



УДК 62-133.3

АНАЛИЗ СИНХРОННЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЦЕПОЧКИ СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ЭНЕРГОСЕТЕЙ

П. А. Аринушкин, В. С. Анищенко

Саратовский национальный исследовательский государственный университет

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83

E-mail: arinushkin.pavel@gmail.com, wadim@info.sgu.ru

Поступила в редакцию 12.03.2018

Цель исследования – формулировка эффективной модели энергосети, определение устойчивых режимов ее работы, выявление различий рассматриваемых режимов и проведение тестов на устойчивость системы к изменениям управляющих параметров, начальных условий и к различным типам внешнего воздействия. **Метод.** Рассматривается введенная авторами эффективная модель энергосети, состоящая из трех связанных осцилляторов, при различных способах задания начальных условий и вариации управляющих параметров. Численное моделирование энергосистем позволяет выявить устойчивые состояния осцилляторов, при которых наблюдается стабильная работа энергосистем. Данный подход дает возможность произвести оптимизацию энергосистем, определить механизмы повышения стабильности системы и выявить участки энергосистем, которые более подвержены негативным факторам. В рамках исследования было проведено сравнение режимов работы энергосети в условиях воздействий внешнего шума различной интенсивности и прямоугольных импульсов, которые моделируют скачки мощности в энергосети. **Результаты.** Предложена и численно исследована эффективная модель энергосистемы, состоящая из трех связанных генераторов. Показано, что при изменении выходной мощности генератора можно получить режим, устойчивый к вариациям начальных условий. Установлено, что функционирование такой системы оказывается менее чувствительным к различным внешним факторам. В частности, режим с синхронизацией фазовых скоростей всех осцилляторов является более устойчивым к перепадам потребляемой мощности, шумовым эффектам и к разрывам линий передач в сравнении с режимом синхронизации с различающимися фазовыми скоростями. **Обсуждение.** Исследование энергосети трех связанных генераторов продемонстрировало поведение ключевых режимов работы энергосетей и показало возможность оптимизации сети посредством регулировки параметра выходной мощности генератора. В данной работе рассмотрена синхронизация энергосетей всего лишь для одной модели сети. В качестве дальнейшего изучения сетей необходимо провести сравнительный анализ режимов синхронизации нескольких моделей энергосетей.

Ключевые слова: энергосети, синхронные машины, фазовые осцилляторы, синхронизация связанных генераторов, устойчивость динамического режима.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-63-78

Образец цитирования: Аринушкин П.А., Анищенко В.С. Анализ синхронных режимов работы цепочки связанных осцилляторов энергосетей // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 3. С. 63–78. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-63-78

ANALYSIS OF SYNCHRONOUS MODES OF COUPLED OSCILLATORS IN POWER GRIDS

P. A. Arinushkin, V. S. Anishchenko

Saratov State University
83, Astrakhanskaya, 410012 Saratov, Russia
E-mail: arinushkin.pavel@gmail.com, wadim@info.sgu.ru
Received 12.03.2018

Aim. The aim of the study is to formulate an effective model of the power grid, to determine the stable modes of its operation, to identify differences in the considered modes and to test the stability of the system to changes in control parameters, initial conditions and to various types of external influence. **Method.** The effective model of the energy network, which consists of three coupled oscillators, is considered for different methods of setting the initial conditions and variation of the control parameters. Numerical simulation of power systems allows to reveal the steady states of the oscillators, at which the stable operation of power systems is observed. This approach makes it possible to optimize power systems, to determine the mechanisms for improving the stability of the system and to identify the parts of power systems, that are more prone to negative factors. In the framework of our study, the operating modes of the power grid are compared under the influence of external noise of different intensities and rectangular pulses, which simulate power surges in the power grid. **Results.** The effective model of the power system consisting of three coupled generators has been proposed and numerically explored. It is shown that when the output power of the generator is changed, a regime which is resistant to variations of the initial conditions can be obtained. It is found that the functioning of such a system is less sensitive to various external factors. In particular, the mode with synchronization of phase velocities of all the oscillators is more resistant to power consumption changes, noise effects and transmission line breaks in comparison with the mode of synchronization with different phase velocities. **Discussion.** The study of the power grid of three coupled generators has demonstrated the behavior of the key modes of operation of the power grids and has shown the possibility for optimizing the network by adjusting the generator output power parameter. In this paper, we have considered the synchronization of power grid for only one model of the network. As a further study of networks, it is necessary to conduct a comparative analysis of synchronization modes of several power grid models.

Key words: power grids, synchronous machines, phase oscillators, synchronization of coupled generators, stability of dynamic modes.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-63-78

Reference: Arinushkin P.A., Anishchenko V.S. Analysis of synchronous modes of coupled oscillators in power grids. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, no. 3, pp. 63–78. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-63-78

Введение и постановка задачи

Стабильность энергосетей является приоритетной задачей, требующей углубленных познаний как в области электротехники и конструирования, так и в области динамики процессов, протекающих между связанными электростанциями и потребителями. Увеличение роста потребителей влечет за собой рост источников электроэнергии, тем самым усложняя задачу обеспечения стабильной работы энергосетей. Более того, появление возобновляемых источников энергии формирует задачу интеграции такого рода объектов с более мощными энергосетями, содержащими турбогенераторы [1]. Контроль энергосети производится за счет сбора информации и работы оператора, принимающего те или иные решения. Такой подход является менее эффективным по сравнению с непрерывным мониторингом сетей и компьютерной автоматизацией операций. Скорость принятия решений и адаптация сети в

аварийном режиме являются ключевыми факторами в решении проблем энергосетей. Аналогичным подходом к решению проблемы может служить компьютерное моделирование и оптимизация энергосетей, включающие в себя также набор стресстестов, позволяющий найти уязвимости и проверить устойчивость сети.

С появлением синхронных машин в качестве источника энергии электросети сформировались определенные задачи, направленные на анализ устойчивости и бесперебойности работы электрогенераторов. Синхронные машины являются базовыми элементами в конструкции электростанций. В связи с ограничением выходной мощности данных объектов и увеличением числа потребителей, возникает необходимость в дополнительных источниках электроэнергии. Таким образом, энергосеть представляет собой сложную систему, состоящую из множества генераторов и потребителей. Также стоит отметить особую роль возобновляемых источников энергии, которые дополнительно вносят неоднородность в топологию энергосетей [2]. Представление такого рода сетей затрудняет нахождение устойчивого состояния работы синхронных машин. Более того, формируется задача минимизации потерь и рационального распределения электроэнергии от разных источников между потребителями [3–5]. Таким образом, основными целями исследования энергосетей являются оптимизация распределения энергии между потребителями и устойчивость к аварийным режимам и другим негативным факторам, влияющим на работу генераторов электросети.

Рассмотрим простейшую модель энергосистемы [6], состоящую из эквивалентного генератора (синхронной машины), выходного узла генератора (трансформатора) и линии электропередач (рис. 1, а).

