Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2021. Т. 29, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2021;29(4)

Обзорная статья

УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-4-480-514

Нелинейная динамика лампы обратной волны как отправная точка развития нестационарной СВЧ-электроники

Н. М. Рыскин^{1,2}✉, А. Г. Рожнев^{1,2}, Н. С. Гинзбург³, И. В. Зотова³

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Россия

²Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия

³Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

E-mail: ✉RyskinNM@gmail.com, RozhnevAG@gmail.com, ginzburg@ipfran.ru, zotova@ipfran.ru

Поступила в редакцию 16.06.2021, принята к публикации 30.06.2021, опубликована 30.07.2021

Аннотация. Цель – обзор исследований нестационарных нелинейных явлений в лампах обратной волны (ЛОВ). Методы. Численное моделирование на основе нестационарной одномерной, двумерной и трехмерной нелинейной теории взаимодействия электронного потока с электромагнитной волной в приближении медленно меняющихся амплитуд. Результаты. Представлены основные результаты нестационарной нелинейной теории ЛОВ О- и М-типа. Описана типичная последовательность бифуркаций, которая наблюдается как в вычислительных, так и в натурных экспериментах при увеличении тока электронного пучка. Демонстрируется существование различных типов хаотического поведения. Обсуждаются нестационарные процессы в ЛОВ со сверхразмерными электродинамическими системами: дифракционная селекция мод, а также генерация импульсов черенковского сверхизлучения короткими электронными сгустками. Выводы. Нестационарная нелинейная теория явилась мощным инструментом для моделирования электронно-волнового взаимодействия в ЛОВ, а впоследствии и в других приборах сверхвысокочастотной электроники. На ее основе реализованы алгоритмы и компьютерные программы моделирования нестационарных процессов, которые в настоящее время широко используются в фундаментальных и прикладных исследованиях и не только обеспечивают анализ различных режимов взаимодействия в известных схемах электронных приборов, но и позволяют предлагать и проводить анализ новых схем, для которых малоэффективны стандартные стационарные подходы.

Ключевые слова: нестационарная теория возбуждения, лампа обратной волны, автомодуляция, хаос, сверхизлучение, дифракционная селекция мод.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке государственных заданий Саратовского филиала ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН и Института прикладной физики РАН, Нижний Новгород (номер темы 0035-2019-0001).

Для цитирования: Рыскин Н. М., Рожнев А. Г., Гинзбург Н. С., Зотова И. В. Нелинейная динамика лампы обратной волны как отправная точка развития нестационарной СВЧ-электроники // Известия вузов. ПНД. 2021. Т. 29, № 4. С. 480–514. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-4-480-514

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Nonlinear dynamics of the backward-wave oscillator as the origin of nonstationary microwave electronics

N. M. Ryskin^{1,2}✉, A. G. Rozhnev^{1,2}, N. S. Ginzburg³, I. V. Zotova³

¹Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics RAS, Russia

²Saratov State University, Russia

³Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: ✉RyskinNM@gmail.com, RozhnevAG@gmail.com, ginzburg@ipfran.ru, zotova@ipfran.ru

Received 16.06.2021, accepted 30.06.2021, published 30.07.2021

Abstract. *Aim.* This article presents a review of the non-stationary nonlinear phenomena in backward-wave oscillators (BWO). *Methods.* Numerical modeling using the nonstationary (time-domain) 1-D, 2-D, and 2-D nonlinear theory of electron beam interaction with a backward electromagnetic wave in the slowly varying amplitude approximation. *Results.* Main results of nonstationary nonlinear theory of O-type and M-type BWO are presented. The typical bifurcation scenario is described, which is observed with an increase of electron beam current in numerical simulations as well as in experiments. Different kinds of chaotic behavior are demonstrated. Nonstationary phenomena in BWOs with oversized electromagnetic systems are discussed, namely, the diffractive mode selection as well as the generation of Cherenkov superradiance pulses by short electron bunches. *Conclusion.* The nonstationary nonlinear theory is a powerful tool for modeling of beam-wave in BWO as well as in other microwave tubes. Using this theory, algorithms and computer codes for time-domain simulation have been developed, which are widely used in fundamental and applied research. These codes not only provide analysis of different modes of interaction in existing electron devices, but also allow to propose and analyze new schemes for which the standard stationary approach is ineffective.

Keywords: nonstationary theory of excitation, backward-wave oscillator, self-modulation, chaos, superradiance, diffractive mode selection.

Acknowledgements. The work was carried out within the framework of the state tasks of Saratov Branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics RAS and Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod (№ 0035-2019-0001).

For citation: Ryskin NM, Rozhnev AG, Ginzburg NS, Zotova IV. Nonlinear dynamics of the backward-wave oscillator as the origin of nonstationary microwave electronics. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2021;29(4):480–514. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-4-480-514

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Существует целое направление в теоретической СВЧ-электронике, само возникновение которого неразрывно связано с именем Д. И. Трубецкого – нестационарная СВЧ-электроника. Многие годы Дмитрий Иванович пропагандировал и развивал тезис, что по-настоящему полная и последовательная теория электронных приборов СВЧ должна быть нестационарной, поскольку только такой подход позволяет единым образом описать не только установившиеся процессы усиления и генерации одночастотных сигналов, но и более сложные процессы, которые могут возникать в электронных приборах при увеличении параметра надкритичности (в большинстве случаев таким параметром является ток электронного пучка). Уже в одной из первых работ, посвященных нестационарной теории распределенного взаимодействия электромагнитных волн и электронных потоков [1], были перечислены основные вопросы, ответ на которые невозможно было дать, оставаясь в рамках стационарной теории. В первую очередь к их числу были отнесены теория установления колебаний в приборах с распределенным взаимодействием и возникновение

паразитных сигналов в усилителях и генераторах, работающих в нелинейном режиме. Но этими эффектами дело не ограничилось.

Нестационарная теория электронно-волнового взаимодействия начала развиваться в середине 1970-х годов в результате рассмотрения, казалось бы, частной задачи об установлении стационарных колебаний в лампе обратной волны М-типа [1–3]. Однако нестационарный подход оказался настолько мощным, что на его основе впоследствии была развита теория широкого класса вакуумных электронно-волновых приборов. Сформулируем, следуя [1], основные принципы нестационарного подхода, которые мы приводим здесь в несколько сокращённом виде.

- Построение модели электронного прибора должно проводиться в соответствии с теорией двух связанных распределенных систем: электромагнитной волны в электродинамической структуре, обычно линейной, но обладающей, вообще говоря, сильной дисперсией, и электронного потока, который является сильно нелинейной системой, но дисперсия электронных волн в нем сравнительно слабая.
- Генераторы СВЧ-колебаний являются типичными примерами распределенных автоколебательных систем, в которых свойства возникающих в конечном итоге колебаний определяются самой системой и не зависят от изменения (в конечных пределах) начальных условий.
- Связь волн в активных подсистемах рассматривается в приближении медленно меняющихся в пространстве и во времени комплексных амплитуд волн. Такой подход был аналогичен методам, используемым в активно развивающейся в то же время нелинейной оптике.
- Нестационарные процессы в распределенных СВЧ-устройствах должны принципиально рассматриваться как граничные задачи, то есть в общем случае важно учитывать процессы, происходящие на одном или на обоих концах пространства взаимодействия.
- Главную роль в том, какие режимы устанавливаются в процессе возникновения колебаний, играют не омические потери в электродинамической структуре, а отбор энергии в нагрузку. Для корректного описания процесса электронно-волнового взаимодействия также необходима правильная формулировка граничных условий.
- В распределенных автоколебательных системах возможно возникновение стохастической неустойчивости, то есть развитие неупорядоченных, турбулентных движений (то, что в дальнейшем получило название динамического хаоса). Естественно предположить, что аналогичные явления могут наблюдаться и в различных электронных СВЧ-приборах.

Напомним, что перечисленные выше принципы были сформулированы в 1974 г., в самом начале развития нестационарной теории. Сейчас они могут показаться почти тривиальными, но в то время еще не были обнаружены такие эффекты, как автомодуляция и хаотические колебания в лампах обратной волны (ЛОВ) О-типа [4–10], не была построена нестационарная теория взаимодействия вблизи границы полосы пропускания в приборах О-типа [11] и в гиротронах с нефиксированной структурой поля [12], не были опубликованы десятки, если не сотни работ по нестационарной СВЧ-электронике. Поразительно, насколько точными оказались эти предвидения!

Здесь следует отметить вклад нижегородской (горьковской) электронной школы, вовлеченность которой в исследование нестационарных явлений была обусловлена рядом факторов, среди которых следует выделить следующие. Во-первых, это принципиально короткоимпульсный характер процессов электронно-волнового взаимодействия в ряде релятивистских электронных приборов, в частности, в релятивистских ЛОВ [13] и в генераторах импульсов микроволнового сверхизлучения (СИ) [14–16]. В последнем случае излучение формируется протяженными электронными сгустками, длина которых велика в масштабе длины волны, но значительно короче длины пространства взаимодействия. При этом выходное излучение представляет собой короткий импульс, когерентность которого обеспечивается за счет развития группировки и проскальзывания (slippage) волнового пакета относительно электронов. Соответственно, для описания указанных процессов необходим нестационарный подход.

Важно отметить также, что аналогичный подход распространяется и на другие классы электронных приборов, использующие отличные от черенковского механизмы стимулированного излучения релятивистских электронных пучков. Среди последних отметим лазеры на свободных электронах (ЛСЭ), запитываемые периодическими последовательностями протяженных сгустков, формируемых линейными ускорителями [17]. В этом случае для получения генерации используется режим вынужденной синхронизации мод, а выходное излучение представляет собой периодическую последовательность коротких электромагнитных импульсов [18].

Не менее важным фактором, определяющим вклад нижегородской школы, явилось использование нестационарного пространственно-временного подхода для описания электронно-волнового взаимодействия в сверхразмерных электродинамических системах, для которых принципиальное значение имеет селекция мод не только по продольному, но и по поперечному индексу. При этом, в зависимости от геометрии электронного пучка, возникают двумерные и трехмерные задачи, для решения которых оказался чрезвычайно эффективным квазиоптический подход, основанный на нестационарном параболическом уравнении [12, 19, 20].

В целом, анализируя развитие нестационарной электроники с современных позиций, можно отметить, что после первых пионерских работ исследования саратовской школы в этой области были направлены прежде всего на углубленный анализ сложных хаотических режимов генерации с привлечением современных методов хаотической динамики, в том числе малоразмерных динамических моделей. Одной из главных задач здесь явился анализ сценариев перехода к хаосу. В то же время направление вектора развития нижегородской электронной школы оказалось, в известном смысле, противоположным, связанным с поиском методов обеспечения когерентной генерации в предельно сверхразмерных электродинамических системах с использованием многомерных моделей [21–23].

Суммируя достижения обеих научных школ, можно заключить, что в процессе развития методов нестационарной электроники был достигнут значительный прогресс как в исследовании сложных динамических режимов в традиционных электронных генераторах, прежде всего в ЛОВ и в гиротронах, так и в реализации новых схем, включая генераторы ультракоротких импульсов СИ, мазеры с одномерной и двумерной распределенной обратной связью и др. Заметим, что проведенные исследования и развитые подходы в значительной степени стимулировали зарубежные и отечественные работы в указанных направлениях (см. например, [24, 25]).

Естественно, что всесторонний обзор этих исследований на современном этапе вряд ли возможен. В настоящей статье мы, с одной стороны, попытались описать зарождение и развитие нестационарной теории электронно-волнового взаимодействия в рамках исходной одномерной модели лампы обратной волны. С другой стороны, для иллюстрации потенциала указанных методов описан ряд многомерных моделей, включая двумерную нестационарную модель ЛОВ [23], а также генерацию импульсов СИ при возбуждении поверхностных волн релятивистским электронным сгустком, движущимся над гофрированной поверхностью [26].

1. Нестационарное уравнение возбуждения периодического волновода током медленно меняющейся амплитуды

Нестационарная теория возбуждения волноводов током медленно меняющейся амплитуды была развита в работах Д. И. Трубецкого и С. П. Кузнецова [1–3]. Эта теория является обобщением теории возбуждения периодических волноведущих структур заданными гармоническими (монохроматическими) токами Л. А. Вайнштейна и В. А. Солнцева [27]¹.

¹ Независимо и примерно в это же время нестационарное уравнение возбуждения было получено Л. А. Вайнштейном, однако этот результат был опубликован гораздо позднее в работе [28].

Итак, будем считать, что спектр тока имеет характерную ширину $\Delta\omega$ и сосредоточен в окрестности некоторой несущей частоты ω_0 , причем $\Delta\omega \ll \omega_0$. Тогда представляется естественным рассматривать только поля, лежащие в узком спектральном интервале $|\omega - \omega_0| \leq \Delta\omega$, представляя их как функции с медленно меняющейся амплитудой. Если выполнить разложение вихревой части поля по собственным модам волноведущей структуры и ограничиться учетом только одной моды, синхронной с электронным пучком, то для нее будем иметь следующее выражение:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} [\mathcal{E}(z, t) \mathbf{E}_s(x, y) \exp(i(\omega_0 t - \beta_0 z))] . \quad (1)$$

Здесь $\mathcal{E}(z, t)$ – медленно изменяющаяся по сравнению с экспонентой $\exp[i(\omega_0 t - \beta_0 z)]$ функция, $\mathbf{E}_s(x, y)$ – мембранная функция, описывающая распределение поля синхронной моды в поперечном сечении (x, y – поперечные координаты, z – продольная), ω_0 и β_0 – несущие частота и постоянная распространения. Обычно в качестве ω_0 удобно выбрать частоту синхронизма, на которой скорость электронного пучка v_0 равна фазовой скорости электромагнитной волны v_{ph} , тогда $\beta_0 = \omega_0/v_0$. Условия медленности изменения амплитуды $\mathcal{E}$ имеют вид

$$\left| \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \right| \ll |i\omega_0 \mathcal{E}| \quad \left| \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} \right| \ll |-i\beta_0 \mathcal{E}| .$$

В этом случае возбуждаемый сигнал можно считать узкополосным.

