

ВЛИЯНИЕ ДАЛЕКОЙ ЛИНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ НА УСЛОВИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СОЛИТОНА САМОИНДУЦИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ

В.В. Козлов, Э.Е. Фрадкин

Представлено теоретическое исследование эффекта распространения ультракороткого импульса света в условиях когерентного взаимодействия одновременно с двумя резонансными переходами. Один из переходов настроен в точный резонанс с несущей частотой импульса; другой находится на расстоянии, много превышающем ширину спектра импульса, то есть для него выполняются условия адиабатического следования. Взаимодействие импульса с далеким резонансным переходом описывается волновым уравнением с нелинейным показателем преломления в виде лоренцевой функции амплитуды поля. Это волновое уравнение решается совместно с системой уравнений Блоха для чисто резонансного перехода. Получены решения в виде фазово-модулированных стационарных импульсов, причем 2π -импульс самоиндуцированной прозрачности является частным случаем этого решения. Полученное решение имеет площадь под огибающей импульса меньше 2π , и чем больше коэффициент поглощения далекого резонансного перехода, тем меньше площадь импульса. Этот эффект может использоваться для понижения порога пропускания резонансной среды ниже π .

Введение

Эффект самоиндуцированной прозрачности (СИП), впервые описанный в работе Мак-Кола и Хана в 1967 году [1], привлекает внимание ученых, как математиков, так и физиков. С математической точки зрения задача СИП интересна тем, что имеет солитонные решения и может рассматриваться с помощью метода обратной задачи рассеяния [2,3,4]. Интерес физиков обусловлен наблюдающимися значительными отступлениями от классического закона затухания энергии поля - закона Бугера - при когерентном взаимодействии оптического импульса с двухуровневой средой. Импульсы с площадью (интеграл по времени в бесконечных пределах от огибающей импульса), меньшей π , рассеиваются в поглощающей среде, а с площадью, большей π , теряют небольшую часть энергии в ходе переходного процесса и затем, приняв форму солитона СИП, распространяются с сохранением формы и без потери энергии. Яркую иллюстрацию этого порогового эффекта дает теорема площадей [5], предсказывающая характер эволюции площади импульса произвольной начальной формы при его распространении в неоднородно уширенной двухуровневой среде.

Цель настоящей работы - обсудить возможность управления порогом

пропускания импульсов. Аналогичная проблема поднималась в работе [6], где в рамках двухуровневого приближения указывалось на возможность понижения порога ниже π для фазово-модулированных импульсов. Но в [3] показано, что и в присутствии фазовой модуляции порог не может быть понижен и остается равным π . Мы приходим к выводу, что управление порогом пропускания возможно лишь при выходе за рамки классического двухуровневого приближения. В частности, богатая динамика наблюдается при взаимодействии импульса с трехуровневой средой, при этом, например, возможно существование двухчастотных солитонов СИП, названных симултонами [7].

В настоящей работе мы рассмотрим случай взаимодействия импульса с двумя резонансными переходами, один из которых настроен в точный резонанс с несущей частотой импульса, а другой расположен на расстоянии, много превышающем ширину спектра импульса. При этих условиях взаимодействие с первой средой должно описываться полной системой уравнений Блоха, а влияние второй можно описать, вводя зависимость показателя преломления от амплитуды поля. Возможность получения аналитических решений в виде импульсов стационарной формы для системы уравнений Максвелла - Блоха с нелинейным показателем преломления впервые была отмечена в работе [8]. Ниже мы находим аналитическое решение поставленной задачи в виде уединенных волн, причем полученные импульсы оказываются фазово-модулированными. Кроме нахождения амплитуды и фазы поля в явном виде, мы анализируем зависимость длительности импульса от коэффициента поглощения далекого резонансного перехода.

В качестве основных выводов работы можно выделить два:

- доказательство возможности стационарного распространения импульсов в рамках рассматриваемой модели;
- доказательство возможности управления площадью импульса с помощью изменения величины коэффициента поглощения далекого резонансного перехода.