Введем условие, при котором линия передач связана с остальной частью массивной энергосистемы через шину бесконечной мощности, что позволит считать модуль выходного напряжения и частоту этого напряжения неизменными. Упростим схему, исключая емкость и активное сопротивление линии передач (рис. 1, б). Рассмотрим синхронную ЭДС генератора E_q , связанную с источником напряжения U через эквивалентное индуктивное сопротивление x (рис. 1, в). Индуктивное сопротивление является суммой индуктивных сопротивлений всех элементов, входящих в эту схему:

$$x = x_d + x_{T1} + x_L + x_{T2}, \quad (1)$$

где x_d – переходное индуктивное сопротивление генератора; x_{T1} и x_{T2} – индуктивные сопротивления трансформаторов T_1 и T_2 , соответственно; x_L – индуктивное сопротивление линии передач.

Рассмотрим взаимосвязь мощности P и величин E_q и U на векторной диаграмме напряжений и токов (рис. 2).

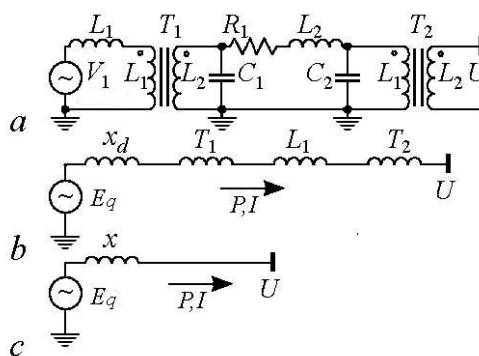


Рис. 1. Схема энергосети для одной синхронной машины: (а) принципиальная схема одномашинной системы; (б) упрощение принципиальной схемы при исключении влияния емкости и активного сопротивления линии передач; (в) принципиальная схема с обобщением всех индуктивностей в единую индуктивность

Fig. 1. Network layout for one synchronous machine: (a) schematic diagram of the one-machine system; (b) simplification of the circuit while eliminating the effect of capacitance and active resistance of the transmission line; (c) schematic diagram with a generalization of all inductances into a single inductance

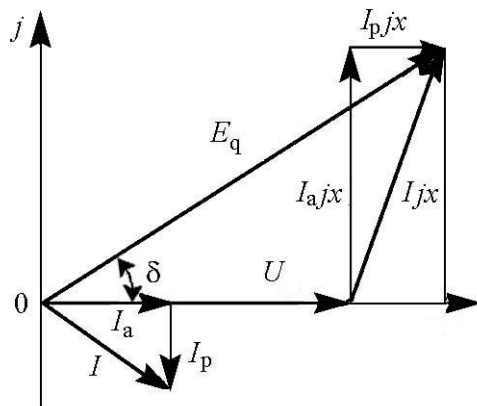


Рис. 2. Векторная диаграмма параметров синхронной машины
 Fig. 2. Vector diagram of the synchronous machine parameters

Представим на диаграмме E_q и U в виде величин, зависящих от угла δ между ними. Дополним диаграмму активными I_a и реактивными I_p составляющими тока I и активными $I_a j x$ и реактивными $I_p j x$ составляющими падения напряжения $I j x$ на эквивалентном сопротивлении x . Из полученной диаграммы определим равенство

$$I_a x = E_q \sin \delta. \quad (2)$$

Умножая обе части равенства (2) на величину $3U/x$ и учитывая, что трехфазная мощность равна $P = 3UI_a$, для однофазной мощности P_e имеем:

$$P_e = \frac{E_q U}{x} \sin \delta. \quad (3)$$

При постоянных значениях $E_q = \text{const}$ и $U = \text{const}$ выражение (2) является синусоидальной функцией активной мощности генератора, которая зависит от величины угла. Перепишем уравнение движения ротора (см. Приложение), добавив выражение для P_e :

$$\frac{2H}{\omega_R} \ddot{\delta} + \frac{D}{\omega_R} \dot{\delta} = P_m - \frac{E_q U}{x_d} \sin \delta. \quad (4)$$

Уравнение (4) представляет электромеханическое описание небаланса мощностей уравнения движения ротора (см. (П.4)), именно такое представление модели мы будем использовать при исследовании единичной или коллективной динамики синхронных машин.

1. Уравнения модели эффективной сети для цепочки трех связанных осцилляторов

Рассмотрим структуру и параметры сети, которая состоит из девяти элементов (рис. 3, а). Общее количество элементов определяется как $N = 2n_g + n_l$, где n_g – это элементы, которые относятся к генераторам (так как генераторы всегда представлены через выходные узлы трансформаторов, общее количество генераторов умножается на два); n_l – общее количество элементов нагрузок. В исследуемой сети $n_g = 3$, $n_l = 3$.

Для упрощения дифференциальных уравнений воспользуемся методом эффективной сети, представленным в работе [7]. Основная идея данного метода состоит в устранении из рассмотрения нагрузок сети с условием, что мощность потребления нагрузок не изменяется с течением времени $P_i + jQ_i = \text{const}$. Применяя данный метод к физической сети, мы получаем эффективную сеть, топология которой не содержит нагрузок. Это позволяет нам рассматривать исключительно взаимодействие

связанных генераторов (рис. 3, *b*). Трансформация такой сети производится с помощью матричного преобразования Крона первоначальной матрицы проводимости физической сети [8].

Алгоритм формирования матрицы проводимости описан в программном комплексе MATPOWER [9]. Линии передач между узлами физической сети рассматриваются в виде набора величин полных проводимостей. В нашем случае связь между узлами является неоднородной и учитывается при вычислении матрицы проводимости. Далее с помощью программного комплекса были сформированы параметры активной мощности генератора P_{gi} , реактивной мощности генератора Q_{gi} , напряжения выходного узла трансформатора V_i и его фазы φ_i . В результате получаем полную конфигурацию физической сети, необходимую для формирования упрощённой топологии, и параметры модели эффективной сети. Модель эффективной сети представим в следующем виде:

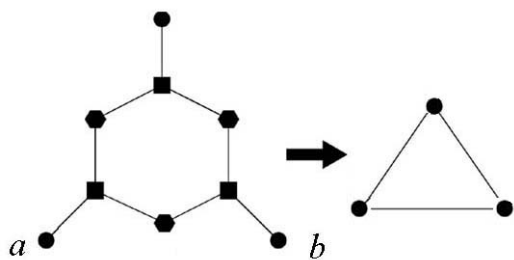


Рис. 3. Схема преобразования физической сети в модель эффективной сети: топология физической сети (*a*); топология модели эффективной сети (*b*); кругом обозначаются генераторы, квадратом – выходные узлы (трансформаторы) и шестиугольником обозначены постоянные нагрузки энергосети

Fig. 3. Scheme of transformation of a physical network to an effective network model: topology of the physical network (*a*); topology of the effective network model (*b*); the generators are denoted by a circle, the output nodes (transformers) – by a square and the constant power grid loads – by a hexagon

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i^{\text{EN}} - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij}^{\text{EN}} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}^{\text{EN}}), \quad i = 1, \dots, n_g \quad (5)$$

$$A_i^{\text{EN}} = P_{g,i} - |E_i|^2 G_{ii}^{\text{EN}}, \quad K_{ij}^{\text{EN}} = |E_i E_j Y_{ij}^{\text{EN}}|, \quad \gamma_{ij}^{\text{EN}} = \alpha_{ij}^{\text{EN}} - \frac{\pi}{2}, \quad (6)$$

где ω_R – опорная угловая частота для системы; H_i и D_i – константы инерции и затухания осцилляторов, соответственно; A_i – параметры собственных мощностей генераторов; параметры K_{ij} представляют собой силы динамических связей между осцилляторами i и j или максимумы взаимных мощностей генераторов и приемных систем; γ_{ij} – фазовые сдвиги между соответствующими осцилляторами. Все представленные параметры системы приведены в безразмерном виде. В качестве нормирующей величины используется базовая мощность $P_R = 100$ MVA.

