

## СЛУЧАЙНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

*Ю. П. Блюх*

Андерсоновская локализация электромагнитных волн проявляется в том, что амплитуда падающей на неупорядоченную среду волны экспоненциально убывает вглубь среды. Прозрачность слоя такой среды экспоненциально мала, если толщина слоя достаточно велика. Однако существует набор частот (резонансов), специфический для каждой реализации случайно-неоднородной среды, для которых среда почти прозрачна. Такие наборы частот являются «отпечатками пальцев» среды: каждая реализация характеризуется своим уникальным набором резонансов. Каждому резонансу соответствует случайно образованный в среде резонатор: случайно прозрачный участок среды («полость»), окруженный почти непрозрачными (благодаря локализации волны) «стенками». Такое взаимно-однозначное соответствие позволяет определить параметры среды и внутреннее пространственное распределение поля волны в данном экземпляре случайной среды по внешним измерениям характеристик резонансов.

*Ключевые слова:* Локализация волн, резонансы, дистанционное зондирование.

### Введение

Распространение волн в случайно-неоднородной среде также носит случайный характер. При дистанционном зондировании такой среды измеряемыми величинами являются только коэффициенты отражения и, если это возможно, прохождения. В силу случайности этих величин, рассматриваются, как правило, только их статистические характеристики. Такие усредненные по ансамблю реализаций случайной среды характеристики не позволяют сказать что-либо о каждой конкретной реализации. Более того, если данная среда существует только в единственном экземпляре, оправданность применения статистических характеристик оказывается под большим вопросом. Например, при зондировании звуковыми волнами Земли (существует в единственном экземпляре!) усредненные характеристики ничего не говорят о ее структуре в данном месте.

Однако задача об определении каких-либо характеристик единичного экземпляра случайно-неоднородной среды не столь безнадежна, как это может показаться. Ниже будет показано, что анализ частотной зависимости коэффициентов отражения и прохождения волн при нормальном падении на слоистую случайную среду позволяет определить некоторые ее свойства.

## 1. Андерсоновская локализация

Разнообразная яркая окраска крыльев бабочек не связана с наличием «краски». Цвет отраженному свету придают сложные дифракционные решетки, расположенные на крыльях. Радужная окраска хитинового слоя насекомых возникает благодаря брэгговскому отражению от периодической системы слоев с разными показателями преломления. Но как достигается *зеркальное* отражение от чешуи рыбы? Ведь чешуя не покрыта металлом! Ответ на этот вопрос был найден более пятидесяти лет назад при... исследовании электронных волновых функций в слабонеупорядоченной кристаллической решетке. В своей работе [1] P.W. Anderson показал, что волновая функция электрона *локализована*, если степень беспорядка достаточно велика. Дефекты кристаллической решетки можно рассматривать как рассеивающие центры. Если количество и величина рассеивателей малы, то первоначально локализованная в пространстве волновая функция расплывается диффузионным образом. Но при некоторой степени беспорядка ситуация меняется радикально: диффузия полностью подавляется и волновой пакет остается локализованным в некоторой области, характерный размер которой называется *длиной локализации*  $\ell_{loc}$ . В одномерном случае эффект локализации проявляется в зависимости проводимости от длины образца (провода). В диффузионном режиме проводимость  $\sigma$  обратно пропорциональна длине проволоки  $L$ :  $\sigma \sim 1/L$ . В режиме локализации проводимость падает *экспоненциально быстро* с ростом длины:  $\sigma \sim \exp(-L/\ell_{loc})$ .

За работы по физике неупорядоченных систем P.W. Anderson, J. van Vleck и N.F. Mott были удостоены Нобелевской премии в 1977 году. А в год пятидесятилетия выхода статьи [1] в Кембридже, Париже, Дрездене и других городах и странах была проведена *непрерывная* полугодовая конференция, на которой рассматривались всевозможные проявления андерсоновской локализации (с кратким обзором 50-летнего развития этой области можно ознакомиться в статье [2]).

Локализация не является исключительным свойством электронной волновой функции, это явление свойственно волнам любой природы, распространяющимся в неоднородной среде. Локализацию световых волн легко наблюдать в домашних условиях. Стопка «прозрачек» отражает свет как зеркало, несмотря на то, что каждая из них прозрачна [3]. Дело в том, что между листами «прозрачек» в стопке остаются воздушные промежутки, толщина которых случайна. Многократные отражения от неупорядоченно расположенных границ раздела сред с разными показателями преломления (рассеивателей) приводят к локализации света, и прозрачность всей стопки, как и проводимость проволоки в предыдущем примере, становится экспоненциально малой. В силу малости потерь в материале «прозрачки» малость коэффициента прохождения означает, что коэффициент отражения близок к единице. Отметим, что стопка «прозрачек» отражает белый свет. Если бы слои воздуха и листы «прозрачек» были расположены строго периодически, отраженный свет был бы окрашен: брэгговское отражение выделяло бы интенсивность света на некоторых частотах.

Теперь можно вернуться к рыбьей чешуе. Она отражает белый свет как зеркало, потому что состоит из *нерегулярной*, случайной последовательности прозрачных слоев с разной диэлектрической проницаемостью [4, 5].