1. Уравнения модели

В настоящей работе рассматривается модель, описывающая взаимодействие короткого светового импульса с двумя резонансными переходами. Последовательный подход требует совместного решения волнового уравнения для поля и двух систем уравнений Блоха для обоих резонансно поглощающих переходов (в рамках двухуровневого приближения). В комплексной форме система уравнений имеет вид

$$\partial \mathcal{E} / \partial v - \sigma \partial \mathcal{E} / \partial u = (i/\vartheta) (\mathcal{P}_{res} + \mathcal{P}_{nr} L_{res} / L_{nr}), \quad (1)$$

$$\partial \mathcal{P}_{res} / \partial u = -i \vartheta \mathcal{E} N_{res}, \quad (2)$$

$$\partial N_{res} / \partial u = (i/2) \vartheta (\mathcal{E} \mathcal{P}_{res}^* - \mathcal{E}^* \mathcal{P}_{res}), \quad (3)$$

$$\partial \mathcal{P}_{nr} / \partial u = i \Delta \mathcal{P}_{nr} - i \vartheta \mu \mathcal{E} N_{nr}, \quad (4)$$

$$\partial N_{nr} / \partial u = i/2 \vartheta \mu (\mathcal{E} \mathcal{P}_{nr}^* - \mathcal{E}^* \mathcal{P}_{nr}). \quad (5)$$

Переменные, снабженные индексом nr , описывают далекий резонансный переход. Соответственно, компоненты вектора Блоха, помеченные индексом res , относятся к поглощающей среде, с которой импульс настроен в точный резонанс. При записи уравнений введены следующие обозначения: $u = (t - z/V)/\tau$ - волновая координата; $v = z/L_{res}$ - продольная координата; V и τ - скорость и длительность импульса; $\sigma = L_{res}(V - 1 - c^{-1})/\tau$; $L_{res} = [2\pi\omega_{res}d_{res}^2n_{res}/(c\hbar\eta)\tau]^{-1}$ - длина поглощения резонансной среды на частоте перехода ω_{res} ; $L_{nr} = [2\pi\omega_{nr}d_{nr}^2n_{nr}/(c\hbar\eta)\tau]^{-1}$ - длина поглощения

далекой линии на частоте перехода ω_{nr} ; $\mu = d_{nr}/d_{res}$; $\vartheta = A_0\tau$; A_0 - амплитуда импульса; d_{nr} и d_{res} - дипольные моменты рассматриваемых переходов. Параметр ϑ определяет соотношение между длительностью импульса и его амплитудой, и мы будем называть его в дальнейшем площадью импульса. Уравнения (1) - (3) записаны для медленных огибающих поля и поляризации

$$\tilde{\mathcal{E}}(z,t) = A_0\hbar/d_{res}\mathcal{E}(u,v)\exp[-i(\omega_0t - kz)], \quad (6)$$

$$\tilde{\mathcal{P}}_{res}(z,t) = n_{res}d_{res}\mathcal{P}_{res}(u,v)\exp[-i(\omega_0t - kz)], \quad (7)$$

$$\tilde{\mathcal{P}}_{nr}(z,t) = n_{nr}d_{nr}\mathcal{P}_{nr}(u,v)\exp[-i(\omega_0t - kz)], \quad (8)$$

где ω_0 - несущая частота импульса.

В уравнение (4) входит слагаемое, содержащее расстройку несущей частоты импульса от частоты далекого резонансного перехода $\Delta = (\omega_{nr} - \omega_0)\tau$. Аналогичное слагаемое не входит в уравнение для поляризации (2), так как мы предполагаем совпадение частоты резонансного перехода ω_{res} с ω_0 .

Рассматриваемая нами физическая модель предполагает слабое перекрывание спектра импульса и спектра далекой линии поглощения. При этом условия уравнения Блоха (4) - (5) допускают значительные упрощения.

2. Режим адиабатического следования

Взаимодействие импульса с далекой линией поглощения получило название режима адиабатического следования. Соответствующая процедура редукции уравнений Блоха (4), (5) изложена в работе [9]. Мы кратко представим этот вывод, последовательно учитывая фазу поля.

Разложим поляризацию \mathcal{P}_{nr} на комплексную амплитуду и фазу

$$\mathcal{P}_{nr}(u,v) = P_{nr}(u,v)\exp[-i(\varphi(u,v) - \delta kz)]. \quad (9)$$

Также разложим комплексную огибающую поля на вещественные амплитуду и фазу

$$\mathcal{E}(u,v) = E(u,v)\exp[-i(\varphi(u,v) - \delta kz)]. \quad (10)$$

Здесь мы ввели добавку к постоянной распространения δk , определяемую через дисперсионное соотношение. Это слагаемое удобно не включать в выражение для фазы $\varphi(u,v)$, так как в этом случае при поиске стационарного решения можно считать $\varphi(u,v)$ зависящей только от волновой координаты u .

