



МОДЕЛИРОВАНИЕ АНСАМБЛЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ В АКТИВНЫХ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЯХ

А. С. Дмитриев^{1,2}, М. Е. Герасимов¹, Р. Ю. Емельянов^{1,2}, В. В. Ицков²

¹Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН

²Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассматривается новая многоэлементная процессорная платформа для моделирования поведения взаимодействующих динамических систем – активная беспроводная сверхширокополосная сеть. Каждой динамической системе в процессе моделирования ставится в соответствие узел активной сети. Взаимодействие между динамическими системами производится через передачу информации о состоянии системы по радиоканалам между узлами активной сети. Возможности платформы демонстрируются на примере ансамбля осцилляторов Курамото. Описывается методика моделирования, экспериментальные результаты и их анализ.

Ключевые слова: Нелинейные динамические системы, беспроводные сети, сверхширокополосные сигналы, связь с использованием динамического хаоса.

Введение

Беспроводные сенсорные сети (БСС) представляют собой совокупность узлов с датчиками, объединенными в ансамбль путем взаимодействия по радиоканалам [1]. Популярность БСС и объем их использования стремительно растут в последние годы. Так, в 2010 году в мире было произведено около 50 миллионов микросхем приемопередатчиков для БСС, а в 2012 году – уже более 100 миллионов. В основном, БСС используются пока как средства для сбора, доставки и обработки данных от пространственно распределенных датчиков, таких, например, как датчики потребления электроэнергии. Вместе с тем появляется все большее число примеров беспроводных сетей, узлы которых кроме приемопередатчика и датчика включают в себя актуаторы – устройства, воздействующие на окружающую среду, в том числе устройства отображения информации (например, светодиоды или экраны), и устройства обработки информации (микроконтроллеры, процессоры). Ниже будем называть такие обобщенные беспроводные сенсорные сети активными беспроводными сетями (АБС).

Особый интерес представляют сверхширокополосные АБС с приёмопередатчиками на хаотических радиоимпульсах [2–4], в которых скорость передачи между узлами в 10...25 раз превосходит скорость передачи между приемопередающими узлами, реализованными на узкополосных приемопередатчиках типа ZigBee.

Широкий набор оборудования в узлах, вместе с коммуникационными возможностями, позволяет рассматривать сверхширокополосные АБС не только как средство сбора данных с некоторой территории и передачи их пункту анализа, но и как мощную технологическую платформу для решения более широких классов задач, относящихся к многоэлементным взаимодействующим системам, в том числе коллективного поведения роботов, сложной динамики ансамблей нелинейных систем, обработки территориально распределенной информации. Однако для практической реализации широких возможностей АБС необходимо создание и экспериментальная апробация как аппаратных, так и программных средств АБС, в частности узлов, локально обрабатывающих информацию в условиях обмена ею по радиоканалам. При этом не во всех случаях необходимо одновременное использование сенсоров, актуаторов и устройств локальной обработки информации. Например, при экспериментальной реализации взаимодействующих нелинейных динамических систем будут использоваться только коммуникационные и вычислительные возможности узлов сети. Вместе с тем, такие эксперименты позволяют визуально определить, насколько радиоканалы могут обеспечить требуемое качество связи, в том числе при изменении расстояний между узлами и наличии внешних возмущений. В работе эти вопросы исследуются в экспериментах с ансамблем систем Курамото [6–8].

Структура статьи следующая.

Первый раздел посвящен постановке задачи и схеме моделирования. Во втором разделе описываются сверхширокополосный активный узел и актуатор. В третьем разделе рассматривается модель Курамото. Четвертый раздел посвящен численному исследованию динамики ансамбля Курамото из шести осцилляторов. Здесь математическое моделирование используется как «эталонная» система, позволяющая сопоставить полученные в последующих экспериментах результаты с известными из литературы данными. В пятом разделе рассматривается экспериментальная эмуляция ансамбля в активной сверхширокополосной беспроводной сети. В шестом разделе описываются эксперименты с активной сетью и их результаты. В разделе семь анализируются предельные возможности по моделированию ансамблей динамических систем в активных сетях.

1. Постановка задачи и схема моделирования

Пусть имеется ансамбль взаимодействующих динамических систем, каждая из которых описывается одним или несколькими нелинейными дифференциальными уравнениями. Требуется реализовать ансамбль в АБС и использовать эту реализацию для наблюдения и исследования динамики ансамбля.

Первым шагом реализации ансамбля в АБС является представление взаимодействующих динамических систем в беспроводной активной сети (рис. 1).

Представление включает в себя:

- постановку каждому элементу ансамбля динамических систем в соответствие узла АБС;

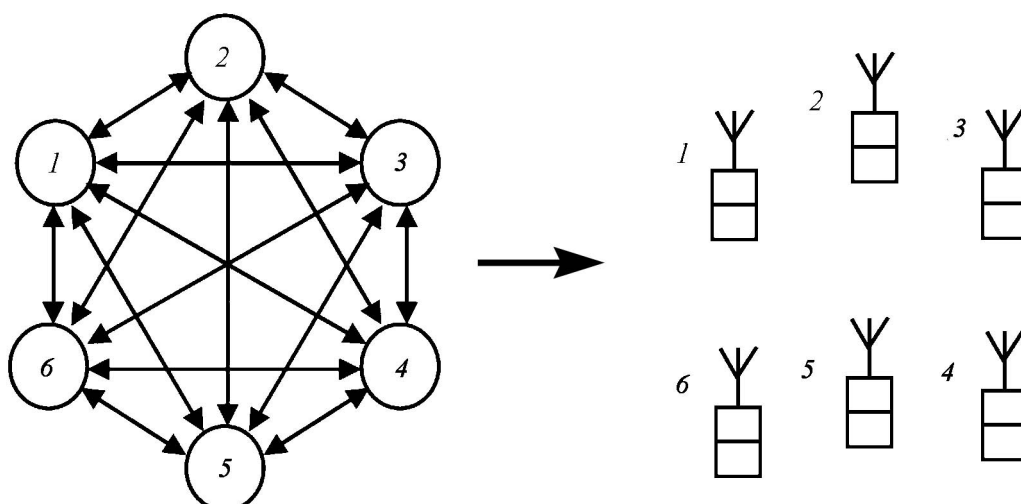


Рис. 1. Схема отображения ансамбля динамических систем на АБС. Динамические системы моделируются на узлах, связи реализуются посредством радиоканалов

