Изв.вузов «ПНД», т. 2, № 5, 1994 УДК 53.001.57:523.46-862

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В КОЛЬЦАХ САТУРНА

Н. О. Бессуднова

Спицеобразные азимутальные возмущения в кольцах Сатурна анализируются , на основе гидродинамического подхода и математического моделирования волн пространственного заряда в трехпотоковой системе методом «частица в ячейке». Даны компьютерные иллюстрации «спиц».

Существует несколько моделей для описания азимутальных спицеобразных возмущений, наблюдаемых на фоне неоднородной структуры кольца В Сатурна. Одна из них - представление широкого кольца, состоящего из множества элементарных колечек, в виде совокупности, лежащих в одной плоскости узких прямолинейных потоков заряженных частиц, разделенных столь же узкими зазорами, и анализ волновых процессов в такой системе. На основе этой модели П. В. Блиох и В. В. Ярошенко построили линейную теорию спицеобразных возмущений и проанализировали возникающую в системе неустойчивость [1].

Целью данной работы является построение упрощенной нелинейной теории наблюдаемых неоднородностей, имеющих волновой характер. В общем виде анализ данной модели представляется достаточно сложным из-за множества потоков и сортов частиц. Поэтому ограничимся рассмотрением трех моноскоростных квазинейтральных потоков заряженных частиц. Предположим, что пылевые частицы одинаковые, что позволит не учитывать распределение частиц по сортам; электроны и ионы плазмы находятся в состоянии коротации с магнитосферой Сатурна, то есть для их скоростей выполняется соотношение $V_{0i}^{(e,i)} = 0$. Существует два подхода к решению задачи. Один основан на гидродинамическом представлении, другой - на использовании метода крупных частиц при исследовании динамики спицеобразных возмущений в трехпотоковой системе.

В основе гидродинамической модели лежат нелинейные уравнения движения, уравнения непрерывности для отдельных потоков и уравнение Пуассона для электрического потенциала φ

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial y} = -\eta \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \qquad i = 1, 2, 3, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i V_i)}{\partial y} = 0, \qquad i = 1, 2, 3, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = -\frac{q}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{3} n_i , \qquad (3)$$

где i - номер потока; V_i - скорость i-го потока; φ, n_i - потенциал и концентрация пылевых частиц вблизи i -го потока.

Полагаем для простоты, что потоки бесконечно широкие, - это и позволяет перейти к одномерной модели. Пусть в начальный момент времени в одном из потоков существует малое гармоническое возмущение. Если скорости потоков близки, то благодаря существующей в системе неустойчивости данное возмущение развивается. Образующиеся сгустки и разрежения плотности пространственного заряда, которым соответствуют сгустки и разрежения плотности вещества, распространяются по направлению движения потоков. При этом профиль волн скорости искажается, волны становятся круче. В момент времени $t \approx 7\omega_p^{-1}$ передний фронт волны становится вертикальным, и производная $\partial V/\partial y$ обращается в бесконечность. Соответствующие зависимости плотности пространственного заряда и скорости потоков от бегущей координаты $\xi = y - V_{01}t$ представлены на рис. 1. В последующие моменты времени скорость становится неоднозначной функцией координаты, и уравнениями (1) - (3) для описания интересующих нас возмущений пользоваться уже нельзя.

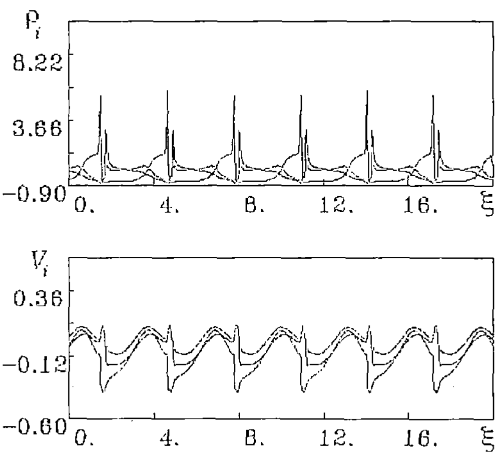

Рис. 1. Зависимости $\rho_i(\xi)$ и $V_i(\xi)$, полученные на основе гидродинамической модели

Второй подход к решению задачи моделирование динамики спицеобразных возмущений на основе метода «частица в ячейке» [2,3]. Исследуемая модель кольца В позволяет осуществить два предельных перехода. Если расстояние между элементарными колечками велико, то приходим к описанию волн пространственного заряда, распространяющихся в изолированном потоке заряженных частиц. Наибольший интерес представляет второй предельный случай, когда элементарные колечки смыкаются друг с другом. Тогда задача о динамике спицеобразных возмущений сводится к анализу трех эффективно взаимодействующих потоков заряженных частиц. В качестве исходных примем следующие безразмерные уравнения для скоростей и координат частиц в отдельных потоках

$$V_{i,m}^{t+1/2} = V_{i,m}^{t-1/2} + E_m^t , \qquad i = 1, 2, 3, \qquad (4)$$

$$y_{i,m}^{t+1} = y_{i,m}^{t} + V_{i,m}^{t+1/2} , \qquad i = 1, 2, 3. \qquad (5)$$

