

УДК 537.86/530.182

<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-6-68-81>

Исследование синхронизации в системе двух гиротронов с запаздыванием в канале связи на основе модифицированной квазилинейной модели

А. Б. Адилова¹, Н. М. Рыскин^{1,2}

¹Саратовский национальный исследовательский государственный университет
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
Россия, 410019 Саратов, Зелёная, 38

E-mail: AdilovaAB@info.sgu.ru, ryskinm@gmail.com

Автор для переписки Адилова Асель Булатовна, AdilovaAB@info.sgu.ru

Поступила в редакцию 8.06.2018, принята к публикации 25.08.2018

Тема. Работа посвящена исследованию взаимной синхронизации двух гиротронов с запаздыванием в канале связи. Как правило, теоретическое исследование процессов синхронизации гиротронов и других микроволновых генераторов проводят путем вычислительного эксперимента на основе тех или иных математических моделей, хорошо зарекомендовавших себя в микроволновой электронике. С помощью такого подхода затруднительно дать достаточно полное описание картины синхронизации, используя методы и представления, выработанные в нелинейной динамике. **Цель.** Целью работы является разработка модифицированной квазилинейной модели, основанной на аппроксимации функции электронной восприимчивости. **Метод.** Исследование проводится на основе бифуркационного анализа системы, который применим к данной модели. Также проводится сопоставление с численным моделированием на основе нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой высокочастотного поля. Результаты. Предложенная в работе модель позволяет построить области синхронизации на плоскости параметров коэффициент связи – частотная расстройка для различных синхронных режимов, число которых увеличивается с увеличением времени задержки. Также модель позволяет определить наиболее важные с практической точки зрения количественные параметры (мощность, КПД, частота генерации), которые хорошо согласуются с результатами численного моделирования на основе уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой высокочастотного поля. **Обсуждение.** Важным преимуществом предложенной модифицированной квазилинейной модели является возможность использовать для изучения режимов синхронизации современные автоматизированные пакеты бифуркационного анализа.

Ключевые слова: гиротрон, связанные генераторы, синхронизация, запаздывание, численное моделирование.

Образец цитирования: Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Исследование синхронизации в системе двух гиротронов с запаздыванием в канале связи на основе модифицированной квазилинейной модели // Изв. вузов. ПНД. 2018. Т. 26, № 6. С. 68–81. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-6-68-81>

Финансовая поддержка. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-02-00839).

Study of synchronization in the system of two delay-coupled gyrotrons using a modified quasilinear model

A. B. Adilova¹, N. M. Ryskin²

¹ Saratov State University

83, Astrakhanskaya str., 410012 Saratov, Russia

²Kotelnikov Institute of Radio-Engineering of RAS, Saratov Branch

38, Zelenaya str., 410019 Saratov, Russia

E-mail: AdilovaAB@info.sgu.ru, ryskinm@gmail.com

Correspondence should be addressed to Adilova Assel B., AdilovaAB@info.sgu.ru

Received 8.06.2018, accepted for publication 25.08.2018

Topic. The paper is devoted to the study of mutual synchronization of two gyrotrons coupled with delay. As a rule, a theoretical study of synchronization of gyrotrons and other microwave oscillators is usually carried out by numerical simulations using certain well-established models of microwave electronics. Using this approach, it is difficult to provide a fairly complete synchronization pattern, using methods and ideas of nonlinear dynamics. **Aim.** The aim of the paper is to develop a modified quasilinear model based on the approximation of the electron susceptibility. **Methods.** The study is based on a bifurcation analysis of the system, which is applicable to this model. A comparison is also made with numerical simulation using the non-stationary theory of a gyrotron with a fixed high-frequency field profile. Results The model proposed in this work allowed us to construct synchronization areas on the plane of parameters of the coupling coefficient – the frequency mismatch for various synchronous modes, the number of which increases with increasing delay time. The model also makes it possible to compute the most important practical parameters (power, efficiency, oscillation frequency). **Discussion.** An important advantage of the proposed modified quasilinear model is the ability to use modern automated bifurcation analysis packages for studying synchronization modes.

Key words: gyrotron, coupled oscillators, synchronization, delay, numerical modeling.

Reference: Adilova A.B., Ryskin N.M. Study of synchronization in the system of two delay-coupled gyrotrons using a modified quasilinear model. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 6, pp. 68–81.

<https://doi.org/10.18500/0869-6632-2018-26-6-68-81>

Acknowledgements. This work is supported by the Russian Foundation for Basic Research grant no. 18-02-00839.

Введение

Изучение взаимной синхронизации в ансамблях связанных осцилляторов является фундаментальной проблемой нелинейной динамики и представляет интерес для многих приложений [1–3]. В частности, в радиофизике и электронике для сложения мощностей широко применяются системы связанных микроволновых генераторов (см., например, [4]). В последние годы привлекли внимание задачи о синхронизации мощных гиротронов (мазеров на циклотронном резонансе) [5–10], поскольку они используются для электронно-циклотронного нагрева плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза. Например, в проекте ITER планируется использование 26 гиротронов мощностью 1 МВт на частоте 170 ГГц [12].

Поскольку на сверхвысоких частотах расстояние между связанными генераторами может существенно превышать длину волны, необходимо учитывать запаздывание сигнала, распространяющегося между ними. Запаздывание может привести к ряду новых нетривиальных эффектов (см., например, [13]). В частности, в работах [14, 15] исследовалась синхронизация простой модели двух осцилляторов с предельным циклом, связанных с задержкой. Был обнаружен ряд существенных отличий от классической картины синхронизации двух генераторов с одной степенью свободы. Как известно, в подобной системе можно выделить два основных типа связи: диссипативную (диффузионную) и инерционную (реактивную) [16]. Эти случаи отличаются устрой-

ством языков синхронизации, в том числе при инерционной связи возможна синхронизация как на синфазной, так и на противофазной моде: режим синхронизации становится бистабильным. В [14, 15] было обнаружено, что в зависимости от набега фазы сигнала в канале связи доминирует либо диссипативная связь, либо инерционная. Более того, при увеличении времени задержки появляются новые устойчивые синхронные режимы, то есть мультистабильность усиливается.