Разложим дисперсионное соотношение для электромагнитной волны (ЭМВ) в структуре в ряд Тейлора:

$$\beta(\omega) \approx \beta_0 + \beta'_0(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta''_0(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6}\beta'''_0(\omega - \omega_0)^3 + \dots , \quad (2)$$

где введены обозначения $\beta'_0 = d\beta/d\omega|_{\omega_0}$ и т. д., и ограничимся лишь двумя первыми членами этого разложения:

$$\beta(\omega) \approx \beta_0 + \beta'_0(\omega - \omega_0) . \quad (3)$$

Фактически это приближение означает, что дисперсионная характеристика ЭМВ аппроксимируется прямой линией в окрестности точки синхронизма (рис. 1). Если пренебречь затуханием электромагнитной волны, постоянная распространения является чисто действительной величиной.

Как известно, поле в периодической структуре (замедляющей системе) можно представить в виде совокупности пространственных гармоник, которые можно подразделить на прямые и обратные. У прямых гармоник фазовая и групповая скорости сонаправлены, у обратных – противоположно направлены. Рис. 1 иллюстрирует ситуацию, когда пучок находится в синхронизме с обратной гармоникой.

Рис. 1. 1 – Дисперсионная характеристика ЭМВ в замедляющей системе; 2 – её аппроксимация соотношением (3); 3 – дисперсионная характеристика электронного пучка

Fig. 1. 1 – Dispersion characteristic of the EMW in a slow-wave structure; 2 – its approximation by (3); 3 – dispersion characteristic of the electron beam

Ограничимся для простоты одномерной задачей, считая, что ток имеет только продольную компоненту. Если зависимость тока от времени периодическая, с периодом $T = 2\pi/\omega$, его можно представить в виде

$$I(z, t) = \sum_k I_k(z) e^{ik(\omega t - \beta_0 z)},$$

где I_k – медленно меняющиеся в пространстве комплексные амплитуды гармоник сгруппированного тока. Тогда амплитуда волны подчиняется стационарному уравнению возбуждения [27, 29, 30], которому можно придать вид

$$\frac{d\mathcal{E}}{dz} + i(\beta(\omega) - \beta_0)\mathcal{E} = \pm \frac{\beta^2 K}{2} I_1(z). \quad (4)$$

Здесь K – сопротивление связи, усредненное по сечению электронного пучка. Знак «+» в (4) соответствует взаимодействию с прямой гармоникой, знак «–» – с обратной.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда замедляющая система (ЗС) возбуждается квазигармонической волной тока $I(z, t) = \mathcal{J}(z, t) \exp[i(\omega_0 t - \beta_0 z)]$, где $\mathcal{J}(z, t)$ является медленно меняющейся функцией не только координаты, но и времени. Подставим в (4) $\beta(\omega)$, выраженное из (3), и осуществим обратное преобразование Фурье. В результате можно получить нестационарное уравнение возбуждения [1–3] в следующем виде:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \pm \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial z} = -\frac{\beta_0^2 K}{2} \mathcal{J}(z, t), \quad (5)$$

где $v_g = |\partial\omega/\partial\beta|$ – групповая скорость на частоте ω_0 .

Уравнение (5) записано здесь в простейшей форме, не учитывающей затухание и частотную дисперсию сопротивления связи². Если по какой-либо причине в разложении (2) нельзя ограничиться первыми двумя членами (например, вблизи границы полосы пропускания ЗС, где групповая скорость, очевидно, обращается в нуль [11]), в левой части (5) появятся члены с производными более высокого порядка.

2. Лампа обратной волны типа М

Исторически первым прибором, для которого была построена достаточно полная нестационарная нелинейная теория электронно-волнового взаимодействия, стала лампа обратной волны со скрещенными полями (ЛОВ типа М) [1–3]. Такой выбор легко объясним: в 1970-е годы коллектив, руководимый Д. И. Трубецковым, выполнил большой цикл исследований, посвященных изучению лучевых приборов типа М (см., например, [31]).

Схема ЛОВМ приведена на рис. 2. Электронный поток движется в скрещенных статических магнитном B_0 и электрическом

Рис. 2. Схема лампы обратной волны типа М: 1 – катод; 2 – электронный поток; 3 – коллектор; 4 – замедляющая система; 5 – отрицательный электрод; 6 – вывод СВЧ-энергии

Fig. 2. Scheme of M-type backward-wave oscillator: 1 – cathode; 2 – electron beam; 3 – collector; 4 – slow-wave structure; 5 – negative electrode; 6 – microwave energy output

²Строго говоря, в правой части (4) величина $\beta^2 K$ зависит от частоты, поэтому её также следует разлагать в ряд аналогично (2), в результате чего в правой части (5) появились бы члены, содержащие $\partial \mathcal{J} / \partial t$ и т. д. Однако мы ограничились лишь первым членом этого разложения, то есть считаем, что $\beta^2 K \approx \beta_0^2 K(\omega_0)$.

E_0 полях, взаимодействуя с высокочастотным полем ЗС. При этом дрейфовая скорость $v_0 = E_0/B_0$ равна фазовой скорости обратной пространственной гармоники v_{ph} .

Мы не будем подробно останавливаться на описании физических процессов в ЛОВМ, отметим лишь, что в [1–3] было показано, что при определенных упрощающих предположениях уравнениям нестационарной нелинейной теории ЛОВМ можно придать весьма простой и изящный вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} &= G(\Phi), \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} &= F.\end{aligned}\quad (6)$$

Здесь F , τ и ξ – безразмерные амплитуда поля, время и координата, соответственно, Φ – так называемый параметр группировки, а

$$G(\Phi) = \frac{1}{\pi} \int_{X_1(\Phi)}^{\pi} \sin X_0 \operatorname{ctg}(X_0 - \Phi \sin X_0) dX_0 \quad (7)$$

– функция, введенная в работе Фейнштейна и Кайно [32]. В (7) X_0 – начальные фазы электронов, нижний предел интегрирования $X_1(\Phi)$ учитывает оседание электронов на ЗС³. При $\Phi \leq \Phi_0 = 1 - \exp(-Y_a)$ он равен нулю, а при $\Phi > \Phi_0$ определяется как корень уравнения

$$e^{Y_a} = \frac{\sin X_1}{\sin(X_1 - \Phi \sin X_1)},$$

заключенный между 0 и π , Y_a – выраженное в используемых безразмерных переменных расстояние от электронного пучка до ЗС (см. рис. 2). Важно отметить, что при таком подходе безразмерную амплитуду волны F можно считать вещественной.

Уравнения (6) следует решать с граничными условиями

$$\Phi(\xi = 0) = 0, \quad F(\xi = L) = 0,$$

где L – безразмерная длина пространства взаимодействия.

На рис. 3 приведена зависимость $G(\Phi)$, рассчитанная для некоторой типичной геометрии прибора при $Y_a = 3$. Штриховой линией показана аппроксимация этой зависимости функцией вида

$$G(\Phi) = \begin{cases} \frac{\Phi}{1 - 0.8564\Phi^2}, & \Phi \leq \Phi_0, \\ \frac{0.4213}{1.1582\Phi - 1}, & \Phi > \Phi_0, \end{cases} \quad (8)$$

Рис. 3. Функция $G(\Phi)$ (7) при $Y_a = 3$ (сплошная линия) и ее аппроксимация по формуле (8) (штриховая линия)

Fig. 3. The function $G(\Phi)$ (7) at $Y_a = 3$ (solid line) and its approximation (8) (dashed line)

³В ЛОВМ электроны, отдавая энергию полю, постепенно приближаются к ЗС и в конце концов начинают оседать на нее.

которую удобно использовать для численного моделирования. Здесь $\Phi_0 = 1 - \exp(-Y_a) \approx 0.9502$.

Из уравнений (6) нетрудно исключить переменную F , после чего они сводятся к уравнению второго порядка

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = G(\Phi) \quad (9)$$

с граничными условиями

$$\Phi(\xi = 0) = 0, \quad (\Phi_\tau + \Phi_\xi)|_{\xi=L} = 0. \quad (10)$$

Здесь и далее нижние индексы τ , ξ обозначают соответствующие частные производные. Отметим, что (9) является нелинейным уравнением Клейна–Гордона. Подобное уравнение можно рассматривать как своего рода универсальную модель для описания неустойчивостей при взаимодействии волн с положительной и отрицательной энергиями [33].

На основе уравнений (6) или (9) в [1–3] была развита нестационарная линейная теория ЛОВМ, позволяющая определить условия самовозбуждения генератора. Можно показать, что самовозбуждение происходит при $L \geq \pi/2$ (см. также [9]). Однако интересной особенностью является то, что ЛОВМ, как оказалось, является генератором с жестким типом возбуждения. Действительно, рассмотрим стационарные состояния, в которых $\Phi_\tau = 0$, так что уравнение (9) принимает вид

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} + G(\Phi) = 0. \quad (11)$$

С позиций теории колебаний [34, 35], уравнение (11) представляет собой уравнение консервативного нелинейного осциллятора, потенциальная энергия которого есть $W(\Phi) = \int_0^\Phi G(\Phi') d\Phi'$. Для аппроксимации (8) интеграл легко вычисляется аналитически. Зависимость $W(\Phi)$ приведена на рис. 4, а, а соответствующий фазовый портрет осциллятора – на рис. 4, b (отметим, что в стационарном случае $F(\xi) = \Phi_\xi$). Поскольку уравнение (11) следует решать с граничными условиями

$$\Phi(0) = 0, \quad \Phi_\xi(L) = 0, \quad (12)$$

Рис. 4. Потенциальная энергия (a) и фазовый портрет (b) осциллятора (11)

Fig. 4. Potential well (a) and phase portrait (b) of the oscillator (11)

Рис. 5. Зависимость выходного сигнала ЛОВМ в стационарном режиме от безразмерной длины системы. Сплошной линией показаны устойчивые состояния, штриховой – неустойчивые. Стрелками показаны жесткие переходы

Fig. 5. Output signal of the M-type BWO in the steady-state regime versus the normalized length. Stable and unstable steady states are plotted with the solid and dashed line, respectively. Hard transitions are shown with arrows

Хорошо видно, что в области $L_{\min} < L < \pi/2$, где $L_{\min} \approx 0.928$, имеются два стационарных решения, причем нижняя ветвь является неустойчивой, верхняя – устойчивой. Поскольку при $L < \pi/2$ нулевое состояние устойчиво, в этой области имеет место бистабильность. При плавном движении по параметру L возбуждение либо срыв генерации происходит жестко, и наблюдается гистерезис.

В [1–3] были изучены процессы установления колебаний в ЛОВМ. На рис. 6 приведена типичная зависимость выходного сигнала от времени, рассчитанная при $L = 1.8$. После осциллирующего переходного процесса устанавливается режим стационарной генерации с постоянной амплитудой. Отметим, что для данной модели установление стационарного режима происходит при любых значениях параметра L , причем это можно доказать аналитически. Доказательство основывается на существовании у нелинейного уравнения Клейна–Гордона (9) глобальной функции Ляпунова

$$\mathcal{L}(\tau) = \int_0^L \left[\frac{\Phi_\tau^2}{2} + \frac{\Phi_\xi^2}{2} - W(\Phi) \right] d\xi, \quad (15)$$

непрерывно убывающей вдоль траекторий уравнения (9) за исключением неподвижных точек, где $\mathcal{L} = \text{const}$. Действительно, дифференцируя (15), получаем

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} = \int_0^L [(\Phi_{\tau\tau} - G(\Phi)) \Phi_\tau + \Phi_{\xi\tau} \Phi_\xi] d\xi = \int_0^L (\Phi_{\xi\xi} \Phi_\tau + \Phi_{\xi\tau} \Phi_\xi) d\xi = \Phi_\xi \Phi_\tau|_0^L.$$

Поскольку из граничных условий (10) следует, что $\Phi_\tau(0) = 0$, $\Phi_\tau(L) = -\Phi_\xi(L)$, это соотношение принимает вид

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} = -\Phi_\tau^2(L), \quad (16)$$

то есть $\mathcal{L}$ убывает с течением времени, если только $\Phi_\tau(L) \neq 0$. Однако, поскольку $\mathcal{L}$ ограничена

нужно выбирать участки фазовых траекторий, начинающиеся на вертикальной оси и заканчивающиеся на горизонтальной. На рис. 4, b они показаны красными линиями. Также очевидно, что имеет место закон сохранения

$$\frac{\Phi_\xi^2}{2} + W(\Phi) = W_L, \quad (13)$$

где W_L – постоянная интегрирования, имеющая смысл полной энергии. Отметим, что амплитуда выходного сигнала генератора $F_0 \equiv F(\xi = 0) = \sqrt{2W_L}$.

Из соотношения (13) можно найти длину пространства взаимодействия L , которая равна четверти периода колебаний осциллятора (11)

$$L = \int_0^{\Phi_L} \frac{d\Phi}{\sqrt{2(W_L - W(\Phi))}}, \quad (14)$$

где $\Phi_L = \Phi(\xi = L)$, и далее построить зависимость амплитуды выходного сигнала от длины системы, показанную на рис. 5.

снизу ($\mathcal{L}_{\min} > -LW_L$), можно сделать общий вывод о том, что переходный процесс всегда заканчивается установлением стационарного одночастотного режима (или же тривиального состояния $F = \Phi = 0$).

