



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2026. Т. 34, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2026;34(4)

Научная статья
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003222

EDN: ALWBZT

Исследование применимости метода анализа направленных связей на основе моделирования фазовой динамики на тестовых системах, воспроизводящих частотные свойства сигналов ЭЭГ здоровых добровольцев

Е. В. Навроцкая[✉], Б. П. Безручко, А. С. Караваев

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского, Россия

E-mail: ✉sidakev@gmail.com, bezruchkobp@gmail.com, karavaevas@gmail.com

Поступила в редакцию 27.11.2025, принята к публикации 21.05.2026,

опубликована онлайн 21.05.2026, опубликована 31.07.2026

Аннотация. Цель настоящего исследования — оценка эффективности метода анализа направленных связей между колебательными системами на тестовых моделях, воспроизводящих спектральные свойства сигналов электроэнцефалограммы (ЭЭГ) здоровых испытуемых в покое. **Методы.** В качестве экспериментальных сигналов использовались записи 11 отведений ЭЭГ от 10 здоровых молодых людей в положении лежа. В спектрах большинства сигналов наблюдалось два выраженных ритма: около 0.1 Гц и в районе 10 Гц. На основе базовых уравнений теории колебаний были созданы специальные тестовые математические модели, демонстрирующие колебания на частотах 0.1 Гц и 10 Гц. Проводилось тестирование метода анализа направленных связей, основанного на эмпирическом моделировании фазовой динамики, для выявления связей между 0.1 Гц колебаниями временных рядов предложенных тестовых систем. Подбирались способ фильтрации и длина временного ряда, при которых метод демонстрирует высокую чувствительность и низкий уровень ошибочных выводов. **Результаты.** Показано, что метод позволяет корректно выявлять направленные связи при применении полосовых фильтров с полосами пропускания 0.02–0.5 Гц и 0.05–0.15 Гц и для временных рядов длиной не менее 70 характерных периодов. Показано, что для диагностики ситуаций возможных ошибочных выводов о направлении связи можно использовать оценку коэффициента фазовой когерентности. Применение полученных результатов проиллюстрировано на экспериментальных сигналах ЭЭГ здорового испытуемого. **Заключение.** Предложены рекомендации по выбору способа фильтрации и длины ряда, при которых метод оценки направленных связей работает корректно. На реальных сигналах ЭЭГ здорового добровольца показано, что применение более широкой полосы пропускания полосового фильтра дает дополнительную информацию о связанности низкочастотных ритмов отведений ЭЭГ. Анализ связанности в скользящем окне показал, что в течение 30 минут архитектура связей между некоторыми отведениями может значительно меняться.

Ключевые слова: электроэнцефалограмма, сверхмедленные ритмы ЭЭГ, направленные связи, моделирование фазовой динамики, коэффициент фазовой когерентности, осциллятор ван дер Поля, осциллятор Рёсслера.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 23-12-00241).

Для цитирования: Навроцкая Е. В., Безручко Б. П., Караваев А. С. Исследование применимости метода анализа направленных связей на основе моделирования фазовой динамики на тестовых системах, воспроизводящих частотные свойства сигналов ЭЭГ здоровых добровольцев // Известия вузов. ПНД. 2026. Т. 34, № 4. С. 546–562. DOI: 10.18500/0869-6632-003222. EDN: ALWBZT

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Study of the applicability of the method of directional coupling analysis based on phase dynamics modeling on test systems reproducing the frequency properties of EEG signals of healthy volunteers

E. V. Navrotskaya[✉], B. P. Bezruchko, A. S. Karavaev

Saratov State University, Russia

E-mail: ✉sidakev@gmail.com, bezruchkobp@gmail.com, karavaevas@gmail.com

Received 27.11.2025, accepted 21.05.2026, available online 21.05.2026, published 31.07.2026

Abstract. The purpose of this work is to study the effectiveness of the method for analyzing directional couplings between oscillatory systems on test models that reproduce the spectral properties of electroencephalogram (EEG) signals of healthy subjects at rest. *Methods.* Eleven EEG recordings from 10 healthy young adults in a supine position were used as experimental signals. Two distinct rhythms were observed in the spectra of most signals: around 0.1 Hz and around 10 Hz. Based on the basic equations of oscillation theory, special test mathematical models were created demonstrating oscillations at frequencies of 0.1 Hz and 10 Hz. A method for analyzing directional couplings, based on empirical modeling of phase dynamics, was tested to identify relationships between 0.1 Hz oscillations in the time series of the proposed test systems. A filtering method and time series length were selected that demonstrated high sensitivity and a low rate of erroneous conclusions. *Results.* It is shown that the method makes it possible to correctly identify directional couplings when using bandpass filters 0.02–0.5 Hz and 0.05–0.15 Hz and for time series with a length of at least 70 typical periods. It is shown that an estimate of the mean phase coherence coefficient can be used to diagnose situations of possible erroneous conclusions about the direction of coupling. The application of the obtained results is illustrated by the experimental EEG signals of a healthy subject. *Conclusion.* Recommendations are proposed for choosing the filtering method and the length of the time series for which the method of estimating directional couplings works correctly. Using real EEG signals from a healthy volunteer, it was shown that the use of a wider bandpass filter provides additional information about the couplings of low-frequency rhythms of EEG leads. A moving window coupling analysis showed that the architecture of interaction between some leads can change significantly within 30 minutes.

Keywords: electroencephalogram, infra-slow EEG rhythms, directional coupling, phase dynamics modeling method, mean phase coherence, van der Pol oscillator, Rössler oscillator.

Acknowledgements. This work was supported by the Russian Science Foundation (Project No. 23-12-00241).

For citation: Navrotskaya EV, Bezruchko BP, Karavaev AS. Study of the applicability of the method of directional coupling analysis based on phase dynamics modeling on test systems reproducing the frequency properties of EEG signals of healthy volunteers. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2026;34(4):546–562. DOI: 10.18500/0869-6632-003222

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

В последние десятилетия методы поиска связей между колебательными системами путем математической обработки их сигналов широко применяются для решения задач биологии и медицины. Например, в кардиологии [1, 2] анализ сигналов электрокардиограммы, фотоплетизмограммы, ритмов дыхания используется для изучения связанности ритмов вегетативной регуляции кровообращения. На основе данного анализа разрабатываются новые средства ранней диагностики патологий сердечно-сосудистой системы человека [3]. В нейрофизиологии анализ сигналов электроэнцефалограммы или локальных электрических потенциалов групп нейронов применяется для оценки взаимодействия между различными областями головного мозга при эпилепсии и болезни Паркинсона. Такой анализ используется для изучения механизмов патологической нейронной активности [4, 5], создания средств прогнозирования эпилептических припадков [6, 7], оценки эффективности лечения паркинсоновского тремора [8]. В последние десятилетия особый интерес уделяется изучению сверхмедленных ритмов ЭЭГ (на частотах меньше 1 Гц) [9–13],

которые были обнаружены еще в середине XX века [14]. Считается, что данные низкочастотные ритмы отражают в том числе процессы автономной регуляции кардиореспираторной системы. Анализ связанности данных ритмов важен как с фундаментальной точки зрения для понимания природы данных ритмов, так и с прикладной для создания новых средств диагностики патологий. Ранее в работе [9] исследовалась синхронизованность сверхмедленных ритмов ЭЭГ с ритмами дыхания и медленными ритмами вегетативной регуляции сердечно-сосудистой системы. В данной работе рассматривается задача изучения детальных характеристик связей между самими сверхмедленными ритмами ЭЭГ. Для решения этой задачи в работе применяется метод, основанный на моделировании фазовой динамики [15, 16]. Данный метод позволяет оценить не только наличие связи, но и ее направленность. Преимуществом такого метода является его эффективность при анализе слабых связей, что делает его перспективным при изучении особенностей взаимодействия регуляторных процессов в разных условиях и состояниях организма, а также при создании методов ранней диагностики возможных патологий [17]. Основным требованием для использования этого метода является наличие хорошо выраженного ритма колебаний в анализируемых сигналах, когда можно корректно ввести фазу. Тестирование данного метода на различных модельных системах показало, что при подобранных параметрах его эффективность сохраняется даже в случаях, когда имеется несколько пиков в спектре мощности сигналов и ширина этих пиков значительна [18]. Важным этапом применения к реальным сигналам подобных методов анализа связей, имеющих ряд параметров, является предварительное тестирование их работоспособности на моделях. В данной работе исследуется возможность применения указанного метода выявления связей для тестовых временных рядов, спектральные свойства которых качественно схожи с составом спектра сигналов ЭЭГ здоровых добровольцев в положении лежа в состоянии покоя. Для этого в данной работе на основе базовых уравнений теории колебаний разработана тестовая математическая модель, которая использовалась для тестирования работоспособности указанного метода выявления связей на основе моделирования фазовой динамики.