Обобщение результатов, полученных в [14, 15], на систему гиротронов, связанных с задержкой, представляет очевидный интерес. Как правило, теоретическое исследование процессов синхронизации гиротронов и других микроволновых генераторов проводят путем вычислительного эксперимента на основе тех или иных математических моделей, хорошо зарекомендовавших себя в микроволновой электронике [6–10] (нестационарная теория с фиксированной или нефиксированной структурой высокочастотного (ВЧ) поля, 3-D «полностью электромагнитные» коды и т.д.). С помощью таких подходов затруднительно дать достаточно полное описание картины синхронизации, в частности, выявить структуру областей синхронизации в пространстве управляющих параметров и провести бифуркационный анализ механизмов перехода в режим синхронизации. В особенности ситуация усложняется при увеличении запаздывания, когда априори неизвестно само число мультистабильных состояний.

В данной работе развита упрощенная модель системы связанных гиротронов в виде системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, которая позволяет исследовать режимы синхронизации, используя методы и представления, выработанные в нелинейной динамике, в том числе, провести бифуркационный анализ, используя автоматизированные пакеты, например, XPPAUTO [17] и DDEBifTool [18]. Показано, что с помощью данной модели можно определить значения наиболее важных с практической точки зрения количественных параметров (мощность, КПД, частота генерации), которые достаточно хорошо согласуются с результатами численного моделирования на основе уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля.

1. Основные уравнения

Рассмотрим систему двух связанных гиротронов, параметры которых будем полагать одинаковыми за исключением небольшой расстройки собственных частот ($\omega_1 \neq \omega_2$, причем $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_{1,2}$). Будем исходить из известных уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля (см., например, [8, 19, 20]). Запишем уравнения движения электронов

$$\frac{dp_{1,2}}{d\zeta} + i \left(\Delta_H + |p_{1,2}|^2 - 1 \right) p_{1,2} = i A_{1,2} f_s(\zeta). \quad (1)$$

Здесь $p_{1,2}$ – безразмерные поперечные импульсы электронов; $A_{1,2}$ – безразмерные комплексные амплитуды поля рабочей моды (индексы «1» и «2» относятся к первому и второму гиротронам, соответственно); $\zeta = (\beta_{\perp}^2 / 2\beta_{\parallel}) \omega_0 z / c$ – безразмерная продольная координата; ω_0 – опорная частота, которая выбрана равной $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2) / 2$; $\beta_{\parallel} = v_{\parallel 0} / c$; $\beta_{\perp} = v_{\perp 0} / c$; $\Delta_H = 2(\omega_0 - \omega_H) / (\beta_{\perp}^2 \omega_0)$ – расстройка циклотронного резонанса. Функция $f_s(\zeta)$ описывает распределение поля в резонаторе. Далее рассматривается гауссово распределение поля

$$f_s(\zeta) = \exp \left[-3 \left(\frac{2\zeta}{\zeta_k} - 1 \right)^2 \right], \quad (2)$$

которое часто используется для аппроксимации реального распределения поля в резонаторе гиротрона.

Уравнения (1) решаются с граничными условиями

$$p(\zeta = 0) = e^{i\varphi_0}, \quad (3)$$

где начальные фазы φ_0 равномерно распределены по промежутку $[0, 2\pi]$.

Амплитуды $A_{1,2}$ подчиняются уравнениям возбуждения [8, 19, 20], которые в случае двух связанных генераторов имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{d\tau} + i\frac{\Delta}{2}A_1 + A_1 &= I_s\Phi(A_1)A_1 + \rho e^{-i\psi}A_2(\tau - \tau_d), \\ \frac{dA_2}{d\tau} - i\frac{\Delta}{2}A_2 + A_2 &= I_s\Phi(A_2)A_2 + \rho e^{-i\psi}A_1(\tau - \tau_d). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\Delta = 2Q(\omega_1 - \omega_2)/\omega_0$ – нормированная расстройка собственных частот; I_s – безразмерный параметр, имеющий смысл нормированного тока (подробнее см., например, [8, 19, 20]); ρ – параметр связи; $\tau = \omega_0 t / (2Q)$ – нормированное время; $\tau_d = \omega_0 t_d / (2Q)$ – нормированное время задержки; $\psi = \omega_0 t_d$ – набег фазы сигнала; $t_d \approx l/c$ – время задержки; l – расстояние между гиротронами; Φ – комплексная электронная восприимчивость [19]

$$\Phi = \Phi' + i\Phi'' = \frac{i}{A} \int_0^{\mu} J(\zeta, \tau) f_s^*(\zeta) d\zeta. \quad (5)$$

В уравнении (5) $J_{1,2}$ – гармоники ВЧ тока, которые вычисляются следующим образом:

$$J_{1,2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_{1,2} d\varphi_0.$$

Подчеркнем, уравнения (1)–(5) записаны для случая взаимодействия на основной циклотронной гармонике.

Существует подход, позволяющий провести приближенное аналитическое исследование автоколебаний в гиротроне с фиксированной структурой ВЧ поля. Он основан на так называемой квазилинейной теории [19], в рамках которой уравнения движения электронов решаются приближенно методом разложения по малому параметру, в роли которого выступает амплитуда поля. В результате можно найти сгруппированный ток и получить выражение комплексной электронной восприимчивости в виде ряда по степеням амплитуды поля $\Phi \approx \alpha - \beta|A|^2 + \dots$. Однако квазилинейная теория справедлива только при небольшом превышении порога самовозбуждения, поэтому ее результаты носят качественный характер.

Предложим следующую модификацию квазилинейной теории, которая позволяет добиться количественного соответствия результатам численного моделирования.

