



О КРИТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ В НЕИДЕНТИЧНЫХ НЕСИММЕТРИЧНО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМАХ ЧУА

А.П. Кузнецов, А.В. Савин, И.Р. Сатаев

Исследована сложная динамика и особенности перехода к хаосу в двух связанных потоковых системах на примере известных радиотехнических схем Чуа. Показано, что динамика на пороге перехода к хаосу в такой системе более сложна, чем в системах с дискретным временем, в частности, критическое поведение имеет более высокую коразмерность.

Введение

Исследование процессов перехода от регулярного поведения динамических систем к хаотическому является одной из основных задач нелинейной динамики. Для исследования возникающего на пороге перехода к хаосу критического поведения успешно применяется (начиная с работ Фейгенбаума [1, 2]) метод ренормгруппового анализа. Применение этого метода позволило обнаружить большое количество новых типов критического поведения, возникающих как в рамках одного сценария перехода к хаосу (нефейгенбаумовские удвоения периода [3–9], поведение на пороге разрушения квазипериодического движения [10–15]), так и «на стыке» двух сценариев. Так, в системе двух связанных логистических отображений было обнаружено [16] критическое поведение, возникающее «на стыке» сценариев перехода к хаосу через фейгенбаумовские удвоения периода и через разрушение квазипериодических движений, названное критическим поведением типа FQ. В [16–18] при помощи ренормгруппового анализа были определены характерные для данного типа константы скейлинга в пространстве параметров и на аттракторе и другие характеристики.

Метод ренормгруппового анализа позволяет анализировать поведение лишь необратимых систем с дискретным временем. В то же время весьма важным является вопрос о возможности реализации обнаруженных типов критического поведения в более реалистичных системах, описываемых обратимыми отображениями либо дифференциальными системами. Как показывают ранее проведенные исследования (см., например, [19–20]), этот вопрос нетривиален, поскольку модельные необратимые отображения описывают динамику обратимых систем принципиально приближенно.

Настоящая работа посвящена исследованию возможности реализации в автономных потоковых системах критического поведения типа FQ, обнаруженного ранее в системе двух связанных логистических отображений [16]. Ранее нами было показано [21], что это критическое поведение наблюдается и в системе связанных обратимых отображений при условии введения связи особого типа - так называемой диссипативной связи [22]. В то же время в связанных дифференциальных системах по сравнению с обратимыми отображениями могут возникать некоторые особенности, связанные с наличием у подсистем независимо меняющейся фазы, что иногда существенно искажает динамику вблизи перехода к хаосу (см., например, [23]).

1. Критическое поведение типа FQ как феномен коразмерности два

В работах [16–18] была исследована критическая динамика системы двух несимметрично связанных логистических отображений

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= 1 - \lambda x_n^2 - C y_n^2, \\ y_{n+1} &= 1 - A y_n^2 - B x_n^2, \\ B &= 0.375; \quad C = -0.25. \end{aligned} \quad (1)$$

Было показано, что плоскость управляющих параметров этой системы (рис. 1, а) имеет структуру, схематически изображенную на рис. 1, б. Линии бифуркаций Неймарка – Сакера и удвоения периода, ограничивающие область устойчивости цикла, пересекаются в так называемой PDT-точке (period-doubling terminal). Последовательность PDT-точек для циклов удваивающихся периодов накапливается к пределу, являющемуся критической точкой типа FQ. Пространство параметров в ее окрестности и критический аттрактор обладают свойствами самоподобия с константами, определенными в [16–18] методом ренормгруппового анализа.