Цель настоящего исследования — оценить, корректно ли указанный метод определяет направленные связи для тестовых систем; определить, влияет ли способ фильтрации тестовых временных рядов для выделения низкочастотной компоненты на эффективность метода; подобрать способ фильтрации и длину ряда, при которых метод эффективен.

1. Экспериментальные данные

В качестве экспериментальных сигналов использовались одновременные записи 11 отведений электроэнцефалограммы (ЭЭГ) по схеме 10/20 от 10 здоровых добровольцев (мужчины в возрасте 20–25 лет), которые находились в положении лежа в состоянии покоя. Запись сигналов производилась с помощью электроэнцефалографа-регистратора «Энцефалан-ЭЭГР-19/26» с частотой дискретизации 250 Гц и частотой среза 0.016 Гц. Длина записей составляла 30 минут. На рис. 1, *a–c* приведен пример участка сигнала отведения Т4 и соответствующего Фурье-спектра мощности для одного испытуемого. В спектре наблюдается две выраженные компоненты: альфа-ритм на частоте около 10 Гц и сверхмедленный ритм на частоте около 0.1 Гц. Подобный вид спектра пронаблюдался для 65% сигналов от всех 10 испытуемых. На рис. 2, *a–c* приведены усредненные Фурье-спектры сигналов ЭЭГ 10 добровольцев для отведений Cz, Т4, F3. При усреднении спектров для отведения Т4 пик в районе 0.1 Гц слабо выражен. Для других отведений, для Cz и F3, после усреднения выраженность пика в области 0.1 Гц остается. Это говорит о систематическом появлении пиков в области сверхмедленных частот у здоровых добровольцев в состоянии покоя.

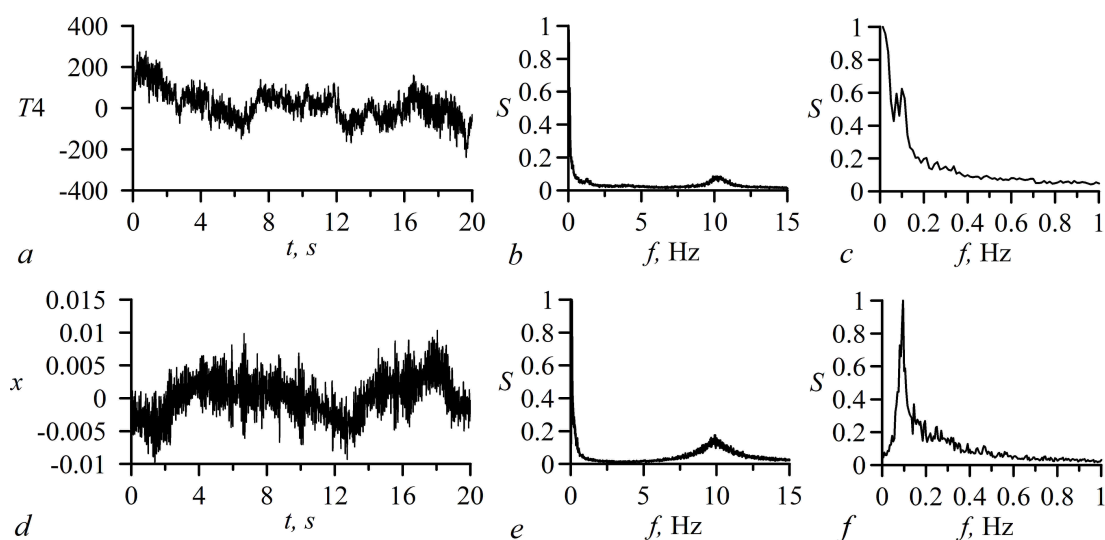


Рис. 1. *a* — Реальный сигнал отведения Т4 ЭЭГ здорового добровольца; *b* — соответствующий Фурье-спектр мощности в диапазоне до 15 Гц; *c* — спектр мощности того же сигнала в диапазоне частот до 1 Гц; *d* — временная реализация модельной системы (3); *e* — соответствующий ей Фурье-спектр мощности в диапазоне до 15 Гц; *f* — Фурье-спектр мощности сигнала модельной системы (3) в диапазоне до 1 Гц

Fig. 1. *a* — Real T4 EEG lead signal of a healthy volunteer; *b* — corresponding Fourier power spectrum up to 15 Hz; *c* — and up to 1 Hz; *d* — time series of the model system (3); *e* — and corresponding Fourier power spectrum up to 15 Hz; *f* — and up to 1 Hz

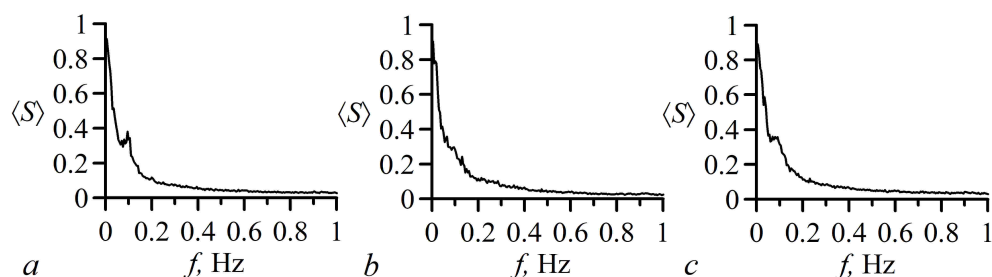


Рис. 2. Усредненные Фурье-спектры по сигналам ЭЭГ 10 добровольцев для отведений: *a* — Cz; *b* — T4; *c* — F3

Fig. 2. Averaged Fourier spectra of EEG signals from 10 volunteers for the leads *a* — Cz; *b* — T4 ; *c* — F3

Рассматриваемая в данной работе задача состоит в изучении связей сверхмедленных ритмов, поэтому для тестирования работоспособности метода анализа направленных связей на основе моделирования фазовой динамики были созданы специальные тестовые математические модели, воспроизводящие обе частотные компоненты. Проводилось исследование эффективности метода при разных способах выделения низкочастотной компоненты из тестовых временных рядов.

2. Модельная система

Предлагаемые тестовые модели воспроизводят сразу две компоненты — основную («высокочастотный» альфа-ритм) и компоненту в области сверхмедленных частот. Обе частотные компоненты моделировались двумя разными осцилляторами, параметры которых подбирались исходя из индивидуальных свойств каждой компоненты. Для получения модельных временных

рядов с частотой около 10 Гц использовался осциллятор Рёсслера — базовая модель с возможностью хаотической динамики:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -\omega_x y(t) - z(t) + \xi_x(t), \\ \dot{y}(t) &= \omega_x x(t) + ay(t), \\ \dot{z}(t) &= b - z(t)(r - x(t)),\end{aligned}\tag{1}$$

где a , b и c — управляющие параметры, $a = 0.1$, $b = 0.1$, параметр r менялся в некотором диапазоне, обеспечивая различные динамические режимы, в итоге было выбрано значение $r = 10$, при котором наблюдается слаборазвитая хаотическая динамика; угловая частота $\omega_x = 62$, что соответствовало колебаниям в переменной $x(t)$ около 10 Гц, $\xi_x(t)$ — белый гауссовский шум с автокорреляционной функцией $\langle \xi_x(t)\xi_x(t-t') \rangle = D_{\xi_x} \delta(t-t')$, параметр $\sqrt{D_{\xi_x}}$ определяет интенсивность шума. Ранее система (1) уже использовалась для моделирования сигнала ЭЭГ [19].

Низкочастотная (0.1 Гц) составляющая ЭЭГ моделировалась с помощью базового нелинейного осциллятора без хаотической динамики — осциллятора ван дер Поля:

$$\ddot{v}(t) = \mu(1 - v^2(t))\dot{v}(t) - \omega_v^2 v(t) + \xi_v(t),\tag{2}$$

где параметр нелинейности $\mu = 0.5$, значение угловой частоты $\omega_v = 0.63$ было выбрано таким образом, чтобы переменная $v(t)$ демонстрировала колебания около 0.1 Гц, $\xi_v(t)$ — белый гауссовский шум с интенсивностью $\sqrt{D_{\xi_v}}$. Данный осциллятор раньше уже использовался для моделирования 0.1 Гц ритмов вегетативной регуляции кровообращения [20].