Локализация волны, падающей на нерегулярную среду, проявляется в экспоненциальном убывании ее амплитуды  $\psi(x)$  вглубь среды:  $\psi(x) \sim \exp(-x/\ell_{\text{loc}})$ . Падение амплитуды не связано с диссипацией, а обусловлено интерференцией отраженных от неоднородностей волн. Если толщина среды конечна и намного превосходит длину локализации, то коэффициент прохождения волны через среду экспоненциально мал. Это утверждение, однако, справедливо только для *усредненного* по многим реализациям (или частотам в некотором узком диапазоне) коэффициента прохождения. Если же посмотреть на частотную зависимость коэффициента прохождения через данную среду, то окажется, что наряду с экспоненциально малыми значениями коэффициент прохождения на некоторых частотах аномально высок и может достигать единицы. Частотная ширина пиков коэффициента прохождения мала и их вклад в усредненное по частотам значение коэффициента прохождения мал. Однако именно эти пики – резонансы – содержат информацию о каждом *конкретном* образце случайной среды. Каждый набор резонансов является «отпечатками пальцев» данной конкретной среды. Анализ коэффициентов прохождения и отражения вблизи резонансов позволяет восстановить с некоторой степенью достоверности как характеристики среды, так и распределение интенсивности падающей волны внутри образца, которое для резонансных частот сильно отличается от усредненной, экспоненциально убывающей.

## 2. Резонансы и резонаторы

Восстановление параметров среды и распределения полей волн в ней по характеристикам резонансов представляет собой задачу о черном ящике. Зная отклик черного ящика (коэффициентов прохождения и отражения) на внешнее воздействие (падающая волна), надо определить его внутреннее устройство. Для этого нужно знать набор элементов, которые могут содержаться в черном ящике. Оказывается, что в рассматриваемом случае случайно-неоднородной среды этот набор крайне прост: это резонаторы с различными собственными частотами и добротностями. Резонаторы могут быть связаны между собой. В этом случае следует добавить в набор элементов и коэффициенты связи. Правда, резонаторы эти необычные.

Чтобы понять, как устроены «резонаторы», рассмотрим одномерную задачу о распространении волны в слоисто-неоднородной случайной среде. Пусть коэффициенты отражения  $R$  от границ между слоями малы,  $R \ll 1$ . В этом случае отраженную волну можно представить в виде суммы волн, однократно отразившихся от границ разделов – рассеивателей. Эффект локализации состоит в том, что отраженные волны складываются в фазе и, если число рассеивателей велико, амплитуда отраженной волны достигает величины амплитуды падающей волны, то есть коэффициент отражения стремится к единице, а коэффициент прохождения – к нулю. Отражение от случайно расположенных рассеивателей аналогично брэгговскому отражению от регулярной периодической системы рассеивателей. Поскольку в случайной среде для каждой волны с волновым вектором  $k$  всегда найдется  $2k$ -гармоника пространственного спектра Фурье расположения рассеивателей, то амплитуда волны будет экспоненциально убывать вглубь среды. Но, в силу случайности расположения рассеивателей, есть конечная вероятность того, что в некоторой области  $2k$ -гармоника

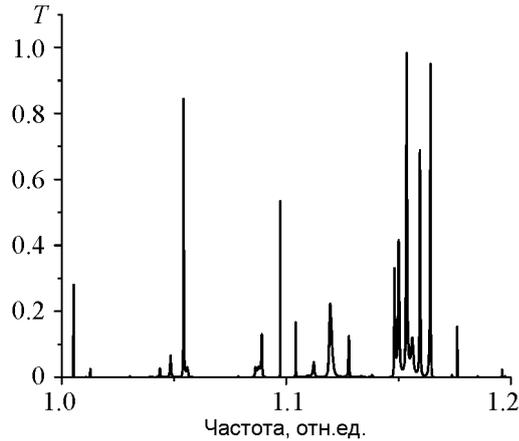


Рис. 1. Коэффициент прохождения  $T$  как функция частоты падающей волны



Рис. 2. Распределение интенсивности волны в среде для трех разных частот. Средняя частота соответствует резонансу, боковые частоты соответствуют «типичному», нерезонансному случаю

ной частоте – это и есть резонанс, о котором шла речь в предыдущем разделе. Как и в случае обычного резонатора, амплитуда поля в случайном резонаторе намного превышает амплитуду падающей волны, если ее частота совпадает с собственной частотой резонатора.

Приведенные качественные соображения подтверждаются результатами численного моделирования. На рис. 1 приведен пример спектра коэффициента прохождения через слоисто-неоднородную среду. На рис. 2 изображено пространственное распределение интенсивности поля волны внутри среды для трех близких частот. Средняя частота соответствует одному из резонансов, изображенных на рис. 1. Отчетливо видна сильная концентрация интенсивности волны в случайном резонаторе. Разделим этот экземпляр среды на три сегмента, средний из которых соответствует месту концентрации энергии. Распределение интенсивностей волн с резонансной частотой, падающих на каждый из этих отдельных сегментов, приведено на рис. 3. Видно, что в среднем сегменте поле практически однородно и коэффициент прохождения через этот сегмент близок к единице: это «полость» резонатора. В крайних же сегментах поле спадает экспоненциально от границы и коэффициенты прохождения для этих участков малы: это «стенки» резонатора.

Расположение резонаторов внутри среды и их собственные частоты (резонансы) можно определить, если известна структура среды. Решение этой *прямой* задачи выходит за рамки данной статьи. Отметим только, что специфический простран-

в *локальном* пространственном спектре рассеивателей подавлена или даже равна нулю. Такой участок среды будет прозрачен для волны с волновым вектором  $k$ . Вокруг этого участка величина  $2k$ -гармоники является типичной для данной степени беспорядка и коэффициенты отражения от участков слева и справа от прозрачной области велики.