Опорной частотой системы была принята частота сети $\omega_R = 50$ Hz или 314.1593 rad/s. Параметры инерционной постоянной и переходного индуктивного сопротивления генератора находятся приближенно по формулам $H_i = 0.04P_i$ и $x_d = 92.8P_i^{-1.3}$, соответственно. Далее вычислим обобщенный параметр диссипации как $D_i = (D_{mi} + D_{ei} + 1/R_i)(\omega_R/P_R)$, пренебрежем в данной формуле механическим трением на валу ротора ($D_{mi} = 0$) и электрическим паразитным эффектом обмоток статора генератора ($D_{ei} = 0$). Остается рассмотреть параметр, регулирующий поведение опорной частоты генератора, который определяется как $R_i = 0.02\omega_R/P_R = 0.0628$. Подставляя это значение в обобщенный параметр диссипации, получаем значение $D_i = 50$. Рассмотрим пример, в котором полностью отсутствует демпфирующий параметр, то есть $D_i = 0$. Тогда опорная частота генератора не контролируется управляющей системой и ее значение может сильно отличаться от частоты

сети. В то же время ротор синхронной машины будет проявлять эффект самовозбуждения, который приведет к постоянному изменению скорости вращения ротора и, как правило, к выходу из устойчивого синхронного режима работы генератора [10].

Далее определим параметры правой части уравнения A_i , K_{ij} и γ_{ij} . Для этого необходимо преобразовать матрицу проводимости физической сети

$$Y_0 = \begin{pmatrix} Y^{gg} & Y^{gl} \\ Y^{lg} & Y^{ll} \end{pmatrix} \quad (7)$$

в матрицу эффективной сети Y^{EN} . Здесь Y^{gg} , Y^{gl} , Y^{lg} и Y^{ll} – наборы проводимостей элементов сети, сгруппированные относительно собственных и взаимных проводимостей линии передач генераторов и нагрузок. Дополним данную матрицу компонентом Y_d , состоящим из диагональных элементов переходных сопротивлений индуктивностей генераторов $(jx_d, 1)^{-1} \dots (jx_d, n_g)^{-1}$, где n_g – общее количество генераторов. Учитывая, что шунтирующая проводимость $Y^{l,i}$ эквивалентна нагрузкам $Y^{l,i} = (P^{l,i} - jQ^{l,i})/|V_i|^2$, находя компоненты \bar{Y}^{gg} и \bar{Y}^{ll} как $\bar{Y}^{gg} = Y^{gg} + Y^{li}$ и $\bar{Y}^{ll} = Y^{ll} + Y^{li}$, получим конечный вид матрицы:

$$Y_0 = \begin{pmatrix} Y_d & -Y_d & 0 \\ -Y_d & \bar{Y}^{gg} + Y_d & Y^{gl} \\ 0 & Y^{lg} & \bar{Y}^{ll} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Наконец, определим искомые элементы эффективной матрицы, используя метод сокращения Крона, по формуле $Y^{\text{EN}} = Y'(1 + Y_d^{-1}Y')^{-1}$, где $Y' = \bar{Y}^{gg} - Y^{gl}(\bar{Y}^{ll})^{-1}Y^{lg}$. С помощью данной матрицы определим параметры для трех исследуемых узлов генераторов, полученных в ходе применения метода эффективной сети:

$$A_1^{\text{EN}} = P_{g1} - |E_1|^2 G_{11}^{\text{EN}}, \quad A_2^{\text{EN}} = P_{g2} - |E_2|^2 G_{22}^{\text{EN}}, \quad A_3^{\text{EN}} = P_{g3} - |E_3|^2 G_{33}^{\text{EN}}, \quad (9)$$

$$K_{12}^{\text{EN}} = |E_1 E_2 Y_{12}^{\text{EN}}|, \quad K_{13}^{\text{EN}} = |E_1 E_3 Y_{13}^{\text{EN}}|, \quad K_{23}^{\text{EN}} = |E_2 E_3 Y_{23}^{\text{EN}}|, \quad (10)$$

$$\gamma_{12}^{\text{EN}} = \alpha_{12}^{\text{EN}} - \frac{\pi}{2}, \quad \gamma_{13}^{\text{EN}} = \alpha_{13}^{\text{EN}} - \frac{\pi}{2}, \quad \gamma_{23}^{\text{EN}} = \alpha_{23}^{\text{EN}} - \frac{\pi}{2}, \quad (11)$$

где P_{gi} – активная мощность i генератора; G_{ii}^{EN} – действительная часть диагональных элементов эффективной матрицы Y^{EN} ; E_i и E_j – синхронные ЭДС генераторов, участвующих в связи; α_{ij}^{EN} – фазовый угол $|Y_{ij}^{\text{EN}}|e^{j\alpha}$, участвующий в смещении рабочей точки угловой характеристики синхронной машины.

Окончательно получим систему уравнений рассматриваемой системы:

$$\begin{cases} \frac{2H_1}{\omega_R} \ddot{\delta}_1 + \frac{D_1}{\omega_R} \dot{\delta}_1 = A_1^{\text{EN}} - K_{12}^{\text{EN}} \sin(\delta_1 - \delta_2 - \gamma_{12}^{\text{EN}}) - K_{13}^{\text{EN}} \sin(\delta_1 - \delta_3 - \gamma_{13}^{\text{EN}}), \\ \frac{2H_2}{\omega_R} \ddot{\delta}_2 + \frac{D_2}{\omega_R} \dot{\delta}_2 = A_2^{\text{EN}} - K_{12}^{\text{EN}} \sin(\delta_1 - \delta_2 - \gamma_{12}^{\text{EN}}) - K_{23}^{\text{EN}} \sin(\delta_2 - \delta_3 - \gamma_{23}^{\text{EN}}), \\ \frac{2H_3}{\omega_R} \ddot{\delta}_3 + \frac{D_3}{\omega_R} \dot{\delta}_3 = A_3^{\text{EN}} - K_{13}^{\text{EN}} \sin(\delta_1 - \delta_3 - \gamma_{13}^{\text{EN}}) - K_{23}^{\text{EN}} \sin(\delta_2 - \delta_3 - \gamma_{23}^{\text{EN}}). \end{cases} \quad (12)$$

2. Численные результаты

Перепишем систему уравнений (12) в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1, \\ \dot{y}_1 = (A_1 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - \frac{D_1}{\omega_R} y_1) \frac{\omega_R}{2H_1}, \\ \dot{x}_2 = y_2, \\ \dot{y}_2 = (A_2 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_2}{\omega_R} y_2) \frac{\omega_R}{2H_2}, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_3 = (A_3 - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_3}{\omega_R} y_3) \frac{\omega_R}{2H_3}. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь x_n и y_n характеризуют, соответственно, фазы и скорости изменения фазы n осциллятора ($n = 1, 2, 3$). Так как фазы рассматриваемых осцилляторов постоянно растут во времени, для исследования системы удобно использовать периодические координаты в промежутке от 0 до 2π .

