

ДВЕ ТЫСЯЧИ ВОСЬМОЙ ГОД В ДАТАХ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Д.И. Трубецков

Настоящая публикация – продолжение публикации «Какие даты круглыми назвать?»¹. В ней собраны «некруглые» даты, представляющие, на наш взгляд, определенный интерес для читателей журнала.

Ключевые слова: Землетрясения, ударная волна, Жан Батист Жозеф Фурье, эллиптические функции, ДНК.

245 лет назад, в 1763 году Михаил Васильевич Ломоносов в работе «О слоях земных» предложил классификацию четырех типов землетрясений по интенсивности и «способу отклонений». Он изложил свои представления о строении и развитии Земли.

В том же веке Джон Мичелл пришёл к выводу, что сотрясения Земли происходят из-за прохождения через земную толщу упругих волн.

Считают, что современная сейсмология берет начало с появления в 1862 году красочно иллюстрированного двухтомника «Великое неаполитанское землетрясение 1857 года: основные принципы сейсмологических наблюдений» [1, с. 11]. Книгу написал ирландский инженер Роберт Маллет, который составил карту пораженной территории, разделив её на четыре зоны и повторив тем самым Ломоносова. В первой зоне населенные пункты были уничтожены полностью; во второй были разрушены крупные строения и имелись человеческие жертвы; в третьей имели место лишь небольшие повреждения и не было несчастных случаев; наконец, в четвертой не было отмечено повреждений, хотя толчок и ощущался. Таким образом, Маллет вслед за Ломоносовым предложил первую примитивную шкалу интенсивности землетрясений.

В настоящее время распространена шкала, в которой выделено двенадцать степеней сотрясения: от едва ощутимого толчка до ужасающих разрушений.

Простейшая модель землетрясения – модель сильного «точечного» взрыва внутри сплошного твердого тела. Условие сильного взрыва означает малость характерного давления в твердом теле по сравнению с давлением на фронте ударной волны. Закон движения ударной волны получается таким же, как при сильном «точечном»

¹ Д.И. Трубецков. «Какие даты круглыми назвать?» // Изв. вузов «ПНД», т. 16, № 3, 2008, с. 22–32.

взрыве в атмосфере. Под «точечным» взрывом в атмосфере понимают взрыв заряда, имеющего малый размер и массу, но обладающего большой энергией. Простое и изящное решение этой задачи, которое привело к весьма нетривиальному результату, было дано академиком Л.И. Седовым. Напомним её постановку и решение (см., например, [2]).

Пусть в течение очень короткого времени в атмосфере выделилась столь большая энергия, что при дальнейшем распространении ударной волны можно пренебречь атмосферным давлением за ударной волной. Масштабы явления должны зависеть от «мгновенно» выделившейся энергии взрыва \mathcal{E} и инерционных свойств атмосферы – плотности ρ . Закон движения ударной волны определяется зависимостью расстояния до центра взрыва от \mathcal{E} , ρ и момента времени t взрыва, то есть $r = f(\mathcal{E}, \rho, t)$. Тогда в системе LMT матрица размерности имеет вид:

$$\begin{array}{ccccc} & r & \mathcal{E} & \rho & t \\ L & 1 & 2 & -3 & 0 \\ M & 0 & 1 & 1 & 0 \\ T & 0 & -2 & 0 & 1 \end{array}$$

и $r = C\mathcal{E}^\alpha \rho^\beta t^\gamma$. Следовательно, $L = (L^2MT^{-2})^\alpha (L^{-3}M)^\beta T^\gamma$ и $1 = 2\alpha - 3\beta$, $0 = \alpha + \beta$, $0 = -2\alpha + \gamma$. Из последней системы уравнений находим:

$$\alpha = \frac{1}{5}, \quad \beta = -\frac{1}{5}, \quad \gamma = \frac{2}{5}.$$

Окончательно имеем

$$r = C\mathcal{E}^{1/5} \rho^{-1/5} t^{2/5}. \quad (1)$$

Для грубой оценки плотности энергии в момент времени t поделим \mathcal{E} на объем шара с радиусом $r(t)$. Исходя из размерности этой величины, можно думать, что это и есть какое-то характерное давление на фронте ударной волны (на поверхности шара):

$$p = \frac{3}{4\pi C^3} \mathcal{E}^{2/5} \rho^{3/5} t^{-6/5}. \quad (2)$$

Вернемся к модели землетрясения. Роль характерного давления теперь играет модуль Юнга G . Радиус разрушения r_0 с учетом соотношений (1) и (2) определяется из выражения

$$\mathcal{E} \sim Gr_0^3. \quad (3)$$

Скорость движения ударной волны находится из формулы

$$v(t_0) \sim \frac{r(t_0)}{t_0} \sim \left(\frac{\mathcal{E}}{\rho}\right)^{1/5} t_0^{-3/5}, \quad (4)$$

где t_0 – время после взрыва, $r(t_0)$ – расстояние, на которое уходит ударная волна от точки взрыва за время t_0 . Из формулы (4) находим, что

$$v^2(t_0) \sim \left(\frac{\mathcal{E}}{\rho}\right)^{2/5} t_0^{-6/5}. \quad (5)$$

Сравнивая соотношения (5) и (2), видим, что

$$v^2(t_0) \sim \frac{p}{\rho} \quad \text{и} \quad v(t_0) \sim \sqrt{\frac{p}{\rho}},$$

то есть скорость ударной волны через время t_0 после взрыва имеет порядок скорости звука.

Землетрясения относятся к редким катастрофическим событиям, математическим образом которых являются степенные законы распределения вероятностей («распределения с тяжелыми хвостами»). Американские сейсмологи Гутенберг и Рихтер установили в 1941 году закон распределения землетрясения по энергиям

$$\mathcal{N}(\mathcal{E}) \sim \mathcal{E}^{1+\alpha}, \quad (6)$$

где \mathcal{N} – число землетрясений с энергией \mathcal{E} , $\alpha \sim 0.6$.

Красивое исследование числа землетрясений в масштабе всего земного шара провел академик Георгий Сергеевич Голицын, используя анализ размерностей и подобия (см., например, [3]).

Приведем его рассуждения, следуя [3, с. 101–103]. Заметим, что в 2008 году исполнилось 600 лет великому роду Голицыных, а Г.С. Голицын всей своей научной жизнью связан с нелинейной динамикой. Количественной характеристикой силы землетрясений в настоящее время считается величина сейсмического момента

$$\mathcal{M} = \mu_c S \cdot s, \quad (7)$$

где μ_c – модуль сдвига пород, разрываемых при землетрясении, S – площадь разрыва хрупкой коры, s – среднее смещение соседних блоков коры при землетрясении. Величина \mathcal{M} измеряется в ньютонах на метр ($L^2 MT^{-2}$), то есть имеет размерность энергии (сравните формулу (7) с формулой (3)).

