

Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2021. Т. 29, № 6  
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2021;29(6)

Научная статья

УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-6-943-952

## Влияние неоднородности параметров на существование химерных структур в кольце нелокально связанных отображений

В. А. Нечаев, Е. В. Рыбалова✉, Г. И. Стрелкова

Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия  
E-mail: nechaev.vas2021@bk.ru, ✉rybalovaev@gmail.com, strelkovagi@sgu.ru

Поступила в редакцию 26.05.2021, принята к публикации 18.08.2021,  
опубликована 30.11.2021

**Аннотация.** Целью настоящего исследования является изучение влияния неоднородности управляющего параметра всех парциальных элементов кольца нелокально связанных хаотических отображений на возможность наблюдения химерных структур в данной системе и сравнение изменений области реализации химер при различных способах введения неоднородности. **Методы.** В данной работе строятся мгновенные пространственные профили динамики системы при различных значениях параметров, а также пространственные распределения значений коэффициента взаимной корреляции, которые позволяют определить режим, наблюдаемый в системе при этих параметрах. Для повышения точности получаемых результатов исследования проводятся для пятидесяти различных реализаций начальных состояний элементов в кольце. **Результаты.** Показано, что фиксированное неоднородное распределение управляющих параметров при увеличении интенсивности шума ведет к увеличению интервала наблюдения химерных состояний по силе связи между элементами. При этом граница, лежащая в области больших значений силы связи, изменяется сильнее, чем соответствующая малым значениям силы связи. Обратный эффект дает постоянное шумовое воздействие на управляющий параметр. В этом случае увеличение интенсивности шума ведет к уменьшению интервала существования химерных состояний. При этом характер распределения случайной величины (нормальное или равномерное распределение) принципиально не влияет на наблюдаемые изменения в динамике кольца. Построены области реализации химерных состояний на плоскости параметров «сила связи – интенсивность шума». **Заключение.** Исследовано изменение области существования химерных состояний по параметру силы связи между элементами в кольце нелокально связанных логистических отображений при различных характеристиках неоднородного распределения значений управляющих параметров парциальных элементов. Показано, что для увеличения области существования химерных структур управляющие параметры элементов должны быть неоднородно распределены по всему ансамблю. Для уменьшения же данной области следует использовать постоянное шумовое воздействие на управляющие параметры элементов.


**Ключевые слова:** логистическое отображение, ансамбль, химерные состояния, неоднородность, шумовое воздействие.

**Благодарности.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-12-00119).


**Для цитирования:** Нечаев В. А., Рыбалова Е. В., Стрелкова Г. И. Влияние неоднородности параметров на существование химерных структур в кольце нелокально связанных отображений // Известия вузов. ПНД. 2021. Т. 29, № 6. С. 943–952. DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-6-943-952

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

## Influence of parameters inhomogeneity on the existence of chimera states in a ring of nonlocally coupled maps

V. A. Nechaev, E. V. Rybalova , G. I. Strelkova

Saratov State University, Russia

E-mail: nechaev.vas2021@bk.ru, rybalovaev@gmail.com, strelkovagi@sgu.ru

Received 26.05.2021, accepted 18.08.2021, published 30.11.2021

**Abstract.** The aim of the research is to study the influence of inhomogeneity in a control parameter of all partial elements in a ring of nonlocally coupled chaotic maps on the possibility of observing chimera states in the system and to compare the changes in regions of chimera realization using different methods of introducing the inhomogeneity. *Methods.* In this paper, snapshots of the system dynamics are constructed for various values of the parameters, as well as spatial distributions of cross-correlation coefficient values, which enable us to determine the regime observed in the system for these parameters. To improve the accuracy of the obtained results, the numerical studies are carried out for fifty different realizations of initial conditions of the ring elements. *Results.* It is shown that a fixed inhomogeneous distribution of the control parameters with increasing noise intensity leads to an increase in the range of the coupling strength where chimera states are observed. With this, the boundary lying in the region of strong coupling changes more significantly as compared with the case of weak coupling strength. The opposite effect is provided when the control parameters are permanently affected by noise. In this case increasing the noise intensity leads to a decrease in the interval of existence of chimera states. Additionally, the nature of the random variable distribution (normal or uniform one) does not strongly influence the observed changes in the ring dynamics. The regions of existence of chimera states are constructed in the plane of «coupling strength – noise intensity» parameters. *Conclusion.* We have studied how the region of existence of chimeras changes when the coupling strength between the ring elements is varied and when different characteristics of the inhomogeneous distribution of the control parameters are used. It has been shown that in order to increase the region of observing chimera states, the control parameters of the elements must be distributed inhomogeneously over the entire ensemble. To reduce this region, a constant noise effect on the control parameters should be used.

**Keywords:** logistic map, ensemble, chimera state, heterogeneity, noise influence.

**Acknowledgements.** The research was carried out in the framework of the grant of the Russian Science Foundation (project no. 20-12-00119).

**For citation:** Nechaev VA, Rybalova EV, Strelkova GI. Influence of parameters inhomogeneity on the existence of chimera states in a ring of nonlocally coupled maps. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2021;29(6):943–952.