Получим решение для поляризации \mathcal{P}_{nr} , совместно решив уравнения (4),(5),

$$P_{nr}(u,v)\exp[-i\varphi(u,v)] = -i\vartheta\mu\int_{-\infty}^u E(\tilde{u},v)N_{nr}(\tilde{u},v)\exp[-i\varphi(\tilde{u},v)]\exp[i\Delta(u-\tilde{u})]d\tilde{u}. \quad (11)$$

Введем новую переменную интегрирования $s = u - \tilde{u}$ и перепишем уравнение (11)

$$P_{nr}(u,v)\exp[-i\varphi(u,v)] = -i\vartheta\mu\int_0^{\infty} E(u-s,v)N_{nr}(u-s,v)\exp[-i\varphi(u-s,v)]\exp[i\Delta s]ds. \quad (12)$$

Разложим подынтегральное выражение в ряд в окрестности точки $s=0$, формальным условием для этого является выполнение неравенства $|\Delta| \gg 1$,

$$\begin{aligned}
& E(u-s, v) N_{nr}(u-s, v) \exp[-i\phi(u-s, v)] = \\
& = \sum_{n=0}^{\infty} [(-1)^n s^n / n!] d^n / du^n \{E(u, v) N_{nr}(u, v) \exp[-i\phi(u, v)]\}.
\end{aligned} \quad (13)$$

Вычислим интеграл (12) в явном виде

$$\begin{aligned}
& P_{nr}(u, v) \exp[-i\phi(u, v)] = \\
& = (i\partial\mu/\Delta) \sum_{n=0}^{\infty} [1/(i\Delta)^n] d^n / du^n \{E(u, v) N_{nr}(u, v) \exp[-i\phi(u, v)]\}.
\end{aligned} \quad (14)$$

Ограничимся рассмотрением двух первых членов ряда (14)

$$P_{nr} = (i\partial\mu/\Delta) \{EN_{nr} + 1/(i\Delta)(N_{nr}dE/du + EdN_{nr}/du - iEN_{nr}d\phi/du)\}. \quad (15)$$

Используя уравнение для инверсии, можно получить

$$EdN_{nr}/du = \partial\mu E^2 \text{Im}(P_{nr}). \quad (16)$$

Соответственно, имеем выражение для поляризации в виде

$$P_{nr} = (\partial\mu/\Delta^2) (\Delta - d\phi/du) EN_{nr} - i[N_{nr}/(\Delta^2 + (\partial\mu E)^2)] dE/du. \quad (17)$$

До сих пор сохранение $d\phi/du$ обосновывалось необходимостью уточнения пределов применимости развиваемой теории возмущений для случая фазово-модулированного импульса. Вид выражения (17) показывает, что пренебрежение величиной $d\phi/du$ по сравнению с Δ корректно и находится в полном соответствии с концепцией адиабатического следования. После этого упрощения закон сохранения длины вектора Блоха запишется в виде

$$[\text{Re}(P_{nr})]^2 + N_{nr}^2 \approx 1, \quad (18)$$

где мы пренебрегли квадратом квадратурной части поляризации по сравнению с квадратом синфазной

$$[\text{Re}(P_{nr})]^2 \gg [\text{Im}(P_{nr})]^2.$$

В итоге всех проведенных преобразований получим окончательные выражения для обоих компонентов вектора Блоха:

$$N_{nr} = -|\Delta|/[\Delta^2 + (\partial\mu E)^2]^{1/2}, \quad (19)$$

$$P_{nr} = (|\Delta|/\Delta) \partial\mu E/[\Delta^2 + (\partial\mu E)^2]^{1/2} + i|\Delta|/[\Delta^2 + (\partial\mu E)^2]^{3/2} dE/du. \quad (20)$$

3. Решение в виде уединенных волн

После проведенных упрощений система уравнений будет состоять из уравнений (2) и (3), описывающих резонансную среду, и волнового уравнения в виде

$$\partial\mathcal{E}/\partial v - \sigma\partial\mathcal{E}/\partial u = (i/\partial)\mathcal{P}_{res} + i\nu\mathcal{E}/(1+\partial^2\chi^2|\mathcal{E}|^2)^{1/2}. \quad (21)$$

