

УДК 530.182

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНДУЦИРОВАННОЙ ШУМОМ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ В МУЛЬТИСТАБИЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

*М. О. Журавлев<sup>1</sup>, А. А. Короновский<sup>1</sup>, О. И. Москаленко<sup>1</sup>, А. Е. Храмов<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет  
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83

<sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.  
Россия, 410017 Саратов, Политехническая, 77

E-mail: zhuravlevmo@gmail.com, alexey.koronovskii@gmail.com,  
o.i.moskalenko@gmail.com, hramovae@gmail.com

*Поступила в редакцию 25.10.2017, после доработки 28.12.2017*

Работа посвящена изучению индуцированного шумом перемежающегося поведения в мультистабильных системах. Данная задача является достаточно важной, так как, несмотря на значительный интерес со стороны исследователей к изучению мультистабильности и перемежаемости, в настоящий момент времени до сих пор остается нерешенным вопрос, связанный с детальным пониманием процессов, происходящих в мультистабильных системах при воздействии на них шумов, и теоретическим описанием возникающего при этом перемежающегося поведения. Проведено исследование индуцированной шумом перемежаемости в мультистабильных системах на примере: модельной бистабильной системы, находящейся под внешним шумовым воздействием, и системы двух диссипативно связанных между собой логистических отображений, находящихся под внешним шумовым воздействием. В рамках работы установлено, что при воздействии шума на мультистабильную систему и при определенных значениях управляющих параметров можно наблюдать индуцированное шумом перемежающееся поведение. При этом для данного типа поведения были получены аналитические закономерности для распределения длительностей участков, соответствующих каждому из сосуществующих типов поведения, а также найдена теоретическая зависимость для средней длительности пребывания исследуемой системы вблизи устойчивого положения равновесия от параметра надкритичности. В ходе проведенных численных исследований были получены статистические характеристики данного типа поведения для обеих систем, а именно: распределение длительностей пребывания исследуемой системы вблизи каждого из сосуществующих устойчивых состояний, а также зависимость средней длительности пребывания исследуемой системы вблизи каждого из сосуществующих устойчивых состояний от параметра надкритичности. Результаты численного исследования перемежающегося

поведения для данных систем были сопоставлены с полученными аналитическими закономерностями для индуцированной шумом перемежаемости в мультистабильных системах. Показано, что численные результаты и теоретические зависимости находятся в хорошем соответствии друг с другом.

*Ключевые слова:* перемежаемость, мультистабильность, шум.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-80-89

*Образец цитирования:* Журавлев М.О., Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. Статистические характеристики индуцированной шумом перемежаемости в мультистабильных системах // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 1. С. 80–89. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-80-89

## STATISTICAL CHARACTERISTICS OF NOISE-INDUCED INTERMITTENCY IN MULTISTABLE SYSTEMS

*M. O. Zhuravlev<sup>1</sup>, A. A. Koronovskii<sup>1</sup>, O. I. Moskalenko<sup>1</sup>, A. E. Hramov<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Saratov State University

83, Astrakhanskaya, 410012 Saratov, Russia

<sup>2</sup>Yuri Gagarin State Technical University of Saratov

77, Politekhnikeskaya, 410008 Saratov, Russia

E-mail: zhuravlevmo@gmail.com, alexey.koronovskii@gmail.com,

o.i.moskalenko@gmail.com, hramovae@gmail.com

*Received 25.10.2017, revised 28.12.2017*

The paper is devoted to the study of noise-induced intermittent behavior in multistable systems. Such task is an important enough because despite of a great interest of investigators to the study of multistability and intermittency, the problem connected with the detailed understanding of the processes taking place in the multistable dynamical systems in the presence of noise and theoretical description of arising at that intermittent behavior is still remain unsolved. In present paper we analyze the noise-induced intermittency in multistable systems using the examples of model bistable system being under influence of external noise and two dissipatively coupled logistic maps subjected to additional noise. We have shown that the influence of noise on multistable system for certain values of the control parameters results in the appearance of noise-induced intermittent behavior. At that, for the found type of intermittent behavior the analytical relations for residence time distributions and dependence of the mean length of the residence times on the criticality parameter have been obtained. During the numerical simulations carried out we have found statistical characteristics for such type of intermittency for both systems, i.e. the distributions of the residence times for both coexisting stable states as well as the dependence of the mean length of the residence times for both regimes on the criticality parameter. The results of numerical simulation of intermittent behavior for systems under study have been compared with the obtained analytical regularities for noise-induced intermittency in multistable systems. At that, we have shown that numerical results and theoretical regularities are in a good agreement with each other.