DOI: 10.18500/0869-6632-2021-29-6-943-952

*This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).*

### Введение

Важной задачей нелинейной динамики является изучение сложных пространственно-временных режимов, а также условий их установления, поддержания, разрушения или синхронизации [1–4]. В последнее время большое число исследований посвящено анализу эволюции и свойств особых типов пространственно-временных структур – химерных состояний, обнаруженных в ансамблях нелокально связанных элементов [4–7]. Принимая во внимание тот факт, что случайные возмущения неизбежно присутствуют во многих реальных системах и в той или иной степени влияют на режимы их функционирования, актуальной задачей является анализ влияния внешних воздействий на устойчивость и эволюцию наблюдаемых сложных режимов динамики системы. Применительно к химерным структурам было показано, что введение шума в систему индуцирует появление новых типов химерных состояний, таких как химера уединенных состояний [8] и когерентно-резонансная химера [9]. В работе [10] было показано, что шумовая модуляция параметров межслойной связи в двухслойной сети логистических отображений при определенных условиях может приводить к синхронизации химерных состояний, наблюдающихся в двух слоях

без связи. Были также проведены исследования влияния воздействия аддитивного шума на амплитудные химеры в потоковых системах [11] и отображениях [12, 13].

Впервые динамика кольца нелокально связанных логистических отображений была исследована в работе [6] при изменении параметров нелокальной связи и при выборе режима хаотической динамики в каждом парциальном элементе ансамбля. Было показано, что переход от полной хаотической синхронизации к полной некогерентности при уменьшении силы нелокальной связи происходит через возникновение химерных состояний. Позже в работе [14] эти структуры были классифицированы как фазовые химеры. Кроме того, было также установлено [14], что в кольце нелокально связанных логистических отображений может устанавливаться амплитудная химера, имеющая конечное время жизни, после которого она переходит в режим фазовой химеры [12, 13]. Исследования влияния аддитивного шума в такой системе показали, что шумовое воздействие способно увеличивать время жизни амплитудных химер [12, 13]. Влияние неоднородного распределения управляющего параметра парциальных элементов в кольце нелокально связанных логистических отображений впервые было исследовано в работе [15], где было показано уменьшение областей когерентной динамики с различным волновым числом.

Настоящая работа направлена на расширение ранее полученных результатов исследований влияния неоднородности управляющего параметра парциальных элементов кольца нелокально связанных хаотических отображений на возможность установления режима фазовых химер и химер уединенных состояний при постоянном изменении значений управляющих параметров на каждой итерации и при их фиксированном распределении. При этом неоднородность вводится с помощью двух генераторов шума, имеющих равномерное и нормальное распределение. В нашей работе впервые проиллюстрированы изменения области наблюдения фазовых химер и химер уединенных состояний на плоскости параметров «силы связи между элементами – степень неоднородности». При этом все полученные результаты основываются на использовании достаточно большого количества реализаций начальных состояний парциальных элементов, приводящих к различным структурам фазовых химер, которые по-разному реагируют на введенную неоднородность.

## 1. Модель и методы исследования

Исследуемая в работе система представляет собой кольцо одномерных отображений с нелокальной связью и описывается следующим уравнением:

$$x_i^{n+1} = F_i^n + \frac{\sigma}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [F_j^n - F_i^n], \quad (1)$$

где  $x_i^n$  – динамическая переменная,  $n$  – дискретное время,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$  – номер элемента в кольце,  $N = 1000$ . Элементы внутри кольца связаны нелокальным образом: каждый  $i$ -й элемент связан с  $R = 320$  соседями слева и справа,  $\sigma$  – сила связи между элементами.  $F_i^n$  – правая часть уравнения, описывающего динамику парциального элемента.

В данной работе в качестве парциального элемента было выбрано логистическое отображение:  $F_i^n = f(x_i^n, \alpha_i^n) = \alpha_i^n x_i^n (1 - x_i^n)$ . Управляющий параметр  $\alpha_i^n$  в общем случае является случайно распределенной величиной. Данный параметр можно расписать как  $\alpha_i^n = \alpha_0 + D_\alpha \xi_i^n + A_\alpha \psi_i^n$ , где  $\xi_i^n$  – генератор шума с равномерным распределением в интервале  $[-1; 1]$ ,  $D_\alpha$  – интенсивность равномерно распределенного шума ( $2D_\alpha$  – ширина интервала, в котором равномерно распределены случайные значения),  $\psi_i^n$  – генератор шума со стандартным нормальным распределением ( $\mu = 0$ ,  $\sigma_\xi = 1$ ),  $A_\alpha$  – интенсивность нормально распределенного шума или стандартное отклонение. Параметр  $\alpha_0 = 3.8$  – среднее значение управляющего параметра, которое одинаково для всех элементов кольца. Неоднородность вводится двумя способами: 1) случайное распределение значений параметра по всему ансамблю задается в начале итерирования и оно фиксировано,

в этом случае  $\alpha_i = \alpha_0 + D_\alpha \xi_i + A_\alpha \psi_i$ ; 2) случайное распределение параметра меняется в начале каждой итерации, при этом  $\alpha_i^n = \alpha_0 + D_\alpha \xi_i^n + A_\alpha \psi_i^n$ .

Как известно, большая часть случайной величины с нормальным распределением расположена в интервале  $[-3A; 3A]$ , поэтому в нашей работе максимум интенсивности нормально распределенного шума выбирался в три раза меньше, чем максимум равномерно распределенного шума ( $D_{\max} = 3A_{\max}$ ). В связи с тем, что при  $\alpha > 4.0$  траектория логистического отображения уходит на бесконечность, то  $D_{\max} = 0.2$  и  $A_{\max} = 0.0667$  (так как  $\alpha_0 = 3.8$ ), а все значения  $\alpha > 4.0$  приравняются к  $\alpha = 3.9999999$ .