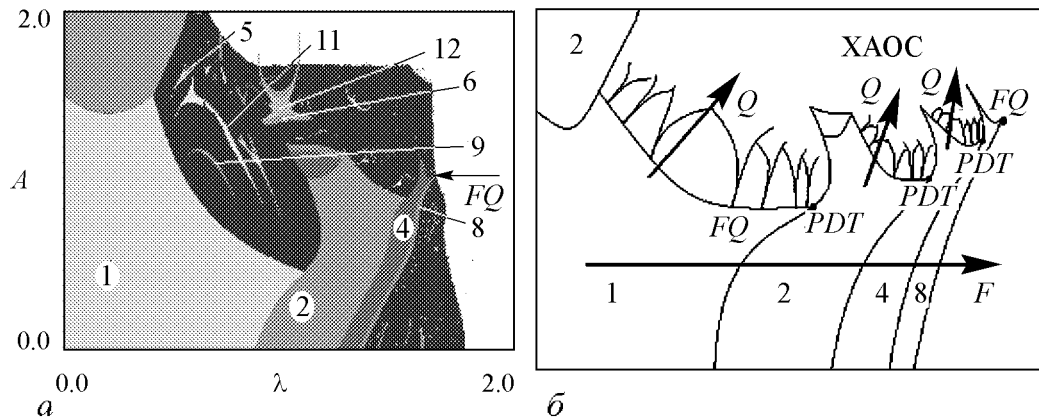


Рис. 1. а – карта динамических режимов для системы (1). Различными оттенками серого отмечены области устойчивости циклов различных периодов. Положение критической точки FQ отмечено стрелкой. б – схематическое изображение устройства плоскости параметров систем, демонстрирующее критическое поведение FQ как феномен коразмерности два. Показаны маршруты, вдоль которых наблюдается переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума (F) и через разрушение квазипериодических движений (Q)

В настоящей работе исследуется критическое поведение двух связанных систем Чуа. Автономная система Чуа [24] описывает динамику колебательного контура с кусочно-линейным элементом (рис. 2, *a*) и имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y - h(x)), \\ \dot{y} &= x - y + z, \\ \dot{z} &= -\beta y, \end{aligned} \quad (2)$$

где кусочно-линейная функция $h(x)$ выражается в виде

$$h(x) = \begin{cases} (1+b)x + a - b, & x \geq 1, \\ (1+a)x, & -1 < x < 1, \\ (1+b)x - a + b, & x \leq -1. \end{cases} \quad (3)$$

Значения параметров при численном моделировании традиционно выбираются равными $a = -8/7$, $b = -5/7$.

Динамика этой системы может быть хаотической, что было показано не только в численных экспериментах, но и с помощью строгих рассуждений [25]. Схема Чуа является весьма популярным объектом нелинейной динамики, различные аспекты происходящих в ней явлений были исследованы во многих работах как при помощи численного моделирования [26–33], так и экспериментально (см., например, [33–35]).

На рис. 2, *б* представлено устройство плоскости параметров схемы Чуа, полученное в результате численного решения системы уравнений (2). Хорошо видно, что большую часть пространства параметров с нетривиальной динамикой занимают области, в которых наблюдается только переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума при увеличении параметра α .

Как было показано ранее [17, 18, 21], критическое поведение типа FQ имеет полную коразмерность три, однако может наблюдаться в системах связанных отображений как феномен коразмерности два при введении чисто диссипативной (см. [22])

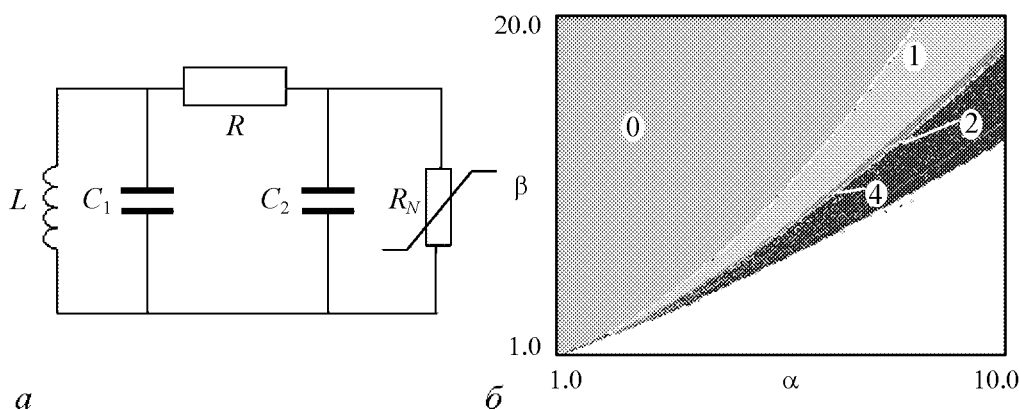


Рис. 2. *a* – принципиальный вид схемы, динамика которой описывается системой Чуа. Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента задается соотношением (3). *б* – карта динамических режимов системы Чуа (2). Символом «0» отмечена область существования устойчивой неподвижной точки