Легко показать, что стационарные состояния, соответствующие убывающей ветви зависимости $F_0(L)$, которая на рис. 5 показана штриховой линией, неустойчивы. Действительно, пусть $\bar{\Phi}(\xi)$ – соответствующее стационарное решение. Рассмотрим малое возмущение специального вида $\Phi = \bar{\Phi}(\xi) + \varepsilon \bar{\Phi}(\xi)$, где $\varepsilon \ll 1$, подставим в (15) и вычислим приращение $\Delta\mathcal{L}$ с точностью до членов $\sim \varepsilon^2$. Получим

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{L} &= \int_0^L \left[\varepsilon (\bar{\Phi}_{\xi}^2 - W'(\bar{\Phi}) \bar{\Phi}) + \frac{\varepsilon^2}{2} (\bar{\Phi}_{\xi}^2 - W''(\bar{\Phi}) \bar{\Phi}^2) \right] d\xi = \\ &= \varepsilon \bar{\Phi} \bar{\Phi}_{\xi}|_0^L - \varepsilon \int_0^L [(\bar{\Phi}_{\xi\xi} + G(\bar{\Phi})) \bar{\Phi}] d\xi + \frac{\varepsilon^2}{2} \bar{\Phi} \bar{\Phi}_{\xi}|_0^L - \frac{\varepsilon^2}{2} \int_0^L (\bar{\Phi}_{\xi\xi} \bar{\Phi} + G'(\bar{\Phi}) \bar{\Phi}^2) d\xi. \end{aligned}$$

Здесь штрихами обозначается дифференцирование по Φ . Поскольку $\bar{\Phi}(\xi)$ удовлетворяет уравнению (11) и граничным условиям (12), первые три слагаемых обращаются в нуль, и мы окончательно получаем

$$\Delta\mathcal{L} = -\frac{\varepsilon^2}{2} \int_0^L \left[\frac{G(\bar{\Phi})}{\bar{\Phi}} - G'(\bar{\Phi}) \right] \bar{\Phi}^2 d\xi.$$

Из (8) видно, что функция $G(\Phi)$ такова, что при $\Phi < \Phi_0$ выражение в квадратных скобках положительно, поэтому $\Delta\mathcal{L} < 0$. Поскольку в силу (16) с течением времени функция $\mathcal{L}$ убывает, очевидно, она не сможет вернуться в исходное состояние. Таким образом, стационарные состояния ЛОВМ, в которых не происходит оседание электронов на ЗС, неустойчивы.

Также в [1–3] были решены задачи об усилении модулированного сигнала в ЛОВМ-усилителе, о собственных колебаниях резонансного ЛОВМ-генератора с отражениями на границах ЗС, о конкуренции полезного и паразитного сигналов. Таким образом, в этих работах было впервые четко сформулировано представление о ЛОВ как о распределенной автоколебательной системе, и были продемонстрированы широкие возможности, которые открывает нестационарная нелинейная теория для исследования различных СВЧ-приборов.

3. Нелинейная динамика ЛОВ типа О

3.1. Основные уравнения. Будем рассматривать одномерное прямолинейное движение электронного потока вдоль оси z , пренебрегая поперечными эффектами и влиянием сил пространственного заряда. Тогда уравнение движения электрона в поле квазигармонической синхронной ЭМВ можно записать в следующем виде:

$$\frac{dp}{dt} = e \operatorname{Re} \left[\mathcal{E} e^{i(\omega_0 t - \beta_0 z)} \right], \quad (17)$$

Рис. 6. Зависимость амплитуды выходного сигнала ЛОВМ от времени, иллюстрирующая установление стационарной генерации ($L = 1.8$)

Fig. 6. Time history of the M-type BWO output signal illustrating build-up of the steady state oscillation ($L=1.8$)

где $p = m_0 \gamma v$ – импульс, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский масс-фактор, e и m_0 – заряд и масса покоя электрона, соответственно, остальные обозначения были введены выше, в разделе 1.

Движение электрона удобно характеризовать его фазой относительно электромагнитной волны $\theta = \omega_0 (t - z/v_0)$, которая считается функцией двух независимых переменных: координаты z и начальной фазы θ_0 , $\theta = \theta(z, \theta_0)$. Нетрудно показать, что $\partial\theta/\partial z = \omega_0 (v^{-1} - v_0^{-1})$, откуда следует выражение для скорости электрона

$$v = \frac{v_0}{1 + \frac{v_0}{\omega_0} \frac{\partial\theta}{\partial z}}. \quad (18)$$

С учетом этих соотношений и того, что

$$\frac{dp}{dt} = m_0 \gamma^3 \frac{dv}{dt} = m_0 v \gamma^3 \frac{dv}{dx},$$

уравнение (17) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = -\frac{e\omega_0}{m_0 v_0^3} \left[\left(1 + \frac{v_0}{\omega_0} \frac{\partial\theta}{\partial z} \right)^2 - \frac{v_0^2}{c^2} \right]^{3/2} \text{Re}(\mathcal{E} e^{i\theta}). \quad (19)$$

Введем безразмерную координату $\xi = z/l$, где l – длина системы, безразмерную амплитуду поля

$$F = \frac{\mathcal{E}}{2\beta_0 \gamma_0 V_0 C^2},$$

а также безразмерный параметр

$$L = 2\pi C N / \gamma_0, \quad (20)$$

где $C = (I_0 K / 4V_0)^{1/3}$ – параметр усиления Пирса, $N = \beta_0 l / 2\pi$ – электрическая длина пространства взаимодействия, $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$. Здесь введены стандартные обозначения: I_0 – постоянный ток пучка, K – сопротивление связи, V_0 – ускоряющее напряжение. После нормировки переменных уравнение (19) принимает вид

$$\theta_{\xi\xi} = -L^2 \gamma_0^3 \left[\left(1 + \frac{1}{2\pi N} \theta_{\xi} \right)^2 - \frac{v_0^2}{c^2} \right]^{3/2} \text{Re}(F e^{i\theta}). \quad (21)$$

Фактически в уравнении (21) содержится три управляющих параметра: L , N и γ_0 . Рассмотрим некоторые ситуации, когда его можно упростить и уменьшить число независимых параметров.

- *Нерелятивистский предел*: $v_0^2/c^2 \ll 1$, $\gamma_0 \rightarrow 1$. В этом пределе (21) переходит в уравнение

$$\theta_{\xi\xi} = -L^2 \left(1 + \frac{1}{2\pi N} \theta_{\xi} \right)^3 \text{Re}(F e^{i\theta}), \quad (22)$$

в котором содержатся только два параметра. При этом $F = \mathcal{E} / (2\beta_0 V_0 C^2)$ и $L = 2\pi C N$.

- *Приближение малого изменения энергии электронов*. В частном случае, когда

$$\theta_{\xi} / (2\pi N) \ll 1, \quad (23)$$

уравнения (21) и (22) упрощаются:

$$\theta_{\xi\xi} = -L^2 \text{Re}(F e^{i\theta}). \quad (24)$$

Как видно из соотношения (18), условие (23) означает, что скорость и энергия электрона в процессе взаимодействия изменяются мало. В этом приближении уравнение движения приобретает наиболее простую форму с единственным управляющим параметром, которая оказывается универсальной как для релятивистского, так и для нерелятивистского случая.

- *Приближение малого изменения скорости электронов.* Рассмотрим менее сильное допущение, когда выполняется условие (23), то есть скорость электрона в процессе взаимодействия меняется мало, однако необходимо сохранять члены первого порядка малости. Тогда выражение в квадратных скобках в (21) принимает вид

$$\left(1 + \frac{1}{2\pi N} \theta_{\xi}\right)^2 - \frac{v_0^2}{c^2} \approx 1 + \frac{1}{\pi N} \theta_{\xi} + \dots - \frac{v_0^2}{c^2} = \gamma_0^{-2} \left(1 + \frac{\gamma_0^2}{\pi N} \theta_{\xi}\right),$$

в результате чего получаем

$$\theta_{\xi\xi} = -L^2(1 + v\theta_{\xi})^{3/2} \operatorname{Re} [F \exp(i\theta)], \quad (25)$$

где $v = \gamma_0^2/\pi N = 2\gamma_0 C/L$. Такая форма уравнения движения часто используется в релятивистской электронике, поскольку энергия электрона может изменяться значительно, даже если его скорость изменяется мало.

Таким образом, самосогласованная система уравнений ЛОВ О-типа состоит из уравнений движения в одной из приведенных выше форм (21), (22), (24) или (25), а также уравнения возбуждения (5), которое в используемых безразмерных переменных принимает вид

$$F_{\tau} - F_{\xi} = -LI, \quad (26)$$

где

$$\tau = \frac{t - z/v_0}{l/v_0 + l/v_g},$$

– безразмерное время,

$$I(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta(\xi, \theta_0)} d\theta_0, \quad (27)$$

– безразмерная комплексная амплитуда первой гармоники сгруппированного тока. Эти уравнения следует дополнить граничными и начальными условиями. Обычно считается, что в замедляющую структуру поступает невозмущенный электронный поток, не модулированный ни по скорости, ни по плотности. Тогда

$$\theta|_{\xi=0} = \theta_0, \quad \theta_{\xi}|_{\xi=0} = 0. \quad (28)$$

Поскольку в случае ЛОВ поле на правой границе системы отсутствует, граничное условие для ЭМВ имеет вид

$$F|_{\xi=1} = 0. \quad (29)$$

Также необходимо задать начальное распределение поля $F(\tau; \xi = 0)$.

Схема численного интегрирования нестационарных уравнений ЛОВ представлена, например, в [4, 5]. Отметим, что уравнения движения имеют тот же вид, что и в стационарной нелинейной теории ЛОВ или ЛБВ (см., например, [29]). Единственным отличием является то, что амплитуда поля F зависит от времени. Тем не менее выбор фаз θ в качестве зависимых

переменных (что фактически означает переход к интегрированию вдоль характеристик, подробнее см. [1, 4]) позволяет решать уравнения движения, считая поле постоянным и используя стандартные методы численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. В результате можно найти распределение первой гармоники тока $I(\xi)$ вдоль всей длины пространства взаимодействия, затем подставить его в уравнение возбуждения (26), найти распределение поля в следующий момент времени и т. д.

3.2. Режимы периодической и хаотической автомодуляции. Нелинейная динамика ЛОВ О-типа оказалась гораздо более богатой, чем в случае ЛОВМ. Уже первые результаты исследований простейшей модели, характеризующейся единственным бифуркационным параметром $L = 2\pi CN$ (то есть используется уравнение движения в форме (24)), показали [4], что необходимо коренным образом пересмотреть сложившиеся представления о сильно нелинейных режимах работы ЛОВ. Стационарная нелинейная теория, молчаливо предполагавшая существование установившегося монохроматического режима колебаний, предсказывала, начиная с некоторого значения $L = L_a \approx 2.9$, уменьшение амплитуды выходного сигнала и КПД (так называемый перенапряженный режим) и немонотонное распределение амплитуды поля вдоль пространства взаимодействия [29, 30]. Однако численное решение уравнений нестационарной нелинейной теории показало, что эти режимы оказываются неустойчивыми. При $L > L_a$ выходной сигнал после завершения переходного процесса не остается постоянным, а начинает осциллировать около стационарного значения. Это явление получило название автомодуляции.

С увеличением параметра L автомодуляция становилась непериодической. Более того, были обнаружены режимы хаотических колебаний, когда временная зависимость амплитуды выходного сигнала носила сложный нерегулярный характер [4, 5].

Последовательный теоретический анализ возникновения автомодуляции в ЛОВО [4, 5] позволил выделить две основные причины: запаздывающий характер внутренней распределенной обратной связи и перегруппировка электронов в поле большой амплитуды. В этом можно убедиться, рассматривая временную эволюцию пространственных распределений амплитуд поля и тока в режиме автомодуляции (рис. 7). На начальной стадии, когда амплитуда поля мала, распределение тока вдоль системы монотонно нарастает (рис. 7, а). Вблизи коллекторного конца, где пучок хорошо сгруппирован, образуется максимум поля, который постепенно растет и смещается влево с групповой скоростью. При этом увеличивается скоростная модуляция электронного потока, что приводит к перегруппировке. Об этом свидетельствует появление максимума амплитуды тока (рис. 7, б). С течением времени $|I|$ у правого конца системы спадает до нуля, а затем вновь начинает расти, то есть образуется вторичный ступок электронов (рис. 7, в). Соответственно, появляется и второй максимум поля. После того, как основной максимум $|F|$ покинет систему, амплитуда поля вблизи левой границы резко падает (рис. 7, д, е). В слабом поле пучок становится слабо сгруппированным, так что падает и амплитуда тока вдоль всего пространства взаимодействия. Далее в системе опять начинает формироваться монотонно растущее распределение тока и «одногоорбое» распределение поля с максимумом вблизи правого конца (рис. 7, ф), и описанный процесс повторяется.

Нетрудно видеть, что характерное время обратной связи

$$T_0 = l/v_0 + l/v_g, \quad (30)$$

поскольку возмущение распространяется слева направо со скоростью пучка, а справа налево – с групповой скоростью ЭМВ (в используемых безразмерных переменных $T_0 = 1$). Поэтому можно ожидать, что выходной сигнал окажется модулированным с периодом $T_a \sim 2T_0$. Расчеты показывают, что вблизи порога автомодуляции $T_a \approx 1.5T_0$.

