



СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА НЕПАРАКСИАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю.А. Калинин, А.Г. Лазерсон, Г.В. Чемичев

Представлены результаты исследования режимов сложной динамики пространственных колебаний в электронных потоках, формируемых статическими магнитными полями. Установлены факторы, влияющие на устойчивость пучка. Рассмотрено подавление параметрической неустойчивости при стохастизации движения.

Введение

Принцип фокусировки электронного потока в магнитном поле лежит в основе электронно-оптических систем многих приборов СВЧ. Поэтому регулярная динамика электронных пучков в системе «электронный поток-магнитное поле» хорошо изучена. Менее известны примеры сложной динамики интенсивных электронных пучков, фокусируемых статическим магнитным полем. Между тем, как показано в работах [1,2], режимы нерегулярных, хаотических колебаний в интенсивных потоках представляют интерес как с точки зрения теории динамических систем, так и с точки зрения приложений, поскольку в этих режимах можно обеспечить более устойчивую фокусировку пучков в более широкой области параметров фокусирующего магнитного поля, чем это позволяет регулярная динамика. Впервые на связь сложной динамики электронных пучков с улучшением фокусировки за счет подавления «шланговой» неустойчивости обратили внимание исследователи релятивистских электронных потоков, фокусируемых ионным фоном [3]. В работах [1,2] было теоретически обнаружено явление подавления параметрического резонанса разрушающимся нелинейным в системе «электронный пучок - периодическое магнитное поле». Однако, полученные в этих работах результаты не могут быть непосредственно использованы для улучшения фокусировки реальных электронных потоков, поскольку заложенная в них физическая модель электронного пучка, а именно, параксиальное приближение и рассмотрение одного граничного электрона, не всегда справедливы в приборах с интенсивными электронными пучками.

Настоящая работа посвящена исследованию режимов сложной динамики пространственных колебаний в электронных потоках, фокусируемых статическими магнитными полями, с учетом факторов, типичных для реальных электронных пучков. К числу таких факторов, в первую очередь, следует отнести непараксиальность электронных пучков, зависимость амплитуды фокусирующего

магнитного поля от радиальной координаты и наличие неламинарности в электронном потоке.

1. Параксиальная модель граничного электрона (основные результаты)

С целью иллюстрации физики явлений динамического хаоса рассмотрим вкратце основные результаты, полученные на упрощенной параксиальной модели граничного электрона азимутально-симметричного электронного потока в периодическом магнитном поле, описываемой уравнением нелинейного параметрически возбуждаемого осциллятора [5]:

$$d^2R/dZ^2 + \alpha(1 + \cos 2Z)R - \beta/R - k/R^3 = 0. \quad (1)$$

Здесь $R = r/r_0$ - нормированный радиус границы пучка, $Z = 2\pi z/L$ - нормированная продольная координата, $2L$ - период магнитного поля, k - параметр катодных условий, $\alpha = eB_0^2 L^2 / (m64\pi^2 U_0)$ - безразмерный параметр магнитного поля, $\beta = 1.53 \cdot 10^3 P / (L/2r_0)^2$ - безразмерный параметр пространственного заряда, $P = I/U^{3/2}$ - первеанс пучка, r_0 - равновесный радиус пучка.

Нелинейное параметрическое уравнение (1), описывающее динамику неавтономного гамильтонова осциллятора, допускает существование хаотических пространственных колебаний, причиной возникновения которых, согласно [4], является перекрытие нелинейных и параметрических резонансов. Как показано в работе [1], в соответствии с критерием перекрытия резонансов (критерий Чирикова) для перекрытия, например, основного нелинейного и параметрического резонансов осциллятора (1) необходимо выполнение соотношения

$$\overline{K}^2 = 1/(4\pi)(\alpha/\beta)^{1/2} / (|r(0) - \ln r(0)|) > 1, \quad (2)$$

где \overline{K} - значение критерия, $r(0)$ - начальное значение радиуса граничного электрона. Как следует из (2) и критериев перекрытия других резонансов системы, на плоскости параметров (α, β) могут существовать многочисленные зоны стохастичности, когда колебания огибающей пучка носят нерегулярный, хаотический характер.