Случайно прозрачная область среды, окруженная «типичными» отражающими участками – «стенками» – вместе образуют резонатор. Это полная аналогия резонатора с брэгговскими зеркалами. Особенность его в том, что для разных частот такой резонатор может образоваться в разных областях случайной среды.

Если частота падающей волны совпадает с собственной частотой случайно образовавшегося резонатора внутри среды конечной длины, то коэффициент прохождения для такой волны будет аномально высок за счет резонансного туннелирования. В частотном спектре коэффициента прохождения возникнет резкий пик на резонансной

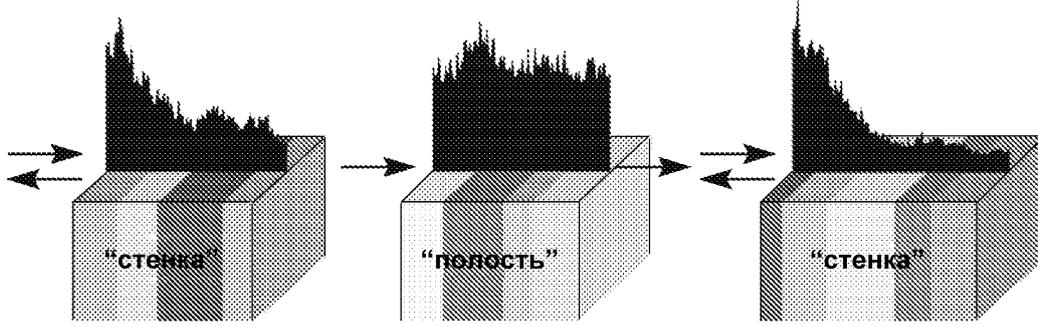


Рис. 3. Распределение интенсивностей волн с резонансной частотой, падающих на каждый из сегментов случайной среды.

ственный оконный фурье-анализ, предложенный в [6], позволяет точно указать расположение резонаторов, собственные частоты которых находятся в заданном интервале, для каждой конкретной реализации случайной среды.

### 3. Восстановление параметров резонатора по внешним измерениям

Таким образом, каждому резонансному максимуму коэффициента прохождения (минимуму коэффициента отражения) можно сопоставить некоторый резонатор. Если среда достаточно длинная, то в ней возможно случайное образование двух или более резонаторов с близкими частотами. Резонаторы связаны взаимопроницающими полями через полупрозрачные стенки. Через цепочку связанных случайных резонаторов волна может проникать далеко вглубь неупорядоченной среды. Такие связанные состояния, получившие название *necklace states* [7, 8], будут рассмотрены позже, а здесь предполагаем, что наблюдаемые резонансы обязаны своим происхождением единичным резонаторам.

Единственным пространственным масштабом, характеризующим локализацию волн в случайной среде, является длина локализации  $\ell_{\text{loc}}$ . Поэтому естественно предположить, что характерный размер полости случайного резонатора совпадает с длиной локализации. Стенки резонатора образованы «типичными» областями среды, в которых амплитуда волны  $\psi$  убывает экспоненциально:  $\psi(z) \simeq \psi(0) \exp(-z/\ell_{\text{loc}})$ , где  $\psi(0)$  – амплитуда на границе стенки и координата  $z$  отсчитывается от границы. Теперь можно связать коэффициенты прохождения  $T_1$  и  $T_2$  через стенки резонатора с его положением внутри среды

$$T_1 \simeq \exp(-2x_r/\ell_{\text{loc}}), \quad T_2 \simeq \exp[-2(L - x_r)/\ell_{\text{loc}}], \quad (1)$$

где  $L$  – толщина слоя среды и  $x_r$  – координата положения резонатора. Чтобы не усложнять запись, здесь пренебрегаем размером полости резонатора  $\ell_{\text{res}} \sim \ell_{\text{loc}}$  по сравнению с толщиной  $L \gg \ell_{\text{loc}}$ .

Будем характеризовать диссипативные свойства среды пространственным декрементом  $\Gamma$ , описывающим экспоненциальное убывание интенсивности волны  $I$  по мере ее распространения:  $I(x) \sim \exp(-\Gamma x)$ . Закон сохранения энергии связывает коэффициенты отражения и прохождения с нормированной на поток энергии в падающей волне величиной диссипативных потерь  $I_{\text{loss}}$

$$1 - T - R = I_{\text{loss}} = \Gamma \int_0^L \frac{v_g}{v_{g0}} I(x, \omega) \varepsilon(x) dx, \quad (2)$$

где  $\omega$  – частота падающей волны,  $v_g$  и  $v_{g0}$  – групповые скорости волн вне и внутри среды, соответственно,  $\varepsilon(x)$  – диэлектрическая проницаемость среды, которая предполагается бездисперсной в исследуемом диапазоне частот,  $I(x, \omega)$  – нормированная интенсивность волны в среде. Далее считаем, что  $v_{g0} = c$  и  $v_g = c/\sqrt{\varepsilon}$ . Если частота волны совпадает с частотой одного из резонансов, то энергия волны сосредоточена, в основном, в соответствующем резонаторе и интеграл в правой части (2) можно оценить как  $I_{\text{loss}} \simeq I_{\text{res}} \Gamma \ell_{\text{res}} \sqrt{\bar{\varepsilon}}$ , где  $\bar{\varepsilon}$  – среднее значение  $\varepsilon$  и  $I_{\text{res}}$  – интенсивность поля в резонаторе.