*Key words:* intermittency, multistability, noise.

DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-80-89

*References:* Zhuravlev M.O., Koronovskii A.A., Moskalenko O.I., Hramov A.E. Statistical characteristics of noise-induced intermittency in multistable systems. *Izvestiya VUZ, Applied Nonlinear Dynamics*, 2018, vol. 26, iss. 1, pp. 80–89. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-1-80-89

1. Переमेжаемость как непрерывный переход от регулярного движения к хаотическому широко распространена в природе и технике [1]. Она наблюдается в гидродинамике, химической кинетике, в физике частиц высоких энергий [2], космологии [3] и др. областях науки. Имеют место различные типы переमेжающегося поведения среди которых выделим три типа переमेжаемости (*перемежаемости типов I–III* [1]), возникающие при переходе от периодических колебаний к хаотическим: *on-off перемежаемость* [4, 5], *перемежаемость игольного ушка* [6], *перемежаемость кольца* [7].

Отдельно следует отметить, что шум (внешний или внутренний) может также приводить к перемежающемуся поведению [8, 9], в особенности, в мультистабильных системах [9, 10], когда шумовое воздействие вызывает переход системы с одного сосуществующего аттрактора на другой (данный тип перемежающегося поведения в литературе известен также как *индуцированное шумом переключение между аттракторами* [11, 12] или *индуцированная шумом мультистабильная перемежаемость* [9, 10, 13]). Несмотря на значительный интерес со стороны исследователей к изучению данного типа поведения, в настоящий момент времени по-прежнему остается много вопросов, обусловленных во многом сложностью изучаемых систем, что сильно затрудняет (а в ряде случаев делает невозможным) теоретическое описание происходящих процессов, оставляя исследователям возможность численного и экспериментального изучения.

2. Широкий классом объектов, в которых возможен данный тип поведения (и которые оставались в данном вопросе практически вне поля зрения исследователей), являются системы взаимодействующих осцилляторов. Подобные системы при увеличении силы связи переходят в синхронный режим, который может характеризоваться мультистабильностью в виде сосуществующих синфазных и несинфазных режимов [14, 15]. Воздействие шума может приводить к переключениям между сосуществующими режимами и, соответственно, к индуцированной шумом перемежаемости.

Для изучения этого явления в работе рассматриваются два диссипативно связанных логистических отображения [15]

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= \lambda - x_n^2 + \varepsilon(x_n^2 - y_n^2) + D\xi_1, \\y_{n+1} &= \lambda - y_n^2 + \varepsilon(y_n^2 - x_n^2) + D\xi_2,\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\xi_1$  и  $\xi_2$  – случайные гауссовы процессы с нулевым средним и единичной дисперсией,  $D$  – интенсивность шумового воздействия,  $\lambda$  – управляющий параметр,  $\varepsilon$  – параметр связи. В работе [15] было показано, что при  $D = 0$  (без шума) данные логистические отображения при определенных значениях управляющих параметров ( $0.75 < \lambda < 1.25$ ) могут находиться как в синфазном, так и в противофазном состояниях, что определяется выбором начальных условий в исследуемой системе. В том случае, если на данную систему оказывается внешнее шумовое воздействие, в системе будет происходить переключение между синфазным и противофазным состояниями отображений, которое можно охарактеризовать с помощью параметра

$$z_n = x_{2n}, \quad \text{при условии } y_{2n} < y_{th},\tag{2}$$

где  $y_{th} = 0.6$  – соответствует некоторому пороговому значению. В этом случае параметр  $z_n$  будет представлять собой фактически возмущенный шумом элемент син-