Численное моделирование динамики нелинейного осциллятора (1) показало [1,2], что в различных областях параметров α, β, k существуют периодические, квазипериодические и хаотические колебания. Наиболее важным результатом, полученным на основе упрощенной модели (1), является тот факт, что устойчивые хаотические колебания границы электронного пучка существуют при определенных значениях параметра фокусировки α , соответствующих областям параметрической неустойчивости, в то время, как периодические или квазипериодические колебания при этих же значениях параметра приводят к развитию параметрической неустойчивости в пучке [1,2]. Подавление параметрической неустойчивости объясняется срывом параметрического резонанса разрушающимся при стохастизации движения перекрывающимся с ним нелинейным резонансом пучка.

2. Модель непараксиального неламинарного пучка

Более точной, чем описанная выше, представляется модель, в которой пучок разбивается на N цилиндрических слоев, каждый из которых заменяется бесконечно тонким заряженным цилиндром [6,7]. Рассчитывая траектории каждого цилиндрического слоя, получаем представление о форме всего пучка.

Уравнение траектории для j -го электрона в поле с потенциалом $U(r, z)$ может быть записано в следующем виде:

$$r_j'' = [1 + (r_j')^2]/[2U(r_j, z)] (\partial U(r_j, z)/\partial r_j - r_j' \partial U(r_j, z)/\partial z), \quad j = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где r, z - координаты j -го электрона. При наличии аксиально-симметричного магнитного поля, потенциал $U(r, z)$ имеет вид

$$U(r_j, z) = \eta\phi_{ст} + \eta\phi_{пз} - \eta/(8\pi^2 r_j^2) (\psi(r_j, z) - \psi_k(r_{jk}))^2, \quad (4)$$

где

$$\psi(r, z) = 2\pi \int_0^r B_z(r, z) r dr. \quad (5)$$

Для МПФС $B_z(r, z) = B_0 \cos(\beta_0 z) I_0(\beta_0 r)$, $\beta_0 = 2\pi/l$, l - полупериод магнитного поля

$$\partial U/\partial r = \eta (\partial \phi_{ст}/\partial r + \partial \phi_{пз}/\partial r - \partial \phi_{магн}/\partial r), \quad (6)$$

$$\partial U/\partial z = \eta (\partial \phi_{ст}/\partial z - \partial \phi_{пз}/\partial z - \partial \phi_{магн}/\partial z).$$

Подставляя (4)-(6) в уравнение (3) получаем уравнение, описывающее поведение электронного пучка в периодическом магнитном поле

$$\begin{aligned} d^2 R_j / dZ^2 = & (1 + (dR_j/dZ)^2) (\beta_j/R - 8\alpha/\gamma \{ [I_0(\gamma R_j) I_1(\gamma R_j) - I_1^2(\gamma R_j)/\gamma R_j] \cos^2(Z) + \\ & + (dR_j/dZ) (I_1^2(\gamma R_j)/2) \sin(2Z) \} + \alpha(8k_j)^{1/2} \{ [1/(R_j^2 \gamma) I_0(\gamma R_j) R_j \gamma - 2I_1(\gamma R_j)] \cos(Z) + \\ & + (dR_j/dZ) (I_1(\gamma R_j)/R_j) \sin(Z) \} + \alpha k_j / R_j^3, \quad j = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (7)$$

$\alpha = \eta B^2 l^2 / (64 U \pi^2)$ - параметр магнитного поля, $\beta = [p/(4\pi^2 \epsilon_0 (2\eta)^{1/2})] [l/(2r_0)]^2$ - параметр пространственного заряда, k - параметр катодных условий, r_0 - равновесный радиус граничного электрона, $\gamma = 2\pi/L$, $L = l/r_0$, $R = r/r_0$, $Z = 2\pi z/l$.

Рассматриваемая модель позволяет учесть поперечное распределение плотности тока и поперечных скоростей в пучке по заданным их распределениям на катode (при $z = 0$). Так, при постоянной плотности тока по сечению пучка на катode

$$j = \text{const}, \quad \beta_n = (R_n/R_1)^2 \beta_1, \quad (8)$$

а при «колоколообразном» распределении

$$j_n = A \cos(\pi/2 R_n/R_0) + C,$$

$$\beta_n = \frac{[\sum_{i=n}^{k-1} (R_i^2 - R_{i+1}^2) (A \cos(\pi/2 R_i/R_0) + C)] + R_k^2 (A \cos(\pi/2 R_k/R_0) + C)}{[\sum_{i=1}^{k-1} (R_i^2 - R_{i+1}^2) (A \cos(\pi/2 R_i/R_0) + C)] + R_k^2 (A \cos(\pi/2 R_k/R_0) + C)} \beta_1. \quad (8a)$$