Рис. 7. Пространственные распределения поля и тока в режиме периодической автомодуляции для однопараметрической модели ЛОВО ($L = 3.0$) в различные моменты времени: $\tau = 1.97$ (a), 2.33 (b), 2.83 (c), 3.13 (d), 3.35 (e), 3.58 (f)

Fig. 7. Field and current spatial profiles in the periodic self-modulation regime of the single-parameter BWO model ($L = 3.0$) at different moments of time: $\tau = 1.97$ (a), 2.33 (b), 2.83 (c), 3.13 (d), 3.35 (e), 3.58 (f)

Существенно, что эти результаты были сразу же подтверждены экспериментально: сначала были обнаружены периодические [6], а затем и хаотические автомодуляционные режимы [7]. Для исследования нестационарных явлений были разработаны специальные лабораторные макеты ЛОВ типа О (рис. 8). Чтобы понизить значения стартовых токов и обеспечить возможность достижения больших значений I_0/I_{st} , то есть больших L , макеты имели повышенную электрическую длину ($N \sim 20$). Для уменьшения влияния сил пространственного заряда применялись электронные пушки многолучевой конструкции с большой суммарной площадью поперечного сечения электронных пучков. На рис. 9 показаны экспериментальные осциллограммы и спектры выходного сигнала для разных отношений рабочего тока к стартовому.

Следует отметить, что автомодуляционные режимы, по-видимому, наблюдались экспериментаторами еще до работ [4–8]. Однако это явление традиционно связывали с возбуждением высших видов колебаний ЛОВ.

Рис. 8. Схема экспериментального макета лампы обратной волны типа О: 1 – катод; 2 – многолучевой электронный поток; 3 – коллектор; 4 – встречно-штыревая замедляющая система; 5 – согласующая нагрузка; 6 – вывод СВЧ энергии

Fig. 8. Scheme of the experimentally studied O-type backward-wave oscillator: 1 – cathode; 2 – multiple-beam electron flow; 3 – collector; 4 – interdigital slow-wave structure; 5 – matched load; 6 – microwave energy output

Рис. 9. Осциллограммы и спектры выходного сигнала ЛОВ, иллюстрирующие переход к хаосу [5,6] при различных отношениях тока пучка к стартовому

Fig. 9. Waveforms and spectra of the BWO output signal at different beam current ratios illustrating the transition to chaos [5,6]

На рис. 10 приведена картина областей различных режимов на плоскости параметров напряжение – ток пучка, реализующихся в одном из экспериментально исследованных в [5] макетов ЛОВ. На этот рисунок дополнительно нанесены линии равных значений параметра L . В целом границы областей следуют линиям с постоянным значением L , что свидетельствует о том, что однопараметрическая нестационарная модель, состоящая из уравнений (24) и (25), хорошо описывает поведение системы.

То, что хаотические колебания в ЛОВ имеют детерминированную природу и не связаны с усилением флуктуаций, убедительно продемонстрировали работы [5, 8], где численно и экспериментально оценено значение энтропии Колмогорова h , характеризующей степень неустойчивости фазовых траекторий [34, 36]. Исследования показали, что при $L > 5.5$ энтропия Колмогорова положительна и монотонно растет с ростом L , что свидетельствует о хаотическом поведении. В [5, 8] была предложена оригинальная экспериментальная методика оценки величины h , которая основывалась на анализе осциллограмм, полученных путем многократного ($10^3 - 10^4$) наложения реализаций переходного процесса. При этом лабораторный макет ЛОВ работал в режиме следования прямоугольных импульсов тока. Для обеспечения одинаковых начальных условий для каждой реализации на вход ЗС подавался внешний гармонический сигнал,

амплитуда которого на несколько порядков превышала уровень шумов, но была значительно меньше уровня стационарных автоколебаний. В тех случаях, когда устанавливался регулярный автоколебательный режим, осциллограммы оставались четкими на всем протяжении. Это говорит о том, что микроскопические различия в начальных условиях, неизбежно присутствующие благодаря флуктуациям, не приводят к заметным различиям в характере переходного процесса. Если же устанавливался режим хаотических колебаний со сплошным спектром, различным оставался лишь начальный участок осциллограммы, что свидетельствует о чувствительной зависимости от начальных условий. Поскольку хаотическим колебаниям в фазовом пространстве соответствует странный аттрактор, характеризующийся неустойчивостью траекторий, наложение большого количества реализаций приводит к «размыванию» осциллограммы, что хорошо видно на рис. 9. По характерному интервалу времени от начала нелинейной стадии процесса до «размывания» осциллограммы Δt можно оценить энтропию Колмогорова:

$$h \sim \frac{T_0}{L\Delta t} \ln |\tilde{F}|,$$

где $\tilde{F}$ – уровень начальных флуктуаций. Предполагается, что на начальной стадии флуктуации нарастают экспоненциально. Полученные таким образом экспериментальные оценки оказались достаточно близкими к результатам численного эксперимента [5, 8].

Наконец, была исследована синхронизация генератора внешним гармоническим сигналом, который подавался на коллекторный конец лампы [5]. Когда мощность сигнала была достаточно велика, наблюдалась синхронизация хаотических колебаний, то есть спектр из сплошного становился дискретным. На плоскости параметров частота – мощность внешнего сигнала области синхронизации имели вид узких языков вблизи определенных частот.

Дальнейшее развитие теоретических и экспериментальных исследований нелинейной динамики ЛОВ шло в основном по пути усложнения модели и учета различных факторов, важных с практической точки зрения (пространственный заряд, затухание, отражения, релятивистские эффекты, ЛОВ со связанными электродинамическими структурами и т. д.). Коллектив, руководимый Д. И. Трубецковым (в его состав также входили Б. П. Безручко, С. П. Кузнецов, А. П. Четвериков,

Рис. 10. Границы областей различных режимов на плоскости параметров напряжение – ток пучка для одного из экспериментальных макетов, исследованных в [5]: *O* – предгенерационный режим; *S* – одночастотный режим; *SM* – периодическая автомодуляция; *CH* – хаотические автоколебания

Fig. 10. Domains of different regimes on the beam voltage – beam current plane for one of the devices experimentally studied in [5]: *O* – preoscillation regime; *S* – single-frequency oscillation; *SM* – periodic self-modulation; *CH* – chaotic oscillations

А. В. Зборовский, В. А. Исаев и др.), в 1980-е годы выполнил большой цикл работ, основные результаты которого можно найти в обзоре [10], поэтому здесь мы их обсуждать не будем.

3.3. Сценарии перехода к хаосу. Несмотря на то, что основные закономерности нелинейной динамики ЛОВ были достаточно подробно изучены к концу 1980-х годов, ключевой вопрос о том, по какому сценарию происходит переход к хаосу в ЛОВ, долгое время оставался открытым. Детальное исследование, проведенное вначале в работе [37], а затем более подробно в [38, 39], показало, что уже в простейшей однопараметрической модели ЛОВ (уравнения (24), (26)) наблюдаются по сути все классические сценарии перехода к хаосу, известные для конечномерных динамических систем [34, 36].

Рассмотрим последовательность бифуркаций, которая наблюдается при увеличении единственного управляющего параметра L (20), что соответствует увеличению тока пучка в условиях эксперимента. Как уже отмечалось, самовозбуждение происходит при $L \approx 1.98$, а при $L \approx 2.9$ одночастотный режим генерации теряет устойчивость и возникает автомодуляция. Затем в области $4.02 < L < 4.11$ происходит переход к хаосу через удвоения периода автомодуляции. Удавалось уверенно наблюдать до шести бифуркаций удвоения, для чего, однако, требовалось существенное уменьшение шагов интегрирования по времени и координате. При этом удалось подтвердить выполнение некоторых количественных закономерностей, присущих сценарию Фейгенбаума. Так, определенная по первым бифуркационным значениям L величина $\delta = (L_3 - L_2)/(L_4 - L_3) \approx 4.925$ оказалась близкой к универсальной константе Фейгенбаума $\delta \approx 4.669$ [34, 36]. Отношения амплитуд субгармоник, возникающих в спектре в результате последовательных бифуркаций, также близки к теоретическому значению -13 дБ. На рис. 11, а приведен фрагмент бифуркационной диаграммы, соответствующий этому режиму. На бифуркационной диаграмме отложены значения максимумов амплитуды выходного сигнала при различных значениях L . На рисунке видны, в частности, окна периодичности в хаосе, имеющие периоды 5 и 7.

После того, как произошел переход к хаосу, в области $4.150 < L < 4.3325$ наблюдается большое количество окон периодической автомодуляции, период которых, начиная с трех, последовательно увеличивается на единицу (рис. 11, б), то есть имеет место явление прибавлений периода. Удастся уверенно наблюдать окна с периодами до 11.

При $4.320 < L < 4.333$ происходит переход через перемежаемость от хаотической автомодуляции к периодической. В области перемежаемости зависимость амплитуды выходного сигнала от времени имеет вид прерываемых нерегулярными всплесками периодических цугов, длительность которых увеличивается с ростом L (рис. 12). Была посчитана зависимость средней длительности ламинарной фазы d от бифуркационного параметра [38], которая с хорошей степенью точности описывалась функцией $d = c/\sqrt{L_c - L}$, где $c \approx 0.4415$, $L_c \approx 4.3333$. Такой характер зависимости $d(L)$ типичен для перемежаемости первого рода [36].

По мере дальнейшего увеличения L автомодуляция является вначале периодической, а затем, в области $4.625 < L < 4.75$, – квазипериодической с двумя несоизмеримыми частотами (рис. 11, в). Отметим, что после перехода через перемежаемость странный аттрактор в фазовом пространстве превращается в метастабильное хаотическое множество. В ходе переходного процесса фазовая траектория вначале располагается в окрестности этого множества, поэтому установлению регулярного автомодуляционного режима может предшествовать длительный нерегулярный переходный процесс, напоминающий хаотические колебания (переходный хаос). При достаточно больших значениях бифуркационного параметра ($L > 5.5$) длительность этого процесса может быть велика, что может оказаться существенным, например, при анализе импульсных режимов работы генератора.

Рис. 11. Фрагменты бифуркационной диаграммы, соответствующие области перехода к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода (a), области прибавлений периода (b), области после перехода «хаос – порядок» через перемежаемость (c) и общий вид бифуркационной диаграммы (d). На рис. 11, c на врезке приведен увеличенный фрагмент, соответствующий квазипериодической автомодуляции

Fig. 11. Fragments of the bifurcation diagram showing period-doubling transition to chaos (a), period add-on domain (b), domain after the transition from chaos to periodic oscillation via intermittency (c), and general view of the bifurcation diagram (d). At the inset in Fig. 11, c, an enlarged fragment showing quasi-periodic self-modulation is presented

Рис. 12. Зависимость амплитуды выходного сигнала от времени, фазовый портрет и спектр, соответствующие перемежаемости ($L = 4.3327$)

Fig. 12. Output signal waveform, phase portrait, and spectrum in the regime of intermittency ($L = 4.3327$)

Рис. 13. Зависимость амплитуды выходного сигнала от времени, фазовый портрет и спектр, соответствующие режиму развитого хаоса ($L = 6.15$)

Fig. 13. Output signal waveform, phase portrait, and spectrum in the regime of developed chaos ($L = 6.15$)

При $L \approx 6.05$ происходит переход через перемежаемость к режиму развитого хаоса: чрезвычайно сложным нерегулярным автоколебаниям, когда на проекции фазового портрета уже не проявляется какая-либо крупномасштабная структура (рис. 13). Подобные режимы являются специфической особенностью систем с большим числом степеней свободы. Первоначально именно они считались «подлинно» хаотическими [5, 7–9], а все предшествовавшие им режимы квалифицировались как квазипериодические⁴. Это неудивительно, поскольку, например, вся последовательность бифуркаций удвоения занимает весьма узкую область изменения параметра L , а спектр колебаний содержит несколько дискретных составляющих на фоне «шумового пьедестала», интенсивность которого невелика (порядка -20 дБ к уровню сигнала на основной частоте).

Общий вид бифуркационной диаграммы приведен на рис. 11, *d*. На нем видны область перехода к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода автомодуляции, область прибавления периода, переход «хаос – порядок» через перемежаемость, область квазипериодической автомодуляции и переход к развитому хаосу, о которых говорилось выше. Видны и некоторые другие детали, например, жесткий переход к режиму периодической автомодуляции с удвоенным периодом при $L \approx 5.6$ и еще одно последующее удвоение.

Таким образом, проведенное в [37–39] численное исследование обнаружило сложную последовательность смены различных автоколебательных режимов, сопровождающуюся несколькими переходами «порядок – хаос» и «хаос – порядок» по различным сценариям. Удалось установить, что такое поведение связано с усложнением пространственных распределений поля и тока в результате перегруппировки электронных сгустков, то есть, по существу, с распределенным характером системы. Более подробное обсуждение этого вопроса можно найти в [38, 39].

В [39] была также исследована нелинейная динамика ЛОВ при конечных значениях параметра усиления Пирса (уравнения (22), (26)), а в [40] – динамика релятивистской ЛОВ (уравнения (21), (26)). В двухпараметрической модели ЛОВ, в которой помимо L фигурирует еще один параметр – электрическая длина N [39] (см. также [10]), при больших значениях N с хорошей степенью точности воспроизводится картина, характерная для однопараметрической модели. Однако, уже начиная с $N \sim 15$ (то есть при достаточно больших значениях параметра Пирса C),

⁴Любопытно, что в работах [5, 7–9] указывалось, что переход к хаосу происходит при несколько меньших значениях $L \approx 5.5$, что, по-видимому, связано с наличием уже упоминавшегося метастабильного хаотического множества. Чрезвычайно длительный переходный процесс при этом выглядит как хаотический, однако на больших временах заканчивается установлением регулярных колебаний.

картина существенно изменяется: начинает снижаться порог автомодуляции и порог перехода к развитому хаосу, а промежуточные области хаотических колебаний практически пропадают.