Рассмотрим первый случай работы энергосистем, в котором синхронные машины находятся в состоянии равновесия, но условие синхронизации фазовых скоростей $y_1 = y_2 = y_3$ не выполняется. С помощью программы MATPOWER определим параметры физической сети, такие как полная выходная мощность генератора P_{gi}, Q_{gi} и полная мощность потребления нагрузки P_{li}, Q_{li} . Параметры выходной мощности генераторов, MW: $P_{g1} = 71.64, Q_{g1} = 27.05, P_{g2} = 163, Q_{g2} = 6.65, P_{g3} = 85, Q_{g3} = -10.86$. Параметры полной мощности потребления нагрузок, MW: $P_{l1} = 125, Q_{l1} = 50, P_{l2} = 90, Q_{l2} = 30, P_{l3} = 100, Q_{l3} = 35$. Параметры модели эффективной сети: $A_1 = -0.2276, A_2 = 1.1668, A_3 = 0.5635, K_{12} = 1.7089, K_{13} = 1.3361, K_{23} = 1.184, \gamma_{12} = -0.1875, \gamma_{13} = -0.1694, \gamma_{23} = -0.1964, H_1 = 23.64, H_2 = 6.4, H_3 = 3.01, D_{1,2,3} = 50, \omega_R = 314.1593$.

В качестве инструмента анализа будем использовать метод стробоскопического сечения, который заключается в наблюдении угловой фазы $X_{2,3}$ осцилляторов относительно фазы выбранного осциллятора x_1 . Для этого выбирается некоторый малый интервал значений переменной x_1 на периодической плоскости ($0 \leq x_1 \leq 2\pi$) вблизи $x_1 = x_1^*$. Если траектория в проекции на x_1 попадает в этот интервал $(x_1^* - \varepsilon; x_1^* + \varepsilon)$ ($\varepsilon \approx 1 \cdot 10^{-6}$), то соответствующие значения $X_{2,3}$ наносятся на график временной зависимости $X(t)$. Другими словами, когда фаза осциллятора попадает в выбранный интервал значений $(x_1^* - \varepsilon; x_1^* + \varepsilon)$, производится фиксация значений фаз остальных осцилляторов. Полученные значения фаз строятся в зависимости от времени $X_{2,3}(t)$. Анализируя полученные данные, мы также можем судить об изменении фазовой скорости исследуемых осцилляторов относительно заданного.

Положим далее значение $x_1^* = 3$ и будем наблюдать за изменением фаз второго и третьего осцилляторов относительно первого, выполняя построения зависимостей их стробоскопических сечений от времени. В случае синхронизации фазы осцилляторов $X_{2,3}$ остаются неизменными в стробоскопическом сечении. При этом существует два типичных случая синхронизации осцилляторов: случай, когда скорости

изменения фаз всех осцилляторов равны, и случай, когда они находятся в кратном соотношении. На графике стробоскопического сечения режиму синхронизации соответствует прямая линия, параллельная оси абсцисс. Совпадение скоростей изменения фаз нужно проверять отдельно. При отсутствии синхронизации фазы в стробоскопическом сечении будут изменяться. Таким образом мы можем исследовать устойчивость режима синхронизации при помощи стробоскопического сечения.

Рассмотрим теперь поведение системы при изменении начальных условий. Рис. 4, *a* свидетельствует о том, что система (13) устанавливается в режим устойчивой работы энергосети с течением времени при начальных условиях $x_1 = 0, y_1 = 0, x_2 = 2.0944, y_2 = 0, x_3 = 4.1889, y_3 = 0$. Можно задать начальные условия (например, $x_1 = 0.1745, y_1 = 0, x_2 = 2.0944, y_2 = 0, x_3 = 4.1889, y_3 = 0$ на рис. 4, *b*) так, что система не придет в режим устойчивой работы с течением времени. Приведем также временные реализации изменения скоростей фаз выбранного осциллятора для иллюстрации процесса установления устойчивой работы энергосети (рис. 4, *c*) и неустойчивой работы (рис. 4, *d*). По рисункам видно, что в случае устойчивого режима скорости постоянны, а в случае неустойчивого скорости меняются периодически.

Теперь произведем сравнение режимов работы энергосети для различных параметров осцилляторов. Для этого изменим значения выходной мощности. Увели-

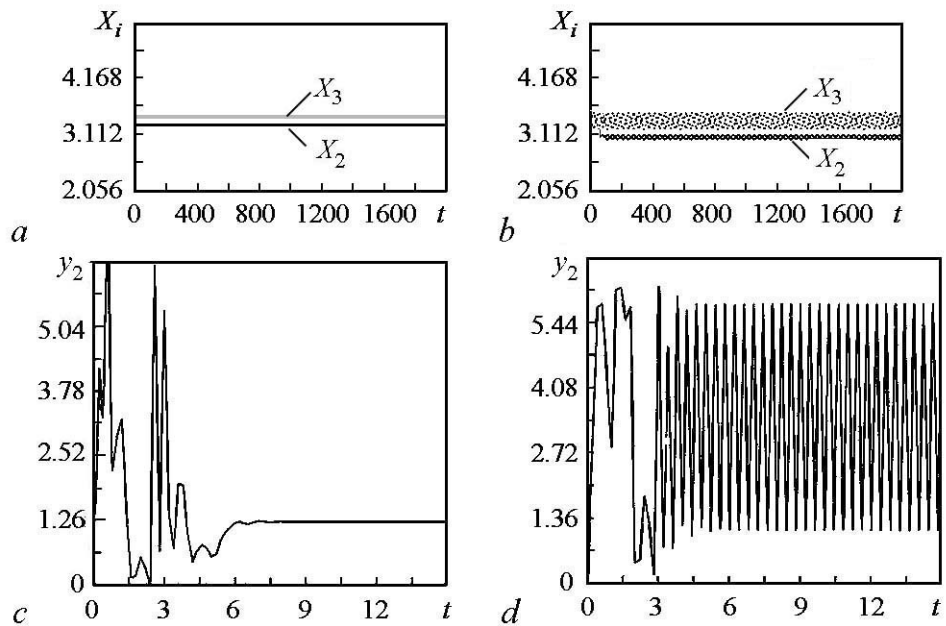


Рис. 4. Стробоскопическое сечение $X(t)$ при $X_1^* = 3$ для начальных условий $x_1 = 0, y_1 = 0, x_2 = 2.0944, y_2 = 0, x_3 = 4.1889, y_3 = 0$ (*a*), при изменении начальных условий для $x_1 = 0.1745$ (*b*). Временные реализации изменения фазовой скорости второго осциллятора при начальных условиях $x_1 = 0, y_1 = 0, x_2 = 2.0944, y_2 = 0, x_3 = 4.1889, y_3 = 0$ (*c*); и при изменении начальных условий для $x_1 = 0.1745$ (*d*)