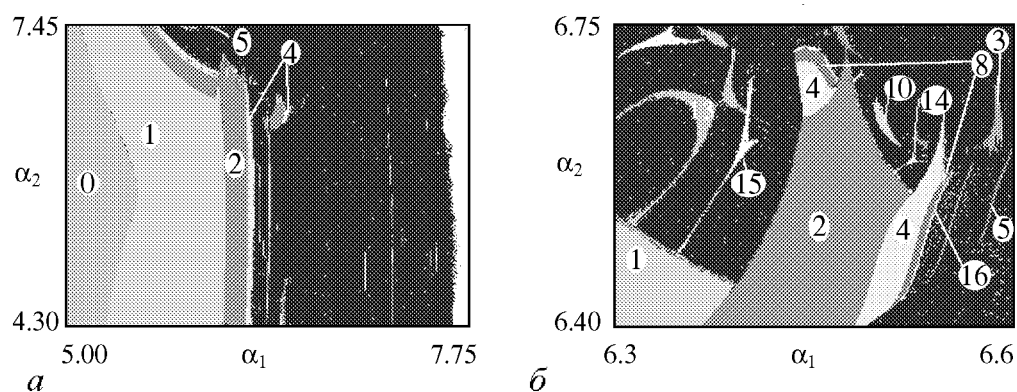


Рис. 3. *a* – карта динамических режимов системы (4); *б*) – ее увеличенный фрагмент в области, близкой к критической точке. Значения параметров подсистем $\beta_1 = \beta_2 = 10$, констант связи $c_1 = 0.1$, $c_2 = -0.05$

связи между подсистемами. Для случая связанных потоковых систем диссипативная связь обеспечивается введением в каждое уравнение члена, пропорционального разности соответствующих переменных подсистем.

Для схем Чуа при введении такой связи получим систему*:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \alpha_1(y_1 - h(x_1)) + c_1(x_2 - x_1), \\
 \dot{y}_1 &= x_1 - y_1 + z_1 + c_1(y_2 - y_1), \\
 \dot{z}_1 &= -\beta_1 y_1 + c_1(z_2 - z_1), \\
 \dot{x}_2 &= \alpha_2(y_2 - h(x_2)) + c_2(x_1 - x_2), \\
 \dot{y}_2 &= x_2 - y_2 + z_2 + c_1(y_1 - y_2), \\
 \dot{z}_2 &= -\beta_2 y_2 + c_2(z_1 - z_2),
 \end{aligned} \tag{4}$$

параметры связи в которой зафиксируем $c_1 = 0.1$, $c_2 = -0.05$.

Система (4) имеет четыре существенных параметра, при изменении каждого из которых может происходить переход к хаосу по сценарию Фейгенбаума. Для поиска, по аналогии с системой (1), критического поведения FQ как феномена коразмерности два необходимо зафиксировать два из этих параметров.

На рис. 3 приведено устройство плоскости параметров (α_1, α_2) этой системы при значениях двух других параметров $\beta_1 = \beta_2 = 10$. Как видно из приведенного на рис. 3 увеличенного фрагмента, структура областей устойчивости циклов невысоких периодов является типичной для систем с критическим поведением типа FQ. Однако для окончательного выяснения, наблюдается ли в данной системе тип критичности FQ, необходимо исследовать поведение в областях устойчивости циклов более высоких периодов и найти координаты критической точки.

Для этого можно, например, определить координаты PDT-точек для циклов различных периодов, используя условие равенства -1 двух мультипликаторов соответствующего цикла в этих точках. Для исследуемой системы удалось найти PDT-точки лишь для циклов периода не более 16 (табл. 1), причем области устойчивости

* Отметим, что способ физической реализации такой связи может быть аналогичен предложенному в [36].