- программирование уравнений элемента ансамбля в процессоре узла АБС;
- определение и установление связей между узлами активной сети согласно связям между элементами ансамбля;
- реализацию связей через радиоканалы.

Программирование уравнений ансамбля в процессорном элементе, вместе с его взаимодействием, осуществляется в три этапа:

- написание программы на языке высокого уровня и ее отладка;
- компиляция программы в машинный код;
- «загрузка» программы в микроконтроллер.

Принципиальным моментом при моделировании взаимодействующих динамических систем в АБС является способность сети реализовать связи между любыми узлами с помощью радиоканалов. Это означает, что в принципе радиоканалы обеспечивают моделирование ансамблей с произвольной топологией связей.

Чтобы убедиться в этом, будем считать, что каждый из узлов активной сети находится в области прямой радиовидимости со всеми остальными узлами. Для передачи данных от узла i к другим узлам в этом случае используется передача широковещательного пакета с информацией о том, от кого этот пакет исходит. Все узлы принимают этот пакет и те из них, которые по модели связаны с элементом ансамбля, представленном в узле i , используют содержащуюся в пакете информацию для формирования своего состояния на следующем шаге. Те же узлы, которые по модели не связаны с излучающим узлом, не реагируют на данные, содержащиеся в полученном пакете.

При моделировании:

- узлы располагаются так, чтобы каждый узел находился в области видимости любого другого узла сети, то есть имел возможность как получать данные от узлов, с которыми он должен быть связан, так и передавать им свои данные;
- в каждом узле процессор интегрирует уравнения, описывающие поведение соответствующего элемента ансамбля;

- все узлы работают независимо во времени, циклически совершая каждый шаг интегрирования через интервал времени T ;
- в начале интервала каждый элемент переходит в режим прослушивания эфира, а в конце интервала передает в эфир сообщение о состоянии своих переменных;
- в результате за «свой» интервал времени T каждый из узлов сети передает информацию о своем состоянии всем узлам, с которыми он поддерживает связь, и получает информацию о состоянии этих узлов;
- состояние переменной узла отображается визуально цветом свечения светодиода.

2. Сверхширокополосный активный узел и актуатор

Активный узел сети представляет собой устройство, включающее беспроводной приемопередатчик и специальную плату – актуатор, связанные специальным интерфейсом (рис. 2). В качестве приемопередатчика в работе использовался сверхширокополосный прямохаотический приемопередатчик ППС 43 [4].

Актуатор был реализован на основе микроконтроллера STM32L, используемого в качестве вычислительного устройства, на котором программируется уравнение элемента ансамбля, и цветного светодиода в качестве элемента визуального отображения состояния одной из переменных элемента ансамбля.

Микроконтроллер STM32L имеет RISC архитектуру, его тактовая частота может меняться от 1 до 32 МГц. Таким образом, это достаточно мощный процессор. При этом микроконтроллер STM32 – чрезвычайно компактное и мало потребляющее устройство.

Важным свойством микроконтроллера является возможность эмуляции на нем операций с плавающей запятой, что позволяет использовать его как полноценное

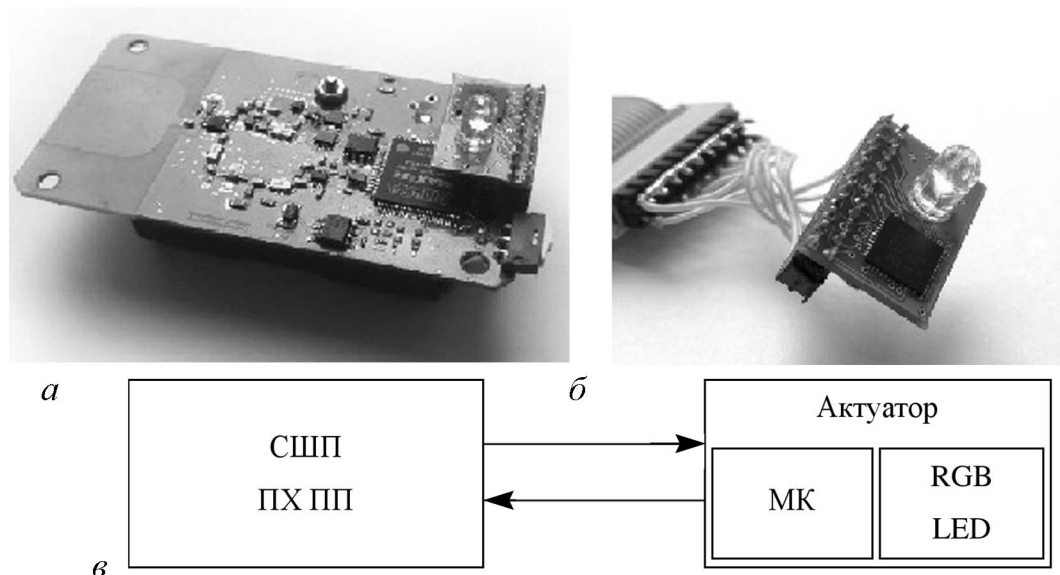


Рис. 2. Активный беспроводной узел и его структура: *а* – сверхширокополосный прямохаотический приемопередатчик (СШП ПХ ПП) с актуатором; *б* – актуатор; *в* – структура узла

устройство для моделирования динамических систем. Программирование уравнений элемента ансамбля осуществляется на языке C, с последующей компиляцией в код микроконтроллера.