В процессе землетрясения высвобождается напряжение $\Delta\sigma$, накопленное в процессе землетрясения при движении литосферных плит ($[\Delta\sigma] = L^{-1} MT^{-2}$). Как показано в [3], величина $\Delta\sigma$ незначительно меняется вокруг своего среднего значения (порядка 40 атм = 4 МПа = $4 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2} = 4 \cdot 10^6 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-3}$), хотя величина \mathcal{M} может при этом отличаться на несколько порядков. Последнее очень важно, поскольку позволяет каждому землетрясению приписать свой пространственный масштаб длины L_m , площади $S_m = L_m^2$ или объема $V_m = L_m^3$;

$$L_m = \left(\frac{\mathcal{M}}{\Delta\sigma} \right)^{1/3}, \quad S_m = \left(\frac{\mathcal{M}}{\Delta\sigma} \right)^{2/3}, \quad V_m = \frac{\mathcal{M}}{\Delta\sigma}. \quad (8)$$

Величины L_m и S_m – меры длины и площади разрыва, образующегося в процессе землетрясения. Знание модуля сдвига μ_c позволяет определить и среднее смещение s . Из соображений размерности можно записать

$$\mathcal{M} = a_S \mathcal{P} \tau(\geq \mathcal{M}), \quad (9)$$

где a_S – постоянный множитель, \mathcal{P} – мощность, вводимая в систему², $\tau(\geq \mathcal{M})$ – среднее время ожидания события с сейсмическим моментом, равным или большим \mathcal{M} . Вид формулы (9) соответствует распределению для землетрясения в тонкой

²Как указано в [3], в случае глобальной статистики \mathcal{P} – полное значение геотермической мощности, равной $4 \cdot 10^{13}$ Вт при среднем значении потока $0.08 \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$.

коре вблизи срединно-океанических хребтов, где она зарождается и имеет толщину около 5 км [3]. В сейсмологии вводят среднюю частоту повторения землетрясений $\mathcal{N}(\geq M) = 1/\tau(\geq M)$. Тогда соотношение (9) переписывают в виде:

$$\mathcal{N}(\geq M) \sim \frac{\mathcal{P}}{M^n}, \quad (10)$$

где показатель n , согласно тщательно проверенной статистике событий, по одним данным равен 1.05, а по другим 0.94, то есть очень близок к единице [3]. Постоянный коэффициент a_S определяют по данным наблюдений.

Приведенному закону распределения подчиняется лишь небольшая часть землетрясений. Большинство из них происходит вдали от срединных хребтов в океане, они имеют момент $M \leq 10^{21}$ Н · м⁻¹, значение показателя n считают равным 0.66 ± 0.03 .

Вернемся к формулам (8). Последняя из них определяет объем пространства, в котором происходит разгрузка напряжений. Первопричиной создания напряжений в коре толщиной h является поток тепла, подаваемый на площадь S_m . Он действует на объем $hS_m = h(M/(\Delta\sigma))^{2/3}$ (см. вторую формулу в (8)).

С учетом формулы (9) и того, что $\mathcal{N} = 1/\tau$, сказанное можно записать в виде:

$$\frac{1}{V_m}(\mathcal{M}\mathcal{N}(\geq M)) = a_S \mathcal{P} \frac{1}{hS_m}. \quad (11)$$

Подставляя в (11) $V_m = M/(\Delta\sigma)$ и $hS_m = (M/(\Delta\sigma))^{2/3}h$, окончательно получим:

$$\mathcal{N}(\geq M) = a_S \mathcal{P} \cdot h^{-1} M^{-2/3} (\Delta\sigma)^{-1/3}. \quad (12)$$

Приведем далее цитату, комментирующую формулу (12).

«Эта формула, опубликованная автором в 1995 году, не только объясняет природу показателя $0.66 \pm 0.03 \approx 2/3$, но и выявляет факторы, способствующие землетрясению. Например, чем тоньше кора, тем меньше среднее время ожидания землетрясения заданной силы. Различие между двумя показателями связано с тем, что в первом случае, при $n = 1$, рвется вся кора толщиной h , а во втором случае, при $n \approx 2/3$, это не происходит, и образуется лишь частичный разрыв в коре с площадью S такой, что $\sqrt{S} < h$. Поэтому землетрясения, регистрируемые в тонкой океанической коре, имеют распределение с $n = 1$, а подавляющее большинство их в толстой коре соответствуют $n \approx 2/3$ » [3, с. 103].

240 лет назад, 21 марта 1768 года в Осере (Оксерр), родился выдающийся французский математик и физик, член Парижской академии наук с 1817 года Жан Батист Жозеф Фурье [4]. Он автор известной работы «Аналитическая теория тепла» (1822), которая имела большую значимость для развития математической физики. Именно Фурье вывел дифференциальное уравнение теплопроводности. Ему принадлежит и метод представления функции тригонометрическими рядами (ряды Фурье), широко применяемый в различных разделах физики. Не менее известен интеграл Фурье. Но жизнь Фурье не была жизнью кабинетного ученого. Как пишет Араго [5], «...поприще нашего товарища было наполнено тревогами и опасностями...»

Фурье родился в семье простого портного и на восьмом году жизни остался круглым сиротой. Будем следовать далее биографии Фурье, написанной Араго [5],

иногда не пересказывая её, а цитируя (в дальнейшем выделяем цитируемое лишь кавычками, не указывая соответствующих страниц в [5]).

Благодаря оксерскому епископу, Фурье был принят в военную школу, где «...он учился словесным наукам с удивительно быстрыми успехами». В тринадцать лет Фурье понял, что школьных знаний ему мало. «Собирая свечные огарки в кухне, коридорах и классах, он усаживался с ними в камине, закрывался ширмами и всю ночь посвящал занятиям, плоды которых скоро прославили его имя и принесли честь его отечеству».

Фурье хотел быть солдатом, подобно Декарту, но «...его просьба о допущении на экзамен в артиллерию... была отвергнута с цинизмом, достойным памяти». И это несмотря на поддержку знаменитого Лежандра. «Фурье, – отвечал министр, – как неблагородный, не может быть принят в артиллерию, хотя бы он был второй Ньютон!» На самом деле, как подчеркивает Араго, причина была в другом. «...Фурье получил отказ не строго за свое неблагородство, но за то, что у него не было дохода в несколько сотен ливров, без которых главы тогдашнего правления за ничто считали гений, равносильный Ньютону».

В 1789 году Фурье отказался от духовного звания и возглавил главную кафедру математики в военной оксерской школе. Причем он легко заменял заболевших профессоров риторики, истории, философии, давая уроки, «...блиставшие глубокой ученостью и изящным изложением».

Грянула Великая французская революция, в которой Фурье принимал активное участие. С 1795 года он работал в Нормальной школе³, а после её преобразования – в Политехнической школе. Араго пишет об этом периоде следующее. «Вступив в это знаменитое заведение сперва в качестве наблюдателя за уроками фортификации и потом перейдя на кафедру анализа, Фурье оставил по себе почетную память профессора, преподававшего ясно, методически и с глубокой ученостью; к этому я прибавляю: он доказал, что преподавание математики не чуждо изяществу».