Отсчет ведется от внешнего слоя. R_0 - радиус граничного слоя, $k = N$. Расчет β_n в процессе движения производится по формулам (8), (8a) с учетом $R_0(Z)$, $R_i(Z)$. Пересечения слоев описываются следующим образом:

$$\beta_n = 1/(4\pi^2 \epsilon_0 (2\eta)^{1/2} V^{3/2}) [l/(2r_0)]^2 \sum_{i=n}^{2k} I_i, \quad R_i \leq R_n, \quad I_i = 2\pi \int_{R_{i+1}}^{R_i} j_i r dr.$$

Распределение начальных углов наклона траекторий считалось либо постоянным (нулевые углы вылета), либо углы вылета линейно зависели от радиуса (см. [6]).

В параксиальном приближении ($R' = 0$, $\gamma = 0$) при $N = 1$ уравнения (7) сводятся к уравнению (1). В случае постоянного фокусирующего магнитного поля $B(r, z) = B_0 = \text{const}$, уравнения, описывающие поведение электронного потока, приобретают следующий вид:

$$d^2R_j/dZ^2 = (1 + (dR_j/dZ)^2)(-\alpha R_j + \alpha k_j/R_j^3 + \beta_j/R_j), \quad j = 1, \dots, N. \quad (7a)$$

Таким образом, динамика неламинарного непараксиального аксиально-симметричного электронного пучка сводится к решению системы уравнений (7) или (7a). Анализ электронных траекторий в данной системе проводился на основе численного решения указанных систем уравнений методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Результаты численного анализа. В частном случае $N = 1$ уравнение (7) описывает траекторию граничного электрона азимутально-симметричного непараксиального пучка. Численный анализ данной динамической системы позволил выявить следующие закономерности.

Как и в параксиальном случае, при малых α , β в фазовом пространстве системы (7) существуют замкнутые периодические траектории. С ростом α , β возникают двухчастотные колебания. При этом в спектре присутствует собственная частота ω_0 и частота вынуждающей силы ω . С ростом α собственная частота ω_0 приближается к частоте накачки ω , что приводит к появлению в спектре комбинационных частот (рис. 1). В случае, когда отношение собственной частоты колебаний и частоты накачки становится рациональным, в системе возникают резонансы различных порядков, в окрестности которых на плоскости параметров существуют области стохастичности. Наибольший интерес представляет подавление хаосом экспоненциального нарастания амплитуды колебаний электронов в области параметрического резонанса 1:2 и на границах области устойчивости. Спектр, реализация, и фазовый портрет в области сильного резонанса 1:2 представлены на рис 2. В целом сценарий усложнения колебаний аналогичен подробно исследованному в работах [1,2] для параксиального пучка.

Картина же возможных режимов колебаний граничного электрона в непараксиальном пучке сильно отличается от соответствующей картины для параксиального пучка. Так, при оптимальном вступе ($R'(0) = 0$, $R(0) = 1$) при $k = 0$ на бифуркационной диаграмме системы (7) (рис. 3) видны следующие отличия от диаграммы системы (1)

1. Неустойчивость в системе (7) возникает при меньших значениях параметров α и β , чем в системе (1). Область устойчивых колебаний сужается, при этом большая ее часть соответствует стохастическим колебаниям.

2. При увеличении параметров k и γ зона неустойчивости, а также предшествующая ей область стохастичности начинаются при меньших значениях параметра α .

3. При отклонениях начального радиуса $R(0)$ от бриллюэновского значения, области стохастичности расширяются, но сама 1-ая зона устойчивости уменьшается. Устойчивые хаотические колебания сохраняются вплоть до $\alpha = 1$ при очень малых $R(0)$ и β (рис. 4).