фазного  $z_k^s$  или асинфазного  $z_k^a$  цикла периода два ( $z_k^s < z_i^a$ ), и распределение параметра  $z_n$  будет иметь два максимума, соответствующих элементам синфазного и асинфазного цикла периода два. Переключение между двумя сосуществующими состояниями (синфазным и асинфазным), происходящее за счет влияния шума, свидетельствует о том, что система находится вблизи катастрофы сборки [16]. Это позволяет описать ее поведение с помощью безразмерной потенциальной функции с двумя минимумами, которая при выборе соответствующих нормировок [16] может быть представлена в виде

$$U(z) = \frac{z^4}{4} - \frac{z^2}{2} + bz, \quad (3)$$

где  $b$  – параметр асимметрии. При  $|b| < 2/(3\sqrt{3})$  потенциальная функция  $U(z)$  содержит два локальных минимума  $z_{1,2}^0$ , разделенных критической точкой  $z^*$ , соответствующей максимуму.

Поскольку переменная  $z_n$ , представляющая собой возмущенный элемент цикла периода два, мало меняется за одну итерацию, в данном случае, как и при рассмотрении классической перемежаемости типа I [1, 17], можно перейти от дискретного рассмотрения к непрерывному

$$\dot{z} + \frac{dU(z)}{dz} + D\xi(t) = 0, \quad (4)$$

где  $\xi(t)$  – случайный гауссов процесс с нулевым средним и единичной дисперсией,  $D$  – интенсивность шумового воздействия. А затем можно перейти к стохастическому дифференциальному уравнению (см., например, [8, 18])

$$dZ = \frac{dU(z)}{dz} dt + dW, \quad (5)$$

где  $Z(t)$  – случайный процесс,  $W(t)$  – одномерный винеровский процесс. В свою очередь, уравнение (5) эквивалентно уравнению Фоккера–Планка

$$\frac{\partial \rho_Z(z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{dU(z)}{dz} \rho_Z(z, t) \right] + \frac{D}{2} \frac{\partial^2 \rho_Z(z, t)}{\partial z^2}, \quad (6)$$

где  $\rho_Z(z, t)$  – плотность вероятности случайного процесса  $Z(t)$ . Для получения статистических характеристик поведения системы таких, как распределения длительностей сосуществующих режимов и зависимости средних длительностей сосуществующих режимов от управляющих параметров, необходимо проанализировать эволюцию плотностей вероятности  $\rho_{1,2}(z, t)$  для двух сосуществующих режимов отдельно, а именно,  $\rho_1(z, t)$  в области  $I_1 = -\infty < z < z^*$  и  $\rho_2(z, t)$  в области  $I_2 = z^* < z < +\infty$ . Обе плотности вероятности  $\rho_{1,2}(z, t)$  должны подчиняться уравнению Фоккера–Планка (6) в областях своего определения  $I_{1,2}$ .

Так как в режиме перемежаемости изображающая точка системы находится в течение длительного времени в окрестности одного из локальных минимумов, можно предположить, что решения для плотностей вероятности  $\rho_{1,2}(z, t)$  нужно искать

в форме метастабильных распределений, медленно убывающих с течением времени (см. также [18]), то есть

$$\rho_{1,2}(z, t) = A_{1,2}(t) r(z), \quad (7)$$

где

$$r(z) = \frac{g(z)}{\int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) d\xi}, \quad g(\xi) = \exp\left(-\frac{2U(\xi)}{D}\right). \quad (8)$$

