряжений смещения 7.5÷8.5 В. В отсутствие внешнего сигнала составляющие спектра выходного сигнала не обладали целочисленной кратностью. Спектр выходного сигнала в этом режиме представлен на рис. 6. При подаче внешнего сигнала спектр генерации диода Ганна изменялся как по частотам, так и по амплитудам его составляющих, а при переходе в режим синхронизации субгармоникой каждая мода в спектре выходного сигнала занимала положение, соответствующее по частоте ближайшей к ней гармонике синхронизирующего сигнала. Частота внешнего сигнала выбиралась равной частоте субгармоники одной из мод в интервале от двадцать пятой до тридцать первой. Выходной спектр диодного генератора при различных частотах синхронизирующего сигнала показан на рис. 7.

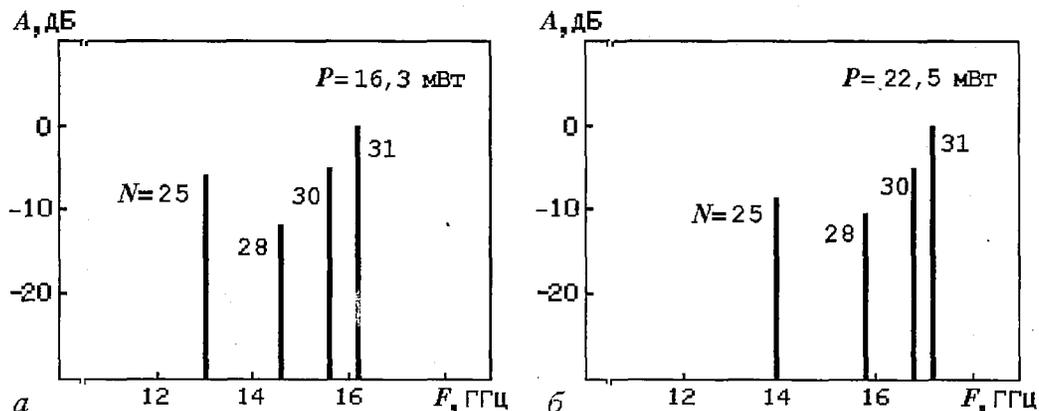


Рис. 7. Выходной спектр генератора при различных частотах синхронизирующего сигнала: а - при частоте 520 МГц; б - при частоте 560 МГц; N - номер гармоник синхронизированного сигнала

Приведенные результаты эксперимента свидетельствуют о проявлении эффекта синхронизации мод в СВЧ генераторе на диоде Ганна [12].

Общепринято [13-14], что в выражении для реактивности диодов Ганна (1) величина коэффициента β либо пренебрежимо мала, либо положительна, то есть считают, что зависящая от амплитуды СВЧ сигнала нелинейная составляющая реактивности имеет индуктивный характер. Знак коэффициента β определяет характер зависимости резонансной частоты генератора от амплитуды воздействующего на него сигнала. Сдвиг резонансной частоты по отношению к частоте свободных автоколебаний приводит к асимметрии амплитудно-частотной характеристики синхронизированного генератора, выражающейся в отклонении ее максимума в область положительных или отрицательных значений расстройки. Существование такого наклона амплитудно-частотной характеристики обуславливает возникновение гистерезисного эффекта при входе в режим синхронизации и выходе из него. Традиционные представления о характере зависимости реактивной проводимости от амплитуды сигнала позволяют, таким образом, сделать вывод, что в синхронизированных генераторах на диодах Ганна гистерезис либо не наблюдается (при малых βU_1^2), либо должен наблюдаться в области положительных значений расстройки, то есть при частотах внешнего сигнала, превышающих частоту собственной генерации [13].

Для выявления особенностей работы синхронизированного СВЧ генератора на диоде Ганна, связанных с нелинейным характером его реактивности, были проведены экспериментальные исследования при различных значениях напряжения питания, частоты собственной генерации и мощности сигнала синхронизации в диапазоне частот 30-32 ГГц.

В процессе исследований было обнаружено, что гистерезис при входе в режим синхронизации и выходе из него не наблюдается, если спектр собственного сигнала СВЧ генератора на диоде Ганна имеет одномодовый характер, либо амплитуда основной частоты превышает остальные на 10-15 дБ. Типичная экспериментальная зависимость мощности выходного сигнала от величины расстройки в отсутствие гистерезиса представлена на рис. 8. Мощность синхронизирующего сигнала в этом случае не превышала 30 мкВт.

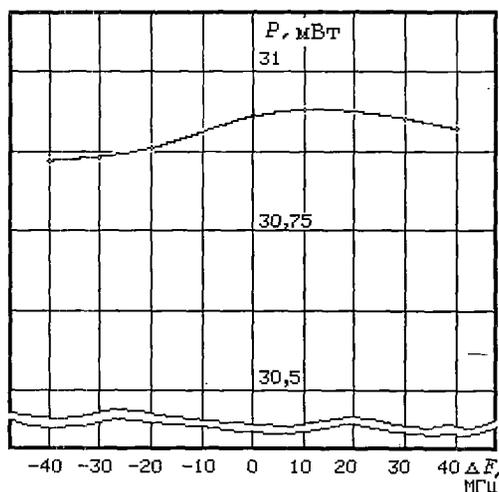


Рис. 8. Зависимость мощности выходного сигнала от величины расстройки в отсутствие гистерезисных явлений

При мощностях синхросигнала 100 и 150 мкВт на границах полосы синхронизации наблюдались гистерезисные явления. Причем гистерезис при входе и выходе из режима синхронизации был отмечен как в области положительных (рис. 9, а), так и в области отрицательных значений расстройки (рис. 9, б). Генератор работал при этом в различных режимах, спектр его сигнала в обоих случаях имел многомодовый характер. Представленные на рисунках зависимости мощности выходного сигнала синхронизированного генератора от величины расстройки получены при различных положениях настроечных элементов генератора, значениях напряжения смещения и частотах собственной генерации.

Результаты проведенных экспериментальных исследований свидетельствуют о возможности возникновения явления гистерезиса в синхронизированном СВЧ генераторе на диоде Ганна, как на верхнем, так и на нижнем частотном краю полосы синхронизации. Такой характер гистерезисных явлений позволяет

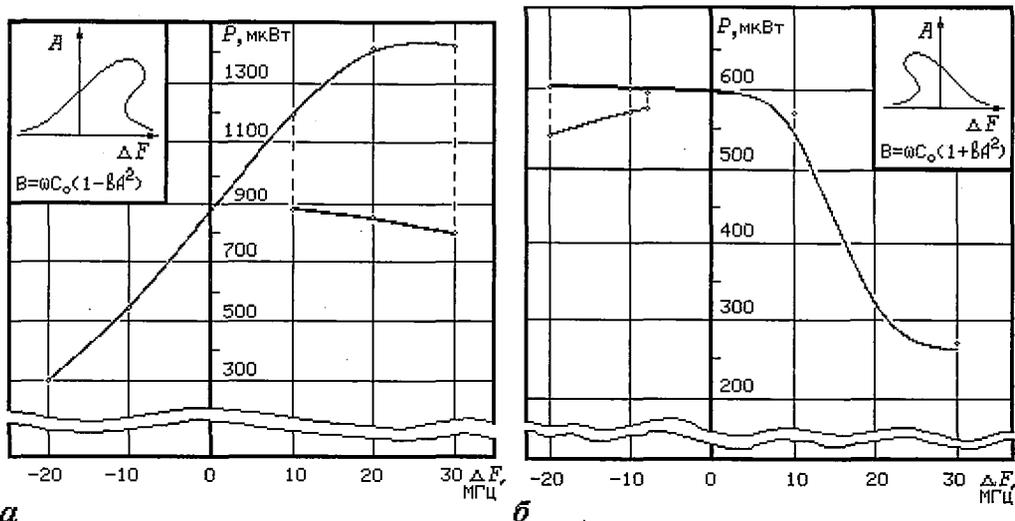


Рис. 9. Зависимость мощности выходного сигнала от величины расстройки: а - частота собственной генерации $F_0 = 30.47 \text{ ГГц}$, напряжение смещения $U_0 = 2.8 \text{ В}$; б - $F_0 = 30.63 \text{ ГГц}$, $U_0 = 2.7 \text{ В}$

сделать вывод о том, что при различных режимах работы диода Ганна в СВЧ генераторе нелинейная составляющая его реактивности, зависящая от амплитуды сигнала, имеет разные знаки, то есть может обладать не только индуктивным, но и емкостным характером.

Для амплитудной модуляции выходной мощности СВЧ генераторов на диодах Ганна используют полупроводниковые СВЧ модуляторы на $p-i-n$ -диодах, а также управляющие элементы, вводимые в цепь питания генератора. Эти известные способы управления не всегда удовлетворяют требованиям практики, в особенности при переходе в коротковолновую область СВЧ диапазона, где резко возрастает мощность управления и увеличиваются трудности по достижению высоких частот модуляции. В связи с этим представляет интерес исследование других возможных способов модуляции выходного сигнала генераторов на диодах Ганна. В частности, модуляция выходного сигнала должна возникать в режиме биений при воздействии на диод внешнего СВЧ сигнала с частотой, близкой к собственной частоте генерации. Для проверки возможности существования режима модуляции такого типа и его конкретных особенностей было проведено исследование зависимости характеристик выходного сигнала генератора на диоде Ганна от частоты и амплитуды внешнего СВЧ сигнала.

Для качественного анализа характера изменения амплитуды выходного сигнала во времени удобно использовать представление этого сигнала в виде суммы гармонических составляющих [15]

$$U(t) = \sum_n A_0 q^n \cos[\omega_0 t + n(\Delta\omega t + \varphi_0)], \quad (4)$$

где A_0 - амплитуда сигнала собственной генерации с частотой ω_0 , $\Delta\omega_0$ - расстройка, φ_0 - сдвиг фазы между соседними составляющими, $q \leq 1$ - знаменатель геометрической прогрессии, по которой убывают амплитуды комбинационных составляющих с ростом номера n , $n = 0, 1, 2, \dots$. Выражение для суммарного сигнала при $n \rightarrow \infty$ и с учетом известных соотношений для тригонометрических рядов, коэффициент которых убывает по закону геометрической прогрессии, можно переписать в следующем виде:

$$U(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t)],$$

где

$$A(t) = \frac{A_0}{(1 - 2q \cos(\Delta\omega t + \varphi_0) + q^2)^{1/2}}, \quad (5)$$

$$\Psi(t) = \arctg \left(\frac{q \sin(\Delta\omega t + \varphi_0)}{1 - q \cos(\Delta\omega t + \varphi_0)} \right). \quad (6)$$

Таким образом, амплитуда высокочастотного выходного сигнала изменяется во времени периодически с частотой, равной по величине значению расстройки $\Delta\omega$. Амплитуда низкочастотной огибающей, согласно (5), определяется соотношением

$$A = 0.5(A_{max} + A_{min}) = A_0 q / (1 - q^2). \quad (7)$$

Так как амплитуды комбинационных составляющих изменяются при изменении величины расстройки и мощности внешнего сигнала, то знаменатель геометрической прогрессии q и, следовательно, амплитуда низкочастотной огибающей должны существенно зависеть от этих параметров. Причем, как следует из (7), амплитуда огибающей выходного сигнала должна увеличиваться с ростом значения величины q . Из представленных на рис. 10 экспериментальных результатов следует, что при изменении величин расстройки и мощности внешнего сигнала амплитуда огибающей выходного сигнала может изменяться более чем на порядок.

Следует отметить, что в зависимости от величин расстройки и мощности внешнего сигнала изменяется не только амплитуда низкочастотной огибающей, но и ее форма. Действительно, из анализа выражения для зависимости амплитуды низкочастотной огибающей от времени (5) следует, что при значениях $q \approx 1$ форма огибающей представляет собой периодическую последовательность импульсов, длительность которых уменьшается с ростом величины q . В случае же, если $q \ll 1$, в знаменателе выражения (5) можно пренебречь слагаемым второго порядка малости, и это выражение можно переписать в виде

$$A(t) \approx A_0 + q A_0 \cos(\Delta\omega t + \varphi_0), \quad (8)$$

то есть при малых значениях q форма огибающей близка к гармонической. Такое изменение формы огибающей наблюдалось экспериментально. Представленные на рис. 11 зависимости амплитуды огибающей выходного сигнала от времени при

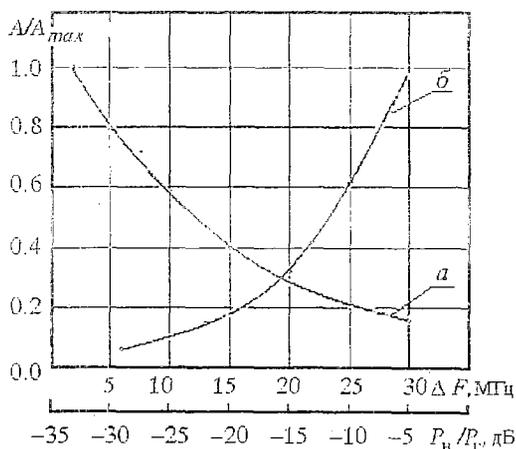


Рис. 10. Зависимости амплитуды низкочастотной огибающей от величины расстройки и мощности внешнего сигнала: а - зависимость от величины расстройки при значении отношения мощностей внешнего сигнала и сигнала генератора $P_v/P_r = -10$ дБ; б - зависимость от мощности внешнего сигнала при величине расстройки 10 МГц

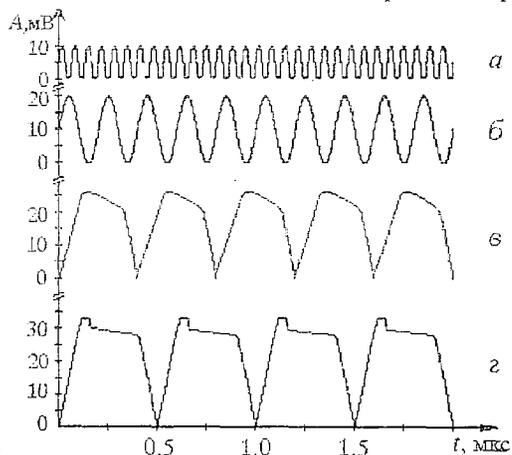


Рис. 11. Форма низкочастотной огибающей выходного сигнала при величинах расстройки: а - 30 МГц, б - 10 МГц, в - 5 МГц, г - 2 МГц. Отношение мощностей внешнего сигнала и сигнала генератора $P_v/P_r = -10$ дБ

фиксированной мощности внешнего сигнала иллюстрируют изменение ее формы от гармонической до импульсной. Максимальная частота модуляции определяется величиной расстройки между частотами сигнала генератора и внешнего сигнала, при которой возникает режим биений.

Измерения показали, что при изменении величины отношения мощностей внешнего сигнала и основного генератора от -40 дБ до -5 дБ частота огибающей гармонического вида изменялась от 3.5 МГц до 130 МГц, а в виде импульсной последовательности - от 1 МГц до 10 МГц.

Таким образом, из результатов проведенных исследований следует, что при воздействии гармонического внешнего сигнала на СВЧ генератор на диоде Ганна возникающий режим биений может быть использован как эффективный метод амплитудной модуляции выходного СВЧ сигнала.

Установленные особенности проявления нелинейных свойств диодов Ганна могут представлять интерес при конструировании СВЧ генераторов на их основе и физическом анализе режимов их работы.

Библиографический список

1. Левинштейн М.Е., Пожела Ю.К., Шур М.С. Эффект Ганна. М.: Сов. радио, 1975.
2. Кэррол Дж. СВЧ-генераторы на горячих электронах. М.: Мир, 1972.
3. Новые методы полупроводниковой СВЧ-электроники. Эффект Ганна и его применение / Под ред. В.И.Стафеева; Пер. с англ. под ред. Ю.И.Рогозина, В.П.Сандаевского. М.: Мир, 1968.
4. Усанов Д.А., Горбатов С.С., Семенов А.А. Изменение вида вольт-амперной характеристики диода Ганна в зависимости от режима его работы на СВЧ // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1991. Т.34, № 5. С.107.
5. Perlman B., Upadhyaula C., Siekanowicz W. Microwave Properties and Applications of Negative Conductance Transferred Electron Devices // Proc. IEEE. 1971. Vol.59, № 8. P.1229.
6. Т. Мидзуна. Представление ганновских диодов в виде параллельно соединенных нелинейной активной проводимости и нелинейной емкости // ТИИЭР. 1972. Т.61, № 1. С.159.
7. Murayama K., Ohmi T. Static Negative Resistance in Highly Doped Gunn Diodes and Application to Switching and Amplification // Japan. J. Appl. Phys. 1973. Vol.12, № 12. P. 1931.
8. Хотулицев Ю.Л., Тамарчак Д.Я. Синхронизированные генераторы и автодины на полупроводниковых приборах. М.: Радио и связь, 1982.
9. Синхронизированный на субгармонике сверхвысокочастотный генератор на диоде Ганна / Д.А. Усанов, С.С. Горбатов, С.Б. Вениг и др. // ПТЭ. 1993. № 3. С.136.
10. Усанов Д.А., Горбатов С.С., Семенов А.А. Особенности многочастотной генерации СВЧ диодов Ганна // Изв. вузов. Сер. Радиоэлектроника. 1993. Т.36, № 3. С.64.
11. Бочаров Е.П., Коростелев Г.Н., Хрипунов М.В. К модели стохастической автогенерации в генераторах на диодах Ганна // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1987. Т.30, № 1. С.96.
12. Синхронизация мод в СВЧ генераторах на диодах Ганна / Д.А. Усанов, С.С. Горбатов, С.Б. Вениг, А.А. Семенов // Письма в ЖТФ. 1992. Т.18, вып.10. С.26.
13. Андреев В.С. К теории синхронизации автогенераторов на приборах с отрицательным сопротивлением // Радиотехника. 1975. Т.30, № 2. С.43.
14. Радиотехнические устройства СВЧ на синхронизированных генераторах / Н.Н. Фомин, В.С. Андреев, Э.С. Воробейчиков и др.; Под ред. Н.Н. Фомина. М.: Радио и связь, 1991. С. 192.

15. Арман М. О выходном спектре несинхронно возбуждаемых генераторов // ТИИЭР. 1969. Т.57, № 5. С. 56.

Саратовский государственный
университет
Научно-исследовательский
институт механики и физики СГУ
Отраслевая научно-исследовательская
лаборатория НИЧ СГУ

Поступила в редакцию 19.09.94
после переработки 4.11.94

THE INFLUENCE OF GUNN DIODE NONLINEAR IMPEDANCE ON MICROWAVE OSCILLATORS OPERATION

D.A.Usanov, S.B.Venig, S.S.Gorbatov, A.A.Semenov

Theoretical and experimental investigations of nonlinear Gunn diode microwave oscillators behavior were carried out. Possibility of chaotic oscillation appearance with increasing applied voltage in the voltage region high above the threshold is shown. Gunn diode multifrequency operation mode is investigated and the existence of spectral modes non-connected with integer relations in operation frequency band is explained. Locked mode effect is experimentally discovered and investigated in microwave oscillator influenced by external signal with high ratio subharmonic frequency. The existence of hysteresis phenomenon in locked Gunn diode microwave oscillator both on upper and lower frequency boundary of locking band is determined. This fact proves out that in various operation modes the dependence of nonlinear component of diode reactance on microwave signal amplitude demonstrates not only inductive but a capacitive nature. The dynamics of output signal low-frequency component alteration in Gunn diode beats operation mode is investigated. The experiments characterize this kind of operation mode as an efficient modulation method.



Usanov Дмитрий Александрович - родился в 1943 году в Менделеевске (республика Татария), окончил Саратовский госуниверситет в 1965 году, куда после нескольких лет службы на предприятии электронной промышленности поступил на работу и где работает по настоящее время.

Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в 1972 году в области физики полупроводников и диэлектриков и доктора физико-математических наук в 1989 году в области радиофизики, включая квантовую радиофизику. Профессор СГУ. Область научных интересов - твердотельная СВЧ электроника, радиоволновые и оптические методы контроля, применение нелинейной динамики в полупроводниковой электронике СВЧ. Автор многих статей, патентов и изобретений по указанным выше направлениям.



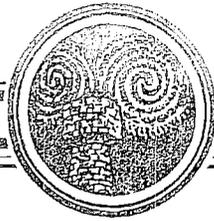
Venig Сергей Борисович - родился в 1957 году в Саратове, окончил Саратовский государственный университет в 1979 году. После окончания работал инженером ОКБ ПО «Тантал». С 1981 года, после перевода в очную аспирантуру, работает в СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1988) по специальности «радиофизика, включая квантовую радиофизику», доцент СГУ. Область научных интересов, по направлениям которой опубликовано более 30 научных работ, - физика полупроводников, твердотельная электроника и радиофизика.



Горбатов Сергей Сергеевич - родился в 1940 году в Энгельсе Саратовской области, окончил Саратовский государственный университет в 1973 году. После окончания СГУ работал на предприятиях электронной промышленности и в НИИ механики и физике при СГУ, где и работает по настоящее время в должности научного сотрудника. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1991) в области радиофизики. Область научных интересов - теория колебаний и волн, радиофизика, нелинейная динамика и полупроводниковая электроника СВЧ. Автор многочисленных статей по направлениям, указанным выше.



Семенов Андрей Андреевич - родился в 1965 году в Саратове, окончил физический факультет Саратовского государственного университета в 1987 году. В 1991 году окончил очную аспирантуру при СГУ. С 1991 года по настоящее время работает в должности научного сотрудника ОНИЛ НИЧ СГУ. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в СГУ (1994) по специальностям «радиофизика» и «физика полупроводников и диэлектриков». Область научных интересов - твердотельная электроника, физика полупроводников и радиофизика. По указанным направлениям опубликовал ряд статей в центральных и отраслевых научно-технических журналах. Неоднократный участник научно-технических выставок.



НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА СИСТЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И ЭЛЕКТРОННОЙ ВОЛНЫ С КУБИЧНОЙ ФАЗОВОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

А. П. Четвериков

Методами численного эксперимента с сопутствующей статистической обработкой результатов исследована динамика однопараметрической распределенной автоколебательной системы взаимодействующих встречных электромагнитной волны и простой электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью. Показано, что при увеличении параметра связи волн происходит усложнение автоколебаний в системе вплоть до хаотических.

1. Известно, что один из типов генераторов сверхвысокочастотных электромагнитных колебаний основан на резонансном взаимодействии встречных электромагнитной волны и волны возмущений плотности и скорости частиц в потоке свободных электронов, в частности, электронов-осцилляторов (см., например, [1,2]). В линейном приближении такой системе соответствует в простейшем случае модель взаимодействия двух линейных волн с «холодными» дисперсионными характеристиками $\omega_1 = k_1$ и $\omega_2 = -k_2$, описываемая системой эволюционных уравнений

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \zeta} = -AF, \quad (1)$$

$$\frac{\partial I}{\partial \tau} + \frac{\partial I}{\partial \zeta} = -AF, \quad (2)$$

для которой доказано наличие абсолютной неустойчивости [3,2]. Здесь $F = |F| \exp(j\varphi_F)$ и $I = |I| \exp(j\varphi_I)$ - безразмерные медленно меняющиеся во времени и пространстве комплексные амплитуды взаимодействующих электромагнитной и электронной волн, соответственно; τ и ζ - безразмерные время и координата; A - параметр взаимодействия, физически пропорциональный плотности электронного пучка. Термином «электронная волна» обозначается любое, в том числе далее нелинейное, возмущение в потоке электронов.

Стабилизация колебаний в системе происходит за счет влияния какого-либо нелинейного явления, реализующегося в электронной волне. Одним из простейших является эффект неизохронности, выражающийся в зависимости частоты колебаний электрона-осциллятора от его энергии [4] и отражающийся в системе уравнений взаимодействующих волн в нелинейном изменении фазы электронной

волны φ_I . Действительно, переходя в (1)-(2) к системе координат со смещенным отсчетом времени заменой переменных $\tau' = (\tau - \zeta)/2$ и $\zeta' = \zeta$ (штрихи в дальнейшем опущены), перепишем уравнение в виде

$$\frac{\partial I}{\partial \zeta} + jI \frac{\partial \varphi_I}{\partial \zeta} = -AI F |e^{j(\varphi_F - \varphi_I)}|. \quad (3)$$

Выражение для $\partial \varphi_I / \partial \zeta$ с учетом эффекта неизохронности может быть строго получено из исходных уравнений, описывающих взаимодействие электромагнитного поля с потоком электронов-осцилляторов (см., например, [2] и соответствующие ссылки в [2]). Однако в простейшем случае для его описания можно использовать следующие очевидные, хотя и не претендующие на строгость, соображения. Поскольку в выражение для полной фазы электронной волны в потоке частиц, излучающих на частоте Ω_e и движущихся с продольной скоростью V , обязательно входит слагаемое $(\Omega_e/V)\zeta$, определяющее сдвиг частоты излучения за счет эффекта Доплера, то при учете зависимости Ω_e от энергии частиц W в выражении для медленной фазы

$$\Omega_e \approx \Omega_{e0} + (\partial \Omega_e / \partial W)_0 W \quad (4)$$

в первом приближении появляется дополнительный член, пропорциональный W . Полагая, что «невозмущенная» частота Ω_{e0} учтена в «быстрой фазе», а энергия W в случае систем с идентичными траекториями электронов ансамбля связана с энергией волны простым соотношением $W = \alpha I^2$ (см., в частности, [2]), где α - коэффициент пропорциональности, получим

$$\frac{\partial \varphi_I}{\partial \zeta} = \frac{\partial \varphi_I'}{\partial \zeta} + \left(\frac{\partial \Omega_e}{\partial W} \right)_0 \frac{\alpha I^2}{V}; \quad (5)$$

здесь φ_I' описывает изменение фазы волны только за счет взаимодействия с электромагнитной волной. Поэтому, переопределяя амплитуду волны как $I = |I| e^{j\varphi_I'}$ и вводя новые переменные $F' = F\mu^{-1/2}$, $I' = I\mu^{-1/2}$, где $\mu = (\partial \Omega_e / \partial W)_0 \alpha / V$ - параметр неизохронности, преобразуем уравнение (3) к следующему виду:

$$\partial I / \partial \zeta + jI^2 I = -AF; \quad (6)$$

здесь и далее штрихи опущены. Уравнение (1) для электромагнитной волны при этом не изменяется.

Система уравнений (1), (6) должна быть дополнена граничными условиями

$$I|_{\zeta=0} = 0, \quad F|_{\zeta=1} = 0, \quad (7)$$

соответствующими отсутствию волн на входных для них концах пространства взаимодействия $0 \leq \zeta \leq 1$, и начальными условиями

$$F|_{\tau=0} = F^0 f^0(\zeta), \quad I|_{\tau=0} = I^0 i^0(\zeta), \quad (8)$$

описывающими «старт» системы с уровня слабых начальных шумовых возмущений обеих волн ($f^0(\zeta)$, $i^0(\zeta)$ - случайные функции, F^0 , $I^0 \ll 1$). Получившаяся однопараметрическая модель, описывающая взаимодействие встречных бездисперсных линейной и нелинейной с кубичной фазовой нелинейностью волн (в дальнейшем - МФН) является, по-видимому, одной из простейших в классе электронно-волновых моделей и играет роль асимптотической модели для многих электронных генераторов на встречной волне с так называемыми силовыми механизмами взаимодействия [4,2]. Более того,

можно полагать, что она может рассматриваться как одна из базовых моделей данного класса с типичной динамикой. В настоящей статье излагаются результаты исследования автоколебательных режимов и процессов их установления в МФН.

2. Поскольку в реальных системах, соответствующих рассматриваемой модели, уровень начальных колебаний всегда мал, будем рассматривать здесь только такие типы процессов, у которых существует длинная линейная стадия переходного процесса. В этом случае, как показано в [1], см. также [2], независимо от вида функций $f^0(\zeta)$, $i^0(\zeta)$, а также F^0 и I^0 , поведение системы определяется значением единственного бифуркационного параметра A : при $A < A_{st} = \pi/2$ система находится в состоянии устойчивого равновесия $|F| \approx |I| \approx 0$, а при превышении стартового значения A_{st} происходит ее мягкое возбуждение, причем асимптотическое поведение к концу линейной стадии переходного процесса определяется динамикой основной линейной моды

$$F(\zeta) \sim f_1(\zeta) \sim e^{\alpha_1 \zeta} \sin[\sqrt{A^2 - \alpha_1^2}(1 - \zeta)], \quad (9)$$

$$I(\zeta) \sim i_1(\zeta) \sim -e^{\alpha_1 \zeta} \sin[\sqrt{A^2 - \alpha_1^2} \zeta], \quad (10)$$

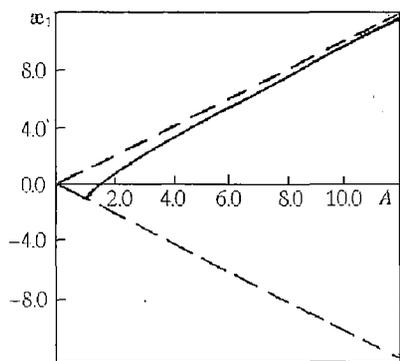


Рис. 1. Зависимость временного инкремента линейной моды от параметра A

где $\alpha_1 = \alpha_1(A)$ - временной инкремент ($F, I \sim e^{2\alpha_1 \tau}$) основной линейной моды (рис. 1). Поэтому будем полагать, что начальные пространственные распределения амплитуд волн для нелинейных колебаний определяются соотношениями (9), (10), причем при численном моделировании будем считать значение $\tau=0$ примерно соответствующим концу линейной стадии переходного процесса.

3. В общем случае нелинейная система уравнений типа (1), (6) аналитического решения не имеет и должна решаться либо численно, либо приближенно после упрощения, например, с помощью разложения с ограниченным количеством членов ряда по какой-либо системе ортогональных функций, удовлетворяющих граничным условиям сформулированной краевой задачи. Однако в стационарном режиме одночастотных колебаний, который, как было найдено, устанавливается в системе при небольшом превышении бифуркационным параметром порогового значения, удается получить аналитическое решение системы (1), (6)-(8) [5, 6]. Действительно, в этом случае $F(\tau, \zeta) = \mathcal{F}(\zeta) \exp(j\Delta\tau)$, $I(\tau, \zeta) = \mathcal{I}(\zeta) \exp(j\Delta\tau)$, поэтому, сделав в них замену переменных $\xi = \zeta A$, $\mathcal{F} = \mathcal{F}' \sqrt{A}$, $\mathcal{I} = \mathcal{I}' \sqrt{A}$, подставим эти выражения в уравнения (1), (6) и получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\mathcal{F}}{d\xi} - j \frac{\Delta}{A} \mathcal{F} = \mathcal{J}, \quad \mathcal{F}|_{\xi=A} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d\mathcal{I}}{d\xi} + j \mathcal{I}^2 \mathcal{J} = -\mathcal{F}, \quad \mathcal{I}|_{\xi=0} = 0 \quad (12)$$

с интегралом $|\mathcal{I}|^2 + |\mathcal{J}|^2 = \eta$, где $\eta = |\mathcal{F}(\xi=0)|^2 = \mathcal{F}_0^2 = \text{const}$ (в реальных системах η характеризует эффективность энергообмена между волнами). Преобразуя (11)-(12) к одному уравнению

$$\frac{d^2 \mathcal{F}}{d\xi^2} - j\left(\frac{\Delta}{A} - \eta\right) \frac{d\mathcal{F}}{d\xi} + \left(1 + \frac{\Delta}{A} (\eta - |\mathcal{F}|^2)\right) = 0 \quad (13)$$

и разделяя в нем действительную и мнимую части, нетрудно получить соотношение

$$\Delta = -A\eta/2, \quad (14)$$

определяющее частоту генерации, а также уравнение

$$\left(\frac{d|\mathcal{F}|}{d\xi}\right)^2 = (\eta - |\mathcal{F}|^2) \left[1 - \frac{\mathcal{F}^2}{4} (\eta - |\mathcal{F}|^2)\right], \quad (15)$$

описывающее пространственное распределение амплитуды электромагнитной волны. Полагая, что в простейшем случае решение последнего уравнения топологически подобно основной («одногорбой») линейной моде, будем иметь из (15) неявное соотношение $\eta = \eta(A)$ в виде

$$A = K(\eta/8), \quad (16)$$

а также формулу, описывающую распределение амплитуды волны вдоль координаты (рис. 2)

$$|\mathcal{F}(\xi)| = \mathcal{F}_0 \frac{\text{cn}\xi}{\sqrt{1 - 4(\mathcal{F}_0 \text{sn}\xi/4)^4}}; \quad (17)$$

здесь $K(x)$ - полный эллиптический интеграл первого рода, $\text{sn}\xi$ и $\text{cn}\xi$ - эллиптические функции Якоби.