4. Анализ поведения системы при начальных углах траектории, отличных от оптимального значения показал, что система критична к изменению $R'(0)$ и уже при $R'(0) = -0.2$ наблюдается параметрическая неустойчивость в области сильного резонанса 1:2. При больших углах наклона неустойчивость может возникнуть и при меньших α в областях параметров, соответствующих рациональному отношению частот ω_0/ω . При этом области стохастического поведения заметно расширяются на фоне сужения зоны устойчивых колебаний, о чем свидетельствует бифуркационная диаграмма (рис. 5). Типичная реализация, фазовый портрет и спектр колебаний при $R'(0) \neq 0$ представлены на рис 6.

5. Область режимов устойчивых колебаний во 2-ой зоне устойчивости, в отличие от соответствующих режимов параксиального пучка (1) (где существуют

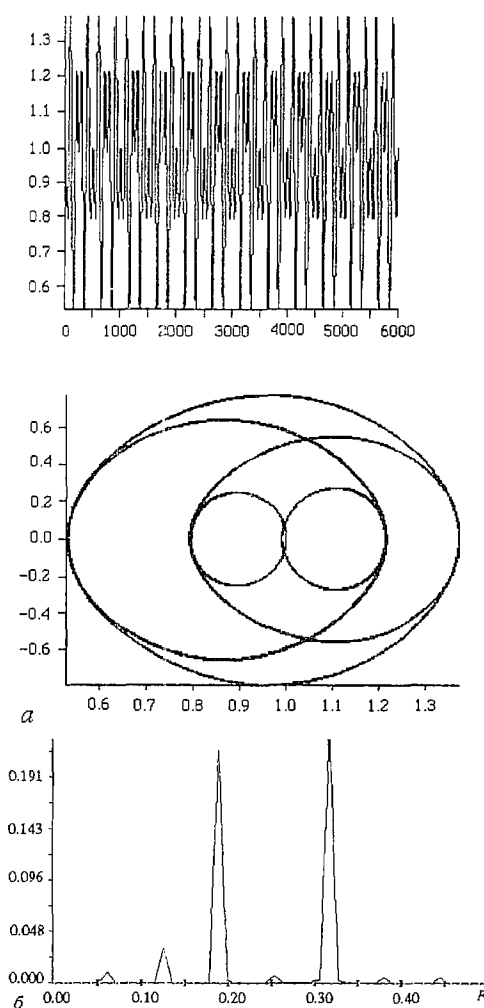


Рис. 1. Типичные реализации и фазовый портрет колебаний в квазипериодическом режиме (а); спектр колебаний в квазипериодическом режиме (число отрезков усреднения 2, шаг дискретизации 0,031400, число отсчетов на отрезке 3000) (б); $\alpha = \beta = 0.58$, $K = 0$, $\gamma = 0.00001$, $N = 1$

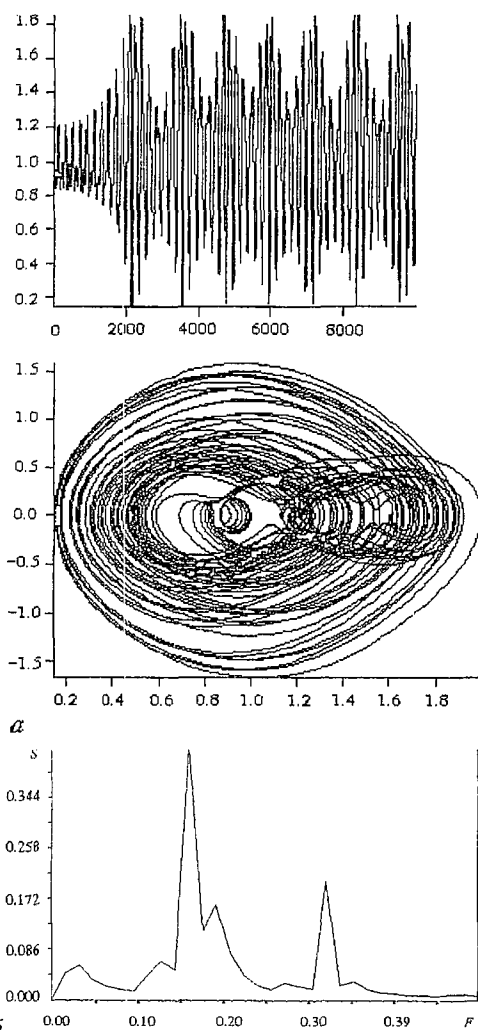


Рис. 2. Реализация и фазовый портрет стохастических колебаний, возникающих в результате разрушения резонанса 1:2 (а); спектр стохастических колебаний, возникающих в результате разрушения резонанса 1:2 (число отрезков усреднения 5, шаг дискретизации 0,031400, число отсчетов на отрезке 2000) (б); $\alpha = \beta = 0.4$, $\gamma = 0.00001$, $N = 1$