Здесь

$$\nu = (\mu/\Delta)L_{res}/L_{nr}, \quad \chi^2 = \mu^2/\Delta^2. \quad (22)$$

Для краткости изложения и в соответствии с физическим смыслом параметра ν будем называть его параметром нелинейности. Наличие законов сохранения для системы уравнений (2), (3), (21) значительно облегчает решение поставленной задачи. В отсутствие релаксации элементов матрицы плотности сохраняется длина вектора Блоха

$$N_{res}^2 + |\mathcal{P}_{res}|^2 = 1. \quad (23)$$

Обмен энергией между полем и средой происходит в соответствии с другим законом сохранения,

$$\partial/\partial u \left[(\vartheta^2/2) \sigma |\mathcal{E}|^2 - N_{res} \right] = (\vartheta^2/2) \partial |\mathcal{E}|^2 / \partial v. \quad (24)$$

Поле и поляризация связываются третьим законом сохранения:

$$\begin{aligned} \partial/\partial u \{ i(\mathcal{P}_{res} \mathcal{E}^* + \mathcal{E} \mathcal{P}_{res}^*) + \vartheta [-2iv/(\vartheta^2 \chi^2) ((1 + \vartheta^2 \chi^2 |\mathcal{E}|^2)^{1/2} + 1) - 1/2 (\mathcal{E}^* \partial \mathcal{E} / \partial v - \mathcal{E} \partial \mathcal{E}^* / \partial v)] \} = \\ = (\vartheta/2) \partial/\partial v (\mathcal{E} \partial \mathcal{E}^* / \partial u - \mathcal{E}^* \partial \mathcal{E} / \partial u). \end{aligned} \quad (25)$$

Разделим поле на вещественные амплитуду и фазу в соответствии с формулой (10), а поляризацию - на синфазную и квадратурную части и фазу в соответствии с формулой

$$\mathcal{P}_{res} = (p + iq) \exp \{ -i[\varphi - \delta k z] \}. \quad (26)$$

Мы ограничимся поиском автоволновых решений уравнений (2), (3), (21). Из них мы выбираем лишь те, которые удовлетворяют нулевым условиям на бесконечности $u \rightarrow \pm\infty$.

Используя законы сохранения (23), (24), (25), можно получить выражение для фазы в виде функции поля

$$\dot{\varphi} = -(v/\sigma) \{ 1/(\vartheta^2 \chi^2 E^2) [1 - 1/(1 + \vartheta^2 \chi^2 E^2)^{1/2}] - 1/2 \}. \quad (27)$$

При выводе (27) мы использовали граничные условия:

$$N \xrightarrow{u \rightarrow \pm\infty} -1, \quad \mathcal{P}_{res} \xrightarrow{u \rightarrow \pm\infty} 0.$$

Добавка к волновому числу δk оказывается равной нулю, как и в «чистом» эффекте СИП при настройке несущей частоты импульса в точный резонанс с двухуровневым переходом.

Используя законы сохранения и уравнение для фазы (27), получим дифференциальное уравнение для нахождения огибающей поля

$$(dE/du)^2 = [\sigma^{-1} - 1/4(v/\sigma)^2] E^2 - \vartheta^2 E^4/4 + (v/\sigma)^2 (1 + \vartheta^2 \chi^2 E^2)^{1/2} / [(1 + \vartheta^2 \chi^2 E^2)^{1/2} + 1]^2. \quad (28)$$

Уравнение (28) допускает аналитическое решение для амплитуды поля в виде неявной функции $u(\bar{E})$. На рис. 1 приведена форма огибающей $\bar{E}(u)$, являющейся решением уравнения (28) при $\chi^2=1$ и для значения параметра нелинейности $v=10$. Для сравнения указана форма 2π -импульса в «чистом» эффекте СИП. Видно, что решения похожи друг на друга: оба они имеют по одному максимуму и экспоненциально спадающие крылья.

Для нахождения основных характеристик импульса уравнение (28) оказывается более информативным и прозрачным, чем его громоздкое аналитическое решение. Длительность и скорость импульса связаны между собой и определяются скоростью нарастания его переднего фронта. Раскладывая правую часть уравнения (28) в ряд по степеням поля, сохраняем только низшие члены разложения $\propto E^2$, что обосновывается малостью амплитуды поля на переднем фронте. В соответствии со смыслом волновой переменной u коэффициент при E^2 должен быть равен 1, и мы получаем выражение для скорости

$$V^{-1} = c^{-1} + \tau/L_{res} \quad \text{или} \quad \sigma^{-1} = 1, \quad (29)$$

которое совпадает со скоростью солитона в «чистом» эффекте СИП [1,5,10].