В силу того, что при большой неоднородности параметров сложно судить об общей динамике системы только по мгновенным профилям, в работе мы также приводим пространственное распределение значений коэффициента взаимной корреляции, который вычисляется по следующей формуле:

$$C_{1,i} = \frac{\langle \tilde{x}_1^n \tilde{x}_i^n \rangle}{\sqrt{\langle (\tilde{x}_1^n)^2 \rangle \langle (\tilde{x}_i^n)^2 \rangle}}, \quad i = 2, 3, \dots, N, \quad (2)$$

где  $\tilde{x}_i^n = x_i^n - \langle x_i \rangle$ ,  $\langle x_i \rangle$  – усреднение значений переменной  $x_i$ , все усреднения проводятся по  $T = 50000$  итерациям. Величина (2) показывает степень синхронизации между первым элементом ансамбля и всеми остальными и изменяется от «-1» до 1, где «1» соответствует полной синфазной синхронизации, «-1» – противофазной синхронизации. При отсутствии корреляции между элементами данный коэффициент равен 0.

## 2. Неоднородное распределение значений управляющего параметра по ансамблю

Рассмотрим динамику ансамбля (1), когда случайное распределение значений параметра  $\alpha_i$  всех элементов задается в начале итерирования и фиксируется для всех последующих вычислений. На рис. 1 приведен ряд мгновенных профилей и распределений значений взаимной корреляции, иллюстрирующих эволюцию режимов динамики кольца в случае неоднородности по параметрам  $\alpha_i$ ,

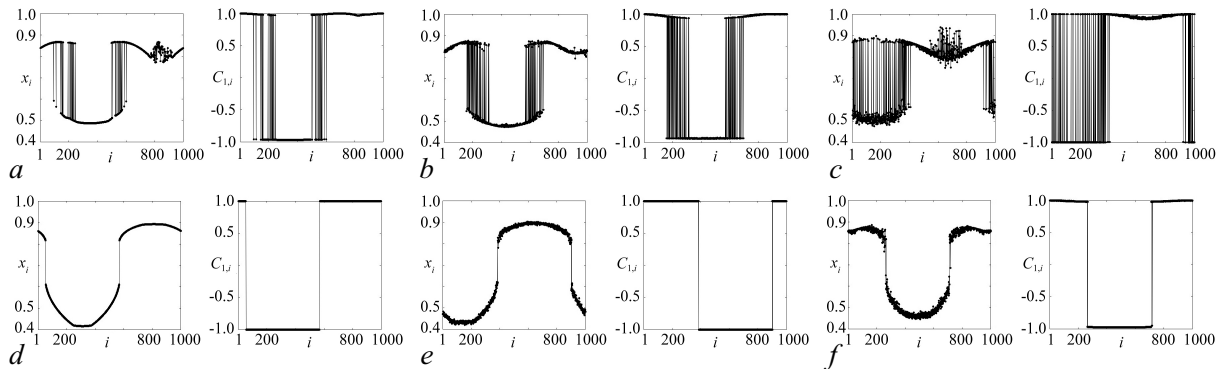


Рис. 1. Эволюция пространственно-временных структур в кольце (1) при изменении стандартного отклонения  $A_\alpha$  распределения значений  $\alpha_i$  для случая фиксированного распределения параметра и при различных значениях силы связи  $\sigma$ . Мгновенные профили (слева) и пространственные распределения величины  $C_{1,i}$  (справа) при  $A_\alpha = 0$ ,  $\sigma = 0.290$  (a);  $A_\alpha = 0.0323$ ,  $\sigma = 0.290$  (b);  $A_\alpha = 0.0629$ ,  $\sigma = 0.290$  (c);  $A_\alpha = 0$ ,  $\sigma = 0.380$  (d);  $A_\alpha = 0.0323$ ,  $\sigma = 0.380$  (e);  $A_\alpha = 0.0629$ ,  $\sigma = 0.380$  (f). Остальные параметры:  $\alpha_0 = 3.8$ ,  $D_\alpha = 0$ ,  $P = 320$ ,  $N = 1000$

Fig. 1. Evolution of spatiotemporal structures in the ring (1) with a change in the standard deviation  $A_\alpha$  of the distribution of  $\alpha_i$  values for the fixed distribution of the parameter and for different values of the coupling strength  $\sigma$ . Snapshots (left) and spatial distributions of  $C_{1,i}$  (right) for  $A_\alpha = 0$ ,  $\sigma = 0.290$  (a);  $A_\alpha = 0.0323$ ,  $\sigma = 0.290$  (b);  $A_\alpha = 0.0629$ ,  $\sigma = 0.290$  (c);  $A_\alpha = 0$ ,  $\sigma = 0.380$  (d);  $A_\alpha = 0.0323$ ,  $\sigma = 0.380$  (e);  $A_\alpha = 0.0629$ ,  $\sigma = 0.380$  (f). Other parameters:  $\alpha_0 = 3.8$ ,  $D_\alpha = 0$ ,  $P = 320$ ,  $N = 1000$