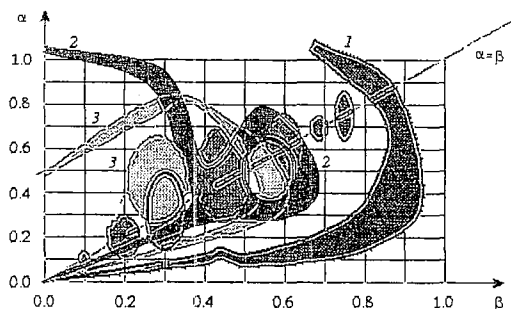


Рис. 3. Бифуркационные диаграммы осцилляторов (1), (7) на плоскости параметров α , β , $N = 1$ (области стохастичности заштрихованы): 1 - $R(0) = 1$, $K = 0$, параксиальное уравнение (1); 2 - $R(0) = 1$, $K = 0$, непараксиальное уравнение (7), $\gamma \rightarrow 0$; 3 - $R(0) = 1$, $K = 0$, непараксиальное уравнение (7), $\gamma = 0.5$

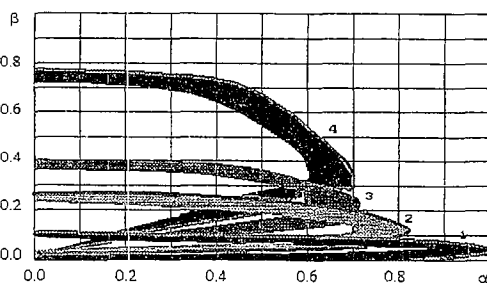


Рис. 4. Бифуркационные диаграммы осциллятора (7) при $R(0) \neq 1$, $R'(0) = 0$; 1 - $R(0) = 0.1$; 2 - $R(0) = 0.3$; 3 - $R(0) = 0.5$; 4 - $R(0) = 0.8$; $K = 0$

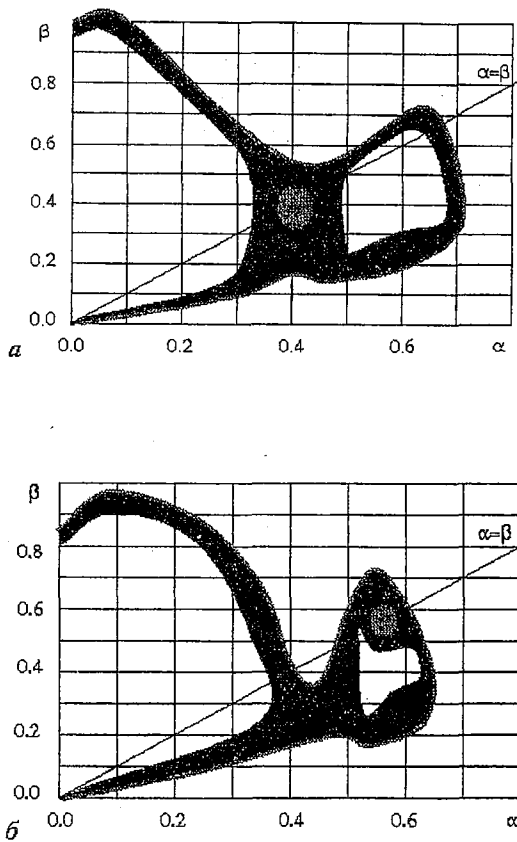


Рис. 5. Бифуркационные диаграммы осциллятора (7) при $R'(0) \neq 0$, $N = 1$: а - $R(0) = 1$, $R'(0) = -0.2$, $K = 0$, $\gamma \rightarrow 0$; б - $R(0) = 1$, $R'(0) = -0.3$, $K = 0$, $\gamma \rightarrow 0$