Рассмотрим одиночный гиротрон, для которого уравнение возбуждения запишем в виде

$$\frac{dA}{d\tau} + A = I_s\Phi(A)A. \quad (6)$$

Для режима стационарных колебаний с фиксированной частотой Ω , полагая $A \sim \exp(i\Omega\tau)$, из уравнения (6) получим

$$\begin{aligned} 1 &= I_s\Phi'(A), \\ \Omega &= I_s\Phi''(A), \end{aligned} \quad (7)$$

Проведя серию расчетов установления колебаний при различных значениях параметра I_s , найдем соответствующие значения частоты и амплитуды колебаний $\Omega(I_s)$ и $W(I_s)$, где введено обозначение $W = |A|^2$. Далее из соотношений (7) можно определить вещественную (активную) и мнимую (реактивную) части электронной восприимчивости как функции W . Действительно, нетрудно по зависимости $W(I_s)$ найти

$$\Phi' = 1/I_s(W), \quad (8)$$

а зависимость $\Omega(I_s)$ перестроить в виде $\Omega(W(I_s))$ и получить

$$\Phi'' = \Omega(W)/I_s(W). \quad (9)$$

Будем ориентироваться на параметры гиротрона, предназначенного для электронно-циклотронного нагрева плазмы [11]. Гиротрон с рабочей модой $TE_{25,10}$ имеет следующие параметры: рабочая частота 170 ГГц, мощность порядка 1 МВт, ток электронного пучка 45 А, напряжение 73 кВ, радиус резонатора 17.77 мм, радиус пучка 7.39 мм, длина однородного участка резонатора 11.5 мм, питч-фактор 1.3, магнитное поле 6.7 Тл. При таких значениях параметров имеем $\Delta_H \approx 0.5$, $\mu \approx 10$ [11]. Представляется, что и другие гиротроны подобного класса будут иметь близкие значения безразмерных параметров.

На рис. 1, *a, b* приведен пример зависимостей $W(I_s)$ и $\Omega(I_s)$ при значениях параметров $\Delta_H = 0.4$, $\mu = 10$. Значение Δ_H выбрано меньшим, чем в [11], чтобы генератор находился в режиме мягкого самовозбуждения. На рис. 1, *c, d* построены соответствующие зависимости

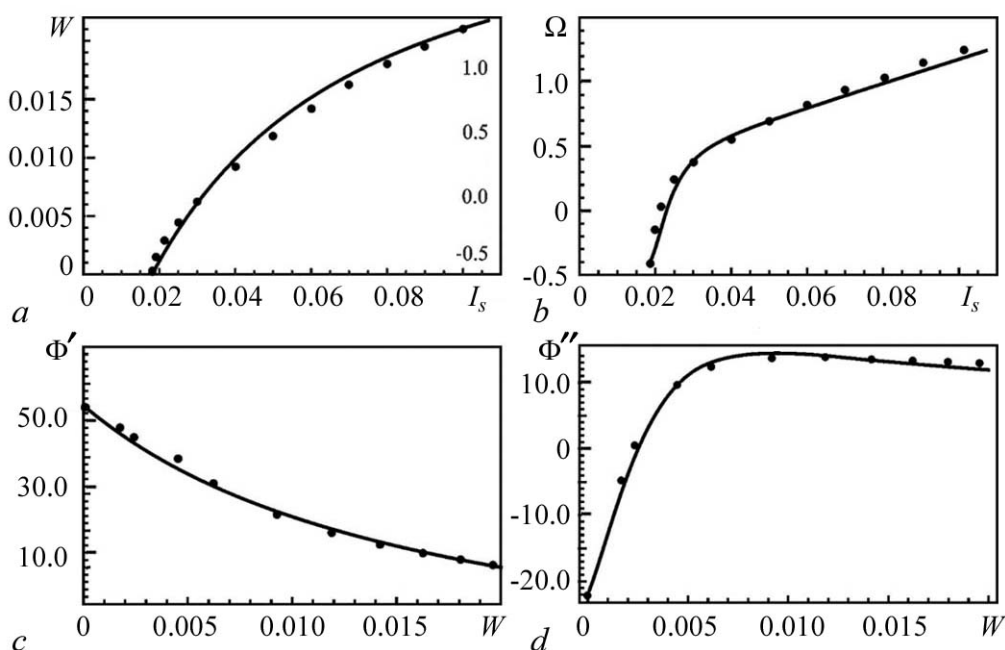


Рис. 1. Зависимости квадрата амплитуды колебаний (*a*) и частоты (*b*) от нормированного параметра тока, а также зависимости активной (*c*) и реактивной (*d*) составляющих электронной восприимчивости от квадрата амплитуды в случае мягкого самовозбуждения ($\Delta_H = 0.4$, $\mu = 10$)

Fig. 1. Amplitude squared (*a*) and oscillation frequency (*b*) as functions of the normalized current parameter; Active (*c*) and reactive (*d*) part of the electronic susceptibility as functions on the amplitude square in the case of soft self-excitation ($\Delta_H = 0.4$, $\mu = 10$)

$\Phi'(W)$ и $\Phi''(W)$, для которых можно подобрать достаточно простые аппроксимации

$$\Phi'(W) = \frac{\alpha' - \beta'W}{1 + \gamma'W}, \quad (10)$$

$$\Phi''(W) = \frac{\alpha'' + \delta''W + \gamma''W^2}{1 + \beta''W^2},$$

где в данном случае $\alpha' \approx 54.05$, $\beta' = 15 \cdot 10^2$, $\gamma' = 60$, $\alpha'' = -22.0$, $\delta'' = 8 \cdot 10^3$, $\gamma'' = 28 \cdot 10^4$, $\beta'' = 5 \cdot 10^4$. На рисунке зависимости, построенные по формулам (10), показаны сплошными линиями.

Отметим, что параметры α' и α'' определяют значения активной и реактивной восприимчивости в линейном пределе, когда $W \rightarrow 0$. Отсюда находим, что $\alpha' = 1/I_{s0}$, $\alpha'' = \Omega_0/I_{s0}$, где I_{s0} – стартовое значение параметра I_s , Ω_0 – частота генерации на пороге самовозбуждения.

На рис. 2 построены аналогичные зависимости для случая жесткого возбуждения ($\Delta_H = 0.53$, $\mu = 10$). Аппроксимации зависимостей $\Phi'(W)$ и $\Phi''(W)$ в данном случае имеют вид

$$\Phi'(W) = \frac{\alpha' - \beta'W - \gamma'W^2}{1 + \delta'W}, \quad \Phi''(W) = \frac{\alpha'' + \beta''W^2}{1 + \gamma''W^2}, \quad (11)$$

где $\alpha' = 15.3864$, $\beta' = -3 \cdot 10^3$, $\gamma' = 45 \cdot 10^3$, $\delta' = 68 \cdot 10^2$, $\alpha'' = -24.0$, $\beta'' = 10^5$, $\gamma'' = 2 \cdot 10^4$. Видно, что в области $0.39 < I_s < 0.65$ одному и тому же значению параметра соответствует два значения амплитуды колебаний, одно из которых неустойчиво. На рис. 2 неустойчивые состояния показаны пунктиром. При численном моделировании они определялись путем интегрирования уравнений в обратном времени.