циклов более высокого периода имеют весьма сложную форму, линии бифуркаций удвоения сильно изрезаны, а в некоторых случаях прерываются (рис. 4). Такое поведение системы позволяет сделать вывод об отсутствии критического поведения типа FQ.

Попытаемся объяснить причины такого отличия в критической динамике связанных обратимых отображений и автономных потоковых систем. Как известно [16], соответствующее критическому поведению типа FQ ренормгрупповое уравнение имеет три существенных собственных числа, поэтому полная коразмерность данного типа критичности равна трем. В то же время в классе диссипативно связанных отображений из-за скрытой симметрии возмущения, соответствующие третьему собственному числу, не могут реализоваться, что позволяет наблюдать в таких системах данный тип критичности как феномен коразмерности два. Однако рассматриваемая нами система (4) является шестимерной потоковой системой и, следовательно, описывается пятимерным отображением (отображением Пуанкаре), которое, очевидно, не может быть представлено как два связанных отображения. Поэтому в данной системе возможно наблюдение критического поведения типа FQ только как феномена коразмерности три.

Таблица 1

n	α_1	α_2
1	6.402245076303	6.446835393385
2	6.524719502831	6.554896290533
4	6.547563005614	6.576744457563
8	6.553345849308	6.577406650518
16	6.555467861255	6.580839400627

С физической точки зрения, данный факт можно объяснить следующим образом. Каждая из подсистем представляет собой автоколебательную систему с собственным «масштабом времени», поэтому фазы колебаний в подсистемах различаются, и получаемые в сечении Пуанкаре точки соответствуют разным фазам колебаний в подсистемах. Это приводит к нарушению симметрии и разрушению тонкой структуры пространства параметров и критического поведения. Отметим, что аналогичный эффект наблюдался при попытке реализовать потоковую систему, демонстрирующую феномены комплексной аналитической динамики [23].

Однако критическое поведение типа FQ все же может реализоваться в этой системе, но как феномен полной коразмерности три.

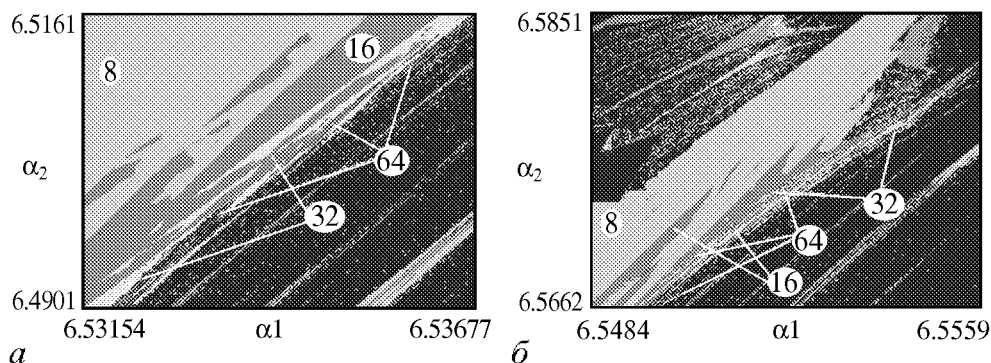


Рис. 4. Устройство плоскости параметров системы (4) в области циклов периода выше 8

2. Критическое поведение FQ коразмерности три

Оставим фиксированным только один из четырех параметров системы ($\beta_2 = 10$) и будем подстраивать остальные три для того, чтобы найти критическую точку типа FQ. Для поиска критической точки целесообразно воспользоваться тем фактом, что существующие в ней неустойчивые циклы различных периодов имеют мультипликаторы, быстро сходящиеся к универсальным значениям, характерным для данного типа критичности, с увеличением периода цикла. Поэтому последовательность точек, в которых мультипликаторы цикла равны универсальным, должна хорошо сходиться к критической точке с увеличением периода цикла.

Некоторую техническую сложность представляет тот факт, что критическому поведению типа FQ соответствуют два универсальных мультипликатора, а нам необходимо осуществлять трехпараметрический поиск критической точки. Обойти ее можно следующим образом.