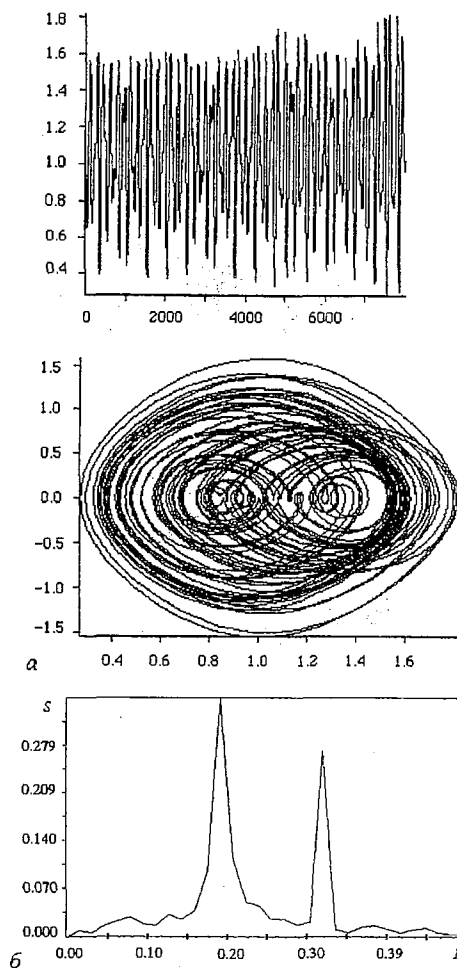


Рис. 6. Реализация и фазовый портрет стохастических колебаний (а), спектр стохастических колебаний (число отрезков усреднения 4, шаг дискретизации 0.031400, число отсчетов на отрезке 2000) (б); при $R'(0) \neq 0$ ($R(0) = 1$, $R'(0) = -0.25$, $\alpha = 0.53$, $\beta = 0.6$, $K = 0$, $\gamma = 0.00001$, $N = 1$)

широкие области устойчивых колебаний во второй и даже третьей зоне), очень мала, и можно утверждать, что эта область параметров непригодна для фокусировки пучка.

3. Динамика непараксиального неламинарного пучка (модель крупных частиц)

Периодическое магнитное поле. В случае, когда электронный пучок разбивается на N цилиндрических слоев, мы получаем N осцилляторов, связанных через параметры пространственного заряда β_j парциальных частиц (при пересечении слоев величина β_j для этих частиц изменяется). Исследовалась зависимость поведения пучка от типа распределения плотности тока и углов наклона траекторий на влете в МПФС $j = j(R)$.

В случае «прямоугольного» распределения плотности тока при $N = 10$ и

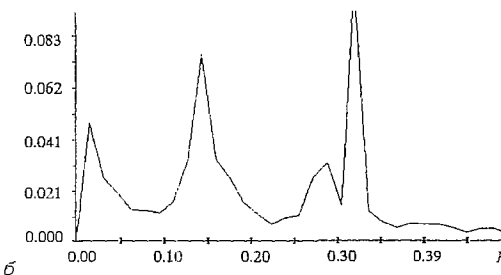
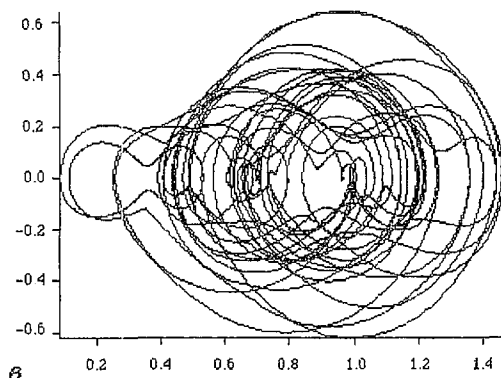
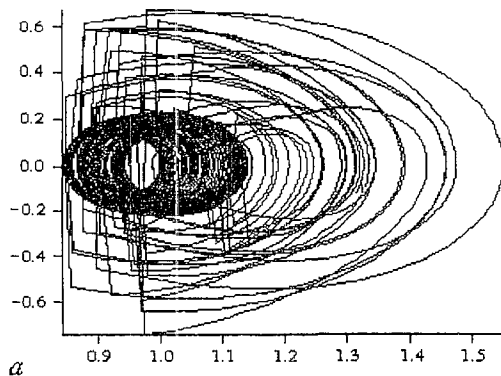
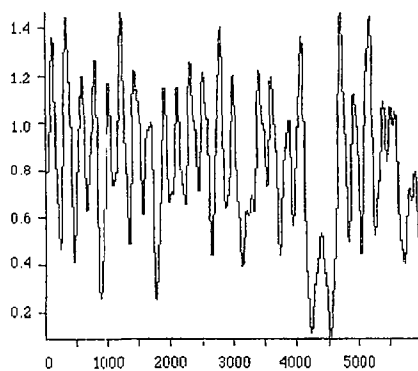
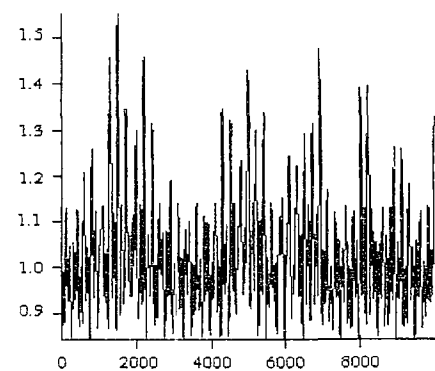