Из (17) формально следует, что предельное значение $\eta_{\max} = 8$ и достигается при $A \rightarrow \infty$. Однако судить о возможности реализации этого решения при наличии флуктуаций, всегда существующих в реальных системах, можно только после его исследования на устойчивость. В принципе это можно сделать, представляя решение исходной задачи в виде $F(\tau, \zeta) = \mathcal{F}'(\zeta) \exp(j\Delta\tau) +$

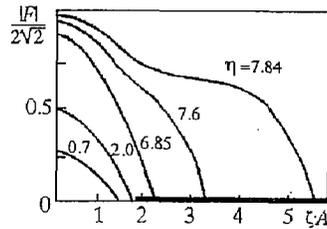


Рис. 2. Распределения амплитуды электромагнитной волны $|F(\zeta)|$, рассчитанные в приближении одночастотного сигнала. Отмечена область неустойчивых решений

$f_n(\tau, \zeta)$, $I(\tau, \zeta) = \mathcal{f}'(\zeta) \exp(j\Delta\tau) + i_n(\tau, \zeta)$, где f_n и i_n описывают малые возмущения стационарного решения. Получив систему уравнений

$$\frac{\partial f_n}{\partial \tau} - \frac{\partial f_n}{\partial \zeta} = -A i_n, \quad (18)$$

$$\frac{\partial i_n}{\partial \zeta} + j[2|\mathcal{f}'|^2 i_n + \mathcal{f}'^2 i_n^*] = -A f_n, \quad (19)$$

нетрудно сформулировать линейную краевую задачу с переменными коэффициентами для определения закона эволюции возмущений. Однако ее решение не проще, чем численное решение исходной системы уравнений. Последнее же показывает, что одночастотный режим колебаний устойчив только в узком интервале значений бифуркационного параметра $A_{st} < A < A_a \approx 1.83$, причем предельное значение $\eta_{\max} \approx 5.3$. Одночастотные же режимы с пространственными распределениями амплитуд, топологически подобными второй и более высоким

(«многогорбым») линейным модам, не реализуются вообще. При превышении параметром A бифуркационного значения A_c одночастотный режим теряет устойчивость и сменяется режимом периодической автомодуляции.

4. Многочастотные автоколебания в МФН исследовались методами вычислительного эксперимента, который включал два относительно независимых этапа, а именно: 1) этап собственно моделирования процессов в системе данного типа и 2) этап статистической обработки результатов, если режимы колебаний оказываются сложными. Отметим особенности их применительно к МФН.

4.1. Моделирование проводилось на основе хорошо зарекомендовавшей себя двухслойной разностной схемы порядка $O((\Delta\tau)^2 + (\Delta\xi)^2)$ [7]. Здесь $\Delta\tau$ и $\Delta\xi$ - шаги дискретизации по времени и координате, соответственно. Целью моделирования в принципе должно являться изучение эволюции во времени комплексных функций $F(\xi)$ и $I(\xi)$, рассматриваемых как «точки» бесконечномерного фазового пространства анализируемой динамической системы. Практически же в качестве основного количественного результата численного эксперимента накапливалась временная реализация «амплитуды выходного сигнала» $F_0(\tau) = |F(\tau)|_{\xi=0}$, поскольку подразумевается, что она, являясь интегральной характеристикой процессов, происходящих на всей длине пространства взаимодействия, характеризует систему в целом. Анализ пространственных распределений амплитуд волн проводился качественными методами, главным образом для построения качественной картины явлений в системе и объяснения причин появления тех или иных пространственно-временных структур.

Особо следует отметить используемую форму записи уравнений в частных производных. В системе (1), (6) параметр связи A в явном виде входит в правые части уравнений, описывающих взаимодействие волн в пространстве фиксированной длины $0 \leq \xi \leq 1$. Традиционно же (см., например, [1,3]) используется запись уравнений, когда фиксируется локальная связь между волнами, взаимодействующими в пространстве, длина которого изменяется с изменением бифуркационного параметра: $0 \leq \xi \leq A$. Эти записи эквивалентны, однако при фиксированных величинах шагов аппроксимации в первом случае результатом ее является цепочка с фиксированным числом элементов с изменяющейся при изменении параметра A связью между ними, причем величина связи может быть задана с любой точностью. Во втором же случае связь между элементами цепочки постоянна, но изменяется количество звеньев цепи при изменении параметра A , который может меняться только дискретным образом: $\Delta A = \Delta\xi$. При очень малых значениях шагов и использовании схем высокой точности результаты моделирования процессов в обеих цепочках одинаковы. На практике же количество звеньев цепочки выбирается ограниченным (примерно 50-100), в результате чего естественным образом ограничиваются предельные пространственные и временные масштабы возникающих в системе структур. Специально проведенный сравнительный анализ данных моделирования показал, что качественно результаты моделирования обеих цепочек идентичны. Это прежде всего свидетельствует о грубости исходной модели и возможности ее изучения методами вычислительного эксперимента. Однако в деталях результаты слегка отличаются: мелкомасштабная структура распределений амплитуд может быть неодинаковой, значения бифуркационных параметров могут отличаться, поскольку, как оказалось, система чувствительна к воздействию мелких деталей пространственно-временных структур вблизи бифуркационных переходов. Последнее, вообще говоря, затрудняет сопоставление данных экспериментов, выполненных с различной точностью. Поэтому основное внимание в исследованиях уделялось качественным характеристикам поведения системы и механизмам возникновения различных режимов колебаний.

4.2. Обработка результатов численных экспериментов проводилась на основе анализа временных последовательностей $F_{0k} = F_0(\Delta\tau(k-1))$, $k = 1, 2, \dots$ и включала вычисление таких стандартных характеристик [8], как спектральная плотность S

мощности выходного сигнала (спектра функции $F_0(\tau)$), автокорреляционная функция ACF , плотность P вероятности значений $F_0(\tau)$, а также построение двумерных проекций «фазового пространства» системы $(F_0(\tau), F_0(\tau+\tau_d))$, где τ_d - время задержки. Графики некоторых из этих функций вместе с коротким отрезком временной реализации $F_0(\tau)$ приведены на рис. 3-4. Полная длина $F_0(\tau)$ для сложных режимов колебаний составляла 50-200 при основном (характерном) периоде колебаний $T_a \sim 1$ и шаге дискретизации $\Delta\tau \sim 0.005-0.002$. Как правило, анализ этих характеристик вместе с качественным анализом пространственных распределений $|F(\zeta)|$, $|I(\zeta)|$, $\varphi_I(\zeta)$, $\varphi(\zeta) = \varphi_F - \varphi_I$ давал достаточные основания для идентификации типа пространственно-временного поведения системы.

5. Результаты проведенных численных экспериментов можно обобщить следующим образом.

5.1. Как уже отмечалось, при $A < 1.83$ стационарный режим колебаний является одночастотным с частотой, определяемой соотношением (14), и характерными распределениями амплитуд волн $|F(\zeta)|$, $|I(\zeta)|$ (рис.3) и разности фаз $\varphi(\zeta) \approx \text{const} = \pi$, топологически подобными распределениям их в основной линейной моде. Отметим, что именно фаза φ определяет главным образом структуру пространственного распределения амплитуд, поскольку

$$\frac{\partial |F|}{\partial \zeta} = A |I| \cos \varphi + \frac{\partial |F|}{\partial \tau}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial |I|}{\partial \zeta} = -A |F| \cos \varphi. \quad (21)$$

5.2. При $A > A_a$ этот режим теряет устойчивость и возникает автомодуляция выходного сигнала. При небольшом превышении порогового значения $((A - A_a)/A_a \ll 1)$ она имеет синусоидальную форму: $F_0(\tau) = \mathcal{F}_0 + \alpha \sin \Omega_a \tau$, где $\mathcal{F}_0 = \text{const}$ определяется одночастотным решением, $\alpha \ll \mathcal{F}_0$, $\Omega_a = 2\pi/T_a$, $T_a \sim 1$ - период автомодуляции. В размерном виде период автомодуляции примерно равен времени $T/v_0 + T/v_{gr}$ прохода сигнала по цепи обратной связи системы «электронная волна плюс встречная электромагнитная волна». Распределение $|F(\zeta)|$ в отдельные моменты времени становится «двугорбым», поскольку именно при $A > 1.83$ правая часть в уравнении (20) может принимать положительные значения. Действительно, несмотря на нелинейное изменение φ_I согласно уравнению

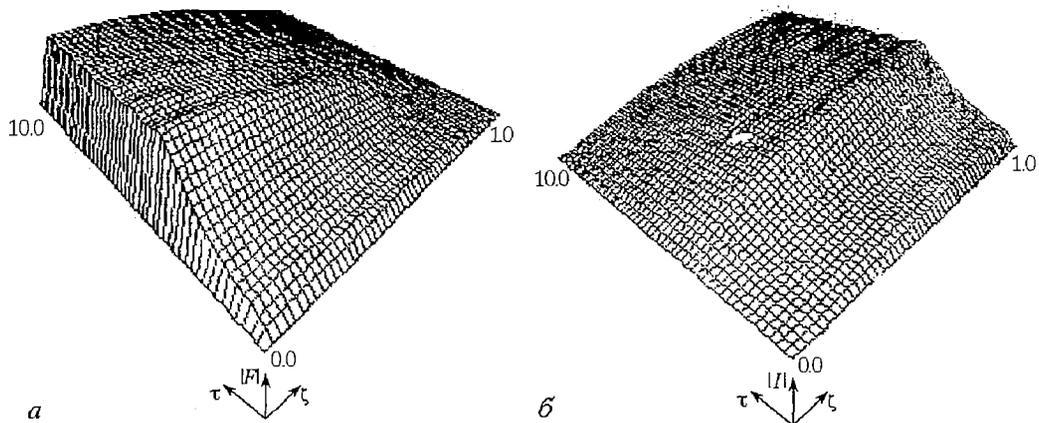


Рис. 3. Пространственно-временные распределения амплитуд электромагнитной $|F(\tau, \zeta)|$ - (а) и электронной $|I(\tau, \zeta)|$ - (б) волн при $A = 1.8$

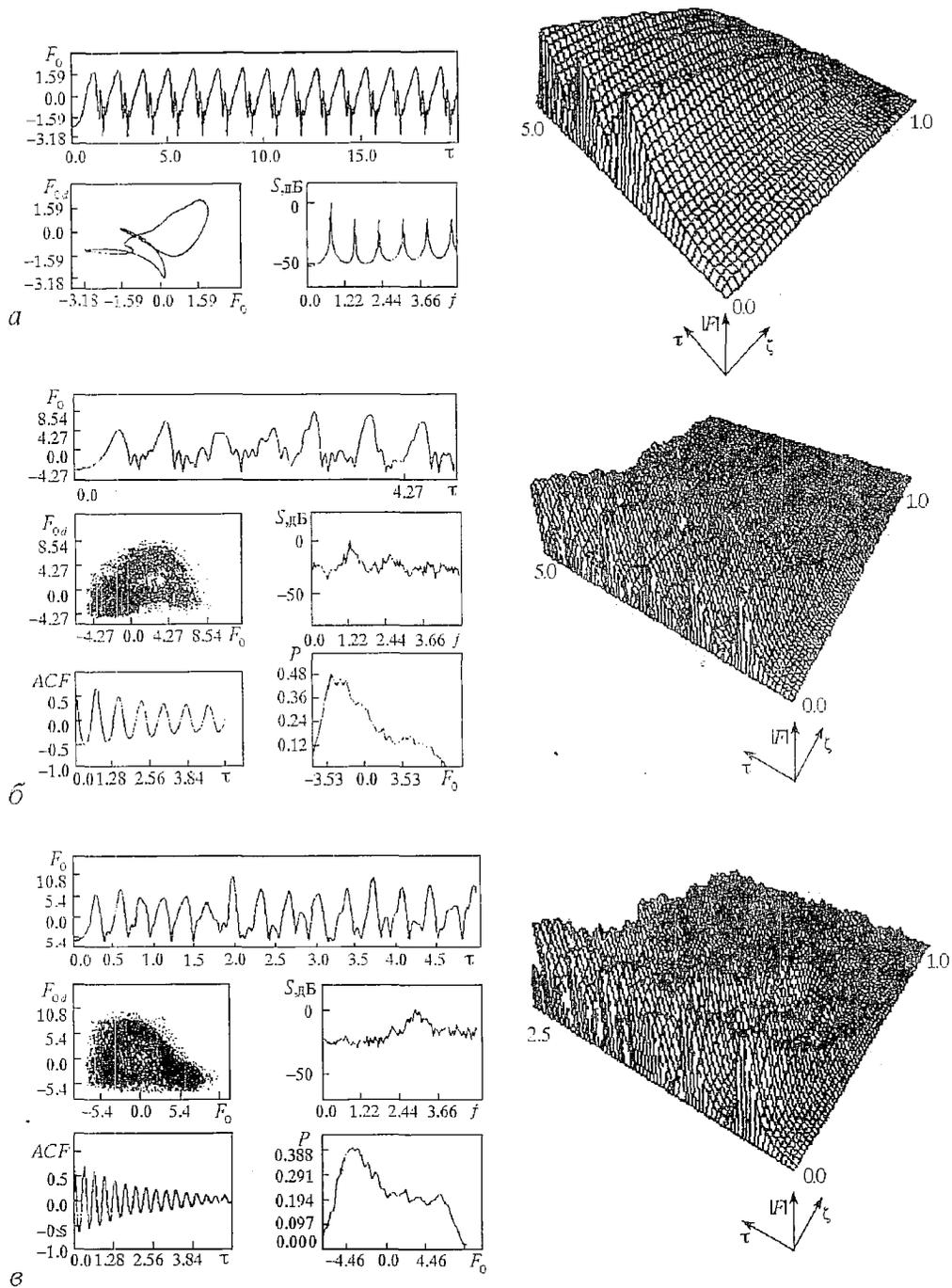


Рис. 4. Временная зависимость (отрезок) $F_0(\tau)$, проекция фазового портрета ($F_0(\tau)$, $F_{0d}=F_0(\tau+\tau_d)$), спектральная плотность мощности S , автокорреляционная функция ACF , плотность P вероятности значений F_0 амплитуды электромагнитной волны и пространственно-временное распределение $|F(\tau, \zeta)|$ при значениях параметра λ : а - 2.15; б - 4.7; в - 10.0

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial \zeta} = -|I|^2 - A \frac{|F|}{|I|} \sin \varphi, \quad (22)$$

все еще $\cos\varphi < 0$ в течение всего периода автомодуляции, хотя и приближается к границе зоны $\cos\varphi(\zeta) < 0$. Однако величина производной $\partial|F|/\partial\tau$ становится большой и в отдельные моменты времени превышает $A/l\cos\varphi$. При увеличении A глубина автомодуляции увеличивается, зависимость $F_0(\tau)$ приобретает вид периодической последовательности импульсов, в спектре появляются гармоники частоты Ω_a . Затем, при $A \approx 2.05$ между двумя соседними большими импульсами появляется маленький пик, а распределение $|F(\zeta)|$ становится «трехгорбым». Зависимость $F_0(\tau)$ остается периодической, хотя при дальнейшем увеличении A между соседними большими импульсами в $F_0(\tau)$ появляются все новые мелкие осцилляции (см. рис. 3, а), отражающие усложнение пространственной структуры взаимодействующих волн вследствие быстрого изменения фаз $\varphi_l(\zeta)$ и $\varphi(\zeta)$, а следовательно и знака производной $\partial|F|/\partial\zeta$. В численных экспериментах ограничение этого процесса может быть связано с величиной шага $\Delta\zeta$, поскольку при достаточно больших A структура пространственных распределений $F(\zeta)$, $I(\zeta)$ комплексных амплитуд становится столь мелкомасштабной, что не реализуется в цепочке с достаточно большим шагом $\Delta\zeta$. В частности, в расчетах, выполненных с мелким шагом, было обнаружено, что число мелких осцилляций вблизи границы потери устойчивости периодического режима может быть равно 6-8, а количество «горбов» в распределении может равняться 10-12. Заметим, что не каждый «горб» пространственного распределения проявляется в зависимости $F_0(\tau)$, - некоторые сглаживаются по пути к выходному концу системы. Однако было установлено также, что качественно картина явлений в цепочках с достаточно большими $\Delta\zeta$, когда «улавливаются» лишь 2-3 мелких осцилляции между большими импульсами, та же, что и в исходной системе, хотя в деталях возникающие режимы могут отличаться. В частности, было обнаружено, что в диапазоне $3.6 \leq A \leq 3.8$ возникает удвоение, а затем учетверение периода колебаний. При $A \approx 4.1$ опять возникает удвоение периода, затем при $A \approx 4.3$ утроение удвоенного периода. Однако эти явления, по-видимому, не носят универсального характера, также как и появление между гармониками частоты Ω_a частотных компонент, не связанных с основной частотой. Наконец, при $A \approx 4.5$ колебания становятся хаотическими - главным образом об этом свидетельствует спадающий характер ACF , а также форма фазового портрета, ставший сплошным спектр колебаний и принимающее колоколообразную форму распределение плотности вероятности (см. рис. 4, б). При дальнейшем увеличении A степень хаотичности колебаний $F_0(\tau)$ возрастает, а пространственная структура распределений амплитуд становится все более сложной (см. рис. 4, в).

Почему возникает автомодуляция выходного сигнала? Причина ее появления в исследуемой системе, как и в других системах взаимодействующих встречных волн, обусловлена запаздывающим характером обратной связи при наличии в цепи обратной связи инерционных элементов [1]. В данном случае роль инерционного элемента играет фазовая инерционная нелинейность. Действительно, пусть вблизи границы системы $\zeta=0$ возникает локальное возмущение установившегося распределения амплитуды поля. Оно вызывает возмущение электронной волны, которое переносится вдоль системы и вызывает возмущение поля в каждой точке пространства взаимодействия через соответствующее время $t \approx z/v_0$. Наибольшее относительное возмущение поля произойдет вблизи другой границы системы, где амплитуда поля мала. Через время $T \approx 1/|v_{gr}|$ после этого возмущения поля, усиленное за счет взаимодействия с электронной волной, достигает границы $\zeta=0$ и может быть зафиксировано как реакция на первоначальное возмущение. Затем процесс должен повторяться с периодом порядка T_a . Однако обнаружено, что если в любой момент времени распределение $|F(\zeta)|$ остается топологически подобным

основному виду колебаний, то амплитуда откликов во времени уменьшается, то есть такое стационарное состояние устойчиво. Положение меняется, когда в результате действия фазовой нелинейности в конце пространства взаимодействия начинает быстро меняться фаза φ_1 и разность фаз φ в какие-то моменты времени принимает значения, при которых в $|F(\zeta)|$ появляется провал, что соответствует образованию в пространственном распределении поля компоненты, топологически адекватной второй линейной моде. Возникшая структура оказывается неустойчивой, и в результате реализуется режим, когда в системе происходит периодическая смена пространственных структур, похожих на первую и вторую моды. При увеличении A возникают все более «многогорбые» распределения амплитуд, однако до $A \approx 4.5$ процесс остается периодическим. Хаотизируется он затем опять из-за изменения фазового соотношения между волнами при увеличении $|L|$. При возрастании амплитуды электронной волны в системе возникает ее пространственное распределение с быстроменяющейся фазой, которое в свою очередь возбуждает волну поля с быстроменяющейся фазой. Распространяясь навстречу друг другу, эти «многогорбые» распределения порождают при превышении определенного порога возбуждения хаотические автоколебания (качественно этот процесс легко проследить на рис. 4, б, в). Нетрудно заметить, что бифуркационное значение A близко к стартовому значению второй линейной моды $A_{st} = (3/2)\pi$. Это дает основание для следующего объяснения механизма возникновения хаоса в рассматриваемой системе [5].

Когда при достаточно большом значении A характерное время нарастания амплитуды $T_n \sim 1/\alpha_1$ становится меньше времени $T_{\text{р}}$ релаксации системы, амплитуда поля в конце переходного процесса «проскакивает» равновесное значение \mathcal{F}_0 , определяемое стационарной теорией, и продолжает расти некоторое время. Под ее воздействием величина $|L|$ тоже быстро растет вдоль ζ и вблизи границы системы $\zeta=1$ образуется распределение $I(\zeta)$ с быстроменяющейся фазой. Поэтому, несмотря на большую величину $|L|$, электронная волна возбуждает слабую волну поля. Эти процессы, разыгрывающиеся вблизи $\zeta=1$, не могут помешать нарастанию амплитуды поля вблизи $\zeta=0$, так как перенос возмущений происходит с конечной скоростью. Но через время $T \sim 1$ до области вблизи $\zeta=0$ доходит информация о начале действия нелинейных эффектов, и амплитуда поля резко падает. Таков механизм образования первого мощного импульса выходного сигнала.

После прохождения импульса по всей длине системы, в ней остается распределение поля с быстроменяющейся фазой, из-за чего поле не может эффективно взаимодействовать с электронной волной и поэтому амплитуда $|I(\zeta)|$ также мала. Из образовавшегося сложного распределения снова выделяется основная мода, а также при $A \geq A_{2st}$ по крайней мере вторая мода, - начинает формироваться следующий мощный импульс. В первом случае процесс является периодическим, поскольку каждый новый импульс развивается из одинакового распределения поля, соответствующего основной моде. Этот эффект лежит в основе своеобразной «структурной» устойчивости изучаемой системы - мелкомасштабные детали структуры поля, остающегося после ухода из системы мощного импульса, не важны, так как из них всегда выделится основная мода и на ее основе сформируется новый мощный импульс, в точности повторяющий предыдущий (хотя форма импульсов и время T_a , возможно, слегка будут отличаться для модельных цепочек с различным количеством звеньев).

Другая ситуация возникает при $A > A_{2st}$, когда нарастающими являются по крайней мере две моды. Распределение поля, предшествующее появлению мощного импульса, теперь определяется суперпозицией мод и зависит от соотношения их амплитуд и фаз. Поэтому различаются высота и форма импульсов, а также распределения амплитуд волн, возникающих после прохождения каждого

импульса. В целом последовательность импульсов в зависимости $|F_0(\tau)|$ будет непериодической, и с возрастанием A будет становиться все более хаотической, пока не потеряет вид последовательности импульсов, а распределение плотности вероятности амплитуд не приобретет форму, близкую к релеевской функции распределения. Представляется, что описанный механизм перехода к хаосу является основным для систем с фазовой нелинейностью, хотя не исключено, что в дальнейших исследованиях могут обнаружиться новые детали хаотического режима колебаний и механизма перехода в него в данной распределенной динамической системе.

Часть работы выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 94-02-06098).

Библиографический список

1. Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1975.
2. Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Автоколебания в распределенных системах «электронный поток - встречная (обратная) электромагнитная волна» - в настоящем выпуске
3. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
4. Высокочастотная релятивистская электроника. Горький: Изд-во ИПФ АН СССР, 1979.
5. Кузнецов С.П., Четвериков А.П. Нестационарная нелинейная теория ультрарелятивистской ЛОВ на аномальном эффекте Доплера // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1981. Т. 24, № 1. С. 109.
6. Четвериков А.П. Периодические и хаотические автоколебания в простых распределенных электронно-волновых системах // Изв. РАН. Сер. Физическая. 1994. Т. 58, № 8. С. 171.
7. Кузнецов С.П., Пищик Л.А., Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Программа численного моделирования нестационарных процессов и автоколебательных режимов в ЛОВО // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1983. Вып. 4 (352). С. 66.
8. Анищенко В.С., Сапарин П.И., Сафонова М.А. Измерительно-вычислительный комплекс для диагностики сложных режимов автоколебаний // РЭ. 1992. Т. 3, № 3. С. 4672.

*Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 31.10.94.
после переработки 28.02.95.*

NONLINEAR DYNAMICS OF A SYSTEM OF INTERACTING BACKWARD ELECTROMAGNETIC WAVE AND ELECTRON WAVE WITH CUBIC PHASE NONLINEARITY

A.P. Chetverikov

Dynamics of one parametric extended auto-oscillation system of interacting on electromagnetic wave and a simple electron wave with cubic phase nonlinearity is studied by computer modelling and statistical treatment of results. It has been shown that complication of oscillations up to chaotic takes place in the system under coupling wave parameter increasing.



СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ПОТОКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ

А.П.Привезенцев, Г.П.Фоменко

В работе численным методом рассмотрена нелинейная динамика виртуального катода в триодных системах. Показано, что различные неустойчивые стационарные потоки переходят в различные колебательные состояния - нелинейные структуры для токов инжекции, близких к критическому. Возмущение тока инжекции приводит к взаимодействию нелинейных мод и переходу высокочастотной моды в низкочастотную. При взаимодействии потока с многомодовым резонатором с определенным уровнем связи и диапазоном собственных частот наблюдается режим синхронизации с колебаниями, близкими к синусоидальным. Исследование корреляционных характеристик для локальных величин потока показывает, что динамика является сложной, когда крупномасштабная когерентность для временных масштабов порядка времени пролета сочетается с хаотическим поведением на меньших временных масштабах.

1. Интерес к исследованию динамики виртуального катода связан прежде всего с возможностью его использования для генерации мощного СВЧ-излучения. Различные варианты таких генераторов на мощных импульсных электронных пучках, имеющих общее название - виркатеры, можно разделить на две большие группы. В виркатерах триодного типа виртуальный катод формируется в межэлектродном промежутке с тормозящим потенциалом. При этом практически все инжектируемые диодом электроны отражаются, и формируются встречные потоки частиц, осциллирующие в потенциальной яме катода - виртуальный катод.

В многочисленных модификациях виркатеров диодного типа сверхпределный ток инжектируется в эквипотенциальное пространство. В этом случае наряду с электронами, осциллирующими между катодом и виртуальным катодом, существует поток пролетных частиц. В модификации виркатера, называемой редитроном, отраженный виртуальным катодом поток поглощается. Таким образом, устраняется возмущающее влияние нестационарного потока отраженных частиц на работу диода. Виртуальный катод в редитроне формируется практически моноэнергетическим потоком, что существенно улучшает спектральные характеристики генерируемого излучения.

Имеющиеся к настоящему времени экспериментальные результаты по генерации СВЧ-излучения виркатерами получены на установках с далекими от оптимальных значений параметрами. Однако, проведенные исследования показывают, что виркатеры могут рассматриваться в качестве перспективных, достаточно простых по конструкции источников электромагнитного излучения в диапазоне $1\div 10$ ГГц с мощностью около десяти ГВт и длительностью импульса до сотен наносекунд [1-3].

Формирование осциллирующего виртуального катода в сверхпредельном потоке заряженных частиц представляет собой сложный процесс, в котором в полной мере проявляются нелинейные свойства пространственного заряда. Сложность описания такой системы определяется возбуждением большого числа сильно взаимодействующих коллективных степеней свободы. В силу этого, достаточно полное исследование динамики виртуального катода может быть получено путем полномасштабного численного моделирования [4]. Однако, для выяснения общих физических механизмов, определяющих особенности динамики виртуального катода, представляет интерес исследование простейших приближенных моделей.

Ограничимся в дальнейшем рассмотрением одномерного потока, формирующего виртуальный катод в плоском диодном промежутке. Допущение о неограниченных размерах системы в направлении перпендикулярном движению частиц дает возможность игнорировать эффекты, связанные с магнитным полем потока.

Для одномерных потоков такого вида аналитически решаются самосогласованные уравнения гидродинамического приближения, описывающие стационарные состояния потоков в нерелятивистском [5] и релятивистском [6] случаях. Решения уравнений для стационарных потоков показывают, что в некотором интервале значений токов, инжектируемых в плоский диодный промежуток, существует гистерезис состояний и возможны три различных режима стационарного потока: «быстрый» стационарный поток с полным пролетом, «медленный» стационарный поток с полным пролетом и стационарный поток с виртуальным катодом, когда часть инжектируемого потока отражается. В работах [7 - 9] методом линейной теории показано, что медленная ветвь стационарного потока с полным пролетом неустойчива.

Традиционный для классической СВЧ-электроники линейный подход для анализа работы виркатора использовался в работах [10 - 12]. В основе такого подхода лежит допущение о существовании некоторого равновесного состояния с малыми возмущениями, эволюция которых описывается линеаризованными уравнениями. На ограниченность такого подхода в теории виркаторов показывает приведенное в статье [13] качественное описание режима сильной турбулентности электронной плазмы, формируемой в турбутроне. Турбутрон - вариант виркатора, в котором электроны из плоского диода инжектируются в пролетный промежуток с большим превышением критического тока. Это достигается за счет того, что ширина пролетного промежутка значительно превосходит ширину диода. Согласно [13], сгустки, формируемые в потоке электронов, осциллирующих между катодом и виртуальным катодом, взаимодействуют друг с другом, обмениваясь частицами, изменяясь в размерах и даже рождаясь и умирая.

Очевидно, что процесс интенсивного взаимодействия коллективных степеней свободы электронного пучка характерен для мощных приборов с развитым пространственным зарядом. Сложные колебания электронного потока впервые были обнаружены при исследовании аномально высокого уровня шумов в генераторах магнетронного типа [14].

В настоящей статье рассматривается нелинейная динамика виртуального катода, определяющая сложность колебательных режимов пространственного заряда в условиях сверхкритического тока. «Сложность» при этом понимается в смысле, принятом в нелинейной физике [15, 16], как сочетание в одном процессе динамических и хаотических свойств. Рассмотрение ведется в рамках модели плоских листов. При очевидных ее ограничениях - отсутствие магнитного поля, одномерность движения - эта модель отражает существенные нелинейные свойства интенсивного потока (наличие критического тока, гистерезис состояний), что делает ее исследование интересным и дает возможность понять некоторые общие закономерности нелинейной динамики пространственного заряда. Практика применения модели плоских листов для описания генерации излучения в виркаторах с плоскими электродами, зазор между которыми меньше их поперечных размеров, как отмечено в работе [13], дает удовлетворительное

согласие с экспериментом по уровню мощности и достаточно точно предсказывает частоту излучения.

2. Рассмотрим триодную систему, образованную плоскими параллельными друг другу электродами: катодом, анодной сеткой и коллектором. Электроны, ускоренные потенциалом U_0 в диодном промежутке катод - анод шириной d_1 , инжектируются в пролетный промежуток анод - коллектор шириной d_2 . Потенциал коллектора может равняться потенциалу анода (для виркатора диодного типа) или совпадать с потенциалом катода (для виркатора триодного типа). Возбуждение потоком высокочастотного поля учитывается только в пролетном промежутке, который рассматривается как высокочастотный резонатор. Следуя приближению плоских листов, высокочастотное поле в области взаимодействия считаем однородным, что приближенно выполняется для основных мод, если размеры области, занятой потоком, много меньше размеров резонатора.

Уравнения, описывающие динамику пространственного заряда, получим, используя модификацию модели плоских листов и безразмерные единицы, введенные в работе [17].

За единицу длины примем d_1 . Масштаб плотности заряда σ_M введем соотношением

$$e\sigma U_0 = e^2 d_1 \sigma_M^2 / 2\epsilon_0,$$

где σ - плотность заряда листа. Масштаб потенциала электрического поля определим равенством

$$U_M = e d_1 \sigma_M / \epsilon_0.$$

При таком выборе единиц, безразмерная плотность заряда $\lambda = \sigma / \sigma_M$ и безразмерное напряжение диода $u_0 = U_0 / U_M$ связаны равенством

$$\lambda u_0 = 1/2.$$

Единицей времени в принятой нормировке служит время пролета одиночного электрона через диод с максимальной скоростью, приобретаемой в ускоряющем потенциале U_0 ,

$$t_M = d_1 / v_0, \quad v_0 = \sqrt{2eU_0/m}.$$

Единицей тока является максимальный ток диода в режиме ограничения эмиссии пространственным зарядом

$$J_M = 4/9 (\epsilon_0 / d_1^2) \sqrt{2e/m} U_0^{3/2}.$$

Стационарный поток с полным прохождением заряда через эквипотенциальный пролетный промежуток становится неустойчивым, если инжектируемый в него ток равен удвоенному критическому $2J_{кр}$. Стационарный режим частичного прохождения потока с виртуальным катодом может существовать для токов инжекции больших $J_{кр}$.

В дальнейшем предполагается, что диод работает в режиме ограничения тока пространственным зарядом. В этих условиях критический ток пролетного промежутка анод - коллектор выражается через J_M и относительную длину промежутка $D = d_2 / d_1$

$$J_{кр} = 4J_M / D^2.$$

Условие срыва режима полного пролета $J_M = 2J_{кр}$ выполняется при ширине пролетного промежутка $D_{кр} = 2\sqrt{2}$. Варьируя D , можно изменять степень превышения током, инжектируемым диодом, величины критического тока.