В качестве модели сигнала отведения ЭЭГ, которая демонстрировала бы колебания с двумя частотными компонентами (10 Гц и 0.1 Гц), была рассмотрена система связанных осцилляторов Рёсслера и ван дер Поля:

$$\begin{aligned}\ddot{v}(t) &= \mu(1 - v^2(t))\dot{v}(t) - \omega_v^2 v(t) + \xi_v(t), \\ \dot{x}(t) &= -\omega_x y(t) - z(t) + g_v(v(t) - x(t)) + \xi_x(t), \\ \dot{y}(t) &= \omega_x x(t) + ay(t), \\ \dot{z}(t) &= b - z(t)(r - x(t)),\end{aligned}\tag{3}$$

где g_v — коэффициент связи между «низкочастотным» и «высокочастотным» осцилляторами. В данной работе рассматривается простая модель, в которой медленные ритмы нервной регуляции кровообращения оказывают влияние на ритмы коры больших полушарий, в результате чего низкочастотные ритмы наблюдаются в сигналах ЭЭГ. Изучение механизмов такого влияния является предметом отдельной работы. Численное интегрирование здесь и далее в работе проводилось методом Эйлера–Маруямы с шагом 0.00001, интервал выборки $\Delta t = 0.004$ (250 точек на интервале равном 1 условной секунде), длина ряда составляла примерно 30 условных минут (около 180 периодов колебаний на частоте около 0.1 Гц). Временная реализация сигнала $x(t)$ в (3) использовалась в качестве анализируемого ряда. Параметры g_v , $\sqrt{D_{\xi_x}}$, $\sqrt{D_{\xi_v}}$ перебирались в широком диапазоне, и были выбраны такие значения, чтобы спектр сигнала $x(t)$ качественно был похож на спектр сигнала реальных отведений ЭЭГ. Были подобраны следующие значения $g_v = 10$, $\sqrt{D_{\xi_x}} = 0.0006$, $\sqrt{D_{\xi_v}} = 0.036$. Результаты численного интегрирования системы (3) при подобранных параметрах показаны на рис. 1, *d-f*. На рис. 1, *d* приведена временная реализация переменной $x(t)$ в системе (3), на рис. 1, *e-f* соответствующий спектр мощности в диапазоне частот до 15 Гц (рис. 1, *e*) и до 1 Гц (рис. 1, *f*).

3. Метод анализа связей

Для оценки наличия и направления связи между двумя колебательными системами использовался метод [15, 16], основанный на построении эмпирической модели фазовой динамики наблюдаемых процессов. Для этого по исходным временным рядам от двух систем $x_1(t_1), \dots, x_1(t_N)$ и $x_2(t_1), \dots, x_2(t_N)$ ($t_i = i\Delta t$, Δt — интервал выборки) строятся временные ряды фаз их колебаний $\varphi_1(t_1), \dots, \varphi_1(t_N)$ и $\varphi_2(t_1), \dots, \varphi_2(t_N)$. Стандартным способом является подход на основе преобразования Гильберта. По полученным временным рядам фаз строится математическая модель, форма которой выбирается из соображений, что фазовая динамика осцилляторов, возмущенных слабыми шумами и слабо связанными, хорошо описывается стохастическими дифференциальными уравнениями первого порядка:

$$\frac{d\varphi_k}{dt} = \omega_k + L_k(\varphi_k(t), \varphi_j(t)) + \eta_k(t), \quad (4)$$

где $k, j = 1, 2$, $k \neq j$, параметр ω_k определяет угловую частоту колебаний, $\eta_k(t)$ — белый шум с нулевым средним и автоковариационной функцией $\langle \eta_k(t)\eta_k(t-t') \rangle = \sigma_{\eta_k}^2 \delta(t-t')$. Функции L_k 2π -периодичны по обоим аргументам и определяют взаимодействие осцилляторов и собственную нелинейность их фазовой динамики. При анализе дискретных временных рядов удобно рассматривать разностную форму уравнений, которую можно получить путем интегрирования уравнений (4) на интервале конечной ширины τ :

$$\Delta\varphi_k(t) = F_k(\varphi_k(t), \varphi_j(t), \mathbf{a}_k) + \varepsilon_k(t), \quad (5)$$

где $\Delta\varphi_k(t) = \varphi_k(t+\tau) - \varphi_k(t)$ — приращение фазы на временном интервале τ , $\varepsilon_k(t) \approx \int_t^{t+\tau} \eta_k(t')dt'$ — гауссов шум с нулевым средним и дисперсией $\sigma_{\varepsilon_k}^2 = \sigma_{\eta_k}^2 \tau$, функции $F_k(\varphi_k(t), \varphi_j(t))$ — тригонометрические многочлены, $\mathbf{a}_k$ — векторы их коэффициентов. Для построения модели (5) задается интервал τ (обычно принимаемый равным характерному периоду колебаний) и порядки многочленов F_k :

$$F_k(\varphi_k(t), \varphi_j(t), \mathbf{a}_k) = w_k + \sum_{(m,n) \in \Omega} (\alpha_{k,m,n} \cos(m\varphi_k - n\varphi_j) + \beta_{k,m,n} \sin(m\varphi_k - n\varphi_j)), \quad (6)$$

где $\mathbf{a}_k = (w_k, \alpha_{k,m,n}, \beta_{k,m,n})$ — вектор коэффициентов, Ω — диапазон суммирования, определяемый порядком многочлена F_k . В данной работе брался порядок, равный 3, используемый ранее в работах [15, 16]. Оценки коэффициентов $\hat{\mathbf{a}}_k$ получаются методом наименьших квадратов путем минимизации квадрата ошибки модели. По оценкам коэффициентов модели $\hat{\mathbf{a}}_k$ вычисляются несмещенные оценки индексов направленной связи осцилляторов [16]:

$$\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}^2 = \sum_{(m,n) \in \Omega} n^2 \hat{\mathbf{a}}_{(k,m,n)}^2 - \sum_{(m,n) \in \Omega} n^2 \hat{\sigma}_{\hat{\mathbf{a}}_{(k,m,n)}}^2, \quad (7)$$

где $\hat{\sigma}_{\hat{\mathbf{a}}_{(k,m,n)}}^2$ — оценка дисперсии коэффициентов модели F_k (см. [16]). Индекс $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ — оценка влияния второго осциллятора на первый, $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ — оценка влияния в обратную сторону — первого осциллятора на второй. В работе [16] были получены формулы для их 95%-х доверительных интервалов вида $[\hat{\gamma}_{j \rightarrow k} - 1.6\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}}, \hat{\gamma}_{j \rightarrow k} + 1.8\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}}]$, где $\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}}$ — оценка дисперсии величины $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ и рассчитывается по тем же временным рядам фаз, что и сами индексы направленной связи. Если оценка $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ вместе со своим доверительным интервалом превышает ноль, то делается вывод о наличии воздействия j -й системы на k -ю с вероятностью ошибки не более 0.05, поскольку доверительный интервал 95%-й.

Данный метод применим при наличии выраженного ритма колебаний в анализируемых сигналах. Если спектр сигнала содержит много пиков на различных частотах, то используется фильтрация, чтобы выделить определенный ритм, и описанный подход применяется к фильтрованному сигналу. Выбор способа и параметров фильтрации может влиять на корректность введения фазы, следовательно, на эффективность описанного метода оценки направленных связей. В данной работе исследовалось влияние способа фильтрации модельных временных рядов при выделении 0.1 Гц составляющей на эффективность оценки направленных связей.

Также, как указывалось ранее, предполагается, что исследуемые системы слабо связаны, так как в случае сильной связи, при которой имеет место режим фазовой синхронизации, фазы двух осцилляторов не могут выступать в роли «независимых» переменных при построении модели, и метод становится не применим: в этом случае оба индекса $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ и $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ могут оцениваться как значимо отличные от нуля даже в случае однонаправленной связи. Поэтому на практике важно контролировать силу связи между анализируемыми системами. Это можно сделать, используя различные меры синхронизации. В работах [15–17] сила связи контролировалась с помощью коэффициента фазовой когерентности:

$$\hat{\rho} = \left| \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \exp(i(\varphi_1(t_k) - \varphi_2(t_k))) \right|, \quad (8)$$

здесь i — мнимая единица. Величина ρ равна единице при строгой синхронности, а для несвязанных осцилляторов без собственной фазовой нелинейности величина ρ близка к нулю. В данной работе проверялась возможность применения оценки коэффициента $\hat{\rho}$ для контроля ошибочных выводов о направлении связи в случае анализа временных рядов от предложенных модельных систем.