Результаты работ [37, 38] свидетельствуют о том, что имеются два типа хаотических режимов: «слабый» хаос (который возникает в результате сценария Фейгенбаума) и развитой. Очевидно, что второй является в каком-то смысле более случайным и характеризуется более однородным сплошным спектром. Дальнейшее исследование этого вопроса было предпринято в работе С. П. Кузнецова и Д. И. Трубецкова [41], в которой были выполнены расчеты показателей Ляпунова и размерностей аттракторов для этих двух режимов. Расчеты показали, что в режимах «слабого» хаоса (при $L = 4.24$) имеется только один положительный ляпуновский показатель, а корреляционная размерность аттрактора невелика, $D_c \approx 3.3$. В то же время режим «развитого» хаоса ($L = 6.1$) характеризуется двумя положительными показателями, то есть является гиперхаотическим, а размерность аттрактора существенно возрастает и составляет $D_c \approx 6.8$. Отметим, что значения корреляционной размерности достаточно близки к ляпуновской размерности, оцененной по формуле Каплана–Йорке (см., например, [36])

$$D_L = M + \left(\sum_{i=1}^M \Lambda_i \right) / |\Lambda_{M+1}|,$$

где M – целое число, такое, что сумма первых M ляпуновских показателей положительна, то есть $\sum_{i=1}^M \Lambda_i > 0$, но $\sum_{i=1}^{M+1} \Lambda_i < 0$. Рассчитанная по этой формуле размерность оказывается равной 3.45 и 6.38 в режимах слабого и развитого хаоса, соответственно. Таким образом, эти результаты позволяют с полным основанием говорить о различных хаотических режимах как о низко- и высокоразмерных. Отметим, что расчет ляпуновских показателей для распределенных систем с бесконечномерным фазовым пространством, к которым относятся приборы вакуумной СВЧ-электроники, представляет собой нетривиальную задачу, которая привлекает значительное внимание вплоть до настоящего времени (см., например, [42, 43]).

4. Нелинейная теория поперечной дифракционной селекции мод в планарных лампах обратной волны

Задача обеспечения пространственной когерентности излучения является одной из наиболее важных задач электроники больших мощностей. При умеренной сверхразмерности электронного пучка для пространственной синхронизации может быть использована естественная дифракционная расходимость поля излучения [44]. Такой метод не требует постановки дополнительных электродинамических элементов и эффективен при параметрах Френеля порядка единицы:

$$N_F = \frac{l_{\perp}^2}{\lambda l_z} \sim 1, \quad (31)$$

где $l_{\perp}$ – поперечный размер пространства взаимодействия, l_z – его длина, λ – длина волны излучения. Фактически при выполнении критерия (31) дифракционное расхождение излучения на длине пространства взаимодействия $\Delta l_{\perp} = \psi l_z$ (где $\psi = \lambda/l_{\perp}$ – угол дифракционного распыления) близко к апертуре электронного пучка. С другой стороны, условие (31) обеспечивает селекцию мод по поперечному индексу. Действительно, поле моды с числом поперечных вариаций n может быть представлено в виде набора плоских волн с поперечными числами, лежащими в интервале $(\Delta k_{\perp})_n \sim \pi n/l_{\perp}$ и, соответственно, с углами распространения, лежащими в интервале $\Delta \psi_n \sim (\Delta k_{\perp})_n/k \sim n\lambda/l_{\perp}$ ($k = \omega/c = 2\pi/\lambda$). Таким образом, при распространении на длине l

электромагнитный поток стремится расшириться на $(\Delta l_{\perp})_n \sim (\Delta \psi)_n l_z$. Для мод с $(\Delta l_{\perp})_n \ll l_{\perp}$ расплыванием (дифракцией) можно пренебречь, то есть все такие моды имеют близкие стартовые токи. Соответственно, для существенного превышения стартового тока высших мод, начиная с $n = 2$, необходимо, чтобы уже для первой моды выполнялось условие $(\Delta l_{\perp})_1 \ll l_{\perp}$, что также приводит к френелевскому условию (31). При этом необходимым условием дискриминации паразитных мод является открытость системы по соответствующей координате.

Впервые модель ЛОВ с дифракционной селекцией мод была описана в [44] в рамках линейного приближения. Исследуем здесь нелинейную стадию процесса генерации в рамках пространственно-временного подхода [23], который позволяет определить как условия самовозбуждения ЛОВ, так и характеристики стационарного режима генерации, включая границы его устойчивости.

Модель планарной ЛОВ, запитываемой ленточным релятивистским электронным потоком конечной ширины l_x^e , движущимся с начальной поступательной скоростью $V_0 = \beta_0 c$, представлена на рис. 14, а. Предполагается, что замедляющая система ЛОВ представляет собой планарный волновод, на пластины которого нанесена синусоидальная гофрировка: $b(z) = b_{1D} \cos(\bar{h}_{1D} z)$, где b_{1D} – амплитуда гофрировки ($b_{1D} \ll \lambda$), d_1 – ее период, $\bar{h}_{1D} = 2\pi/d_1$. В условиях, когда расстояние между пластинами b_0 порядка длины волны излучения λ , структуру поля $E_s(y)$ в направлении оси y можно считать фиксированной и совпадающей с одной из мод планарного волновода. Тогда, с учетом дифракционного расплывания по оси x , поле излучения можно представить в виде квазиоптического волнового пучка, распространяющегося навстречу поступательному движению частиц:

$$E_z = \text{Re} \left[E_s(y) C_z^-(z, x, t) e^{i(\omega t + h z)} \right], \quad (32)$$

где $C_z^-(z, x, t)$ – медленно меняющаяся амплитуда. Взаимодействие электронного потока со встречной волной в условиях синхронизма

$$\omega = - (h - \bar{h}_{1D}) V_0 \quad (33)$$

Рис. 14. а – Схема планарной ЛОВ с дифракционной селекцией мод: (1) – ленточный электронный пучок конечной ширины, (2) – замедляющая система. б – Зависимость инкрементов первой симметричной моды S_1 и первой антисимметричной моды A_1 от ширины электронного пучка ($L_z = 2.4$)

Fig. 14. а – Scheme of the planar BWO with diffraction mode selection: (1) – finite-width sheet electron beam, (2) – slow-wave structure. б – Increments of the first symmetric S_1 and first antisymmetric A_1 modes versus the electron beam width ($L_z = 2.4$)

и в предположении относительно малых изменений энергии электронов может быть описано системой уравнений

$$i \frac{\partial^2 \hat{C}_z^-}{\partial X^2} - \frac{\partial \hat{C}_z^-}{\partial Z} + \frac{1}{\beta_{\text{gr}}} \frac{\partial \hat{C}_z^-}{\partial \tau} = \rho(X) J, \quad J = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0 \quad (34)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \frac{1}{\beta_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 \theta = \text{Re} \left(\hat{C}_z^- e^{i\theta} \right),$$

где $\theta = \omega t - (h - \bar{h}_{1D}) z$ – фаза электронов относительно синхронной волны,

$$\tau = C\omega t, \quad Z = Ckz, \quad X = \sqrt{2C}kx, \quad \hat{C}_z^- = \frac{\mu \chi e C_z^- g_{-1}}{mc^2 k^2 \gamma_0 C^2}, \quad \chi = \frac{b_{1D} k \bar{h} sh(g_{-1}(b_0 - b_g))}{2g_{-1} sh(g_{-1}b_0)}$$

– параметр связи электронов с волной, $g = \sqrt{(k - \bar{h}_{1D})^2 - k^2}$ – поперечное волновое число (-1) -й пространственной гармоники, b_g – зазор между пучком и гофрировкой,

$$C = \left(\frac{4\pi e I_e \mu g^2 \chi^2}{mc^3 \gamma_0 k^4 b_0} \right)^{1/3}$$

– параметр Пирса, I_e – погонный ток пучка, $\mu = \gamma_0^{-2}$ – параметр группировки электронов, $V_{\text{gr}} = \beta_{\text{gr}} c$ – групповая скорость волны. Функция $\rho(X)$ описывает поперечное распределение тока пучка, которое далее считаем однородным: $\rho(X) = 1$, $X \in [-L_x^e/2, L_x^e/2]$, $L_x^e = kl_x^e \sqrt{2C}$ – нормированная ширина пучка. Переходя к новым независимым переменным Z и $\zeta = (\tau + Z/\beta_{\text{gr}})(\beta_0^{-1} + \beta_{\text{gr}}^{-1})^{-1}$, приведем систему уравнений (34) к виду

$$i \frac{\partial^2 \hat{C}_z^-}{\partial X^2} - \frac{\partial \hat{C}_z^-}{\partial Z} = \rho(X) J, \quad (35)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial Z} \right)^2 \theta = \text{Re} \left(\hat{C}_z^- e^{i\theta} \right)$$

с граничными условиями

$$\hat{C}_z^- \Big|_{Z=L_z} = 0, \quad \theta|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad \left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial Z} \right) \theta \Big|_{Z=0} = 0, \quad (36)$$

где $L_z = Ckl_z$ – нормированная длина генератора.

Будем считать, что электродинамическая система ЛОВ безгранична в поперечном направлении, что эквивалентно идеальному согласованию ее границы для излучаемой волны. В этом случае нелинейная краевая задача (35), (36) может решаться на конечном по поперечной координате интервале L_x , внутри которого располагается источник излучения (электронный пучок) с нормированной шириной $L_x^e < L_x$, а на границах области моделирования $X = \pm L_x/2$ используются граничные условия, соответствующие свободной дифракции излучения [23]

$$\hat{C}_z^- \left(Z, \pm \frac{L_x}{2} \right) \pm \frac{1}{\sqrt{\pi i}} \int_0^Z \frac{1}{\sqrt{Z - Z'}} \frac{\partial \hat{C}_z^- (Z', X)}{\partial X} \Big|_{X=\pm \frac{L_x}{2}} dZ' = 0. \quad (37)$$

При этом положение указанных границ не влияет на результат численного решения. Впервые излучательные граничные условия подобного типа были использованы в теории гиротронов [12].

В приближении малого сигнала $\hat{C}_z^- \ll 1$, представляя фазу электронов в виде $\theta = \theta_0 + \vartheta$, где $|\vartheta| \ll 1$, после линеаризации приведем систему уравнений (35) к виду

$$\begin{aligned} i \frac{\partial^2 \hat{C}_z^-}{\partial X^2} - \frac{\partial \hat{C}_z^-}{\partial Z} &= \hat{J} \rho(X), & \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial Z} \right)^2 \hat{J} &= -i \hat{C}_z^-, \\ \hat{C}_z^- \Big|_{Z=L_z} &= 0, & \hat{J} \Big|_{Z=0} &= 0, & \left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial Z} \right) \hat{J} \Big|_{Z=0} &= 0, \end{aligned} \quad (38)$$

где $\hat{J} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} (-i\vartheta) e^{-i\theta_0} d\theta_0$. Представляя далее решение в форме $\hat{C}_z^-, \hat{J} \sim e^{i\Omega \xi}$, можно получить систему уравнений, определяющую структуры и комплексные частоты Ω собственных мод двумерной линейной краевой задачи, эффективным методом решения которой является численное моделирование нестационарных уравнений (38). На рис. 14, *b* представлены зависимости от ширины электронного потока инкрементов $\text{Im } \Omega$ первой симметричной S_1 и первой антисимметричной мод A_1 для приведенной длины системы $L_z = 2.4$, что в одномерном случае соответствует стационарному режиму генерации. Видно, что инкременты мод существенно различаются при относительно небольших ширинах электронного потока $L_x^e < 8$, а при увеличении L_x^e значения инкрементов сближаются. Таким образом, эффективная селекция реализуется при параметрах Френеля $N_F = (L_x^e)^2 / 4\pi L_z$, не превышающих 2.

Рис. 15. Пространственное распределение поля синхронной волны в стационарном режиме генерации (левая колонка) и угловой спектр излучения (правая колонка) планарной ЛОВ при $L_z = 2.4$: *a* – $L_x^e = 6$, $N_F \sim 1.2$; *b* – $L_x^e = 16$, $N_F \sim 8.5$

Fig. 15. Spatial field distribution of the synchronous mode in the steady state oscillation regime (left column) and angular spectrum of radiation (right column) of the planar BWO at $L_z = 2.4$: *a* – $L_x^e = 6$, $N_F \sim 1.2$; *b* – $L_x^e = 16$, $N_F \sim 8.5$

Рис. 16. Режимы периодической и хаотической автомодуляции в области неустойчивости стационарного режима генерации при $L_z = 4$: а – $L_x^e = 4$, $N_F \sim 0.3$; б – $L_x^e = 10$, $N_F \sim 2$

Fig. 16. Regimes of periodic and chaotic self-modulation in case of instability of the steady-state regime at $L_z = 4$: а – $L_x^e = 4$, $N_F \sim 0.3$; б – $L_x^e = 10$, $N_F \sim 2$

Моделирование нелинейной динамики ЛОВ с дифракцией на основе уравнений (35) показывает, что аналогично одномерной модели [4] самовозбуждение колебаний имеет место при приведенной длине ЛОВ $L_z > 2$. В области $2 < L_z < 2.7$ при любой ширине электронного пучка наблюдается установление стационарного одночастотного режима генерации. На рис. 15 приведены пространственные структуры и угловые спектры излучения на выходе системы при $L_z = 2.4$. При относительно небольшой ширине электронного пучка ($L_x^e = 6$, $N_F \sim 1.2$) структура поля соответствует возбуждению низшей симметричной моды с одной поперечной вариацией (рис. 15, а). Угловой спектр излучения $S_k = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{C}_z^- e^{ikX} dX$ (где k – поперечное волновое число) в этом случае имеет квазигaussian вид. При увеличении ширины пучка, когда инкременты различных мод сближаются, происходит усложнение структуры поля излучения, которая тем не менее остается стационарной (рис. 15, б). В то же время наблюдается мультистабильность, то есть установление того или иного стационарного распределения поля зависит от вида начальных условий.

При $2.7 < L_z < 3.2$ стационарные режимы генерации устанавливаются только при относительно узких электронных пучках с шириной, не превышающей $L_x^e = 6$ ($N_F \leq 1$). С увеличением ширины пучка происходит переход сначала к автомодуляционному, а потом и к хаотическому режиму генерации (рис. 16). При больших превышениях над порогом $L_z > 3.2$ стационарные режимы генерации становятся неустойчивыми при любых ширинах электронного пучка.