Мультипликаторы цикла, как известно, удовлетворяют характеристическому уравнению, коэффициенты которого являются инвариантами соответствующей матрицы Якоби

$$\mu^5 - Sp\mu^4 + I_2\mu^3 - I_3\mu^2 + I_4\mu - \text{Det} = 0. \quad (5)$$

Таблица 2

n	μ_3	μ_4	μ_5
1	0.590703	-0.007575	-0.003823
2	0.385829	$-9.57 \cdot 10^{-5}$	$-1.65 \cdot 10^{-5}$
4	0.139533	$1.02 \cdot 10^{-8}$	$7.44 \cdot 10^{-12}$
8	0.022775	$-3.46 \cdot 10^{-9}$	$2.22 \cdot 10^{-10}$
16	0.000321	$5.15 \cdot 10^{-7}$	$-6.77 \cdot 10^{-10}$

Для циклов достаточно высоких периодов вблизи критической точки три из пяти мультипликаторов равны нулю, что хорошо видно по мультипликаторам циклов, соответствующих найденным PDT-точкам (табл. 2), поэтому отличны от нуля только два первых инварианта матрицы Якоби, которые выражаются через мультипликаторы как

$$Sp = \mu_1 + \mu_2, \quad I_2 = \mu_1\mu_2. \quad (6)$$

Для каждого цикла удваивающихся периодов найдем такие значения параметров, при которых, во-первых, удовлетворяются соотношения (6) при $\mu_1 = -1.579739\dots$, $\mu_2 = -1.057149\dots$, и, во-вторых, удовлетворяется первое из этих соотношений для цикла удвоенного периода. Таким образом, точка определяется тремя условиями, что позволяет осуществить трехпараметрический поиск.

В табл. 3 приведены значения параметров, соответствующие этим точкам, причем видно, что они достаточно хорошо сходятся. Примем найденные для цикла периода 256 значения параметров за аппроксимацию точки FQ. Для подтверждения того, что в этой точке действительно реализуется критическое поведение FQ, необходимо исследовать свойства существующих в этой точке циклов.

Ближайшие к центру скейлинга элементы таких циклов различных периодов приведены в табл. 4, а мультипликаторы этих циклов – в табл. 5.

Таблица 3

n	α_1	α_2	β_1
16	6.6322759493	6.5855783800	10.1959699945
32	6.6346848740	6.5867114343	10.2028396484
64	6.6338779890	6.5863313934	10.2005199736
128	6.6331492820	6.5859952453	10.1984333086
256	6.6330061623	6.5859306384	10.1980230965

Таблица 4

n	y_1	z_1	x_2	y_2	z_2
1	0.24659319	-0.35980782	0.76903361	0.20376135	-0.13991670
2	0.25243738	-0.53159549	0.75594684	0.22675477	-0.29124826
4	0.08677779	-0.24240962	0.88795905	0.18936405	-0.21109082
8	0.20582640	-0.25576499	0.78319741	0.15150264	-0.07601758
16	0.15922796	-0.22339862	0.84635857	0.09630167	-0.11829855
32	0.17372657	-0.22851192	0.82723572	0.11353928	-0.09961583
64	0.17189928	-0.22765608	0.83040306	0.11309123	-0.10231508
128	0.17861078	-0.23111979	0.81826776	0.11950256	-0.09245976
256	0.17515818	-0.22922687	0.82475859	0.11528035	-0.09756806
512	0.17616889	-0.22975642	0.82286977	0.11651880	-0.09604593