4. Методика исследования

Для тестирования работоспособности описанного в предыдущем разделе метода выявления связи между двумя осцилляторами использовались две связанные предложенные модельные системы (3):

$$\begin{aligned} \ddot{v}_k(t) &= \mu_k(1 - v_k^2(t))\dot{v}_k(t) - \omega_{v_k}^2 v_k(t) + G_{j \rightarrow k}(v_j(t) - v_k(t)) + \xi_{v_k}(t), \\ \dot{x}_k(t) &= -\omega_{x_k} y_k(t) - z_k(t) + g_{v_k}(v_k(t) - x_k(t)) + \xi_{x_k}(t), \\ \dot{y}_k(t) &= \omega_{x_k} x_k(t) + a y_k(t), \\ \dot{z}_k(t) &= b - z_k(t)(r - x_k(t)), \end{aligned} \quad (9)$$

где $k, j = 1, 2$, $k \neq j$, $\omega_{v_1} = 0.63$, $\omega_{v_2} = 0.7$ (данные значения частот выбраны так, что переменные $v_{1,2}(t)$ немного расстроены по частоте, но имеют «низкочастотные» колебания в районе 0.1 Гц), $\omega_{x_1} = 62$, $\omega_{x_2} = 64$ (при таких значениях переменные $x_{1,2}(t)$ также имеют небольшую расстройку частот, демонстрируя колебания в районе 10 Гц), $\mu_1 = \mu_2 = 0.5$, $a_1 = a_2 = 0.1$, $b_1 = b_2 = 0.1$, $r_1 = r_2 = 10$, интенсивность шумов $\sqrt{D_{\xi_{v_1}}} = \sqrt{D_{\xi_{v_2}}} = 0.036$, $\sqrt{D_{\xi_{x_1}}} = \sqrt{D_{\xi_{x_2}}} = 0.0006$. Связь $G_{j \rightarrow k}$ вводилась через «низкочастотные» осцилляторы, поскольку задача стояла в исследовании применимости метода к анализу связанности сверхмедленных ритмов ЭЭГ. В качестве анализируемых временных рядов всегда рассматривались переменные $x_1(t), x_2(t)$, имеющие две основные частоты — 0.1 и 10 Гц. Были рассмотрены разные варианты связи между тестовыми системами: однонаправленная ($G_{1 \rightarrow 2} \neq 0, G_{2 \rightarrow 1} = 0$, только первая система влияет на вторую), двунаправленная ($G_{1 \rightarrow 2} = G_{2 \rightarrow 1} = G \neq 0$) и когда связь между низкочастотными ритмами отсутствует ($G_{1 \rightarrow 2} = G_{2 \rightarrow 1} = 0$). При каждом фиксированном значении

коэффициента связи генерировался ансамбль из 100 пар временных реализаций системы (9). Длина ряда составляла 180 характерных периодов колебаний с частотой 0.1 Гц. Из временных рядов с помощью фильтрации выделялась низкочастотная составляющая, по которой с помощью преобразования Гильберта рассчитывались временные ряды фаз. Для каждой пары временных рядов фаз оценивались индексы направленной связи $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ и $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ вместе с их доверительными интервалами. Подсчитывалась частота положительных выводов f о наличии связи, то есть доля временных рядов, для которых оценка индекса $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ не попадает в доверительный интервал. Частота положительных выводов при отсутствии связи (уровень ложных выводов) не должна превосходить 0.05 — это обязательное условие, чтобы метод гарантировал надежность результатов, то есть был применим. Эта же частота f при наличии связи есть доля правильных выводов, которая определяет чувствительность метода: чем она выше, тем метод эффективнее. Строилась зависимость f от коэффициента связи $G_{j \rightarrow k}$, значение которого менялось от 0 до 2, а также от длины анализируемого ряда, значение которого менялось от 10 до 200 характерных периодов. Исследование эффективности метода при малых длинах ряда проводилось с целью оценки возможности анализа направленных связей в скользящих окнах, что также важно для подробного изучения особенностей сверхмедленных ритмов ЭЭГ. Также для оценки степени фазовой синхронизованности строились зависимости усредненного по ансамблю значения коэффициента фазовой когерентности $\hat{\rho}$.

В работе проводился анализ влияния способа выделения низкочастотной составляющей из тестовых временных рядов на эффективность метода оценки направленных связей. В различных работах выделяют разные частотные диапазоны, относимые к сверхмедленным ритмам ЭЭГ [10–14, 21]. Чаще всего используют ритмы, характерные для процессов симпатической регуляции кровообращения (близкие к 0.1 Гц). Стандартным диапазоном в данном случае является 0.05–0.15 Гц [22]. В работах [14, 21] к сверхмедленным ритмам ЭЭГ относят колебания на частотах менее 0.5–1 Гц, что включает более широкий диапазон частот, в том числе и ритмы характерные для систем парасимпатической и гуморальной регуляции. В данной работе проводилось сравнение двух вариантов полосовой фильтрации: фильтр с полосой пропускания 0.05–0.15 Гц и фильтр с более широким диапазоном 0.02–0.5 Гц. Также был рассмотрен вариант выделения низкочастотных составляющих путем подавления во временном ряде более высоких частот. Для этого использовался режекторный фильтр с полосой подавления 8–14 Гц. Эффективность метода при разных вариантах фильтрации оценивалась с точки зрения минимального уровня ошибок при сохранении высокого уровня правильных выводов о наличии связи.

5. Результаты

На рис. 3 приведены результаты оценки индексов направленной связи для случая однонаправленной связи в системе (9): на рис. 3, а, б показаны зависимости f от коэффициента связи $G_{1 \rightarrow 2}$ (при условии, что $G_{2 \rightarrow 1} = 0$), на рис. 3, в приведена зависимость усредненного по ансамблю из 100 пар временных реализаций значения $\hat{\rho}$. Разные линии соответствуют разным способам фильтрации временных рядов.

При отсутствии связи между «низкочастотными» осцилляторами (соответствует случаю, когда $G_{1 \rightarrow 2} = G_{2 \rightarrow 1} = 0$) метод демонстрирует малый уровень ошибок для обоих вариантов полосового фильтра, $f < 0.05$ при $G_{1 \rightarrow 2} = 0$. Для случая использования режекторного фильтра метод демонстрирует высокий уровень ошибочных выводов о наличии связи. В случае ненулевых значений $G_{1 \rightarrow 2}$ на рис. 3, а величина f показывает долю ложноположительных выводов — долю временных рядов, для которых сделан положительный вывод о наличии влияния второй системы на первую, при том, что в данном случае имеется только влияние первой системы на вторую.

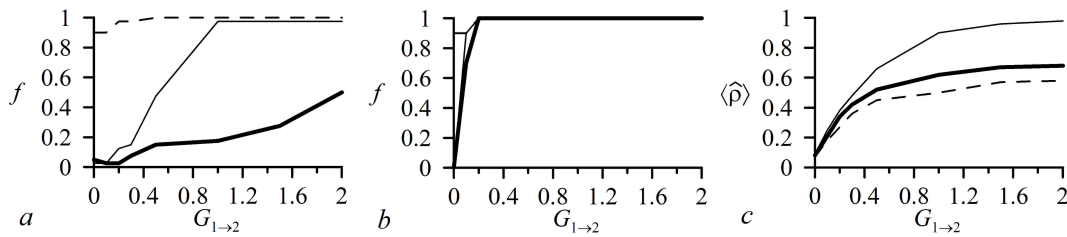


Рис. 3. Результаты оценки доли положительных выводов о наличии связи f в зависимости от коэффициента связи $G_{1 \rightarrow 2}$ для системы (9) для случая однонаправленной связи ($G_{1 \rightarrow 2} \neq 0, G_{2 \rightarrow 1} = 0$): a — доля положительных выводов для индекса $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ (оценка влияния второй системы на первую); b — доля положительных выводов для индекса $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ (оценка влияния первой системы на вторую); c — усредненное по ансамблю значение коэффициента фазовой когерентности $\hat{\rho}$. Разные линии соответствуют разным способам фильтрации исходных временных рядов: жирная — полосовой фильтр с диапазоном частот 0.02–0.5 Гц, тонкая — полосовой фильтр 0.05–0.15 Гц, пунктирная — режекторный фильтр с полосой подавления 8–14 Гц

Fig. 3. Results of estimation of the level of positive conclusions about the presence of coupling depending on the coupling coefficient $G_{1 \rightarrow 2}$ for system (9) for the case of unidirectional coupling ($G_{1 \rightarrow 2} \neq 0, G_{2 \rightarrow 1} = 0$): a — the percentage of positive conclusions for the index $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ (assessment of the influence of the second system on the first); b — the percentage of positive conclusions for the index $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ (assessment of the influence of the first system on the second); c — the ensemble-averaged value of the mean phase coherence coefficient. Different lines correspond to different ways of test time series filtering: the bold one is a 0.02–0.5 Hz bandpass filter, the thin one is a 0.05–0.15 Hz bandpass filter, and the dotted one is a reject filter with a suppression band of 8–14 Hz

При $G_{1 \rightarrow 2} > 0.4$ уровень ошибок становится большим для всех вариантов фильтрации. Наименьший уровень ошибочных выводов о направлении связи удастся достичь, применяя полосовой фильтр 0.02–0.5 Гц (жирная линия на рис. 3, a). При этом при $G_{1 \rightarrow 2} > 0.4$, когда уровень ошибочных выводов о направлении связи становится большим, оценка коэффициента фазовой когерентности $\langle \hat{\rho} \rangle$ превышает значение 0.4. Этот результат справедлив для обоих вариантов полосовой фильтрации. Применение режекторного фильтра имеет большой, близкий к единице, уровень ошибок даже при малых значениях коэффициента связи, когда оценка $\langle \hat{\rho} \rangle < 0.4$. Это в большей степени связано с тем, что при подавлении высокочастотных ритмов фаза колебаний в области низких частот оказывается плохо определенной, часто наблюдаются проскоки фазы, и метод в данном случае, без применения дополнительных фильтров в области низких частот, оказывается практически не применим.