5. Черенковское сверхизлучение при взаимодействии со встречной волной в одномодовом волноводе с периодической гофрировкой

К настоящему времени наиболее мощные (несколько гигаватт) ультракороткие (субнаносекундные) импульсы в сантиметровом и миллиметровом диапазоне длин волн получены на основе эффекта черенковского сверхизлучения, которое реализуется при взаимодействии протяженного в масштабе длины волны электронного сгустка с синхронной пространственной гармоникой встречной волны в периодически гофрированных волноводах [14–16]. Таким образом, в этом случае механизм взаимодействия аналогичен используемому в ЛОВ. Тем не менее процесс стимулированного излучения электронных сгустков имеет определенную специфику, связанную, прежде всего, с выносом энергии из электронного сгустка. Следствием этого, в частности, является принципиально импульсный характер излучения. При этом когерентность излучения со всего объема протяженного сгустка с размерами, существенно превышающими длину волны, обеспечивается

за счет проскальзывания (slippage) формирующегося импульса черенковского СИ относительно частиц в процессе встречного движения. Соответственно, так же, как и при сверхизлучении протяженных образцов активных сред [45], одиночный импульс будет излучаться, пока длина сгустка не превышает так называемую кооперативную длину, то есть расстояние, которое волна проходит относительно частиц за время развития неустойчивости (обратный инкремент). При условии, что длина сгустка сравнима с кооперативной длиной, все электроны излучают когерентно, в результате чего пиковая мощность импульса СИ пропорциональна квадрату числа частиц в сгустке. При превышении кооперативной длины имеет место насыщение роста пиковой мощности, поскольку электронный сгусток становится слишком длинным для обеспечения когерентного излучения со всего объема. Дальнейшее увеличение длины электронного сгустка ведет к тому, что каждая его часть начинает излучать независимо. В результате излучение становится многоимпульсным и имеет место переход к хаотическому автомодуляционному режиму генерации, описанному выше в разделе 3 для ЛОВ с квазистационарными электронными пучками [4–10].

Следует отметить, что в экспериментах по генерации импульсов СИ в миллиметровом и сантиметровом диапазонах длин волн [14–16] в качестве замедляющих систем использовались волноводы, поперечный размер которых был сравним с длиной волны (рис. 17, а). Соответственно,

Рис. 17. а – Схема генерации черенковского сверхизлучения в одномодовом гофрированном волновое ($D/\lambda \leq 1$, где D – средний диаметр волновода, λ – длина волны). б – Пространственно-временная эволюция интенсивности излучения $|F|^2$, демонстрирующая процесс формирования импульса. в – Зависимость пиковой амплитуды импульсов СИ от длительности импульса тока T

Fig. 17. а – Scheme of the Cherenkov superradiance (SR) in a single-mode rippled-wall waveguide ($D/\lambda \leq 1$ where D is the mean waveguide diameter and λ is the wavelength); б – Spatio-temporal evolution of the radiation intensity $|F|^2$ demonstrating the pulse formation; в – Peak amplitude versus the electron current pulse duration T

теория черенковского СИ строилась в предположении фиксированной поперечной структуры поля, то есть в рамках уравнений, используемых в разделе 3. В частности, на рис. 17, *b* представлен процесс формирования импульса СИ, полученный в рамках уравнений (24), (26), то есть в приближении малого изменения энергии электронов. При этом считалось, что сверхизлучательная неустойчивость развивается из начальных флуктуаций плотности импульса тока нормированной длительности T . Соответственно, граничное условие для электронов (28) модифицируется следующим образом:

$$\theta|_{\xi=0} = \theta_0 + r \cos \theta_0, \quad r \ll 1, \quad \theta_{\xi}|_{\xi=0} = 0. \quad (39)$$

При интегрировании уравнений предполагается также, что вне электронного сгустка, то есть при $\tau > T$, взаимодействие отсутствует. На рис. 17, *c* приведена зависимость пиковой амплитуды импульса СИ F_{peak} от длительности сгустка T , которая является линейной для достаточно коротких сгустков. В таких условиях мощность импульса растет пропорционально квадрату частиц в сгустке, что свидетельствует о когерентном характере излучения.

Отметим здесь, что пиковая мощность черенковского СИ может быть существенно увеличена при использовании замедляющих систем с меняющимся вдоль системы сопротивлением связи. При этом возможна ситуация, когда мощность генерируемого импульса превышает мощность питающего электронного сгустка, что было экспериментально продемонстрировано в [15] с использованием сильноточных ускорителей RADAN и SINUS. Одновременно разработка гибридных модуляторов [16] и ускорителей на их основе обеспечила возможность реализации режимов периодического следования импульсов СИ с высокой (килогерцевой) тактовой частотой и высокой средней мощностью. Такие источники представляют интерес для многих научных и технических приложений, включая радиолокацию с высоким пространственным разрешением, биофизические исследования, ускорительную технику, физику плазмы.

6. Квазиоптическая теория излучения коротковолнового СИ электронного сгустка при движении над гофрированной поверхностью в свободном пространстве

В качестве естественного развития исследований черенковского СИ может рассматриваться продвижение импульсных источников, основанных на этом эффекте, в более коротковолновые диапазоны, в том числе в терагерцевый. На длинах волн короче одного миллиметра из соображений обеспечения транспортировки электронного пучка, а также для снижения омических потерь необходимы сверхразмерные или открытые электродинамические системы. В качестве предельного случая можно рассматривать ситуацию, когда электронный сгусток движется над гофрированной металлической поверхностью в открытом пространстве и возбуждает поверхностную волну (рис. 18). Соответственно, становится актуальным учет дифракционных эффектов, для описания которых может быть использовано квазиоптическое приближение [20]. Далее на основе такого приближения анализируется возможность генерации мощных одиночных импульсов терагерцевого диапазона протяженными электронными сгустками [26].

6.1. Основные уравнения. В соответствии с трехмерной моделью, представленной на рис. 18, будем считать, что электронный сгусток с конечными размерами $l_{x,y,z}^e$ по всем трем пространственным координатам движется над бесконечной в x -направлении периодической структурой с синусоидальной гофрировкой $b(z) = b_1 \cos(\bar{h}z)$, где $b_1 \ll d$ – амплитуда гофрировки, d – ее период, $\bar{h} = 2\pi/d$. Поле излучения вблизи гофрировки может быть представлено как

Рис. 18. *a* – Принципиальная схема генерации импульсов черенковского СИ при движении протяженного электронного сгустка над периодически гофрированной поверхностью (3D модель). *b* – Дисперсионные диаграммы нормальной поверхностной волны (красная кривая) и электронного потока с энергией 1.4 МэВ (зеленая линия) при генерации черенковского СИ на частоте 0.8 ТГц. Пунктирной линией показан световой конус

Fig. 18. *a* – Scheme of the Cherenkov SR generation by a finite-length electron bunch moving over a rippled surface (3D model); *b* – Dispersion diagrams of the normal surface wave (red) and 1.4-MeV electron beam (green) in the case of Cherenkov SR generation at 0.8-THz frequency. Light cone is shown with the dashed lines

совокупность двух встречных квазиоптических ТМ поляризованных волновых пучков с магнитной компонентой поля в виде:

$$H_x = \text{Re} \left[A_+(z, x, y, t) e^{i(\omega t - kz)} + A_-(z, x, y, t) e^{i(\omega t + kz)} \right], \quad (40)$$

где $k = \omega/c$. На гофрированной поверхности в условиях брэгговского резонанса $\bar{h} \approx 2k$ возникает связь и взаимное рассеяние встречных волновых пучков (40), для описания которой в приближении малости глубины гофрировки $\tilde{b} \ll \lambda$ можно воспользоваться концепцией поверхностного магнитного тока [46], который в рассматриваемой планарной геометрии в плоскости $y = 0$ может быть записан как

$$j_x^m = -\frac{c}{4\pi} E_z = -\frac{c}{4\pi} \left(\frac{\partial (b(z) E_y)}{\partial z} + i\omega H_x \frac{b(z)}{c} \right). \quad (41)$$

Возбуждение электромагнитного поля поверхностным магнитным током j_x^m и объемным ВЧ электронным током j_z^e описывается волновым уравнением:

$$\Delta H_x - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_x^m}{\partial t} \delta(y) - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j_z^e}{\partial y}, \quad (42)$$

где $\delta(y)$ – дельта-функция. Соответственно, с учетом дифракционного распыливания волнового пакета по обеим поперечным координатам x и y , самосогласованная система уравнений для рассматриваемой модели черенковского СИ имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{A}_+}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{A}_+}{\partial X^2} + i \frac{\partial^2 \hat{A}_+}{\partial Y^2} &= i \hat{\alpha} \delta(Y) \hat{A}_- - \frac{\partial}{\partial Y} (JF(Z - \beta_0 \tau, X, Y)), \\ -\frac{\partial \hat{A}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{A}_-}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{A}_-}{\partial X^2} + i \frac{\partial^2 \hat{A}_-}{\partial Y^2} &= i \hat{\alpha} \delta(Y) \hat{A}_+, \\ \left(\frac{\partial}{\partial Z} + \frac{1}{\beta_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 \theta &= \text{Re} \left(\frac{\partial \hat{A}_+}{\partial Y} e^{i\theta} \right), \end{aligned} \quad (43)$$

где распространение и взаимное рассеяние волновых пучков (40) описывается системой связанных параболических уравнений. Здесь использованы следующие обозначения: $Z = G\bar{\omega}z/c$, $X = \sqrt{2G\bar{\omega}}x/c$, $Y = \sqrt{2G\bar{\omega}}y/c$, $\tau = G\bar{\omega}t$, $\hat{A}_{\pm} = \sqrt{2e}A_{\pm}/(mc\bar{\omega}\gamma_0^3 G^{3/2})$, $\hat{\alpha} = \sqrt{2}\hbar b_1/4\sqrt{G}$ – параметр связи,

$$G = \left(\frac{e}{mc^2} \frac{\lambda^2}{\pi\gamma_0^3} \frac{Q\beta_0}{l_x^e l_y^e l_z^e} \right)^{1/2}$$

– параметр возбуждения, $\theta = \bar{\omega}(t - z/c)$ – фаза электронов в попутно распространяющейся парциальной волне A_+ , $\bar{\omega} = \hbar c/2$ – брэгговская частота, $J(z, x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta_0$, Q – полный заряд сгустка, функция $F(Z, X, Y) = 1$ описывает невозмущенный профиль токового импульса.

Граничные условия для уравнений движения в (43) могут быть записаны в виде (ср. с (39)):

$$\theta|_{Z=0} = \theta_0 + r \cos \theta_0, \quad \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad r \ll 1, \quad \left(\frac{\partial}{\partial Z} + \frac{1}{\beta_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \theta \Big|_{Z=0} = \Delta, \quad (44)$$

где $\Delta = (1 - \beta_0)/(\beta_0 G)$ – параметр расстройки. Для амплитуды поля на краях пространства взаимодействия будем использовать нулевые граничные условия $\hat{A}_+|_{Z=0} = 0$, $\hat{A}_-|_{Z=L_z} = 0$, где $L_z = G\bar{\omega}l_z/c$. В то же время по второй поперечной координате X должны использоваться граничные условия излучения при $X = \pm L_x/2$, где L_x – нормированная ширина гофрированной пластины.

6.2. Формирование кильватерной волны. На основе полученных уравнений проанализируем возможность генерации импульсов СИ в субтерагерцевом диапазоне. Согласно теоретическому анализу, для генерации одиночных импульсов СИ в этом случае необходимо укорочение длительности электронных сгустков до нескольких десятков пикосекунд, что, соответственно, приводит к необходимости увеличения их плотности. В свою очередь, для устойчивой поперечной фокусировки плотных электронных сгустков требуется повышение энергии частиц до уровня в несколько МэВ, что одновременно приводит к повышению импеданса связи с поверхностной волной. Перечисленным условиям в значительной степени удовлетворяют электронные пучки (сгустки), формируемые фотоинжекторами [47].

Будем далее считать, что такой электронный сгусток с длиной $l_z^e = 1.2$ см и поперечными размерами $l_x^e = 0.45$ мм и $l_y^e = 0.3$ мм имеет энергию 1.4 МэВ и полный заряд 2.2 нКл. Сгусток движется над гофрированной поверхностью длиной 13 см с периодом и амплитудой гофрировки 0.15 мм и 22 мкм, соответственно. Отметим, что для релятивистских энергий электронов типичная точка пересечения (точка резонанса) нормальной поверхностной волны $\omega = \bar{\omega} - \sqrt{h^2 + \hbar^2 \alpha^4}$ и собственной волны прямолинейного электронного пучка $\omega = hV_{||}$ лежит в области, где направления групповой скорости излучения и поступательной скорости частиц совпадают (рис. 18, б). При этом дисперсионное уравнение нормальной поверхностной волны может быть получено из уравнений (43) для парциальных волн в отсутствие электронного пучка при переходе к двумерному приближению, то есть в пренебрежении поперечной дифракцией.