заданной в соответствии с нормальным распределением ( $A_\alpha \neq 0, D_\alpha = 0$ ). Когда связь между элементами довольно слабая, но ее величины достаточно для установления химерных структур, рост стандартного отклонения ведет к расширению некогерентных кластеров фазовой и амплитудной химеры (рис. 1, *a-c*). Более того, увеличение  $A_\alpha$  может приводить к рождению некогерентного кластера амплитудной химеры, который отсутствует в кольце с однородным распределением параметра  $\alpha_i$ . При сильной связи между элементами (рис. 1, *d*) в отсутствие неоднородного распределения управляющего параметра динамика ансамбля (1) характеризуется мгновенным пространственным профилем с двумя разрывами (см. рис. 1, *d*,  $53 < i < 54$ ,  $569 < i < 570$ ), на месте которых рождаются некогерентные кластеры фазовой химеры при уменьшении силы связи [6]. Введение в систему неоднородного распределения значений  $\alpha_i$  ведет к появлению некогерентных кластеров, которые отчетливо видны на пространственном распределении значений взаимной корреляции (рис. 1, *e*,  $383 < i < 388$  и  $898 < i < 904$ , рис. 1, *f*,  $262 < i < 268$  и  $709 < i < 720$ ). Аналогичные изменения мгновенных пространственных профилей наблюдаются и в случае равномерного распределения значений параметра  $\alpha_i$  ( $A_\alpha = 0, D_\alpha \neq 0$ ).

Используя пространственные распределения значений  $C_{1,i}$ , по которым легче распознать фазовую химеру при сильно неоднородном разбросе значений управляющего параметра элементов (при больших значениях  $D_\alpha$  и  $A_\alpha$ ), были построены области существования фазовых химер на плоскости параметров  $(\sigma, D_\alpha)$  (рис. 2, *a*) и  $(\sigma, A_\alpha)$  (рис. 2, *b*). Для построения этих областей использовалось 50 различных реализаций начальных условий переменной  $x_i^0$ , случайно выбранных из интервала  $[0; 1)$ . Цветовая гамма на диаграммах соответствует количеству реализаций начальных условий ( $L$ ), которые приводят к реализации режимов фазовой химеры при данных параметрах. Красной линией показано медианное значение границ наблюдения фазовых химер по всем начальным условиям. Слева от области существования химер динамика кольца (1) характеризуется некогерентными профилями, а справа – когерентными. Как можно видеть из рис. 2, значительная разница между типом распределения (равномерное или нормальное) отсутствует, различие обусловлено только характером распределения по всему интервалу отклоне-

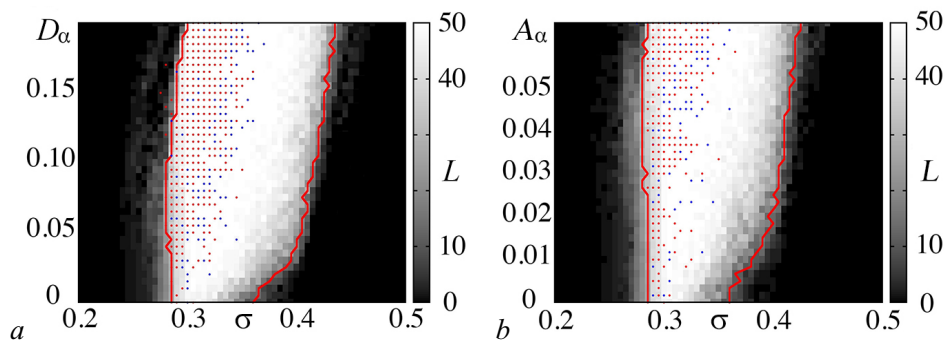


Рис. 2. Области существования химерных структур в кольце (1) для случая фиксированного распределения значений  $\alpha_i$  на плоскости параметров  $(\sigma, D_\alpha)$  при равномерном распределении (*a*) и  $(\sigma, A_\alpha)$  при нормальном распределении (*b*).  $L$  – количество реализаций начальных условий для переменных  $x_i$ , приводящих к установлению фазовых химер. Красными линиями показаны медианные значения границ наблюдения фазовых химер по всем начальным условиям. Красные и синие точки соответствуют значениям параметров, при которых наблюдаются химеры уединенных состояний для двух различных начальных условий. Остальные параметры:  $\alpha_0 = 3.8, P = 320, N = 1000$

Fig. 2. Regions of existence of chimera states in the ring (1) for the fixed distribution of  $\alpha_i$  values in the  $(\sigma, D_\alpha)$  parameter plane with the uniform distribution (*a*) and the  $(\sigma, A_\alpha)$  parameter plane with the normal distribution (*b*).  $L$  is the number of realizations of initial conditions for the variables  $x_i$ , leading to the establishment of phase chimeras. The red lines show the median values of the boundaries of observation of phase chimeras for all initial conditions. The red and blue dots correspond to the parameter values at which the solitary state chimeras are observed for two different realization of initial conditions. Other parameters:  $\alpha_0 = 3.8, P = 320, N = 1000$