На рис. 3, b величина f при $G_{1 \rightarrow 2} \neq 0$ — это оценка чувствительности метода. Для всех трех вариантов фильтрации чувствительность оказалась высокой. Даже при малых значениях коэффициента связи, когда усредненная по ансамблю оценка коэффициента фазовой когерентности $\langle \hat{\rho} \rangle$ не превышает значения 0.1, доля правильных выводов f имеет значения, близкие к 1.

На рис. 4 приведены результаты для случая двунаправленной связи при $G_{1 \rightarrow 2} = G_{2 \rightarrow 1} = G$. Для всех вариантов фильтрации метод демонстрирует высокую чувствительность.

На рис. 5 приведены графики зависимости f от длины ряда в характерных периодах 0.1 Гц ритмов для случая однонаправленной связи ($G_{1 \rightarrow 2} = 0.2, G_{2 \rightarrow 1} = 0$). Рис. 5, a показывает зависимость уровня ложноположительных выводов. Даже для коротких временных рядов длиной 10 характерных периодов уровень ошибок остается малым (около 0.05) при применении обоих полосовых фильтров. Применение режекторного фильтра, так же как и в случае, приведенном на рис. 3, a , имеет большой уровень ошибок. Приведенная на рис. 5, b величина f рассчитана для оценки влияния первой системы на вторую, то есть здесь f показывает долю правильных выводов о наличии связи. При длинах ряда меньше 70 характерных периодов чувствительность метода остается невысокой. При длинах ряда от 70 до 150 характерных периодов колебаний применение полосового фильтра 0.05–0.15 Гц дает более высокую чувствительность метода по сравнению с полосовым фильтром 0.02–0.5 Гц.

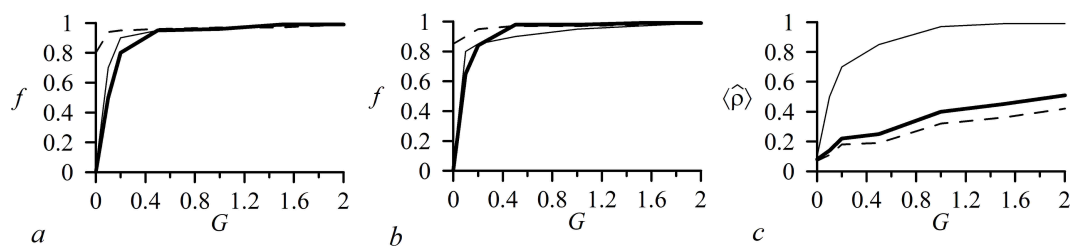


Рис. 4. Результаты оценки доли положительных выводов о наличии связи f в зависимости от коэффициента связи G для системы (9) для случая двунаправленной связи ($G = G_{2 \rightarrow 1} = G_{1 \rightarrow 2}$): a — доля положительных выводов для индекса $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ (оценка влияния второй системы на первую); b — доля положительных выводов для индекса $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ (оценка влияния первой системы на вторую); c — усредненное по ансамблю значение коэффициента фазовой когерентности $\hat{\rho}$. Разные линии соответствуют разным способам фильтрации исходных временных рядов: жирная — полосовой фильтр с диапазоном частот 0.02–0.5 Гц, тонкая — полосовой фильтр 0.05–0.15 Гц, пунктирная — режекторный фильтр с полосой подавления 8–14 Гц

Fig. 4. Results of estimation of the level of positive conclusions about the presence of coupling depending on the coupling coefficient G for system (9) for the case of bidirectional coupling ($G = G_{2 \rightarrow 1} = G_{1 \rightarrow 2}$): a — the percentage of positive conclusions for the index $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ (assessment of the influence of the second system on the first); b — the percentage of positive conclusions for the index $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ (assessment of the influence of the first system on the second); c — the ensemble-averaged value of the mean phase coherence coefficient. Different lines correspond to different ways of test time series filtering: the bold one is a 0.02–0.5 Hz bandpass filter, the thin one is a 0.05–0.15 Hz bandpass filter, and the dotted one is a reject filter with a suppression band of 8–14 Hz

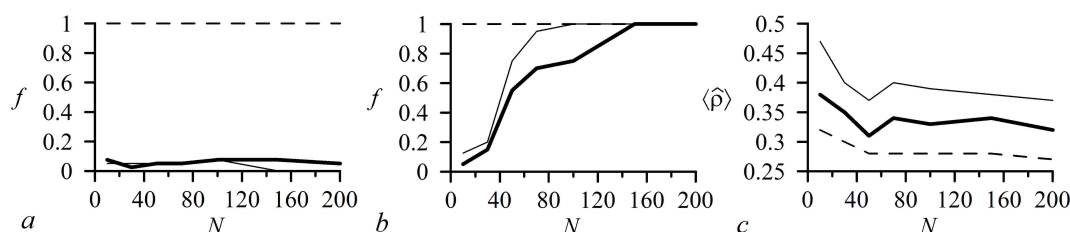


Рис. 5. Результаты оценки доли положительных выводов о наличии связи f от длины ряда N в характерных периодах для системы (9) для случая однонаправленной связи ($G_{1 \rightarrow 2} = 0.2, G_{2 \rightarrow 1} = 0$): a — доля положительных выводов для индекса $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ (оценка влияния второй системы на первую); b — доля положительных выводов для индекса $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ (оценка влияния первой системы на вторую); c — усредненное по ансамблю значение коэффициента фазовой когерентности $\hat{\rho}$. Разные линии соответствуют разным способам фильтрации исходных временных рядов: жирная — полосовой фильтр с диапазоном частот 0.02–0.5 Гц, тонкая — полосовой фильтр 0.05–0.15 Гц, пунктирная — режекторный фильтр с полосой подавления 8–14 Гц

Fig. 5. Results of estimation of the level of positive conclusions about the presence of coupling depending on the times series length (in typical periods) for system (9) for the case of unidirectional coupling ($G_{1 \rightarrow 2} = 0.2, G_{2 \rightarrow 1} = 0$): a — the percentage of positive conclusions for the index $\hat{\gamma}_{2 \rightarrow 1}$ (assessment of the influence of the second system on the first); b — the percentage of positive conclusions for the index $\hat{\gamma}_{1 \rightarrow 2}$ (assessment of the influence of the first system on the second); c — the ensemble-averaged value of the mean phase coherence coefficient. Different lines correspond to different ways of test time series filtering: the bold one is a 0.02–0.5 Hz bandpass filter, the thin one is a 0.05–0.15 Hz bandpass filter, and the dotted one is a reject filter with a suppression band of 8–14 Hz

Таким образом, в работе показано, что для оценки связанности сверхмедленных ритмов ЭЭГ метод, основанный на моделировании фазовой динамики, может быть применим при выполнении следующих рекомендаций: для выделения низкочастотной компоненты можно использовать полосовые фильтры с частотами 0.05–0.15 Гц или 0.02–0.5 Гц, применение только режекторного фильтра 8–14 Гц приводит к некорректной работе метода; оценка коэффициента фазовой когерентности, посчитанная по временным рядам длиной 180 характерных периодов, не должна превышать значение 0.4. Рекомендуемая минимальная длина анализируемого ряда составляет 70 характерных периодов колебаний.