Как показывает моделирование, в исследуемом варианте основная доля излучения высвечивается в виде короткого импульса СИ в положительном направлении оси z , то есть в направлении поступательного движения электронов (рис. 19, а). Согласно оценкам, мощность излучаемого импульса составляет порядка 4 МВт при длительности 100 пс. Анализ поперечной структуры поля (рис. 19, б) показывает, что амплитуды обеих парциальных волн экспоненциально уменьшаются при удалении от гофрировки, в результате чего формируется поверхностная нормальная волна. Важно отметить, что дифракция поля по поперечной координате X приводит к вытека-

Рис. 19. *a* – Пространственные распределения амплитуды поля попутной парциальной волны $\hat{A}_+(X, Z)$ в импульсе СИ, соответствующие формированию нормальной кильватерной волны после электронного сгустка. *b* – Поперечная структура парциальных волн с амплитудой $\hat{A}_\pm(X, Z)$, экспоненциально спадающей при удалении от гофрировки

Fig. 19. *a* – Spatial structure of the amplitude of the co-propagated partial wave $\hat{A}_+(X, Z)$ illustrating the process of wake-field formation after an electron bunch; *b* – Transverse structure of the partial waves $\hat{A}_\pm(Y, Z)$ exponentially decaying with the distance from corrugated surface

нию излучения из электронного сгустка конечной ширины. В результате, поскольку в данном случае поступательная скорость электронов в резонансной точке превышает групповую скорость нормальной волны, после прохождения сгустка образуется кильватерная волна (рис. 19, *a*).

Заключение

В недалеком будущем нестационарной СВЧ-электронике исполнится 50 лет. За эти годы она выросла в большую и плодотворную область научных исследований, ведущихся по самым разным направлениям. Это новые эффективные методы теоретического анализа различных СВЧ-приборов, прежде всего, подходы к изучению взаимодействия электромагнитной волны с электронным пучком, базирующиеся на концепции медленно меняющихся в пространстве и времени амплитуд волн. Это исследование новых типов микроволновых генераторов и усилителей, таких как сверхразмерные релятивистские генераторы с дифракционной селекцией мод, ЛСЭ, генераторы сверхизлучения и т. д. Наконец, это изучение различных экстремальных или нетрадиционных режимов функционирования «классических» устройств вакуумной электроники, таких как ЛБВ, ЛОВ, гиротроны, клистроны с распределенным взаимодействием, виркаторы, плазменные генераторы. В качестве таких режимов можно назвать синхронизацию, хаотические и гиперхаотические колебания, режимы генерации мощных одиночных импульсов.

В последнее десятилетие стало повсеместным использование для теоретического анализа работы различных СВЧ-приборов компьютерных кодов, обеспечивающих полное трехмерное моделирование взаимодействия потоков заряженных частиц с электромагнитными полями, таких как CST Partilce Studio, MAGIC 3D, KAPAT и других. Может показаться, что использование более простых нестационарных моделей, о которых шла речь в этом обзоре, уже не столь актуально. Однако наш опыт исследований в области нестационарной СВЧ-электроники говорит от том, что ситуация прямо противоположная. Получение всесторонней картины, раскрывающей в максимальной степени аспекты работы этих устройств, возможно только на пути взаимосвязанного использования теоретических подходов, методов и программ различного уровня сложности.

Список литературы

1. Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. Две лекции по нестационарной теории взаимодействия электронных пучков с электромагнитными волнами // Лекции по электронике СВЧ (3-я зимняя школа–семинар инженеров). Кн. 5. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1974. С. 88–142.
2. Электроника ламп с обратной волной / Под ред. В. Н. Шевчика и Д. И. Трубецкова. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1975. 195 с.
3. Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. Нестационарные нелинейные явления при взаимодействии электронного потока, движущегося в скрещенных полях, с обратной электромагнитной волной // Известия вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20, № 2. С. 300–312.
4. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ // Известия вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037–1052.
5. Безручко Б. П., Булгакова Л. В., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. Экспериментальное и теоретическое исследование стохастических автоколебаний в лампе обратной волны // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (5-я зимняя школа–семинар инженеров). Кн. 5. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1980. С. 25–77.
6. Безручко Б. П., Кузнецов С. П. Экспериментальное исследование нестационарных процессов в ЛОВО генераторе // Известия вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1053–1059.
7. Безручко Б. П., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. Экспериментальное наблюдение стохастических автоколебаний в динамической системе электронный пучок – обратная электромагнитная волна // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29, № 3. С. 180–184.
8. Безручко Б. П., Булгакова Л. В., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. Стохастические автоколебания и неустойчивость в лампе обратной волны // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 6. С. 1136–1139.
9. Трубецков Д. И., Четвериков А. П. Автоколебания в распределенных системах «электронный поток – встречная (обратная) электромагнитная волна» // Известия вузов. ПНД. 1994. Т. 2, № 5. С. 9–34.
10. Кузнецов С. П. Нелинейная динамика лампы обратной волны: автомодуляция, мультистабильность, контроль // Известия вузов. ПНД. 2006. Т. 14, № 4. С. 3–35. DOI: 10.18500/0869-6632-2006-14-4-3-35.
11. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. Нелинейные нестационарные уравнения взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем вблизи границы зоны Бриллюэна // Известия вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27, № 12. С. 1575–1583.
12. Ginzburg N. S., Nusinovich G. S., Zavolsky N. A. Theory of non-stationary processes in gyrotrons with low Q resonators // International Journal of Electronics. 1986. Vol. 61, no. 6. P. 881–894. DOI: 10.1080/00207218608920927.
13. Бункин Б. В., Гапонов-Грехов А. В., Ельчанинов А. С., Загулов Ф. Я., Коровин С. Д., Месяц Г. А., Осипов М. Л., Отливанчик Е. А., Петелин М. И., Прохоров А. М., Ростов В. В., Сараев А. П., Сусакаян И. П., Сморгонский А. В., Суворов В. А. Радиолокатор на основе СВЧ-генератора с релятивистским электронным пучком // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18, № 9. С. 61–65.
14. Ginzburg N. S., Novozhilova N. Y., Zotova I. V., Sergeev A. S., Peskov N. Y., Phelps A. D. R., Wiggins S. M., Cross A. W., Ronald K., He W., Shpak V. G., Yalandin M. I., Shunailov S. A., Ulmaskulov M. R., Tarakanov V. P. Generation of powerful subnanosecond microwave pulses by intense electron bunches moving in a periodic backward wave structure in the superradiative regime // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60, no. 3. P. 3297–3304. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.3297.
15. Korovin S. D., Eltchaninov A. A., Rostov V. V., Shpak V. G., Yalandin M. I., Ginzburg N. S., Sergeev A. S., Zotova I. V. Generation of Cherenkov superradiance pulses with a peak power exceeding the power of driving short electron beam // Phys. Rev. E. 2006. Vol. 74, no. 1. P. 016501. DOI: 10.1103/PhysRevE.74.016501.
16. Месяц Г. А., Яландин М. И. Пикосекундная электроника больших мощностей // УФН. 2005. Т. 175, № 3. С. 225–246. DOI: 10.3367/UFNr.0175.200503a.0225.

17. *Deacon D. A. G., Elias L. R., Madey J. M. J., Ramian G. J., Schwettman H. A., Smith T. I.* First operation of a free-electron laser // *Phys. Rev. Lett.* 1977. Vol. 38, no. 16. P. 892–894. DOI: 10.1103/PhysRevLett.38.892.
18. *Bogomolov Y. L., Bratman V. L., Ginzburg N. S., Petelin M. I., Yunakovsky A. D.* Nonstationary generation in free electron lasers // *Optics Communications.* 1981. Vol. 36, no. 3. P. 209–212. DOI: 10.1016/0030-4018(81)90359-X.
19. *Dumbrajs O., Nusinovich G. S.* Azimuthal instability of radiation in gyrotrons with overmoded resonators // *Phys. Plasmas.* 2005. Vol. 12, no. 5. P. 053106. DOI: 10.1063/1.1900603.
20. *Гинзбург Н. С., Малкин А. М., Железнов И. В., Заславский В. Ю., Сергеев А. С.* Стимулированное черенковское излучение релятивистского электронного пучка, движущегося над периодически-гофрированной поверхностью (квазиоптическая теория) // *ЖЭТФ.* 2013. Т. 144, № 6. С. 1115–1128.
21. *Ginzburg N. S., Peskov N. Y., Sergeev A. S., Phelps A. D. R., Konoplev I. V., Robb G. R. M., Cross A. W., Arzhannikov A. V., Sinitsky S. L.* Theory and design of a free-electron maser with two-dimensional feedback driven by a sheet electron beam // *Phys. Rev. E.* 1999. Vol. 60, no. 1. P. 935–945. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.935.
22. *Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С., Заславский В.Ю., Аржанников А.В., Синицкий С.Л.* Двумерная распределенная обратная связь как метод генерации мощного когерентного излучения от пространственно-развитых релятивистских электронных пучков // *Известия вузов. ПНД.* 2020. Т. 28, № 6. С. 575–632. DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-6-575-632.
23. *Гинзбург Н. С., Зотова И. В.* Электроника СВЧ как искусство управления потоками энергии // *Известия вузов. ПНД.* 2012. Т. 20, № 5. С. 51–83. DOI: 10.18500/0869-6632-2012-20-5-51-83.
24. *Antonsen T. M., Levush B.* Mode competition and suppression in free electron laser oscillators // *Physics of Fluids B: Plasma Physics.* 1989. Vol. 1, no. 5. P. 1097–1108. DOI: 10.1063/1.858980.
25. *Miller S. M., Antonsen T. M., Levush B., Bromborsky A., Abe D. K., Carmel Y.* Theory of relativistic backward wave oscillators operating near cutoff // *Phys. Plasmas.* 1994. Vol. 1, no. 3. P. 730–740. DOI: 10.1063/1.870818.
26. *Ginzburg N. S., Malkin A. M., Sergeev A. S., Zotova I. V., Zaslavsky V. Y., Zheleznov I. V.* 3D quasi-optical theory of terahertz superradiance of an extended electron bunch moving over a corrugated surface // *Phys. Rev. Lett.* 2013. Vol. 110, no. 18. P. 184801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.184801.
27. *Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Советское радио, 1973. 400 с.
28. *Вайнштейн Л. А.* Переходные процессы при возбуждении волноводов // *Известия вузов. ПНД.* 1998. Т. 6, № 1. С. 21–24.
29. *Кац А. М., Ильина Е. М., Манькин И. А.* Нелинейные явления в СВЧ приборах О-типа с длительным взаимодействием. М.: Советское радио, 1975. 296 с.
30. *Шевчик В. Н., Трубецков Д. И.* Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Советское радио, 1970. 584 с.
31. *Бочаров Е. П., Гаврилов М. В., Лёвин Ю. И., Соколов Д. В., Трубецков Д. И., Шараевский Ю. П.* Теория лучевых приборов магнетронного типа // *Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (2-я зимняя школа-семинар инженеров).* Кн. 5. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1972.
32. *Feinstein J., Kino G. S.* The large-signal behavior of crossed-field traveling-wave devices // *Proc. IRE.* 1957. Vol. 45, no. 10. P. 1364–1373. DOI: 10.1109/JRPROC.1957.278222.
33. *Рыскин Н. М., Трубецков Д. И.* Нелинейные волны. М.: ЛЕНАНД, 2017. 312 с.
34. *Рабинович М. И., Трубецков Д. И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.
35. *Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М.* Нелинейные колебания. М.: ЛЕНАНД, 2020. 352 с.
36. *Кузнецов С. П.* Динамический хаос. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 296 с.
37. *Рыскин Н. М., Титов В. Н., Трубецков Д. И.* Детали перехода к хаосу в системе электронный пучок – обратная электромагнитная волна // *Доклады Академии Наук.* 1998. Т. 358, № 5. С. 620–623.

38. Рыскин Н. М., Титов В. Н. О сценарии перехода к хаосу в однопараметрической модели лампы обратной волны // Известия вузов. ПНД. 1998. Т. 6, № 1. С. 75–92.
39. Ryskin N. M., Titov V. N. Nonlinear dynamics of the backward-wave oscillator // J. Commun. Technol. Electron. 2000. Vol. 45, Suppl. 1. P. S46–S52.
40. Рыскин Н. М., Титов В. Н. Исследование автомодуляционных режимов колебаний в релятивистской лампе обратной волны // Известия вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 6. С. 566–572.
41. Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. Хаос и гиперхаос в лампе обратной волны // Известия вузов. Радиофизика. 2004. Т. 48, № 5–6. С. 383–398.
42. Blokhina E. V., Kuznetsov S. P., Rozhnev A. G. High-dimensional chaos in a gyrotron // IEEE Trans. Electron Devices. 2007. Vol. 54, no. 2. P. 188–193. DOI: 10.1109/TED.2006.888757.
43. Розенталь Р. М., Исаева О. Б., Гинзбург Н. С., Зотова И. В., Сергеев А. С., Рожнев А. Г., Тараканов В. П. Автомодуляционные и хаотические режимы генерации в двухрезонаторном гироклистроне с запаздывающей обратной связью // Известия вузов. ПНД. 2018. Т. 26, № 3. С. 78–98. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-78-98.
44. Ковалев Н. Ф., Петелин М. И. Селекция мод в высокочастотных релятивистских электронных генераторах с распределенным взаимодействием // В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 62–100.
45. Rehler N. E., Eberly J. H. Superradiance // Phys. Rev. A. 1971. Vol. 3, no. 5. P. 1735–1751. DOI: 10.1103/PhysRevA.3.1735.
46. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 215 с.
47. Power J. G. Overview of photoinjectors // AIP Conference Proceedings. 2010. Vol. 1299, no. 1. P. 20–28. DOI: 10.1063/1.3520316.