Цветной светодиод реализует полную RGB палитру с 256 цветами по каждому цветовому каналу. Совместное использование нескольких светодиодов в сети дает визуальную динамическую картину степени согласованности их коллективного поведения. Например, цветовая картина четко фиксирует такие явления как синхронизация элементов ансамбля и их кластеризация. Фактически цветное светодиодное отображение состояния переменной представляет собой аппаратную реализацию широко используемого при исследовании динамических систем приема отображения их состояния через цвет.

3. Модель Курамото

Модель Курамото представляет собой систему N связанных фазовых осцилляторов с исходными частотами ω_i , распределенными в соответствии с заданной плотностью вероятности $g(\omega)$, и динамикой, описываемой уравнениями

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \sum_{j=1}^N K_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N. \quad (1)$$

Таким образом, каждый осциллятор сам по себе пытается действовать независимо на своей собственной частоте, в то время как связи стремятся синхронизировать его со всеми другими. Когда связи достаточно слабые, осцилляторы колеблются некогерентно, тогда как при превышении определенного порога спонтанно возникает коллективная синхронизация.

Первоначально [6, 7] анализ синхронизации модели Курамото был выполнен для случая связей типа среднего поля, то есть в предположении, что в уравнениях (1) $K_{ij} = K/N > 0$. Уравнения модели были переписаны в более удобной форме, с введением параметра порядка

$$r e^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j}, \quad (2)$$

где $r(t)$ с $0 \leq r(t) \leq 1$ является мерой когерентности популяции осцилляторов и $\psi(t)$ – усредненная фаза. С учетом этого определения уравнения (1) принимают вид

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + Kr \sin(\psi - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

и ясно, что каждый осциллятор связан с общей усредненной фазой $\psi(t)$ силой связи Kr .

В форме среднего поля (3) характер модели становится очевидным. Каждый осциллятор оказывается не связанным со всеми остальными, хотя, конечно, они взаимодействуют, но только через среднее поле, определяемое r и ψ . В частности, фаза подтягивается в направлении средней фазы, а не к фазе какого-либо отдельного осциллятора. Более того, эффективная сила взаимодействия пропорциональна когерентности r . Эта пропорциональность устанавливает положительную обратную

связь между силой взаимодействия и когерентностью: по мере того как популяция становится более когерентной, r растет и, таким образом, эффективность связи Kr возрастает, что, как правило, вовлекает еще больше осцилляторов в синхронизированный кластер. Если согласованность дополнительно увеличивается за счет вовлечения новых элементов, процесс будет продолжаться; в противном случае он становится самоограничивающимся. Этот механизм, лежащий в основе спонтанной синхронизации, был открыт Уинфри [5], но проявляется особенно ярко в модели Курамото.

Хотя первоначально модель Курамото была введена и исследовалась в случае большого числа фазовых осцилляторов, со временем она оказалась интересной и для случая малого числа элементов.

Прежде всего, здесь идет речь об обнаружении и исследовании динамического хаоса в ансамблях фазовых осцилляторов [14, 15], а также об исследовании состояний типа химера [16].

Так, в работах [14, 15] показано, что с ростом параметра связи K хаотическое поведение в модели Курамото возникает уже при числе элементов $N = 4$. Его возникновению предшествует квазипериодическое поведение. При увеличении N может возникать гиперхаос: уже при $N = 6$ и 7 существуют режимы с двумя положительными ляпуновскими показателями. Авторы исследовали также ансамбли осцилляторов Курамото с большим числом элементов и обнаружили, что количество положительных ляпуновских показателей может достигать половины числа осцилляторов в сети. При этом наиболее сильный фазовый хаос имеет место для ансамблей средних размеров.

Таким образом, модель Курамото демонстрирует различные нетривиальные динамические явления, как при малом, так и при значительном числе элементов. Она является хорошей качественной моделью для широкого круга явлений, таких как синхронизация пульсаций светлячков в стае [9], эффекта Джозефсона [10] и связанных химических реакций [11], физиологии популяций нейронов [12]. Также можно отметить применение данной модели при объяснении колебаний «Моста тысячелетия» в Лондоне во время церемонии открытия [13].

С точки зрения моделирования на АБС дополнительным аргументом в ее пользу является то обстоятельство, что каждый элемент модели описывается только одним дифференциальным уравнением первого порядка.

4. Динамика ансамбля с шестью осцилляторами

В рамках подготовки к экспериментам по реализации ансамбля Курамото на активной сети было проведено компьютерное моделирование и анализ динамики ансамбля с шестью элементами. Число элементов при моделировании соответствовало числу узлов в последующих экспериментах. Ансамбль моделировался согласно системе уравнений

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \frac{K}{6} \sum_{j=1}^N \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \dots, 6. \quad (4)$$