Теперь можно связать такие *измеряемые* величины, как резонансный коэффициент прохождения  $T_{\text{res}}$ , коэффициент отражения  $R_{\text{res}}$  и спектральную ширину резонансной линии  $\delta\omega$  с приведенными выше параметрами резонатора

$$T_{\text{res}} = \frac{4T_1 T_2}{(\Gamma \ell_{\text{res}} \sqrt{\bar{\varepsilon}} + T_1 + T_2)^2}, \quad (3)$$

$$R_{\text{res}} = 1 - T_{\text{res}} - \Gamma \ell_{\text{res}} \sqrt{\bar{\varepsilon}} T_{\text{res}} / T_2, \quad (4)$$

$$\delta\omega = \frac{c}{4\pi \ell_{\text{res}} \bar{\varepsilon}} (\Gamma \ell_{\text{res}} \sqrt{\bar{\varepsilon}} + T_1 + T_2). \quad (5)$$

Здесь учтено, что интенсивность  $I_{\text{res}}$  поля внутри резонатора определяется отношением  $T_{\text{res}}/T_2$ , где  $T_2$  – прозрачность дальней от источника волны стенки резонатора

$$I_{\text{res}} = T_{\text{res}}/T_2. \quad (6)$$

Типичный коэффициент прохождения для нерезонансной частоты определяется выражением

$$T_{\text{typ}} = \exp(-2L/\ell_{\text{loc}}), \quad (7)$$

а закон сохранения энергии записывается как

$$1 - T_{\text{typ}} - R_{\text{typ}} = \Gamma \ell_{\text{loc}} \sqrt{\bar{\varepsilon}}. \quad (8)$$

Здесь предполагается, что диссипация в среде достаточно слабая,  $\Gamma \ell_{\text{loc}} \ll 1$ , так что экспоненциальное убывание поля внутрь среды обусловлено, в основном, эффектом локализации, а не диссипацией. В противном случае локализация себя практически не проявляет, резонансы подавлены и вводить понятие резонатора не имеет смысла.

Уравнения (1)–(8) связывают измеряемые (в принципе) величины  $T_{\text{res}}$ ,  $R_{\text{res}}$ ,  $\delta\omega$ ,  $T_{\text{typ}}$  и  $R_{\text{typ}}$  с неизвестными параметрами среды  $\ell_{\text{loc}}$ ,  $\bar{\varepsilon}$ ,  $\Gamma$  местом локализации  $x_r$  волны и ее интенсивностью  $I_{\text{res}}$  в этом месте. Однако далеко не всегда можно получить данные о перечисленных измеряемых величинах. Например, типичный коэффициент прохождения  $T_{\text{typ}} \ll 1$  может быть столь малым, что приборные шумы делают измерение его невозможным. В ряде случаев недоступны измерения характеристик волны, прошедшей сквозь среду. Для полубесконечной среды измеряемыми могут быть только характеристики отраженной волны. Поэтому внешние измерения позволяют восстановить какие-то характеристики среды и распределение поля в ней, а какие-то могут оставаться неизвестными.

Если среда занимает все полупространство или же ее толщина очень велика, то  $T_2 \rightarrow 0$  и  $R = 1$  (без диссипации) для всех частот, то есть внешние измерения ничего не говорят о параметрах среды и распределении поля волны в ней. Но наличие диссипации позволяет (с помощью уравнений (4), (5) и (7)) получить некоторую нетривиальную информацию.

#### 4. Экспериментальные исследования резонансов

Экспериментальные проверки изложенной выше теоретической модели проводились в различных диапазонах частот и с разными квазиодномерными средами. В работах [9, 10] одномодовый волновод, заполненный случайной последовательностью диэлектрических вставок, использовался в качестве одномерной слоистой среды. Измерения проводились в диапазоне 14–16 ГГц. В работе [11] стопка случайно расположенных диэлектрических пластин просвечивалась электромагнитными волнами с частотами в диапазоне 75–110 ГГц. В работе [6] исследовалась локализация волн светового диапазона (длина волны примерно 1535 нм) в одномодовом оптическом волокне со случайно расположенными рассеивателями в виде отрезков брэгговских решеток. В разных экспериментах были доступны для измерения различные характеристики. Так, например, в работах [9, 10] измерялись характеристики отраженного сигнала и распределение интенсивности внутри волновода, а уровень экспериментальных шумов делал невозможными измерения выходного сигнала. В работах [6, 11] измерялись характеристики отраженного и прошедшего сигналов, а распределение интенсивности внутри образца экспериментально не исследовалось.

На рис. 4 приведен пример экспериментального измерения распределения интенсивности внутри случайной среды и коэффициента отражения  $R$  [9]. В условиях эксперимента  $T_2 \simeq 0$ , как и в полубесконечной среде, и приведенная выше модель использовалась для определения положения мест локализации поля – координат  $x_r$  «резонаторов» и оценки интенсивностей  $I_{\text{res}}$  полей в них. Измерения распределений полей внутри образца позволило сравнить результаты эксперимента с вычисленными величинами (табл. 1 [9]).

