

БИФУРКАЦИЯ БОГДАНОВА–ТАКЕНСА: ОТ НЕПРЕРЫВНОЙ К ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ

А.П. Кузнецов, А.В. Савин, Ю.В. Седова

Обсуждается методически важная бифуркация – Богданова–Такенса. Для простейшей модели описаны связанные с ней бифуркации и эволюция фазовых портретов. Представлены примеры нелинейных систем с такой бифуркацией. Обсуждается метод построения дискретных моделей, основанный на полуявной схеме Эйлера. На основе непрерывного прототипа построена дискретная модель осциллятора Богданова–Такенса, дан аналитический анализ ее бифуркаций коразмерности один и два. Методом карт динамических режимов выявлена картина языков синхронизации и продемонстрировано свойство скейлинга. Даны иллюстрации разрушения и исчезновения инвариантной кривой. Обсуждается еще одно отображение, удобное для учебных целей – отображение Богданова. Представлены некоторые Интернет-ресурсы, интересные с методической точки зрения.

Ключевые слова: Бифуркация Богданова–Такенса, дискретные модели.

BOGDANOV–TAKENS BIFURCATION: FROM FLOWS TO DISCRETE SYSTEMS

A.P. Kuznetsov, A.V. Savin, Yu.V. Sedova

The methodically important bifurcation – Bogdanov–Takens bifurcation – is discussed. For the primary model its bifurcations and evolution of phase portraits are described. The examples of nonlinear systems with such bifurcation are presented. The method of discrete models of construction that is founded on semi-explicit Euler scheme is discussed. On the base of the continuous prototype the discrete model of Bogdanov–Takens oscillator is constructed. The analytical analysis of bifurcations of a codimension one and two for discrete model is realized. With the help of method of charts of dynamical regimes the picture of synchronization tongues has been revealed and scaling has been demonstrated. The illustrations of destruction and disappearance of an invariant curve are given. One more map suitable for educational purposes – Bogdanov map is discussed. Some Internet resources interesting from methodically point of view are presented.

Keywords: Bogdanov–Takens bifurcation, discrete models.