Таблица 5

n	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5
1	-1.61578	-1.27869	0.501664	$-4.961 \cdot 10^{-3}$	$-3.432 \cdot 10^{-3}$
2	-1.60888929	-1.06054871	0.36300185	$-2.557 \cdot 10^{-5}$	$-9.031 \cdot 10^{-6}$
4	-1.61128177	-1.02294567	0.07014112	$-1.126 \cdot 10^{-9}$	$-1.811 \cdot 10^{-10}$
8	-1.59305331	-1.03700271	0.01367606	$-1.788 \cdot 10^{-14}$	$5.713 \cdot 10^{-15}$
16	-1.55741487	-1.08679156	$-5.327 \cdot 10^{-6}$	$-6.750 \cdot 10^{-12}$	$1.270 \cdot 10^{-13}$
32	-1.58643546	-1.06785783	$1.088 \cdot 10^{-8}$	$3.107 \cdot 10^{-12}$	$1.083 \cdot 10^{-13}$
64	-1.59408160	-1.02517953	$-6.950 \cdot 10^{-11}$	$1.067 \cdot 10^{-11}$	$-6.000 \cdot 10^{-14}$
128	-1.56291148	-1.07897649	$1.686 \cdot 10^{-10}$	$3.379 \cdot 10^{-11}$	$1.563 \cdot 10^{-13}$
256	-1.57981941	-1.05708041	$-9.226 \cdot 10^{-10}$	$-1.669 \cdot 10^{-10}$	$-7.195 \cdot 10^{-12}$
512	-1.55838483	-1.07176663	$-1.428 \cdot 10^{-8}$	$1.984 \cdot 10^{-9}$	$-2.947 \cdot 10^{-12}$

Как видно, два мультипликатора хорошо сходятся к универсальным для типа FQ значениям, а остальные быстро становятся близкими к нулю. Кроме того, оценка наименьшей по модулю константы скейлинга на аттракторе по найденным элементам циклов (табл. 6) дает значения, хорошо совпадающие с константой $-1.90007167\dots$, характерной для типа FQ. Это дает основание утверждать, что в найденной точке действительно реализуется критическое поведение типа FQ.

Таблица 6

n	d	α
2	0.411097569236	
4	0.224659995593	1.829865473605
8	0.092598547703	2.426171912691
16	0.056513128423	1.638531617112
32	0.030592580029	1.847282196187
64	0.016537895766	1.849847191073
128	0.008637914483	1.914570443890
256	0.004639464262	1.861834469499
512	0.002442409060	1.899544322031

Заключение

Таким образом, в системах связанных автоколебательных систем с непрерывным временем критическое поведение типа FQ может реализоваться лишь как феномен полной коразмерности три даже при введении между подсистемами чисто диссипативной связи. Это существенно отличается от аналогичной динамики в связанных системах с дискретным временем и является еще одним аргументом в пользу того, что к «переносу» выводов о динамике систем, полученных для отображений, на потоковые системы, нужно подходить с осторожностью.

Авторы благодарят профессора Кузнецова С.П. за полезные и плодотворные замечания, способствовавшие работе над данной статьей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 06-02-16773) и Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF REC-006 грант Y4-P-06-06).

Библиографический список

1. *Feigenbaum M.J.* Quantitative universality for a class of nonlinear transformations // J. of Stat. Phys. 1978. Vol. 19, № 1. P. 25.
2. *Feigenbaum M.J.* The universal metric properties of nonlinear transformations // J. of Stat. Phys. 1979. Vol. 26, № 6. P. 669.
3. *Chang S.J., Wortis M., Wright J.A.* Iterative properties of a one-dimensional quartic map: Critical lines and tricritical behavior // Phys. Rev. 1981. Vol. A24. P. 2669.
4. *MacKey R.S., Tresser C.* Some flesh on skeleton: The bifurcation structure of bimodal maps // Physica D. 1987. Vol. 27, № 3. P. 412.
5. *MacKey R.S., Tresser C.* Boundary of topological chaos for bimodal maps of the interval // J. London Math. Soc. 1988. Vol. 37, № 1. P. 164.
6. *Schell M., Fraser S., Kapral R.* Subharmonic bifurcations in the sine map: An infinite of bifurcations // Phys. Rev. 1983. Vol. A28, № 1. P. 373.
7. *Mackey R.S., van Zeijts J.B.J.* Period doubling for bimodal maps: A horseshoe for a renormalization operator // Nonlinearity. 1988. Vol. 1. P. 253.
8. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р.* Критическая динамика одномерных отображений. Ч. II. Двухпараметрический переход к хаосу // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 3. С. 17.
9. *Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р.* Коразмерность и типичность в контексте проблемы перехода к хаосу через удвоения периода в диссипативных динамических системах // Регулярная и хаотическая динамика. 1997. Т. 2, № 3-4. С. 90.