Лекции Фурье не были собраны. В “Журнале Политехнической школы” помещена только одна его статья “О начале возможных скоростей”. Это сочинение, без сомнения, служившее текстом для одной из его лекций, показывает, что его тайна великого профессора состояла в искусном сочетании истин отвлеченных с любопытными приложениями и малоизвестными историческими подробностями, почерпаемыми из оригинальных источников, – что ныне встречается весьма редко».

Фурье был советником Наполеона по науке, принимал участие в походе в Египет и некоторое время даже управлял этой страной. Сразу же после взятия французами Каира (памятная победа при пирамидах) Бонапарт для возрождения древнего царства фараонов учредил Египетский Институт по образцу Парижской академии наук. Сам Бонапарт принадлежал к математическому отделению, Монж был первым президентом, а место бессменного секретаря занял Фурье, занимаясь почти всеми исследованиями Института. Он занимался математическими задачами, вопросами механики, теоретическими и историческими исследованиями о водопроводе из Нила в Каир и об оазисах, планами работ на месте древнего Мемфиса и всех гробниц. Фурье представил Институту описание машины для орошения полей, приводимой в движение ветром.

³В Нормальной школе началось публичное преподавание начертательной геометрии – великого творения Монжа, который умер 190 лет назад. Она перешла почти без изменений в Политехническую школу, а затем на заводы, мануфактуры и самые бедные мастерские.

Араго подчеркивает дипломатические способности Фурье, приводя много любопытных примеров. Резюмируя, он пишет следующее.

«Мало людей, юношеские мечты которых не уничтожались бы одна за другой печальной действительностью зрелого возраста. Фурье представляет редкое исключение. Вспомним 1789 год и посмотрим, чего мог ожидать скромный монастырский послушник: немного литературной славы, благосклонного внимания к его проповедям в церквах столицы, иметь удовольствие произнести панегирик тому или другому важному лицу, прославленному из официальности. Что же вышло? Едва прошло девять лет, и наш товарищ стал во главе Египетского института и сделался оракулом, любимцем общества, между членами которого были Бонапарт, Бертолле, Монж, Малюс, Жеффруа Сент-Иллер, Конте и пр.; генералы возлагали на него труднейшие поручения и, наконец, восточная армия, богатая разного рода знаменитостями, не пожелала другого оратора для прославления высоких дел падшего героя⁴».

Фурье принадлежит и «Историческое предисловие» к проекту «Общее сочинение о Египте», принятому Каирским институтом, в котором собраны и приведены в порядок все материалы египетского похода.

После возвращения в Европу в 1802–1815 годах Фурье был префектом департамента Изеры; в этот период он начал работать над теорией тепла.

Во Введении к «Аналитической теории тепла» Фурье четко формулирует поставленные им задачи.

«Сущность поставленных мною вопросов следует из перечисления главного содержания этой теории. Каковы элементарные качества, которые необходимо наблюдать в каждом веществе, и в чем состоят самые подходящие эксперименты для их точного определения? Если общие законы управляют распределением тепла в твердом теле, то каково математическое выражение этих законов? При помощи какого анализа можно вывести из этих математических выражений полное решение основных вопросов?...

Дифференциальные уравнения распространения тепла выражают самые общие условия и сводят физические вопросы к проблеме чистого анализа, что, в сущности, и есть предмет теории...

Уравнения движения тепла, так же как уравнения, описывающие колебания тел либо колебания жидкостей, принадлежат к недавно открытой области математики, которую было важно усовершенствовать...

Мы видим, например, что одно и то же уравнение, которое математически рассматривается как выражение абстрактных свойств и которое в этом отношении принадлежит общему анализу, одновременно является уравнением движения света в атмосфере; это же выражение описывает законы диффузии тепла в твердом теле, и оно же входит во все главные задачи теории вероятностей» (цит. по [6]).

В качестве напоминания рассмотрим уравнение теплопроводности и один его современный способ решения.

При построении теории теплопроводности Фурье естественно исходил из представлений теории теплорода, которой в те времена пытались объяснить все тепловые явления. Эти представления неверны. Однако, если объем системы или давление поддерживаются постоянными, то явления протекают так, как если бы тепло

⁴Имеется в виду гибель от руки фанатика-убийцы легендарного военачальника Клебера – героя египетской кампании, с которым Фурье дружил.

было каким-то веществом, которое может только перемещаться в пространстве, но не может создаваться или уничтожаться. Количество тепла следует отождествить с внутренней энергией, если постоянен объем системы, и с энтальпией⁵ системы, если постоянно давление. В обоих случаях математические основы теории остаются верными, в то время как их физическое обоснование не имеет ничего общего с представлениями, из которых исходил Фурье.

Рассмотрим неограниченную среду, в которой поток тепла распространяется в направлении оси x [7]. Свойства среды могут меняться в направлении x и зависеть от времени. Поэтому плотность потока \vec{q} является функцией x и t , то есть $\vec{q} = \vec{q}(x, t)$. Плотностью потока тепла называется вектор \vec{q} , совпадающий по направлению с направлением распространения тепла и численно равный количеству тепла, проходящему в одну секунду через площадку в один квадратный сантиметр, перпендикулярную к направлению потока тепла. Выведем закон Фурье – уравнение, которому удовлетворяет \vec{q} в одномерных задачах.

Выделим мысленно в среде бесконечно длинный цилиндр с образующими, параллельными оси x , и рассмотрим бесконечно малый участок такого цилиндра AB длиной dx (рис. 1). Количество тепла, поступающее в цилиндр AB за время dt через основание A с координатой x , равно $q(x)Sdt$, где S – площадь поперечного сечения цилиндра. Количество тепла, уходящее за то же время через основание B , есть $q(x + dx)Sdt$. Поскольку через боковую поверхность тепло не поступает, полное количество тепла, поступающее за время dt в анализируемый участок цилиндра, равно

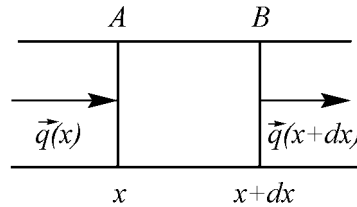


Рис. 1.

$$[-q(x + dx) + q(x)]Sdt = -\frac{\partial q(x)}{\partial x} Sdxdt. \quad (13)$$

С другой стороны, это тепло можно представить в виде $dM \cdot c_v dT$, где $dM = \rho Sdx$ – масса цилиндра AB , c_v – удельная теплоемкость, dT – повышение температуры. Тогда с учетом (13) имеем:

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}. \quad (14)$$

Установим связь между плотностью потока тепла q и температурой среды T , для чего рассмотрим случай бесконечной однородной пластинки толщиной l . Если на одной стороне пластинки поддерживается температура T_1 , а на другой – температура T_2 и $T_1 \geq T_2$, то, как показывает опыт, поток тепла пропорционален разности температур $(T_1 - T_2)$ и обратно пропорционален толщине пластинки l , то есть

$$q = \kappa \frac{T_1 - T_2}{l}, \quad (15)$$

⁵Напомним, что энтальпию можно определить как функцию состояния, приращение которой при изобарическом процессе дает тепло, полученное системой.