6. Иллюстрация применения метода

Для иллюстрации применения полученных рекомендаций в данном разделе приводятся результаты оценки направленных связей между фазами низкочастотных колебаний ЭЭГ одного здорового добровольца. На рис. 6 приведены результаты попарного расчета индексов $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ для всех 11 отведений ЭЭГ. Длительность записи сигнала составляла 30 минут (около 180 характерных периодов 0.1 Гц колебаний). На рис. 6, *a*, *b* приведены результаты, полученные при применении полосового фильтра с полосой пропускания 0.05–0.15 Гц, на рис. 6, *c*, *d* — при применении полосового фильтра 0.02–0.5 Гц. В ячейках на рис. 6, *a*, *c* показаны оценки индекса $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$, значимо отличные от нуля. Статистически незначимым оценкам $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ в ячейках соответствуют значения 0. На рис. 6 каждая ячейка имеет координаты (j, k) , где j — номер строки, k — номер столбца,

	C3	C4	Cz	F3	F4	O1	O2	P3	P4	T3	T4
C3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
C4	0.26	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Cz	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.10	0.00	0.00
F3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
F4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
O1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
O2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
P3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
P4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
T3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
T4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

a

	C3	C4	Cz	F3	F4	O1	O2	P3	P4	T3	T4
C3	0.00	0.10	0.37	0.43	0.39	0.25	0.25	0.22	0.25	0.21	0.13
C4	0.10	0.00	0.46	0.28	0.57	0.07	0.21	0.25	0.51	0.27	0.33
Cz	0.37	0.46	0.00	0.33	0.62	0.06	0.43	0.08	0.47	0.16	0.25
F3	0.43	0.28	0.33	0.00	0.53	0.13	0.27	0.47	0.43	0.39	0.28
F4	0.39	0.57	0.62	0.53	0.00	0.09	0.30	0.30	0.69	0.29	0.47
O1	0.25	0.07	0.06	0.13	0.09	0.00	0.18	0.17	0.10	0.10	0.12
O2	0.25	0.21	0.43	0.27	0.30	0.18	0.00	0.11	0.29	0.08	0.13
P3	0.22	0.25	0.08	0.47	0.30	0.17	0.11	0.00	0.44	0.33	0.38
P4	0.25	0.51	0.47	0.43	0.69	0.10	0.29	0.44	0.00	0.30	0.53
T3	0.21	0.27	0.16	0.39	0.29	0.10	0.08	0.33	0.30	0.00	0.24
T4	0.13	0.33	0.25	0.28	0.47	0.12	0.13	0.38	0.53	0.24	0.00

b

	C3	C4	Cz	F3	F4	O1	O2	P3	P4	T3	T4
C3	0.00	2.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
C4	0.50	0.00	0.00	0.00	0.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Cz	0.16	0.00	0.00	0.46	0.35	0.00	0.00	0.19	0.30	0.00	0.00
F3	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.27	0.00	0.00
F4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.49	0.63	0.31
O1	0.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00
O2	0.00	0.42	0.00	0.46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
P3	0.00	0.00	0.00	0.55	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.30
P4	0.08	0.00	0.00	0.00	0.39	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
T3	0.05	0.16	0.00	0.00	0.38	0.00	0.00	0.18	0.43	0.00	0.00
T4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

c

	C3	C4	Cz	F3	F4	O1	O2	P3	P4	T3	T4
C3	0.00	0.45	0.18	0.19	0.18	0.16	0.12	0.24	0.15	0.07	0.10
C4	0.45	0.00	0.19	0.25	0.36	0.12	0.24	0.09	0.35	0.19	0.25
Cz	0.18	0.19	0.00	0.22	0.40	0.08	0.25	0.07	0.20	0.05	0.19
F3	0.19	0.25	0.22	0.00	0.57	0.23	0.28	0.40	0.43	0.40	0.34
F4	0.18	0.36	0.40	0.57	0.00	0.12	0.33	0.31	0.63	0.34	0.50
O1	0.16	0.12	0.08	0.23	0.12	0.00	0.20	0.26	0.16	0.14	0.08
O2	0.12	0.24	0.25	0.28	0.33	0.20	0.00	0.14	0.39	0.12	0.20
P3	0.24	0.09	0.07	0.40	0.31	0.26	0.14	0.00	0.37	0.33	0.29
P4	0.15	0.35	0.20	0.43	0.63	0.16	0.39	0.37	0.00	0.31	0.55
T3	0.07	0.19	0.05	0.40	0.34	0.14	0.12	0.33	0.31	0.00	0.26
T4	0.10	0.25	0.19	0.34	0.50	0.08	0.20	0.29	0.55	0.26	0.00

d

Рис. 6. Результаты анализа попарной связанности отведений ЭЭГ здорового добровольца: *a* — статистически значимые оценки индексов $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$, полученные по сигналам ЭЭГ, отфильтрованным в полосе частот 0.05–0.15 Гц, *b* — значения оценки коэффициента фазовой когерентности $\hat{\rho}$, полученные по фазам сигналов, отфильтрованных в полосе 0.05–0.15 Гц, *c* — статистически значимые оценки индекса $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$, полученные по сигналам ЭЭГ, отфильтрованным в полосе частот 0.02–0.5 Гц; *d* — оценка коэффициента фазовой когерентности $\hat{\rho}$, полученная по фазам сигналов, отфильтрованных 0.02–0.5 Гц

Fig. 6. Results of the analysis of the pairwise coupling of the EEG leads of a healthy volunteer: *a* — statistically significant estimates of the $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ indices obtained from EEG signals filtered in the frequency band of 0.05–0.15 Hz; *b* — values of the mean phase coherence, obtained from the phases of EEG signals filtered in the 0.05–0.15 Hz band; *c* — statistically significant estimates of the $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ indices obtained from EEG signals filtered in the frequency band of 0.02–0.5 Hz; *d* — values of the mean phase coherence, obtained from the phases of EEG signals filtered in the 0.02–0.5 Hz band

результаты соответствуют оценке влияния j -го отведения на k -е. Например, ячейка во второй строке первого столбца — оценка влияния отведения С4 на С3, в ячейке первой строки второго столбца, наоборот, оценка влияния С3 на С4.

Как видно из рис. 6, *a*, при использовании полосового фильтра 0.05–0.15 Гц связь обнаружена для 5 пар отведений, для всех из них связь однонаправленная. При анализе сигналов, отфильтрованных в более широкой полосе частот 0.02–0.5 Гц (рис. 6, *c*), связь обнаружена между 23 парами отведений, для трех пар выявлена двунаправленная связь: отведения С3–С4, F4–P4 и Т3–F4, но только для пары отведений Т3–F4 оценка коэффициента фазовой когерентности не превышает пороговое значение 0.4 (рис. 6, *d*), поэтому связь можно интерпретировать как двунаправленную. Для пар отведений С3–С4 и F4–P4 оценка $\hat{\rho} > 0.4$. В этом случае связь может быть как однонаправленная, так и двунаправленная. Анализ направленных связей в более широком диапазоне частот позволил выявить значительно больше связей между отведениями ЭЭГ. При этом, помимо того, что выявились дополнительные связи, некоторые связи, например, между отведениями С4–С3, О2–Сz, наоборот, пропали. Таким образом, анализ в разных полосах частот может дать новую информацию о связанности низкочастотных ритмов ЭЭГ и, как следствие, о соответствующих процессах нервной регуляции.

На рис. 7 приведены результаты расчета $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ в скользящем окне. Длина окна составляла 700 секунд (70 характерных периодов), смещение окна 175 секунд (1/4 длины окна). На графиках показаны значения $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ вместе с доверительными интервалами в зависимости от номера скользящего окна. На рис. 7 *a, b* приведены результаты для пары отведений P4–Cz, отфильтрованных

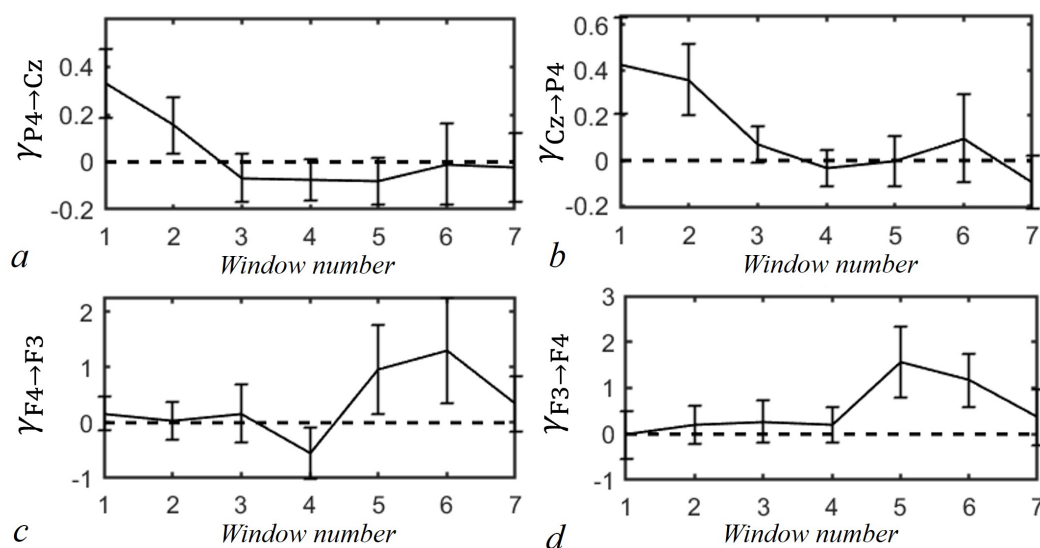


Рис. 7. Зависимость оценки индекса направленной связанности $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ от номера скользящего окна для отведений ЭЭГ здорового добровольца: *a* — оценка влияния отведения P4 на Cz, сигналы отфильтрованы в полосе частот 0.05–0.15 Гц; *b* — результаты оценки влияния отведения Cz на P4, сигналы отфильтрованы в полосе частот 0.05–0.15 Гц; *c* — оценка влияния отведения F4 на F3, сигналы отфильтрованы в полосе частот 0.02–0.5 Гц; *d* — оценка влияния отведения F3 на F4, сигналы отфильтрованы в полосе частот 0.02–0.5 Гц. Вертикальные линии на графиках показывают 95% доверительный интервал оценок $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$