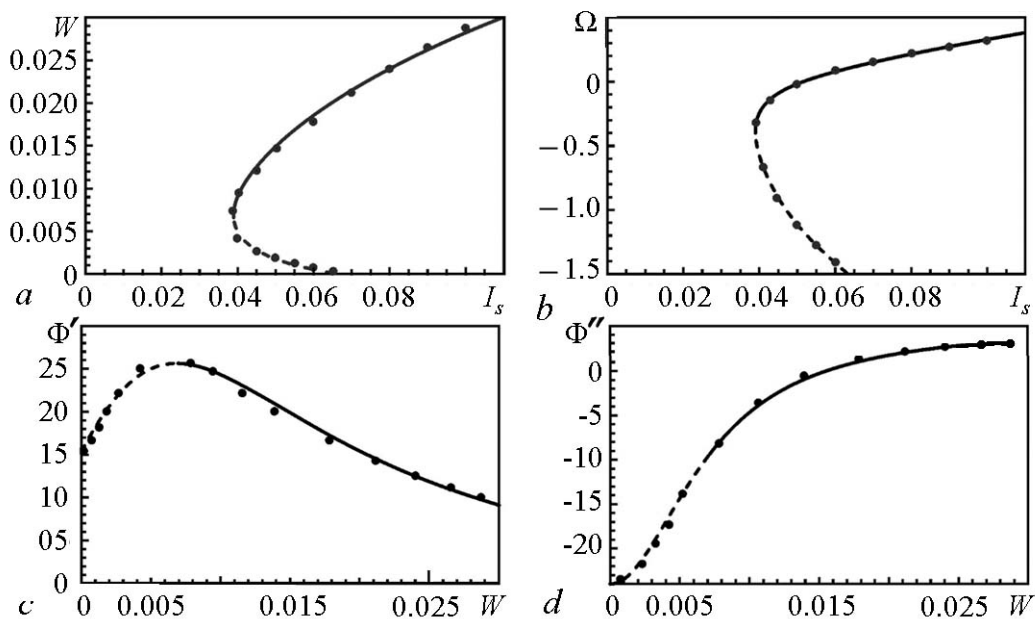


Рис. 2. Зависимости квадрата амплитуды колебаний (a) и частоты (b) от нормированного параметра тока, а также зависимости активной (c) и реактивной (d) составляющих электронной восприимчивости от квадрата амплитуды в случае жесткого возбуждения ($\Delta_H = 0.53$, $\mu = 10$)

Fig. 2. Amplitude squared (a) and oscillation frequency (b) as functions of the normalized current parameter; Active (c) and reactive (d) part of the electronic susceptibility as functions on the amplitude square in the case of hard self-excitation ($\Delta_H = 0.53$, $\mu = 10$)

Что касается состояния равновесия $A = 0$, то оно устойчиво при $I_s < 0.65$. Таким образом, в области $0.39 < I_s < 0.65$ имеет место бистабильность и возбуждение автоколебаний происходит жестким образом.

2. Результаты численного моделирования

Перейдем к рассмотрению системы двух связанных гиротронов (4). Проведем сопоставление результатов моделирования для разработанной модели, в которой функция электронной восприимчивости Φ в обоих гиротронах задается в виде аппроксимации, с расчетами по традиционным уравнениям нестационарной теории гиротрона, когда Φ находится в результате интегрирования уравнений движения (1). Для определенности будем рассматривать случай мягкого самовозбуждения ($\Delta_H = 0.4$, $\mu = 10$). При этом для Φ' и Φ'' имеем соотношения (10) (см. рис. 1, *c, d*). Нормированный параметр тока выберем равным $I_s = 0.05$, поскольку при таком значении I_s в данном случае достигается максимальный КПД (приблизительно 50%). Безразмерное время запаздывания выберем равным $\tau_d = 3.0$. Для гиротрона, рассмотренного в [11], собственная частота $f_0 \approx 170$ ГГц, добротность $Q \approx 1100$, поэтому выбранное значение τ_d соответствует расстоянию между гиротронами около двух метров.

На рис. 3 построены области синхронизации на плоскости параметров «коэффициент связи ρ –частотная расстройка Δ ». Результаты моделирования на основе нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой поля показаны кружками, а границы синхронизации, рассчитанные на основе упрощенной модели, развитой в разделе 1, – сплошными линиями. Видно, что они полностью согласуются друг с другом. Отметим, что при наличии запаздывания появляется, вообще говоря, несколько режимов синхронизации, которые можно разделить на синфазные и противофазные [14, 15] (на рис. 3 они обозначены символами S и A, соответственно).

Рассмотрим для простоты случай нулевой расстройки собственных частот гиротронов, когда уравнения (4) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{d\tau} + A_1 &= I_s \Phi(A_1) A_1 + \rho e^{-i\psi} A_2 (\tau - \tau_d), \\ \frac{dA_2}{d\tau} + A_2 &= I_s \Phi(A_2) A_2 + \rho e^{-i\psi} A_1 (\tau - \tau_d). \end{aligned} \quad (12)$$

Очевидно, что эти уравнения имеют решения $A_1 = A_2$ и $A_1 = -A_2$, которые отвечают синфазной и противофазной моде, соответственно. В режиме синхронизации колебания обоих генераторов происходят с одинаковой частотой Ω , для которой из уравнений (12) можно получить следующее уравнение:

$$\Omega = I_s \Phi''(W) \mp \rho \sin(\Omega \tau_d + \psi). \quad (13)$$

В данном случае знак «–» соответствует синфазному решению, знак «+» – противофазному.