10. *Feigenbaum M.J., Kadanoff L.P., Shenker S.J.* Quasiperiodicity in dissipative systems: A renormalization group analysis // *Physica*. 1982. Vol. D5. P. 370.
11. *Shenker S.J.* Scaling behavior in a map of a circle onto itself: Empirical results // *Physica*. 1982. Vol. D5. P. 126.
12. *Rand D., Ostlund S., Sethna J., Siggia E.D.* Universal transition from quasiperiodicity to chaos in dissipative systems // *Phys. Rev. Lett.* 1982. Vol. 49, № 2. P. 132.
13. *Ostlund S., Rand D., Sethna J., Siggia E.D.* Universal properties of the transition from quasiperiodicity to chaos in dissipative systems // *Physica*. 1983. Vol. D8, № 3. P. 303.
14. *Rand D.* Existence, non-existence and universal breakdown of dissipative golden-invariant tori: I. Golden critical circle maps // *Nonlinearity*. 1992. Vol. 5. P. 639.
15. *Kuznetsov S.P.* A variety of critical phenomena associated with the golden mean quasiperiodicity // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2002. Vol. 10, № 3. P. 22.
16. *Kuznetsov S.P., Sataev I.R.* Period-doubling for two-dimensional non-invertible maps: Renormalization group analysis and quantitative universality // *Physica D*. 1997. Vol. 101. P. 249.
17. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R.* A variety of period-doubling universality classes in multiparameter analysis of transition to chaos // *Physica D*. 1997. Vol. 109. P. 91.
18. *Kuznetsov S.P., Sataev I.R.* Universality and scaling in non-invertible two-dimensional maps // *Physica Scripta*. 1996. Vol. T67. P. 184.
19. *Kuznetsov S.P.* Tricriticality in two-dimensional maps // *Phys. Lett.* 1992. Vol. A169. P. 438.
20. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Mosekilde E., Turukina L.V.* Two-parameter analysis of the scaling behavior at the onset of chaos: Tricritical and pseudo-tricritical points // *Physica A*. 2001. Vol. 300. P. 367.
21. *Кузнецов А.П., Савин А.В.* Об одном типе перехода порядок – хаос в связанных отображениях с удвоениями периода // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2003. Т. 11, № 6. С. 16.
22. *Кузнецов С.П.* О критическом поведении одномерных цепочек // *Письма в ЖТФ*. 1983. Т. 9, № 2. С. 94.
23. *Исаева О.Б.* О возможности реализации феноменов комплексной аналитической динамики в физических системах, построенных из связанных элементов, демонстрирующих удвоения периода // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2001. Т. 9, № 6. С. 129.
24. *Matsumoto T., Chua L.O., Komuro M.* The double scroll // *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. 1985. Vol. CAS-32, № 8. P. 797.
25. *Chua L.O., Komuro M., Matsumoto T.* The double scroll family // *IEEE Transactions on Circuits and Systems*. 1986. Vol. CAS-33, № 11. P. 1073.