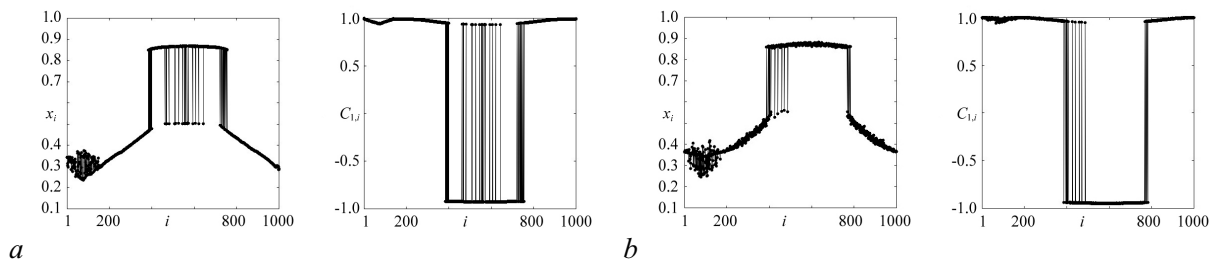


Рис. 3. Мгновенные профили (фрагменты слева) и пространственные распределения значений  $C_{1,i}$  (фрагменты справа) для режима химеры уединенных состояний в кольце (1) в случае неоднородности по параметру  $\alpha_i$ , заданной с помощью генератора шума с нормальным распределением при  $A_\alpha = 0.0017$ ,  $\sigma = 0.290$  (a) и  $A_\alpha = 0.0323$ ,  $\sigma = 0.305$  (b). Остальные параметры:  $\alpha_0 = 3.8$ ,  $P = 320$ ,  $N = 1000$

Fig. 3. Snapshots (left) and spatial distributions of  $C_{1,i}$  values (right) for the solitary state chimeras in the ring (1) in the case of inhomogeneity in the parameters  $\alpha_i$  given by a noise generator with normal distribution for  $A_\alpha = 0.0017$ ,  $\sigma = 0.290$  (a) and  $A_\alpha = 0.0323$ ,  $\sigma = 0.305$  (b). Other parameters:  $\alpha_0 = 3.8$ ,  $P = 320$ ,  $N = 1000$

ния от среднего значения  $\alpha_0$  (равномерное или сосредоточенное вокруг среднего значения для нормального распределения). Левая граница области существования химерных состояний почти не изменяется при увеличении параметра отклонения ( $D_\alpha$  и  $A_\alpha$ ) в отличие от правой границы, которая сдвигается в область больших значений  $\sigma$ .

Кроме выделенной области существования фазовых химер на плоскости параметров ( $\sigma$ ,  $D_\alpha$ ) и ( $\sigma$ ,  $A_\alpha$ ), были найдены значения параметров для двух реализаций начальных условий, при которых в системе наблюдаются химеры уединенных состояний. Данные параметры выделены на диаграммах (см. рис. 2) красными и синими точками. Проведенные исследования показали, что область существования химер уединенных состояний увеличивается с ростом параметра отклонения ( $D_\alpha$  и  $A_\alpha$ ), подобно области существования фазовых химер. На рис. 3 приведены мгновенные профили динамики кольца (1) и распределения значений взаимной корреляции для режимов с химерами уединенных состояний. На рис. 3, a некогерентный кластер с уединенными выбросами включает элементы  $460 < i < 645$ , на рис. 3, b – осцилляторы  $424 < i < 490$ .

### 3. Постоянное шумовое воздействие на управляющий параметр каждого элемента

Проанализируем эволюцию пространственно-временных режимов в ансамбле (1), когда случайное распределение значений управляющего параметра элементов изменяется на каждой итерации. В данном случае при малой силе связи между элементами кольца увеличение стандартного отклонения при нормальном распределении ( $A_\alpha \neq 0$ ,  $D_\alpha = 0$ ) (рис. 4, a-c) приводит к переходу ансамбля в режим пространственной некогерентности (рис. 4, c). В то же время значения коэффициента взаимной корреляции отличны от 0 и изменяются на уровне  $C_{1,i} \approx 0.9$ , то есть элементы в кольце колеблются во времени с определенной степенью согласованности. Таким образом, при слабой силе связи  $\sigma$  постоянное воздействие шума на управляющий параметр оказывает существенное влияние на форму пространственного профиля (химерные состояния исчезают и мгновенный профиль становится некогерентным), а не на временную динамику элементов ансамбля. Более интересная ситуация наблюдается при довольно сильной силе связи между элементами. Сначала, как и в рассмотренном в разделе 2 случае, постоянное воздействие шума на управляющий параметр ведет к возникновению фазовых химер при силе связи между элементами, которая в случае отсутствия неоднородности ( $A_\alpha = 0$ ,  $D_\alpha = 0$ ) соответствует профи-