В процессе моделирования анализировалась динамика ансамбля в зависимости от

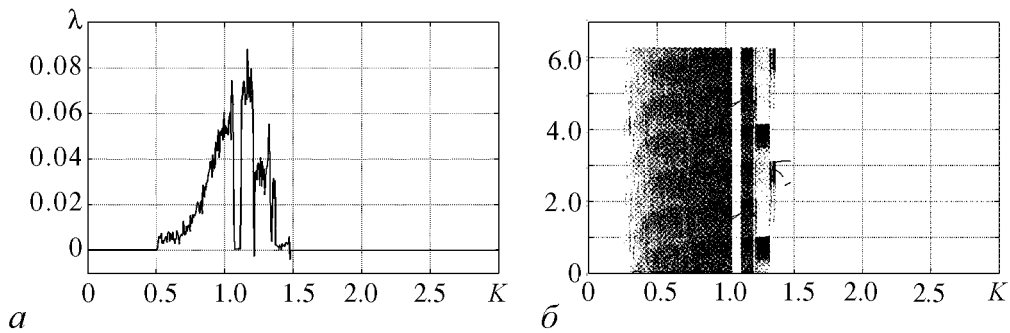


Рис. 3. Старший показатель Ляпунова (а) и диаграмма колебательных режимов (б) для числа элементов $N = 6$, $\omega_i = -1 + (2/5)(i - 1)$, $i = 1, \dots, 6$

силы связи K при фиксированных значениях собственных частот:

$$\omega_i = -1 + \frac{2}{5}(i - 1), \quad i = 1, \dots, 6, \quad (5)$$

где i – номер осциллятора. В процессе моделирования были построены диаграмма колебательных режимов и зависимость старшего показателя Ляпунова от силы связи в ансамбле (рис. 3).

В поведении ансамбля можно выделить три типа динамических режимов: квазипериодические колебания при малой силе связи, динамический хаос и синхронизацию. Кроме того, при отсутствии связей, реализуется режим независимых колебаний в осцилляторах.

В случае симметричного распределения собственных частот (5), синхронный режим вырождался в состояние равновесия с нулевой частотой колебаний. По результатам моделирования были выбраны следующие значения параметра K для экспериментального исследования динамики ансамбля в активной сети: $K = 0$ для режима независимых колебаний; $K = 1.3$ для динамического хаоса и $K = 3$ для синхронного режима.

5. Моделирование сенсорной сети

Процесс эмуляции коллективного поведения ансамбля фазовых осцилляторов модели Курамото в АБС включает в себя следующие этапы:

- запуск сети;
- переходный процесс;
- стационарный динамический режим.

Особенностью работы рассматриваемой сети является ее автономность, в ней отсутствует центр управления сетью (сток).

Запуск сети. Пусть имеется n узлов. Они последовательно включаются в моменты времени t_1, t_2, \dots, t_n . С момента включения каждый узел в течение времени T_1 прослушивает эфир, затем производит интегрирование уравнения фазового осциллятора методом Эйлера в течение времени T_2 , и за время T_3 передает информацию о себе, включающую значение переменной и номер узла, после чего цикл повторяется. Продолжительность цикла $T = T_1 + T_2 + T_3$.

Предполагается, что все узлы находятся в пределах прямой видимости друг друга; $T_2, T_3 \ll T$, что вместе со случайными значениями моментов времени t_1, t_2, \dots, t_n позволяет пренебречь коллизиями между пакетами.

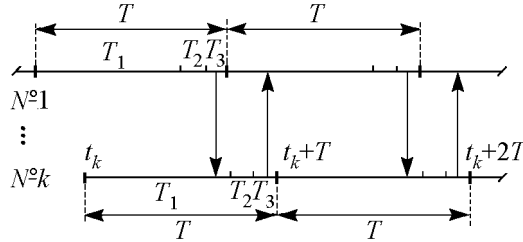


Рис. 4. Схема обмена данными между двумя узлами АБС

Через какое время при этих условиях все узлы гарантированно получают информацию о наличии всех узлов в сети? Пусть последним был включен узел с номером k и произошло это в момент времени t_k . В общем случае для всех $(n - 1)$ остальных узлов начальные моменты времени циклов длительности T лежат слева от точки t_k . Циклы всех этих узлов заканчиваются на интервале времени $(t_k, t_k + T)$. Поскольку $T_2 + T_3 \ll T$, k -й узел с большой вероятностью получит информацию обо всех узлах до того момента как передаст информацию о себе. Если он ее все же не получит на этом интервале, то он ее обязательно получит на интервале времени $(t_k + T, t_k + 2T)$. Если какой-то из узлов до включения последнего узла не получил первый раз информацию от какого-то из остальных $(n - 2)$ узлов, то он ее обязательно получит на интервале времени $(t_k, t_k + T)$ (рис. 4).

Таким образом, через время $2T$ после включения последнего узла каждый узел сети получит информацию о состоянии всех узлов в сети и эта информация будет обновляться на каждом следующем его интервале времени T .

Переходный процесс. Функционирование сети начинается с переходного процесса. Каждый узел АБС состоит из беспроводного приемопередатчика и актуатора, описанного выше. Динамическая система на i -м узле задается уравнением (4). На вычислительном устройстве i -го узла уравнение (4) начинает интегрироваться со значениями параметров, соответствующими исследуемому режиму, но с разными начальными условиями для каждого узла и в разные моменты времени. Поэтому в сети в начале функционирования будет наблюдаться переходный процесс от случайно заданных начальных условий к стационарному состоянию. Значение θ_i – переменной фазового осциллятора, изменяющееся в интервале $(0, 2\pi)$, отображается цветом RGB светодиода актуатора в i -м узле. Узлы на каждом своем интервале времени T связываются друг с другом по радиоканалу и обмениваются информацией о своих состояниях. Полученные в процессе обмена значения переменных используются при интегрировании с весами K/N .

Стационарный динамический режим. После некоторого количества шагов интегрирования система приходит в стационарный динамический режим. Тип этого режима зависит от числа элементов в ансамбле и значения весового коэффициента.

6. Эксперимент

В экспериментах использовалась сеть, состоящая из 6 узлов (рис. 5). Устройства располагались на столе в пределах прямой радиовидимости друг с другом и последовательно включались оператором с интервалом в несколько секунд.