где κ – коэффициент теплопроводности, в общем случае $\kappa = \kappa(x)$. Если пластинка бесконечно тонкая и $l = dx$, $T_1 = T(x)$, $T_2 = T(x + dx)$, то из (15) следует, что

$$\frac{T_2 - T_1}{l} = \frac{T(x + dx) - T(x)}{dx} = \frac{\partial T}{\partial x},$$

и формула (15) принимает вид закона Фурье

$$q = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (16)$$

Формула (16) может быть получена более просто. Действительно, поток тепловой энергии возникает в среде из-за наличия градиента температуры. При малых градиентах плотность потока теплоты q из общих соображений разложения в ряд Тейлора пропорциональна первой степени градиента температуры $\partial T/\partial x$ в направлении x её изменения, что и дает формулу (16).

Подставим соотношение (16) в уравнение (14). Тогда имеем уравнение

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (17)$$

которое, как известно, носит название уравнения теплопроводности. В частном случае, когда среда однородна и коэффициент κ не зависит от температуры, уравнение (17) принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (18)$$

$\chi = \kappa/(\rho c_v)$ – коэффициент температуропроводности среды.

Решим на уровне оценки задачу о распространении тепла в среде в следующей постановке⁶. Пусть в начальный момент времени в определенной точке жидкости выделилось некоторое количество Q тепловой энергии. Оценим, как со временем расширяется область нагрева и как падает со временем температура в этой области.

Пусть t – характерное время, за которое теплота распространяется от источника на область с характерным размером R . Тогда из уравнения (18) получаем

$$\frac{T}{t} \sim \frac{\chi T}{R^2}$$

и

$$R \sim (\chi t)^{1/2}, \quad (19)$$

то есть область расширяется пропорционально корню квадратному из времени. Соотношение (19) можно интерпретировать иначе: если вещество с характерным размером R нагрето неравномерно, то вследствие переноса теплоты температура выравнивается за характерное время

$$\tau \sim \frac{R^2}{\chi}, \quad (20)$$

которое называется временем релаксации.

⁶Мы следуем книге Крайнова В.П. Качественные методы в физической кинетике и гидрогазодинамике. М.: Высшая школа, 1989, с. 147–151.

Если в одномерном случае обозначить Q количество теплоты, выделившееся с единичной площади источника, представляющего собой плоскость yz , перпендикулярную направлению распространения теплоты, то

$$Q \sim \rho c_v T R \sim \rho c_v T (\chi t)^{1/2}.$$

Тогда

$$T \sim \frac{Q}{\rho c_v} (\chi t)^{-1/2}, \quad (21)$$

то есть температура падает со временем как $t^{-1/2}$.

Далее рассмотрим типичную нестационарную задачу теплопроводности, в которой плоский источник теплоты имеет температуру $T_0(t)$, которая колеблется со временем с частотой ω : $T_0(t) = T_0 \sin \omega t$, и следует оценить характерное расстояние x_0 , соответствующее затуханию тепловой волны, возникающей от источника теплоты.

Полагая решение в виде монохроматической волны

$$T(x, t) = T_0 e^{i(\omega t - \kappa x)},$$

из уравнения (18) находим для волнового числа

$$\kappa = i \sqrt{\frac{i\omega}{\chi}}. \quad (22)$$

Из формулы (22) видно, что κ является комплексным, причем мнимая и действительная части одинаковы. Таким образом, длина волны $\lambda \sim (\text{Re } \kappa)^{-1}$ и длина $x_0 \sim (\text{Im } \kappa)^{-1}$, на которой имеет место существенное затухание волны, в данном случае одинаковы. Последнее означает, что распространение тепловой волны представляет собой аperiодический процесс, при котором осцилляция и затухание происходят на одной и той же длине

$$x_0 \sim \left(\frac{\chi}{\omega}\right)^{1/2}.$$

Заметим, что этот результат линейной теории, который, казалось бы, интуитивно ясен, «заставил» ученых проглядеть важный эффект, не имеющий линейных аналогов. Об этом ярко написал Ю.А. Данилов [10] «Линейные теории теплопроводности и диффузии по существу тождественны: в линейном приближении законы Фурье и Фика «устроены» одинаково, уравнения теплопроводности и диффузии с точностью до обозначений совпадают. Если создать начальное возмущение температуры или концентрации, то со временем оно «рассосется», распределение температуры и концентрации будет стремиться к постоянному. Каково же было изумление ученых, когда выяснилось, что, если диффузия сопровождается химической реакцией или теплопроводность наблюдается в среде с распределенным источником тепла, то начальное возмущение может переходить в бегущую волну, движущуюся со скоростью, намного превышающей скорость диффузии! Важность открытия волнового режима в системах диффузионного типа станет ясной, если учесть, что такие системы описывают процессы, происходящие при

горении газовых смесей, распространении нервного импульса, транспорта ионов через клеточные мембраны, динамику популяций различных организмов и многое другое».

Далее Ю.А. Данилов цитирует обзор Элвина Скотта «Электрофизика нервного волокна».

«...То, что математики не сумели своевременно изучить уравнение Колмогорова–Петровского–Пискунова, не может быть объяснено слабостью их техники перед лицом огромных математических трудностей... Препятствие, вероятно, заключалось в том, что математики автоматически перенесли вывод о неволновом поведении решений волнового дифференциального уравнения на нелинейный случай.

...Чтобы иметь наглядный пример нелинейной диффузии, достаточно взять обыкновенную свечу, веками освещавшую рабочие столы ученых. Диффузия тепла от пламени освобождает от воска все новые участки фитиля, которые, в свою очередь, загораются и служат новыми источниками тепла».

Но вернемся к уравнению (18) и для разнообразия перепишем его для случая диффузии в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}. \quad (23)$$

Здесь ρ – плотность среды, D – постоянный коэффициент диффузии. Построим особое (автомодельное)⁷ решение этого уравнения [9]. Для построения автомодельных решений привлечем соображения размерности. Из величин x , t , D , которые могут входить в решение, можно составить с точностью до возведения в степень лишь одну безразмерную комбинацию

$$S = \frac{x^2}{Dt}. \quad (24)$$

Поэтому, если в решение входит какая-либо безразмерная функция от безразмерного аргумента, то она должна иметь вид $f(s) = f(x^2/(Dt))$. Добавляя в качестве множителя степень t , которая сохраняется с точностью до постоянного коэффициента при изменении масштаба, приходим к виду решения

$$\rho = At^\alpha f\left(\frac{x^2}{Dt}\right) \quad (25)$$

с разменным постоянным коэффициентом A .