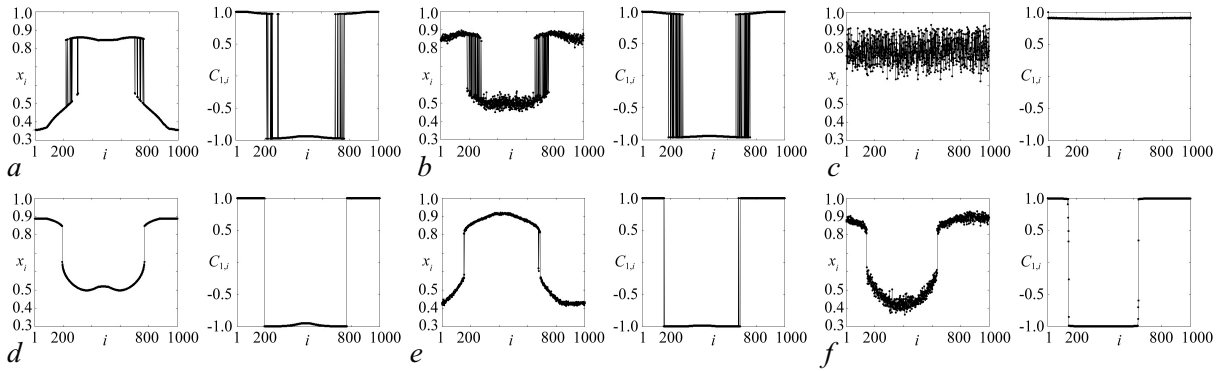


Рис. 4. Эволюция пространственно-временных структур в кольце (1) при изменении стандартного отклонения  $A_\alpha$  распределения значений  $\alpha_i$  для случая постоянного шумового воздействия на параметр и при различных значениях  $\sigma$ . Мгновенные профили (слева) и пространственные распределения величины  $C_{1,i}$  (справа) при  $A_\alpha=0$ ,  $\sigma = 0.290$  (a);  $A_\alpha = 0.0323$ ,  $\sigma = 0.290$  (b);  $A_\alpha = 0.0629$ ,  $\sigma = 0.290$  (c);  $A_\alpha = 0$ ,  $\sigma = 0.370$  (d);  $A_\alpha = 0.0153$ ,  $\sigma = 0.370$  (e);  $A_\alpha = 0.0646$ ,  $\sigma = 0.370$  (f). Остальные параметры:  $\alpha_0 = 3.8$ ,  $D_\alpha = 0$ ,  $P = 320$ ,  $N = 1000$

Fig. 4. Evolution of spatiotemporal structures in the ring (1) with a change in the standard deviation  $A_\alpha$  of the distribution of  $\alpha_i$  values for the constant noise impact on the parameters and for different values of  $\sigma$ . Snapshots (left) and spatial distributions of  $C_{1,i}$  (right) for  $A_\alpha = 0$ ,  $\sigma = 0.290$  (a);  $A_\alpha = 0.0323$ ,  $\sigma = 0.290$  (b);  $A_\alpha = 0.0629$ ,  $\sigma = 0.290$  (c);  $A_\alpha = 0$ ,  $\sigma = 0.370$  (d);  $A_\alpha = 0.0153$ ,  $\sigma = 0.370$  (e);  $A_\alpha = 0.0646$ ,  $\sigma = 0.370$  (f). Other parameters:  $\alpha_0 = 3.8$ ,  $D_\alpha = 0$ ,  $P = 320$ ,  $N = 1000$

лю с разрывами (рис. 4, d, e). Однако дальнейшее увеличение интенсивности  $A_\alpha$  вновь приводит к мгновенному профилю с разрывами (рис. 4, f). Такие же изменения в профиле наблюдаются при влиянии шума с равномерным распределением ( $A_\alpha = 0$ ,  $D_\alpha \neq 0$ ).

По аналогии с предыдущим разделом были построены области существования фазовых химер для случая постоянно действующего шума на управляющий параметр при равномерном ( $A_\alpha = 0$ ,  $D_\alpha \neq 0$ , рис. 5, a) и нормальном ( $A_\alpha \neq 0$ ,  $D_\alpha = 0$ , рис. 5, b) распределениях. Как видно из приведенных диаграмм, левая граница существования химер при малом параметре

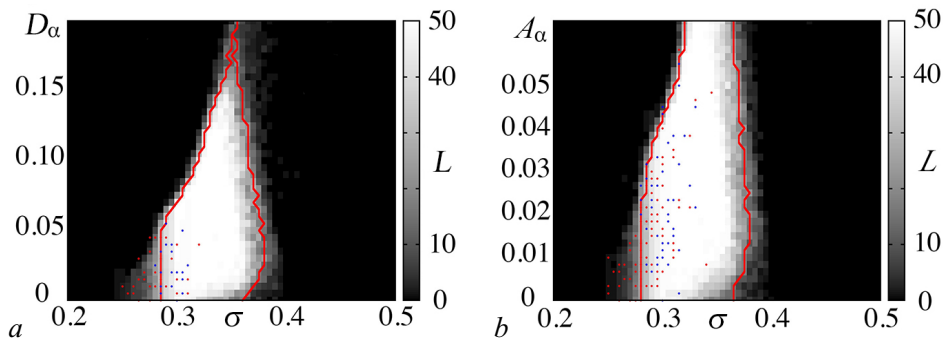


Рис. 5. Области существования химерных структур в кольце (1) для случая постоянного шумового воздействия на параметр  $\alpha_i$  на плоскости параметров  $(\sigma, D_\alpha)$  при равномерном распределении (a) и  $(\sigma, A_\alpha)$  при нормальном распределении (b).  $L$  – количество реализаций начальных условий динамических переменных  $x_i$ , приводящих к установлению фазовых химер. Красными линиями показаны медианные значения границ наблюдения фазовых химер по всем начальным условиям. Красными и синими точками отмечены значения параметров, соответствующие установлению химер уединенных состояний для двух различных начальных условий. Остальные параметры:  $\alpha_0 = 3.8$ ,  $P = 320$ ,  $N = 1000$

Fig. 5. Regions of existence of chimeras in the ring (1) for the constant noise impact on the  $\alpha_i$  values in the  $(\sigma, D_\alpha)$  parameter plane with the uniform distribution (a) and the  $(\sigma, A_\alpha)$  parameter plane with the normal distribution (b).  $L$  is the number of realizations of initial conditions for the variables  $x_i$ , leading to the establishment of phase chimeras. The red lines show the median values of the boundaries of observation of phase chimeras for all initial conditions. The red and blue dots correspond to the values of the parameters at which the solitary state chimeras are observed for two different realizations of initial conditions. Other parameters:  $\alpha_0 = 3.8$ ,  $P = 320$ ,  $N = 1000$