Параметры динамических систем для каждого узла АБС задавались при компиляции программы, написанной для микроконтроллера актуатора. Программа обеспечивает расчет динамической системы фазового осциллятора путём периодического интегрирования уравнения осциллятора с учетом имеющихся данных о фазах других осцилляторов в ансамбле, управление приемопередатчиком – переключение приемопередатчика из режима приёма в режим передачи и обратно, и управление цветом светодиода в соответствии с фазой осциллятора.

В первой группе из трех экспериментов собственные круговые частоты осцилляторов задавались теми же, что и при компьютерном моделировании: -1.0 ; -0.6 ; -0.2 ; 0.2 ; 0.4 ; 0.6 ; 1.0 . Начальная фаза каждого из осцилляторов выбиралась при помощи генератора случайных чисел.

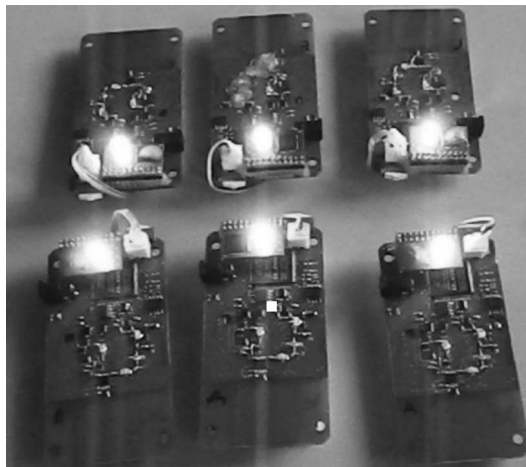


Рис. 5. Эмуляция ансамбля Курамото на АБС

Если к моменту, когда программа начинала процесс интегрирования, была получена информация о фазах M других динамических систем, то в уравнении модели Курамото эти фазы учитывались, размер ансамбля выбирался как $N = M + 1$. В частности, когда информации от других узлов не было совсем, слагаемое с суммой в уравнении (4), соответствующее связи между узлами, полагалось равным нулю.

Для удобства визуального наблюдения динамики ансамбля значение временного цикла интегрирования T было выбрано равным 100 мс. При этом характерные времена существенного изменения значения переменных составляли единицы секунд.

Информацией о фазах динамических систем узлы обменивались с помощью пакетов с длиной $L = 16$ байт. Первые 4 байта в пакете соответствовали уникальному номеру узла АБС, следующие 8 байт занимало передаваемое значение фазы осциллятора узла – источника пакета, последние 4 байта – контрольная сумма, обеспечивающая контроль целостности пакета. Наличие уникального номера позволяло различать узлы между собой.

При проведении экспериментов возникла проблема отображения и интерпретации получаемых результатов.

Во-первых, как отобразить цветную динамическую картину цветов в черно-белом формате статьи? И, во-вторых, некоторые режимы, например, режим независимых колебаний при отсутствии обмена информацией между узлами и хаотический режим работы сети трудноразличимы даже при непосредственном наблюдении за динамикой.

Чтобы решить проблему, был использован дополнительный приемник, подключенный через USB интерфейс к компьютеру. На этот приемник, так же, как и на каждый из приемников в узлах активной сети, постоянно поступают данные о

состоянии динамических переменных всех фазовых осцилляторов. Эти данные пересылаются в компьютер и используются для построения графиков изменения частот осцилляторов (производных их фаз) во времени (рис. 6).

В первой группе экспериментов менялось значение силы связи K .

В первом эксперименте $K = 0$. В этом случае узлы постоянно обменивались значениями фаз в течение эксперимента, однако член с суммой в уравнении (4), отвечающий за связь между динамическими системами, был равен нулю. Все динамические системы на узлах эволюционировали независимо, с разными собственными частотами, стартовав в различные моменты времени. При проведении эксперимента наблюдалась строго периодическая плавная смена цветов светодиодов на актуаторах узлов АБС, корреляция между цветами отсутствовала, и частоты колебаний после включения оставались постоянными (рис. 6, а).

Следующий эксперимент был проведен для системы с силой связи $K = 1.3$, что соответствует динамическому хаосу при расчетах в модели Курамото. Показатель Ляпунова при этом положителен и равен приблизительно 0.03. Для данной силы связи, по сравнению с предыдущим экспериментом, визуально поведение ансамбля поменялось, смена цветов светодиодов утратила периодичность и стала нерегулярной, видимой корреляции между цветами светодиодов в разных узлах не было. На графике зависимости мгновенной частоты от времени (рис. 6, б) видно, что частоты колебаний осцилляторов при этом меняются нерегулярно.