Решая уравнение (13), можно найти значения собственных частот, причем число корней (то есть число собственных мод) увеличивается с ростом

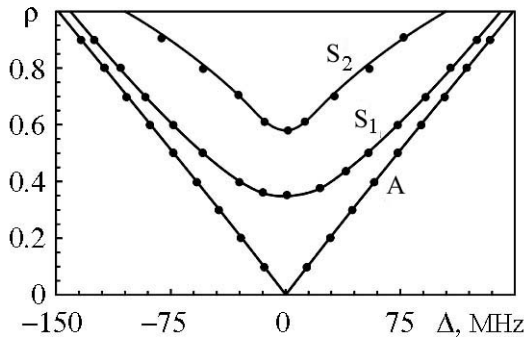


Рис. 3. Области синхронизации на синфазных S_1 , S_2 и противофазной A модах при $I_s=0.05$, $\Delta_H=0.4$, $\mu = 10.0$, $\psi = 0.4\pi$, $\tau_d = 3.0$. Линиями показаны результаты численного моделирования для модифицированной квазилинейной модели, кружками – для уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля

Fig. 3. Domains of synchronization of the in-phase S_1 , S_2 and antiphase (A) modes for $I_s = 0.05$, $\Delta_H = 0.4$, $\mu = 10.0$, $\psi = 0.4\pi$, $\tau_d = 3.0$. Simulation results for the modified quasilinear model and for the non-stationary gyrotron theory with a fixed high-frequency field profile are shown with lines and circles respectively

времени задержки. Анализ характеристического уравнения был представлен в работах [14, 21], единственное отличие заключается в том, что в данном случае учитывается реактивная фазовая нелинейность, которую описывает первое слагаемое в (13). Как показано в [14, 21], корни, для которых $\cos(\Omega\tau_d + \psi) > 0$, отвечают устойчивым состояниям, а корни, для которых $\cos(\Omega\tau_d + \psi) < 0$, – неустойчивым.

Отметим, что при построении областей синхронизации, представленных на рис. 3, необходимо задавать начальные условия таким образом, чтобы попасть в бассейн притяжения аттрактора, соответствующего той или иной моде. В случае развитой мультистабильности эта задача является нетривиальной, поэтому использовалась следующая методика.

Первоначально, при решении уравнения (13), определяются собственные частоты различных мод. Затем проводится расчет при нулевой расстройке ($\Delta = 0$) с заданием начальных возмущений (для системы с запаздыванием, очевидно, их нужно задать на интервале длительностью τ_d) в виде гармонических колебаний малой амплитуды и соответствующей частоты. При этом для синфазных/противофазных мод разность фаз выбирается равной 0 либо π , соответственно. Уравнения интегрируются до момента установления режима синхронизации на соответствующей моде. Далее проводятся расчеты при плавном увеличении расстройки с наследованием начальных условий до тех пор, пока не происходит потеря устойчивости данного режима.

Из рис. 3 видно, что при выбранных значениях параметров устойчивыми являются две синфазные и одна противофазная моды, причем наиболее широкую полосу синхронизации имеет противофазная мода. Для синфазных мод имеется порог синхронизации, то есть даже при нулевой расстройке синхронизация наступает при конечных значениях параметра связи.

Как видно из рис. 3, взаимная синхронизация возможна при расстройке собственных частот порядка 150 МГц. Собственная частота резонатора гиротрона близка к частоте отсечки, которая для TE-мод определяется соотношением

$$\omega_c = \frac{v_{mn}c}{R},$$

где R – радиус резонатора, v_{mn} – n -й корень уравнения $J'_m(v) = 0$, где J'_m – производная от функции Бесселя соответствующего порядка. Следовательно, изменение радиуса на малую величину ΔR вызывает изменение собственной частоты

$$\frac{\Delta f}{f_0} \sim -\frac{\Delta R}{R_0}.$$

Поскольку для рассматриваемого гиротрона $R = 17.77$ мм [11], допустимое отклонение составляет примерно 15 мкм, в то время как современные технологии имеют погрешность изготовления около 2 мкм [22].

На рис. 4 приведены примеры зависимостей КПД и мгновенных частот от времени. Видно, что разработанная модель хорошо описывает режим биений с достаточно сложной модуляцией частоты и КПД, который имеет место при выбранных значениях параметров. Мгновенные частоты определяются как производные от мгновенных фаз $\varphi_{1,2} = \arg(A_{1,2})$. Отметим, что для модифицированной квазилинейной модели поперечный КПД

$$\eta = 1 - \int_0^{2\pi} |p(\mu)|^2 d\varphi_0$$

можно выразить через электронную восприимчивость следующим образом:

$$\eta_{1,2} = 2\Phi'(|A_{1,2}|) |A_{1,2}|^2.$$

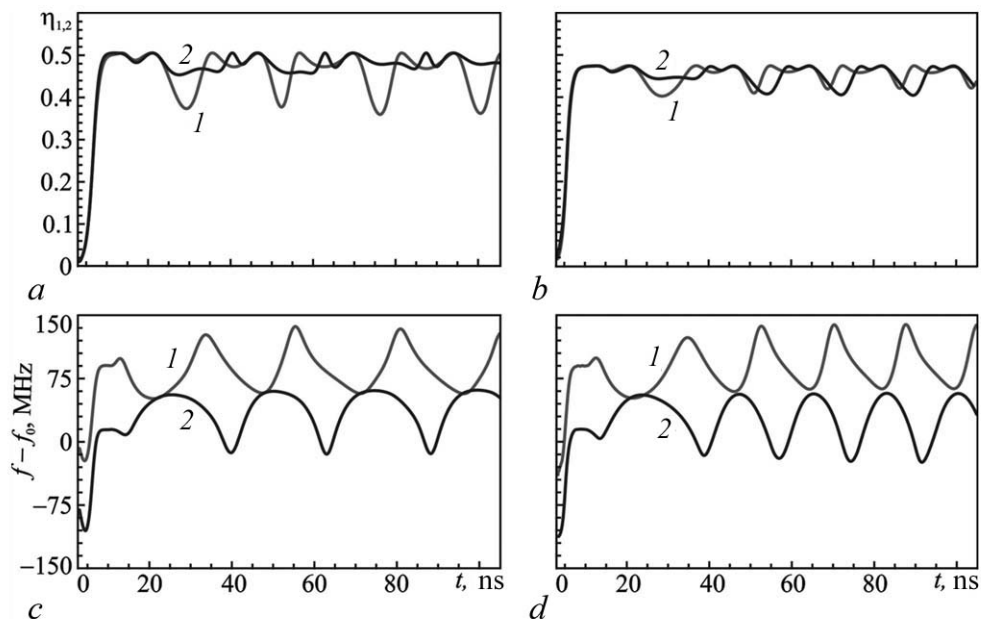


Рис. 4. Зависимости КПД (а), (b) и частот (с), (d) первого (кривые 1) и второго (кривые 2) гиротрона от времени для упрощенной модели (а), (с) и для модели гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля (b), (d). Значения параметров: $\rho = 0.5$, $\Delta = 75$ МГц, остальные параметры те же, что на рис. 3

Fig. 4. Efficiency (a), (b) and frequency (c), (d) of the first (curves 1) and second (curves 2) gyrotron versus time for the modified quasilinear model (a), (c) and for the non-stationary gyrotron theory with a fixed high-frequency field profile (b), (d). $\rho = 0.5$, $\Delta = 50$ MHz, the rest of parameters are the same as in Fig. 3

Приведенные на рис. 4 графики соответствуют случаю, когда параметры близки к границе установления синхронизации на противофазной моде. Зависимости имеют вид релаксационных колебаний со стадиями быстрого и медленного изменения переменных, что характерно для установления синхронизации путем захвата частот, то есть в результате седло-узловой бифуркации [1–3].