по интенсивности шума ( $A_\alpha$ ,  $D_\alpha$ ) почти не меняется в обоих случаях, однако после  $D_\alpha \approx 0.05$  и  $A_\alpha \approx 0.02$  начинает сдвигаться в область большей силы связи. Расположение правой границы области различно для двух исследованных случаев. При малых интенсивностях шума наблюдается сдвиг границы в область больших значений  $\sigma$ , но при дальнейшем увеличении  $D_\alpha$  и  $A_\alpha$  граница сдвигается в область малых значений  $\sigma$ . Таким образом, область существования фазовых химер сужается при увеличении  $D_\alpha$  и  $A_\alpha$ , что особенно заметно для случая равномерного распределения (рис. 5, а). То же самое наблюдается и для области реализации химер уединенных состояний (красные и синие точки на рис. 5).

### Заключение

В результате проведенных исследований показано, что наличие неоднородности по управляющему параметру парциальных элементов в кольце нелокально связанных логистических отображений ведет к изменению области наблюдения химерных состояний по силе связи между элементами. В случае стационарного неоднородного распределения параметра область существования фазовых химер и химер уединенных состояний расширяется с увеличением ширины интервала распределения параметра. Обратный эффект дает постоянное шумовое воздействие на управляющий параметр, при котором увеличение интервала распределения ведет к сужению области существования химер по силе связи. Таким образом, в зависимости от того, требуется ли увеличить или уменьшить область наблюдения химерных структур, необходимо вводить фиксированное неоднородное распределение управляющего параметра или постоянное воздействие шума на параметр, соответственно.

### Список литературы

1. *Nekorkin V., Velarde M. G.* Synergetic Phenomena in Active Lattices: Patterns, Waves, Solitons, Chaos. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 359 p. DOI: 10.1007/978-3-642-56053-8.
2. *Barrat A., Barthélemy M., Vespignani A.* Dynamical Processes on Complex Networks. Cambridge: Cambridge University Press, 2008. 347 p. DOI: 10.1017/CBO9780511791383.
3. *Boccaletti S., Pisarchik A. N., del Genio C. I., Amann A.* Synchronization: From Coupled Systems to Complex Networks. Cambridge: Cambridge University Press, 2018. 255 p. DOI: 10.1017/9781107297111.
4. *Kuramoto Y., Battogtokh D.* Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators // *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2002. Vol. 5, no. 4. P. 380–385.
5. *Abrams D. M., Strogatz S. H.* Chimera states for coupled oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol. 93, no. 17. P. 174102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.174102.
6. *Omelchenko I., Maistrenko Y., Hövel P., Schöll E.* Loss of coherence in dynamical networks: Spatial chaos and chimera states // *Phys. Rev. Lett.* 2011. Vol. 106, no. 23. P. 234102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.234102.
7. *Panaggio M. J., Abrams D. M.* Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators // *Nonlinearity*. 2015. Vol. 28, no. 3. P. R67. DOI: 10.1088/0951-7715/28/3/R67.
8. *Rybalova E. V., Strelkova G. I., Anishchenko V. S.* Mechanism of realizing a solitary state chimera in a ring of nonlocally coupled chaotic maps // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2018. Vol. 115. P. 300–305. DOI: 10.1016/j.chaos.2018.09.003.
9. *Semenova N., Zakharova A., Anishchenko V., Schöll E.* Coherence-resonance chimeras in a network of excitable elements // *Phys. Rev. Lett.* 2016. Vol. 117, no. 1. P. 014102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.014102.

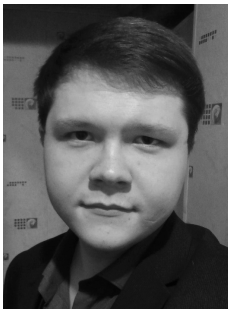


10. *Vadivasova T.E., Slepnev A.V., Zakharova A.* Control of inter-layer synchronization by multiplexing noise // *Chaos*. 2020. Vol. 30, no. 9. P. 091101. DOI: 10.1063/5.0023071.
11. *Loos S.A.M., Claussen J.C., Schöll E., Zakharova A.* Chimera patterns under the impact of noise // *Phys. Rev. E*. 2016. Vol. 93, no. 1. P. 012209. DOI: 10.1103/PhysRevE.93.012209.
12. *Semenova N.I., Strelkova G.I., Anishchenko V.S., Zakharova A.* Temporal intermittency and the lifetime of chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic oscillators // *Chaos*. 2017. Vol. 27, no. 6. P. 061102. DOI: 10.1063/1.4985143.
13. *Rybalova E.V., Klyushina D.Y., Anishchenko V.S., Strelkova G.I.* Impact of noise on the amplitude chimera lifetime in an ensemble of nonlocally coupled chaotic maps // *Regular and Chaotic Dynamics*. 2019. Vol. 24, no. 4. P. 432–445. DOI: 10.1134/S1560354719040051.
14. *Bogomolov S.A., Slepnev A.V., Strelkova G.I., Schöll E., Anishchenko V.S.* Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2017. Vol. 43. P. 25–36. DOI: 10.1016/j.cnsns.2016.06.024.
15. *Malchow A.-K., Omelchenko I., Schöll E., Hövel P.* Robustness of chimera states in nonlocally coupled networks of nonidentical logistic maps // *Phys. Rev. E*. 2018. Vol. 98, no. 1. P. 012217. DOI: 10.1103/PhysRevE.98.012217.