Рис. 7. Реализация и фазовый портрет стохастических колебаний внешнего электрона (а); спектр стохастических колебаний внешнего электрона (число отрезков усреднения 5, шаг дискретизации 0,031400, число отсчетов на отрезке 2000) (б); $N = 10$, $\alpha = 0.3$, $K = 0$, $\gamma = 0.00001$; реализация и фазовый портрет стохастических колебаний внутреннего слоя пучка, $N = 10$, $R(0) = 0.8$, $R'(0) = 0$, $\alpha = 0.25$, $K = 0$, $\gamma = 0.00001$ (в)

оптимальных начальных условиях влета пучка и в широком диапазоне параметров наблюдалось ламинарное поведение слоев. Они не пересекались, и граничный электрон вел себя так же, как в модели с одним граничным слоем. Пересечение наблюдалось на большой длине, порядка 30 периодов МПФС, и было сильнее выражено при больших углах влета слоев. Бифуркационная диаграмма при этом незначительно отличалась от диаграммы для модели граничного электрона.

Численное моделирование динамики системы (7) при «колоколообразном» распределении плотности тока на входе показало значительные отличия от предыдущего случая, причем область устойчивого поведения пучка заметно уменьшается. В результате интенсивного пересечения слоев динамика системы усложняется. Почти во всей устойчивой зоне наблюдается стохастическое поведение, как результат перекрытия нелинейных резонансов отдельных осцилляторов (рис. 7). При неоптимальных начальных условиях зона устойчивых колебаний еще больше сужается (рис. 8). Таким образом, при распределении плотности тока, отличном от «прямоугольного», представляется важным применение метода крупных частиц для расчета фокусировки электронного потока. В то же время для «прямоугольного» распределения, особенно при малых параметрах α и β , оправдывает себя применение уравнения (7) и даже уравнения (1) для модели граничного электрона.

Постоянное магнитное поле.

Как следует из уравнений (1) и (7а) при $N = 1$, в постоянном магнитном поле стохастизация движения граничного электрона невозможна. Однако, в модели неламинарного потока при $N > 1$ стохастизация возможна и в постоянном магнитном поле за счет механизма перекрытия резонансов различных электронных слоев.

Исследование системы уравнений (7а) методом крупных частиц показало усложнение динамики электронного потока в этом случае. Для «прямоугольного» распределения при $N = 10$ взаимодействие слоев практически отсутствует, и каждый слой ведет себя как изолированный нелинейный осциллятор, а в случае «колоколообразного» распределения в широком диапазоне параметров наблюдается взаимодействие слоев пучка, приводящее к стохастизации колебаний.

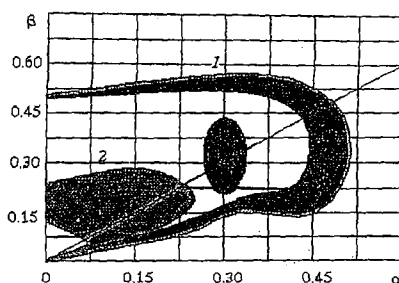


Рис. 8. Бифуркационные диаграммы динамической системы (7), вычисленные с использованием метода крупных частиц ($N=10$); 1 - «прямоугольное» распределение $j(R)$; 2 - «колоколообразное» распределение $j(R)$

Таким образом, проведенные исследования показывают, что неламинарный, непараксиальный электронный поток демонстрирует стохастическое поведение в широкой области параметров α , β . Стохастизация движения электронных слоев усиливается вблизи зоны неустойчивости в результате перекрытия и разрушения резонансов как отдельных, так и различных электронных слоев. Полученные результаты подтверждают предположение, сделанное в работах [1, 2] о том, что установление режима пространственного хаоса является причиной подавления неустойчивости в результате нарушения условий параметрического резонанса в области стохастичности.