Целью работы [11] было определение среднего коэффициента диссипации (тангенса угла потерь) случайной среды. Результаты анализа характеристик ряда резонансов и вычисленные значения тангенса угла потерь  $\tan \alpha$  приведены в табл. 2. Среднее значение тангенса угла потерь, определенное по пяти резонансам, составляет  $8.35 \cdot 10^{-4}$ , тогда как истинное его значение в ма-

Таблица 1

Вычисленные и измеренные значения координат и величин максимумов интенсивности поля [9]

|             | $x_r(\text{см})$ | $I_{\text{res}}$ |
|-------------|------------------|------------------|
| Теория      | 4.0, 4.8, 3.6    | 190, 150, 123    |
| Эксперимент | 4.2, 5.5, 3.6    | 86, 201, 96      |

Таблица 2

Измеренные и вычисленные по пяти резонансам параметры среды [11]

| Частота (ГГц) | $1 - R$ | $T$  | $\delta f$ (ГГц) | $\Gamma/\sqrt{\epsilon} \cdot 10^2$ | $\tan \alpha \cdot 10^4$ |
|---------------|---------|------|------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| $f_1 = 83.5$  | 0.978   | 0.75 | 0.40             | 0.83                                | 4.77                     |
| $f_2 = 92.0$  | 0.998   | 0.33 | 0.39             | 2.6                                 | 13.45                    |
| $f_3 = 105.7$ | 0.993   | 0.31 | 0.34             | 2.25                                | 10.14                    |
| $f_4 = 101.8$ | 0.87    | 0.18 | 0.25             | 1.33                                | 6.22                     |
| $f_5 = 99.8$  | 0.77    | 0.30 | 0.45             | 1.5                                 | 7.16                     |

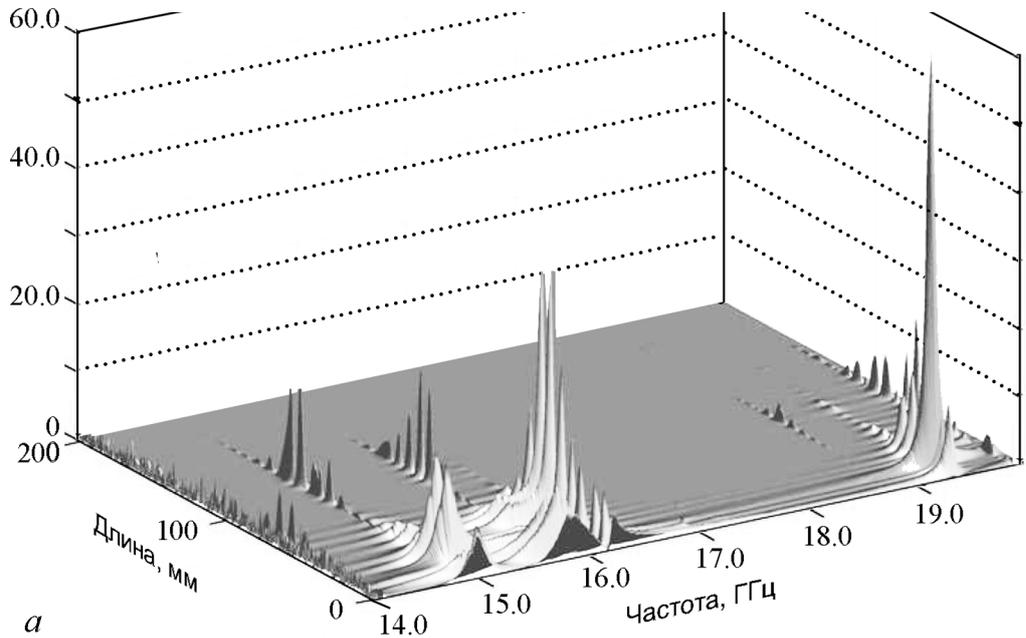
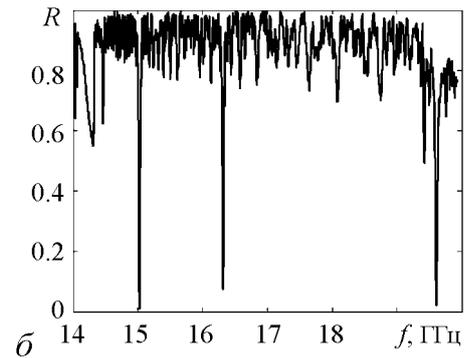


Рис. 4. Пример распределения интенсивности поля волны внутри случайной среды для частот в диапазоне 14–16 ГГц (*a*). Отчетливо видно, что для некоторых частот проникновение волны вглубь образца аномально велико, интенсивность ее локализована в некоторых областях среды (в «случайных резонаторах») и намного превышает интенсивность падающей волны. Соответственно, на этих резонансных частотах резко возрастает диссипация энергии волны, что проявляется в появлении узких линий поглощения в спектре коэффициента отражения. Соответствующая зависимость  $R(f)$  приведена на рис. *б* [9]



териале образца равно  $5.2 \cdot 10^{-4}$ . Важно отметить, что именно случайная неоднородность среды сделала возможным измерение такой малой величины потерь без использования какой-либо специальной аппаратуры. Для однородного экземпляра отклонение суммы коэффициентов отражения и прохождения от единицы ( $I_{\text{loss}}$  в уравнении (2)) было бы меньше доступного для измерения уровня.