Если считать, что листы пронумерованы в порядке возрастания коор-

динаты, то уравнения движения листов в диоде и пролетном пространстве в промежутках между моментами обгона и событиями, изменяющими их число, определяются гамильтонианом

$$H = \sum_{i=1}^N (p_i^2/2 - \lambda^2 \sum_{j=1}^N (\Theta(x_j - x_i) - \mu x_j/2) x_i - \lambda \mu i x_i), \quad (1)$$

где $\Theta(x) = 0, 1/2, 1$ для $x < 0, x = 0, x > 0$ соответственно; N - число листов в соответствующей области триодной системы; координатная ось x направлена перпендикулярно электродам; $p_i = dx_i/dt$. Для диодного промежутка $0 \leq x_i \leq D$ имеем $\mu = 1$, для пролетного промежутка $0 \leq x_i \leq D$ имеем $\mu = 1/D$. Внешнее поле u в диодном промежутке равно ускоряющему полю u_0 , а для пролетного промежутка, в зависимости от рассматриваемого режима, может равняться нулю, быть стационарным тормозящим полем $-u_0$ или составлять суперпозицию стационарного поля и собственного поля резонатора u_c , которое представляется в виде суммы по собственным модам

$$u_c = \sum_{s=1}^M dq_s/dt.$$

Уравнения для коэффициентов разложения векторного потенциала q_s удобно преобразовать, переходя к амплитудам A_s и фазам φ_s гармоник $q_s = A_s \cos(\omega_s t + \varphi_s)/\omega_s$,

$$dA_s/dt = -(\omega_s/Q_s) A_s \sin^2 \psi_s + \lambda \Gamma_s \sin \psi_s \sum_{i=1}^N p_i, \quad (2)$$

$$d\varphi_s/dt = (\omega_s/Q_s) \sin \psi_s \cos \psi_s + \lambda \Gamma_s \cos \psi_s A_s \sum_{i=1}^N p_i,$$

где $\psi_s = \omega_s t + \varphi_s$, $s = 1, 2, \dots, M$; M - общее число гармоник; ω_s - собственные частоты; Q_s - добротности; Γ_s - коэффициенты связи для s -й собственной моды резонатора являются феноменологическими параметрами модели.

Для принятого порядка нумерации листов можно ввести новые координаты $y_1 = x_1$, $y_i = x_i - x_{i-1}$ ($i = 2, 3, \dots, N$), в диодном промежутке $y_{N+1} = 1 - x_N$, в пролетном промежутке $y_{N+1} = D - x_N$. Уравнения для переменных y_i , определяемые гамильтонианом (1), имеют вид

$$d^2 y_1/dt^2 = -\lambda^2(N-1/2) + \mu \lambda^2 \sum_{j=1}^N (N-j+1) y_j - \lambda \mu i,$$

$$d^2 y_j/dt^2 = \lambda^2, \quad j = 2, 3, \dots, N, \quad (3)$$

$$d^2 y_{N+1}/dt^2 = \lambda^2/2 - \mu \lambda^2 \sum_{j=1}^N (N-j+1) y_j + \lambda \mu i.$$

При численном интегрировании системы (2), (3) постоянный временной шаг h определялся через известное время пролета заряда диодного промежутка $T_{ст}$ (в выбранных единицах $T_{ст} = 3$) и начальное число частиц в диоде N_0 по формуле $h = T_{ст}/N_0$. Выбор N_0 определялся условием $h \ll 1$ и возможностями вычислительной машины, поскольку от этого условия зависело среднее число уравнений (3) и, следовательно, время счета.

В дальнейшем величина шага задает последовательность моментов времени $t_i = t_0 + ih$ ($i = 1, 2, \dots$), для которых вычисляются временные последовательности физических параметров системы, определяющие ее динамический режим. Кроме

того, h является шагом интегрирования уравнений высокочастотного поля (2) по методу Эйлера.

Уравнения (3), описывающие динамику листов, решаются с помощью итерационной процедуры, которая определяет координаты $y_{i,k}=y_i(t_k)$ и скорости $v_{i,k}=(dy_i/dt)|_{t=t_k}$ для дискретной последовательности моментов времени $t_k (k=1, 2, \dots)$. Наряду с последовательностью $t_i = t_0 + ih$ итерационная последовательность t_k включает моменты времени, когда происходит одно из событий, нарушающих линейный порядок нумерации листов или изменяющих их число. Такие события определяются по обращению в нуль одной из координат y_i . К ним относятся: обгон i -го листа $(i-1)$ -ым (при этом $y_i=0$), возврат 1-го листа пролетного промежутка в диод или 1-го листа в диоде на катод ($y_1=0$), вылет N -го листа из пролетного промежутка через коллектор или перелет листа из диода в пролетный промежуток ($y_{N+1} = 0$).

Введем $2(N + 1)$ - мерные векторы, определяющие состояния листов в моменты t_k в каждой части триодной системы

$$Y_k^\pm = \text{col}(y_{1,k}^\pm, \dots, y_{N+1,k}^\pm, v_{1,k}^\pm, \dots, v_{N+1,k}^\pm).$$

Значения векторов Y_k и их координат в момент t_k после восстановления линейного порядка нумерации листов обозначаются верхним индексом «+», значения этих величин в момент t_k до перенумерации индексом «-».

Для определения текущего шага итерации запишем решение системы (3), ограничиваясь разложением по степеням $\Delta t = t - t_k$ с точностью до членов третьего порядка, в виде

$$\begin{aligned} y_1(\Delta t) &= y_{1,k}^+ + v_{1,k}^+ \Delta t + F_1(\Delta t)^2/2 + \lambda I_{\text{полн}}(\Delta t)^3/6, \\ y_i(\Delta t) &= y_{i,k}^+ + v_{i,k}^+ \Delta t + \lambda^2(\Delta t)^2/2, \quad i=2, \dots, N, \end{aligned} \quad (4)$$

$$y_{N+1}(\Delta t) = y_{N+1,k}^+ + v_{N+1,k}^+ \Delta t - F_N(\Delta t)^2/2 - \lambda I_{\text{полн}}(\Delta t)^3/6,$$

где

$$F_1 = \lambda^2 \left(\sum_{j=1}^N (N-j+1) y_{j,k}^+ - 1/2 \right) + \lambda u(t_k),$$

$$F_N = \lambda^2 \left(\sum_{j=1}^N (N-j+1) y_{j,k}^+ - N+1/2 \right) + \lambda u(t_k),$$

$$I_{\text{полн}} = \lambda \sum_{j=1}^N (N-j+1) v_{j,k}^+ + (du_c/dt)|_{t=t_k}.$$

Шаг итерации находится как интервал времени до ближайшего события из ряда: обгон, возврат, вылет, перелет или очередной момент записи состояния системы t_m . Значение очередного шага Δt_{k+1} вычисляется как наименьший из интервалов Δt , определяемых уравнениями

$$y_i(\Delta t) = 0, \quad i=1, 2, \dots, N+1, \quad (5)$$

$$\Delta t = t - (t_0 + mh).$$

Поскольку одновременно решается N_d+1 - уравнений (3) в диодной области и N_n+1 - уравнений в пролетной области, общее число уравнений (5) для определения наименьшего интервала равно $N_d + N_n + 3$, где N_d и N_n - число частиц в диодной и пролетной областях соответственно.

По найденному Δt_{k+1} очередное значение Y_{k+1} определяется оператором сдвига по траектории системы (3), который можно записать в виде

$$Y_{k+1}^- = \Lambda_k + L_k Y_k^+, \quad (6)$$

где вектор Λ_k и матрица L_k определяются правой частью выражений (4) после замены Δt на Δt_{k+1} . Далее проводится точечное преобразование перенумерации координат

$$Y_{k+1}^+ = S_\alpha Y_{k+1}^-, \quad (7)$$

где индексом α отмечены возможные типы преобразований, соответствующие различным событиям, которые определяют моменты итераций (обгон, возврат, вылет, перелет). Последовательность отображений (6) и (7) определяет динамику пространственного заряда.

Для моделирования условий эмиссии, ограниченной пространственным зарядом на катоде, очередной лист в диод вводился при выполнении неравенства

$$\lambda \sum_{i=1}^N x_i - N + 1/2 + u \geq 1/2,$$

которое обозначает, что суммарное поле на катоде превышает тормозящее поле одного листа. Начальное значение скорости вводимого в диодный промежуток листа v_n и его координаты x_n удовлетворяли равенству

$$v_n = x_n^{3/2} + \delta R, \quad (8)$$

где величина x_n выбиралась равной половине координаты ближайшего к катоду листа, R - случайная величина, равномерно распределенная в интервале $0 \leq R \leq 1$; δ - параметр, определяющий величину разброса скоростей при эмиссии и отклонение от идеального закона $3/2$, который имеет место при $\delta=0$.

Листы, проходящие анод в прямом (из диода) или обратном (из пролетного промежутка) направлениях могли поглотиться (перестать существовать) с вероятностями $0 \leq P_f \leq 1$ и $0 \leq P_b \leq 1$ соответственно. Варьируя величину P_b , можно изменять степень влияния отраженных электронов на работу системы. В частности, значения параметров $\delta=0$, $P_f=0$, $P_b=1$ соответствуют режиму идеального ретитрона, когда в пролетное пространство инжектируется моноэнергетический поток при условии полного поглощения отраженных виртуальным катодом зарядов на аноде.

3. Рассмотрим результаты численного моделирования динамики пространственного заряда в рамках описанной модели. В этом разделе приводятся результаты исследования собственных колебаний потока без учета возбуждения им высокочастотного поля в эквипотенциальном пролетном промежутке длиной $D \approx D_{кр} = 2\sqrt{2}$. При этом ток диода, инжектируемый в пролетный промежуток, близок к $2J_{кр}$.

Как показано в работе [18], гистерезис стационарных потоков приводит к гистерезису колебательных состояний потока в ретитронном режиме ($P_f=0$, $P_b=1$).

Первый колебательный режим - низкочастотная нелинейная мода - формируется из начального распределения координат x_i и импульсов p_i листов в пролетном промежутке, которое соответствует стационарному потоку с полным пролетом [17],

$$x_i = D[(3v-1)(i/N-1/2)/(2v) + 2(1-v)(i/N-1/2)^{3/v+1/2}], \quad (9)$$

$$p_i = 1 + 6(1-v)(i/N-1)/iN.$$

Здесь параметр v - безразмерное обратное время пролета листа через промежуток в стационарном потоке - определяется из уравнения

$$v(1-v^2)=8J/9, \quad (10)$$

где J - безразмерный ток инжекции.

Второй колебательный режим - высокочастотная нелинейная мода - формируется из начального распределения x_i и p_i , соответствующего стационарному потоку с виртуальным катодом, которое существует при том же токе инжекции в силу гистерезиса стационарных потоков,

$$\begin{aligned} x_i^{(1)} &= x_v(1 - (1 - i/N^{(1)})^3), & p_i^{(1)} &= (1 - i/N^{(1)})^2, & i &= 1, \dots, N^{(1)}, \\ x_i^{(2)} &= x_v + (D - x_v)(i/N^{(2)})^3, & p_i^{(2)} &= (i/N^{(2)})^2, & i &= 1, \dots, N^{(2)}, \\ x_i^{(3)} &= x_v(1 - (1 - i/N^{(3)})^3), & p_i^{(3)} &= - (1 - i/N^{(3)})^2, & i &= 1, \dots, N^{(3)}. \end{aligned} \quad (11)$$

Индексами (1), (2), (3) отмечены соответственно инжектируемый, прошедший и отраженный потоки

$$N^{(1)} + N^{(2)} + N^{(3)} = N_0, \quad N^{(1)} : N^{(2)} : N^{(3)} = x_v : (1 - x_v)z : x_v(1 - z),$$

где N_0 - начальное число частиц в пролетном промежутке. Положение виртуального катода x_v и отношение прошедшего тока к току инжекции $z = J^{(2)}/J^{(1)}$ определены в [5].

Начальное распределение (9) или (11) для частиц пролетного промежутка дополнялось распределением частиц в диоде, соответствующим режиму ограничения тока пространственным зарядом

$$x_i = (i/N)^3, \quad v_i = (i/N)^2.$$

По результатам расчета динамики пространственного заряда итерационной процедурой (6), (7) вычислялась временная последовательность для наведенного

тока $I_{\text{нав}}(t) = \lambda \sum_{i=1}^N p_i$ в пролетном промежутке. Спектральная плотность мощности

S_n как функция номера гармоники n , вычисленная по реализации $I_{\text{нав}}$ для первой и второй нелинейных мод представлена соответственно кривыми 1 и 2 на рис. 1. Гармоника с максимальной амплитудой для низкочастотной моды имеет частоту $f_1 = 1/T_1$, где $T_1 \sim 6 x_v t_M$. Для высокочастотной моды максимальную амплитуду имеет гармоника с частотой $f_2 = 1/T_2$, где $T_2 \sim 3x_v t_M$. В приведенных расчетах положение виртуального катода задавалось равенством $x_v = 0.751$. Таким образом характерный масштаб частоты колебаний потока определяется временем пролета листа от сетки до виртуального катода в стационарном потоке $3x_v t_M$.

В системе с идеальной сеткой $P_f = P_b = 0$ независимо от начальных условий устанавливается режим колебаний с интенсивной шумовой компонентой (см. кривую 3 рис. 1).

Комплексные амплитуды дискретного преобразования Фурье \hat{I}_m , по которым вычисляется спектр мощности S_m , находятся из выражений

$$\hat{I}_m = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} I_{\text{нав},k} e^{-i2\pi mk/L} = \lambda/L \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^{L-1} p_i(t_k) e^{-i2\pi mk/L}, \quad (12)$$

где L - длина выборки, $I_{\text{нав},k} = I_{\text{нав}}(t_k)$. В осциллирующем потоке пространственного заряда периодически повторяются близкие по форме траектории пролетных и возвратных частиц с различными временами пролета. Легко вычислить вклад в сумму (12) периодической последовательности p_i с периодом K . Величина периода определяется временем пролета. Предположим для простоты, что длина выборки кратна периоду $L = MK$. Для такой последовательности траекторий Фурье-спектр

представляет набор гармоник $\hat{I}_{kM}(1 \leq k \leq K)$, номера которых кратны M , а частоты составляют гармоники основной частоты $1/K$. Спектр мощности нелинейных мод показывает, что когерентная часть высокочастотной моды определяется частицами с меньшим временем пролета, чем в низкочастотной моде. Этот качественный вывод подтверждается анализом траекторий листов в различных колебательных режимах.

В триоде с прозрачной сеткой поток частиц, осциллирующих в промежутке катод - виртуальный катод, имеет значительный разброс по скоростям и временам пролета. Этот разброс связан с образованием большой группы «медленных» частиц, наличие которых обуславливает увеличение шумовой компоненты спектра в области низких частот. Таким образом, кривая 3 на рис.1 представляет режим турбулентных колебаний, вызванный сильным взаимодействием встречных потоков в системе.

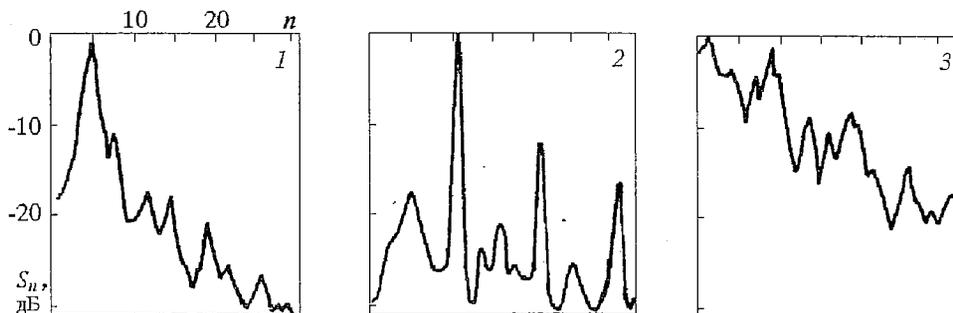


Рис. 1

Введение в поток малых возмущений позволяет наблюдать режим слабого взаимодействия нелинейных мод. Кривые на рис. 2 показывают эволюцию во времени спектра мощности наведенного тока высокочастотной нелинейной моды для диода с небольшой прозрачностью сетки для отраженных частиц ($P_f=0$, $P_b=0.983$). Частичное проникновение отраженных листов в диодную часть и вызываемое ими возмущение инжектируемого тока приводит к возбуждению низкочастотной нелинейной моды, обладающей большей областью устойчивости [19]. При меньшем возмущении инжектируемого потока ($P_b=0.99$) наблюдается режим биений, когда стадия существования двух мод сменяется переходом к первоначальной высокочастотной моде. Аналогичный эффект конкуренции двух мод наблюдается при полупрозрачном аноде ($P_f=0$, $P_b=1$) за счет разброса по скоростям на катоде при инжекции ($\delta=0.07$) [20].

Наведенный ток, спектры которого в различных режимах приведены на рис. 1, является усредненной характеристикой потока. Для выяснения более детального поведения системы воспользуемся методом символической динамики [16]. Эволюция потока однозначно определяется временной последовательностью

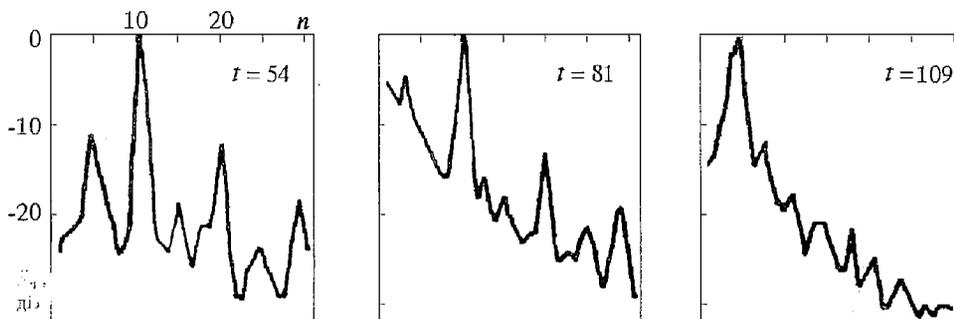


Рис. 2

событий из ряда: обгон, вылет, возврат, перелет. Поставим в соответствие каждому событию число по следующему правилу: обгон i -й частицы $(i-1)$ -ой ($i=2, \dots$), возврат - 1, вылет - $N+1$, перелет - $N+2$, где N - полное число частиц в пролетном промежутке в данный момент времени. В рассматриваемом представлении эволюция системы кодируется числовой последовательностью

$$z_1, z_2, z_3, \dots, z_k, \dots \quad (13)$$

Очевидно, что для простых движений, имеющих место в слаботочных аналогах виркатора - монотроне и отражательном клистроне, последовательность (13) будет близка к периодической. В монотроне она образуется из двух чисел (перелет днюд - пролетный промежуток - $N+2$, вылет - $N+1$). Для символической траектории отражательного клистрона более сложная периодическая последовательность (13) определяется встречным движением прямого и отраженного потоков. На рис. 3 представлены графики автокорреляционной функции последовательности (13) для монотрона (кривая 1), отражательного клистрона (кривая 2) и потока пространственного заряда в режиме высокочастотной нелинейной моды (кривая 3). Сложность динамики виртуального катода приводит к тому, что автокорреляционная функция имеет δ - образную форму, характерную для широкополосного шума.

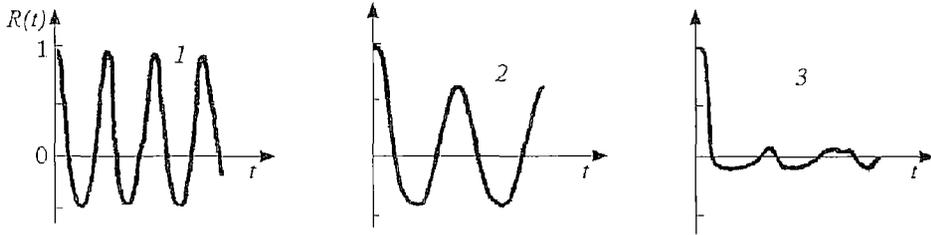


Рис. 3

4. Рассмотрим взаимодействие потока с многомодовой резонансной системой в виркаторе триодного типа. Выберем параметры модели так, чтобы по возможности приблизиться к условиям эксперимента [21]. В этом эксперименте объем вакуумной камеры V , в которой формировался виртуальный катод и которая выполняла роль СВЧ-резонатора, намного превосходил объем, занятый пучком. Наличие большого окна для вывода излучения определило низкую добротность системы, а большие размеры приводили к тому, что основная частота резонатора $f_c = c/V^{1/3}$ была существенно меньше величины $f_b = v_0/d_1(v_0 \sim c)$, которая определяет масштаб характерных частот в колебаниях виртуального катода (в эксперименте использовались релятивистские электроны).

На рис. 4 приведены спектры мощности колебаний пространственного заряда (кривые 1, 2, 3) и высокочастотного поля (кривая 4). Кривые 1 и 2 представляют

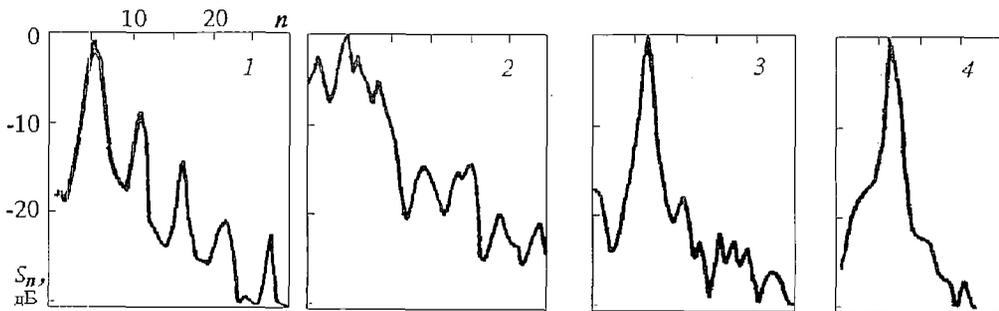


Рис. 4

спектры мощности наведенного тока в триодной системе без учета возбуждения высокочастотного поля для $D=9.84$. Кривая 1 соответствует редитронному режиму ($P_f=0, P_b=1$). Такой спектр с четкой системой пиков на кратных частотах, характерный для релаксационных колебаний, устанавливается в редитронном режиме, когда имеет место незначительный разброс по скоростям инжектируемых и возвращаемых частиц, и последние не влияют на работу диода. Для $D>3$ форма спектра не зависит от ширины пролетного промежутка и потенциала коллектора. Спектры редитронных режимов в триоде с тормозящим полем и эквипотенциальном промежутке совпадают.

Кривая 2 представляет спектр мощности $I_{\text{нав}}$ в триоде с прозрачностью сетки около 0.7 ($P_f=P_b=0.3$). Значительный разброс по скоростям (примерно на 50%) и временам пролета за счет появления большой группы медленных частиц приводит к увеличению интенсивности низкочастотного шума. Кривая 3 представляет колебания $I_{\text{нав}}$ в режиме синхронизации колебаний виртуального катода в многомодовом резонаторе для триода с конечной прозрачностью сетки ($D=9.84, P_f=P_b=0.3$). В приведенных расчетах частоты гармоник резонатора перекрывали интервал, соответствующий первым восьми гармоникам на графиках. Собственные частоты резонатора задавались выражением $\omega_s = \omega_1 + (s-1)\Delta\omega$, $\omega_1=0.095$, $\Delta\omega=0.059$, $1 \leq s \leq 15$. Интервал частоты между гармониками графика определяется величиной $\omega_n - \omega_{n-1} = 0.115$. Добротность гармоник Q_s плавно уменьшалась от величины почти равной 50 (для 7-ой гармоники) до величины, приближенно равной 15 (для 1-ой и 15-ой). Аналогично изменялся параметр Γ_s от $\Gamma_7=0.012$ до $\Gamma_1 = \Gamma_{15}=0.010$. Кривая 4 представляет спектр мощности полного высокочастотного поля резонатора в режиме синхронизации. Усредненный по времени электронный КПД режима синхронизации плавно изменяется в пределах $5 \pm 1\%$.

Как видно из сравнения кривых 1-3, режимы колебаний пространственного заряда в разных условиях носят принципиально различный характер. Релаксационные колебания периодического накопления и сброса заряда виртуальным катодом в редитронном режиме (кривая 1) переходят в турбулентные пульсации, если отраженный поток попадает в диод (кривая 2). Эти колебания с большим уровнем динамического шума могут перестроиться и перейти в режим колебаний, близких к синусоидальным, если обеспечить взаимодействие частиц с большим временем пролета с резонатором, имеющим плотный спектр собственных мод в низкочастотной области (кривая 3).

Характер перестройки динамики потока при смене режима колебаний и наглядное представление о хаотичности локальных характеристик потока демонстрируют приведенные на рис. 5 графики корреляционных функций $I_{\text{нав}}$ (сплошные кривые), и локального значения тока отраженных электронов, вычисленного вблизи сетки в пролетном промежутке $I_{\text{от}}$ (пунктирные кривые). Первый график соответствует режиму релаксационных колебаний в редитронном режиме. Достаточно коррелированные колебания $I_{\text{нав}}$ сочетаются с колебаниями отраженного тока, что свидетельствует о наличии регулярной модуляции в потоке

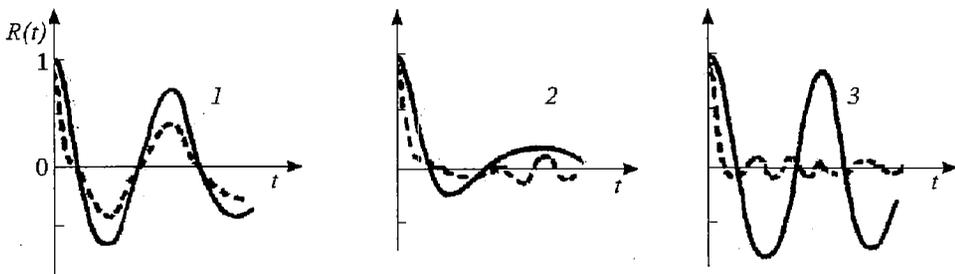


Рис. 5

отраженных электронов. Второй график представляет турбулентные колебания в триоде с конечной прозрачностью сетки. Для этого режима характерно быстрое спадание корреляций как усредненной характеристики тока $I_{\text{нав}}$ и локальной характеристики потока $I_{\text{от}}$. Наибольший интерес представляет третий график, на котором приведены корреляционные функции режима синхронизации виртуального катода с высокочастотным полем в триоде с конечной прозрачностью сетки. Быстрое δ -образное убывание корреляционной функции отраженного тока показывает на ограниченность представлений линейной теории о существовании системы сгустков, осциллирующих в потенциальной яме катод - виртуальный катод и синхронизованных с колебаниями виртуального катода. Отметим, что корреляционная функция символической траектории (13) имеет δ -образную форму для всех представленных режимов.

5. Проведенное исследование динамических и хаотических свойств нелинейных структур, формируемых в потоке с виртуальным катодом позволяет сделать некоторые выводы о механизме их формирования.

Этот механизм определяется общими закономерностями явления самоорганизации в диссипативных системах, далеких от равновесия [22]. Колебательный режим, который устанавливается в результате потери устойчивости стационарного потока, есть результат динамического равновесия между небольшим числом коллективных степеней свободы, составляющих когерентную структуру, и хаотическим фоном коллективных возмущений малой амплитуды, значительно превосходящих числом когерентную часть. Это приводит к тому, что крупномасштабная когерентность в колебаниях виртуального катода с периодом порядка времени пролета зарядом диодного зазора существует одновременно с хаотическими колебаниями и быстрым разрушением корреляций на уровне более мелких пространственно-временных масштабов.

Рассмотренная модельная система демонстрирует возможность взаимной трансформации хаоса и порядка. Для режимов без высокочастотного поля степень когерентности зависит от величины P_b , в связанной системе поток - резонатор когерентность колебаний зависит от величины параметров связи Γ_s . При изменении величины Γ_s наблюдаются переходы хаос - порядок в колебаниях наведенного тока [23].

Рассмотренные в настоящей статье структуры пространственного заряда и их взаимодействие имеют много общего с когерентными и хаотическими колебаниями пространственного заряда, которые наблюдались в экспериментах с магнетронными диодами [24, 25], что указывает на общую природу рассмотренных явлений в потоке пространственного заряда.

Библиографический список

1. Артюх И.Г., Сандалов А.Н., Сулакишин А.С., Фоменко Г.П., Штейн Ю.Г. Релятивистские СВЧ-устройства сверхбольшой мощности // *Обзоры по электронной технике. Сер. 1. Электроника СВЧ. Вып. 17. М.: ЦНИИ «Электроника», 1989.*
2. Рухадзе А.А., Столбецов С.Д., Тараканов В.П. // *РЭ. 1992. Т.37, № 3. С. 385.*
3. Sullivan D.J., Walsh J.E., Caustsias E.A. Virtual cathode oscillator theory // *High-Power Microwave Sources / Eds. V.L.Granatstein, J.A.Alexeff. Boston; L., 1987.*
4. Альтеркоп Б.А., Рухадзе А.А., Сокулин А.Ю., Тараканов В.П. Колебания виртуального катода как источник СВЧ излучения // *ЖТФ. 1991. Т. 61, №9. С. 115.*
5. Гвоздовер С.Д. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. М.: Гостехтеориздат, 1956.
6. Воронин В.С., Зозуля Ю.Т., Лебедев А.Н. Самосогласованные стационарные состояния потока релятивистских электронов в пролетном пространстве // *ЖТФ. 1972. Т. 42, №3. С. 546.*

7. Lomax R.J. // Proc. IEEE. 1960. Vol. 108, №3. P.119.
8. Holmstrom R., Derfler H. Space-charge waves and stability of electron diodes // IEEE Trans. 1966. Vol.ED-13, №7. P.539.
9. Привезенцев А.П., Филипенко Н.М., Фоменко Г.П. Колебания электронного потока в плоском пролетном промежутке //ЖТФ. 1981. Т.51, №6. С. 1161.
10. Mahaffey R.A., Sprangle P., Kapetanacos S.A., Golden J.//Phys. Rev. Letters. 1977. Vol.39, №13. P.843.
11. Привезенцев А.П., Филипенко Н.М., Фоменко Г.П. Нелинейная теория колебаний электронного потока в системе с виртуальным катодом // РЭ. 1985. Т.30, №4. С.756.
12. Григорьев В.П., Диденко А.Н. К теории возбуждения электромагнитных колебаний в системах с виртуальным катодом // РЭ. 1988. Т. 33, №2. С.353.
13. Brandt H.E.// IEEE Trans. 1985. Vol.PS-13, №6. P.513.
14. Афанасьева В.В., Трубецков Д.И. Динамический хаос в электронных сверхвысокочастотных приборах. Часть 1. Вакуумные нерелятивистские приборы // Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. М.: ЦНИИ «Электроника», 1991.
15. Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И. Нелинейная физика. Стохастичность и структуры // Физика XX века: развитие и перспективы. М.: Наука, 1984. С.219.
16. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. Введение. М.:Мир, 1990.
17. Привезенцев А.П. Аналитическое решение уравнений модели плоских листов для потока заряженных частиц // РЭ. 1987. Т.32, №8. С. 1712.
18. Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Фоменко Г.П. Гистерезис колебательных режимов виртуального катода в пространстве дрейфа // РЭ. 1989. Т. 33, №3. С. 659.
19. Привезенцев А.П., Фоменко Г.П. Нелинейные когерентные структуры в колебаниях виртуального катода // Лекции по СВЧ-электронике и радиофизике: 9-ая зимняя школа-семинар, Саратов, 1993. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1993. С. 130.
20. Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Филипенко Н.М., Фоменко Г.П. Нелинейные колебания виртуального катода в триодной системе // РЭ. 1992. Т. 37, № 7. С.1242.
21. Диденко А.Н., Красик Я.Е., Перельгин С.Ф., Фоменко Г.П. Генерация мощного СВЧ-излучения релятивистским электронным пучком в триодной системе // Письма ЖТФ. 1979. Т.5, №6. С.321.
22. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
23. Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Фоменко Г.П. Возбуждение многочастотной резонансной системы электронным потоком с виртуальным катодом // РЭ. 1990. Т. 35, №7. С. 1535.
24. Воскресенский С.В., Левчук С.А., Соминский Г.Г. Исследование пространственно-временных характеристик колебаний объемного заряда в неоднородных скрещенных полях //Лекции по электронике СВЧ и радиофизике: 8-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 4. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1989. С. 24.
25. Смирнов А.В., Усыченко В.Г. Когерентные структуры в турбулентном электронном потоке магнетрона // РЭ. 1991. Т.36, №1. С. 156.

Челябинский государственный
университет
Томский политехнический
университет

Поступила в редакцию 19.04.93

COMPLEX DYNAMICS OF THE CHARGED-PARTICLE BEAM WITH VIRTUAL CATHODE

A.P.Privezentsev, G.P.Fomenko

This paper presents numerical analysis of nonlinear virtual cathode dynamics in triode systems. It was found that different stationary unstable flow states transform into different oscillation regimes - nonlinear structures for a certain injection current range near the critical value. Further it was found that injected current perturbations cause interactions of the nonlinear structures and high-frequency mode is absorbed by low-frequency one. When the flow interacts with multimode cavity at the certain beam coupling level and at the range of eigenmode frequencies a frequency locking regime is formed where one-mode close to sinusoidal oscillation regime appears in flow-cavity system. Study of correlation characteristics for local flow parameters showed that the dynamics is complex when large-scale coherence for time comparable to the transit time coexists with chaotic behaviour of local flow parameters for short times.



