

**Динамика двухкомпонентных параболических систем
шредингеровского типа**

С. А. Кащенко

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,
Россия, 150003 Ярославль, ул. Советская, 14
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Россия, 115409 Москва, Каширское шоссе, 31
E-mail: kasch@uniyar.ac.ru

Поступила в редакцию 17.05.2018, принята к публикации 12.07.2018

Предмет исследования. Рассматривается локальная динамика важного для приложений класса двухкомпонентных нелинейных систем параболических уравнений. Эти системы содержат малый параметр, который фигурирует в коэффициентах диффузии и характеризует «близость» исходной системы параболического типа к гиперболической системе. При достаточно естественных условиях на коэффициенты линейаризованного уравнения реализуются критические в задаче об устойчивости стационара случаи. **Новизна.** Важным является то обстоятельство, что эти критические случаи имеют бесконечную размерность: бесконечно много корней характеристического уравнения стремятся к мнимой оси при стремлении к нулю малого параметра. Специфика всех рассматриваемых критических случаев характерна для систем шредингеровского типа и, в частности, для классического уравнения Шредингера. Эти особенности связаны с расположением корней характеристического уравнения. В статье исследуются три наиболее важных случая. Отметим, что они принципиально отличаются друг от друга. Это отличие в своей основе обусловлено наличием в каждом из рассматриваемых случаев специфических резонансных соотношений. Именно эти соотношения определяют структуру нелинейных функций, входящих в нормальные формы. **Методы исследования.** Предложен алгоритм нормализации, то есть сведения исходной системы к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений для медленно меняющихся амплитуд. **Полученные результаты.** Выделены ситуации, когда соответствующие системы удается компактно записать в виде краевых задач со специальными нелинейностями. Эти краевые задачи играют роль нормальных форм для исходных параболических систем. Их нелокальная динамика определяет поведение решений исходной системы с начальными условиями из некоторой достаточно малой и не зависящей от малого параметра окрестности состояния равновесия. В качестве важных приложений рассмотрены скалярные комплексные параболические уравнения шредингеровского типа. **Выводы.** Задача о локальной динамике двухкомпонентных параболических систем шредингеровского типа сводится к изучению нелокального поведения решений специальных нелинейных эволюционных уравнений.

Ключевые слова: динамика, нормальные формы, уравнение Шредингера.

<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-5-81-100>

Образец цитирования: Кащенко С.А. Динамика двухкомпонентных параболических систем шредингеровского типа // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 5. С. 81–100. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-5-81-100>

Dynamics of two-component parabolic systems of Schrodinger type

S.A. Kashchenko

Demidov Yaroslavl state University
14, Sovetskaya, 150003 Yaroslavl, Russia
National Research Nuclear University «MEPhI»
31, Kashirskoe shosse, 115409 Moskow, Russia
E-mail: kasch@uniyar.ac.ru

Received 17.05.2018, accepted for publication 12.07.2018

Issue. The paper considers the local dynamics of important for applications class of two-component nonlinear systems of parabolic equations. These systems contain a small parameter appearing in the diffusion coefficients and characterizing «closeness» of the initial system of a parabolic type to a hyperbolic one. On quite natural conditions critical cases in the problem about balance state stability are realized to linearized equation coefficients.

Innovation. An important thing here is the fact that these critical cases have an infinite dimension: infinitely many roots of a standard equation go to the imaginary axis when a small parameter vanishes. The specificity of all considered critical cases is typical of Schrodinger type systems and of a classical Schrödinger equation, in particular. These peculiarities are connected with the arrangement of roots of a standard equation. Three most important cases are stood here. Note that they fundamentally differ from each other. This difference is basically determined by the presence of specific resonance relations in the considered cases. It is these relations that define the structure of nonlinear functions included in normal forms.

Investigation methods. A normalization algorithm is offered, that is the reduction of the initial system to the infinite system of ordinary differential equations for slowly changing amplitudes.

Results. The situations when the corresponding systems can be compactly written as boundary-value problems with special nonlinearities are picked out. These boundary-value problems play the role of normal forms for initial parabolic systems. Their nonlocal dynamics determines the behavior of the solutions of the initial system with the initial conditions from some sufficiently small and not depending on a small parameter balance state neighborhood. Scalar complex parabolic Schrodinger equations are considered as important applications.

Conclusions. The problem about the local dynamics of two-component parabolic systems of Schrodinger type is reduced to the investigation of nonlocal behavior of the solutions of special nonlinear evolutionary equations.

Key words: dynamics, normal forms, Schrödinger equation.

<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-5-81-100>

Reference: Kashchenko S.A. Dynamics of two-component parabolic systems of Schrodinger type. Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics, 2018, vol. 26, no. 5, p. 81–100.

<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-5-81-100>