Иная картина поведения наблюдается в окрестности границ синхронизации для синфазных мод. Для них переход к синхронизации происходит через подавление колебаний одного генератора другим, то есть в результате бифуркации Андронова–Хопфа. Зависимости КПД и мгновенной частоты от времени для этого случая приведены на рис. 5. Видно, что амплитуда колебаний мала, то есть биения возникают мягко, что типично для синхронизации подавлением [1–3].

Зависимости КПД (а) и частоты (b) первого гиротрона от расстройки частот при синхронизации на синфазных S_1 , S_2 и противофазной А модах ($\rho = 0.8$), остальные параметры те же, что на рис. 3. Линиями показаны результаты, полученные для упрощенной модели, символами – результаты для модели гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля (кружки – противофазная мода, квадраты – первая синфазная, ромбы – вторая синфазная)

На рис. 6 приведены примеры зависимостей КПД и частоты от расстройки собственных частот в режиме синхронизации. Выбрано значение коэффициента связи $\rho = 0.8$, при котором устойчивы две синфазные S_1 , S_2 и одна противофазная А моды (ср. рис. 3). Чтобы не загромождать рисунок, показаны зависимости только для первого генератора. Для второго генератора зависимость КПД симметрична зависимости первого относительно оси $\Delta = 0$, а частоты в режиме синхронизации, очевидно, одинаковы для обеих подсистем. Обратим внимание, что частоты слабо зависят от расстройки.

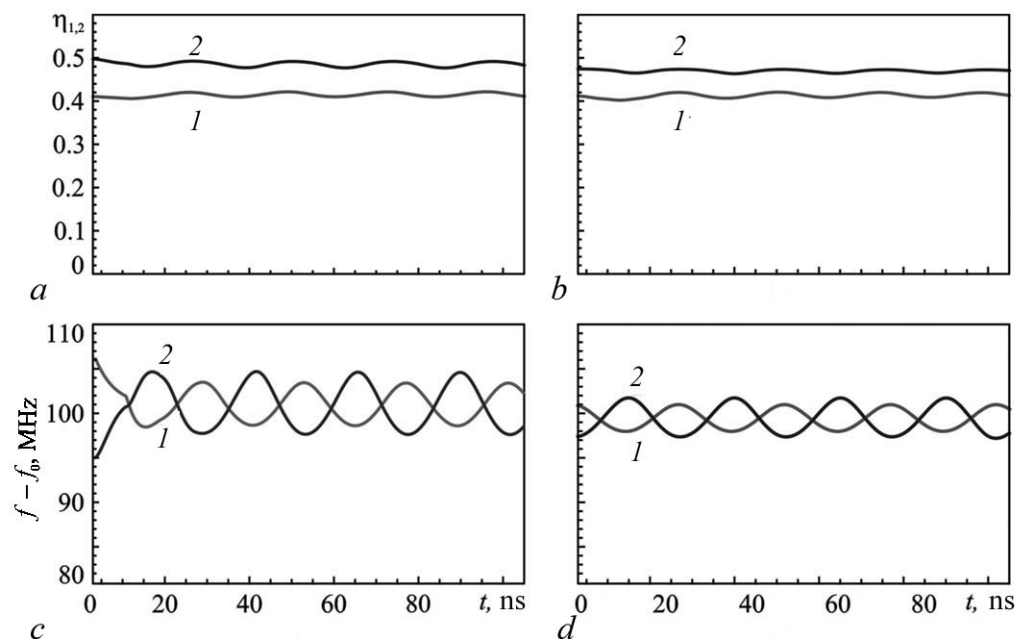


Рис. 5. Зависимости КПД (a), (b) и частот (c), (d) первого (кривые 1) и второго (кривые 2) гиротрона от времени для упрощенной модели (a), (c) и для модели гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля (b), (d). Значения параметров: $\rho = 0.8$, $\Delta = 80$ МГц, остальные параметры те же, что на рис. 3

Fig. 5. Efficiency (a), (b) and frequency (c), (d) of the first (curves 1) and second (curves 2) gyrotron versus time for the modified quasilinear model (a), (c) and for the non-stationary gyrotron theory with a fixed high-frequency field profile (b), (d). $\rho = 0.8$, $\Delta = 80$ MHz, the rest of parameters are the same as in Fig. 3

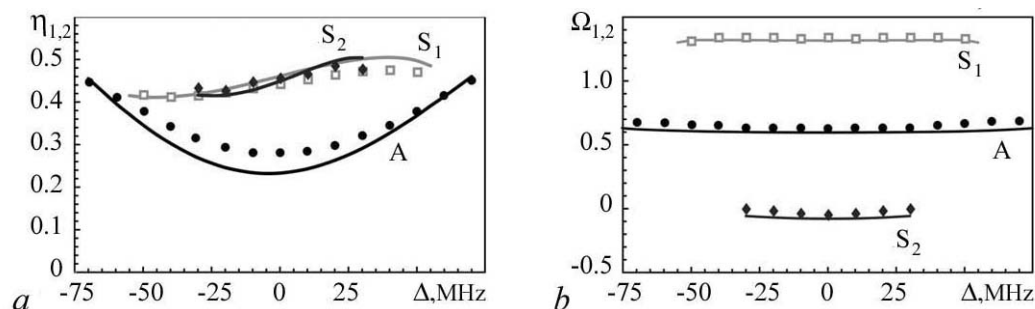


Рис. 6. Зависимости КПД (a) и частоты (b) первого гиротрона от расстройки частот при синхронизации на синфазных S_1 , S_2 и противофазной А модах ($\rho = 0.8$, остальные параметры те же, что на рис. 3). Линиями показаны результаты, полученные для упрощенной модели, символами – результаты для модели гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля (кружки – противофазная мода, квадраты – первая синфазная, ромбы – вторая синфазная)