Привезенцев Алексей Павлович окончил физический факультет Томского университета в 1965 году. Доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиофизики и электроники Челябинского университета. Научные интересы - физика потоков заряженных частиц.



Фоменко Геннадий Петрович - окончил Томский государственный университет в 1959 году. Кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник НИИ ядерной физики при Томском политехническом университете. Область научных интересов - физика интенсивных потоков заряженных частиц, релятивистская СВЧ электроника.



ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ*

В.Г. Анфиногентов

При помощи численного моделирования методом частиц в ячейке изучены нелинейные колебания электронного потока с виртуальным катодом в диоде Пирса. Выявлены различные динамические режимы, включая хаотические колебания электронного потока. Получены количественные (корреляционная размерность и максимальный показатель Ляпунова) и качественные (автокорреляционная функция, неустойчивые периодические орбиты) характеристики хаотических колебаний. Исследованы физические процессы в диоде, показано, что в потоке наряду с виртуальным катодом может формироваться вторая область, отражающая электроны, - вторичный виртуальный катод. Обнаружено, что один из механизмов возникновения хаотической динамики электронного потока связан с интенсивным нелинейным взаимодействием виртуальных катодов.

Диод Пирса [1] представляет собой одну из простейших моделей ограниченных плазменных систем. Многие реальные приборы включают в себя элементы, аналогичные диоду Пирса, например, термоконверторы и электронные пушки [2].

Диод Пирса состоит из двух параллельных бесконечно широких эквипотенциальных сеток, пронизываемых моноэнергетическим электронным потоком. Плотность заряда и скорость потока на входе в систему поддерживаются постоянными. Пространство между сетками заполнено однородным фоном неподвижных ионов. Пространственный заряд ионного фона компенсирует невозмущенный пространственный заряд электронного потока.

Управляющим параметром системы является параметр Пирса

$$\alpha = \omega_p L / v_0,$$

где $\omega_p = \sqrt{\epsilon r_0 / \epsilon m}$ - плазменная частота, ρ_0 - плотность заряда в электронном потоке на входе в систему, v_0 - скорость потока на входе в систему, L - расстояние между сетками.

Как было показано Пирсом [1], равномерное движение потока со скоростью $v(x) = v_0$ становится неустойчивым при $\alpha > \pi$. Флуктуации плотности заряда в потоке приводят к перераспределению зарядов во внешней цепи, связывающей сетки, и появлению наведенных зарядов на ограничивающих систему сетках. В результате потенциал на сетках сохраняется постоянным, а однородное поле этих зарядов

* Материалы данной статьи были использованы в докладе на Второй международной школе-семинаре «Динамические и стохастические волновые явления» (Н.Новгород-Москва-Н.Новгород, 21—28 июня 1994г.)

сильно возмущает движение потока. При $\alpha > \pi$ это возмущение приводит к росту флуктуации плотности заряда. Развитие возмущения продолжается до тех пор, пока в системе не возникнет виртуальный катод (ВК) - область с потенциалом пространственного заряда, близким к потенциалу катода. При этом ВК отражает часть поступающего электронного потока ко входной сетке.

Несмотря на свою простоту, диод Пирса может демонстрировать богатую динамику, развивающуюся на нелинейной стадии неустойчивости Пирса [3]. Одним из наиболее интересных объектов исследования является сложная динамика электронного потока, включающая возникновение динамического хаоса. Подобные процессы наблюдались при $\alpha > \pi$ без возникновения потоков отраженных частиц в узкой области значений параметра α [4-6].

Представляет интерес исследовать динамику электронного потока с ВК в широкой области изменения параметра α с целью выяснения возможных динамических состояний, особенно режимов со сложным поведением электронного потока, проанализировать физические процессы, сопровождающие такое поведение.

Практический интерес данной задачи прежде всего связан с тем, что в последнее время колебания ВК с частотой порядка ω_p предполагается использовать для получения сверхмощного СВЧ излучения [7, 8].

1. Схема численного решения

После образования ВК в потоке начинаются отражения частиц, что делает аналитическое описание невозможным. Поэтому в настоящей работе было использовано численное моделирование при помощи РС - метода [9].

Электронный поток представляется в виде совокупности крупных частиц (в одномерном случае - заряженных листов), инжектируемых через равные промежутки времени с постоянной скоростью в пространство взаимодействия. Для каждого листа решалось нерелятивистское уравнение движения

$$d^2x_i/dt^2 = -E(x_i),$$

где x_i - координата i -го листа, $E(x_i)$ - напряженность поля пространственного заряда в точке с координатой x_i .

Для вычисления напряженности и потенциала поля пространственного заряда и плотности заряда вводилась равномерная пространственная сетка с шагом Δx . Потенциал поля пространственного заряда в электростатическом приближении определялся при помощи уравнения Пуассона

$$\partial^2\varphi/\partial x^2 = \alpha^2(\rho - 1).$$

Для вычисления плотности заряда использовалась процедура линейного взвешивания частиц на пространственной сетке, снижающая сеточный шум [9]

$$\rho_j = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^N S(x_i - x_j),$$

где ρ_j - плотность заряда в узле сетки с координатой x_j , x_i - координата i -ой частицы, N - число частиц, n_0 - число частиц на ячейку в невозмущенном состоянии,

$$S(x) = \begin{cases} 1 - |x/\Delta x|, & \text{если } |x| < \Delta x, \\ 0, & \text{если } |x| \geq \Delta x \end{cases}$$

- функция, определяющая форму частицы. Напряженность поля пространствен-

ного заряда определялась дифференцированием полученных значений потенциала.

Были определены такие параметры численной схемы, как число ячеек сетки N_x и число частиц на ячейку в невозмущенном состоянии n_0 , обеспечивающие адекватное описание физических процессов в системе. Вид временных реализаций напряженности поля пространственного заряда на выходной сетке перестал зависеть от этих параметров при $N_x=128$ и $n_0=4$. Дальнейшие вычисления проводились с этими значениями N_x и n_0 .

2. Общая характеристика поведения системы при изменении управляющего параметра

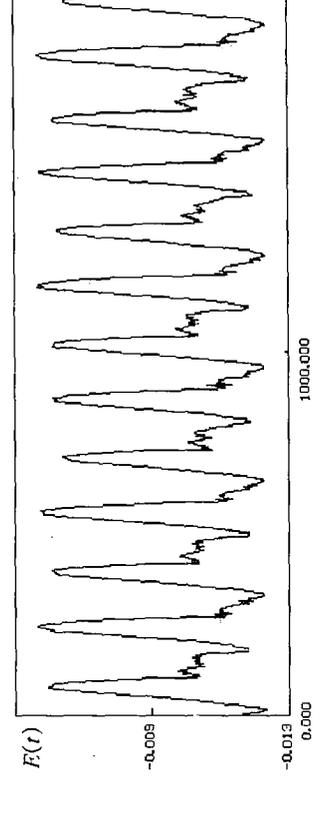
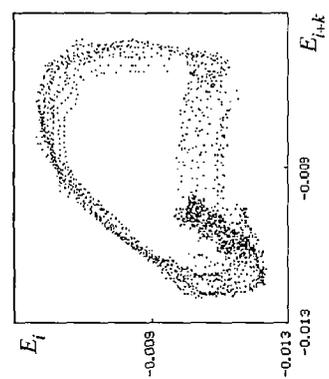
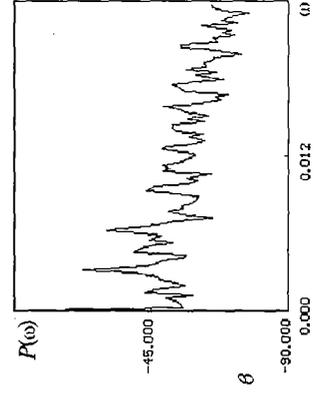
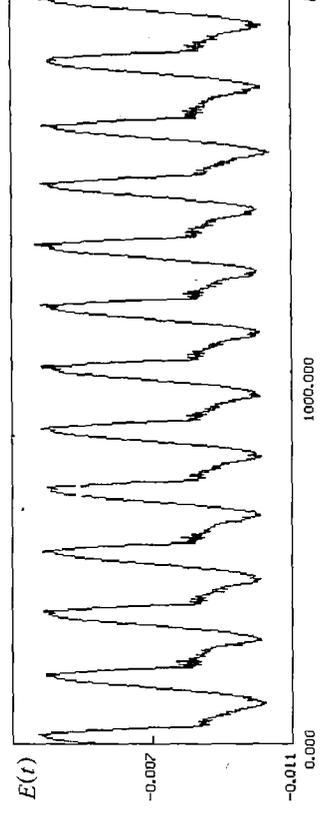
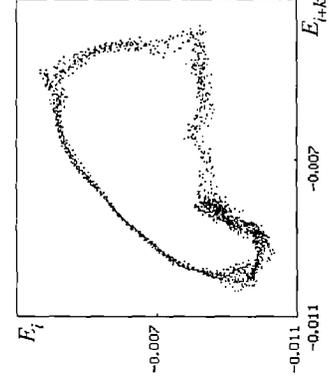
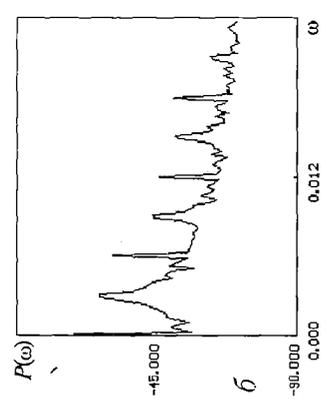
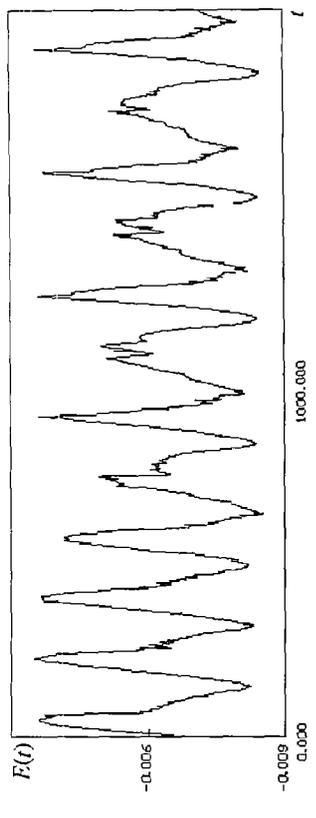
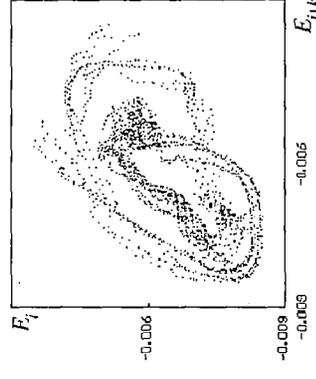
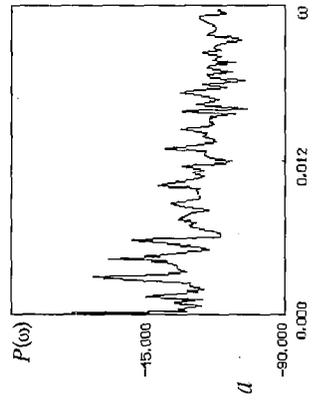
Предварительные исследования поведения системы были проведены при увеличении параметра α от π до 3π . При неизменной геометрии системы и постоянном ускоряющем потенциале это соответствует росту плотности пространственного заряда пучка. Управляющий параметр α изменялся в этих пределах, поскольку линейная динамика системы качественно повторяется при превышении параметром α значения π с периодом 2π по α . Кроме этого, наименьшие из возможных значений α , обеспечивающие развитие неустойчивости, соответствуют реально достижимым в пучке плотностям пространственного заряда.

Предварительный анализ колебаний ВК проводился при помощи наблюдения временных реализаций поля пространственного заряда E на выходном конце системы и соответствующих этим реализациям спектров мощности. Для более полного анализа из временных реализаций по методу Такенса [10] реконструировались аттракторы в фазовом пространстве системы. Напомним, что при этом точка в m -мерном фазовом пространстве системы имеет координаты $(E_i, E_{i+k}, \dots, E_{i+(m-1)k})$, где $E_i = E(i\Delta t)$, Δt - шаг интегрирования, $\tau = k\Delta t$ - длительность задержки, i - номер отсчета. В нашем случае реализация состояла из 10000 отсчетов, $k=25$, а m изменялась от 2 до 8 для получения оптимальных фазовых портретов.

На рис. 1 показаны шесть характерных динамических состояний колебаний электронного потока после образования ВК. Для каждого состояния представлена часть временной реализации $E(t)$, соответствующий спектр мощности и проекция восстановленного аттрактора на плоскость (E_i, E_{i+k}) .

Сразу после превышения током пучка предельного значения в потоке возникают нерегулярные колебания ВК. В спектре можно выделить две частоты, находящиеся в иррациональном соотношении. При этом шумовой пьедестал в спектре имеет значительную высоту. Фазовый портрет однороден и при малом превышении α над π соответствует сильно размытому предельному циклу (см. рис.1, а). По мере роста α основной цикл становится двухоборотным, степень размазанности аттрактора уменьшается. При значении $\alpha \approx 1.28\pi$ поведение системы становится почти регулярным, аттрактор превращается в узкую ленту, а в спектре мощности выделяется только основная частота и ее гармоники (см. рис.1, б). В фазовом портрете появляется неоднородность: в области, соответствующей отсутствию ВК в системе, фазовая траектория проводит относительно больше времени. Внутри каждого периода колебаний в реализации можно выделить промежуток почти неизменяющихся значений поля и следующий за ним острый пик.

Дальнейший рост α приводит к расширению ленты аттрактора, что соответствует увеличению нерегулярности колебаний. В спектре при этом растет уровень шумового пьедестала и расширяются отдельные спектральные пики.



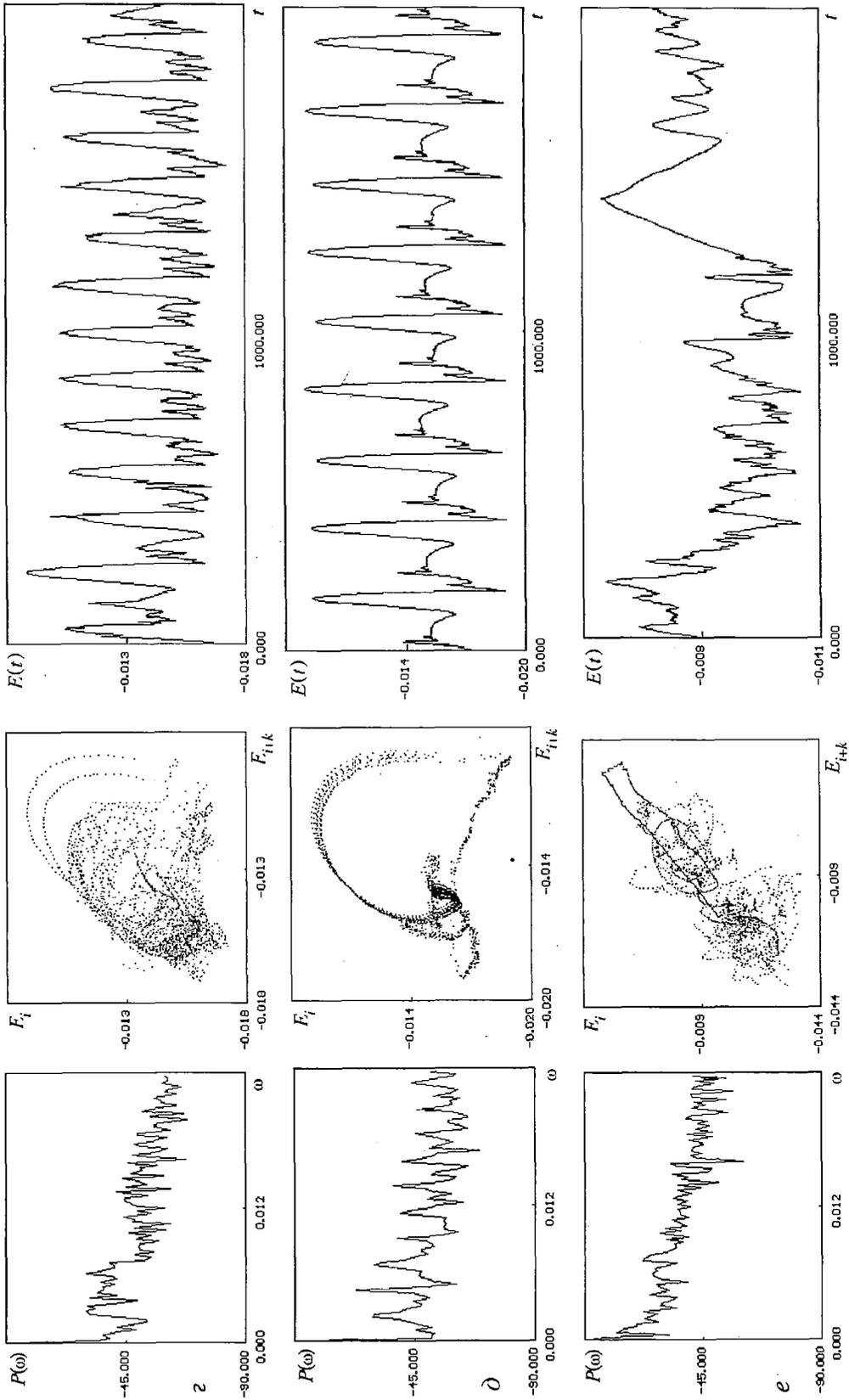


Рис.1. Спектры мощности, восстановленные фазовые портреты и реализации характерных режимов колебаний в электронном потоке с виртуальным катодом: $a - \alpha/\pi = 1.26$; $b - \alpha/\pi = 1.30$; $c - \alpha/\pi = 1.40$; $z - \alpha/\pi = 1.62$; $d - \alpha/\pi = 1.74$; $e - \alpha/\pi = 2.65$

Аттрактор по-прежнему является неоднородным (см. рис.1, в). Увеличение α выше 1.58π приводит к полному расплыванию аттрактора. Теперь он занимает целую область в фазовом пространстве (см. рис.1, г). На проекции фазового портрета видна область разбегания близких траекторий, что характерно для хаотических аттракторов. Вместе с тем хорошо видна крупномасштабная структура фазового портрета. Спектр обладает высоким шумовым пьедесталом, что также заставляет предположить хаотическое поведение. Нерегулярность колебаний проявляется и в реализации, хотя основной временной масштаб сохраняется. По мере роста α неоднородность аттрактора растет, и сужается область, занимаемая им в фазовом пространстве. При $\alpha > 1.68\pi$ нерегулярность колебаний резко уменьшается (см. рис.1, д). Аттрактор при этом представляет собой узкую ленту сложной формы. В спектре мощности можно выделить большое число высших гармоник, имеющих почти одинаковую с гармоникой основной частоты амплитуду, что свидетельствует о сильной нелинейности процессов в системе. Дальнейший рост α приводит к формированию после сложного переходного процесса неоднородного стационарного состояния. При $\alpha > 2.48\pi$ в системе вновь возникают нерегулярные колебания, которые на фазовом портрете представляют собой блуждание изображающей точки между двумя притягивающими центрами. Спектр в этом режиме спадающий, а основная частота в нем ниже, чем в режимах с $\alpha < 2\pi$ (см. рис.1, е).

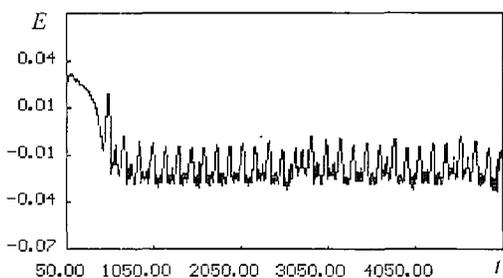


Рис. 2. Реализация вблизи границы существования хаотических колебаний при $\alpha/\pi = 1.62$ прерываемых хаотическими всплесками (рис.2). Фазовый портрет содержит в себе хорошо видимые предельные циклы, соответствующие окружающей область нерегулярных колебаний регулярным режимам. Такое поведение в низкоразмерных системах характерно для перехода к хаосу через перемежаемость [11]. Возникновение хаотических колебаний при $\alpha \approx 2.48\pi$ также происходит жестким образом.

Переходы из одного режима колебаний в другой анализировались при помощи реализаций $E(t)$. Переход от режима нерегулярных колебаний к регулярным при $\alpha \approx 1.28\pi$ происходит жестким образом, без предварительного усложнения колебаний. В отличие от этого, режим нерегулярных колебаний при $1.58\pi < \alpha < 1.68\pi$ возникает и исчезает при увеличении α через постепенное усложнение (упрощение) колебаний. Реализация при этом состоит из областей регулярного поведения,

3. Количественные характеристики хаотических колебаний ВК

С целью исследования характера нерегулярных колебаний при $\alpha < 2\pi$ из временных реализаций вычислялась автокорреляционная функция (АКФ). Было обнаружено, что АКФ в этих режимах является спадающей, что свидетельствует о случайных колебаниях ВК в электронном потоке (см., например, [12]). Для количественного сравнения скорости спада зависимость локальных максимумов АКФ от времени $K(t)$ аппроксимировалась экспонентой

$$K(t) = e^{-dt},$$

где t - время, d - величина, показывающая скорость спада АКФ. Было обнаружено, что в первом режиме нерегулярных колебаний $d \approx 0.3$ и почти постоянна. Во второй области нерегулярных колебаний скорость спада максимальна при $\alpha \approx 1.55\pi$ (рис. 3). Снижение АКФ на краях второго режима

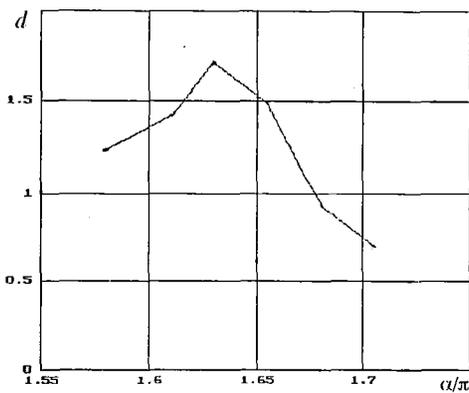


Рис. 3. Зависимость параметра d от скорости спада АКФ колебаний виртуального катода от значения параметра α в режиме нерегулярных колебаний

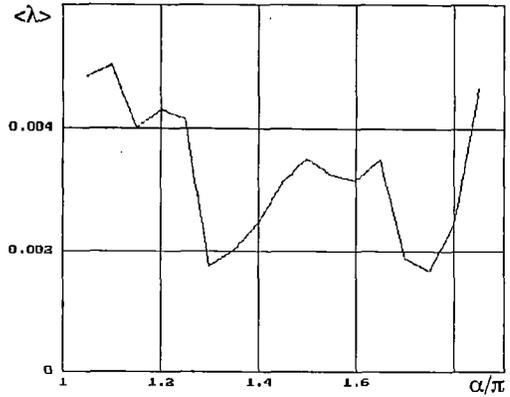


Рис. 4. Зависимость усредненного по аттрактору максимального ЛХП $\langle \lambda \rangle$ от значения управляющего параметра α

объясняется увеличением длительности регулярных участков в реализациях.

Количественной мерой скорости разбегания близлежащих фазовых траекторий является максимальный ляпуновский характеристический показатель λ (ЛХП) [13]

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{D(t)}{D(0)},$$

где $D(t)$ - расстояние в момент времени t между двумя изображающими точками в фазовом пространстве. Предполагается, что в начальный момент времени эти точки близки, то есть $D(0) \ll R$, где R - размер аттрактора в фазовом пространстве. Положительное значение λ свидетельствует о хаотической динамике системы. При этом через промежуток времени $T \approx \ln(R/D(0))/\lambda$ поведение системы становится непредсказуемым.

Для определения λ необходимо измерять расстояния в фазовом пространстве системы. В нашем случае фазовое пространство - бесконечномерное и каждому состоянию электронного потока соответствует набор безразмерных функций $E(x,t)$, $\varphi(x,t)$, $j(x,t)$, $\rho(x,t)$, где E , φ - напряженность и потенциал поля пространственного заряда, j , ρ - плотность тока и плотность заряда потока. Для измерения расстояний в этом бесконечномерном пространстве мы использовали величину

$$D(t) = \int_0^L [(\rho(x,t) - \tilde{\rho}(x,t))^2 + (j(x,t) - \tilde{j}(x,t))^2 + (\varphi(x,t) - \tilde{\varphi}(x,t))^2 + (E(x,t) - \tilde{E}(x,t))^2]^{1/2} dx,$$

где функции с тильдой и без нее соответствуют двум близким состояниям системы. Возмущение вносилось в положение и скорости частиц, затем определялось значение $D(t)$ через время ΔT после возмущения системы. Для определения среднего по аттрактору значения максимального ЛХП процедура повторялась M раз до достижения величины

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{M \Delta T} \sum_{m=1}^M \ln \frac{D(t_0 + m \Delta T)}{D(t_0 + (m-1) \Delta T)}$$

асимптотического значения. Результаты в виде зависимости $\langle \lambda \rangle$ от α представлены на рис. 4. Как оказалось, $\langle \lambda \rangle$ слабо зависит от вида возмущения и

длительности ΔT при достаточно малых значениях ΔT . В каждом режиме колебаний $\langle \lambda \rangle$ положителен, что свидетельствует о хаотическом поведении электронного потока с ВК. В режимах сильнонерегулярных колебаний ($\alpha < 1.28\pi$, $1.58\pi < \alpha < 1.68\pi$) $\langle \lambda \rangle$ значительно больше, чем в областях с близким к регулярному поведением. Внутри областей с нерегулярным поведением $\langle \lambda \rangle$ почти постоянен, что свидетельствует о неизменности механизма неустойчивости в каждой области. При приближении к границам этих областей $\langle \lambda \rangle$ резко уменьшается.

Для реконструированных аттракторов определялась их корреляционная размерность с помощью алгоритма Грассбергера и Прокаччиа [14]. При этом корреляционная размерность

$$D_c(\epsilon) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(C(\epsilon))}{\ln(\epsilon)},$$

где ϵ - масштаб наблюдения, а $C(\epsilon)$ - число пар точек, расстояние между которыми в фазовом пространстве меньше ϵ ,

$$C(\epsilon) = \frac{1}{NM} \sum_{j=1}^M \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \Theta(|\bar{x}_i - \bar{x}_j| - \epsilon),$$

где M - число точек редукции, N - число точек в реализации, Θ - функция Хэвисайда, \bar{x} - вектор состояния в фазовом пространстве. В нашем случае использовалось около 25 000 отсчетов, а число точек редукции было равно 1000.

На рис. 5 представлены зависимости $D_c(\epsilon)$ от $\ln \epsilon$ для двух значений α , соответствующих первому и второму режиму нерегулярных колебаний при увеличивающихся значениях размерности пространства вложения m . В первом режиме хорошо видна область неизменного значения размерности D_c при изменении масштаба наблюдения - так называемая область скейлинга. Выше и ниже этой области значения $D_c(\epsilon)$ сильно зависят от ϵ в силу конечных размеров аттрактора и ошибок метода. Во втором режиме такую область выделить не удается из-за неоднородности аттрактора. На рис. 6 показана зависимость среднего наклона в области скейлинга от размерности пространства

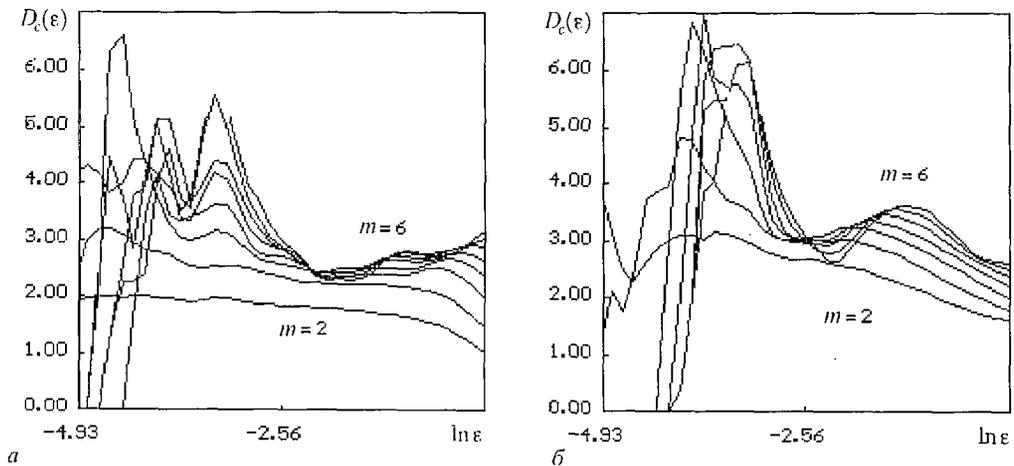


Рис.5. Зависимость размерности D_c восстановленных аттракторов от масштаба наблюдения ϵ при различных значениях размерности пространства вложения m в двух режимах нерегулярных колебаний: а - $\alpha/\pi=1.26$; б - $\alpha/\pi=1.68$

вложения m при $\alpha=1.26\pi$. Видно, что при $m > 4$ значение $D_c(\epsilon)$ достигает насыщения. Это свидетельствует о динамической природе случайных процессов в системе, так как для шумовых колебаний D_c пропорциональна размерности пространства вложения m . Величина D_c при насыщении является нецелой, что характерно для хаотических аттракторов [15]. Несмотря на то, что электронный поток представляет собой систему с бесконечным числом степеней свободы, в нашем случае возбуждается только небольшое их число. Динамика системы, следовательно, может быть в принципе описана небольшим числом уравнений.

Для сравнения различных режимов колебаний определялась средняя в области скейлинга размерность аттракторов, соответствующих различным значениям α . Во втором режиме определялась средняя размерность при изменении масштаба наблюдения $\ln \epsilon$ от -3 до -2 . В первом режиме нерегулярных колебаний размерность почти постоянна и возрастает с ростом α (рис.7, а), а во втором - она уменьшается с ростом α по мере приближения к границе нерегулярного режима, чему соответствует вытягивание аттрактора в широкую ленту (рис.7, б).