References

1. Kuznetsov SP, Trubetskov DI. Two lectures on the nonstationary theory of electron beam interaction with electromagnetic waves. In: Lectures on Microwave Electronics. (3rd Winter School–Seminar for Engineers). Book 5. Saratov: Saratov State University Publishing House; 1974. P. 88–142 (in Russian).
2. Shevchik VN, Trubetskov DI, editors. Electronics of Backward-Wave Oscillators. Saratov: Saratov State University Publishing House; 1975. 195 p. (in Russian).
3. Kuznetsov SP, Trubetskov DI. Nonlinear transients during interaction between the electron beam moving in crossed fields and the backward electromagnetic wave. Radiophys. Quantum Electron. 1977;20(2):204–213. DOI: 10.1007/BF01034210.
4. Ginzburg NS, Kuznetsov SP, Fedoseeva TN. Theory of transients in relativistic backward wave tubes. Radiophys. Quantum Electron. 1978;21(7):728–739. DOI: 10.1007/BF01033055.
5. Bezruchko BP, Bulgakova LV, Kuznetsov SP, Trubetskov DI. Experimental and theoretical study of stochastic self-oscillations in a backward-wave oscillator. In: Lectures on Microwave Electronics and Radiophysics. (5th Winter School–Seminar for Engineers). Book 5. Saratov: Saratov State University Publishing House; 1980. P. 25–77 (in Russian).
6. Bezruchko BP, Kuznetsov SP. Experimental investigation of nonlinear nonstationary processes in a type O backward-wave tube oscillator. Radiophys. Quantum Electron. 1978;21(7):739–744. DOI: 10.1007/BF01033056.
7. Bezruchko BP, Kuznetsov SP, Trubetskov DI. Experimental observation of stochastic self-oscillations in the electron beam-backscattered electromagnetic wave dynamic system. JETP Letters. 1979;29(3):162–165.
8. Bezruchko BP, Bulgakova LV, Kuznetsov SP, Trubetskov DI. Stochastic self-oscillations and instability in a backward wave tube. Radio Engineering and Electronic Physics. 1983;28(6):76–80.
9. Trubetskov DI, Chetverikov AP. Oscillations in extended systems «electron beam – backward

- electromagnetic waves». *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 1994;2(5):9–34 (in Russian).
10. Kuznetsov SP. Nonlinear dynamics of backward-wave tube: self-modulation, multi-stability, control. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2006;14(4):3–35 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2006-14-4-3-35.
 11. Kuznetsov AP, Kuznetsov SP. Nonlinear nonstationary equation of interaction between an electron beam and electromagnetic field near the Brillouin zone boundary. *Radiophys. Quantum Electron*. 1984;27(12):1099–1105. DOI: 10.1007/BF01039225.
 12. Ginzburg NS, Nusinovich GS, Zavolsky NA. Theory of non-stationary processes in gyrotrons with low Q resonators. *International Journal of Electronics*. 1986;61(6):881–894. DOI: 10.1080/00207218608920927.
 13. Bunkin BV, Gaponov-Grekhov AV, Elchaninov AS, Zagulov FY, Korovin SD, Mesyats GA, Osipov ML, Otlivanchik EA, Petelin MI, Prokhorov AM, Rostov VV, Saraev AP, Sisakyan IP, Smorgonskiy AV, Suvorov VA. Radar based on UHF-generator with relativistic electron-beam. *Sov. Tech. Phys. Lett.* 1992;18(9):61–65 (in Russian).
 14. Ginzburg NS, Novozhilova NY, Zotova IV, Sergeev AS, Peskov NY, Phelps ADR, Wiggins SM, Cross AW, Ronald K, He W, Shpak VG, Yalandin MI, Shunailov SA, Ulmaskulov MR, Taranov VP. Generation of powerful subnanosecond microwave pulses by intense electron bunches moving in a periodic backward wave structure in the superradiative regime. *Phys. Rev. E*. 1999;60(3):3297–3304. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.3297.
 15. Korovin SD, Eltchaninov AA, Rostov VV, Shpak VG, Yalandin MI, Ginzburg NS, Sergeev AS, Zotova IV. Generation of Cherenkov superradiance pulses with a peak power exceeding the power of driving short electron beam. *Phys. Rev. E*. 2006;74(1):016501. DOI: 10.1103/PhysRevE.74.016501.
 16. Mesyats GA, Yalandin MI. High-power picosecond electronics. *Physics-Uspekhi*. 2005;48(3):211–229. DOI: 10.1070/PU2005v048n03ABEH002113.
 17. Deacon DAG, Elias LR, Madey JMJ, Ramian GJ, Schwettman HA, Smith TI. First operation of a free-electron laser. *Phys. Rev. Lett.* 1977;38(16):892–894. DOI: 10.1103/PhysRevLett.38.892.
 18. Bogomolov YL, Bratman VL, Ginzburg NS, Petelin MI, Yunakovsky AD. Nonstationary generation in free electron lasers. *Optics Communications*. 1981;36(3):209–212. DOI: 10.1016/0030-4018(81)90359-X.
 19. Dumbrajs O, Nusinovich GS. Azimuthal instability of radiation in gyrotrons with overmoded resonators. *Phys. Plasmas*. 2005;12(5):053106. DOI: 10.1063/1.1900603.
 20. Ginzburg NS, Malkin AM, Zheleznov IV, Zaslavsky VY, Sergeev AS. Stimulated Cherenkov radiation of a relativistic electron beam moving over a periodically corrugated surface (quasi-optical theory). *J. Exp. Theor. Phys.* 2013;117(6):975–987. DOI: 10.1134/S1063776113140124.
 21. Ginzburg NS, Peskov NY, Sergeev AS, Phelps ADR, Konoplev IV, Robb GRM, Cross AW, Arzhannikov AV, Sinitsky SL. Theory and design of a free-electron maser with two-dimensional feedback driven by a sheet electron beam. *Phys. Rev. E*. 1999;60(1):935–945. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.935.
 22. Ginzburg NS, Peskov NY, Sergeev AS, Zaslavskij VJ, Arzhannikov AV, Sinitsky SL. Two-dimensional distributed feedback as a method for generation of powerful coherent radiation from spatially-extended relativistic electron beams. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2020;28(6):575–632 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-6-575-632.
 23. Ginzburg NS, Zotova IV. Microwave electronics as art of energy flows manipulation. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2012;20(5):51–83 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2012-20-5-51-83.
 24. Antonsen TM, Levush B. Mode competition and suppression in free electron laser oscillators. *Physics of Fluids B: Plasma Physics*. 1989;1(5):1097–1108. DOI: 10.1063/1.858980.

25. Miller SM, Antonsen TM, Levush B, Bromborsky A, Abe DK, Carmel Y. Theory of relativistic backward wave oscillators operating near cutoff. *Phys. Plasmas*. 1994;1(3):730–740. DOI: 10.1063/1.870818.
26. Ginzburg NS, Malkin AM, Sergeev AS, Zotova IV, Zaslavsky VY, Zheleznov IV. 3D quasioptical theory of terahertz superradiance of an extended electron bunch moving over a corrugated surface. *Phys. Rev. Lett.* 2013;110(18):184801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.184801.
27. Vainshtein LA, Solntsev VA. *Lectures on Microwave Electronics*. Moscow: Sovetskoe Radio; 1973. 400 p. (in Russian).
28. Vainshtein LA. Transient processes of excitation of waveguides. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 1998;6(1):21–24 (in Russian).
29. Kats AM, Il'ina EM, Man'kin IA. *Nonlinear Phenomena in O-Type Microwave Devices with Long-Term Interaction*. Moscow: Sovetskoe Radio; 1975. 296 p. (in Russian).
30. Shevchik VN, Trubetskov DI. *Analytical Methods of Calculation in Microwave Electronics*. Moscow: Sovetskoe Radio; 1970. 584 p. (in Russian).
31. Bocharov EP, Gavrilov MV, Levin YI, Sokolov DV, Trubetskov DI, Sharaevskii YP. Theory of magnetron-type electron beam tubes. In: *Lectures on Microwave Electronics. (2nd Winter School–Seminar for Engineers)*. Book 5. Saratov: Saratov State University Publishing House; 1972 (in Russian).
32. Feinstein J, Kino GS. The large-signal behavior of crossed-field traveling-wave devices. *Proc. IRE*. 1957;45(10):1364–1373. DOI: 10.1109/JRPROC.1957.278222.
33. Ryskin NM, Trubetskov DI. *Nonlinear Waves*. Moscow: LENAND; 2017. 312 p. (in Russian).
34. Rabinovich MI, Trubetskov DI. *Oscillations and Waves in Linear and Nonlinear Systems*. Netherlands: Springer; 1989. 578 p. DOI: 10.1007/978-94-009-1033-1.
35. Kuznetsov AP, Kuznetsov SP, Ryskin NM. *Nonlinear Oscillations*. Moscow: LENAND; 2020. 352 p. (in Russian).
36. Kuznetsov SP. *Dynamical Chaos*. Moscow: FIZMATLIT; 2001. 296 p. (in Russian).
37. Ryskin NM, Titov VN, Trubetskov DI. Transition to chaotic regime in a system composed of an electron beam and an inverse electromagnetic wave. *Doklady Physics*. 1998;43(2):90–93.
38. Ryskin NM, Titov VN. On the transition to chaos scenario in one parameter model of a backward wave oscillator. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 1998;6(1):75–92 (in Russian).
39. Ryskin NM, Titov VN. Nonlinear dynamics of the backward-wave oscillator. *J. Commun. Technol. Electron*. 2000;45(Suppl. 1):S46–S52.
40. Ryskin NM, Titov VN. Self-modulation oscillatory modes in a relativistic backward-wave oscillator. *Radiophys. Quantum Electron*. 1999;42(6):500–505. DOI: 10.1007/BF02677588.
41. Kuznetsov SP, Trubetskov DI. Chaos and hyperchaos in a backward-wave oscillator. *Radiophys. Quantum Electron*. 2004;47(5–6):341–355. DOI: 10.1023/B:RAQE.0000046309.49269.af.
42. Blokhina EV, Kuznetsov SP, Rozhnev AG. High-dimensional chaos in a gyrotron. *IEEE Trans. Electron Devices*. 2007;54(2):188–193. DOI: 10.1109/TED.2006.888757.
43. Rozental RM, Isaeva OB, Ginzburg NS, Zotova IV, Sergeev AS, Rozhnev AG, Tarakanov VP. Automodulation and chaotic regimes of generation in a two-resonator gyrokystron with delayed feedback. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2018;26(3):78–98 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-3-78-98.
44. Kovalev NF, Petelin MI. Mode selection in high-frequency relativistic electron generators with distributed interaction. In: *Relativistic High-Frequency Electronics. Problems of Increase of Power and Frequency of Radiation*. Gorky: Institute of Applied Physics of the USSR Academy of Sciences; 1981. P. 62–100 (in Russian).
45. Rehler NE, Eberly JH. Superradiance. *Phys. Rev. A*. 1971;3(5):1735–1751. DOI: 10.1103/PhysRevA.3.1735.
46. Katzenelenbaum BZ. *Theory of Irregular Waveguides with Slowly Varying Parameters*. Moscow: Publishing House of the USSR Academy of Sciences; 1961. 216 p. (in Russian).
47. Power JG. Overview of photoinjectors. *AIP Conference Proceedings*. 2010;1299(1):20–28. DOI: 10.1063/1.3520316.

Рыскин Никита Михайлович окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1991). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1996) и доктора физико-математических наук (2005). Главный научный сотрудник, заведующий лабораторией Саратовского филиала ИРЭ РАН. Заведующий кафедрой динамических систем СГУ на базе СФ ИРЭ РАН. Область научных интересов: нелинейная теория колебаний и волн, приборы вакуумной электроники ТГц-диапазона, вакуумная микроэлектроника. Имеет более 200 научных публикаций по указанным выше направлениям.

Россия, 410019 Саратов, Зелёная, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
имени В. А. Котельникова РАН
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: ryskinm@info.sgu.ru
ORCID: 0000-0001-8501-6658

Рожнев Андрей Георгиевич родился в Саратове (1959). Окончил физический факультет СГУ (1981). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (2019). С 1981 года работал в различных должностях на кафедре электроники СГУ, а также в НИИ механики и физики СГУ. В настоящее время – старший научный сотрудник СФ ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН. Область научных интересов – вакуумная СВЧ-электроника, вакуумная микроэлектроника, вычислительная электродинамика, оптика, теория колебаний и волн. Автор более 100 статей и соавтор нескольких учебных пособий для физических специальностей вузов.

Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
имени В. А. Котельникова РАН
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: RozhnevAG@gmail.com
ORCID: 0000-0003-4687-1357

Гинзбург Наум Самуилович – родился в Горьком (1952), окончил радиофизический факультет Горьковского государственного университета (ГГУ, 1974). После окончания ГГУ работает в Институте прикладной физики РАН (ИПФ РАН). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1984) и доктора физико-математических наук (1993) в области физической электроники. В настоящее время – член-корреспондент РАН, заведующий отделом Высокочастотной релятивистской электроники ИПФ РАН, профессор Нижегородского государственного университета (ННГУ), главный научный сотрудник ИЯФ СО РАН (по совместительству). Область научных интересов включает лазеры на свободных электронах, мазеры на циклотронном резонансе, релятивистские генераторы поверхностной волны, многочастотные процессы в электронных СВЧ-приборах с распределенным взаимодействием, эффекты канализации и сверхизлучения, плазменные и пучковые неустойчивости. Лауреат премии им. Ленинского комсомола (1980), Государственной премии РФ (2003). Автор более 250 статей и обзоров по указанной проблематике.

Россия, 603950 Нижний Новгород, Ульянова, 46
Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной физики Российской академии наук
E-mail: ginzburg@ipfran.ru
ORCID: 0000-0001-7729-1035

Зотова Ирина Валерьевна – родилась в Горьком (1968). Окончила радиофизический факультет Горьковского государственного университета (1990). После окончания ГГУ начала работать в Институте прикладной физики РАН. Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата (1999) и доктора (2016) физико-математических наук. В настоящее время – ведущий научный сотрудник ИПФ РАН.

Россия, 603950 Н. Новгород, БОКС-120, Ульянова, 46
Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной физики Российской академии наук
E-mail: zotova@appl.sci-nnov.ru
ORCID: 0000-0003-0350-2615

Рыскин Н. М., Рожнев А. Г., Гинзбург Н. С., Зотова И. В.
Известия вузов. ПНД, 2021, т. 29, № 4