Fig. 6. Efficiency (a) and frequency (b) of the first and second gyrotron versus the frequency mismatch for synchronization on in-phase S_1 , S_2 and antiphase A modes ($\rho = 0.8$, the rest of parameters same as in Fig. 3). Simulation results for the modified quasilinear model are shown with lines, for the non-stationary gyrotron theory with a fixed high-frequency field profile are shown with symbols (circles – antiphase mode, squares – first in-phase, rhombuses – second in-phase)

Вновь видим, что результаты расчетов для двух рассматриваемых моделей хорошо согласуются друг с другом – расхождение не превышает 5%. Также из рис. 6 видно, что синфазные моды характеризуются более высоким КПД, чем противофазная. Максимальные значения КПД составляют приблизительно 50%, что примерно равно КПД в отсутствие связи. С другой стороны, для противофазной моды КПД также может достигать значений приблизительно 50% в области малых ρ , где эта мода является единственной (см. рис. 3). Также можно заметить, что характер зависимостей КПД от расстройки для синфазных и противофазной мод различен, а именно, для противофазной моды максимальный КПД достигается вблизи границ языка синхронизации.

Заключение

В работе предложена модифицированная квазилинейная модель системы связанных гиротронов, основанная на аппроксимации функции электронной восприимчивости, найденной в результате расчетов с помощью уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля. Модель позволяет получить результаты, не только качественно, но и количественно согласующиеся с нестационарной теорией гиротрона с фиксированной структурой поля. Запаздывание сигнала в канале связи играет принципиальную роль, приводя к увеличению наблюдаемых синфазных/противофазных мод синхронизации. Модифицированная квазилинейная модель позволяет определить число устойчивых состояний и их собственные частоты, хорошо описывает структуру областей синхронизации на плоскости параметров «расстройка–коэффициент связи», зависимости КПД и частоты от расстройки в режиме синхронизации, а также сложный характер амплитудной и частотной модуляции в режиме биений. Количественно значения КПД и частоты для двух рассматриваемых моделей различаются не более чем на 5%, тогда как скорость расчета для модифицированной квазилинейной модели примерно на порядок выше. Еще одним важным преимуществом является возможность использовать для изучения режимов синхронизации автоматизированные пакеты бифуркационного анализа, такие как XPPAUTO и DDEBifTool, что является темой дальнейшей работы.

Библиографический список

1. Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука, 1997. 496 с.
2. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация: Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 496 с.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания. М.: Физматлит, 2005. 292 с.
4. York R.A., Compton R.C. Quasi-optical power combining using mutually synchronized oscillator arrays // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1991. Vol. 39, no. 6. Pp. 1000–1009.
5. Глявин М.Ю., Кулыгин М.Л. Теоретическое и экспериментальное исследование автомодуляционных режимов генерации в гиротронах с запаздывающей обратной связью // Избранные труды конкурса молодых ученых. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2001. С. 16–24.
6. Rozental R.M., Ginzburg N.S., Glyavin M.Yu., Sergeev A.S., Zotova I.V. Mutual synchronization of weakly coupled gyrotrons // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22, no. 9. 093118.
7. Zotova I.V., Ginzburg N.S., Denisov G.G., Rozental R.M., Sergeev A.S. Режимы захвата и стабилизации частоты генерации в мощных гиротронах с низкодобротными резонаторами // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 9. С. 759–769.

8. Бакунин В.Л., Денисов Г.Г., Новожилова Ю.В. Зоны захвата частоты многомодового гиротрона мегаваттного уровня мощности внешним сигналом // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 9. С. 747–758.
9. Yakunina K.A., Kuznetsov A.P., Ryskin N.M. Injection locking of an electronic maser in the hard excitation mode // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22, no. 11. 113107.
10. Новожилова Ю.В., Денисов Г.Г., Глявин М.Ю., Рыскин Н.М., Бакунин В.Л., Богдашов А.А., Мельникова М.М., Фокин А.П. Стабилизация частоты гиротрона под влиянием внешнего монохроматического сигнала или отраженной от нагрузки волны: Обзор // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 1. С. 4–34.
11. Глявин М.Ю., Денисов Г.Г., Кулыгин М.Л., Мельникова М.М., Новожилова Ю.В., Рыскин Н.М. Стабилизация частоты гиротрона слабой отражённой волной // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58, № 9. С. 747–758.
12. Sakamoto K. Progress of high-power-gyrotron development for fusion research // Fusion Sci. Tech. 2007. Vol. 52. Pp. 145–153.
13. Клиньшов В.В., Некоркин В.И. Синхронизация автоколебательных сетей с запаздывающими связями // УФН. 2013. Т. 183, № 12. С. 1323–1336.
14. Usacheva S.A., Ryskin N.M. Phase locking of two limit cycle oscillators with delay coupling // Chaos. 2014. Vol. 24, no. 2. 023123.
15. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Бифуркационный анализ взаимной синхронизации двух генераторов с запаздыванием в цепи связи // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13, № 1. С. 3–12.
16. Kuznetsov A.P., Stankevich N.V., Turukina L.V. Coupled van der Pol–Duffing oscillators: Phase dynamics and structure of synchronization tongues // Physica D. 2009. Vol. 238, no. 14. Pp. 1203–1215.
17. <http://www.math.pitt.edu/bard/xpp/xpp.html>
18. Engelborghs K., Luzyanina T., Roose D. Numerical bifurcation analysis of delay differential equations using DDE-BIFTOOL // ACM Trans. Math. Software. 2002. Vol. 28, no. 1. Pp. 1–21.
19. Nusinovich G.S. Introduction to the Physics of Gyrotrons. Baltimore, London: The Johns Hopkins University Press, 2004.
20. Бакунин В.Л., Денисов Г.Г., Завольский Н.А., Мусеев М.А. Зоны устойчивой одномодовой генерации в гиротроне со сверхразмерным резонатором // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, № 6. С. 67–81.
21. Новожилова Ю.В., Рыскин Н.М., Усачева С.А. Нестационарные процессы в генераторе с запаздывающим отражением от нагрузки // ЖТФ. 2011. Т. 81, № 9. С. 16–22.
22. Lewis S.M., Nanni E.A., Temkin R.J. Direct machining of low-loss THz waveguide components with an RF choke // IEEE Microw. Wireless Comp. Lett. 2014. Vol. 24, no. 12. Pp. 842–844.