Как известно (см., например, [16]), динамика изображающей точки на хаотическом аттракторе определяется небольшим числом неустойчивых периодических орбит (НПО), если аттрактор порождается динамическим процессом. Эти орбиты дают представление о том, на основе какого движения возникла хаотическая динамика. НПО выделялись из реконструированных аттракторов при помощи алгоритма Латропа - Костелича [17]. Этот алгоритм состоит в следующем: выбирается точка \bar{x}_i на аттракторе и задается некоторое малое по сравнению с размером аттрактора расстояние ϵ . Затем последовательно перебираются точки по фазовой траектории, пока расстояние $|\bar{x}_m - \bar{x}_{i+k}|$ не станет

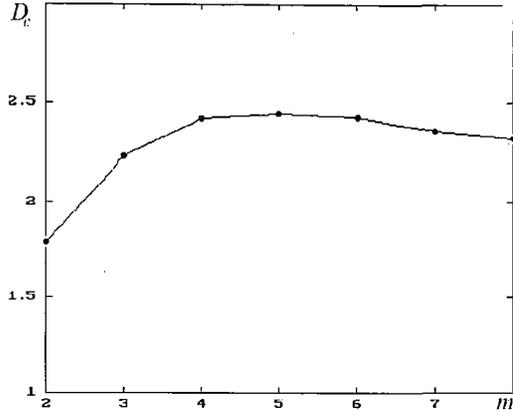


Рис.6. Зависимость средней в области скейлинга размерности D_c от размерности пространства вложения m в первом режиме нерегулярных колебаний, $\alpha/\pi = 1.26$

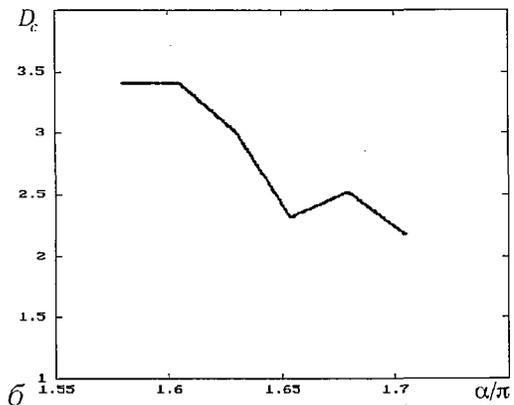
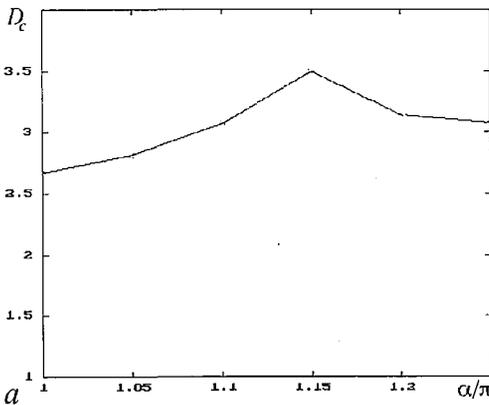
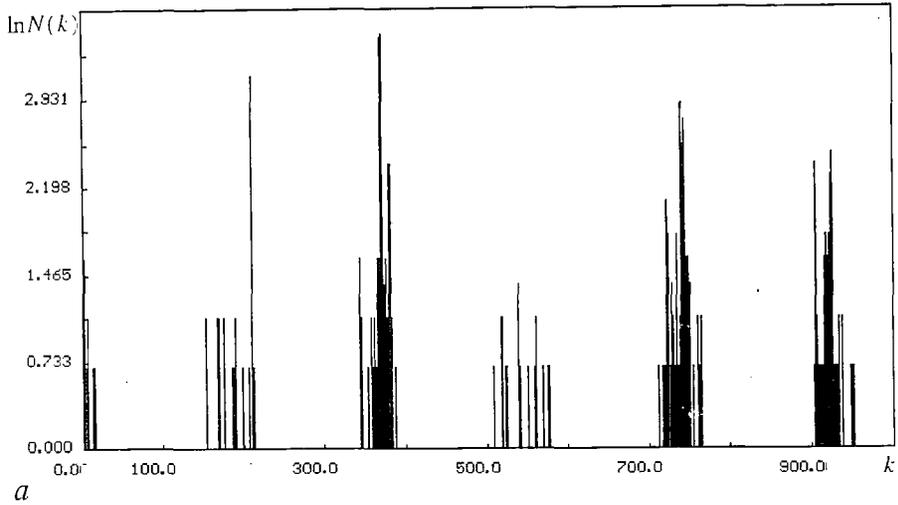
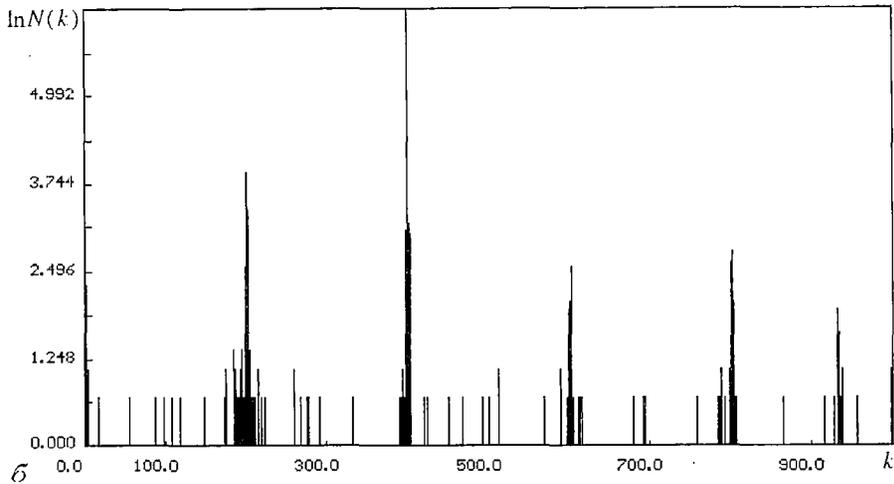


Рис.7. Зависимость размерности аттракторов от управляющего параметра системы α в двух режимах нерегулярных колебаний: а - $1.00 < \alpha/\pi < 1.28$; б - $1.58 < \alpha/\pi < 1.72$



a



б

Рис.8. Гистограммы числа N_k точек возврата порядка k для аттракторов, соответствующих нерегулярным режимам колебаний: *a* - $\alpha/\pi = 1.08$; *б* - $\alpha/\pi = 1.68$

меньше ϵ . Тогда точка \bar{x}_i считается точкой возврата порядка k . Характерные для двух режимов гистограммы точек возврата приведены на рис. 8. Отметим, что большинство точек возврата имеют близкие порядки, соответствующие характерным временным масштабам нашей задачи. На гистограмме это отражается в существовании узких пиков. Число этих пиков невелико, что соответствует возбуждению небольшого числа активных степеней свободы в системе. В первом режиме можно выделить два характерных пика с временами возвращения около 220 и 370. Им соответствуют топологически неэквивалентные НПО (рис. 9, *a*), в виде однооборотного и двухоборотного циклов. Вид гистограммы мало изменяется при изменении α , что связано с сохранением структуры аттрактора. Во втором режиме нерегулярных колебаний группирование точек возврата также очевидно, но теперь пику с наименьшим временем возврата соответствует предельный цикл сложной формы, а высшим пикам - тот же цикл, но удвоенный, утроенный и т.д. (рис. 9, *б*). По мере изменения α гистограмма и внешний вид НПО значительно изменяются: наименьшее время возврата растет в соответствии с уменьшением основной частоты в спектре, а НПО низшего порядка трансформируется из предельного цикла, соответствующего $\alpha \approx 1.40\pi$, в предельный цикл сложной формы, характерной для

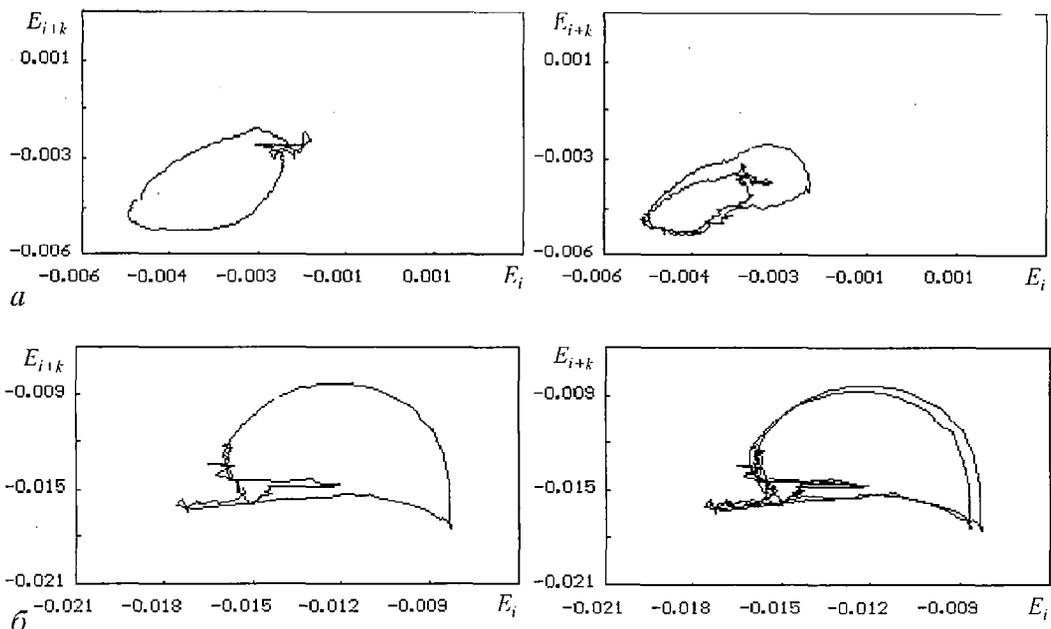


Рис. 9. Неустойчивые периодические орбиты шизшего порядка, выделенные из аттракторов, соответствующих нерегулярным колебаниям электронного потока: а - $\alpha/\pi = 1.08$; б - $\alpha/\pi = 1.68$

$\alpha \approx 1.70\pi$. Таким образом, анализ НПО в этом случае показывает, что хаотизация происходит в результате потери устойчивости существующим в системе предельным циклом без предварительного его усложнения, что характерно для перемежаемости.

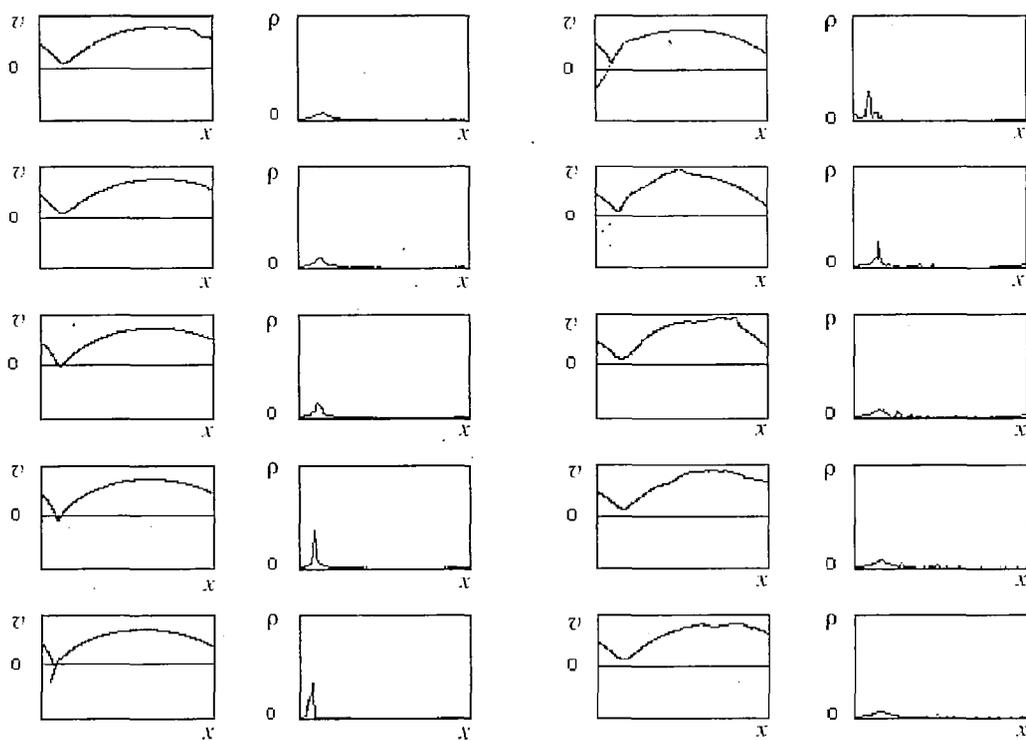


Рис. 10. Зависимости скорости v крупных частиц от их координаты и распределения плотности заряда ρ по пространству в последовательные моменты времени при регулярных колебаниях виртуального катода

4. Физические процессы в электронном потоке с ВК

На рис.10 представлены зависимости скорости заряженных листов от их местоположения и плотности заряда в узлах сетки в последовательные моменты времени. Рассмотрим с их помощью механизм регулярных колебаний виртуального катода в электронном потоке.

Возникающее возмущение плотности заряда (рис.10, *a*) приводит к торможению поступающего в систему потока, что увеличивает плотность заряда в той области, где возмущение возникло (рис.10, *b - z*). Когда потенциал поля пространственного заряда в этой области по абсолютной величине становится больше ускоряющего, возникает отраженный от нее поток электронов и плотность заряда в области ВК уменьшается (рис.10, *d - ж*). Уменьшение плотности заряда в области ВК приводит к уменьшению тормозящего поля и прекращению отражений частиц (рис.10, *ж*). После этого система возвращается в исходное состояние (рис.10, *з - к*) и цикл повторяется.

На рис. 11 представлена зависимость максимальной плотности заряда в электронном потоке от времени для режима регулярных колебаний. Можно видеть, что плотность заряда в потоке достигает

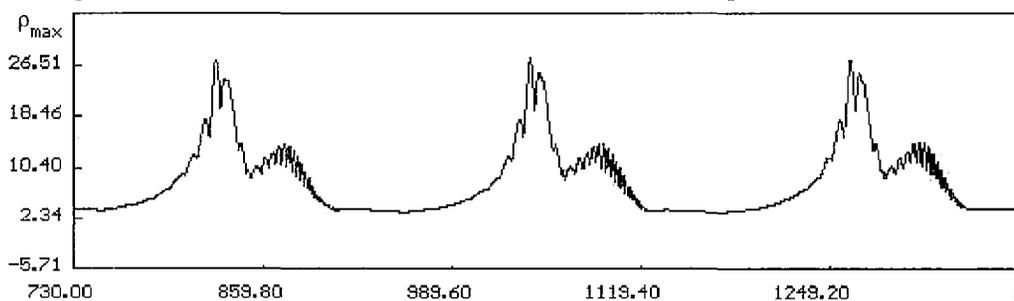


Рис. 11. Зависимость максимальной плотности заряда в потоке от времени для режима регулярных колебаний

максимума дважды за период. Физическая причина возникновения первого максимума - развитие неустойчивости Пирса. Причиной второго увеличения плотности заряда является кинематический эффект - превращение модуляции по скорости в модуляцию по плотности в электронном потоке.

Рассмотрим пространственно-временную диаграмму электронного потока

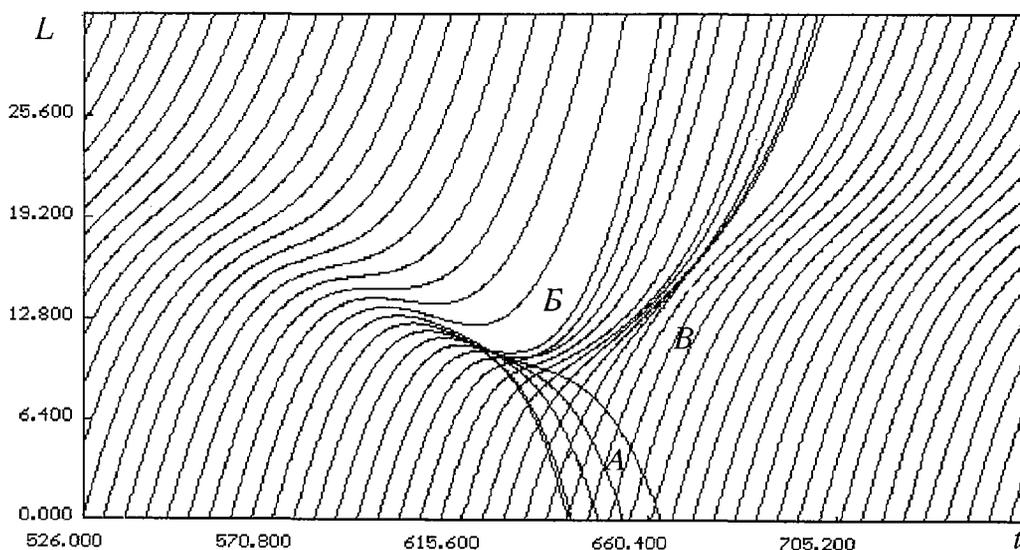


Рис. 12. Пространственно-временная диаграмма электронного потока в течение одного периода колебаний: *A* - отраженный от виртуального катода поток; *B* - часть потока, прошедшая виртуальный катод; *B'* - сгусток, формирующийся при распаде виртуального катода

для одного периода колебаний (рис. 12). Каждому листу на ней соответствует кривая, показывающая зависимость координаты листа от времени. Сгущению кривых соответствует сгусток в электронном потоке. Когда плотность заряда в области ВК достаточна, ВК перестает существовать, поскольку часть потока отражается (на рис.12 эта часть потока обозначена буквой А), а затормозившиеся в области ВК электроны уходят к выходной сетке (Б). В процессе распада ВК плотность заряда в нем падает, и уменьшается напряженность создаваемого им тормозящего поля. Поэтому на электроны, поступающие в систему позже, действует меньшее тормозящее поле и их скорость изменяется на меньшую величину, чем у влетевших ранее. В результате образуется сгусток электронов, проходящий по системе. На пространственно-временной диаграмме формированию сгустка соответствует сближение кривых (В). Образование сгустка приводит к второму увеличению плотности заряда в потоке.

Рассмотрим зависимость величины второго максимума плотности заряда от управляющего параметра системы α , представленную на рис. 13 (отметим, что для хаотических режимов использовалось среднее по времени значение второго максимума за несколько периодов колебаний). Очевидно, что величина второго максимума определяет характер динамики электронного потока: хаотическим режимам соответствует значение плотности заряда во втором максимуме, большее 20, а его уменьшение приводит к регулярным режимам. При значениях второго максимума, больших 20, в потоке могут возникать отражения некоторых частиц от формирующегося сгустка.

Связь между этими отражениями и возникновением хаотической динамики в потоке подтверждает рис. 14, на котором представлены зависимости от времени напряженности поля на выходной сетке E и числа отраженных частиц N_r (частиц с $v < 0$) при значении параметра $\alpha = 1.62\pi$, соответствующем режиму хаотических колебаний. При этом значении параметра реализация представляет собой регулярные колебания, прерываемые хаотическими всплесками. В зависимости числа отраженных частиц от времени хорошо виден его периодический быстрый рост и резкое уменьшение, соответствующее отражению от ВК. Вместе с тем, при $t \approx 1200$ существует слабый отраженный поток, возникающий, когда плотность заряда в формирующемся сгустке превысит критическое значение. Как видно, именно в этот момент колебания электронного потока становятся нерегулярными.

В фазовом пространстве системы отражению от формирующегося сгустка соответствует уход изображающей точки в редко посещаемую часть аттрактора.

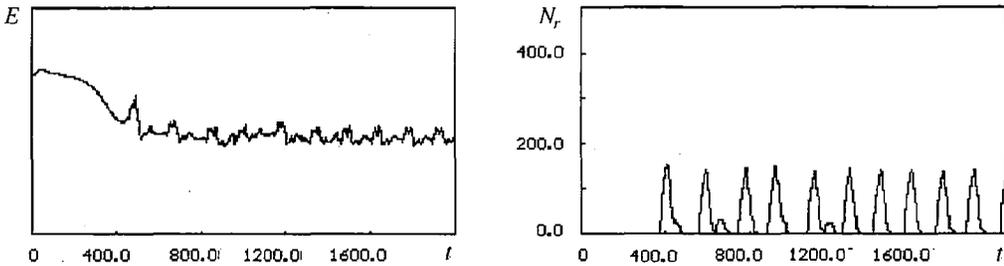


Рис. 14. Зависимости от времени поля на выходной сетке и числа отраженных частиц в потоке N_r ,

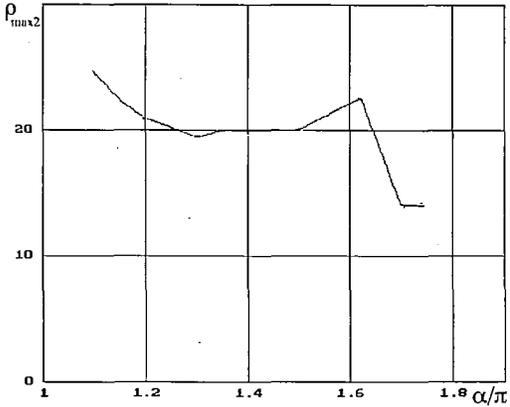


Рис. 13. Зависимость плотности заряда $\rho_{\max 2}$ в сгустке, формирующемся после распада виртуального катода, от управляющего параметра системы α

Процесс возвращения при этом сильно зависит от состояния потока перед отражением и локальное значение ляпуновской экспоненты в этой области аттрактора положительно, рост амплитуды плотности заряда во втором максимуме приводит к увеличению этого значения (отметим близость зависимостей от параметра α средней ляпуновской экспоненты и плотности заряда в формирующемся сгустке). Качественное различие двух хаотических режимов связано с тем, насколько плотность заряда во втором максимуме превышает критическое значение. В первом режиме нерегулярных колебаний плотность заряда во втором максимуме настолько велика, что отраженный от него поток существует постоянно, а во втором режиме - превышение небольшое и отраженный поток возникает не на каждом периоде колебаний ВК.

Значение плотности заряда во втором максимуме определяется амплитудой потенциала поля пространственного заряда в области ВК и расстоянием между входной сеткой и местом формирования ВК. При увеличении α амплитуда плотности заряда в области ВК уменьшается, так как при увеличении α растет плотность заряда в потоке (при прочих неизменных параметрах) и для того, чтобы остановить электронный поток, движущийся с прежней скоростью, достаточно меньшего уплотнения электронного потока. Это уменьшение наиболее резко происходит при увеличении α от π до 1.3π , что объясняет первое уменьшение плотности заряда во втором максимуме и возникновение регулярного режима при $\alpha \approx 1.3\pi$.

Расстояние между входной сеткой и виртуальным катодом также уменьшается с ростом α , но неравномерно. Это расстояние сильно уменьшается при $\alpha \approx 1.7\pi$, что приводит к снижению плотности заряда во втором максимуме, т.к. сгусток не успевает сгруппироваться.

Библиографический список

1. *Pierce J.* Limiting currents in electron beam in presence of ions//J.Appl.Phys. 1944. Vol.15. P. 721.
2. *Kuhn S.* Linear longitudinal oscillations in collisionless plasma diodes with thin sheaths. Part II. Application to an extended Pierce-type problem//Phys.Fluids. 1984. Vol. 27. P. 1834.
3. *Crystal T.L., Kuhn S.* Particle simulations of the low- α Pierce diode// Phys.Fluids. 1985. Vol.28. P. 2116.
4. *Godfrey B.B.* Oscillatory nonlinear electron flow in Pierce diode//Phys.Fluids. 1987, Vol.30. P. 1553.
5. *Lawson W.S.* The Pierce diode with an external circuit. II.Chaotic behaviour// Phys.Fluids B. 1989. Vol.1. P.1493.
6. *Анфиногентов В.Г., Трубецков Д.И.* Хаотические колебания в гидродинамической модели диода Пирса //РЭ. 1992. Т. 37. С. 2251.
7. *Brandt H.E.* The turbutron // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1985. Vol. PS—13. P.513.
8. *Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Фоменко Г.П.* Нелинейная динамика виртуального катода в высокочастотном поле // РЭ. 1990. Т. 35. С. 832.
9. *Birdsall C.K., Langdon A.B.* Plasma physics via computer simulation. NY:McGraw - Hill, 1985.
10. *Takens F.* Detecting strange attractors in turbulence // Lecture Notes in mathematics. № 898. Springer-Verlag, 1981.
11. *Pomeau Y., Manneville P.* Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems // Comm.Math.Phys., 1980. Vol.74. P.189.
12. *Crawford J.D., Cary J.R.* Decay of correlations in a chaotic measure-preserving transformation // Physica D. 1983. Vol.6D. P.223.

13. Benettin G., Galgani L., Strelcyn J.M. Kolmogorov entropy and numerical experiments // Phys.Rev.A. 1976. Vol.41. P.2338.
14. Grassberger P., Procaccia J. On the characterization of strange attractors // Phys.Rev.Lett. 1983. Vol.50. P.346.
15. Farmer J.D. Dimension, fractal measure and chaotic dynamics//H.Haken. Evolution of order and chaos. Heidelberg-New York, Springer, 1982.
16. Cvitanovic P. Invariant measurement of strange sets in terms of cycles. Phys. Rev. Lett. 1988. Vol.61. P.27.
17. Lathrop D.P., Kostelich E.J. Characterization of an experimental strange attractors by unstable orbits // Phys.Rev.A. 1989. Vol.40. P.4028.

*Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 12.10.94
после переработки 1.12.94*

CHAOTIC OSCILLATION IN THE ELECTRON BEAM WITH VIRTUAL CATHODE

V.G. Anfinogentov

Nonlinear oscillations of the electron beam with virtual cathode in the Pierce diode are studied by numerical simulation (PIC method). Different dynamical states including chaotic oscillations of the electron beam are recognized. Quantatively (correlation dimension and greatest Lapunov exponent) and qualitatively (autocorrelation function and unstable periodic orbits) characteristics of chaotic oscillations are obtained. Physical processes in the diode are investigated and it was shown that the second region reflecting the electrons may appear in the beam. This region was called the secondary virtual cathode. It was discovered that one mechanism of beam chaotic behavior appearance was connected with the nonlinear interaction between the virtual cathodes.



Анфиногентов Василий Геннадиевич - родился в 1968 г. в Саратове, окончил Саратовский государственный университет в 1991 г. После окончания университета работает на кафедре электроники и волновых процессов СГУ. Область научных интересов - хаотические колебания в распределенных системах электронной природы.



УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

Н.М.Рыскин

Рассматриваются нелинейные волновые процессы в одномерном цилиндрическом электронном потоке, движущемся в сильном продольном магнитном поле. В предположении, что силы кулоновского взаимодействия между различными сечениями потока экспоненциально спадают с расстоянием, найдены аналитические решения для уединенных волн в неявном виде и определены условия их устойчивости. В численном эксперименте исследуются процессы возбуждения и взаимодействия уединенных волн. Показано, что столкновение двух быстрых или двух медленных волн является упругим с высокой степенью точности. В то же время, при столкновении быстрой и медленной волны проявляются неупругие эффекты, что выражается в образовании осциллирующего хвоста.

Введение

В большинстве работ последнего времени, посвященных нелинейным волнам пространственного заряда (ВПЗ) [1-4], в качестве модельного используется уравнение Кортевега - де Вриза (КдВ), на основании чего делается вывод о возможности возбуждения в электронных потоках солитонов. С другой стороны, в работе [5] было предложено уравнение, названное авторами симметричным регуляризованным длинноволновым уравнением, которое (в системе отсчета, движущейся со скоростью невозмущенного потока) имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(u^2/2)}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) имеет решения в виде уединенных волн, которые несколько отличаются от солитонов КдВ. Оно является, очевидно, более реалистической моделью, чем уравнение КдВ, так как позволяет учесть взаимодействие между быстрой и медленной ВПЗ (в рамках этого уравнения быстрая волна является прямой, а медленная - встречной), а также точно учитывает дисперсионные эффекты.

Численное решение уравнения (1) показало [5], что столкновение попутных уединенных волн (то есть двух быстрых или двух медленных) является упругим с высокой степенью точности. В то же время столкновение встречных (то есть быстрой и медленной) волн является сильно неупругим: образуется заметное излучение в виде осциллирующего хвоста. Более того, если скорости сталкивающихся волн достаточно велики, может произойти образование одной или нескольких новых пар уединенных волн. В работе [5] было зафиксировано до восьми таких дополнительных пар. В связи с этими результатами особый

интерес приобретают методы исследования, не замыкающиеся на тех или иных модельных уравнениях, что позволит выяснить степень их применимости и указать пути дальнейшего продвижения.

1. Основные уравнения

Рассмотрим цилиндрический электронный поток радиуса r , движущийся вдоль оси цилиндрического волновода радиуса R с идеально проводящими стенками. Поток будем считать ионно-скомпенсированным, что позволяет пренебречь влиянием статического пространственного заряда, и сфокусированным бесконечно сильным продольным магнитным полем, что исключает возможность поперечных движений. Ограничимся случаем, когда возмущения скорости достаточно малы, так что обгона одних электронов другими не происходит. При сделанных допущениях поток можно считать сплошной средой и описать гидродинамическими уравнениями

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0. \quad (3)$$

В уравнениях (2) и (3) все величины являются безразмерными: скорость v и плотность заряда электронной «жидкости» ρ нормированы на невозмущенные значения v_0 и ρ_0 , потенциал поля пространственного заряда ϕ - на mv_0^2/e , время - на ω_p^{-1} , а координата - на v_0/ω_p , где $\omega_p = (e\rho_0/m\epsilon_0)^{1/2}$ - плазменная частота.

Для напряженности поля пространственного заряда E используем хорошо известное приближенное соотношение [6]

$$E(x) = 1/2 \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}(x') \exp[-k_{\perp}|x-x'|] \operatorname{sgn}(x-x') dx', \quad (4)$$

где $k_{\perp} = \alpha/r$ ($1 \leq \alpha \leq 2$), $\tilde{\rho} = \rho - 1$. Выражение (4) получается путем экспоненциальной аппроксимации функции Грина. Подбором параметра α можно добиться достаточно точной аппроксимации при различных R и r . Так, $\alpha=2$ наиболее хорошо соответствует точному соотношению при $r \rightarrow R$. Уравнение (4) неоднократно использовалось при численных расчетах и достаточно хорошо моделирует влияние поперечной ограниченности потока.

Из уравнения (4) получаем следующее выражение для потенциала:

$$\phi(x) = \frac{1}{2k_{\perp}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\rho}(x') \exp[-k_{\perp}|x-x'|] dx'. \quad (5)$$

Преобразуем это интегральное соотношение к дифференциальному, для чего потребуем, чтобы $\phi \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \pm\infty$, и применим к (5) преобразование Лапласа. В результате получим

$$\phi(s) = \frac{\rho(s)}{s^2 - k_{\perp}^2}.$$

Здесь $\phi(s)$, $\rho(s)$ - изображения $\phi(x)$ и $\tilde{\rho}(x)$ соответственно. Разрешая это уравнение относительно $\rho(s)$ и применяя обратное преобразование Лапласа, получаем

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - k_{\perp}^2 \varphi = \rho - 1, \quad (6)$$

которое (с другим значением k_{\perp}) было предложено ранее в работе [1] для случая $r \ll R \ll \lambda$, где λ - характерный продольный масштаб возмущения. Таким образом, оно по-прежнему применимо и в случае не слишком тонких потоков, что более характерно для условий эксперимента.

2. Стационарные волны

Пожалуй, наиболее распространенный аналитический метод состоит в изучении стационарных волн, что позволяет перейти от дифференциальных уравнений в частных производных к обыкновенным, которые могут быть проанализированы традиционными методами теории нелинейных колебаний. Будем искать стационарные решения системы (2),(3),(6), то есть решения, зависящие от комбинации $\theta = x - ut$, где $u = \text{const}$ - скорость волны. Проинтегрировав первые два из них с граничными условиями

$$v = 1, \quad \rho = 1, \quad \varphi = 0 \quad \text{при } \theta \rightarrow \pm\infty, \quad (7)$$

получим следующие соотношения:

$$\varphi = \frac{1}{2} [(v - u)^2 - (1 - u)^2], \quad (8)$$

$$\rho = (1 - u)/(v - u). \quad (9)$$

С учетом (8) и (9) уравнение (6) примет вид уравнения нелинейного осциллятора [1]

$$\frac{d^2 \varphi}{d\theta^2} = k_{\perp}^2 \varphi + (1 + 2\varphi/(1 - u)^2)^{-1/2} - 1, \quad (10)$$

потенциальная энергия которого имеет вид

$$W = \varphi - k_{\perp}^2 \varphi^2 / 2 + (1 - u)^2 (1 - \sqrt{1 + 2\varphi/(1 - u)^2}). \quad (11)$$

Полагая, что $|2\varphi/(1 - u)^2| \ll 1$ (слабая нелинейность), авторы [1] разлагают правые части соотношений (10), (11) в ряд с точностью до членов второго порядка малости и получают в результате уравнения, имеющие решения в виде солитонов КдВ. Однако нас в большей степени интересуют точные решения этих уравнений.

Анализ показывает, что функция $W(\varphi)$ имеет два экстремума в точках $\varphi = 0$ и

$$\varphi = \varphi^* = \frac{4 - M^2}{4k_{\perp}^2} - \frac{1}{2k_{\perp}^2} \sqrt{\frac{M^4}{4} + 2M^2},$$

где $M = k_{\perp}|u - 1|$ - величина, имеющая смысл числа Маха [2]. В случае $M < 1$ состояние равновесия $\varphi = 0$ устойчиво, а $\varphi = \varphi^*$ - неустойчиво, причем $\varphi^* > 0$. Если же $M > 1$, то $\varphi^* < 0$ и это равновесие устойчиво, а $\varphi = 0$ - неустойчиво. Таким образом, в обоих случаях возможно решение в виде уединенной волны. Однако необходимо заметить, что при $M < 1$ эти решения не удовлетворяют граничным условиям (7), поэтому следует ожидать, что в этом случае (то есть когда равновесие $\varphi = 0$ устойчиво) реализуются лишь периодические решения, а уединенные волны -

только при $M > 1$. В дальнейшем мы будем предполагать это условие выполненным.

Теперь необходимо исследовать, не произойдет ли обрушение уединенной волны. Анализ показывает, что она устойчива при $M < 2$. Заметим, что в работе [3], где уравнение Пуассона полагалось полностью двумерным, при численном интегрировании стационарных уравнений был получен результат $M < 1.23$.

Итак, величина M может принимать значения $1 < M < 2$, откуда следует, что скорость стационарной волны u должна удовлетворять следующим неравенствам:

$$1 + k_{\perp}^{-1} < u < 1 + 2k_{\perp}^{-1}$$

для быстрой волны и

$$1 - 2k_{\perp}^{-1} < u < 1 - k_{\perp}^{-1}$$

для медленной. Таким образом, скорость быстрой волны всегда больше, а медленной - меньше, чем фазовая скорость линейных ВПЗ. Действительно, нетрудно заметить, что дисперсионное соотношение системы (2),(3),(6) имеет вид

$$(\omega - k)^2 = \frac{k^2}{k_{\perp}^2 + k^2},$$

откуда следует, что фазовая скорость $v_p = \omega/k$ лежит в пределах

$$1 - k_{\perp}^{-1} < v_p < 1 + k_{\perp}^{-1}.$$

Аналогичный результат был получен численно в [3].