⁷Напомним смысл автомодельности [8]. Явление, развивающееся во времени, называется автомодельным, если распределения его характеристик в разные моменты времени получаются одно из другого преобразованием подобия. То, что одна из независимых переменных отождествлена со временем, не имеет значения: она может иметь любой физический смысл. Предположим, что мы имеем задачу математической физики с двумя независимыми переменными r и t , приводящую к решению системы уравнений в частных производных.

В такой задаче автомодельность означает, что можно так выбрать переменные масштабы, скажем, $\vec{u}_0(t)$ и $r_0(t)$, что представленные в новых масштабах характеристики явления выразятся через функции одной переменной:

$$\vec{u} = \vec{u}_0(t) \cdot U(\xi), \quad \xi \simeq \frac{r}{r_0(t)}.$$

Решение задачи при этом приводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений для функции $U(\xi)$.

Теперь необходимо подобрать функцию f и показатель α так, чтобы удовлетворить уравнению (23). Коэффициент A при этом остается постоянным в силу линейности уравнения (23). Будем считать решение (25) четной функцией числа x и уменьшим количество подбираемых параметров, воспользовавшись законом сохранения массы

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, t) dx = M_0 = \text{const},$$

который для решения (25) имеет вид

$$2 \int_0^{\infty} At^\alpha f\left(\frac{x^2}{Dt}\right) dx = \text{const},$$

или с использованием замены переменной интегрирования $S = x^2/(Dt)$ имеем

$$dx = \frac{\sqrt{Dt}}{2\sqrt{S}} dS$$

и

$$2 \int_0^{\infty} At^\alpha f(S) \sqrt{Dt} \frac{dS}{2\sqrt{S}} = 2A\sqrt{Dt}^{\alpha+1/2} \int_0^{\infty} S^{-1/2} f(S) dS = \text{const}.$$

Так как результат не должен зависеть от t , то

$$\alpha + \frac{1}{2} = 0, \quad \text{то есть } \alpha = -\frac{1}{2}. \quad (26)$$

Нечетное по x решение построено в [9, § 11, глава V].

Используя (25) и (26), приходим к форме решения

$$\rho = At^{-1/2} f\left(\frac{x^2}{Dt}\right). \quad (27)$$

Сравните (27) с оценочной формулой (21).

Для нахождения функции f подставим выражение (27) в уравнение (23), для чего вычислим производные

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{A}{2} t^{-3/2} f(S) - \frac{A}{D} x^2 t^{-5/2} f'(S),$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{2A}{D} x t^{-3/2} f'(S),$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = \frac{2A}{D} t^{-3/2} f'(S) + \frac{4A}{D^2} x^2 t^{-5/2} f''(S),$$

где $f' = df/dS$, $f'' = d^2 f/dS^2$.

Подставим эти соотношения в (23) и умножим обе части полученного уравнения на $(2/A)t^{3/2}$. Тогда получим

$$-f(S) - 2\frac{x^2}{Dt}f'(S) = 4f'(S) + \frac{8x^2}{Dt}f''(S),$$

то есть обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами

$$8Sf''(S) + (2S + 4)f'(S) + f(S) = 0. \quad (28)$$

Левая часть уравнения (28) допускает факторизацию, то есть представление в виде итерации двух дифференциальных уравнений первого порядка

$$8Sf''(S) + (2S + 4)f'(S) = \left(2S\frac{d}{dS} + 1\right) \left(4\frac{d}{dS} + 1\right) f.$$

Обозначив $(4d/dS + 1)f = h$, перепишем уравнение (28) в виде

$$\left(2S\frac{d}{dS} + 1\right) h = 0, \quad \text{то есть } 2S\frac{dh}{dS} + h = 0.$$

Разделяя переменные, получаем

$$\frac{dh}{h} = -\frac{dS}{2S}, \quad \text{то есть } h = \frac{C_1}{\sqrt{S}},$$

где $C_1 = \text{const}$. Возвращаясь к функции f , имеем

$$\left(4\frac{d}{dS} + 1\right) f = \frac{C_1}{\sqrt{S}} \quad \text{и} \quad 4f'(S) + f = \frac{C_1}{\sqrt{S}}.$$

Решение этого уравнения приводит к формуле

$$f(S) = \left\{ \frac{C_1}{4} \int \frac{e^{S/4}}{\sqrt{S}} dS + C_2 \right\} e^{-S/4}, \quad \text{где } C_2 = \text{const}.$$

Таким образом, имеют место два линейно независимых решения

$$f_1(S) = e^{-S/4} \int_0^S \frac{e^{S_1/4}}{\sqrt{S_1}} dS_1, \quad f_2(S) = e^{-S/4}.$$

Ограничимся рассмотрением второго решения, что с учетом (27) позволяет получить автомодельное решение уравнения (23)

$$\rho(x, t) = At^{-1/2} e^{-\frac{x^2}{Dt}}, \quad (29)$$

где A – произвольная постоянная.

Графики найденного автомодельного решения при различных $t > 0$ приведены на рис. 2.

Кривые описывают распределение Гаусса и хорошо известны в теории вероятностей⁸. Площадь, заключенная между любым из графиков рассматриваемого семейства и осью x , одна и та же и равна суммарной массе диффундирующих частиц

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}} dx = \frac{A}{\sqrt{t}} 2\sqrt{Dt} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy = 2A\sqrt{\pi D}, \quad (30)$$

где $x = 2\sqrt{Dt}y$, $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-y^2} dy = \sqrt{\pi}$. Результат не зависит от t . Так как при стремлении t к нулю колокол все сильнее прижимается к оси ρ , становясь выше, то есть растягиваясь от оси x во столько же раз, то в пределе при $t = +0$, функция (29) становится пропорциональной дельта-функции δx . Учитывая (30), получаем

$$\rho(x, +0) = 2A\sqrt{\pi D}\delta(x).$$

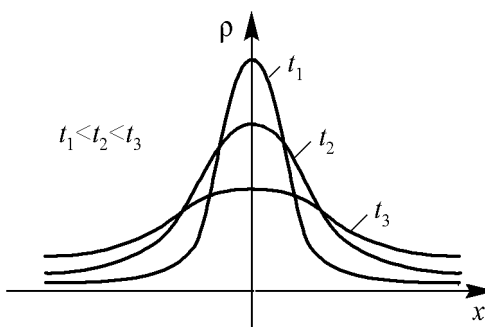


Рис. 2.

Вернемся к биографии Фурье. Мы оставили его, когда он был префектом в Изере. У Араго находим: «Занятия по управлению Изерским департаментом мало отвлекали Фурье от литературы и геометрии. К его жизни в Гренобле относятся важнейшие его сочинения; здесь он составил “математическую теорию тепла”, заслужившую признательность всего ученого мира».

Следует заметить, что Лаплас, Лагранж и Лежандр, признавая, что истинные уравнения распространения тепла найдены, критиковали способы их получения и интегрирования (в последнем случае речь шла о строгости нахождения решения). Фурье никогда не соглашался с критикой и болезненно ее воспринимал.