Вероятность образования в случайной среде двух и более резонаторов с близкими частотами (necklase states) мала. Можно, однако, подстроить частоту одного из случайных резонаторов так, чтобы она совпала с частотой другого резонатора. В работе [10] это было сделано следующим образом. Стопка заполняющих одномерный волновод диэлектрических пластин разделялась на две части так, что раздел приходился на область локализации поля волны выбранного резонанса с частотой  $\omega_{r1}$ . Затем обе части стопки раздвигались. Дистанция  $d$  между стопками менялась с шагом 0.5 мм. При этом изменялась и частота  $\omega_{r1}(d)$  выбранного резонанса, тогда как частоты  $\omega_{ri}$  других резонансов оставались неизменными до тех пор, пока

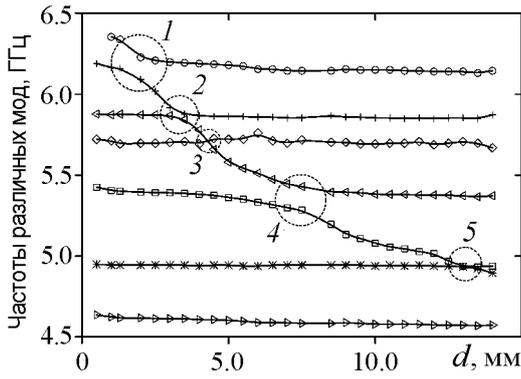


Рис. 5. Зависимость резонансных частот от расстояния  $d$  между двумя частями стопки диэлектрических пластин. В области 3 частоты пересекаются, а в остальных областях – расталкиваются [10]

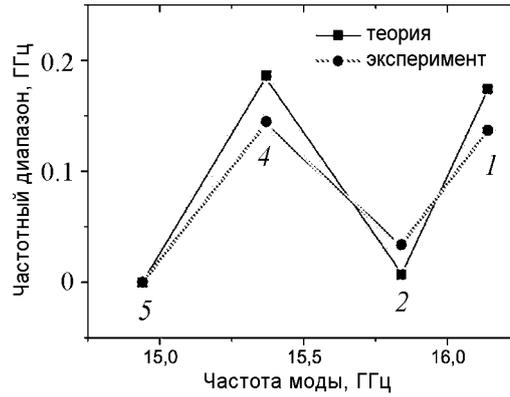


Рис. 6. Теоретические и экспериментальные значения минимального расстояния между частотами резонансов в областях, отмеченных соответствующими цифрами на рис. 5 [10]

перестраиваемая частота  $\omega_{r1}(d)$  не оказывалась близко к одной из частот  $\omega_{ri}$ . В зависимости от соотношения между коэффициентами связи резонаторов и их добротностями, при сближении частот наблюдалось либо их расталкивание, либо пересечение (рис. 5). Добротности резонаторов определялись экспериментально по спектральной ширине резонансов, а коэффициенты связи  $q$  – по расстоянию  $d_{1,i}$  между резонаторами:  $q_{1,i} = \exp(-|x_{r1} - x_{ri}|/\ell_{loc})$ . Описанная выше модель может быть расширена очевидным образом на случай двух связанных резонаторов. Такая модель позволяет определить минимальное расстояние  $\Delta\omega$  между частотами связанных резонаторов. На рис. 6 представлен результат сравнения теории и описанного эксперимента.

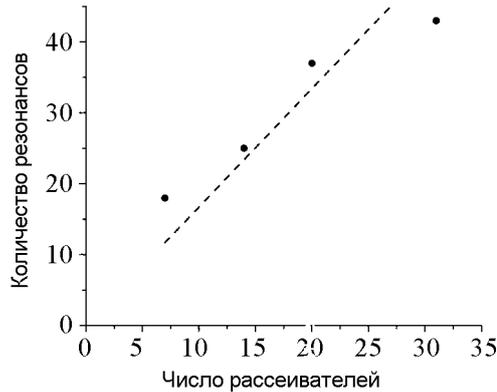


Рис. 7. Количество резонансов  $N_{res}$  в оптическом волокне со случайно расположенными рассеивателями (брэгговскими решетками). Пунктирная прямая – теоретическая зависимость  $N_{res}$  от числа решеток, точки – результаты экспериментов. [6]

Если случайная среда активная, то есть характеризуется отрицательным коэффициентом  $\Gamma < 0$ , то каждое резонансное состояние может стать источником когерентного излучения. Такая среда является случайным лазером (Random laser) [12]. Такой случайный лазер генерирует одновременно много частот, количество которых  $N_{las}$  меньше числа резонансов  $N_{res}$ , но пропорционально ему. В работе [6] резонаторная модель резонансов случайной среды была использована для вычисления числа резонансов в заданном частотном диапазоне. Результат сравнения вычисленного значения  $N_{res}$  с числом экспериментально обнаруженных резонансов в оптическом волокне с различным числом случайно расположенных рассеивателей (брэгговских решеток) представлен на рис. 7.

## 5. Локализация в нелинейной среде

Резонансы, обусловленные андерсоновской локализацией, сопровождаются сильным возрастанием амплитуды поля волны в области «резонатора», поэтому даже слабая нелинейность среды может существенно сказаться на пропускании волны. Как и в обычных резонаторах, резонансная частота может зависеть от амплитуды падающей волны, возможно появление гистерезиса при последовательном росте и убывании амплитуды падающей волны и т.д. Отметим, что в среде с малой нелинейностью все эти эффекты проявляются только при наличии неоднородностей, однородная же среда остается квазилинейной.