Найдем точное решение в виде уединенной волны. Интегрируя уравнение (10), получаем

$$\left(\frac{d\varphi}{d\theta}\right)^2 = 2(G - W),$$

где G - постоянная интегрирования. Решению в виде уединенной волны соответствует $G=0$. Тогда, выражая φ через v при помощи (8), приходим к следующему уравнению:

$$(u - v)dv/d\theta = \pm(v-1)\sqrt{k_{\perp}^2(v-2u+1)^2/4 - 1}. \quad (12)$$

Здесь и далее верхний знак соответствует быстрой волне, нижний - медленной. Интегрируя (12), получаем точное решение в неявном виде

$$\theta = \frac{2}{k_{\perp}} \ln(V + \sqrt{V^2 + 1}) + \frac{M}{k_{\perp}\sqrt{M^2 - 1}} \ln\left(\frac{MV - 1 + \sqrt{(M^2 - 1)(V^2 - 1)}}{M - V}\right), \quad (13)$$

где $V = k_{\perp}|v - 2u + 1|/2$. Постоянная интегрирования в (13) выбрана так, чтобы $\theta(v_{\max}) = 0$. Нетрудно найти связь между амплитудой уединенной волны v_{\max} и ее скоростью u

$$v_{\max} = 2u - 1 \mp 2/k_{\perp}.$$

Итак, скорость уединенной волны пропорциональна амплитуде, хотя связь между этими величинами несколько иная, чем у солитонов КдВ и уединенных волн уравнения (1).

Подсчитаем площадь S , занимаемую уединенной волной, которую определим следующим образом:

$$S = \pm \int_{-\infty}^{\infty} (v - 1) d\theta.$$

С учетом (12) это выражение принимает вид

$$S = 2 \int_1^{v_{\max}} \frac{(u - v)dv}{(k_{\perp}^2 (v - 2u + 1)^2/4 - 1)^{1/2}}.$$

Вычисляя интеграл, получаем, что

$$S = \frac{4}{k_{\perp}^2} [2\sqrt{M^2 - 1} + \ln(M + \sqrt{M^2 - 1})], \quad (14)$$

откуда следует, что площадь импульса монотонно возрастает с ростом M (то есть, с ростом амплитуды волны).

В заключение отметим, что поскольку в медленной ВПЗ возмущения скорости и плотности заряда противофазны, а в быстрой - синфазны, то уединенная волна в любом случае будет представлять собой сгусток электронов.

3. Численный эксперимент

Анализ стационарных решений позволил нам выяснить некоторые свойства уединенных ВПЗ. Однако ограниченность этого метода очевидна, поскольку не ясно, реализуются ли полученные решения при эволюции произвольного начального возмущения. Поэтому необходимо прибегнуть к непосредственному численному решению нестационарных уравнений (2),(3),(5)¹. Такой подход на сегодняшний день практически отсутствует в литературе за исключением работы [7], где приведены некоторые результаты эволюции начального возмущения.

В отличие от [7], где при помощи псевдоспектрального метода решалась задача с периодическими граничными условиями, в данной работе используется известная схема с разностями против потоков [8]. Погрешность аппроксимации этой схемы носит диссипативный характер (и может быть минимизирована соответствующим выбором шагов по времени и координате), тогда как нас интересуют явления, связанные с балансом нелинейных и дисперсионных эффектов.

Поскольку уединенные волны представляют собой возмущения, практически локализованные в пространстве, условия (7) задаются на границах расчетной области, размеры которой заведомо превышают размеры возмущения. Все расчеты проводятся в системе отсчета, движущейся со скоростью невозмущенного потока, что позволяет ограничиться сравнительно небольшими пространственными отрезками.

Результаты моделирования показывают, что при эволюции широкого класса начальных возмущений образуются одна или несколько уединенных волн и осциллирующий хвост малой амплитуды. Уединенные волны распространяются устойчивым образом, практически не изменяя свою форму и скорость. Пример такой эволюции приведен на рис.1 в виде зависимостей скорости (а) и плотности заряда (б) от координаты в различные моменты времени. Начальное возмущение представляет собой половину периода гармонического колебания. Связь между амплитудами возмущений скорости и плотности заряда находилась из решения линейной задачи. Поскольку эти возмущения синфазны, образуется быстрая волна. Задание противофазных возмущений приводит к образованию медленной волны.

В связи с результатами работы [5] особый интерес вызывает изучение взаимодействия уединенных волн. Расчеты показывают, что столкновение попутных волн (рис.2,3) является упругим с достаточно большой степенью точности. При большой энергии столкновения можно заметить незначительное

¹ Использование интегрального соотношения (5) при численном моделировании предпочтительнее (6), так как оно неявным образом учитывает граничные условия (7).

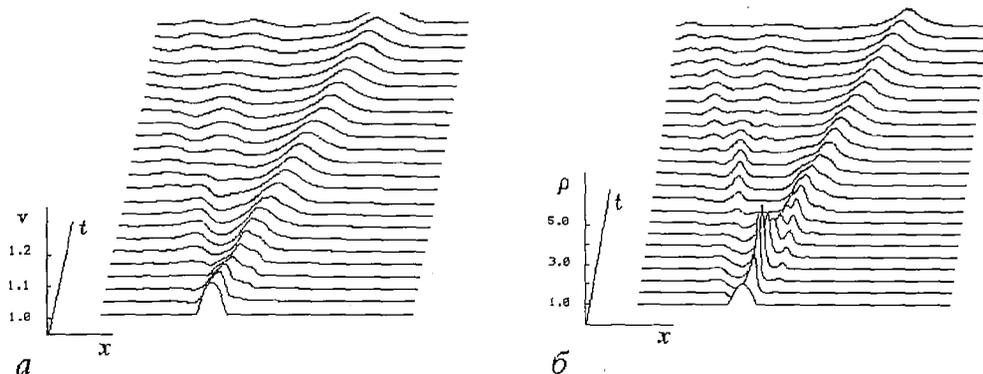


Рис. 1. Образование уединенной волны и осциллирующего хвоста при эволюции начального возмущения: a - скорость электронов, b - плотность заряда

изменение амплитуд (см. рис. 2)²: амплитуда большей волны увеличивается, а меньшей - уменьшается. Однако образование осциллирующего хвоста не наблюдается. Этот процесс можно (по крайней мере качественно) описать уравнением КдВ. Заметим, что существует качественное отличие между взаимодействием волн с сильно различающимися и близкими амплитудами: в последнем случае столкновение происходит без образования одиночного пика (см. рис. 3). Такое поведение также характерно для уравнения КдВ [10].

В то же время столкновение встречных волн (то есть быстрой и медленной) является существенно неупругим (рис. 4), что согласуется с результатами, представленными в [5,7]. Однако образование дополнительных пар уединенных волн, характерное для уравнения (1), не было зафиксировано, даже когда амплитуды встречных волн были близки к предельно возможным. Заметим, что по результатам [5] этот эффект должен проявляться при таких значениях скоростей волн, когда, согласно анализу стационарных уравнений, проведенному в разделе 2, будет происходить опрокидывание. Таким образом, применять уравнение (1) для описания уединенных ВПЗ следует с определенной осторожностью.

Представленные результаты соответствуют $k_1=10$. Однако следует заметить,

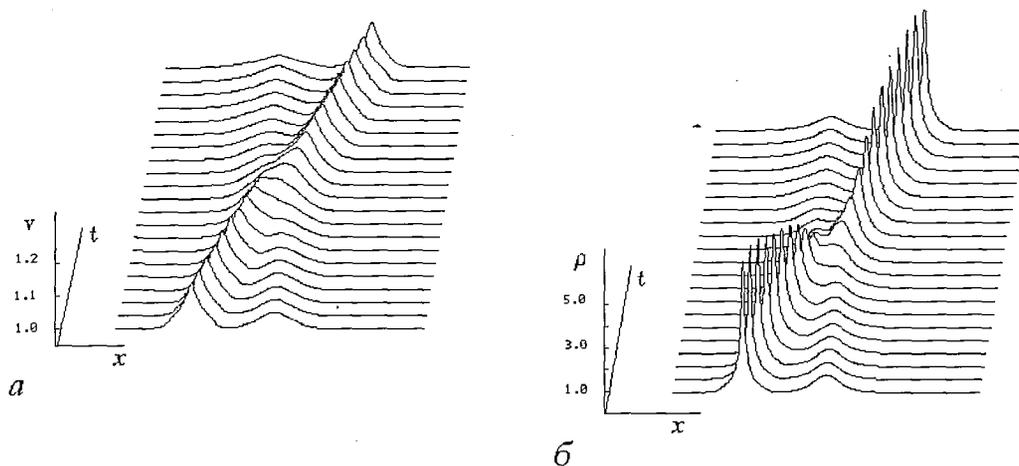


Рис. 2. Взаимодействие двух быстрых уединенных волн с сильно различающимися амплитудами: a - скорость электронов, b - плотность заряда

² Изменение амплитуд попутных уединенных волн при столкновении по-видимому связано с диссипативным характером используемой разностной схемы, так как подобное поведение имеет место при столкновении солитонов уравнения КдВ со слабым диссипативным возмущением [9].

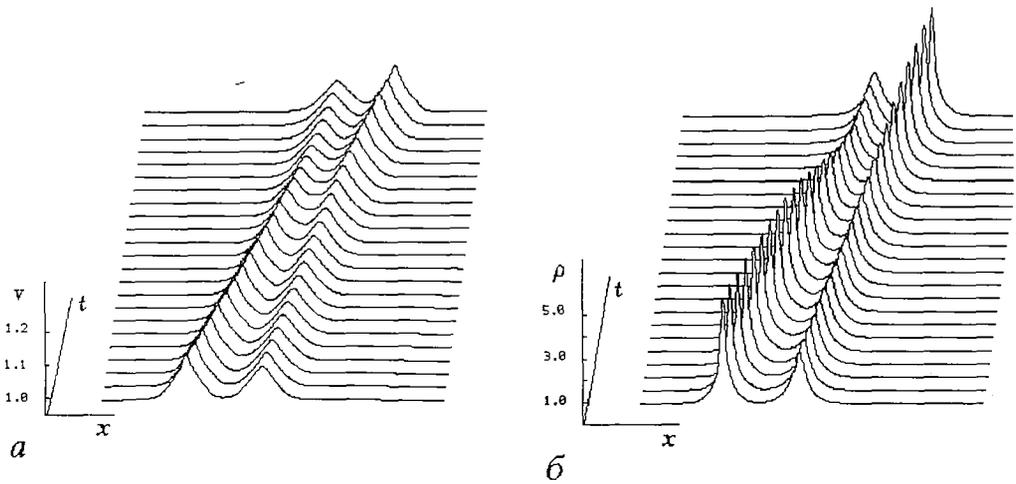


Рис. 3. Взаимодействие двух быстрых уединенных волн с близкими амплитудами, при котором одиночный пик не образуется: *a* - скорость электронов, *б* - плотность заряда

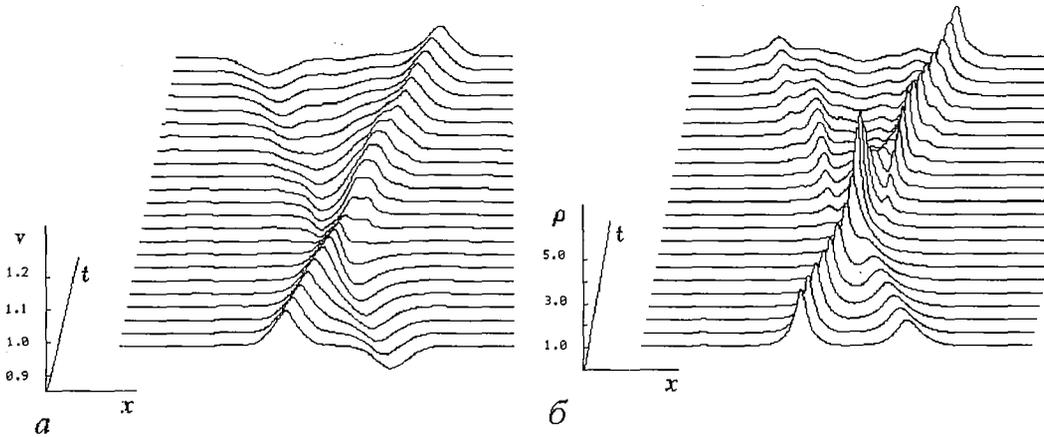


Рис. 4. Взаимодействие быстрой и медленной уединенных волн, при котором проявляются неупругие эффекты: *a* - скорость электронов, *б* - плотность заряда

что в движущейся системе отсчета можно перейти от одного значения k_{\perp} к другому при помощи преобразования переменных

$$x' = k_{\perp(1)}x / k_{\perp(2)}, \quad v' = k_{\perp(2)}v / k_{\perp(1)}, \quad \varphi' = (k_{\perp(2)} / k_{\perp(1)})^2 \varphi.$$

Нетрудно видеть, что число Маха M и площадь импульса S остаются инвариантными относительно этого преобразования.

4. Выводы

Приведенные результаты достаточно убедительно свидетельствуют о существовании уединенных ВПЗ и помогают выяснить ряд существенных особенностей их распространения. В работе найдены точные решения в виде уединенных волн, определены условия их устойчивости. В численном эксперименте исследованы процессы возбуждения и взаимодействия этих волн, что позволяет сделать выводы о степени применимости предлагавшихся ранее модельных уравнений. Используемый численный метод в большей степени отвечает физической сущности задачи, чем использовавшийся ранее в [7],

поскольку избавляет от необходимости рассматривать задачу с периодическими граничными условиями. Это отличие является достаточно существенным, так как хорошо известно (см., например, [4,11,12]), что в ограниченном в поперечном сечении электронном потоке, модулируемом по скорости гармоническим сигналом, такие величины, как плотности заряда, тока и скорость электронов, не являются периодическими функциями координаты.

Библиографический список

1. Руткевич Б.Н., Пащенко А.В., Федорченко В.Д., Мазалов Ю.П. Стационарные волны в ограниченной плазме // ЖТФ. 1977. Т.47, № 1. С. 112.
2. Ikezi H., Barrett P.J., White R.B., Wong A.Y. Electron Plasma Waves and Free-Streaming Electron Bursts // Phys. Fluids. 1971. Vol.14, № 9. P. 1997.
3. Hughes T.P., Ott E. Nonlinear space-charge waves on cylindrical electron beams and plasmas // Phys.Fluids. 1980. Vol. 23, № 11. P. 2265.
4. Канавец В.И., Пикунцов В.М. Нелинейные волновые и колебательные процессы в протяженных электронных потоках // Радиотехника и электроника, 1983. Т.28, № 2. С. 326.
5. Seyler C., Fenstermacher D. A Symmetric Regularized Long-Wave Equation // Phys. Fluids. 1984. Vol.27, № 1. P. 4.
6. Роу Дж. Теория нелинейных явлений в приборах сверхвысоких частот // М.: Сов. радио, 1969.
7. Fenstermacher D., Seyler C. Nonlinear space - charge wave propagation on thin annular electron beams // Phys. Fluids. 1984. Vol .27, № 7. P. 1808.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.:Мир, 1976.
9. Tanaka M. Effect of weak dissipation on two soliton solution of the KdV equation // J.Phys.Soc.Japan. 1979. Vol.47, № 6. P.2013.
10. Лэм Дж. Введение в теорию солитонов. М.:Мир, 1983.
11. Mihran T.P. Harmonic Current Growth in Velocity-Modulated Electron Beams // J.Appl.Phys. 1959. Vol.30, № 9. P. 1346.
12. Pashke F. Nonlinear Theory of a Velocity-Modulated Electron Beam with Finite Diameter // RCA Review. 1960. Vol. 21, № 1. P. 53.

Научно-исследовательский институт
механики и физики Саратовского
университета

Поступила в редакцию 21.04.94.
после переработки 28.10.94

SOLITARY SPACE-CHARGE WAVES

N.M.Ryskin

Solitary space-charge waves on a cylindrical electron beam, moving in a metal waveguide are studied. The beam is assumed to be charge-neutralized and focused by a strong external magnetic field. Exact solitary wave solutions in an implicit form are obtained and their breaking conditions are determined. Processes of solitary waves excitation and interaction are examined numerically. Overtaking collisions, in which the waves travel in the same direction when viewed from the beam frame (i.e., collisions of two fast or two slow waves), are found to be almost elastic. On the other hand, the «head-on» collisions between two waves, which move in the opposite directions (i.e., the fast wave and the slow wave), do not preserve the waveforms and velocities and produce an oscillatory tail.



Рыскин Никита Михайлович - родился в 1966 году в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского университета в 1991 году. Работает в НИИ механики и физики СГУ. Область научных интересов - нелинейные явления в распределенных системах различной природы.



В издательстве Саратовского университета в 1994 году вышло учебное пособие по курсу «Теоретические основы радиотехники»

НЕЛИНЕЙНЫЕ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИСТЕМЫ С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМИ ПРИБОРАМИ

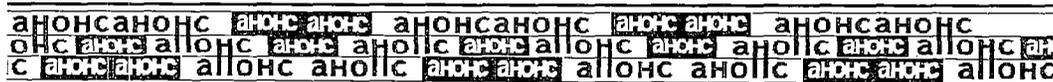
Часть 1
А.В.Хохлов

Учебное пособие содержит систематическое изложение методов преобразования сигналов и их спектров в нелинейных и параметрических радиотехнических цепях с полупроводниковыми приборами.

Проведен краткий анализ физических процессов в полупроводниках, описаны принципы действия и свойства основных классов полупроводниковых приборов. Рассмотрены источники нелинейности характеристик полупроводниковых диодов с р-п-переходами и барьерами Шоттки, варикапов, туннельных, обращенных, лавинно-пролетных диодов, диодов Ганна, биполярных транзисторов и униполярных транзисторов с р-п-переходом и изолированным затвором. Обосновываются основные принципы использования полупроводниковых приборов при построении нелинейных и параметрических устройств для преобразования, умножения и деления частоты, модуляции (амплитудной, частотной и фазовой) и детектирования сигналов. Анализируются различные схемные решения.

Книга предназначена для студентов физических специальностей вузов и может быть полезна всем, кто связан с эксплуатацией радиоэлектронной аппаратуры.

129 ил. 19 библиогр. 128 с.





МОДУЛЯЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ВОЛН ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

Н.М. Рыскин

Исследуется модуляционная неустойчивость волн пространственного заряда (ВПЗ) в цилиндрическом ионно-скомпенсированном электронном потоке, движущемся вдоль оси цилиндрического волновода и сфокусированном бесконечно сильным продольным магнитным полем. Для медленно меняющихся амплитуд быстрой и медленной ВПЗ получена система из двух связанных нелинейных уравнений Шредингера. Показано, что взаимодействие ВПЗ существенно влияет на характер модуляционной неустойчивости и приводит к тому, что неустойчивость имеет место практически при любом значении частоты несущей волны.

Введение

В последнее время появилось несколько работ, в которых обсуждался вопрос о модуляционной неустойчивости волн пространственного заряда (ВПЗ) в электронных потоках различных конфигураций [1-3]. В работе [1] при помощи метода Уизема было показано, что в бесконечно широком потоке решения в виде периодических стационарных волн устойчивы. В то же время ограниченность потока в поперечном сечении может привести к неустойчивости. Так, в работе [2], где исследовался тонкий трубчатый поток, движущийся в металлическом волноводе, было получено нелинейное дисперсионное соотношение, анализ которого показал, что модуляционная неустойчивость имеет место при любых значениях волнового числа k . Ленточный поток, движущийся между двумя проводящими плоскостями, был рассмотрен в работе [3], авторы которой получили нелинейное уравнение Шредингера, описывающее динамику медленно меняющейся амплитуды волны, и показали, что неустойчивость наблюдается лишь в длинноволновой области, то есть при k меньших некоторого критического значения.

Следует заметить, что во всех этих работах исследовалась устойчивость только одной из ВПЗ - быстрой или медленной. В настоящей работе проведен анализ модуляционной неустойчивости, учитывающий взаимодействие этих волн. Полученные результаты свидетельствуют о принципиальной необходимости учета данного фактора для корректного описания неустойчивости.

1. Основные уравнения

Рассмотрим модель, в которой цилиндрический электронный поток движется вдоль оси цилиндрического волновода с идеально проводящими стенками. Поток будем считать ионно-скомпенсированным, что позволяет пренебречь влиянием статического пространственного заряда, и сфокусированным

бесконечно сильным продольным магнитным полем, что исключает возможность поперечных движений. Ограничимся случаем, когда возмущения скорости достаточно малы, так что обгона одних электронов другими не происходит. При сделанных допущениях поток можно считать сплошной средой и описать гидродинамическими уравнениями

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

В уравнениях (1) и (2) все величины являются безразмерными: скорость v и плотность заряда электронной «жидкости» ρ нормированы на невозмущенные значения v_0 и ρ_0 , потенциал поля пространственного заряда ϕ - на mv_0^2/e , время - на ω_p^{-1} , а координата - на v_0/ω_p , где $\omega_p = (e\rho_0/m\epsilon_0)^{1/2}$ - плазменная частота.

Для потенциала ϕ используем уравнение Пуассона в виде

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - k_{\perp}^2 \phi = \rho - 1, \quad (3)$$

причем член $-k_{\perp}^2 \phi$ моделирует влияние проводящих стенок волновода (так называемых «сил изображения»). Уравнение (3) получено в предположении, что силы кулоновского взаимодействия между различными сечениями электронного потока экспоненциально спадают с расстоянием [4].

2. Нелинейное уравнение Шредингера

Получим нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), описывающее эволюцию медленно меняющейся амплитуды волнового пакета, для чего воспользуемся стандартным методом многомасштабных разложений [5]. Представим v , ρ и ϕ в виде рядов по степеням малого параметра ϵ

$$v = 1 + \epsilon v_1 + \epsilon^2 v_2 + \dots,$$

$$\rho = 1 + \epsilon \rho_1 + \epsilon^2 \rho_2 + \dots,$$

$$\phi = \epsilon \phi_1 + \epsilon^2 \phi_2 + \dots$$

и введем медленные переменные $T_1, T_2, \dots, X_1, X_2, \dots$. При этом производные $\partial/\partial x$ и $\partial/\partial t$ преобразуются следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} + \epsilon \frac{\partial}{\partial X_1} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial X_2} + \dots,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} + \dots.$$

Подставляя эти разложения в уравнения (1)-(3) и выделяя члены порядка ϵ , получим линеаризованную систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial v_1}{\partial x} &= \frac{\partial \varphi_1}{\partial x}, \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} - k_1^2 \varphi_1 &= \rho_1. \end{aligned} \quad (4)$$

Полагая, что решение системы (4) имеет вид квазигармонической волны с амплитудой A , зависящей от медленных переменных, получаем

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \rho_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k/\Omega \\ -(k^2 + k_1^2) \\ 1 \end{bmatrix} A(T_1, T_2, X_1, X_2) \exp(i\theta) + \text{к.с.}, \quad (5)$$

где $\theta = \omega t - kx$, $\Omega = \omega - k$, к.с. - комплексно сопряженное выражение, причем ω и k удовлетворяют дисперсионному соотношению

$$(\omega - k)^2 = \frac{k^2}{k^2 + k_1^2}. \quad (6)$$

Далее, очевидно, во всех порядках малости мы будем получать системы вида

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{\partial v_n}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} &= \alpha_n, \\ \frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \frac{\partial \rho_n}{\partial x} + \frac{\partial v_n}{\partial x} &= \beta_n, \\ \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} - k_1^2 \varphi_n - \rho_n &= \gamma_n, \end{aligned} \quad (7)$$

где α_n , β_n , γ_n зависят от членов предыдущих порядков [5]. Так, в порядке ϵ^2 имеем

$$\alpha_2 = \frac{\partial \varphi_1}{\partial X_1} - \frac{\partial v_1}{\partial T_1} - \frac{\partial v_1}{\partial X_1} - \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{v_1^2}{2} \right], \quad (8)$$

$$\beta_2 = -\frac{\partial \rho_1}{\partial T_1} - \frac{\partial \rho_1}{\partial X_1} - \frac{\partial v_1}{\partial X_1} - \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial x}, \quad (9)$$

$$\gamma_2 = -2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial X_1}. \quad (10)$$

Исключая из системы (7) ρ_n , v_n , приходим к уравнению

$$D^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} - k_1^2 \right] \varphi_n + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} = \frac{\partial \alpha_n}{\partial x} - D \beta_n - D^2 \gamma_n, \quad (11)$$

где $D = \partial/\partial t + \partial/\partial x$. При $n = 2$ подставим в (11) выражения (5) и (8)-(10) и потребуем, чтобы секулярные члены (то есть члены, пропорциональные $\exp[\pm i\theta]$) в правой части обратились в нуль. Тогда для амплитуды A будем иметь уравнение

$$\frac{\partial A}{\partial T_1} + v_g \frac{\partial A}{\partial X_1} = 0, \quad (12)$$

где v_g - групповая скорость

$$v_g = d\omega/dk = 1 \pm \frac{k_{\perp}^2}{(k^2 + k_{\perp}^2)^{3/2}}.$$

Теперь вычислим v_2 , ρ_2 и φ_2 , которые представим в виде

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ \rho_2 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{20} \\ \rho_{20} \\ \varphi_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{21} \\ \rho_{21} \\ \varphi_{21} \end{bmatrix} \exp(i\theta) + \begin{bmatrix} v_{22} \\ \rho_{22} \\ \varphi_{22} \end{bmatrix} \exp(2i\theta) + \text{к.с.}$$

Члены, пропорциональные $\exp(2i\theta)$, без труда находятся из системы (7) при $n=2$

$$\begin{bmatrix} v_{22} \\ \rho_{22} \\ \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k(2k^2 + k_{\perp}^2)/\Omega \\ (4k^2 + k_{\perp}^2)(k^2 + k_{\perp}^2) \\ - (k^2 + k_{\perp}^2) \end{bmatrix} (k^2 + k_{\perp}^2) A^2 / 2k^2. \quad (13)$$

Система уравнений, которая следует из (7) для членов, пропорциональных $\exp(i\theta)$, очевидно, является неопределенной. Поэтому удастся получить только два алгебраических уравнения, связывающие v_{21} , ρ_{21} и φ_{21}

$$v_{21} = -\frac{k}{\Omega} \varphi_{21} - i\Omega \frac{\partial A}{\partial X_1}, \quad (14)$$

$$\rho_{21} = -(k^2 + k_{\perp}^2) \varphi_{21} - 2ik \frac{\partial A}{\partial X_1}. \quad (15)$$

Наконец, для членов, не зависящих от θ , имеем

$$\rho_{20} = -k_{\perp}^2 \varphi_{20}. \quad (16)$$

Чтобы определить v_{20} , ρ_{20} и φ_{20} , необходимо обратиться к уравнениям следующего порядка малости. В этом случае

$$\alpha_3 = \frac{\partial \varphi_2}{\partial X_1} - \frac{\partial v_2}{\partial T_1} - \frac{\partial v_2}{\partial X_1} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial X_2} - \frac{\partial v_1}{\partial T_2} - \frac{\partial v_1}{\partial X_2} - \frac{\partial}{\partial X_1} \left(\frac{v_1^2}{2} \right) - \frac{\partial (v_1 v_2)}{\partial x}, \quad (17)$$

$$\beta_3 = -\frac{\partial \rho_2}{\partial T_1} - \frac{\partial \rho_2}{\partial X_1} - \frac{\partial v_2}{\partial X_1} - \frac{\partial \rho_1}{\partial T_2} - \frac{\partial \rho_1}{\partial X_2} - \frac{\partial v_1}{\partial X_2} - \frac{\partial (\rho_1 v_1)}{\partial X_1} - \frac{\partial (\rho_1 v_2 + \rho_2 v_1)}{\partial x}, \quad (18)$$

$$\gamma_3 = -2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x \partial X_1} - 2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial X_2} - \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial X_1^2}. \quad (19)$$

Теперь секулярными будут как члены, пропорциональные $\exp(i\theta)$, так и не зависящие от θ . Приравнявая последние к нулю в каждом из уравнений (17)-(19) с учетом соотношений (5), (12), (13) и (16), получаем

$$\begin{bmatrix} v_{20} \\ \rho_{20} \\ \varphi_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k(2(k^2 + k_{\perp}^2)^2 + k_{\perp}^4)/\Omega \\ -k_{\perp}^2(k^2 + k_{\perp}^2)(k^2 + 3k_{\perp}^2) \\ (k^2 + k_{\perp}^2)(k^2 + 3k_{\perp}^2) \end{bmatrix} \frac{(k^2 + k_{\perp}^2)^2}{(k^2 + k_{\perp}^2)^3 - k_{\perp}^6} A A^*. \quad (20)$$

Далее, подставим (17)-(19) в (11) и потребуем уничтожение членов,

пропорциональных $\exp(i\theta)$. Используя формулы (13)-(15) и (20), после ряда достаточно громоздких преобразований получаем НУШ (члены, содержащие неопределенную величину φ_{21} , взаимно уничтожаются)

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial T_2} + v_g \frac{\partial A}{\partial X_2} \right) - \frac{\omega''}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial X_1^2} + q|A|^2 A = 0, \quad (21)$$

где

$$\omega'' = d^2\omega/dk^2 = \mp \frac{3kk_{\perp}^2}{(k^2 + k_{\perp}^2)^{5/2}}, \quad (22)$$

$$q = \pm \frac{1}{4} \frac{kk_{\perp}^2 (k^2 + k_{\perp}^2)^{3/2}}{(k^2 + k_{\perp}^2)^3 - k_{\perp}^6} [k^4 - 3k^2k_{\perp}^2 - 9k_{\perp}^4]. \quad (23)$$

Заметим, что учет слагаемых, пропорциональных $\exp(\pm i\theta)$, в порядке ϵ^2 необходим для получения корректного значения коэффициента при дисперсионном члене.

Коэффициент q меняет знак при $k \approx 2.2k_{\perp}$ (рис. 1). Таким образом, условие модуляционной неустойчивости $\omega''q < 0$ [5] выполняется в коротковолновой области $k > 2.2k_{\perp}$ как для быстрой, так и для медленной ВПЗ. Для бесконечно широкого потока, который исследовался в работе [1], полагая в формулах (22), (23) $k_{\perp} \rightarrow 0$, имеем $\omega''q \approx 0$. Это некий пограничный случай между устойчивостью и неустойчивостью.

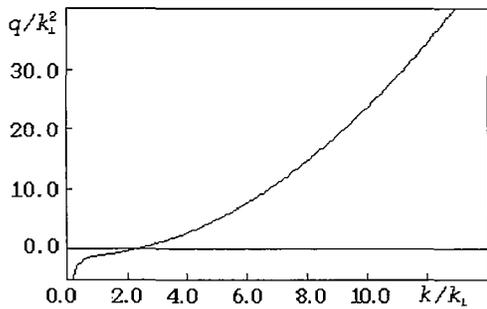


Рис.1. Зависимость коэффициента при нелинейном члене от волнового числа для быстрой ВПЗ (верхний знак в формуле (23))

3. Учет взаимодействия волн

Следует заметить, что, строго говоря, мы получили не одно, а два НУШ - для быстрой и медленной ВПЗ. Чтобы учесть нелинейное взаимодействие этих волн, надо искать v_1, ρ_1, φ_1 в виде

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \rho_1 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1^b \\ \rho_1^b \\ \varphi_1^b \end{bmatrix} A_b \exp(i\theta_b) + \begin{bmatrix} v_1^m \\ \rho_1^m \\ \varphi_1^m \end{bmatrix} A_m \exp(i\theta_m) + \text{к.с.}$$

Здесь и далее все величины с индексами «б» и «м» относятся, соответственно, к быстрой и медленной волне и определяются согласно формулам раздела 2 подстановкой волновых чисел k_b или k_m , являющихся корнями дисперсионного соотношения (6) для данного значения ω .