Третий эксперимент проводился при силе связи $K = 3$. В этом эксперименте

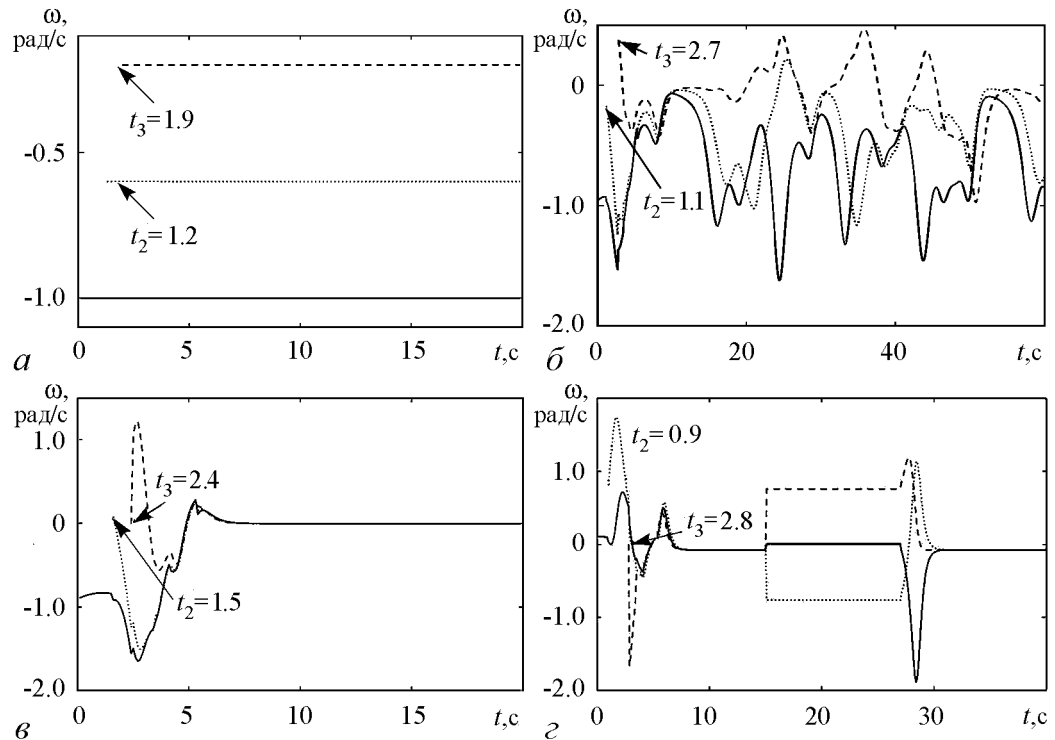


Рис. 6. Зависимость мгновенных круговых частот первых трех осцилляторов от времени (сплошная линия – 1-й осциллятор, пунктирная – 2-й осциллятор, штриховая – 3-й осциллятор): а – режим независимых осцилляций, $K = 0$; б – динамический хаос, $K = 1.3$; в – синхронизация, $K = 3$; г – разрушение режима синхронизации внешним помеховым сигналом; t_i – момент включения i -го узла

устройства начали работу после включения со случайными цветами, но затем наблюдалась сходимость процесса к равновесному состоянию, при котором все светодиоды постоянно горели одним цветом. Равновесная частота была равна нулю (рис. 6, в).

В четвертом эксперименте собственные частоты осцилляторов выбирались случайно в интервале $(-1, 1)$, а не равномерно распределенными, как в предыдущих экспериментах. В этом случае при силе связи $K = 3$, наблюдалось схождение к режиму синхронизации, при котором результирующая частота в отличие от третьего эксперимента была не нулевой. Визуально процесс выглядел как когерентная периодическая смена осцилляторами цвета. Частота когерентных колебаний менялась при каждом новом включении.

Для последнего эксперимента использовалась АБС с теми же параметрами, что и в четвертом эксперименте. Динамика частот в осцилляторах в эксперименте показана на рис. 6, з. После включения осцилляторов и синхронизации ансамбля (примерно седьмая секунда на графике рис. 6, з) к устройствам на 15-й секунде был поднесен передатчик с непрерывным излучением хаотического сигнала в диапазоне частот, на котором работают приёмопередатчики АБС. Наличие такой помехи привело к нарушению работы приемников в узлах, разрушению связей в АБС и прекращению обмена данными о фазах осцилляторов в рамках ансамбля. Как следствие, цвета светодиодов перестали совпадать и начали эволюционировать независимо – произошла десинхронизация ансамбля. На рис. 6, з этому состоянию соответствует участок от 15-й секунды до момента, когда передатчик хаотического сигнала был отключен (28-я секунда). На этом временном участке каждый осциллятор колеблется независимо от других с фиксированной случайной частотой, заданной в начале эксперимента. После отключения на 28-й секунде передатчика, излучающего помеховый сигнал, синхронизация в ансамбле быстро восстановилась.

7. Предельные возможности АБС

В проведенных экспериментальных исследованиях сверхширокополосная АБС включала в себя шесть узлов. А какое максимальное число узлов N может включать беспроводная сеть в экспериментах такого типа?

Это число определяется следующими факторами: скоростью передачи данных по радиоканалу между приёмопередатчиками, скоростью передачи данных по коммуникационному интерфейсу «приёмопередатчик – актуатор» (см. рис. 2), допустимой вероятностью коллизий пакетов в каналах связи и скоростью моделирования динамической системы.

Проанализируем степень влияния данных ограничений.

Скорость передачи данных по радиоканалу. Чтобы узлы АБС за время цикла T обменялись данными, каждому узлу необходимо один раз отправить пакет данных со своим состоянием и принять $N - 1$ пакетов от своих соседей при длине пакета L . Суммарное количество принимаемой и передаваемой информации I , которое может обеспечить канал с пропускной способностью C за время T :

$$I = CT.$$

В предельном случае максимально возможного числа устройств в сети оно должно

равняться информации, содержащейся в N пакетах, то есть

$$I = NL = CT. \quad (6)$$

Откуда следует, что максимальное число узлов в сети при учете только пропускной способности канала связи равно

$$N = \frac{CT}{L}. \quad (7)$$

Приёмопередатчики ППС 43 имеют скорость передачи данных, равную 6 Мбит/с. Поэтому, согласно формуле (7), для длины пакета $L = 128$ бит (16 байт) и используемого периода цикла $T = 100$ мс максимальное число узлов в АБС превышает 4000. Оно достигается при синхронной работе сети, когда каждому узлу на интервале T предоставлено свое окно для передачи. Во время этого окна излучает только один узел, остальные слушают.