Однако сомнение великих не выходило из его головы и отравляло даже радость от большой математической награды, полученной им за решение задач о распространении тепла. Любопытно по этому поводу замечание Араго. «Мало того: раздражение его кончилось тем, что он всегда огорчался усилиями геометров, пытавшихся усовершенствовать его теорию. Вот странное заблуждение ума гениального! Наш товарищ забыл, что никто не доводил ученых вопросов до окончательного совершенства: разве великое открытие Ньютона не совершенствовалось бессмертными трудами Даламбера, Клеро, Эйлера, Лагранжа и Лапласа?... Время оправдывает только те действия целых обществ и частных людей, которые подчиняются власти рассудка».

После возвращения Наполеона с острова Эльбы император приказал Фурье оставить Гренобль в течение пяти дней, но затем назначил его префектом Роны с титулом графа. Однако префектом Фурье оставался недолго и уехал в Париж. Позволим себе длинную цитату из Араго.

⁸Вспомним приведенную на стр. 122 цитату из Введения к «Аналитической теории тепла» Фурье: «...это же выражение описывает законы диффузии тепла в твердом теле, и оно же входит во все главные задачи теории вероятностей».

«Вторая реставрация застала Фурье в Париже без должности и в беспокойстве о будущем. Управляющий пятнадцать лет большим департаментом, заведовавший дорожными работами и собравший миллионы для уничтожения болот Бургоина не имел даже двадцати тысяч франков. Эта почетная бедность и воспоминание о полезных трудах не обращали на себя внимание министров, озабоченных политикой и требованиями иностранцев. Просьба о пенсии была отвергнута с пренебрежением. Но парижский префект, господин Шаброль, узнает, что старый его профессор в Политехнической школе, секретарь Египетского института и автор “теории тепла” должен уроками снискивать пропитание. Это известие взволновало его и, несмотря на крики партий, он определяет Фурье директором статистической комиссии Сены, с жалованием в шесть тысяч франков. Не нужно молчать о таком деле. Науки признательны всем, кто им покровительствует, особенно, когда покровительство не безопасно. В Академию Фурье был избран со второй попытки, но затем, после смерти Даламбера стал секретарем Академии. Он возвратился к любимым своим занятиям, но пережитое сказалось на здоровье Фурье».

Закончим рассказ еще одной цитатой из Араго.

«Телесное сложение Фурье обещало долгую жизнь, но самая счастливая натура не может устоять против антигигиенических привычек. Боясь самой легкой простуды, товарищ наш в самое жаркое время года одевался как путешественник, собирающийся зимовать в полярных льдах. “Меня, – говаривал он, смеясь, – считают толстяком; но если попробуют раздеть, как снимают покрыва с египетской мумии, то найдут один скелет”. Заимствуя сравнение из климата берегов Нила, я скажу, что в тесных и сильно нагретых комнатах нашего товарища течение воздуха походило на самум, который в огненной пустыне равняется чуме...

Еще в Египте и Гренобле Фурье чувствовал припадки аневризма в сердце. В Париже уже нельзя было сомневаться в причине частых его страданий... 15 мая 1830 года он почувствовал сильный припадок и все еще не понял его важности, потому что легши в постель, не раздевшись, просил г. Пти, одного из молодых друзей его медика, не оставлять его и продолжать беседу. Но вскоре раздался крик: “Скорее, скорее уксусу! Я умираю!” – и ученый, слава нашей академии, кончил жизнь».

180 лет назад, в 1828 году Н.Х. Абель и К.Г.Я. Якоби развили теорию эллиптических функций, которые появляются, например, в теории нелинейного осциллятора и в одной из простейших моделей гидродинамического течения – периодической цепочке точечных вихрей.

Одним из красивых способов введения эллиптических функций является подход, основанный на рассмотрении обобщенного синуса – функции, обратной по отношению к интегралу вида

$$x = \int_0^y \frac{dz}{\sqrt{1 + mz^2 + nz^4}}, \quad (31)$$

где m и n – какие-либо действительные числа [11].

При этом случаю $m = -1, n = 0$ соответствует круговой синус, случаю $m = 1, n = 0$ – гиперболический, случаю $m = 0, n = -1$ – лемнискатический (лемниската Бернулли имеет форму восьмерки). Если $m = -1 - k^2, n = k^2$ ($0 < k < 1$), то в

качестве функции, обратной интегралу (31), получаем синус Якоби $\operatorname{snt} t$; эта функция появляется в задаче о математическом маятнике. Напомним, что это – решение для модели математического маятника – тяжелой материальной точки массой m , подвешенной на невесомой нерастяжимой нити длиной l и совершающей колебания в вертикальной плоскости (рис. 3).

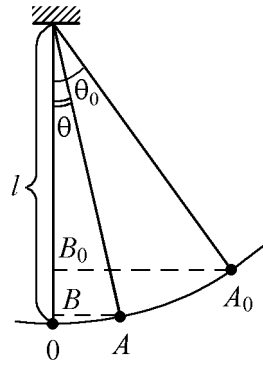


Рис. 3.

Пусть нить была отклонена от положения равновесия на угол θ_0 ; затем маятник отпустили с нулевой начальной скоростью. Скорость маятника в положении, характеризуемом углом θ , есть $v = l(d\theta/dt)$, а его кинетическая энергия $mv^2/2 = (ml^2/2)(d\theta/dt)^2$ должна равняться работе, произведенной силой тяжести (сопротивлением воздуха пренебрегаем). Тогда

$$mg(B_0B) = mgl(\cos \theta - \cos \theta_0) = \frac{ml^2}{2} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2.$$

Откуда

$$dt = -\sqrt{\frac{l}{2g}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta - \cos \theta_0}}.$$

Знак «минус» поставлен потому, что угол θ сначала убывает (когда t растёт).

Интегрируя, находим

$$\begin{aligned} t &= -\sqrt{\frac{l}{2g}} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta - \cos \theta_0}} = \\ &= \sqrt{\frac{l}{2g}} \int_{\theta}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta - \cos \theta_0}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{l}{g}} \int_{\theta}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\sin^2(\theta_0/2) - \sin^2(\theta/2)}}. \end{aligned} \quad (32)$$

Введя новую переменную $\eta = \sin(\theta/2)/\sin(\theta_0/2)$, вместо (32) получим

$$t = \sqrt{\frac{l}{g}} \int_{\eta}^1 \frac{d\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)(1-\sin^2(\theta_0/2)\eta^2)}}.$$

Окончательно имеем

$$t_0 - t = \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)(1-\sin^2(\theta_0/2)\eta^2)}},$$

где t_0 – момент первого прохождения маятника через положение равновесия, причем

$$t_0 = \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^1 \frac{d\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)(1-\sin^2(\theta_0/2)\eta^2)}}.$$

Следовательно,

$$\eta = \frac{\sin(\theta/2)}{\sin(\theta_0/2)} = \operatorname{sn} \left[\sqrt{\frac{g}{l}}(t_0 - t), \sin \frac{\theta_0}{2} \right].$$

Таким образом, величина η , характеризующая отклонение маятника в момент времени t от положения равновесия, выражается через эллиптическую функцию Якоби с модулем $k = \sin(\theta_0/2)$.