В порядке ϵ^2 получаем

$$\alpha_2 = \alpha_2^b + \alpha_2^m - ik_+ \frac{k_b k_m}{\Omega_b \Omega_m} A_b A_m \exp(i\theta_+) - ik_- \frac{k_b k_m}{\Omega_b \Omega_m} A_b A_m^* \exp(i\theta_-) + \text{к.с.}, \quad (24)$$

$$\beta_2 = \beta_2^b + \beta_2^m - i \frac{k_+ k_b k_m}{\Omega_b^2 \Omega_m^2} (k_b \Omega_m + k_m \Omega_b) A_b A_m \exp(i\theta_+) -$$

$$- i \frac{k_{\pm} k_{\delta} k_M}{\Omega_{\delta}^2 \Omega_M^2} (k_{\delta} \Omega_M + k_M \Omega_{\delta}) A_{\delta} A_M^* \exp(i\theta_{\pm}) + \text{к.с.}, \quad (25)$$

$$\gamma_2 = \gamma_2^{\delta} + \gamma_2^M, \quad (26)$$

где $k_{\pm} = k_{\delta} \pm k_M$, $\theta_{\pm} = \theta_{\delta} \pm \theta_M$. Ищем v_2 , ρ_2 и φ_2 в виде

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_2 \\ \rho_2 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} -v_{20}^{\delta} \\ \rho_{20}^{\delta} \\ -\varphi_{20}^{\delta} \end{bmatrix} |A_{\delta}|^2 + \begin{bmatrix} v_{20}^M \\ \rho_{20}^M \\ \varphi_{20}^M \end{bmatrix} |A_M|^2 + \begin{bmatrix} v_{21}^{\delta} \\ \rho_{21}^{\delta} \\ \varphi_{21}^{\delta} \end{bmatrix} \frac{\partial A_{\delta}}{\partial X_1} \exp(i\theta_{\delta}) + \begin{bmatrix} v_{21}^M \\ \rho_{21}^M \\ \varphi_{21}^M \end{bmatrix} \frac{\partial A_M}{\partial X_1} \exp(i\theta_M) + \\ & + \begin{bmatrix} v_{22}^{\delta} \\ \rho_{22}^{\delta} \\ \varphi_{22}^{\delta} \end{bmatrix} A_{\delta}^2 \exp(2i\theta_{\delta}) + \begin{bmatrix} v_{22}^M \\ \rho_{22}^M \\ \varphi_{22}^M \end{bmatrix} A_M^2 \exp(2i\theta_M) + \\ & + \begin{bmatrix} v_{+} \\ \rho_{+} \\ \varphi_{+} \end{bmatrix} A_{\delta} A_M \exp(i\theta_{+}) + \begin{bmatrix} v_{-} \\ \rho_{-} \\ \varphi_{-} \end{bmatrix} A_{\delta} A_M^* \exp(i\theta_{-}) + \text{к.с.} \end{aligned}$$

Подставляя (24)-(26) в (7), находим

$$\begin{aligned} v_{\pm} &= \frac{k_{\pm} k_{\delta} k_M}{\Omega_{\delta}^2 \Omega_M^2} \cdot \frac{k_{\pm} (k_{\delta} \Omega_M + k_M \Omega_{\delta}) + \Omega_{\pm} \Omega_{\delta} \Omega_M (k_{\pm}^2 + k_1^2)}{\Omega_{\pm}^2 (k_{\pm}^2 + k_1^2) - k_{\pm}^2}, \\ \rho_{\pm} &= \frac{k_{\pm} k_{\delta} k_M (k_{\pm}^2 + k_1^2)}{\Omega_{\delta}^2 \Omega_M^2} \cdot \frac{\Omega_{\pm} (k_{\delta} \Omega_M + k_M \Omega_{\delta}) + k_{\pm} \Omega_{\delta} \Omega_M}{\Omega_{\pm}^2 (k_{\pm}^2 + k_1^2) - k_{\pm}^2}, \end{aligned}$$

где $\Omega_{\pm} = \Omega_{\delta} \pm \Omega_M$ (φ_{\pm} для дальнейших вычислений нам не понадобятся).

Теперь в α_3 , β_3 дополнительно появятся следующие секулярные члены, обусловленные взаимодействием быстрой и медленной ВПЗ:

$$\begin{aligned} \alpha_3: & ik_{\delta} (v_1^{\delta} v_{20}^M + v_1^M (v_{\cdot} + v_{+})) |A_M|^2 A_{\delta} \exp(i\theta_{\delta}) + \\ & + ik_M (v_1^M v_{20}^{\delta} + v_1^{\delta} (v_{\cdot} + v_{+})) |A_{\delta}|^2 A_M \exp(i\theta_M); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_3: & ik_{\delta} (\rho_1^{\delta} v_{20}^M + v_1^{\delta} \rho_{20}^M + \rho_1^M (v_{\cdot} + v_{+}) + v_1^M (\rho_{\cdot} + \rho_{+})) |A_M|^2 A_{\delta} \exp(i\theta_{\delta}) + \\ & + ik_M (\rho_1^M v_{20}^{\delta} + v_1^M \rho_{20}^{\delta} + \rho_1^{\delta} (v_{\cdot} + v_{+}) + v_1^{\delta} (\rho_{\cdot} + \rho_{+})) |A_{\delta}|^2 A_M \exp(i\theta_M). \end{aligned}$$

Требую уничтожения секулярных членов в порядке ϵ^3 , вместо уравнения (21) получаем систему из двух связанных НУШ

$$i \left(\frac{\partial A_{\delta}}{\partial T_2} + v_{\delta}^{\delta} \frac{\partial A_{\delta}}{\partial X_2} \right) - \frac{\omega_{\delta}''}{2} \frac{\partial^2 A_{\delta}}{\partial X_1^2} + (q_{\delta} |A_{\delta}|^2 + \lambda_{\delta} |A_M|^2) A_{\delta} = 0, \quad (27)$$

$$i \left(\frac{\partial A_M}{\partial T_2} + v_{\delta}^M \frac{\partial A_M}{\partial X_2} \right) - \frac{\omega_M''}{2} \frac{\partial^2 A_M}{\partial X_1^2} + (q_M |A_M|^2 + \lambda_M |A_{\delta}|^2) A_M = 0,$$

причем

$$\lambda_6 = \frac{\Omega_6}{2k_6} \left(k_6 \rho_{20^M} + \frac{2k_6^2 v_{20^M}}{\Omega_6} + \frac{k_M(k_6 \Omega_M + k_M \Omega_6)(v_- + v_+)}{\Omega_M^2} + \frac{k_M \Omega_6 (\rho_- + \rho_+)}{\Omega_M} \right), \quad (28)$$

$$\lambda_M = \frac{\Omega_M}{2k_M} \left(k_M \rho_{20^6} + \frac{2k_M^2 v_{20^6}}{\Omega_M} + \frac{k_6(k_6 \Omega_M + k_M \Omega_6)(v_- + v_+)}{\Omega_6^2} + \frac{k_6 \Omega_M (\rho_- + \rho_+)}{\Omega_6} \right).$$

Численный анализ соотношений (28) показывает, что λ_6 всегда положительно, а λ_M - отрицательно. На рис. 2 приведена зависимость модулей этих величин от ω .

Уравнения (27) часто встречаются при описании модуляционной неустойчивости связанных волн в системах различной природы (см. например [6-9]), причем в общем случае эта система, в отличие от НУШ, не является полностью интегрируемой [10]. Линейный анализ устойчивости пространственно-однородного решения системы (27) свидетельствует о том, что при выполнении условия

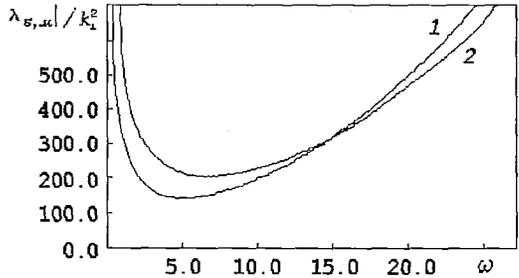


Рис. 2. Зависимость коэффициентов связи в системе связанных НУШ (27) от частоты несущей волны при $k_{\perp} = 10$: 1 - $|\lambda_6|$; 2 - $|\lambda_M|$

$$|\lambda_6 \lambda_M| > |q_6 q_M| \quad (29)$$

оно оказывается неустойчивым даже в том случае, когда каждая из волн в отдельности устойчива ($\omega''_i q_i > 0, i=6, M$) [8,9]. Численный анализ выражений (23) и (28) показывает, что неравенство (29) выполняется практически во всем диапазоне ω^* . Таким образом, для корректного описания модуляционной неустойчивости необходимо использовать систему (27) связанных НУШ, учитывающую взаимодействие быстрой и медленной волн.

Библиографический список

1. Зайко Ю.Н. Устойчивость нелинейных волн пространственного заряда // ЖТФ. 1989. Т.59, № 12. С.137.
2. Шафер В.Ю. Модуляционная неустойчивость волн пространственного заряда трубчатого электронного пучка в волноводе // Краткие сообщения по физике. 1987. № 11. С.29.
3. Руткевич Б.Н., Руткевич П.Б. Модуляционная неустойчивость волн объемного заряда в тонком электронном слое // РЭ. 1990. Т.35, № 3. С.593.
4. Рыскин Н.М. Уединенные волны пространственного заряда // Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т.2, № 5. С.84.
5. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения / М.: Мир, 1988.
6. Берхоер А.Л., Захаров В.Е. Самовоздействие волн с различной поляризацией в нелинейных средах // ЖЭТФ. 1970. Т.58, № 6. С.903.
7. Okamura M. Instabilities of weakly nonlinear standing gravity waves // J.Phys. Soc. Japan. 1984. Vol.53, № 11. P.3788.

* Очевидно, полученные результаты теряют смысл при $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$, когда ω'' обращается в нуль, а коэффициенты q и λ - в бесконечность. Однако для типичных условий экспериментов с реальными электронными потоками характерны значения $\omega \sim 10^{-10} 2$.

8. *McKinstrie C.J., Bingham R.* The modulational instability of coupled waves // *Phys. Fluids B.* 1989. Vol.1, № 1. P.230.

9. *Agrawal G.P., Baldeck P.L., Alfano R.R.* Modulation instability induced by cross-phase modulation in optical fibers // *Phys. Review A.* 1989. Vol.39, № 7. P. 3406.

10. *Zakharov V.E., Shulman E.I.* To the integrability of the system of two coupled nonlinear Schrödinger equations // *Physica D.* 1982. Vol.4, № 2. P. 270.

*Научно-исследовательский институт
механики и физики
Саратовского госуниверситета*

*Поступила в редакцию 11.03.93
после переработки 3.06.94*

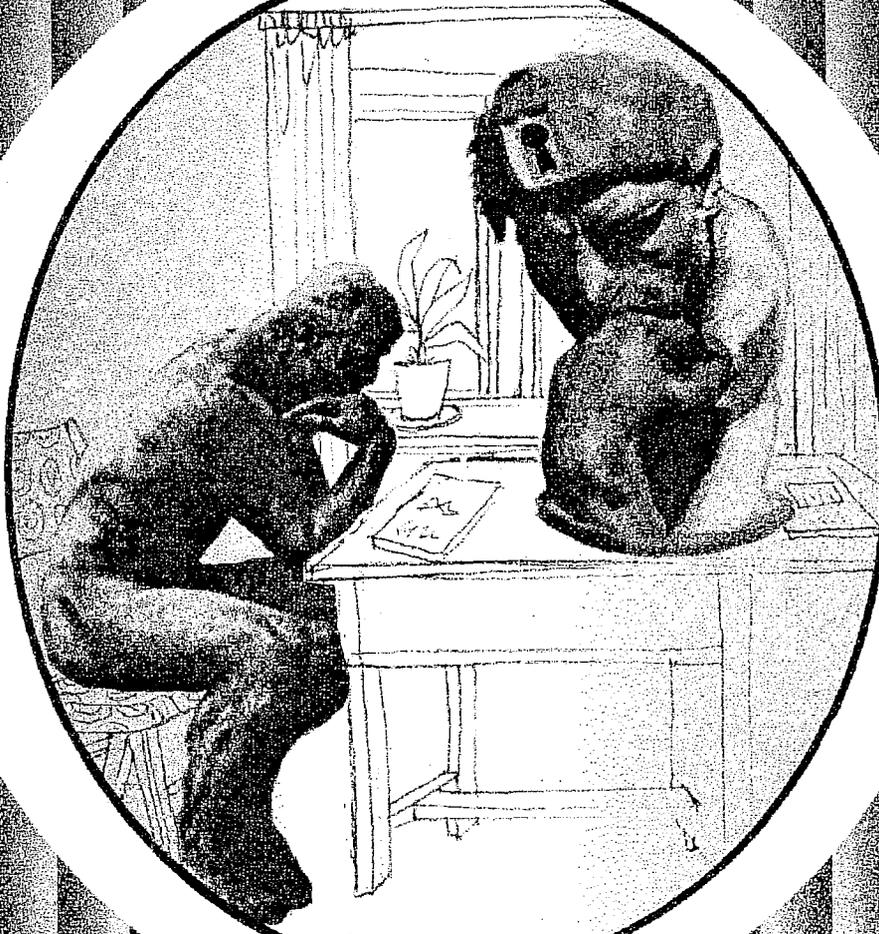
MODULATIONAL INSTABILITY OF SPACE-CHARGE WAVES

N.M.Ryskin

Modulational instability of space-charge waves in a strongly magnetized cylindrical charge-neutralized electron beam in a cylindrical wave guide is investigated. For slowly varying amplitudes of fast and slow space-charge modes a system of coupled nonlinear Schrödinger equations is derived. It is shown, that because of the interaction between the fast and slow modes, waves of almost all wave numbers are modulationally unstable.

М.А.МИЛЛЕР

РАЗМЫШЛЕНИЯ



РАЗМЫШЛЕНИЯ

Лекция I

Автор - Миллер Михаил Адольфович, профессор, физик, посвятивший профессиональную часть жизни электродинамике, в основном макроэлектродинамике, или максвелловской электродинамике. Сейчас - главный научный сотрудник Института прикладной физики АН СССР, и частично - преподаватель Горьковского (ныне уже Нижегородского) Университета. С возрастом (год рождения 1924) у него проявилась естественная тяга к раздумьям общего свойства, наверное, даже превышающим его знания и возможности, но тем не менее, как ему думалось, имеющим некоторую самобытность, что и послужило внутренним оправданием «выпуска на люди» сих мыслей, праведных и не совсем. Толчком же к этому постушку послужили две приглашенные лекции, прочитанные в летних школах в июле-августе 1990 года почти на одну и ту же тему: о способах думанья физиков. Ну, конечно, в этом была изрядная доля претенциозности и самоуверенности: ведь невозможно сказать за всю физику, уж очень она стала переплетенной с многоликой сущностью познания мира вообще, и часто бывает так, что два физика из разных «подфизик» (то есть разных узких специализаций) отдалены друг от друга взаимонепониманием сильнее, чем от нефизиков (разумеется, не всех, но все-таки). Поэтому мысли такого охвата всегда в какой-то мере личны, эгоцентричны, - они собираются около собственного опыта, собственного дела, собственного способа понимания доступных собственному уму вещей и их природы. И даже если они приемлемо точны в ограниченном «круге чего-то», их неумеренное расширение за пределы «мест рождения» чревато недоразумениями - в прямом и переносном смысле этого слова.

Этими известными и пояснительными словами автору (а он умышленно избегает пока личных местоимений в первом лице) хотелось упредить упреки со стороны людей, настолько глубоко сведущих в науковедениях (науках о науках), что всякое посягательство из «глубинки» (почему-то у нас это слово стало синонимом «провинции») могло вызвать ревностное раздражение.

С обеими лекциями в принципе можно знакомиться независимо. Первая прочтена в американо-советском лагере в Татище (вниз по Волге километрах в пятидесяти от Н.Новгорода) и причем на английском языке. Аудитория была весьма неоднородной - в ней насчитывалось более пяти «отрядов по интересам», и лектору было невозможно подстроиться под слушателей без потерь, еще и, разумеется, из-за несовершенства (мягко говоря) его английского языка. Однако ниже приводится именно английский текст, слегка отредактированный с учетом совершенных и замеченных «ляпов».

Вторая лекция была подготовлена для «наших», нижегородских школьников (лагерь в Зеленом Городе, около двадцати километров от Н.Новгорода посуху), она произнесена и написана по-русски - на **первом** (как говорят англичане), **материнском** (как говорят немцы и французы), или **родном** (как говорят русские) языке автора, и поэтому он позволил себе более свободное изъяснение, стремясь следовать доброму правилу соответствия содержания и формы, о чем, впрочем, чуть подробнее говорится в нужном месте. Обрывочность, незаконченность фрагментов, пересекаемость и раскиданность утверждений и намеков входили в замысел, а не являлись последствиями неусердия, торопливости или - что еще хуже - неуважения к слушателям (читателям). И все же письменная версия второй лекции не точно следует устной, ибо последняя скомкивалась при исполнении жесткими временными пределами.

В конце несколько слов благодаренья. Автор вряд ли бы сподобился придать лекциям вид, приемлемый для прочтения (а не только для прослушивания), если бы не убедительные настояния его учителя и друга М.Л. Левина, а также пожелания П.М. Литвинова, который надеется (дай-то Бог ему удачи) использовать какие-нибудь «штучки-дрючки» в тех дальних странах, куда он направлен (выслан) нашей щедрой Державой с просветительскими (по-видимому) целями.

Но это еще не все: автор вряд ли бы довел текст этих лекций до печатного состояния, если бы не помощь двух приятных ему особ - Н.Б. Криваткиной и С.Д. Миллера.

Н.Новгород, осень 1990 - зима 1991



Миллер Михаил Адольфович родился в 1924 году на улице Старая Канава города Сормова Нижегородского края. Во время войны (1942) служил в рядах Красной Армии. Закончил радиофизический факультет Горьковского университета (1949). Некоторое время работал в Горьковском филиале Арзамаса-16, затем поступил в аспирантуру Горьковского университета к профессору М.Т. Греховой. Защищал кандидатскую диссертацию по поверхностным волнам (1953), затем докторскую диссертацию по взаимодействию заряженных частиц с высокочастотными полями (1960). В настоящее время работает главным научным сотрудником Института прикладной физики РАН и по совместительству профессором Нижегородского университета. Научные интересы: электродинамика, физика плазмы и науковедение. Любимая геометрическая фигура - тор.



Изв.вузов «ПНД», т. 2, № 5, 1994

PHYSICISTS. MODES OF THINKING HOW PHYSICISTS DO THINK ON PHYSICS

Lecture 1

(delivered at the Soviet-American camping school Tatinetz 10.07.90)

M.A. Miller

Prewords

I am out of practice lecturing in English. Therefore I have written my text beforehand. I shall consult my notes. Such a mode of speaking I would call lecturing with «self-prompting». It is certainly true only if the text is composed by the author himself. Obviously, another mode would be referred to as impromptu speaking. (I would not dare to improve the English language by putting in it the international term exprompting).

The lecture is divided into sections. I call them units. And I would like to inform the listeners about the titles of these Units in advance. Thus,

- Unit 1. Introduction. Greetings and Apologies
- Unit 2. Domestic Theorems for Personal Use
- Unit 3. Look! Put in Order! Connect!
- Unit 4. Why I Like the Number Three
- Unit 5. Three Types of Thinking
- Unit 6. Please Choose Three Miracles
- Unit 7. The Main General Principle
- Unit 8. The Creation of the Universe
- Unit 9. Thanksgiving

Once upon a time one man of wisdom from England claimed: the brain is a wonderful organ, it starts working the moment you get up in the morning and does not stop until you get into the office... To verify this statement I start ...

Unit 1. Introduction. Greetings and Apologies

In the beginning I should like to tell you that it is a hard pleasure for me to speak to such an unusual audience. I feel the difficulties of three types which will have to be overcome. At least three.

One is a language difficulty. I am a firm believer in the essential and sufficient role which any language (and the language of words especially!) plays in the process of

thinking. Therefore I distinguish not only English and Russian *speaking listeners* but English and Russian *thinking thinkers* too. The World of words (or the Space of words) is not identical to the World (the Space) of thoughts. Why so? Is it equally right for all developed languages? Or following the well-known advice (slightly adapted to the case), may be all languages are equal but some languages are more equal than the others? More suitable for thinking?

There exists a set of questions and I am unable to find answers in every case. I am not sure that all of these questions belong to the class of the so-called *answerable questions*. I can go on asking you: what do you think about bilingual children? or about artificial languages that are studied from early (initial) childhood? May these factors change the entire system of human thinking? And so on. That is the first problem I propose for investigation, the problem of high importance: the whole life can be dedicated to reveal this **Enigma of the Nature**.

The second difficulty is connected with the audience. I know nothing about your interests and your goals which have brought you to this place. I guess only that the audience is very nonuniform and that it will be impossible to satisfy everyone (including myself too!).

Once upon a time one man of wisdom from England used to say: Every reasonable man would be adapted to the world whereas the unreasonable one would be trying to adapt the world to himself. Under this instruction you must play the role of the world and I shall be trying to pretend to be both a reasonable and an unreasonable person simultaneously.

And, finally, the third reason for my troubles. I suspect that it is of greatest significance for our mutual intentions to understand each other. My lecture (or oral communication, or talk) has a very strange title «How Physicists Do Think on Physics». However, frankly speaking, I do not know how they do it. But sometimes ignorance can stimulate some kinds of aggressive activities. It seems to me that I am one of the so-called professed physicists (*do not confuse or do not mix up with professional one!*) and hence I am able to demonstrate (to show in action) the ways of thinking of physicists without thinking about thinking and so on ... Then you will be able to observe my attempts and draw good conclusions yourselves.

Unit 2. Domestic Theorems for Personal Use

Very often under unpredicted circumstances I used to employ the theorems which I call the theorems for personal use or «domestic theorems». As a rule they need not be proved being not unprovable in principle and being not trivial each time. The first example serves the purpose to explain my point of view both on the claimed (declared) subject of lecture and on the ways of application of some types of domestic theorems. I like to conceal the lack of self-confidence by means of the following statement (assertion): **The best way to understand something is to lecture on the subject concerned**. Obviously such a theorem can be verified (checked) only by testing. It justifies my hopes to understand something about modes of thinking. By the way, this theorem is nothing but a variant of the well-known English saying: The proof of the pudding is in the eating. Therefore I shall refer to it as to «the theorem about pudding».

Once upon a time one monk of wisdom from medieval Europe proposed another «intelligent» theorem. Some people consider it as a fundamental principle of our approaches to the interpretation of the Nature. However, I prefer to treat it as a guide to action. I suppose that some of my listeners (or readers) have heard about it. This is the so-called «theorem about razor» (quite a domestic instrument, isn't it?) or «the theorem about Occam's razor». And now listen attentively to the Latin sounding (phonation) of this universal Occam's theorem: *Non sunt multiplicando entia practer necessitationem*. At those times Latin was the common scientific language for communication of scientists by correspondence. Although I am not sure that they used it as a language of thinking. The English translation expressed with high solemnity is: **Entities are not to be multiplied beyond necessity**. I repeat: it is sooner a recommendation than the absolute truth. And it

may be transformed into a model domestic command: *Simplify without losses!* In the Russian slang I am able to put it into more expressive words: **Упрощай, не упуцая!**

Thus, the first theorem mentioned above made us act fearless, the second one taught us the best method of action. And the theorem to follow (the third one) will give us a piece of good advise about more adequate wording of the results of actions. Here it is: **Any result (conclusion, law, assertion, theorem, proposition, affirmation etc.) might be expressed in the form adequate to the richness of the content, neither over-colouring nor undercolouring the truth stated in it.** It declares the equilibrium between logic and feeling. Though I am not sure that my formulation of this theorem has satisfied by itself the condition demanded to be met by it. And furthermore, may be you will be able to invent several similar theorems for personal use which will give you help (or relief!) in your throes of investigation.

Unit 3. Look! Put in Order! Connect!

It might appear that the introductory presentations have taken too much of our time. It is not quite right because I have been eating my pudding without notifying this. There exists a great number of scientific approaches to the problems appearing both *outside* and *inside* us. But, as a rule, they have two common starting points. In the beginning of an investigation every normal person (and it concerns almost all scientists with rare but prominent exceptions) must have a look around. It is the stage of observation. (**Look!**) The second intention of a normal person is to systematize the phenomena observed. (**Put in order!**) And, finally, the third step (as usual as possible) consists in finding the casual relationships between results of the observation and systematization (**Connect!**) or, in other words, in assigning the laws (or something else) to the Nature. Another point of view: the Nature prompts us the laws (or something else) and we must be studious pupils if we want to hear its voice.

When I was speaking about my difficulties of lecturing I followed these instructions: to observe! to classify! and to connect! ⇒ the audience! the difficulties! the ways of understanding something among everything! and vice versa ...

Unit 4. Why I Like the Number Three

It is now high time for a lyrical digression from the main train of my meditations. Any well-composed speech (as well as some ways of thinking), I suppose, is characterized by unpredicted fragments inserted into it by unexpected excursus. In terms of mathematics the moving speech must be slightly unanalytical. I am sure, the following frank confession of mine will be quite unexpected to you: I like the number **three** more than the other ones! And I cannot explain strictly logically why I do it. Do you mind to ask yourselves what number you like! Perhaps, you like no numbers at all or you have never thought about your attitude to them.

I shall try to explain «my bias» towards the number **three**. Sometimes I like to amuse myself by inventing mathematical or physical games with unusual rules. Now I shall tell you about one of my favorite games which is of interest from the pedagogical viewpoint too. Let us choose a number, any arbitrary number. Then let us try to find out some property or some phenomenon in the Nature which can be associated with the number you have chosen. For instance, the number **one** is associated with God, with the Universe or with the single «internal I» (*ego*). The number **two** can be related to two signs of electric charge or to the male/female duality or to the left and right asymmetry ... The number **three** can resemble us the three-dimensional world we live in ... And so on ...

It is the modern generalization of the Hebraic mysterious teaching (doctrine) which is known as the Cabbala. Our speculations can be characterized as a kind of natural Cabbala. My new «domestic theorem» is the following: the winner of this game is the number **three** (if we take into account both the quantity and the quality of associa-

tions!). I believe that it is true. Try to disprove it or try to adopt my Faith. A good exercise to train your brains!

Unit 5. Three Types of Thinking

It is impossible to survey all information about our ability to think as well as about the structure of human brain. I shall outline some points of «clinical observations» only. One can distinguish three modes of thinking. (Please, note! We have encountered the number **three** again!). One is the logical thinking. Some people qualify it as the *algebraic* (series, step-by-step) mode of thinking. For 90% of individuals (the right-handers) the left hemisphere of the human brain produces (or generates) such sorts of thoughts dominantly. The second form belongs to the class of imaginative (*geometrical* or parallel) thinking. The corresponding work is produced by the right hemisphere dominantly. And, finally, the third mode is the most mysterious thing: it is the intuitive thinking, slightly or fully chaotic (*unanalytic*), its «sources» being distributed over the entire brain but dominating in the deep layers of cerebral tissues. The «clinical diagnostics» which I described above (in extremely primitive approximation!) should not be taken (interpreted) absolutely. To know everything is to know nothing. Nevertheless all these points are reasonable in general outlines.

Every intellectual process involves all three modes of thinking being represented in different ratios. Consequently, one distinguishes three types of thinkers, depending on the dominating mode of thinking which is always an inherited trait (almost without exceptions). I like to call these thinkers in my own way (manner): left-minded men (and women, of course), right-minded men and chaotic-minded men (thinkers by intuition, by subconsciousness). The last term is not so felicitous as the two foregoing ones. I do not know a good English equivalent for the Russian: шалавий, шебутной, интуитор, «наитик».

A series of questions may be proposed. Who is who? - that is the first question. Are you right-minded, left-minded or mixed-minded (in the sense of combined-minded, or in Latin - *ambidextrous* or double-right-handed)? And who is who in the History of Science, Culture, Politics, etc.? Whose efforts were of the most valuable contribution to the Civilization? It is an outstanding problem, some of its aspects are intelligible even to a non-specialist. My answer is: the right-minded thinkers made a more significant contribution but they would not have succeeded in it if there had not existed left-minded people! And the best of all are yet combined-minded thinkers with a slight predomination «right» over «left».

UNIT 6. Please choose three miracles

We are going on praising the plentifulness of events, facts, effects associated with the number **three**. Now I want to draw you to take part in a new game. Please choose «three anything» - three events, three Great Men; three phenomena, three highest achievements of our Civilization ... which seem to be the most surprising for you. Three Miracles of the World from your viewpoint (opinion or impression). It is not only an entertainment but an instrument of investigation of your interaction with the World. The choice is dependent on such factors as age, character, temper, social status, standard of culture and education, etc.

My answer is the following:

1. The phenomenon of the utmost importance for me is the existence of thoughts. The process of thinking. The ability of a human being (and, partly, animal) to think, to produce thoughts ...

2. My second Miracle of the World is the existence of General Principles that govern all motions and processes in the Nature. It is wonderful, indeed, to reveal that there exist universal laws in the Nature and that they are true throughout the Universe. Frankly speaking, it must be confessed that in my heart of hearts I doubt it but my hesitations only add to the High Rating of the Miracle.

3. The subject of my third **shocking** astonishment is a combination of the two

foregoing ones. I am deeply surprised that human beings are able to understand the Principles of Organization of the Nature using their skill to think.

The last point is not so trivial as it might appear at first sight. A human being consists of particles and fields that are quite the same as all matter in the Nature, therefore the third property declares the ability to understand itself by itself, i.e. without involving in the process of understanding any other means from mysterious «outside».

These are my **three**. I would be happy if you supported my choice even if your own choice does not coincide with that of mine.

Unit 7. The Main General Principle

We proceed eating our common pudding employing some other «domestic theorems» without overemphasizing them. Especially often we use «the theorem about razor» and cut all factors of minor importance (as it seems to us today! or as it seems to **me** just now under a strict time limit). Thus, I shall draw your attention only at the Second Miracle I have chosen above.

Let us try to think over the sense of this Miracle. If there exists a **General Principle of Organization of the World**, it can be revealed always and everywhere in observable and latent form. Then everyone is able to detect it easily if one is able to look! to put in order! and to connect! The best way to discover it is to consider some simplest models (simplify without losses!...). Dealing with physics one prefers to call them ideal models (systems).

Let us take a point particle and try to study its motion under the action of external force. I omit all details of theoretical investigations, brain-twisting and guess-work and go straight to the result (to the answer). Along any real track of an arbitrary real particle, the difference between the kinetic energy and the potential energy is always (always!) minimized (in general cases, optimized). Then a bright surmise is sure to appear in our minds: the Nature likes to save its energy resources. A similar picture is true in electromagnetism: the difference between magnetic and electric energy tends to be minimized in any possible process.

After fruitful meditation we will arrive at a wonderful discovery: any system can be characterized by a function of several parameters which is minimized (optimized) in the real motion or process. Scientists invented a very expressive name for this function in physics: **The Function of Action**. And the corresponding General Law is known as **the Principle of Least (minimized) Action (PLA)**. Is it only the first step that is always the hardest one? Or does it take all kinds to make this World? But nothing succeeds like the first success. If all elementary motions are governed by the PLA, then all combinations of those motions (which our «macrolife» consists of) must contain traces of such properties. Naturally, most macrosystems are too complicated: a great number of separate motions (including the motions of thoughts!) take part in it. And very often we are unable to recognize what function must be minimized (or optimized), being sure that it exists in principle. The Principle exists in principle! All our deeds and thoughts tend to be optimal in a definite (not always understandable!) sense. And we live and enjoy ourselves without meditating upon it, without being plunged in the thoughts about our deeds and thoughts. We are able to solve most problems of optimization automatically. We live in the World of Optimization, probably, we ourselves are the Product of Optimization.

Once upon a time one man of wisdom from Germany said: God does not know how to calculate (to integrate and so on) because he solves all problems empirically. And we are created in His own image, after His likeness. Therefore we know how to act empirically also involving all intuitive power based on the acquired (gained) experience as well as on genetic instructions (experience of the former generations) and, in the final analysis, on the PLA.

When we are packing a suitcase or when we are planning our life we are taking part in the process of optimization.

The most ancient case of optimization is the problem of loading Noah's Ark. The

first rescue expedition but not the last one, I fear. A quite modern problem - how to survive under unfavourable condition of limited resources of everything. About hundreds of solutions have been proposed and developed, one better than another, and at the same time, one worse than another. Do you want to examine yourself and to propose your own project: an empirical solution of an optimization problem. You will see that it is a very-very-difficult task even to state the problem, to find not only the aim but also the means of achieving it. My own solution is trivial: the optimal Noah's Ark is our Solar System. And we should not hurry to leave it for the other World.

UNIT 8. Creation of the world

Now it is high time to get to the happy end. The organizers of the school told me that every school-day must resemble the corresponding Day of Creation described in the Holy Bible. Today is the Sixth Day. The Day when God created man in His own image. Are you able to repeat His work or do it better?

This will be my last proposition to you: make an attempt to create your own Universe. You are permitted to have at your disposal all that you want to have, all fruits of your imagination, even those which were forbidden in «the previous reality» (the real reality is more primitive than the virtual one!).

It is very interesting to know what you will begin with. What must one put in the Beginning? The Word, the Idea or the Action? Remember that according to «the classical variant of Creation, in the Beginning God created the Heaven and the Earth ... and darkness was upon the face of the deep ... and God said, let there be light and there was light. And God saw the light, that it was good: and God divided the light from the darkness.»

Do you think that this way of Creation was optimal? Maybe it would be more reasonable to start from a good universal Idea, and best of all, from the establishment of the Principle of Least Everything (PLE) and, in particular, of Least Action (PLA)? Imagine: In the Beginning God invented the Principle of Least Everything (PLE) and God saw it was good... And as a result of the application of this principle the darkness and the light were divided all by themselves ... and so on ...

UNIT 9. Thanksgiving

Thank all the listeners (and readers) for understanding and good reaction. Especially I thank those schoolgirls and schoolboys who were not comprehending my words and/or my thoughts but in spite of that were trying to take in my speaking as a whole.