Fig. 7. Dependence of the directional coupling index $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$ on the moving window number for EEG leads of a healthy volunteer: *a* — assessment of the influence of lead P4 on Cz, signals filtered in the frequency band of 0.05–0.15 Hz; *b* — assessment of the influence of lead Cz on P4, signals filtered in the frequency band of 0.05–0.15 Hz; *c* — assessment of the influence of lead F4 on F3, signals filtered in the frequency band of 0.02–0.5 Hz; *d* — assessment of the influence of lead F3 on F4, signals filtered in the frequency band of 0.02–0.5 Hz. The vertical lines on the graphs show the 95% confidence interval of the estimates $\hat{\gamma}_{j \rightarrow k}$

в полосе 0.05–0.15 Гц. При анализе по сигналам длиной 30 минут было обнаружено влияние отведения Cz на P4 (см. рис. 6 а), дополнительный анализ в скользящем окне показал, что связь наблюдалась в первую половину времени регистрации сигналов, во второй половине времени наблюдения связи не обнаружено. На рис. 7 с, d показаны результаты для пары отведений F3–F4, отфильтрованных в диапазоне частот 0.02–0.5 Гц. Анализ в скользящем окне позволил выявить во второй половине времени наблюдения двунаправленное взаимодействие сигналов F3–F4, которое не было обнаружено при анализе сигналов длиной 30 минут. Таким образом, анализ в скользящем окне в данном случае показал, что, во-первых, с течением времени структура связей между низкочастотными ритмами ЭЭГ может меняться и, во-вторых, анализ по более коротким временным рядам может дать дополнительную информацию о связях, которые не удастся обнаружить при анализе по более длинным записям. Причиной этому может являться наличие изменений во времени характеристик связанности механизмов нервной регуляции. Полученные результаты требуют подтверждения на сигналах от большего количества испытуемых, а для подробной интерпретации результатов с точки зрения физиологии необходимо участие в работе профильных специалистов в области физиологии и медицины.

Заключение

В работе проведено исследование применимости метода выявления связей на основе моделирования фазовой динамики для анализа связанности сверхмедленных (на частоте < 0.5 Гц) ритмов ЭЭГ здоровых испытуемых в состоянии покоя. Исследование проведено на специально созданных тестовых математических моделях, спектр временных рядов которых качественно схож со спектром сигналов ЭЭГ. Показано, что способ выделения низкочастотной составляющей может влиять на эффективность метода. При использовании полосового фильтра как с полосой пропускания 0.05–0.15 Гц, так и с полосой 0.02–0.5 Гц метод имеет низкий (около 0.05) уровень ошибок и высокую чувствительность при условии несильной связи между осцилляторами, а именно, когда оценка коэффициента фазовой когерентности, полученная по временным рядам длительностью 180 периодов, не превышает значение 0.4. Выделение низкочастотных составляющих путем подавления высоких (8–14 Гц) частот приводит к тому, что метод становится не применим вовсе: дает близкий к 1 уровень ошибок. Также в работе показано, что на применимость метода может влиять длина анализируемого ряда. Метод демонстрирует низкий уровень ошибок и высокую чувствительность к выявлению связи при длинах ряда больших 70 характерных периодов. Полученные результаты могут быть использованы в качестве рекомендаций при анализе связанности сверхмедленных ритмов реальных сигналов ЭЭГ. В работе приведен пример такого анализа для одного испытуемого. Показано, что применение метода оценки направленных связей с использованием полученных рекомендаций может дать дополнительную важную информацию об особенностях низкочастотных ритмов ЭЭГ. Ранее в работе [23] уже были получены результаты оценки направленных связей по фазовой динамике между сверхмедленными ритмами ЭЭГ для небольшой группы пациентов. В той работе анализ проводился по сигналам, фильтрованным в полосе частот 0.05–0.15 Гц, но как показали результаты, полученные в данной работе, более информативным может оказаться анализ связей по сигналам, фильтрованным в более широком диапазоне частот. Также в данной работе получена оценка минимальной длины ряда, при которой метод дает надежные выводы о наличии связи. Это может быть полезным при решении задач, требующих анализа по коротким временным рядам, а также для изучения изменения структуры связей между низкочастотными колебаниями ЭЭГ в течение времени.

Таким образом, в данной работе впервые проведено тестирование применения метода оценки направленных связей на основе моделирования фазовой динамики для сверхмедленных

ритмов ЭЭГ здоровых добровольцев. Данное исследование является необходимым этапом в изучении характеристик направленных связей. Полученные рекомендации дают возможность более корректно интерпретировать результаты оценки направленных связей между низкочастотными колебаниями ЭЭГ. Дальнейший анализ реальных сигналов ЭЭГ с использованием полученных в данной работе рекомендаций на группе испытуемых даст возможность получить новые детальные знания об архитектуре связей. Это может быть полезным как с фундаментальной точки зрения для изучения нервной регуляции кровообращения, так и с прикладной для создания средств ранней неинвазивной диагностики патологий.

Список литературы

1. Rosenblum M. G., Cimponeriu L., Bezerianos A., Patzak A., Mrowka R. Identification of coupling direction: Application to cardiorespiratory interaction // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 65. P. 041909. DOI: 10.1103/physreve.65.041909.
2. Suprunenko Y. F., Clemson P. T., Stefanovska A. Chronotaxic systems: a new class of self-sustained nonautonomous oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2013. Vol. 111. P. 024101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.024101.
3. Ponomarenko V. I., Prokhorov M. D., Karavaev A. S., Kiselev A. R., Gridnev V. I., Bezruchko B. P. Synchronization of low-frequency oscillations in the cardiovascular system: Application to medical diagnostics and treatment // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2013. Vol. 222. P. 2687–2696. DOI: 10.1140/epjst/e2013-02048-1.
4. Pereda E., Quian Quiroga R., Bhattacharya J. Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals // *Progr. Neurobiol.* 2005. Vol. 77, iss. 1–2. P. 1–37. DOI: 10.1016/j.pneurobio.2005.10.003.
5. Павлов А. Н., Храмов А. Е., Короновский А. А., Ситникова Е. Ю., Макаров В. А., Овчинников А. А. Вейвлет-анализ в нейродинамике // *УФН*. 2012. Т. 182, № 9. С. 905–939. DOI: 10.3367/UFNr.0182.201209a.0905.
6. Grishchenko A. A., Sysoeva M. V., Medvedeva T. M., van Rijn C. M., Bezruchko B. P., Sysoev I. V. Comparison of approaches to directed connectivity detection in application to spike-wave discharge study // *Cybernetics and Physics*. 2020. Vol. 9, no. 2. P. 86–97. DOI: 10.35470/2226-4116-2020-9-2-86-97.
7. Smyk M. K., Sysoev I. V., Sysoeva M. V., van Luijtelaaar G., Drinkenburg W. H. Can absence seizures be predicted by vigilance states? Advanced analysis of sleep–wake states and spike–wave discharges' occurrence in rats // *Epilepsy and Behavior*. 2019. Vol. 96. P. 200–209. DOI: 10.1016/j.yebeh.2019.04.012.
8. Tass P., Smirnov D., Karavaev A., Barnikol U., Barnikol T., Adamchic I., Hauptmann C., Pawelczyk N., Maarouf M., Sturm V., Freund H.-J., Bezruchko B. The causal relationship between subcortical local field potential oscillations and parkinsonian resting tremor // *J. Neural Eng.* 2010. Vol. 7. P. 016009. DOI: 10.1088/1741-2560/7/1/016009.
9. Karavaev A. S., Kiselev A. R., Runnova A. E., Zhuravlev M. O., Borovkova E. I., Prokhorov M. D., Ponomarenko V. I., Pchelintseva S. V., Efremova T. Yu., Koronovskii A. A., Hramov A. E. Synchronization of infra-slow oscillations of brain potentials with respiration // *Chaos*. 2018. Vol. 28. P. 081102. DOI: 10.1063/1.5046758.
10. Lörincz M. L., Geall F., Bao Y., Crunelli V., Hughes S. W. ATP-dependent infra-slow (<0.1 Hz) oscillations in thalamic networks // *PLoS ONE*. 2009. Vol. 4. P. e4447. DOI: 10.1371/journal.pone.0004447.
11. Joshi R. B., Duckrow R. B., Goncharova I. I., Hirsch L. J., Spencer D. D., Godwin D. W., Zaveri H. P. Stability of infraslow correlation structure in time-shifted intracranial EEG signals // *Front. Netw. Physiol.* 2024. Vol. 4. P. 1441294. DOI: 10.3389/fnetp.2024.1441294.
12. Grooms J. K., Thompson G. J., Pan W. J., Billings J., Schumacher E. H., Epstein C. M., Keilholz S. D.