В работе [13] численно исследовалась слоистая случайно-неоднородная среда с керровской нелинейностью. Обобщение резонаторной модели на нелинейную среду проводилось следующим образом. В линейной среде форма спектра прохождения  $T(\omega)$  вблизи резонансной частоты  $\omega_{r0}$  имеет вид лоренциана

$$T(\omega) = \frac{T_{\text{res}}}{1 + [2Q(\omega/\omega_{r0} - 1)]^2}, \quad (9)$$

где  $T_{\text{res}} = T(\omega_{r0})$  и  $Q$  – добротность резонатора. Нелинейность среды, приводящая к зависимости резонансной частоты  $\omega_r$  от интенсивности волны, проявляется в первую очередь внутри резонатора, но для дальнейшего удобно характеризовать сдвиг резонансной частоты ее зависимостью от интенсивности  $I_{\text{out}}$  прошедшей волны

$$\omega_r(I_{\text{out}}) = \omega_{r0} + \chi I_{\text{out}}, \quad (10)$$

где  $\chi = d\omega_r/dI_{\text{out}}|_{I_{\text{out}}=0}$  – керровский коэффициент. Теперь спектр (9) можно обобщить на случай нелинейной среды

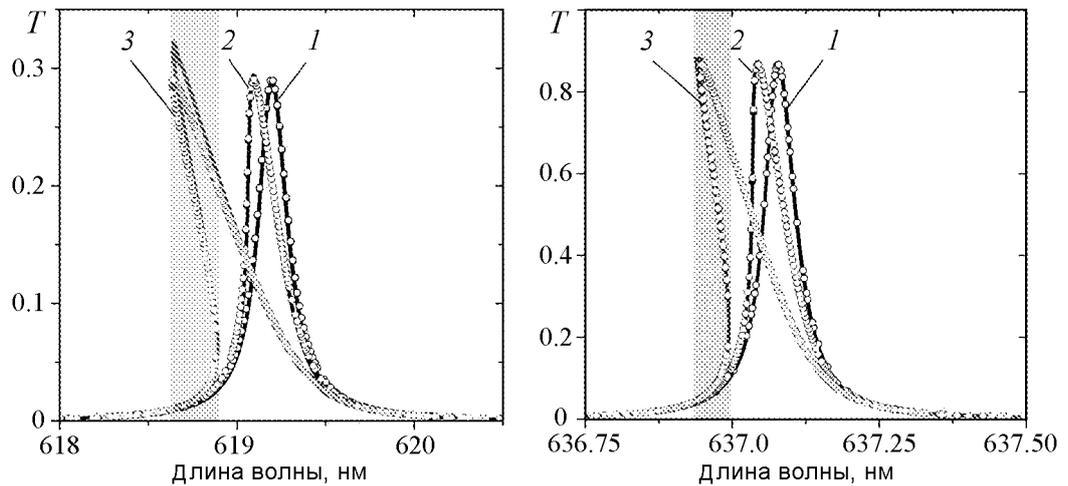


Рис. 8. Зависимости коэффициентов прохождения через случайно-неоднородную нелинейную среду от длины волны (от частоты) вблизи двух резонансов при различных интенсивностях падающей волны. Точки – результаты численного эксперимента, сплошные линии – зависимости (11) [13]

$$T(\omega, I_{\text{out}}) \equiv \frac{I_{\text{out}}}{I_{\text{in}}} = \frac{T_{\text{res}}}{1 + [AI_{\text{out}} + \delta]^2}. \quad (11)$$

Здесь

$$A = 2Q \left. \frac{d \ln \omega_r}{dI_{\text{out}}} \right|_{I_{\text{out}}=0}, \quad \delta = 2Q \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_{r0}} \right). \quad (12)$$

Параметры резонатора (прозрачности стенок  $T_1$  и  $T_2$ , добротность  $Q$ , резонансная частота  $\omega_{r0}$ ), сопоставляемого резонансу в неоднородной среде, определяются внешними измерениями, как это было показано выше. Параметр  $A$  определяется по смещению резонансной частоты при изменении интенсивности падающей волны, для чего достаточно сравнить спектры прохождения для двух разных значений интенсивности. Описанная процедура была проведена на численном эксперименте со средой, состоящей из 19 слоев диэлектриков с разными показателями преломления и случайными толщинами. Сравнение зависимости  $T(\omega)$  (11) с определенными по внешним измерениям параметрами  $T_{\text{res}}$ ,  $A$  и  $\omega_{r0}$  с результатами численного решения задачи о прохождении волны через случайную среду представлено на рис. 8.

## 6. Обсуждение результатов

Приведенные в таблицах 1 и 2 данные демонстрируют довольно грубое совпадение экспериментальных результатов с вычисленными с помощью резонаторной модели характеристиками среды и распределением поля падающей волны в ней. Более точное согласие теории с экспериментом демонстрируют рис. 6 и рис. 7, и совсем хорошее согласие теории с результатами численного эксперимента представлено на рис. 8. Однако, несмотря на наличие в ряде случаев довольно большого (но не на порядок величины!) отклонения восстановленных по внешним измерениям внутренних характеристик среды, можно утверждать, что простая резонаторная модель является адекватным описанием резонансов, возникающих при андерсоновской локализации волн в случайной среде. Следует подчеркнуть, что во всех экспериментах среда представляла собой несколько десятков случайно перемешанных диэлектрических слоев, то есть число параметров среды, необходимых для ее *точного* описания было порядка  $10^2$ . Более того, зачастую точные параметры невозможно контролировать с достаточной точностью. Так, например, в экспериментах с оптическим волокном для *точного* описания среды необходимо определение положения рассеивателей с точностью до долей длины волны  $\lambda \simeq 1535$  нм. Поскольку андерсоновская локализация есть результат интерференции многих волн, отраженных от большого числа случайно расположенных рассеивателей (границы раздела слоев, брэгговские решетки и т.п.), то ошибка в определении положений рассеивателей даже на величину, много меньшую длины волны, приводит к полной потере информации. Поэтому эффективность резонаторной модели, содержащей всего *пять* параметров (величина собственной частоты резонатора не играет никакой роли) – прозрачности стенок резонатора  $T_1$  и  $T_2$ , коэффициент диссипации среды  $\Gamma$ , среднее значение диэлектрической проницаемости (часто известно а priori), длина локализации  $\ell_{\text{loc}}$  (и коэффициент керровской нелинейности  $\chi$ , если среда нелинейна) – можно считать удивительно высокой.