Once upon a time one man of wisdom from Poland remarked: It makes me laugh to look at two left-handers when they are shaking their right hands to greet each other. So it was funny for me to speak English to the Russian-speaking (and Russian-thinking) subgroup. I am sure this lecture would better be performed in Russian. And the quality of the performance (as I persuaded you in Unit 2) must be brought into correlation with the richness of the content. I hope that every linguistic subgroup will make up for the corresponding deficiency without my assistance. **Thanks!**

© М.А. Миллер. Размышления о размышлениях. Две лекции на летних физматшколах. Препринт № 315. Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН, 1992. 46 с.



К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В КОЛЬЦАХ САТУРНА

Н. О. Бессуднова

Спицеобразные азимутальные возмущения в кольцах Сатурна анализируются на основе гидродинамического подхода и математического моделирования волн пространственного заряда в трехпоточковой системе методом «частица в ячейке». Даны компьютерные иллюстрации «спиц».

Существует несколько моделей для описания азимутальных спицеобразных возмущений, наблюдаемых на фоне неоднородной структуры кольца В Сатурна. Одна из них - представление широкого кольца, состоящего из множества элементарных колечек, в виде совокупности, лежащих в одной плоскости узких прямолинейных потоков заряженных частиц, разделенных столь же узкими зазорами, и анализ волновых процессов в такой системе. На основе этой модели П. В. Блюх и В. В. Ярошенко построили линейную теорию спицеобразных возмущений и проанализировали возникающую в системе неустойчивость [1].

Целью данной работы является построение упрощенной нелинейной теории наблюдаемых неоднородностей, имеющих волновой характер. В общем виде анализ данной модели представляется достаточно сложным из-за множества потоков и сортов частиц. Поэтому ограничимся рассмотрением трех моноскоростных квазинейтральных потоков заряженных частиц. Предположим, что пылевые частицы одинаковые, что позволит не учитывать распределение частиц по сортам; электроны и ионы плазмы находятся в состоянии коротации с магнитосферой Сатурна, то есть для их скоростей выполняется соотношение $V_{0i}^{(e,i)} = 0$. Существует два подхода к решению задачи. Один основан на гидродинамическом представлении, другой - на использовании метода крупных частиц при исследовании динамики спицеобразных возмущений в трехпоточковой системе.

В основе гидродинамической модели лежат нелинейные уравнения движения, уравнения непрерывности для отдельных потоков и уравнение Пуассона для электрического потенциала ϕ

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial y} = -\eta \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i V_i)}{\partial y} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{q}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^3 n_i, \quad (3)$$

где i - номер потока; V_i - скорость i -го потока; φ , n_i - потенциал и концентрация пылевых частиц вблизи i -го потока.

Полагаем для простоты, что потоки бесконечно широкие, - это и позволяет перейти к одномерной модели. Пусть в начальный момент времени в одном из потоков существует малое гармоническое возмущение. Если скорости потоков близки, то благодаря существующей в системе неустойчивости данное возмущение развивается. Образующиеся сгустки и разрежения плотности пространственного заряда, которым соответствуют сгустки и разрежения плотности вещества, распространяются по направлению движения потоков. При этом профиль волн скорости искажается, волны становятся круче. В момент времени $t \approx 7\omega_p^{-1}$ передний фронт волны становится вертикальным, и производная $\partial V/\partial y$ обращается в бесконечность. Соответствующие зависимости плотности пространственного заряда и скорости потоков от бегущей координаты $\xi = y - V_{01}t$ представлены на рис. 1. В последующие моменты времени скорость становится неоднозначной функцией координаты, и уравнениями (1) - (3) для описания интересующих нас возмущений пользоваться уже нельзя.

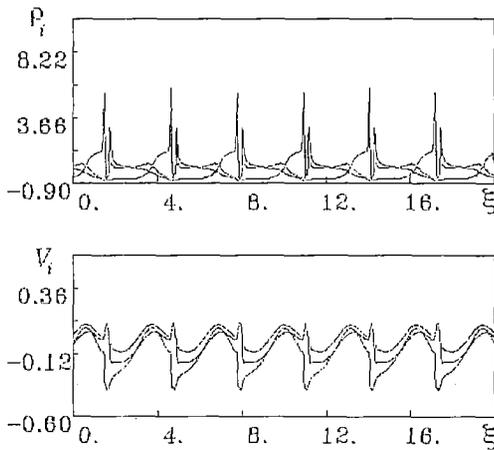


Рис. 1. Зависимости $\rho_i(\xi)$ и $V_i(\xi)$, полученные на основе гидродинамической модели

Второй подход к решению задачи моделирование динамики спицеобразных возмущений на основе метода «частица в ячейке» [2,3]. Исследуемая модель кольца В позволяет осуществить два предельных перехода. Если расстояние между элементарными колечками велико, то приходим к описанию волн пространственного заряда, распространяющихся в изолированном потоке заряженных частиц. Наибольший интерес представляет второй предельный случай, когда элементарные колечки смыкаются друг с другом. Тогда задача о динамике спицеобразных возмущений сводится к анализу трех эффективно взаимодействующих потоков заряженных частиц. В качестве исходных примем следующие

безразмерные уравнения для скоростей и координат частиц в отдельных потоках

$$V_{i,m}^{t+1/2} = V_{i,m}^{t-1/2} + E_m^t, \quad i = 1, 2, 3, \quad (4)$$

$$y_{i,m}^{t+1} = y_{i,m}^t + V_{i,m}^{t+1/2}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Здесь $y_{i,m}^{t\pm 1/2}$, $V_{i,m}^{t\pm 1/2}$ - координата и скорость m -ой частицы i -го потока в моменты времени $t \pm 1/2$; E_m^t - поле пространственного заряда, действующее на частицу номера « m » в момент времени t , выражение для которого получается из решения уравнения Лапласа для функции Грина при заданных граничных условиях [4]

$$\epsilon(y,t) = \frac{1}{2\pi b^2 \epsilon_0} \int_0^L \rho(y',t) \exp\left\{-\frac{2|y-y'|}{b}\right\} \text{sgn}(y-y') dy',$$

где b' - радиус потока, L - характерная длина системы, ρ - плотность пространственного заряда. Перепишем последнее соотношение в принятых выше обозначениях

$$E_j' = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N_c} \sum_{i=1}^3 \Theta_{i,k}^2 \exp\{-\alpha|j-k|\} \operatorname{sgn}(j-k), \quad (6)$$

где j, k - номера ячеек, α характеризует радиус действия сил пространственного заряда, N_c - количество ячеек, Θ - параметр, пропорциональный плотности пространственного заряда ρ . Последняя на границах ячейки аппроксимируется распределением заряда каждой частицы между двумя ближайшими границами ячейки, как указано в [2].

Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 2 в виде зависимостей скорости и плотности тока трех потоков от координаты.

Моделирование динамики возмущений методом «частица в ячейке» проводилось при следующих параметрах: характерной частоте $\omega = \pi/10$, оцениваемой по обратному времени жизни «спиц»; скоростях $V_{01}=1.00$, $V_{02}=1.01$, $V_{03}=1.02$; числе частиц на ячейку, равному 3; количестве ячеек $N_c=500$. На начальном участке пространства взаимодействия малое возмущение, подаваемое на вход системы, нарастает. Дальше существенны нелинейные эффекты. Отчетливо прослеживаемая структура «пиков» плотности тока по всей длине пространства взаимодействия, по-видимому, соответствует устойчивым группам отдельных неоднородностей, распространяющихся на фоне сложной радиальной структуры кольца В.

В данной модели рассмотрен лишь один механизм возникновения и динамики спицеобразных возмущений, основанный на конвективной неустойчивости в системе трех взаимодействующих потоков. Однако, существуют и другие механизмы неустойчивостей, связанные с множеством потоков и сортов частиц в реальной системе. Например, возможны аналоги кинетической неустойчивости при соответствующих функциях распределения по потокам и сортам частиц [1]. Но этот вопрос нетривиален и требует более детального изучения.

Автор выражает искреннюю благодарность Д.И. Трубецкову за предложение интересной темы исследования и помощь в процессе выполнения работы.

Библиографический список

1. Блюх П. В., Ярошенко В. В. Электростатические волны в кольцах Сатурна // *Астрономический журнал*. 1985. Т. 62, вып 3. С. 569.
2. Morey, I.J., Birdsall C. K. Travelling Wave Tube Simulation: The IBC Code // *IEEE Trans. on Plasma Science*. 1990. Vol. 18, №3. P. 482.
3. Бэдсел Ч., Ленгтон А. Численное моделирование и физика плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1989.
4. Роу Дж. Нелинейные явления в приборах СВЧ. М.: Сов. радио, 1969.

Саратовский государственный
университет

Поступила в редакцию 19.09.94
после переработки 28.11.94.

TO THE NONLINEAR THEORY OF THE ELECTROSTATIC WAVES IN THE SATURN RINGS

N. O. Bessudnova

The azimuthal disturbances in Saturn rings are analysed basing upon the hydrodynamical approach and the mathematical simulation of the space charge waves in the three streams system by the PIC technique. The computational illustrations of the «spokes» are presented.



Бессуднова Надежда Олеговна - родилась в 1973 году в городе Вольске Саратовской области. Студентка физического факультета Саратовского университета. Область научных интересов - моделирование нелинейных явлений в потоках заряженных частиц, нелинейная динамика.



ПОЗДРАВЛЯЕМ

Анищенко Вадима Семеновича,
Саратовский госуниверситет;
Белых Владимира Николаевича,
Волжская госакадемия водного транспорта,
Нижний Новгород;
Ерухимова Льва Михайловича,
Нижегородский госуниверситет;
Калиникоса Бориса Антоновича,
Санкт-Петербургский
электротехнический университет;
Климентовича Юрия Львовича,
Московский госуниверситет;
Ланда Полину Соломоновну,
Московский госуниверситет;
Неймарка Юрия Исааковича,
Нижегородский госуниверситет;
Трубецкова Дмитрия Ивановича,
Саратовский госуниверситет

с международным признанием
Вашей научной деятельности,
подтвержденной присуждением
звания

Соросовского профессора.
Будьте здоровы! Успехов Вам в
ученых и «неученых» делах!

Редакционная коллегия





Изв. вузов «ПНД», т. 2, № 5, 1994



The International Conference on
NONLINEAR DYNAMICS AND CHAOS
Applications in Physics, Biology and Medicine
ICND-96

Saratov, Russia, July 7-14, 1996

First Call For Participants

The International Conference ICND-96 will be held at the House of Knowledge, in Saratov, Russia on July 7-14, 1996. The conference is open to all the world. Participants who have presented original works in different fields of Nonlinear Dynamics and its Applications to the problems of physics, medicine and biology are invited. It is suggested to include the following fundamental scientific problems in the Conference Program:

Bifurcations and Chaos
Nonlinear Waves and Structure Formation
Noise-Induced Phase Transitions
Self-Organisation
Nonlinear Brownian Motion
Numerical Methods and Computer Simulation
Controlling Chaos
Statistical and Qualitative Theories
of Dynamical Systems
Stochastic Resonance

Stochastic Processes and their Applications
in Biology
Granular Media
Dynamics of Electronic Circuits and Systems
Signal Processing and Diagnostics in Medicine
and Biology
Lasers and Optical Systems
Laser and Optical Technologies in
Biomedicine

Organiser

Saratov State University

In cooperation with

Russian Academy of Sciences
State Committee on Higher Education of Russia
International Society on Optical Technology, Russian Dept. (SPIE/Russia)
International Laser Center at Moscow State University
Russian Foundation of Fundamental Researches
International Science Foundation (Soros Foundation)

Honourary Chairs

W. Ebeling (Germany), F. Moss (USA), D.I. Trubetskov (Russia)

Co-Chairs

V.S. Anishchenko (Russia)-Chairman F. Marchesoni (Italy)
L.O. Chua (USA) P.V.E. McClintock (England)
P. Hanggi (Germany) V.V. Tuchin (Russia)

Tech.Program Chair

A.B. Neiman (Russia)

Advisory Committee

N. Abraham (USA), V.S. Afraimovich (USA), E. Altman (Japan), O.V. Angel'sky (Ukraine), V.N. Belykh (Russia), I.E. Brill (Russia), A. Bulsara (USA), H.J. Caulfield (USA), B. Chance (USA), P. Cvitanovic (Denmark), Yu.A. Danilov (Russia), A.S. Dmitriev (Russia), C. Doering (USA), V.M. Eionsky (Russia), C. Grebogi (USA), Yu.V. Gulyaev (Russia), S.N. Gurbatov (Russia), M. Hasler (Switzerland), K. Kaneko (Japan), T. Kapitaniak (Poland), H. Kawakami (Japan), G.T. Kazakov (Russia), S.M. Khanna (USA), Yu.L. Klimontovich (Russia), Yu.A. Kravtsov (Russia), J. Kurths (Germany), S.P. Kuznetsov (Russia), P.S. Landa (Russia), A.N. Malakhov (Russia), R. Mannella (Italy), B. Masters (USA), L.A. Mel'nikov (Russia), E. Mosekilde (Denmark), G. Nicolis (Belgium), M. Ogorzalek (Poland), A.V. Priezhev (Russia), M.I. Rabinovich (Russia), Yu.M. Romanovsky (Russia), O.V. Rudenko (Russia), L. Schimansky-Geier (Germany), V.D. Shal'feev (Russia), L.P. Shil'nikov (Russia), Ya.G. Sinai (Russia), N.I. Sinitin (Russia), R.L. Stratonovich (Russia), M.C. Teich (USA), K. Wiesenfeld (USA)

Secretaries

N. Janson, O. Sosnovtseva, G. Strelkova

Authors are invited to submit *three copies* of a summary of 1 page to:

ICND-96, secretariat
G. Strelkova
Lab. of Nonl. Dynamics
Dept. of Physics, Saratov State University
Astrakhanskaya str. 83
Saratov, RUSSIA 410071
e-mail: ICND@chaos.saratov.su

Authors' schedule

Information on your participation in the conference

and indication of the topic of your paper:	June	15, 1995
Deadline for submission of summaries:	September	15, 1995
Notification of acceptance:	November	15, 1995
Deadline for camera-ready manuscript:	at the Conference	

Inquiry form:

Nonlinear Dynamics and Chaos - Saratov, Russia, July 7-14,1996

Registration deadline: June 15, 1995

Last Name..... First Name

Institution Department

FAX E-mail

Mailing address.....

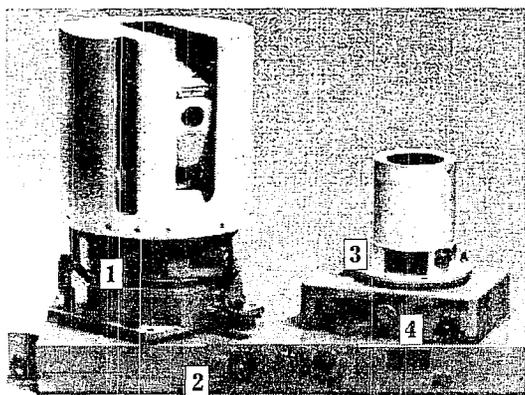
Field

Title of your paper

Please check or fill in:

1. Yes, I would like to receive a second circular ()
2. I'll submit a summary ()
3. I'll probably attend the conference ()

Измеритель солнечной постоянной 2-го поколения (ИСП-2) на спутнике «Метеор - 3» № 7



Спутниковый измеритель солнечной постоянной (ИСП-2). 1 - Блок наружный с солнечными каналами и следящей системой. 2 - Блок электроники. 3 - Блок наружный канала измерений УКР. 4 - Блок электроники канала измерений УКР

годичному движению Солнца, так что прохождения Солнца через плоскость орбиты повторяются приблизительно через 105 дней. Режим работы аппаратуры: 2 витка в сутки. Приём информации осуществляется на пункте приема НПО ПЛАНЕТА в г. Обнинске с последующей передачей в НИИМФ СГУ. Первичная подготовка файлов информации от ИСП-2 осуществляется во ВНИИГМИ-МЦД Росгидромета.

Итоги работы в 1994 году

Наблюдения проводились с двумя перерывами продолжительностью около 2.5 месяцев каждый из-за наличия периодов затенения аппаратуры корпусом ИСЗ.

Получено наблюдений солнечными каналами: рабочим за 147 дней, калибровочным за 84 дня. Канал УКР работал 147 дней.

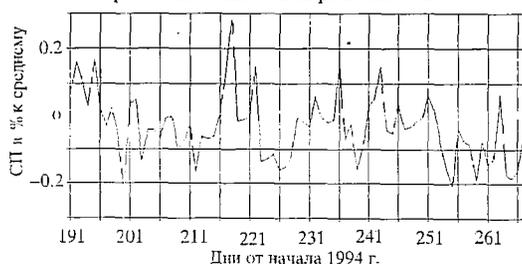
Состояние аппаратуры: а) работают все измерительные каналы; б) нормально работает система поиска и слежения за Солнцем, сбоев не отмечено; в) нормально обеспечивается прохождение всех команд управления; г) все датчики и цепи контроля действуют и отражают фактическое состояние системы ИСП-2.

Предварительные результаты

1. Оценена чувствительность солнечных каналов. Ее величина приблизительно равна $\pm 0.02\%$ от солнечной постоянной (СП), чего вполне достаточно для выявления вариаций СП.

2. Найден вариант учета долговременной составляющей изменения температуры блока измерительного с солнечными каналами (обусловленной, в том числе, периодами полного затенения аппаратуры). Приведение рядов величин СП к единой температуре показало, что стабильность солнечных каналов удовлетворительна. Отдельные пики

Фрагмент записи СП рабочим каналом



достигают величины $\pm 0.3\%$ от СП, такие же пики отмечались и в других программах измерений СП.

3. Найдена взаимная корреляция обоих рядов СП за период июль - сентябрь 1994 г., когда оба солнечных канала (рабочий и калибровочный) работали одновременно. Коэффициент корреляции равен 0.47. В литературе отмечается, что в американских рядах одновременных наблюдений СП максимальная корреляция двух независимых рядов оказывалась в максимуме солнечной активности (до 0.9), а минимальная падала до 0.19 - 0.14 и даже 0.06 в период минимума. В этом проявлялось влияние кратковременных событий на Солнце, приводящих к изменениям интегрального потока. Наши наблюдения проводились на ветви спада солнечной активности, но не в минимуме. Поэтому взаимная корреляция двух рядов представляется вполне нормальной (она дает представление об одновременной регистрации событий на Солнце).

4. Для выявления характерных периодичностей в солнечном потоке были получены спектры мощности наших наблюдений. Они показывают отчетливо выраженные периоды около 28 и 13 - 14 дней. Это известные периоды, связанные с вращением Солнца и отмечавшиеся ранее по различным индексам, а также в аналогичных рядах измерений СП.

Таким образом, аппаратура ИСП-2 имеет необходимые возможности для исследования явлений на Солнце. Проблема абсолютной привязки рядов измерений СП, полученных аппаратурой ИСП-2, в настоящее время решается.

5. Разработаны: программа визуализации для изучения результатов всех измерений, привязки данных КВ канала УКР к картам различных проекций; программа получения УКР и альbedo. Предварительные данные обработки показывают, что величины альbedo, полученные в нашем эксперименте, близки к данным других аналогичных проектов.

Работа аппаратуры на ИСЗ продолжается. Накоплен большой объем экспериментальных данных. Ведется их обработка и изучение с целью дальнейшего совершенствования аппаратуры. После учета погрешностей и решения проблемы архивации данных измерений, они будут доступны для дальнейшего использования.

Для калибровки спутниковой, аэростатной и наземной аппаратуры аналогичного назначения лаборатория располагает группой прецизионных пиргелиометров, аттестованных в качестве образцовых средств I разряда. Основные технические решения создаваемой аппаратуры защищены рядом авторских свидетельств и патентов.

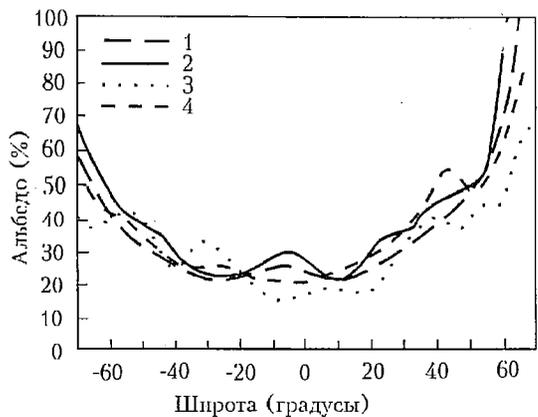


График широтного распределения альbedo. Кривые (1) и (2) - средние за январь 1983г. величины альbedo по данным ИСЗ «Nimbus - 7». Кривые (3) и (4) - по данным КВ канала ИСП-2 мгновенные значения альbedo за 24.02.94 и 27.02.94 соответственно

*Научный руководитель проекта,
главный конструктор,
д.т.н., профессор Ю.А. Скляр*

410071, Саратов, Астраханская, 83, СГУ
Тел.: 8(8452) 514 295
Факс: 8(8452) 240 446
E-mail: Postmaster@scnit.saratov.su

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

Правила оформления рукописей

1. Статьи объемом не более 16 страниц должны быть напечатаны на белой бумаге через два интервала и представлены в двух экземплярах. При компьютерном наборе размер шрифта - не меньше стандартного машинописного.

2. На первой странице перед текстом статьи должны быть напечатаны: индекс УДК, название статьи, инициалы и фамилии авторов, *краткий реферат статьи, составленный по форме удобной для непосредственного включения его в РЖ «Физика», издаваемый ВИНИТИ* (см. ниже). К статье прилагаются:

а) перевод на английский язык названия статьи, инициалов и фамилий авторов, краткого реферата;

б) краткие сведения об авторах с фотографиями любого формата.

Приложения даются в двух экземплярах.

3. Весь иллюстративный материал представляется в двух экземплярах. Рисунки выполняются тушью на белой бумаге. Рисунки, полученные машинной графикой, должны быть достаточно четкими и яркими. На обороте указываются: порядковый номер рисунка, фамилии авторов, название статьи. Подрисуночные подписи печатаются на отдельном листе и не должны дублировать внутритекстовое описание рисунка.

4. Все формулы должны быть вписаны черными чернилами четко и ясно. Формулы должны быть размечены во всех случаях, когда строчные и прописные буквы одинаковы по начертанию и отличаются только своими размерами (С и с, V и v, U и u, W и w, S и s, P и p, K и k, X и x, Y и y, Z и z, Q и q, J и j). Необходимо прописные буквы подчеркивать простым карандашом двумя черточками снизу ($\underline{\underline{C}}$, $\underline{\underline{V}}$), а строчные - двумя черточками сверху ($\overline{\overline{c}}$ и $\overline{\overline{v}}$). При написании необходимо также делать ясное различие между буквами J и I и пояснять их на полях. Буква O подчеркивается двумя черточками снизу, цифра 0 не подчеркивается. Особенно четко следует вписывать схожие по написанию l и e (l подчеркивается зеленым карандашом), к (русское) и k (латинское), h и n, q и g, «,» (запятую), «'» (штрих), «1» (единицу), «2» (двойку), г и z. Особое внимание должно быть обращено на аккуратное написание индексов и показателей степеней. Надстрочные знаки нужно отчеркивать дугой - \cup , подстрочные дугой - \cap . Индексы, являющиеся сокращениями слов, должны быть пояснены отдельно. В вещественных числах ставится десятичная точка.

5. Греческие буквы подчеркиваются красным карандашом, прописные указываются особо. Для обозначения вектора используются стрелки над буквой, для усреднения величины - черта сверху.

6. В библиографическом списке нумерация источников должна соответствовать очередности ссылок на них в тексте. В списке должны быть указаны:

а) для книг - фамилия автора, инициалы, название книги, город, издательство, год издания, том;

б) для журнальных статей - фамилия автора, инициалы, название статьи, название журнала, серия, год, том, номер, выпуск, первая страница статьи;

в) для депонированных статей - название статьи, инициалы, фамилия автора, название организации, в которой выполнена работа, город, год, объем статьи, название депонирующей организации, дата депонирования, регистрационный номер;

г) для препринта - фамилия автора, инициалы, название издания, полное название издающей организации, год, количество страниц;

д) для материалов конференций, школ, семинаров - фамилия автора, инициалы, название статьи, название издания, время и место проведения конференции, город, издательство, год, первая страница статьи.

Ссылки на неопубликованные работы нежелательны.

7. Статьи, направляемые авторам на переработку, должны быть возвращены в редакцию не позднее двух месяцев после получения. При нарушении этого условия статья рассматривается как вновь поступившая.

Статьи, присланные без соблюдения перечисленных выше правил, к рассмотрению редакцией не принимаются.

Рекомендации по составлению «краткого реферата» и «сведений об авторах»

1. Публикация реферата преследует две основные цели:

а) помочь ученым, работающим над теми же вопросами, по которым написана статья, уточнить, имеет ли смысл читать статью полностью;

б) упростить и ускорить работу реферативных журналов, которые получают возможность немедленно перепечатывать авторские рефераты;

Реферат должен представлять собой самостоятельное законченное сообщение объемом не более 200-250 слов. В нем должны быть обозначены основные идеи и результаты, содержащиеся в статье. Авторы должны иметь в виду, что рефераты могут оказаться единственными материалами, которые будут прочитаны.

2. Краткие сведения об авторах составляются по следующей форме:

Иванов Петр Сидорович - родился в 1938 году в Москве, окончил Московский физико-технический институт в 1961 году. После окончания МФТИ работает в ФИАН. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в МГУ (1964) и доктора физико-математических наук (1977) в области теории колебаний и волн, радиофизика и электроника, применение нелинейной динамики в различных областях науки. Автор монографии «Детерминированный хаос и экономика» и соавтор учебника «Волны в экологии». Опубликовал много научных статей по направлениям, указанным выше. Лауреат Государственной премии СССР. Редактор журнала International Journal of Chaos Theory и член редакционной коллегии журнала «Физика и жизнь».

*Статьи принимаются на дискетах для компьютера IBM PC, формат MS DOS - 5,25" или 3,5". Текстовые файлы записываются в ASC II- кодировке. Иллюстрации - в виде файлов в формате PCX, TIFF или GIF. Наличие текста на дискете не исключает необходимость представления размеченной распечатки статьи (в двух экз.), с которой работает рецензент и из которой вносятся формулы в макет статьи. В конце статьи авторы должны указать наименование программы, в рамках которой выполнена работа, или наименование фонда поддержки. **Возврат дискет гарантируется.***

Редакция:

E-mail:and@college.saratov.su

для писем

E-mail:and@scnit..saratov.su

для статей

Зав. редакцией *Н.Н. Лёвина*
Редакторы *М.В. Попова, Н.Н. Лёвина*
Художник *Д.В. Соколов*
Оригинал - макет подготовлен *Г.А. Суминой* с использованием
программы Design Studio на компьютерной системе Apple Macintosh

Распространение журнала по подписке и предварительным заявкам
осуществляется Государственным учебно-научным центром «Колледж»
при Саратовском государственном университете.

Банковские реквизиты - р/с № 000609446 в КБ «Экономбанк»
г. Саратова, МФО 251279, корсчет банка 700161122, РКЦ, МФО 251008.

Подписная цена со стоимостью почтовых расходов 15000 руб.
на каждое полугодие 1995 года

Индекс издания по каталогу «Газеты и журналы» 73498

Сдано в набор 10.12.94. Подписано к печати 3.03.95. Формат 70x108/16.
Бумага писчая №1. Печать офсетная. Гарнитура Латинская.
Усл. печ.л. 10,5 (7,5). Уч.-изд. л. 10,0. Тираж 200 экз. Заказ

Издательство ГосУНЦ «Колледж».
410071, Саратов, ул. Астраханская, 83.
Тел. (845-2)514298, факс (845-2) 240446
E-mail:and@ccollege.saratov.su

МГП «Типография №1». 410040, Саратов, Вишнёвая, 10.

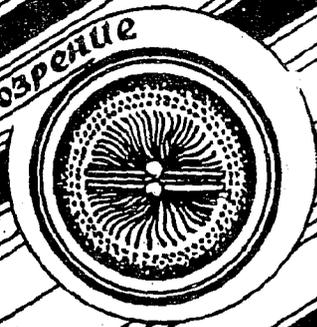
© Издательство ГосУНЦ «Колледж»



© Оформление художника Д.В. Соколова, 1994



Книжное обозрение



EDITOR-IN-CHIEF

Yu.V.Gulyaev, Member of the Russian Academy of Sciences, Institute of Radioengineering and Electronics, Moscow

EDITORS

D.I.Trubetskov, Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Saratov University

D.A.Usanov, Member of the International Academy of Sciences of High School, Saratov University

SECRETARY-IN-CHIEF

B.P. Bezruchko, Philosophy Doctor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov University

EDITORIAL BOARD

V.S. Anishchenko, Professor, Saratov University

Yu. A. Danilov, Kurchatov Scientific Centre, Moscow

B.A. Kalinikos, Professor, St. Petersburg Electrotechnical University

V.I. Krinsky, Professor, Institute of Experimental and Theoretical Biophysics, Puschino

S.P.Kuznetsov, Professor, Institute of Radioengineering and Electronics, Saratov

P.S. Landa, Professor, Moscow University

L.A. Ostrovsky, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod

Yu.M. Romanovsky, Professor, Moscow University

E.E. Son, Professor, Institute of Physics and Technics, Dolgoprudny

V.V. Tuchin, Professor, Saratov University

V.K. Yulpatov, Professor, Institute of Applied Physics, Nizhny Novgorod



для студентов и преподавателей в журнале

методические заметки



Книжная полка студента



Современной нелинейной динамики

Эта перепечатка 120-летней давности есть свидетельство о живой и непрерываемой связи времен, о тех глубоких исторических корнях,



из которых произрастают наши сегодняшние успехи (см. в данном номере статьи Привезенцева с Фоменко и Анфиногентово о виртуальном катодe)

Торгово-учено-промышленное Общество ТУПО "Виртухаевъ и Сыновья"
(къ 25-лѣтію со дня основанія)

Во всей Россіи не нашлось, пожалуй, ни одного печатнаго органа, прошедшего мимо этой примечательной даты. Поэтому мы не будем касаться тѣхъ глубокихъ переѣвъ во всехъ сферахъ нашей жизни, явившихся результатомъ многообразной дѣятельности Общества. Мы не скажемъ ни о виртушкахъ въ канцлерскихъ, сенаторскихъ и камергерскихъ кабинетахъ, ни о виртуалеткахъ нашихъ прелестницъ, ни о виртуальныхъ комодахъ съ приданнымъ замоскворецкихъ купчихъ, ни о виртуальномъ капоте какой-нибудь богабльной старушки в Весегонске или Царевкокшайске, ни, наконецъ, о припелно-точныхъ Пирсо-диодныхъ пушкахъ (любовно называемыхъ нашими кавказскими служаками «приширдущками»), сыгравшими столь неоценимую роль в последнемъ замиреніи буйнаго Шамиля. Наша корреспонденція посвящена итогам художественнаго конкурса, организованнаго по поводу славнаго юбилея съ цѣлью «наполнить мудростью божественный фіалъ Искусства и украсить розами чело Учености». Условія конкурса предписывали участникамъ при выборе темы картинъ руководствоваться направленіями ученой дѣятельности Общества, во всемъ



1. Нелинейная динамика стохастическихъ явленій въ ламинарныхъ потокахъ



2. Лавинно-пролетные эффекты: вблизи потенциальной ямы



3. Динамика возвратно-поступательнаго движенія крупныхъ частицъ въ вихраторе



4. За минуту до пробужденія передъ поглощеніемъ энергіи электромагнитнаго сгустка

остальномъ совершенно не стѣсняя ихъ фантазія. Четыре приведенныя здѣсь картины, наряду съ выбранными нами изъ громадной массы поступившихъ, свидѣтельствуютъ, что ученая тематика нисколько не помѣшала художникамъ по-прежнему ощущать пульсъ нашего большого общества, передавая ужасъ техъ трагическихъ переѣвъ и историческихъ катаклизмовъ, которыя переживаетъ наше Отечество (см. № 1); ту безоглядно-отчаянную русскую бесшабашность, которая есть свойство нашего народа, не покидающее (и увлекающее) его даже при паденіи въ пропасть (№ 2); тотъ бездушный механизмъ войны, поглощающій крѣпкихъ, здоровыхъ труженниковъ и производящій поникшихъ раненыхъ, понурыхъ бѣженцевъ (№ 3). И все же уныніе - великій грѣхъ, мы должны вѣрнуть въ пробужденіе русскаго народа, в преобразующую мощь простого труда, в животворящую силу энергетическаго тока Земли (№ 4)! Передвижная выставка конкурсныхъ картинъ уже отправилась по волжскимъ городамъ. Не можемъ отказать себе въ удовольствіи привести еще куріозный случай, происшедшій, кажется, въ Симбирске, когда четырехлѣтній мальчуганъ, оказавшійся на выставкѣ, подбѣжалъ къ одной изъ картинъ (а именно, № 2) и звонкимъ голосомъ изъ всю залу спросилъ: «Правда, мамочка, мы пойдемъ другимъ путемъ?» Дай Богъ, милый мальчикъ, выйти тебе на вѣрную дорогу!