55 лет назад, в 1953 году Дж.Д. Уотсон и Ф.Х.К. Крик открыли структуру дезоксирибонуклеиновой кислоты или сокращенно ДНК. Об истории открытия авторы написали сами в книге «Двойная спираль».

Существуют подозрения в их честности. Иногда даже пишут о том, что знаменитая заметка в «Nature» от 25 апреля 1953 года – кража. В интервью главного редактора «Scientific American» Джона Ренни с Джеймсом Уотсоном есть следующий сюжет (цитируется по статье «50 лет двойной спирали», опубликованной в журнале «В мире науки», 2003, № 8, с. 36).

«Scientific American: – Всегда ходило много слухов о том, что Уилкинс передал Вам рентгенограммы ДНК, полученные Франклин, без её разрешения и что именно они сыграли важную роль в расшифровке ДНК⁹. Не кажется ли Вам сегодня, что было бы справедливее, если бы Нобелевский комитет присудил премию ей вместе с Вами и Криком, а не Уилкинсу?

Джеймс Уотсон: – Думаю, что нет.

Уилкинс предоставил нам рентгенограммы А-формы ДНК, а Розалинда – В-формы. Так что в идеале Франклин и Уилкинсу нужно было бы присудить Нобелевскую премию по химии, а Крику и мне – по биологии. Тогда все было бы справедливо. Но вышло иначе.

Мы стали столь прославленными потому, что знаменита сама ДНК. Если бы Розалинда, беседа в начале 1951 года с

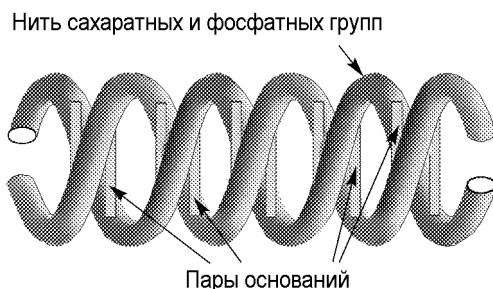


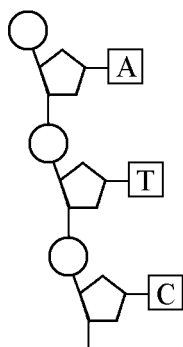
Рис. 4. (Рис. 5.5 из книги [12])

Фрэнсисом (Криком. – *Д.И.Т.*), поделилась с ним своими данными, эту структуру установила бы она. И тогда именно она стала бы знаменитой».

Почему мы связываем это важнейшее событие в истории генетики с нелинейной динамикой? Дело в том, что «классические нелинейные решетки являются моделями для исследования биохимических молекул, например, белков и ДНК». Это цитата из книги Элвина Скотта [12, с. 218]. «Изображенная на рис. 5.5 (здесь рис. 4. – *Д.И.Т.*) структура ДНК являет собой ответ на все мечты прикладных математиков. Эта одномерная нелинейная решетка... играет центральную роль при объяснении загадки Жизни. Поэтому на протяжении последних двух десятилетий проводились интенсивные исследования с целью нахождения солитонов при различных аппроксимациях структуры ДНК.

⁹Морис Уилкинс и Розалинда Франклин (её называют «забытая леди ДНК») работали в Лондонском королевском колледже над изучением ДНК.

Полинуклеотидная цепочка



Двойная полинуклеотидная цепочка

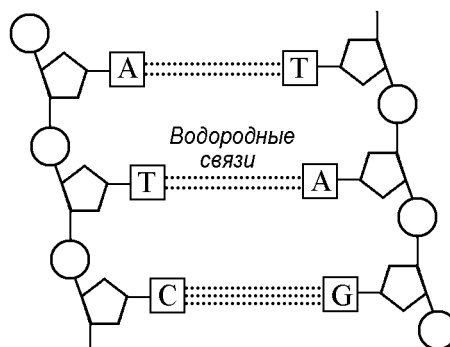


Рис. 5.

Задача сортировки огромной и все возрастающей массы литературы упрощается с использованием книги Якушевича, озаглавленной “Нелинейная физика ДНК”, в которой дан обзор публикаций, посвященных этой тематике (здесь [13]. – *Д.И.Т.*). Эта книга содержит не только введение в химию ДНК и обсуждение множества её математических моделей, но также и описание экспериментальных измерений, таблицы физических и химических констант и полную библиографию» [12, § 5.3.3].

Заметим, что Якушевич Л.В. – отнюдь не «он», а замечательная женщина – физик из Пушино. Опираясь на её работу [14], кратко опишем первую и наиболее простую нелинейную динамическую модель ДНК – модель синус–Гордона.

Напомним, что молекула ДНК состоит из двух полинуклеотидных цепочек, слабо взаимодействующих между собой. При этом каждый отдельный нуклеотид состоит из трех атомных групп: сахара, основания и фосфатная группа. Сахара и фосфаты образуют регулярную часть полинуклеотидной цепи, а основания – нерегулярную часть, поскольку в ДНК возможны четыре типа оснований: аденин (А), гуанин (G), цитозин (С), тимин (Т). Основания, чередуясь вдоль цепи, образуют последовательность, уникальную для каждого живого организма. Входящие в состав ДНК две полинуклеотидные цепи слабо взаимодействуют между собой, в основном, через водородные связи, образующиеся между основаниями. При этом между основаниями А и Т образуются две водородные связи, а между основаниями G и С – три (рис. 5).

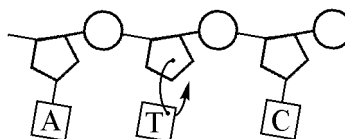


Рис. 6.

Для получения структурной ДНК следует свернуть полинуклеотидную цепочку в спираль, и мы приходим к рисунку, аналогичному рис. 4.

Модель синус–Гордона описывает вращательные колебания оснований вокруг сахаро-фосфатной цепочки (рис. 6).

Как указано в [12], «такие движения вносят существенный вклад в расплетение двойной спирали и поэтому важны для понимания динамической составляющей начального этапа процесса транскрипции».

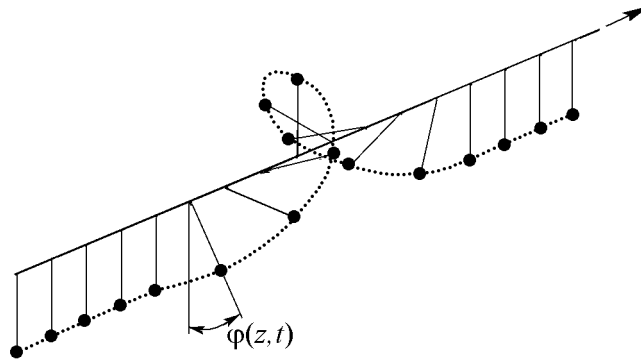


Рис. 7.