Fig. 4. Stroboscopic section of $X(t)$ for $X_1^* = 3$ for initial conditions $x_1 = 0, y_1 = 0, x_2 = 2.0944, y_2 = 0, x_3 = 4.1889, y_3 = 0$ (*a*), when initial conditions change for $x_1 = 0.1745$ (*b*). The time series of the change in the phase velocity of the second oscillator for initial conditions $x_1 = 0, y_1 = 0, x_2 = 2.0944, y_2 = 0, x_3 = 4.1889, y_3 = 0$ (*c*), and when the initial conditions change for $x_1 = 0.1745$ (*d*)

чим выходную активную мощность второго генератора P_{g2} от 163 до 219 MW. Новые параметры модели эффективной сети будут выглядеть следующим образом: $A_1 = -0.2276$, $A_2 = 1.7238$, $A_3 = 0.5635$, $K_{12} = 1.7274$, $K_{13} = 1.333$, $K_{23} = 1.1982$, $\gamma_{12} = -0.1912$, $\gamma_{13} = -0.1726$, $\gamma_{23} = -0.1959$, $H_1 = 23.64$, $H_2 = 6.4$, $H_3 = 3.01$, $D_{1,2,3} = 50$, $\omega_R = 314.1593$. Проведем исследование при наборе начальных условий, рассматриваемых выше и приводящих к устойчивому режиму. Анализ показал, что система остается в устойчивом режиме работы фазовых осцилляторов при изменении активной мощности. Более того, режим синхронизации не нарушается даже при изменении начальных условий (рис. 5, а). Временная реализация (рис. 5, б) показывает, что фазовые скорости осцилляторов за очень короткий промежуток времени становятся постоянными и равными между собой $y_1 = y_2 = y_3 = 1.1769$. То есть в системе связанных осцилляторов происходит синхронизация.

Для сравнения собственных частот осцилляторов рассмотрим их девиацию относительно опорной частоты 50 Hz. Произведем вычисления собственных частот для обоих режимов работы энергосистемы по формуле $f_i = (1 + A_i/D_i)\omega_R/(2\pi)$. Для первого рассматриваемого случая синхронизации с разными скоростями эти частоты имели следующие значения: $f_1 = 49.77$, $f_2 = 51.17$, $f_3 = 50.56$ Hz. Для последнего синхронного режима с одинаковыми скоростями $f_1 = 49.77$, $f_2 = 51.72$, $f_3 = 50.56$ Hz. Важно заметить, что в обоих случаях частоты f_1 и f_3 соответствующих осцилляторов были выбраны близкими к опорной частоте, тогда как частота f_2 второго осциллятора отличается значительно. Увеличение выходной мощности генератора привело к увеличению его собственной частоты вращения. Такой рост частоты, вообще говоря, вызывает дополнительное выделение тепла в синхронной машине. При проектировании подобной сети нужно обращать внимание на этот факт, поскольку это может вызвать перегрев генератора.

Проведем несколько различных тестов, чтобы показать более детально различия между двумя синхронными режимами работы энергосетей. Во-первых, рассмотрим

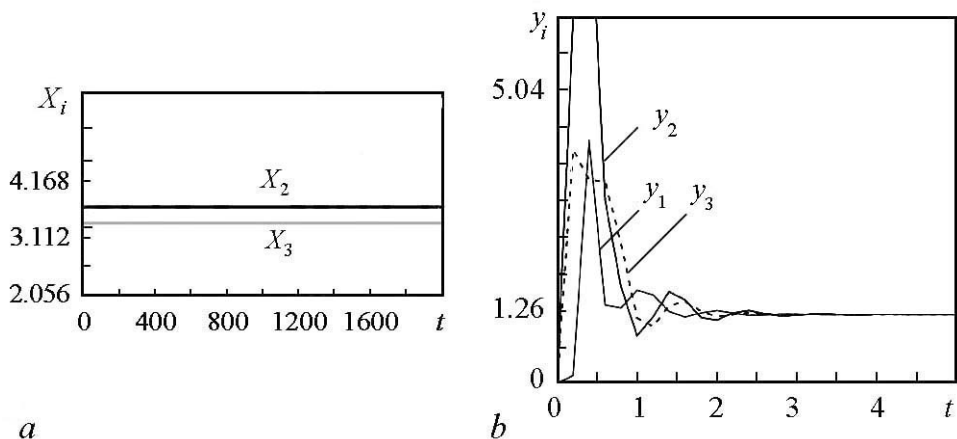


Рис. 5. Стробоскопическое сечение $X(t)$ при $X_1^* = 3$ для различных начальных условий (а), временная реализация изменения фазовой скорости для различных начальных условий (б)

Fig. 5. Stroboscopic section $X(t)$ for $X_1^* = 3$ for any initial conditions (а), time series of the phase velocity change for any initial conditions (б)

рим систему при воздействии аддитивного белого гауссовского шума. Добавим шум в каждое уравнение системы (13) и получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1, \\ y_1 = (A_1 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - \frac{D_1}{\omega_R} y_1 + \sqrt{2\sigma_1} \xi_1(t)) \frac{\omega_R}{2H_1}, \\ \dot{x}_2 = y_2, \\ y_2 = (A_2 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_2}{\omega_R} y_2 + \sqrt{2\sigma_2} \xi_2(t)) \frac{\omega_R}{2H_2}, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ y_3 = (A_3 - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_3}{\omega_R} y_3 + \sqrt{2\sigma_3} \xi_3(t)) \frac{\omega_R}{2H_3}, \end{cases} \quad (14)$$

где σ_i – интенсивность шума, ξ_i – независимый источник шума.

Выберем для воздействия шума на систему промежуток времени от $t_1 = 500$ до $t_2 = 1500$ ($\sigma_{1,2,3} = \sigma_0$ при $T \in [t_1, t_2]$, и $\sigma_{1,2,3} = 0$ при $t \notin [t_1, t_2]$) и исследуем режимы при высокой интенсивности шума $\sigma_{1,2,3} \sim 0.1$. На рис. 6, а для случая