References

1. Landa P.S. Nonlinear Oscillations and Waves in Dynamic Systems, Kluwer, Dordrecht, 1996.
2. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
3. Kuznetsov A.P., Kuznetsov S.P., Ryskin N.M. Nonlinear Oscillations. Moscow, Fizmatlit, 2005. 292 p. (in Russian).
4. York R.A., Compton R.C. Quasi-optical power combining using mutually synchronized oscillator arrays. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1991, vol. 39, no. 6, pp. 1000–1009.

5. Glyavin M.Yu., Kulygin M.L. Theoretical and Experimental Investigation of Auto-Modulation Lasing Regimes in Gyrotrons with Delayed Feedback. Selected Papers of the Contest of Young Scientists. Nizhny Novgorod: IAP RAS, 2001, pp. 16–24 (in Russian).
6. Rozental R.M., Ginzburg N.S., Glyavin M.Yu., Sergeev A.S., Zotova I.V. Mutual synchronization of weakly coupled gyrotrons. *Phys. Plasmas*, 2015, vol. 22, no. 9, 093118.
7. Zotova I.V., Ginzburg N.S., Denisov G.G., Rozental R.M., Sergeev A.S. Frequency locking and stabilization regimes in high-power gyrotrons with low-Q resonators. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2015, vol. 58, no. 9, pp. 759–769.
8. Bakunin V.L., Denisov G.G., Novozhilova Yu.V. Zones of frequency locking by an external signal in a multimode gyrotron of a megawatt power level. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2016, vol. 58, no. 12, pp. 999–1011.
9. Yakunina K.A., Kuznetsov A.P., Ryskin N.M. Injection locking of an electronic maser in the hard excitation mode. *Phys. Plasmas*, 2015, vol. 22, no. 11, 113107.
10. Novozhilova Yu.V., Denisov G.G., Glyavin M.Yu., Ryskin N.M., Bakunin V.L., Bogdashov A.A., Melnikova M.M., Fokin A.P. Gyrotron frequency stabilization under the influence of external monochromatic signal or wave reflected from the load: Review. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 25, no. 1, pp. 4–34 (in Russian).
11. Glyavin M.Yu., Denisov G.G., Kulygin M.L., Melnikova M.M., Novozhilova Yu.V., Ryskin N.M. Gyrotron frequency stabilization by a weak reflected wave. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2016, vol. 59, no. 9, pp. 673–683.
12. Sakamoto K. Progress of high-power-gyrotron development for fusion research. *Fusion Sci. Tech.*, 2007, vol. 52, pp. 145–153.
13. Klinshov V.V., Nekorkin V.I. Synchronization of delay-coupled oscillator networks. *Physics–Uspekhi*, 2013, vol. 56, no. 12, pp. 1217–1229.
14. Usacheva S.A., Ryskin N.M. Phase locking of two limit cycle oscillators with delay coupling. *Chaos*, 2014, vol. 24, no. 2, 023123.
15. Adilova A.B., Gerasimova S.A., Ryskin N.M. Bifurcation analyses of mutual synchronization of two oscillators coupled with delay. *Nonlinear Dynamics*, 2017, vol. 13, no. 1, pp. 3–12 (in Russian).
16. Kuznetsov A.P., Stankevich N.V., Turukina L.V. Coupled van der Pol–Duffing oscillators: Phase dynamics and structure of synchronization tongues. *Physica D*, 2009, vol. 238, no. 14, pp. 1203–1215.
17. <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html>
18. Engelborghs K., Luzyanina T., Roose D. Numerical bifurcation analysis of delay differential equations using DDE-BIFTOOL. *ACM Trans. Math. Software*, 2002, vol. 28, no. 1, pp. 1–21.
19. Nusinovich G.S. Introduction to the Physics of Gyrotrons. Baltimore, London, The Johns Hopkins University Press, 2004.
20. Bakunin V.L., Denisov G.G., Zaval'skij N.A., Moiseev M.A. Zones of stable single-mode generation in overmoded gyrotrons. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2012, vol. 20, no. 6, pp. 67–81 (in Russian).
21. Novozhilova Yu.V., Ryskin N.M., Usacheva S.A. Nonstationary processes in an oscillator with delayed reflection from the load. *Technical Physics*, 2011, vol. 56, no. 9, pp. 1235–1242.
22. Lewis S.M., Nanni E.A., Temkin R.J. Direct machining of low-loss THz waveguide components with an RF choke. *IEEE Microw. Wireless Comp. Lett.*, 2014, vol. 24, no. 12, pp. 842–844.



Адилова Асель Булатовна родилась в Новоузенске Саратовской области (1992). Окончила Лицей-интернат естественных наук с золотой медалью (2009) и поступила на факультет нелинейных процессов. Окончила с отличием магистратуру Саратовского государственного университета (2015) и поступила в аспирантуру факультета нелинейных процессов СГУ. Ассистент кафедры нелинейной физики. Автор 6 статей в журналах, входящих в перечень ВАК и Web of Science, участник международных и всероссийских конференций. Лауреат конкурса среди молодых физиков Фонда Зимины «Династия». Стипендиат Правительства РФ.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет
E-mail: AdilovaAB@info.sgu.ru



Рыскин Никита Михайлович окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1991). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1996) и доктора физико-математических наук (2005). С 1997 года работает на факультете нелинейных процессов СГУ, профессор, с 2014 года заведующий кафедрой нелинейной физики. С 2013 года работает старшим научным сотрудником Саратовского филиала ИРЭ РАН. Область научных интересов: нелинейная теория колебаний и волн, приборы вакуумной электроники ТГц-диапазона, вакуумная микроэлектроника. Имеет более 200 научных публикаций по указанным выше направлениям.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет
Россия, 410019 Саратов, Зелёная, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
E-mail: ryskinm@gmail.com