## References

1. Nekorkin V, Velarde MG. *Synergetic Phenomena in Active Lattices: Patterns, Waves, Solitons, Chaos*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag; 2002. 359 p. DOI: 10.1007/978-3-642-56053-8.
2. Barrat A, Barthélemy M, Vespignani A. *Dynamical Processes on Complex Networks*. Cambridge: Cambridge University Press; 2008. 347 p. DOI: 10.1017/CBO9780511791383.
3. Boccaletti S, Pisarchik AN, del Genio CI, Amann A. *Synchronization: From Coupled Systems to Complex Networks*. Cambridge: Cambridge University Press; 2018. 255 p. DOI: 10.1017/9781107297111.
4. Kuramoto Y, Battogtokh D. Coexistence of coherence and incoherence in nonlocally coupled phase oscillators. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2002;5(4):380–385.
5. Abrams DM, Strogatz SH. Chimera states for coupled oscillators. *Phys. Rev. Lett.* 2004;93(17):174102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.174102.
6. Omelchenko I, Maistrenko Y, Hövel P, Schöll E. Loss of coherence in dynamical networks: Spatial chaos and chimera states. *Phys. Rev. Lett.* 2011;106(23):234102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.234102.
7. Panaggio MJ, Abrams DM. Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators. *Nonlinearity*. 2015;28(3):R67. DOI: 10.1088/0951-7715/28/3/R67.
8. Rybalova EV, Strelkova GI, Anishchenko VS. Mechanism of realizing a solitary state chimera in a ring of nonlocally coupled chaotic maps. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2018;115:300–305. DOI: 10.1016/j.chaos.2018.09.003.
9. Semenova N, Zakharova A, Anishchenko V, Schöll E. Coherence-resonance chimeras in a network of excitable elements. *Phys. Rev. Lett.* 2016;117(1):014102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.014102.
10. Vadivasova TE, Slepnev AV, Zakharova A. Control of inter-layer synchronization by multiplexing noise. *Chaos*. 2020;30(9):091101. DOI: 10.1063/5.0023071.
11. Loos SAM, Claussen JC, Schöll E, Zakharova A. Chimera patterns under the impact of noise. *Phys. Rev. E*. 2016;93(1):012209. DOI: 10.1103/PhysRevE.93.012209.
12. Semenova NI, Strelkova GI, Anishchenko VS, Zakharova A. Temporal intermittency and the lifetime of chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic oscillators. *Chaos*. 2017; 27(6):061102. DOI: 10.1063/1.4985143.

13. Rybalova EV, Klyushina DY, Anishchenko VS, Strelkova GI. Impact of noise on the amplitude chimera lifetime in an ensemble of nonlocally coupled chaotic maps. *Regular and Chaotic Dynamics*. 2019;24(4):432–445. DOI: 10.1134/S1560354719040051.
14. Bogomolov SA, Slepnev AV, Strelkova GI, Schöll E, Anishchenko VS. Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2017;43:25–36. DOI: 10.1016/j.cnsns.2016.06.024.
15. Malchow AK, Omelchenko I, Schöll E, Hövel P. Robustness of chimera states in nonlocally coupled networks of nonidentical logistic maps. *Phys. Rev. E*. 2018;98(1):012217. DOI: 10.1103/PhysRevE.98.012217.



*Нечаев Василий Андреевич* – родился в Саратове (2000). Окончил МОУ СОШ № 84 Саратова (2018). С 2018 года обучается в СГУ по направлению «Инфокоммуникационные технологии и системы связи». Научные интересы: нелинейная динамика и теория колебаний, влияние флуктуаций, ансамбли связанных осцилляторов, химерные состояния, отображения.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83  
 Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
 E-mail: nechaev.vas2021@bk.ru



*Рыбалова Елена Владиславовна* – родилась в Энгельсе Саратовской области (1996). Окончила с отличием магистратуру на физическом факультете Саратовского государственного университета по направлению «Радиофизика» (СГУ, 2020), затем поступила в аспирантуру Саратовского государственного университета по направлению «Физика и астрономия». С 2018 года работает на кафедре радиофизики и нелинейной динамики СГУ в должности инженера. Научные интересы: нелинейная динамика и теория колебаний, синхронизация, влияние флуктуаций, ансамбли связанных осцилляторов, химерные и уединенные состояния. Опубликовала более 20 научных статей по указанным направлениям.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83  
 Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
 E-mail: rybalovaev@gmail.com  
 ORCID: 0000-0003-3008-1078  
 AuthorID: 1109908



*Стрелкова Галина Ивановна* – окончила Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского (1993), защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1998) и доктора физико-математических наук (2020). С 1994 по 2008 гг. работала на кафедре радиофизики и нелинейной динамики ведущим инженером, с 2008 по 2021 гг. – доцентом кафедры и с июня 2021 года является заведующим кафедрой радиофизики и нелинейной динамики. Область научных интересов: нелинейная динамика, теория колебаний, химерные состояния, синхронизация сложных структур, многослойные сети. В соавторстве опубликовано 3 монографии, 3 учебных пособия и более 100 научных статей.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83  
 Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
 E-mail: strelkovagi@sgu.ru  
 ORCID: 0000-0002-8667-2742  
 AuthorID: 34836

*Нечаев В. А., Рыбалова Е. В., Стрелкова Г. И.*  
 Известия вузов. ПНД, 2021, т. 29, № 6