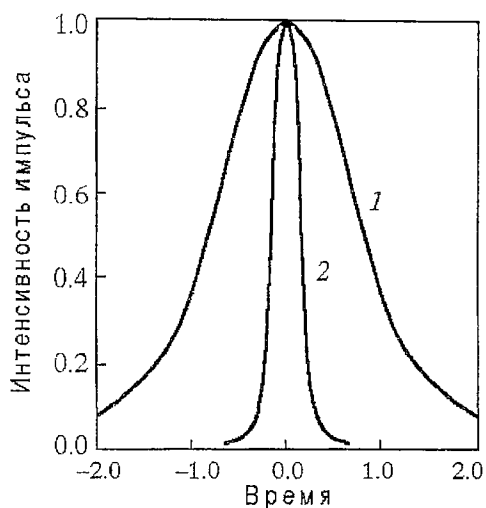


Рис. 1. Форма огибающей импульса $E(u)$: кривая 1 - «чистый» эффект СИП, $E(u)=\text{sech}(u)$, $\nu=0$; кривая 2 - эффект СИП в среде с нелинейным показателем преломления, $E(u)$ определяется из уравнения (28), $\nu=10$, $\chi^2=1$

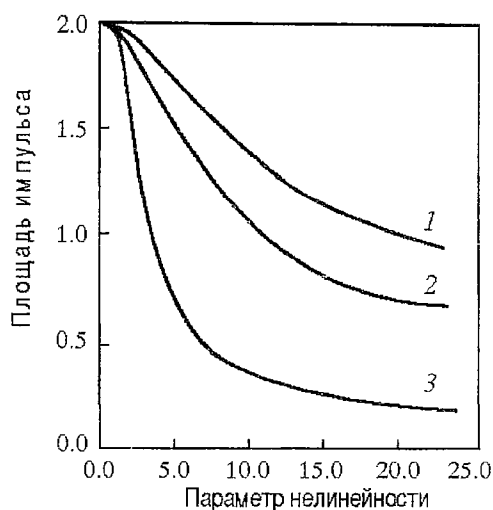


Рис. 2. Зависимость площади импульса ϑ от параметра нелинейности при трех значениях χ^2 : 1 - $\chi^2=1/2$; 2 - $\chi^2=1$; 3 - $\chi^2=10$. Несущая частота импульса совпадает с частотой перехода резонансной среды

Выделив в выражении для поля огибающую и быструю фазу, мы также выделили отдельным множителем амплитуду импульса, так что имеет место условие нормировки: $\max E(u)=1$. Так как форма огибающей представляет собой гладкую кривую с одним максимумом (см. рис. 1), то можно получить соотношение между амплитудой импульса и его длительностью, приравняв правую часть в (28) нулю и подставив $E(u)=1$

$$1 - 1/4(\nu/\sigma)^2 - \vartheta^2/4 + (\nu/\sigma)^2(1+\vartheta^2\chi^2)^{1/2}/[(1+\vartheta^2\chi^2)^{1/2}+1]^2 = 0. \quad (30)$$

В случае «чистой» СИП уравнение (30) определяет классическое выражение для площади 2π -импульса: $\vartheta=2$. Присутствие дополнительной нелинейности изменяет его и делает зависимым от параметров второй резонансной среды. На рис.2 показаны характерные кривые зависимостей площади импульса от параметра нелинейности при разных значениях χ^2 .

Обсуждение результатов

Выше мы получили решение в виде стационарного импульса при его одновременном взаимодействии с двумя резонансными переходами. Форма импульса отличается от формы классического 2π -импульса в виде sech (см. рис.1), но закон затухания «хвостов» поля на бесконечности остается экспоненциальным. Однако, наиболее радикальные отличия связаны с уменьшением площади импульса при увеличении параметра нелинейности ν (см. рис. 2). Практическое использование этого эффекта позволяет получить импульсы меньшей длительности по сравнению с «чистым» эффектом СИП при одной и той же мощности импульса. Обнаруженный эффект уменьшения площади импульса позволяет управлять порогом пропускания резонансной среды, который можно сделать значительно меньше классического значения, равного π . Изменение знака параметра нелинейности приводит к обращению знака фазовой модуляции, но не сказывается на других параметрах импульса, и эффект уменьшения площади остается в силе.