Здесь $y_{i,m}^{t\pm1/2}$, $V_{i,m}^{t\pm1/2}$ - координата и скорость m-ой частицы i - го потока в моменты времени $t \pm 1/2$; E_m^t - поле пространственного заряда, действующее на частицу номера «m» в момент времени t, выражение для которого получается из решения уравнения Лапласа для функции Грина при заданных граничных условиях [4]

$$\varepsilon(y,t) = \frac{1}{2\pi b'^2\varepsilon_0}\int_0^L \rho(y',t)\exp\{\frac{-2|y - y'|}{b'}\}\operatorname{sgn}(y - y')\,dy' ,$$

где b' - радиус потока, L - характерная длина системы, ρ - плотность пространственного заряда. Перепишем последнее соотношение в принятых выше обозначениях

$$E_j{}^t = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{Nc}\sum_{i=1}^{3}\Theta_{i,k}^2 \exp\{-\alpha|j-k|\}\mathrm{sgn}(j-k), \qquad (6)$$

где j, k - номера ячеек, α характеризует радиус действия сил пространственного заряда, N_c - количество ячеек, Θ - параметр, пропорциональный плотности пространственного заряда ρ. Последняя на границах ячейки аппроксимируется распределением заряда каждой частицы между двумя ближайшими границами ячейки, как указано в [2].

Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 2 в виде зависимостей скорости и плотности тока трех потоков от координаты. Моделирование динамики возмущений методом «частица в ячейке» проводилось при следующих параметрах: характерной частоте $\omega=\pi/10$, оцениваемой по обратному времени жизни «спиц»; скоростях $V_{01}=1.00$, $V_{02}=1.01$, $V_{03}=1.02$; числе частиц на ячейку, равному 3; количестве ячеек $N_c=500$. На начальном участке пространства взаимодействия малое возмущение, подаваемое на вход системы, нарастает. Дальше существенны нелинейные эффекты. Отчетливо прослеживающаяся структура «пиков» плотности тока по всей длине пространства взаимодействия, по-видимому, соответствует устойчивым группам отдельных неоднородностей, распространяющихся на фоне сложной радиальной структуры кольца B.

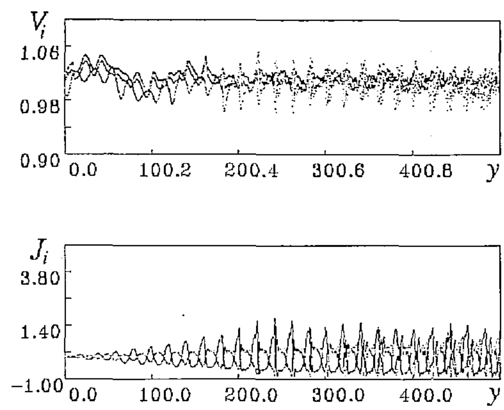

Рис. 2. Зависимости $V_i(y)$ и $J_i(y)$, полученные методом «частица в ячейке», представлены для момента времени t=500

В данной модели рассмотрен лишь один механизм возникновения и динамики спицеобразных возмущений, основанный на конвективной неустойчивости в системе трех взаимодействующих потоков. Однако, существуют и другие механизмы неустойчивостей, связанные с множеством потоков и сортов частиц в реальной системе. Например, возможны аналоги кинетической неустойчивости при соответствующих функциях распределения по потокам и сортам частиц [1]. Но этот вопрос нетривиален и требует более детального изучения.

Автор выражает искреннюю благодарность Д.И. Трубецкову за предложение интересной темы исследования и помощь в процессе выполнения работы.

Библиографический список

1. *Блиох П. В. , Ярошенко В. В.* Электростатические волны в кольцах Сатурна // Астрономический журнал. 1985. Т. 62, вып 3. С. 569.

2. *Morey. I.J., Birdsall C. K.* Travelling Wave Tube Simulation: The IBC Code // IEEE Trans. on Plasma Science.1990. Vol. 18, №3. P. 482.

3. *Бэдсел Ч. , Ленгтон А.* Численное моделирование и физика плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1989.

4. *Роу Дж.* Нелинейные явления в приборах СВЧ. М.: Сов. радио, 1969.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию 19.09.94 после переработки 28.11.94.

TO THE NONLINEAR THEORY OF THE ELECTROSTATICAL WAVES IN THE SATURN RINGS

N. O. Bessudnova

The azimuthal disturbances in Saturn rings are analysed basing upon the hydrodynamical approach and the mathematical simulation of the space charge waves in the three streams system by the PIC technique. The computational illustrations of the «spokes» are presented.

Бессуднова Надежда Олеговна - родилась в 1973 году в городе Вольске Саратовской области. Студентка физического факультета Саратовского университета. Область научных интересов - моделирование нелинейных явлений в потоках заряженных частиц, нелинейная динамика.

ПОЗДРАВЛЯЕМ

Анищенко Вадима Семеновича,
Саратовский госуниверситет;
Белых Владимира Николаевича,
Волжская госакадемия водного транспорта,
Нижний Новгород;
Ерухимова Льва Михайловича,
Нижегородский госуниверситет;
Калиникоса Бориса Антоновича,
Санкт-Петербургский
электротехнический университет;
Климонтовича Юрия Львовича,
Московский госуниверситет;
Ланда Полину Соломоновну,
Московский госуниверситет;
Неймарка Юрия Исааковича,
Нижегородский госуниверситет;
Трубецкова Дмитрия Ивановича,
Саратовский госуниверситет

**с международным признанием
Вашей научной деятельности,
подтвержденной присуждением
звания
Соросовского профессора.
Будьте здоровы! Успехов Вам в
ученых и «неученых» делах!**

Редакционная коллегия