Здесь  $g(\xi)$  – стационарная плотность вероятности, полученная из решения уравнения (4) для стационарного случая [19];  $A_{1,2}(t)$  – медленно убывающие с увеличением времени коэффициенты. Явный вид функций  $A_{1,2}(t)$  можно получить путем решения дифференциального уравнения

$$\frac{dA_{1,2}}{dt} = -\frac{k}{P_{1,2}} A_{1,2}(t) r(x^*), \quad (9)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности,  $P_1 = \int_{-\infty}^{x^*} r(\xi) d\xi$ ,  $P_2 = \int_{x^*}^{+\infty} r(\xi) d\xi$  – вероятности нахождения изображающей точки вблизи первого и второго локального минимума, соответственно. Понятно, что убывание  $A_{1,2}(t)$  с течением времени описывается экспоненциальным законом

$$A_{1,2}(t) = A_{1,2}(0) \exp\left(-\frac{kr(x^*)}{P_{1,2}} t\right), \quad (10)$$

причем показатели экспоненты оказываются различными для двух локальных минимумов. Распределения длительностей сосуществующих режимов [18] могут быть найдены из выражений

$$p_1(t) = -\int_{-\infty}^{x^*} \frac{\partial \rho_1(x, t)}{\partial t} dx, \quad p_2(t) = -\int_{x^*}^{\infty} \frac{\partial \rho_2(x, t)}{\partial t} dx, \quad (11)$$

которые с учетом условий нормировки  $\int_{-\infty}^{x^*} \rho_1(\xi, 0) d\xi = 1$ ,  $\int_{x^*}^{+\infty} \rho_2(\xi, 0) d\xi = 1$  запишутся в виде

$$p_{1,2}(t) = \frac{1}{T_{1,2}} \exp\left(-\frac{t}{T_{1,2}}\right). \quad (12)$$

Здесь  $T_{1,2} = \int_0^{+\infty} t p_{1,2}(t) dt$  – средние длительности сосуществующих режимов, определяемые как

$$T_{1,2} = \frac{P_{1,2}}{kr(x^*)} = K \exp(\pm \alpha b) \left[ \frac{2}{D} \left( \frac{b^4}{4} + \frac{b^2}{2} \right) \right], \quad (13)$$

$K$  и  $\alpha$  – некоторые константы. Следует отметить, что нахождение распределения длительностей сосуществующих режимов тесно связано с задачей о достижении границы, рассмотренной впервые в [20].

**3.** В рамках верификации полученных теоретических оценок (5)–(13) первоначально были проведены численные исследования индуцированной шумом перемежаемости в модельной бистабильной системе (3)–(4) и получены статистические

характеристики для данного типа поведения. На рис. 1, *a* представлены распределения длительностей пребывания исследуемой модельной системы (4) вблизи одного устойчивого состояния равновесия при фиксированных значениях управляющих параметров. Кроме того, для исследуемой модельной системы была получена зависимость средней длительности пребывания вблизи того же состояния равновесия от значения параметра *b*, которая представлена на рис. 1, *b*. Из рис. 1 хорошо видно, что теория, описывающая индуцированную шумом перемежаемость в мультистабильной системе, и численные результаты хорошо согласуются друг с другом.