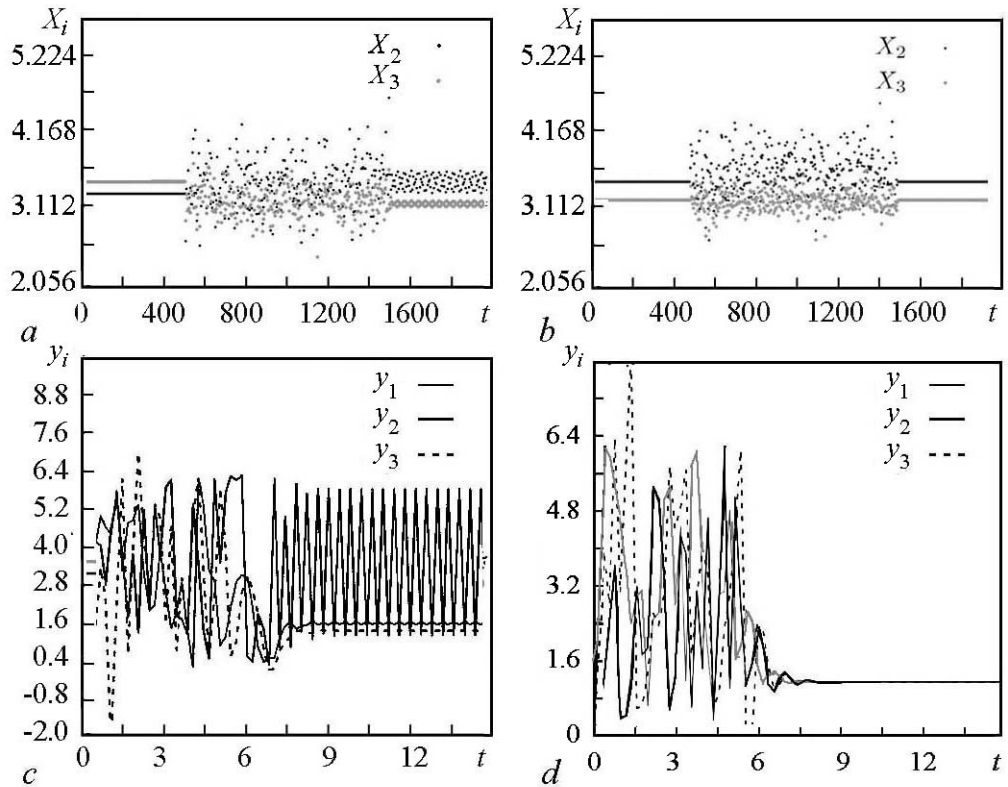


Рис. 6. (а, б) – Стробоскопические сечения $X(t)$ при $X_1^* = 3$ для устойчивых режимов с различными и одинаковыми фазовыми скоростями, соответственно, черные точки – стробоскопическое сечение для X_2 , серые – для X_3 , (с, д) – временные реализации фазовых скоростей устойчивых режимов с различными и одинаковыми фазовыми скоростями, соответственно

Fig. 6. (а, б) – Stroboscopic sections $X(t)$ for $X_1^* = 3$ for synchronous modes with different and identical phase velocities, respectively, black dots – stroboscopic section for X_2 , gray – for X_3 , (с, д) are the time series of the phase velocities of stable regimes with different and identical phase velocities, respectively

устойчивого режима с различающимися фазовыми скоростями видно, что после отключения воздействия шума возможна потеря устойчивости осцилляторов. Данное явление можно наблюдать и при достаточно низких интенсивностях шума. При этом с увеличением шума в системе вероятность потери устойчивого режима возрастает. Синхронный режим показал очень высокую устойчивость к шуму (рис. 6, *b*). Отметим, что этот режим является устойчивым к воздействию шума даже в начальный период времени (рис. 6, *d*), когда фазовая скорость претерпевает значительные изменения, но стремится в равновесное состояние. Воздействие шума в начальный момент времени на синхронный режим с разными фазовыми скоростями влечет за собой потерю устойчивости в осцилляторах (рис. 6, *c*).

Интересно также рассмотреть поведение системы при воздействии на нее прямоугольного импульса, который моделирует скачок мощности в энергосети. Будем воздействовать импульсом на второе уравнение рассматриваемой системы для обоих синхронных режимов (с различным поведением фазовых скоростей). Уравнения системы (13) примут вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1, \\ \dot{y}_1 = (A_1 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - \frac{D_1}{\omega_R} y_1) \frac{\omega_R}{2H_1}, \\ \dot{x}_2 = y_2, \\ \dot{y}_2 = (A_2 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_2}{\omega_R} y_2 + f_1(\tau)) \frac{\omega_R}{2H_2}, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_3 = (A_3 - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_3}{\omega_R} y_3) \frac{\omega_R}{2H_3}, \end{cases} \quad (15)$$

где $f_1(\tau)$ – прямоугольный импульс с заданной амплитудой и длительностью. Установим длительность импульса $\tau = 1000$, время включения импульса $t = 500$ и амплитуду воздействия $A = 1.9$.

При воздействии прямоугольным импульсом на систему, в которой фазовые скорости не равны между собой, система теряет устойчивый режим и фазовые скорости всех осцилляторов меняются по периодическому закону. После прекращения воздействия система не восстанавливается в своё первоначальное состояние и продолжает работать в асинхронном режиме (рис. 7, *a*). Возмущение системы в синхронном режиме приводит к иному поведению осцилляторов. На начальном этапе времени возмущения система претерпевает короткую пертурбацию фазовых скоростей и переходит в новое состояние равновесия. То есть формируется новый синхронный режим (рис. 7, *b*). После прекращения воздействия на систему энергосеть переходит в первоначальный устойчивый режим работы.

В реальных энергосетях необходимо учитывать случаи разрыва связей между генераторами. Моделируя такую ситуацию, будем устранять одну из связей в системе уравнений (13). Устраним связь в промежутке времени от $t_1 = 500$ до $t_2 = 1500$, демонстрируя таким образом аварийный режим, обусловленный неисправностью в линии передач. Момент включения слагаемого связи соответствует восстановлению линии передач.

Как видно из рис. 8, оба устойчивых режима проявили себя одинаковым образом: при устранении одной из связей осцилляторы переходят на новый устойчивый режим и после восстановления связи возвращаются обратно в прежнее устойчивое состояние. Также было обнаружено, что при отсутствии связей K_{12} или K_{13} (рис. 8, *a, c*) происходит синхронизация фазовых скоростей. То есть режим с одинаковыми фазовыми скоростями приходит на смену исходному на время отсутствия одной из рассматриваемых связей.

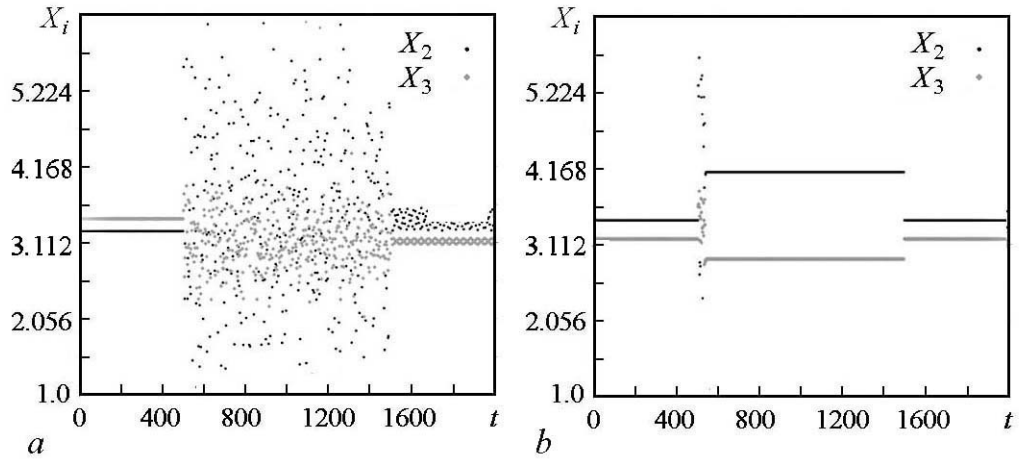


Рис. 7. Стробоскопические сечения $X(t)$ для $X_1^* = 3$ для устойчивых режимов в случае различных (*a*) и одинаковых (*b*) фазовых скоростей. Черным обозначены точки стробоскопического сечения X_2 , серым – X_3