Настоящая работа не ставит целью предложить конкретную схему

эксперимента для реализации предложенной идеи, тем не менее, интересно отметить некоторые практически важные моменты. Во-первых, коэффициент поглощения далекого резонансного перехода следует выбирать значительно большим коэффициента поглощения резонансной среды $L_{nr} \gg L_{res}$. Во-вторых, для достижения значительных изменений площади импульса следует подбирать далекий резонансный переход с большой силой осциллятора $d_{nr} \gg d_{res}$. В целом, конкретный выбор сред диктуется шириной спектра используемых импульсов, от этого зависят величина параметра нелинейности и выполнимость условий адиабатического следования.

Данная работа выполнена при частичной поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, грант 95-02-05576а.

Работа Козлова В.В. стала возможной также благодаря стипендии Шведской Королевской Академии Наук и выполнена в рамках исследовательской программы Международного Центра Фундаментальной Физики в Москве. Козлов В.В. также благодарит Международный Научный Фонд (подпрограмма «Соросовские аспиранты»), мэрию Санкт-Петербурга и Фонд Президента РФ за финансовую поддержку.

Библиографический список

1. McCall S.L., Hahn E.L. Self-induced transparency by pulsed coherent light // Phys.Rev.Lett. 1967. Vol. 18. P. 908.
2. Lamb G.L. Jr. Analytical descriptions of ultrashort optical pulse propagation in a resonant medium // Rev.Mod.Phys. 1971. Vol. 43. P. 99.
3. Kaup D.J. Coherent pulse propagation: a comparison of the complete solution with the McCall-Hahn theory and others // Phys.Rev.A. 1977. Vol. 16. P. 704.
4. Тахтаджян Л.А. Точная теория распространения ультракоротких оптических импульсов в двухуровневых средах // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 476.
5. McCall S.L., Hahn E.L. Self-Induced Transparency // Phys.Rev. 1969. Vol. 183. P. 457.
6. Diels J.C., Hahn E.L. Carrier-frequency distance dependence of a pulse propagating in a two-level system // Phys.Rev.A. 1973. Vol. 8. P. 1084.
7. Большой Л.А., Лиханский В.В. Когерентное взаимодействие импульсов излучения с резонансными многоуровневыми средами [обзор] // Квант. электрон. 1985. Т. 12. С. 1339.
8. Barone S.R., Chi S. Distortionless propagation of ultra-short optical pulses in the presence of non-resonant non-linearities // Bull.Opt.Soc.Am. 1971. Vol. 16. P. 71.
9. Crisp M.D. Adiabatic-following approximation // Phys.Rev.A. 1973. Vol. 8. P. 2128.
10. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978.

НИИФ Санкт-Петербургский
университет

Поступила в редакцию 21.04.95
после переработки 31.07.95

SELF-INDUCED - TRANSPARENCY SOLITON PROPAGATION UNDER THE INFLUENCE OF FAR-RESONANT TRANSITION LINE

V. V. Kozlov, E. E. Fradkin

Theoretical research of propagation effect of ultrashort optical pulse under conditions of coherent interaction with two resonant transitions simultaneously is presented.

One of the transitions is tuned in exact resonance with pulse carrier frequency; the other is distanced much more than spectral pulse width, thus the adiabatic following approximation may be applied. Interaction between the pulse and far-resonant transition is described by wave equation with nonlinear index of refraction in the form of Lorentz function for field amplitude. This wave equation is solved together with Bloch equations for the exact resonant transition. The solution in the form of stationary phase-modulated pulse is obtained, and 2π -pulse of self-induced - transparency is the special case of this solution. The obtained solution has a square under pulse envelope less than 2π , and with increasing of far-resonant transition absorption coefficient the pulse square decreases. The effect can be used for reducing of the transparency threshold of the resonant medium below π .



Козлов Виктор Викторович - родился в 1968 году в Ленинграде, окончил физический факультет Санкт-Петербургского государственного университета (1992). После окончания СПбУ, поступил в аспирантуру по специальности лазерная физика, где обучается и в настоящее время. Область научных интересов: нелинейная оптика ультракоротких импульсов света, сверхбыстрая оптоэлектроника, фемтосекундные лазерные системы. Имеет 14 публикаций в отечественных и иностранных изданиях.



Фрадкин Эвальд Евсеевич - родился в 1927 году в Ташкенте. Окончил Ленинградский государственный университет. Защитил кандидатскую диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1957) и доктора физико-математических наук (1975). Область научных интересов: теория кольцевых газовых лазеров, параметрические взаимодействия волн в нелинейных средах, нелинейная динамика оптических систем. Соавтор монографий «Волновые и флуктуационные процессы в лазерах» и «Самоорганизация физических систем». Опубликовал более 100 научных статей по направлениям, указанным выше.