Библиографический список

1. Афанасьева В.В., Лазерсон А.Г., Чемичев Г.В. Пространственный хаос в системе «электронный пучок - периодическое магнитное поле» // Лекции по СВЧ электронике и радиофизике. Саратов : Изд-во Сарат. ун-та, 1992.
2. Афанасьева В.В., Лазерсон А.Г. Пространственный хаос и подавление параметрической неустойчивости в системе «электронный поток - периодическое магнитное поле» // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20, вып. 12. С. 19.
3. O'Brien K.J. Stochastic electron beams in the ion-focused regime // Phys. Fluids. 1990. B2(9). P. 2209.
4. Заславский Г.М. Стохастичность динамических систем. М.: «Наука», 1984.
5. Алямовский И.В. Электронные пучки и электронные пушки. М.: «Сов. Радио», 1966.
6. Калинин Ю.А., Пензяков В.В. Фокусировка неламинарных электронных пучков магнитным полем // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Электроника. 1965. № 7.
7. Калинин Ю.А., Шагин Ю.И. Согласование электронного пучка с периодическим магнитным полем // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Электроника. 1967. № 3.

Институт радиотехники и электроники
РАН, Саратовский филиал

Поступила в редакцию 9.11.94
после переработки 2.02.95

SPATIAL CHAOS IN NONLAMINAR NONPARAXIAL ELECTRON BEAMS GUIDED BY MAGNETIC FIELDS

Yu.A. Kalinin, A.G. Lazerson, G.V. Chemichev

Spatial oscillations of the nonparaxial nonlaminar electron beams in periodic and quasiperiodic magnetic fields are considered. Both qualitative and numerical analysis confirm the conclusions previously made in the investigations of the more simple model of the paraxial and laminar electron beam.

Thus, it is shown that in the vast domains of the beam parameters chaotic oscillations exist due to the resonance overlapping mechanism.

In these domains the electron trajectories, instead of exponential deviation from the beam center, display large and irregular oscillations around it, so that the beam as a whole still remains in the limited space domain. Thus, the decline of nonlinear resonances suppresses the parametric instability of the beam, and enables the stable focusing of the beam.

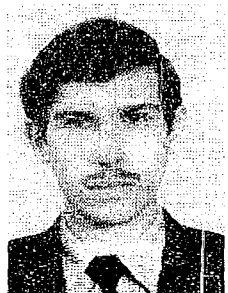
On the contrary to the case of the laminar and paraxial beam, the cases of nonlaminar and nonparaxial one show a great variety in the beam parameters and initial conditions leading to the spatial chaotic oscillations. Although the domains of stable oscillations in the nonparaxial nonlaminar case are confined to less area on the parameter plane than in the former case, chaotic oscillations occupy almost the whole space inside them.



Калинин Юрий Александрович - родился в 1937 году в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского университета (1959). Защитил кандидатскую диссертацию (1968) и докторскую (1981). Доктор технических наук в области вакуумной и плазменной электроники, профессор. Работал в течение многих лет на предприятии электронной промышленности. В настоящее время - заместитель директора по научной работе научно-исследовательского института механики и физики при Саратовском университете. Область научных интересов - электроника, электровакуумные СВЧ приборы. Автор монографии, многих статей, патентов и изобретений по указанным выше направлениям.



Лазерсон Александр Григорьевич - родился в 1945 году. Окончил физический факультет СГУ (1969). С 1969 г. работает в ГИИП «Алмаз». Кандидат физико-математических наук по специальности Радиофизика. Автор более 100 научных публикаций по акустоэлектронике, электродинамике, радиофизике, электронике СВЧ. В последнее время активно работает в области теоретического исследования хаотической динамики распределенных систем, в частности, в потоках заряженных частиц.



Чемичев Герман Владимирович - родился в 1969 году в Саратове. Окончил физический факультет Саратовского университета в 1992 году. Область научных интересов - нелинейная динамика, моделирование явлений в электронных потоках.