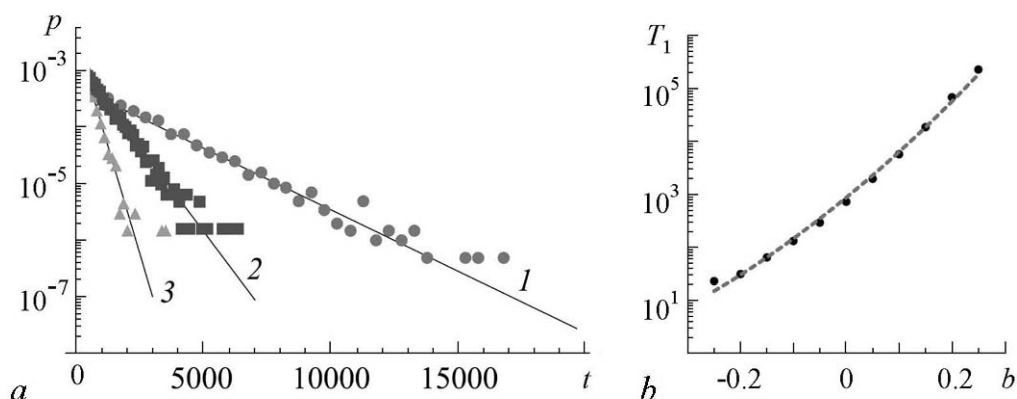


Рис. 1. *a* – распределения длительностей пребывания исследуемой системы (4) (маркеры) вблизи первого устойчивого положения равновесия и аналитическая зависимость (12) (сплошные линии), соответствующая этому распределению: 1 –  $b = 0.05$ ,  $D = 0.1$ ; 2 –  $b = 0$ ,  $D = 0.1$ ; 3 –  $b = -0.05$ ,  $D = 0.1$ . *b* – зависимость от параметра *b* средней длительности пребывания исследуемой системы (4) (маркеры) вблизи первого устойчивого положения равновесия и аналитическая зависимость (13) (штриховая линия), соответствующая этой зависимости, при  $D = 0.1$ . Параметры аппроксимации:  $K = 867$ ,  $\alpha = 18.85$ . На графиках ось ординат в логарифмическом масштабе

Fig. 1. *a* – distributions of the residence times for the system (4) in the vicinity of the first stable state and analytical regularity (12) corresponding to such distribution. Theoretical curves are shown by solid lines, numerically obtained data are indicated by points. Ordinate axis is shown in logarithmic scale: 1 –  $b = 0.05$ ,  $D = 0.1$ ; 2 –  $b = 0$ ,  $D = 0.1$ ; 3 –  $b = -0.05$ ,  $D = 0.1$ . *b* – dependence of the mean length of the residence times for the system (4) in the vicinity of the first stable state on the control parameter *b* and analytical regularity (13), corresponding to such dependence for  $D = 0.1$ . Theoretical curve is shown by solid line, numerically obtained data are indicated by points. Parameters of approximation are the following:  $K = 867$ ,  $\alpha = 18.85$ . Ordinate axis is shown in logarithmic scale

4. Следующим этапом в рамках настоящей работы стало рассмотрение перемежающегося поведения в исходной системе двух диссипативно связанных логистических отображений (1). Полученные распределения длительностей пребывания исследуемой системы в синфазном и противофазном (асинфазном) состояниях при фиксированных значениях управляющих параметров представлены на рис. 2, *a*. Также для исследуемой системы (1) численно получена зависимость средней длительности пребывания системы в синфазном и асинфазном состояниях от значения параметра связи  $\varepsilon$ , позволяющего варьировать вероятность пребывания исследуемой системы в синфазном и противофазном состояниях и играющего, соответственно, роль параметра асимметрии. Данная зависимость приведена на рис. 2, *b*, видно хорошее соответствие численных результатов теоретическим.