Скорость передачи данных по интерфейсу между приёмопередатчиком и актуатором. Все полученные и отправленные приёмопередатчиком пакеты транслируются через интерфейс актуатор – приёмопередатчик. Следовательно, формулу (7) можно использовать и для оценки максимально достижимого количества устройств в АБС, определяемого скоростью коммуникационного интерфейса. В узлах платформы интерфейс реализован в виде UART со скоростью передачи данных $C = 46080$ бит/с. По формуле (7) оцениваем максимальное число узлов в составе АБС: из-за низкой скорости интерфейса оно ограничивается примерно 35 устройствами. Длина передаваемого пакета может быть уменьшена до 8 байт, при этом максимально возможное число узлов в сети, определяемое скоростью интерфейса UART, увеличивается до 70.

Допустимая вероятность коллизий пакетов в каналах связи. При количестве устройств в сети до 70 возможно использование несинхронной работы сети, что и делалось в проведенных экспериментах. Расчеты показывают, что в этом случае вероятность коллизий пакетов $P < 2 \cdot 10^{-2}$. При потере пакета в результате коллизии или других факторов, в связи с малым изменением фазы осциллятора за один шаг интегрирования, в уравнении (4) можно использовать значения фазы из предыдущего шага интегрирования, практически не ухудшая при этом точность расчета динамики системы.

Скорость вычислений при моделировании динамических систем на микроконтроллере. Время расчета одной итерации интегрирования модели Курамото для ансамбля из шести узлов составляет 3...4 мкс. Объем вычислений при интегрировании уравнения (4) в каждом актуаторе растет линейно с увеличением числа узлов в сети. Исходя из того, что при шести узлах время интегрирования не превышает 3...4 мкс, добавление каждого нового узла даст прирост времени интегрирования в узле не более 1 мкс. Далее, предполагая, что время вычисления не превышает 10% от длительности периода цикла $T = 100$ мс, получаем оценку по ограничению числа узлов при учете только этого фактора примерно в 10000 узлов.

Таким образом, главным ограничением в используемой аппаратной платформе, влияющим на число узлов в АБС, является скорость передачи данных по интерфейсу приёмопередатчик – актуатор. Поэтому максимальное число узлов в сети может быть увеличено в 30...50 раз и достигать 3000 за счет замены интерфейса UART

на высокоскоростной интерфейс SPI с использованием синхронного режима работы сети.

Заключение

В работе рассмотрена возможность использования АБС как среды для экспериментального исследования динамики многоэлементных систем с непрерывным временем.

Создан и экспериментально реализован актуатор, обладающий возможностью интегрировать уравнение системы и отображать её состояние в виде изменения цвета светодиода.

Разработаны программы, обеспечивающие работу актуатора в составе беспроводного активного узла и функционирование АБС как многоэлементной динамической системы с непрерывным временем.

В качестве конкретной многоэлементной динамической системы выбран ансамбль связанных осцилляторов Курамото. На примере этой системы с шестью элементами экспериментально показано, что динамика активной сети может полностью соответствовать динамике исходной математической модели.

Проведены эксперименты по воздействию на активную сеть внешнего к ней сверхширокополосного хаотического радиосигнала, в результате чего происходило разрушение связей между узлами и качественное изменение поведения многоэлементной системы в целом.

Полученные результаты показали, что АБС могут эффективно использоваться для экспериментальной эмуляции многоэлементных динамических систем с непрерывным временем.

Авторы выражают благодарность за советы и помощь в работе М.Г. Попову и В.А. Лазареву.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП ИР 2014–2020 Минобрнауки, Соглашение № 14.584.21.0010, Идентификатор RFMEFI58414X0010.

Библиографический список

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Wireless_sensor_network
2. Дмитриев А.С., Кяргинский Б.Е., Максимов Н.А., Панас А.И., Старков С.О. Перспективы создания прямохаотических систем связи в радио и СВЧ диапазонах // Радиотехника. 2000. № 3. С. 9.
3. Дмитриев А.С., Кяргинский Б.Е., Панас А.И., Старков С.О. Прямохаотические схемы передачи информации в сверхвысокочастотном диапазоне // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 2. С. 224.
4. Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Лазарев В.А., Герасимов М.Ю. Сверхширокополосная беспроводная самоорганизующаяся прямохаотическая сенсорная сеть // Успехи современной радиоэлектроники. 2013. Т. 3. С. 19.
5. Winfree A. The geometry of biological time. New York: Springer, 1980.
6. Kuramoto Y. Chemical oscillations, waves and turbulence. Berlin: Springer-Verlag, 1984.

7. Kuramoto Y. Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators // International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics / Ed. H. Araki. 1975. Vol. 39. P. 420. Berlin, Springer.
8. Strogatz S.H. From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled nonlinear oscillators // Physica D. 2000. Vol. 143. P. 1.
9. Ermentrout G.B. An adaptive model for synchrony in the firefly *Pteroptyx malaccae* // Journal of Mathematical Biology. 1991. Vol. 29. P. 571.
10. Wiesenfeld K., Colet P., Strogatz S.H. Frequency locking in Josephson arrays: connection with the Kuramoto model // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57, № 2. P. 1563.
11. Wang W., Kiss I.Z., Hudson J.L. Clustering of arrays of chaotic chemical oscillators by feedback and forcing // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86, № 21. P. 4954.
12. Tass P.A. Phase resetting in medicine and biology. Berlin: Springer, 1999.
13. Strogatz S.H., Abrams D.M., McRobie A. and others. Theoretical mechanics: Crowd synchrony on the Millennium Bridge // Nature. 2005. Vol. 438, № 7064. P. 43.
14. Popovych O.V., Maistrenko Yu.L., Tass P.A. Phase chaos in coupled oscillators // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 71, № 6. P. 065201.
15. Maistrenko Yu.L., Popovych O.V., Tass P.A. Desynchronization and chaos in the Kuramoto model // Lecture notes in physics. 2005. Vol. 671. P. 285.
16. Abrams D., Strogatz S.H. Chimera states for coupled oscillators // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93, № 17. P. 174102.