Оказалось, что вращательные колебания оснований вокруг сахаро-фосфатной цепочки во многом подобны вращательным колебаниям связанных маятников (рис. 7), подвешенных на горизонтальную нить, которые можно описать уравнением синус-Гордона (СГ-уравнение)

$$I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = K a^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - mgl \sin \varphi,$$

где φ – угловое отклонение маятника; I , m и l – момент инерции, масса и длина маятника; K – коэффициент жесткости горизонтальной нити, на которой подвешены маятники; a – расстояние между соседними ближайшими маятниками.

В модели ДНК маятники выступают аналогами оснований, функция φ – угол отклонения от положения равновесия, I – момент инерции оснований. Горизонтальная нить моделирует сахаро-фосфатную цепочку ДНК, а коэффициент K трактуется как жесткость этой цепочки. Поле, наводимое второй цепочкой ДНК, в модели отображается гравитационным полем. Это поле в первом приближении можно представить как сумму водородных взаимодействий между основаниями внутри пар. В силу этого множитель перед $\sin \varphi$ можно заменить константой, пропорциональной жесткости этих взаимодействий. Напомним свойства решений СГ-уравнения на примере нормализованного уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sin u \quad (33)$$

при $-\infty < z < +\infty$ и $-\infty < t < +\infty$.

Будем искать решение в виде бегущей волны $u(x, t) = \tilde{u}(z - vt)$, $z - vt = \xi$, v – скорость волны. Тогда, учитывая, что $\partial u / \partial z = \partial \tilde{u} / \partial \xi$ и $\partial u / \partial t = -v \partial \tilde{u} / \partial \xi$, вместо уравнения (33) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$(1 - v^2) \frac{d^2 \tilde{u}}{d\xi^2} = \sin \tilde{u}. \quad (34)$$

Умножая уравнение (34) на $du/d\xi$ и интегрируя по переменной ξ , находим

$$\frac{1}{2}(1-v^2) \left(\frac{d\tilde{u}}{d\xi} \right)^2 = A - \cos \tilde{u}, \quad (35)$$

где A – постоянная интегрирования, или

$$\frac{d\tilde{u}}{d\xi} = \pm \sqrt{\frac{2(A - \cos \tilde{u})}{1 - v^2}}. \quad (36)$$

Если положить $A = 1$, то при граничных условиях $\tilde{u} \rightarrow 0 \pmod{2\pi}$ и $d\tilde{u}/d\xi \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \pm\infty$ решение уединенной волны имеет вид

$$u(z, t) = 4 \operatorname{arctg} \left[e^{\pm[(z-vt)-z_0] \cdot \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}} \right]. \quad (37)$$

По существу, мы пришли к задаче о нелинейном маятнике, а решение (37) есть уравнение сепаратрисы. Решение со знаком «+» принято называть кинком, а со знаком «-» – антикинком. Они представляют собой не настоящий импульс, а монотонное изменение амплитуды при увеличении ξ от $-\infty$ до $+\infty$. Применительно к модели ДНК эти решения интерпретируются как нелинейные конформационные волны, возникающие и распространяющиеся вдоль молекулы ДНК.

В период с 1953 по 1957 год в США под руководством Дж. Бейкуса разработан алгоритмический язык ФОРТРАН (FORTRAN). Название происходит от английских слов For(mula) Tran(slator), то есть транслятор (переводчик) формул программ на машинный язык.

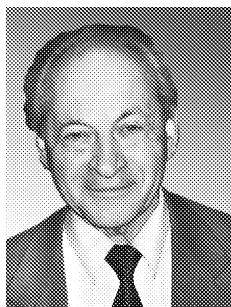
45 лет назад в 1963 году Нобелевская премия в области физиологии и медицины была присуждена Дж.К. Экклсу, А.Ф. Хаксли и А.Л. Ходжкину за изучение механизмов возбуждения и торможения в периферических и центральных частях нервных клеток. Уравнения Ходжкина–Хаксли дали весьма достоверное описание процесса распространения нервного импульса в аксоне кальмара, а также нейронных процессов возбуждения и торможения, управляемых токами ионов натрия и калия. Но в системе уравнений Ходжкина–Хаксли пять переменных, что затрудняет понимание динамики процессов. В связи с этим появился ряд упрощенных моделей. И исходная модель Ходжкина–Хаксли и упрощенные модели достаточно подробно описаны в книге [12, с. 150–173].

Библиографический список

1. *Эйби Дж.А.* Землетрясения. М.: Недра, 1982. 264 с.
2. *Брук Ю.М., Стасенко А.Л.* Как физики делают оценки – метод размерностей и порядки физических величин // О современной физике – учителю. М.: Знание, 1975. С. 54–131.
3. *Голицын Г.С.* Макро- и микромиры и гармония. М.: Бюро Квантум, 2008. 240 с. (Библиотечка «Квант». Вып. 107. Приложение к журналу «Квант» № 3/2008).

4. Храмов Ю.А. Физики. Биографический справочник. Киев: Наукова думка, 1977. С. 345.
5. Араго Ф. Жозеф Фурье // Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров. Т. I. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. С. 457.
6. Жизнь науки. Антология вступлений к классике естествознания / Составитель и автор биографических очерков профессор С.П. Капица. М.: Наука, 1973. С. 150–159.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1975, глава IV.
8. Баренблат Г.И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Теория и приложения к геофизической гидродинамике. Ленинград: Гидрометеиздат, 1982. 255 с.
9. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы математической физики. М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1973, глава V.
10. Данилов Ю.А. Прекрасный мир науки. Сборник / Сост. А.Г. Шадтина. Под общей редакцией В.И. Санюка, Д.И. Трубецкого. М.: Прогресс-Традиция, 2008. С. 163.
11. Маркушевич А.И. Замечательные синусы. Введение в теорию эллиптических функций. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1974. 96 с.
12. Скотт Э. Нелинейная наука: рождение и развитие когерентных структур. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 560 с.
13. Yakushevich L.V. Nonlinear Physics of DNA. Weinheim: Wiley-VCH, 2004
14. Якушев Л.В. Введение в нелинейную физику ДНК // В кн. Нелинейные волны'2004 / Отв.ред. А.В. Гапонов-Грехов, В.И. Некоркин. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. С. 376–380.

Поступила в редакцию 23.01.2009



Трубецков Дмитрий Иванович – родился в Саратове (1938). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1960). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1965) и доктора физико-математических наук в СГУ (1978) в области радиофизики. Заведующий кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ, профессор, член-корреспондент Российской академии наук, заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования. Научный руководитель Лицея прикладных наук и факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов: вакуумная электроника и микроэлектроника сверхвысоких частот, теория колебаний и волн, нелинейная динамика, история науки. Автор более двадцати учебных пособий и монографий, а также более двухсот статей в периодической печати.

E-mail: trubetskov@nonlin.sgu.ru

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
410012, Саратов, ул. Астраханская, 83