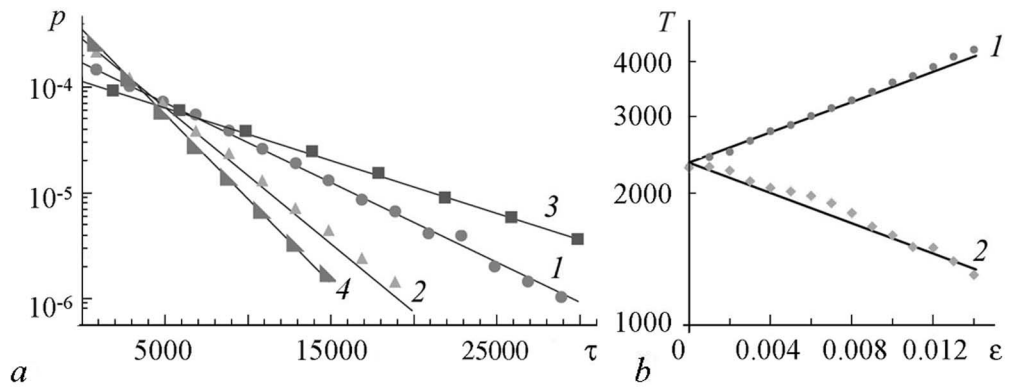


Рис. 2. *a* – распределения длительностей пребывания исследуемой системы (1) (маркеры) в синфазном и противофазном состоянии при фиксированных значениях управляющих параметров,  $\lambda_2 = 1.05$ ,  $D = 0.06$  и аналитическая зависимость (12) (сплошные линии), соответствующая этому распределению: 1 – синфазный случай при  $\varepsilon = 0.002$ , 2 – противофазный случай при  $\varepsilon = 0.002$ , 3 – синфазный случай при  $\varepsilon = 0.012$ , 4 – противофазный случай при  $\varepsilon = 0.012$ ; *b* – зависимость средней длительности пребывания исследуемой системы (1) (маркеры) в синфазном и противофазном состояниях от параметра  $\varepsilon$  и аналитическая зависимость (13) (сплошная линия), соответствующая этой зависимости, при  $\lambda_1 = 1.05$ ,  $\lambda_2 = 1.05$ ,  $D = 0.06$ : 1 – синфазный случай; 2 – противофазный случай. Параметры аппроксимации:  $K = 2350.0$ ,  $\alpha = \pm 40.0$ . Ось ординат в логарифмическом масштабе

Fig. 2. *a* – distributions of the residence times for the system (1) in in-phase and antiphase states for fixed values of the control parameters  $\lambda_1 = 1.05$ ,  $\lambda_2 = 1.05$ ,  $D = 0.06$  and analytical regularity (12), corresponding to such distributions. Theoretical curves are shown by solid lines, numerically obtained data are indicated by points. Ordinate axis is shown in logarithmic scale: 1 – in-phase case for  $\varepsilon = 0.002$ ; 2 – antiphase case for  $\varepsilon = 0.002$ ; 3 – in-phase case for  $\varepsilon = 0.012$ ; 4 – antiphase case for  $\varepsilon = 0.012$ . *b* – dependencies of the mean length of the residence times for the system (1) in in-phase and antiphase states on the parameter  $\varepsilon$  and analytical regularity (13), corresponding to such dependence for  $\lambda_1 = 1.05$ ,  $\lambda_2 = 1.05$ ,  $D = 0.06$ . Theoretical curve is shown by solid line, numerically obtained data are indicated by points. Ordinate axis is shown in logarithmic scale: 1 – in-phase case; 2 – antiphase case. Parameters of approximation are the following:  $K = 2350.0$ ,  $\alpha = \pm 40.0$

**Выводы.** В работе проведено исследование индуцированной шумом перемежаемости в мультистабильных системах на примере (4) модельной бистабильной системы, находящейся под внешним шумовым воздействием, и системы двух диссипативно связанных между собой логистических отображений (1). Следует отметить, что проведенное рассмотрение для системы (1) оказывается справедливым в определенном диапазоне значений управляющих параметров, при которых в рассматриваемой системе в отсутствие шума сосуществуют два, синхронный и асинхронный, цикла периода два. При изменении значений управляющих параметров, приводящем к увеличению периода сосуществующих режимов, модельная система (4) оказывается неприменимой для анализа данной системы и требует дальнейшего уточнения.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16-32-60078).*

#### Библиографический список

1. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. Москва: Мир, 1991.
2. Дремин И.М. Перемежаемость и фрактальность в процессах множественного рождения частиц // УФН. 1987. Т. 152. С. 531–539.