26. *Matsumoto T., Chua L.O., Ayaki K.* Reality of chaos in the double scroll circuit: A computer-assisted proof // IEEE Transactions on Circuits and Systems. 1988. Vol. CAS-35, № 7. P. 909.
27. *Komuro M., Tokunaga R., Matsumoto T., Hotta A.* Global bifurcation analysis of the double scroll circuit // Int. J. of Bif. and Chaos. 1991. Vol. 1, № 1. P. 139.
28. *Kahlert C.* Heteroclinic orbits and scaled similar structures in the parameter space of the Chua oscillator. In Chaotic Hierarchy. Singapore, World Scientific, 1991, p. 209.
29. *Lozi R., Ushiki S.* Confinors and bounded-time patterns in Chua's circuit and the double scroll family // Int. J. of Bif. and Chaos. 1991. Vol. 1, № 1. P. 119.
30. *Genot M.* Application of 1D Chua's map from Chua's circuit: A pictorial guide // J. of Circuits, Systems and Computers. 1993. Vol. 3, № 2. P. 375.
31. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R., Chua L.O.* Self-similarity and universality in Chua's circuit via the approximate Chua's 1D map // Journal on Circuits, Systems and Computers. 1993. Vol. 3, № 2. P. 431.
32. *Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Sataev I.R., Chua L.O.* Two-parameter study of transition to chaos in Chua's circuit: Renormalization group, universality and scaling // Int. J. of Bif. and Chaos. 1993. Vol. 3, № 4. P. 943.
33. *Kennedy M.P.* Robust OP Amp realization of Chua's circuit // Frequenz. 1992. Vol. 46, № 3-4. P. 66.
34. *Zhong G.-Q.* Implementation of Chua's circuit with a cubic nonlinearity // IEEE Transactions on Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications. 1994. Vol. 41, № 12. P. 934.
35. *Zhong G.-Q., Ayrom F.* Experimental confirmation of chaos from Chua's circuit // Int. J. Circuit Theory Appl. 1985. Vol. 13, № 11. P. 93.
36. *Chua L.O., Itoh M., Kocarev L., Eckert K.* Chaos synchronization in Chua's circuit // Electronics research laboratory, University of California, Berkeley, Memorandum UCB/ERL M92/111, 1 May 1992.

*Саратовский филиал Института
радиотехники и электроники РАН
Саратовский государственный
университет*

*Поступила в редакцию 01.06.2006
После доработки 18.12.2006*

ON THE CRITICAL BEHAVIOR OF NON-IDENTICAL ASYMMETRICALLY COUPLED CHUA'S CIRCUITS

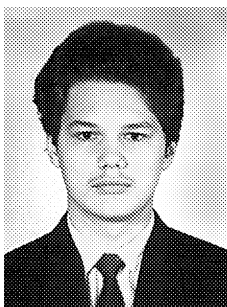
A.P. Kuznetsov, A.V. Savin, I.R. Sataev

The complex dynamics and the peculiarities of the transition to chaos in two coupled flow systems – Chua's circuits are investigated. It is shown that this system demonstrates more complicated behavior at the onset of chaos than the discrete maps. In particular, the codimension of the critical behavior increases in such system.

Кузнецов Александр Петрович – родился в 1957 году. Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН, профессор Саратовского госуниверситета, заведующий базовой кафедрой динамических систем СГУ в СФ ИРЭ РАН. Специалист по нелинейной динамике, теории динамического хаоса и теории критических явлений. Занимается использованием идей теории катастроф и теории бифуркаций, а также развитием концепции сценариев перехода к хаосу применительно к многопараметрическим модельным и физическим нелинейным системам. Соросовский профессор (2000, 2001), научный руководитель студенческой лаборатории «Теоретическая нелинейная динамика» и школьной научной лаборатории. Опубликовал более 100 научных работ. Автор нескольких оригинальных учебных курсов для факультета нелинейных процессов и лица прикладных наук СГУ, 10 учебных пособий и монографии «Нелинейные колебания» (совместно с С.П. Кузнецовым и Н.М. Рыскиным. М.: Физматлит, 2002). E-mail: alkuz@sgu.ru; www.sgtnn.narod.ru



Савин Алексей Владимирович – родился в Саратове в 1980 году. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (2002) и аспирантуру факультета нелинейных процессов СГУ. Кандидат физико-математических наук (2005). Доцент факультета нелинейных процессов СГУ, младший научный сотрудник Саратовского филиала ИРЭ РАН. Имеет более 20 научных публикаций, в том числе 10 в центральных и международных журналах. Область научных интересов: особенности перехода к хаосу и критического поведения в связанных нелинейных системах; сложная динамика систем, близких к консервативным.



Сатаев Игорь Рустамович – родился в 1959 году. Окончил Московский физико-технический институт в 1982 году. Кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН. Область научных интересов - критические явления в нелинейной динамике, моделирование динамики на пороге хаоса, применение численных методов для решения ренормгрупповых уравнений. Автор более 30 научных публикаций.