Fig. 7. Stroboscopic sections $X(t)$ for $X_1^* = 3$ for stable regimes in the case of different (*a*) and identical (*b*) phase velocities. Black points of the stroboscopic section mark X_2 , gray points – X_3

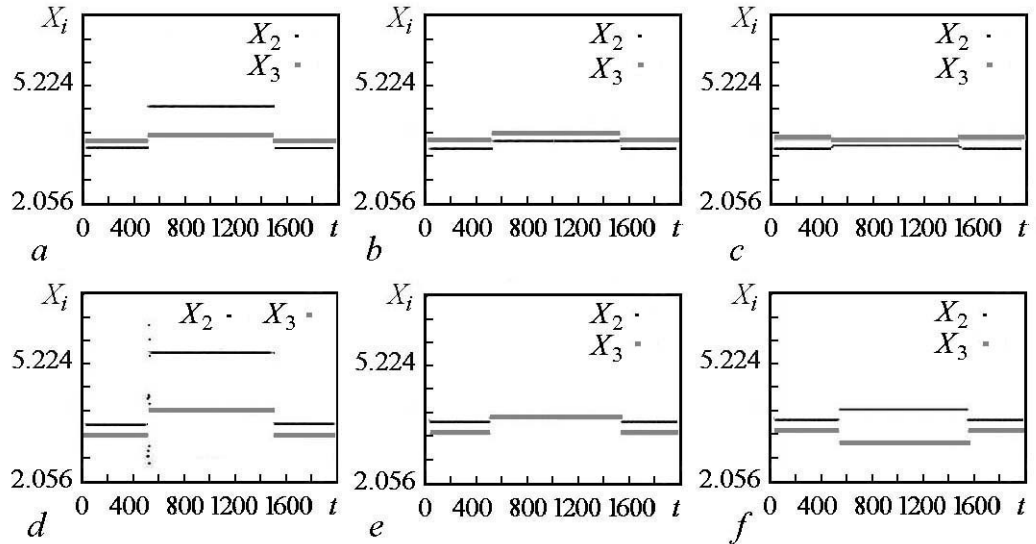


Рис. 8. Стробоскопические сечения $X(t)$ для $X_1^* = 3$ для устойчивого режима с различными фазовыми скоростями (*a, b, c*) и одинаковыми (*d, e, f*) при удалении следующих связей: K_{12} (*a, d*); K_{13} (*b, e*); K_{23} (*c, f*). Черным обозначены точки стробоскопического сечения X_2 , а серым – X_3

Fig. 8. Stroboscopic sections $X(t)$ for $X_1^* = 3$ for synchronous operation with different (*a, b, c*) and identical (*d, e, f*) phase velocities when removed the next links: K_{12} (*a, d*); K_{13} (*b, e*); K_{23} (*c, f*). Black dots denote the stroboscopic section for X_2 , and gray ones for X_3

Заключение

Рассмотрена модель эффективной сети, которая позволяет сфокусировать внимание на поведении связанных между собой генераторов, исключая при этом моделирование сложного поведения нагрузки. Цель исследования заключается в анализе поведения устойчивых режимов энергосети в присутствии различного рода внешних факторов. Во-первых, рассматриваемая модель может демонстрировать различные режимы работы в зависимости от начальных условий. Показано, что при изменении выходной мощности генератора можно получить систему, устойчивую к начальным условиям. Кроме того, такая система оказывается более грубой к внешним факторам. Во-вторых, рассматривается влияние на два типичных режима – синхронного и несинхронного – различных внешних факторов. Исследовано влияние аддитивного белого шума и прямоугольного импульса, включенных на заданном интервале времени. Кроме того, изучено влияние изменения топологии на установившиеся режимы.

Таким образом, энергосеть в синхронном режиме показывает независимость динамики от начальных условий и устойчивость к негативным факторам сети. Тогда как энергосеть в устойчивом режиме с различными фазовыми скоростями оказывается негрубой по отношению ко всем рассмотренным факторам. Стоит также обратить внимание на девиацию собственных частот генераторов относительно опорной частоты. При разности частот более ± 2 Hz в синхронной машине происходит повышенное накопление тепла, что приводит к выходу из строя генератора и уменьшению срока его эксплуатации. В исследованных устойчивых режимах разность частот находится в пределах не более 4% от опорной частоты 50 Hz. Таким образом, при исследовании энергосети трех связанных генераторов продемонстрировано поведение ключевых режимов работы энергосетей и произведена оптимизация сети посредством регулировки параметра выходной мощности генератора.

Приложение

Рассмотрим уравнение движения ротора, предложенное в статье [7]. Чтобы вывести уравнение движения, определяющее динамику такого генератора, запишем следующее уравнение для скорости вращения ротора (эта скорость равна крутящему моменту, действующему на ротор):

$$J\ddot{\delta} = \bar{T}_m - D_m\omega - \frac{1}{R}\Delta\omega - D_e\Delta\omega - T_e, \quad (\text{П.1})$$

где J представляет собой момент инерции, $[\text{kg}\cdot\text{m}^2]$; δ является углом ротора относительно синхронной оси вращения на опорной частоте ω_R , $[\text{rad}/\text{s}]$; \bar{T}_m – механический момент привода ротора, $[\text{N}\cdot\text{m}]$; D_m является коэффициентом затухания механического трения, $[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}]$; ω – угловая частота ротора, $[\text{rad}/\text{s}]$; R – параметр регулирования, $[\text{rad}/(\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s})]$, характеризующий пропорциональное управление частотой на регуляторе при отклонении частоты $\Delta\omega = \omega - \omega_R$; D_e – коэффициент затухания, $[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}]$, характеризующий электрический эффект обмоток генератора; T_e – замедляющий крутящий момент, связанный с электрической

нагрузкой сети. Учитывая отклонение частоты $\omega - \omega_R = \Delta\omega$, мы можем переписать уравнение (П. 1) как

$$J\ddot{\delta} + \bar{D}\dot{\delta} = \bar{T}_m - T_e, \quad (\text{П.2})$$

где $\bar{D} = D_m + D_e + 1/R$ – потери, создаваемые трением на опорной частоте, а $\bar{T}_m = T_m - D_m\omega_R$ – чисто механический момент. Умножая обе стороны на ω и учитывая тот факт, что крутящий момент в ньютон-метрах, умноженный на угловую скорость в радианах в секунду, дает мощность в ваттах, запишем уравнение (П.2) в терминах мощности:

$$J\omega_R\ddot{\delta} + \bar{D}\omega_R\dot{\delta} = \frac{\omega_R}{\omega}(T_m\omega - T_e\omega) \approx \bar{P}_m - \bar{P}_e. \quad (\text{П.3})$$