3. Шандарин С.Ф., Дорошкевич А.Г., Зельдович Я.Б. Крупномасштабная структура Вселенной // УФН. 1983. Т. 139. С. 83–134.
4. Hammer P.W., Platt N., Hammel S.M., Heagy J.F., Lee B.D. Experimental observation of on–off intermittency // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73. Pp. 1095.
5. Heagy J.F., Platt N., Hammel S.M. Characterization of on–off intermittency // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49. Pp. 1140.
6. Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G., Zaks M., Kurths J. Attractor–repeller collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. Pp. 47.
7. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Boccaletti S. Ring intermittency in coupled chaotic oscillators at the boundary of phase synchronization // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 97. 114101.
8. Kye W.-H., Kim C.-M. Characteristic relations of type-I intermittency in the presence of noise // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. Pp. 6304.
9. Huerta-Cuellar G., Pisarchik A.N., Barmenkov Y.O. Experimental characterization of hopping dynamics in a multistable fiber laser // Phys. Rev. E. 2008. Vol. 78. Pp. 35202.
10. Kraut S., Feudel U. Multistability, noise, and attractor hopping: The crucial role of chaotic saddles // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. Pp. 15207.
11. Arecchi F.T., Badii R., Politi A. Generalized multistability and noise-induced jumps in a nonlinear dynamical system // Phys. Rev. A. 1985. Vol. 32. Pp. 402.
12. Wiesenfeld K., Hadley P. Attractor crowding in oscillator arrays // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. Pp. 1335.
13. Pisarchik A.N., Jaimés-Reategui R., Sevilla-Escoboza R., Huerta-Cuellar G., Taki M. Rogue waves in a multistable system // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 107. Pp. 274101.
14. Pikovsky A.S., Zaks M., Rosenblum M.G., Osipov G.V., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators in terms of periodic orbits // Chaos. 1997. Vol. 7. Pp. 680.
15. Астахов В.В., Безручко Б.П., Гуляев Ю.В., Селезнев Е.П. Мультистабильные состояния диссипативно связанных фейгенбаумовских систем // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. С. 60.
16. Poston T., Stewart I. Catastrophe Theory and its Applications. Pitman, 1978.
17. Кузнецов С.П. Динамический хаос. Москва: Физматлит, 2001.
18. Koronovskii A.A., Hramov A.E. Type-II intermittency characteristics in the presence of noise // Eur. Phys. J. B. 2008. Vol. 62. Pp. 447.
19. Runnova A.E., Hramov A.E., Grubov V.V., Koronovsky A.A., Kurovskaya M.K., Pisarchik A.N. Theoretical background and experimental measurements of human brain noise intensity in perception of ambiguous images // Chaos, Solitons & Fractals. 2016. Vol. 93. Pp. 201.
20. Kramers H.A. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions // Physica. 1940. Vol. 7. Pp. 284.



## References

1. Berge P., Pomeau Y., Vidal C. Order within Chaos. New York: John Wiley and Sons, 1984.
2. Dremin I.M. Intermittence and fractal dimensionality in multiple particle creation processes. *Physics–Uspekhi*, 1987. vol. 30, pp. 649–653.
3. Shandarin S.F., Doroshkevich A.G., Zel’dovich Ya.B. The large-scale structure of the universe. *Physics–Uspekhi*, 1983, vol. 26, pp. 46–76.
4. Hammer P.W., Platt N., Hammel S.M., Heagy J.F., Lee B.D. Experimental observation of on–off intermittency. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, vol. 73, p. 1095.
5. Heagy J.F., Platt N., Hammel S.M. Characterization of on–off intermittency. *Phys. Rev. E*, 1994, vol. 49, p. 1140.
6. Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G., Zaks M., Kurths J. Attractor–repeller collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, vol. 79, p. 47.
7. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Boccaletti S. Ring intermittency in coupled chaotic oscillators at the boundary of phase synchronization. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, vol. 97, p. 114101.
8. Kye W.-H., Kim C.-M. Characteristic relations of type-I intermittency in the presence of noise. *Phys. Rev. E*, 2000, vol. 62, p. 6304.
9. Huerta-Cuellar G., Pisarchik A.N., Barmenkov Y.O. Experimental characterization of hopping dynamics in a multistable fiber laser. *Phys. Rev. E*, 2008, vol. 78, p. 35202.
10. Kraut S., Feudel U. Multistability, noise, and attractor hopping: The crucial role of chaotic saddles. *Phys. Rev. E*, 2002, vol. 66, p. 15207.
11. Arecchi F.T., Badii R., Politi A. Generalized multistability and noise-induced jumps in a nonlinear dynamical system. *Phys. Rev. A*, 1985, vol. 32, p. 402.
12. Wiesenfeld K., Hadley P. Attractor crowding in oscillator arrays. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, vol. 62, p. 1335.
13. Pisarchik A.N., Jaimes-Reategui R., Sevilla-Escoboza R., Huerta-Cuellar G., Taki M. Rogue waves in a multistable system. *Phys. Rev. Lett.*, 2011, vol. 107, p. 274101.
14. Pikovsky A.S., Zaks M., Rosenblum M.G., Osipov G.V., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators in terms of periodic orbits. *Chaos*, 1997, vol. 7, p. 680.
15. Astakhov V.V., Bezruchko B.P., Gulyaev Yu.V., Seleznev E.P. *Technical Physics Letters*, 1989, vol. 15, p. 60.
16. Poston T., Stewart I. Catastrophe Theory and its Applications. Pitman, 1978.
17. Kuznetsov S.P. Dynamical Chaos. Moscow: Fizmatlit, 2001 (in Russian).
18. Koronovskii A.A., Hramov A.E. Type-II intermittency characteristics in the presence of noise. *Eur. Phys. J. B.*, 2008, vol. 62, p. 447.
19. Runnova A.E., Hramov A.E., Grubov V.V., Koronovsky A.A., Kurovskaya M.K., Pisarchik A.N. Theoretical background and experimental measurements of human brain noise intensity in perception of ambiguous images. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2016, vol. 93, p. 201.
20. Kramers H.A. Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions. *Physica*, 1940, vol. 7, p. 284.