Я благодарен редакции журнала за приглашение принять участие в подготовке этого выпуска. Изложенные в статье идеи и результаты были получены совместно с коллегами из Украины, Израиля, США, Франции, Мексики, Австралии и Японии. Я благодарен им всем за приятное и плодотворное сотрудничество.

### Библиографический список

1. *Anderson P.W.* Absence of diffusion in certain random lattices // *Phys. Rev.* 1958. Vol. 109. P. 1492.
2. *Lagendijk A., van Tiggelen B., Wiersma D.S.* Fifty years of Anderson localization // *Phys. Today*, 24-29, August 2009.
3. *Berry M.V., Klein S.* Transparent mirrors: rays, waves and localization // *Eur. J. Phys.* 1997. Vol. 18. P. 222.
4. *McKenzie D.R., Yin Y., McFall W.D.* Silvery fish skin as an example of a chaotic reflector // *Proc. R. Soc. Lond. A.* 1997. Vol. 451. P. 579.
5. *Parker A.R.* A geological history of reflecting optics // *J. R. Soc. Interface* 2005. Vol. 2. P. 1.
6. *Bliokh Y., Chaikina E.I., Lizárraga N., Freilikher V., Méndez E., Nori F.* Disorder-induced cavities, resonances, and lasing in randomly-layered media // *Phys. Rev. B.* 2012. Vol. 86. 054204.
7. *Лифшиц И.М., Курпиченков В.Я.* О туннельной прозрачности неупорядоченных систем // *ЖЭТФ.* 1979. Т. 77. P. 989. [*Sov. Phys. JETP* **50**, 499 (1979)].
8. *Pendry J.* Quasi-extended electron states in strongly disordered systems // *J. Phys. C.* 1987. Vol. 20. P. 733.
9. *Bliokh K.Y., Bliokh Y., Freilikher V., Genack A., Hu B., Sebbah P.* Localized modes in open one-dimensional dissipative random systems // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97. 2439094.
10. *Bliokh K.Y., Bliokh Y., Freilikher V., Genack A., Sebbah P.* Coupling and level repulsion in the localized regime: from isolated to quasi-extended modes // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 101. 133901.
11. *Scales J.A., Carr L.D., McIntosh D.B., Freilikher V., Bliokh Y.P.* 9 Millimeter wave localization: Slow light and enhanced absorption in random dielectric media // *Phys. Rev. B* 2007. Vol. 76. 085118.
12. *Cao H.* Lasing in random media // *Waves in Random Media.* 2003. Vol. 13. R1; *Cao H.* Review on latest developments in random lasers with coherent feedback // *J. Phys. A.* 2005. Vol. 38, 10497; *Wiersma D.S.* The physics and applications of random lasers // *Nature Phys.* 2008. Vol. 4. P. 359.
13. *Shadrivov I., Bliokh K., Bliokh Y., Freilikher V., Kivshar Y.* Bistability of Anderson localized states in nonlinear random media // *Phys. Rev. Lett.* 2010. Vol. 104. 123902.

*Израильский технологический институт, Хайфа, Израиль*

*Поступила в редакцию 17.07.2012*

## ACCIDENTAL RESONATORS

*Y. P. Bliokh*

Anderson localization of electromagnetic waves incident on a disordered medium manifests itself in exponential decrease of the wave amplitude inwards the medium. Transparency of the medium is exponentially small if the medium thickness is large enough. However, there is a set of frequencies (resonances), specific for every random realization of the disordered medium, for which the medium is almost transparent. These sets are «fingerprints» of the media: every realization is characterized by its own unique set of resonances. Any resonance is associated with accidentally formed resonator: accidentally transparent region («cavity») surrounded by almost non-transparent (due to the wave localization) «walls». This unambiguous correspondence allows determination of the medium parameters and the wave amplitude distribution within the given sample of randomly disordered medium using externally measured characteristics of the resonances.

*Keywords:* Wave localization, resonances, remote sensing.



*Блиох Юрий Павлович* – родился в Харькове (1946), окончил Харьковский государственный университет (1970). С 1970 по 2000 год работал в Харьковском физико-техническом институте. Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук в ХГУ (1977) и доктора физико-математических наук в ХФТИ (1987). В 2000 году эмигрировал в Израиль, где работает старшим научным сотрудником физического факультета Техниона (Хайфа). Область научных интересов – волновые явления в разных средах.

32000 Израиль, Хайфа  
Израильский технологический институт «Технион»  
E-mail: bliokh@physics.technion.ac.il