Далее мы представим правую часть уравнения через мощность: $\bar{P}_m = T_m\omega$ и $\bar{P}_e = T_e\omega$. Затем предположим, что отношение ω_R/ω почти равно единице, то есть частота ω генератора близка к опорной частоте ω_R . Теперь разделим обе части уравнения (П.3) на номинальную мощность P_R (используемую в качестве базовой мощности), чтобы произвести нормировку величин P_m и P_e к безразмерному виду. Тогда множитель $J\omega_R$ становится равным $2H/\omega_R$, откуда имеем постоянную инерции $H = W/P_R$ (в секундах) и кинетическую энергию ротора $W = J\omega_R^2/2$ (в джоулях). Коэффициент демпфирования определяется как $D = \omega_R/P_R$ (в секундах). В конечном итоге получаем искомое уравнение, известное как уравнение качания (swing equation):

$$\frac{2H}{\omega_R}\ddot{\delta} + \frac{D}{\omega_R}\dot{\delta} = P_m - P_e, \quad (\text{П.4})$$

которое является основным уравнением движения для генератора. Переменная P_m представляет собой чисто механическую мощность, подаваемую на ротор, тогда как P_e – электрическая мощность, которая потребляется сетью и включает в себя переменные, явно зависящие от δ , и переменные состояния других генераторов и нагрузок в сети. В литературе по энергосистемам [12] особая роль уделяется моделированию динамического поведения внутреннего магнитного потока генератора, которое оказывает значительное влияние на величину P_e . Также следует учитывать нелинейную динамику регулятора, который производит контроль частоты генератора и управляет величиной напряжения возбуждающей обмотки ротора. Таким образом, величина P_e является динамической величиной, которую необходимо учитывать при моделировании энергосистем.

Библиографический список

1. *Stadler I.* Power grid balancing of energy systems with high renewable energy penetration by demand response // *Utilities Policy*. 2008. Vol. 16, no. 2. p. 90–98.
2. *Anvari M., Lohmann G., Wächter M.* Short term fluctuations of wind and solar power systems // *New Journal of Physics*. 2016. Vol. 18, no. 6. p. 063027.
3. *Menck P.J., Heitzig J.* How dead ends undermine power grid stability // *Nature communications*. 2014. Vol. 5. p. 3969.
4. *Pedersen R., Findrik M., Sloth C.* Network condition based adaptive control and its application to power balancing in electrical grids // *Sustainable Energy, Grids and Networks*. 2017. Vol. 10. p. 118–127.

5. Rohden M., Witthaut D., Timme M. Curing critical links in oscillator networks as power grid models // *New Journal of Physics*. 2017. Vol. 19, no. 1. p. 013002.
6. Усольцев А.А. Общая электротехника: Учебное пособие. СПб: СПбГУ. ИТМО. 2009. 301 с.
7. Nishikawa T., Motter A.E. Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization // *New Journal of Physics*. 2015. Vol. 17, no. 1. p. 015012.
8. Dorfler F., Bullo F. Kron reduction of graphs with applications to electrical networks // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*. 2013. Vol. 60, no. 1. p. 150–163.
9. Zimmerman R.D., Murillo-Sánchez C.E., Thomas R.J. MATPOWER: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education // *IEEE Transactions on power systems*. 2011. Vol. 26, no. 1. p. 12–19.
10. Мелеукин Г.А., Меркурьев Г.В. Устойчивость энергосистем. Теория: Монография. СПб.: НОУ «Центр подготовки кадров энергетики». 2006. 350 с.
11. Rohden M., Sorge A., Witthaut D. Impact of network topology on synchrony of oscillatory power grids // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2014. Vol. 24, no. 1. p. 013123.
12. Хрущев Ю.В., Заподовников К.И., Юшков А.Ю. Электромеханические переходные процессы в электро-энергетических системах: учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2010.

References

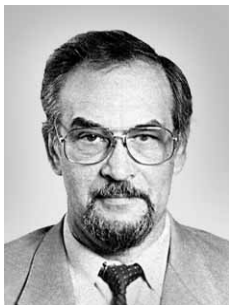
1. Stadler I. Power grid balancing of energy systems with high renewable energy penetration by demand response. *Utilities Policy*, 2008, vol. 16, no. 2, pp. 90–98.
2. Anvari M., Lohmann G., Wächter M. Short term fluctuations of wind and solar power systems. *New Journal of Physics*, 2016, vol. 18, no. 6, p. 063027.
3. Menck P.J., Heitzig J. How dead ends undermine power grid stability. *Nature communications*, 2014, vol. 5, p. 3969.
4. Pedersen R., Findrik M., Sloth C. Network condition based adaptive control and its application to power balancing in electrical grids. *Sustainable Energy, Grids and Networks*, 2017, vol. 10, pp. 118–127.
5. Rohden M., Witthaut D., Timme M. Curing critical links in oscillator networks as power grid models. *New Journal of Physics*, 2017, vol. 19, no. 1, p. 013002.
6. Usoltsev A.A. General Electrical Engineering: Textbook. St. Petersburg: St. Petersburg State University. ITMO. 2009. 301 s. (in Russian).
7. Nishikawa T., Motter A.E. Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization. *New Journal of Physics*, 2015, vol. 17, no. 1, p. 015012.
8. Dorfler F., Bullo F. Kron reduction of graphs with applications to electrical networks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2013, vol. 60, no. 1, pp. 150–163.
9. Zimmerman R.D., Murillo-Sánchez C.E., Thomas R.J. MATPOWER: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. *IEEE Transactions on power systems*, 2011, vol. 26, no. 1, pp. 12–19.

10. Meleshkin G.A., Merkuriev G.V. Stability of Power Systems. Theory: Monograph. SPb.: NOU «Center for the Training of Energy Personnel», 2006, 350 s. (in Russian).
11. Rohden M., Sorge A., Witthaut D. Impact of network topology on synchrony of oscillatory power grids. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2014, vol.24, no.1, p.013123.
12. Khrushchev Yu.V., Zapodovnikov K.I., Yushkov A.Yu. Electromechanical Transitive Processes in Electro-Energy Systems: Training manual. Tomsk: Publishing house of Tomsk Polytechnic University. 2010 (in Russian).



Аринушкин Павел Алексеевич – родился в Ртищеве Саратовской обл. (1994), окончил Саратовский государственный университет им. Чернышевского (2017). Имеет диплом бакалавра по направлению 03.03.03 «Радиофизика» и диплом магистра по направлению 03.04.03 «Радиофизика». Аспирант кафедры радиофизики и нелинейной динамики. Круг научных интересов – теория колебаний и волн, мемристоры и мемристорные цепи, мультифрактальные множества, энергосети и синхронные машины.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: arinushkin.pavel@gmail.com



Анищенко Вадим Семенович – родился в Саратове (1943). Окончил физический факультет СГУ (1966). Защитил диссертации на степень кандидата (1970) и доктора (1986) физико-математических наук по специальности радиофизика. С 1988 года – заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики, профессор СГУ. Специализируется в области теории нелинейных колебаний, статистической радиофизики, теории динамического хаоса и нелинейной динамики. Автор 420 научных статей и 24 монографий и учебников, 6 из которых были опубликованы на английском языке. Приглашался на работу профессором Гумбольдтского университета Берлина для чтения курса лекций по теории динамического хаоса (1987), а также в ряд университетов США, Англии, Испании, Германии, Польши и др. для научной работы. Заслуженный деятель науки РФ (1995), академик РАЕН (1995), почетный профессор СГУ (2012), лауреат премии Международного научного фонда им. Александра фон Гумбольдта (1999), Соросовский профессор (1994–2000).

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
 E-mail: wadim@info.sgu.ru