*Журавлев Максим Олегович* – родился в Бресте (1988), окончил факультет нелинейных процессов СГУ (2011), кандидат физико-математических наук (2014). Доцент кафедры физики открытых систем СГУ, старший научный сотрудник лаборатории физики нелинейных явлений отделения физики нелинейных систем НИИ естественных наук СГУ. Область научных интересов – исследование классической и хаотической синхронизации в нелинейных системах; применение непрерывного вейвлет-анализа к проблеме хаотической синхронизации; изучение перемежающегося поведения. Автор более 40 статей в центральных реферируемых отечественных и зарубежных научных журналах.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
E-mail: zhuravlevmo@gmail.com



*Короновский Алексей Александрович* – родился в Саратове (1972). Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1995), доктор физико-математических наук (2007), заведующий кафедрой физики открытых систем ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского». Область научных интересов – динамический хаос, нелинейная динамика и ее проявления в различных сферах человеческой деятельности. Автор научных монографий и статей в отечественных и зарубежных рецензируемых журналах.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
E-mail: alexey.koronovskii@gmail.com



*Москаленко Ольга Игоревна* – родилась в Саратове (1984), окончила факультет нелинейных процессов СГУ (2006), кандидат физико-математических наук (2008), доцент (2012). В 2017 году защитила диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности «01.04.03 – радиофизика». Доцент кафедры физики открытых систем СГУ, начальник управления научной деятельности СГУ. Область научных интересов – исследование классической и хаотической синхронизации в нелинейных системах; применение непрерывного вейвлет- и фурье-анализа к проблеме хаотической синхронизации; изучение обобщенной синхронизации в системах с однонаправленной и взаимной связью и ее возможных приложений; влияние шума на установление синхронных режимов; применение хаотической синхронизации для скрытой передачи информации; анализ хаотической синхронизации в сложных сетях. Автор более 130 статей в центральных реферируемых отечественных и зарубежных научных журналах.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
E-mail: o.i.moskalenko@gmail.com



*Храмов Александр Евгеньевич* окончил кафедру электронных и волновых процессов физического факультета Саратовского университета (1996). Кандидат физико-математических наук (1999), доктор физико-математических наук (2005). С 2012 года главный научный сотрудник и научный руководитель Научно-образовательного центра «Системы искусственного интеллекта и нейротехнологии» (до 2018 года – «Нелинейная динамика сложных систем») Саратовского технического университета, с 2015 года заведующий кафедрой «Автоматизация, управление, мехатроника». Главный редактор журнала «Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии» (с 2016), член редакционной коллегии журнала «Chaos, Solitons and Fractals». Автор и соавтор более 200 научных публикаций, в том числе монографий, учебников, патентов.

Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77  
Саратовский государственный технический университет  
E-mail: hramovae@gmail.com