References

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Wireless_sensor_network
2. Dmitriev A.S., Kyarginsky B.Ye., Maximov N.A., Panas A.I., Starkov S.O. // Radiotekhnika. 2000. № 3. P. 9. (In Russian).
3. Dmitriev A.S., Kyarginsky B.Ye., Panas A.I., Starkov S.O. // Journal of Communications Technology and Electronics. 2001. Vol. 46, №2. P. 207.
4. Dmitriev A.S., Efremova E.V., Lazarev V.A., Gerasimov M.Yu. // Achievements of Modern Radioelectronics. 2013. Vol. 3. P. 19. (In Russian).
5. Winfree A. The geometry of biological time. New York: Springer, 1980.
6. Kuramoto Y. Chemical oscillations, waves and turbulence. Berlin: Springer-Verlag, 1984.
7. Kuramoto Y. Self-entrainment of a population of coupled non-linear oscillators // International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics / Ed. H. Araki. 1975. Vol. 39. P. 420. Berlin, Springer.
8. Strogatz S.H. From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in population sof coupled nonlinear oscillators // Physica D. 2000. Vol. 143. P. 1.
9. Ermentrout G.B. An adaptive model for synchrony in the firefly *Pteroptyx malaccae* // Journal of Mathematical Biology. 1991. Vol. 29. P. 571.
10. Wiesenfeld K., Colet P., Strogatz S.H. Frequency locking in Josephson arrays: connection with the Kuramoto model // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57, № 2. P. 1563.
11. Wang W., Kiss I.Z., Hudson J.L. Clustering of arrays of chaotic chemical oscillators by feedback and forcing // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86, № 21. P. 4954.

12. *Tass P.A.* Phase resetting in medicine and biology. Berlin: Springer, 1999.
13. *Strogatz S.H., Abrams D.M., McRobie A. and others.* Theoretical mechanics: Crowd synchrony on the Millennium Bridge // *Nature*. 2005. Vol. 438, № 7064. P. 43.
14. *Popovych O.V., Maistrenko Yu.L., Tass P.A.* Phase chaos in coupled oscillators // *Phys. Rev. E*. 2005. Vol. 71, № 6. P. 065201.
15. *Maistrenko Yu.L., Popovych O.V., Tass P.A.* Desynchronization and chaos in the Kuramoto model // *Lecture notes in physics*. 2005. Vol. 671. P. 285.
16. *Abrams D., Strogatz S.H.* Chimera states for coupled oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93, № 17. P. 174102.

Поступила в редакцию 13.03.2015

После доработки 25.04.2015

MODELLING ENSEMBLES OF NONLINEAR CONTINUOUS TIME DYNAMICAL SYSTEMS IN ACTIVE ULTRA WIDEBAND WIRELESS NETWORKS

*Alexander S. Dmitriev^{1,2}, Mark Yu. Gerasimov¹,
Ruslan Yu. Emelyanov^{1,2}, Vadim V. Itskov²*

¹V.A. Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the RAS

²Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

The paper deals with a new multi-element processor platform to model the behavior of interacting dynamical systems – active wireless network. Each dynamical system modeling process, is associated with an active network node. The interaction between the dynamical systems is made through the transfer of information on the state of the system through radio channels between nodes of active network. Platform capabilities are demonstrated by an ensemble of oscillators Kuramoto. Describes the technique of modeling, experimental results and their analysis.

Keywords: Nonlinear dynamical systems, wireless networks, ultra wide band, chaotic communication.



Дмитриев Александр Сергеевич – родился в 1948 году. Окончил Московский физико-технический институт (1971). Кандидат физико-математических наук (1974), доктор физико-математических наук (1988), профессор. Зав. отделом Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. Дважды Лауреат Премии Совета Министров СССР (1984 и 1989). Область научных интересов – теория динамического хаоса, информационные технологии на основе хаотической динамики. Автор более 250 научных трудов, в том числе 3 монографии.

125009, Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7
Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
141700 Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9
Московский физико-технический институт (государственный университет)
E-mail: chaos@cplire.ru



Герасимов Марк Юрьевич – родился в 1990-м году. Окончил Московский физико-технический институт (2013). Аспирант института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. Область научных интересов: беспроводные сенсорные и сети, информационные и коммуникационные технологии на основе динамического хаоса. Имеет 8 научных публикаций.

125009, Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

E-mail: 728239@gmail.com



Емельянов Руслан Юрьевич – родился в 1988 году в городе Алматы, Республика Казахстан. Окончил Московский физико-технический институт (2011). Окончил аспирантуру Московского физико-технического института (2014). Младший научный сотрудник лаборатории беспроводных технологий Московского физико-технического института. Автор более 10 публикаций (в соавторстве).

125009, Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

141700 Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

Московский физико-технический институт (государственный университет)

E-mail: ruslanem@gmail.com



Ицков Вадим Викторович – родился в городе Гомель, Республика Беларусь. Окончил Гомельский Городской Лицей № 1. Окончил бакалавриат факультета аэрофизики и космических исследований Московского физико-технического института (2012). Окончил магистратуру факультета радиотехники и кибернетики Московского физико-технического института (2014). Аспирант 1 курса Московского физико-технического института, младший научный сотрудник в лаборатории Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва. Областью научных интересов являются беспроводные сети на сверхширокополосных прямохаотических сигналах.

141700 Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

Московский физико-технический институт (государственный университет)

E-mail: vadim.itkov@phystech.edu