- Infraslow electroencephalographic and dynamic resting state network activity // *Brain Connect.* 2017. Vol. 7, no. 5. P. 265–280. DOI: 10.1089/brain.2017.0492.
13. *Sihn D., Kim J., Kim S. P.* Meditation-type specific reduction in infra-slow activity of electroencephalogram // *Biomed. Eng. Lett.* 2024. Vol. 14, no. 4. P. 823–831. DOI: 10.1007/s13534-024-00377-0.
 14. *Aladjalova N. A.* Infra-slow rhythmic oscillations of the steady potential of the cerebral cortex // *Nature.* 1957. Vol. 179. P. 957–959. DOI: 10.1038/179957a0.
 15. *Rosenblum M. G., Pikovsky A. S.* Detecting direction of coupling in inter-acting oscillators // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64. P. 045202(R). DOI: 10.1103/PhysRevE.64.045202.
 16. *Smirnov D. A., Bezruchko B. P.* Estimation of interaction strength and direction from short and noisy time series // *Phys. Rev. E.* 2003. Vol. 68. P. 046209. DOI: 10.1103/PhysRevE.68.046209.
 17. *Smirnov D. A., Andrzejak R. G.* Detection of weak directional coupling: phase dynamics approach versus state space approach // *Phys. Rev. E.* 2005. Vol. 71. P. 036207. DOI: 10.1103/PhysRevE.71.036207.
 18. *Сидак Е. В., Смирнов Д. А., Безручко Б. П.* Оценки времени запаздывания связи между осцилляторами по временным реализациям фаз колебаний при различных свойствах фазовой динамики // *РЭ.* 2017. Т. 62, № 3. С. 248–258. DOI: 10.7868/S0033849417030196
 19. *Сысоева М. В., Кузнецова Г. Д., Сысоев И. В.* Моделирование сигналов электроэнцефалограмм крыс при абсансной эпилепсии в приложении к анализу связанности между отделами мозга // *Биофизика.* 2016. Т. 61, № 4. С. 782–792.
 20. *Безручко Б. П., Гриднев В. И., Караваев А. С., Киселев А. Р., Пономаренко В. И., Прохоров М. Д., Рубан Е. И.* Методика исследования синхронизации колебательных процессов с частотой 0.1 Гц в сердечно-сосудистой системе человека // *Известия вузов. ПНД.* 2009. Т. 17, № 6. С. 44–56. DOI: 10.18500/0869-6632-2009-17-6-44-56.
 21. *Knyazev G. G.* EEG delta oscillations as a correlate of basic homeostatic and motivational processes // *Neurosci. Biobehav. Rev.* 2012. Vol. 36. P. 677–695. DOI: 10.1016/j.neubiorev.2011.10.002.
 22. *Баевский Р. М., Иванов Г. Г.* Вариабельность сердечного ритма: теория и практика. М.: Медицина, 2001. 320 с.
 23. *Навроцкая Е. В., Безручко Б. П., Зеулина Е. Е.* Оценка связанности фаз сверхмедленных ритмов сигналов ЭЭГ и кардиосигналов у пациентов с острым нарушением мозгового кровообращения // В сб.: Тезисы Международной конференции молодых ученых «Фундаментальная и прикладная медицина Biomeeting – 2023». Саратов: СГУ, 2023. С. 60–63.

References

1. *Rosenblum MG, Cimponeriu L, Bezerianos A, Patzak A, Mrowka R.* Identification of coupling direction: Application to cardiorespiratory interaction. *Phys. Rev. E.* 2002;65:041909. DOI: 10.1103/physreve.65.041909.
2. *Suprunenko YF, Clemson PT, Stefanovska A.* Chronotaxic systems: a new class of self-sustained nonautonomous oscillators. *Phys. Rev. Lett.* 2013;111:024101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.111.024101.
3. *Ponomarenko VI, Prokhorov MD, Karavaev AS, Kiselev AR, Gridnev VI, Bezruchko BP.* Synchronization of low-frequency oscillations in the cardiovascular system: Application to medical diagnostics and treatment. *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2013;222(10):2687–2696. DOI: 10.1140/epjst/e2013-02048-1.
4. *Pereda E, Quiñan Quiroga R, Bhattacharya J.* Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals. *Progr. Neurobiol.* 2005;77(1–2):1–37. DOI: 10.1016/j.pneurobio.2005.10.003.
5. *Pavlov AN, Hramov AE, Koronovskii A, Sitnikova EYu, Makarov VA.* Wavelet analysis in neurodynamics. *Phys. Usp.* 2012;55:845–875. DOI: 10.3367/UFNe.0182.201209a.0905.

6. Grishchenko AA, Sysoeva MV, Medvedeva TM, van Rijn CM, Bezruchko BP, Sysoev IV. Comparison of approaches to directed connectivity detection in application to spike-wave discharge study. *Cybernetics and Physics*. 2020;9(2):86–97. DOI: 10.35470/2226-4116-2020-9-2-86-97.
7. Smyk MK, Sysoev IV, Sysoeva MV, van Luijcklaar G, Drinkenburg WH. Can absence seizures be predicted by vigilance states? Advanced analysis of sleep–wake states and spike–wave discharges' occurrence in rat. *Epilepsy and Behavior*. 2019;96:200–209. DOI: 10.1016/j.yebeh.2019.04.012.
8. Tass P, Smirnov D, Karavaev A, Barnikol U, Barnikol T, Adamchic I, Hauptmann C, Pawelczyk N, Maarouf M, Sturm V, Freund H-J, Bezruchko B. The causal relationship between subcortical local field potential oscillations and parkinsonian resting tremor. *J. Neural Eng.* 2010;7:016009. DOI: 10.1088/1741-2560/7/1/016009.
9. Karavaev AS, Kiselev AR, Runnova AE, Zhuravlev MO, Borovkova EI, Prokhorov MD, Ponomarenko VI, Pchelintseva SV, Efremova TYu, Koronovskii AA, Hramov AE. Synchronization of infra-slow oscillations of brain potentials with respiration. *Chaos*. 2018;28:081102. DOI: 10.1063/1.5046758.
10. Lörincz ML, Geall F, Bao Y, Crunelli V, Hughes SW. ATP-dependent infra-slow (<0.1 Hz) oscillations in thalamic networks. *PLoS ONE*. 2009;4:e4447. DOI: 10.1371/journal.pone.0004447.
11. Joshi RB, Duckrow RB, Goncharova II, Hirsch LJ, Spencer DD, Godwin DW, Zaveri HP. Stability of infraslow correlation structure in time-shifted intracranial EEG signals. *Front. Netw. Physiol.* 2024;4:1441294. DOI: 10.3389/fnetp.2024.1441294.
12. Grooms JK, Thompson GJ, Pan WJ, Billings J, Schumacher EH, Epstein CM, Keilholz SD. Infraslow electroencephalographic and dynamic resting state network activity. *Brain Connect.* 2017;7(5):265–280. DOI: 10.1089/brain.2017.0492.
13. Sihn D, Kim J, Kim SP. Meditation-type specific reduction in infra-slow activity of electroencephalogram. *Biomed. Eng. Lett.* 2024;14(4):823–831. DOI: 10.1007/s13534-024-00377-0.
14. Aladjalova NA. Infra-slow rhythmic oscillations of the steady potential of the cerebral cortex. *Nature*. 1957;179:957–959. DOI: 10.1038/179957a0.
15. Rosenblum MG, Pikovsky AS. Detecting direction of coupling in inter-acting oscillators. *Phys. Rev. E*. 2001;64:045202(R). DOI: 10.1103/PhysRevE.64.045202.
16. Smirnov DA, Bezruchko BP. Estimation of interaction strength and direction from short and noisy time series. *Phys. Rev. E*. 2003;68:046209. DOI: 10.1103/PhysRevE.68.046209.
17. Smirnov DA, Andrzejak RG. Detection of weak directional coupling: phase dynamics approach versus state space approach. *Phys. Rev. E*. 2005;71:036207. DOI: 10.1103/PhysRevE.71.036207.
18. Sidak EV, Smirnov DA, Bezruchko BP. Estimation of the time delay of coupling between oscillators from time realizations of oscillation phases for different properties of phase dynamics. *J. Commun. Technol. Electron.* 2017;62(3):241–250. DOI: 10.1134/S1064226917030196.
19. Sysoeva MV, Kuznetsova GD, Sysoev IV. The modeling of rat EEG signals in absence epilepsy in the analysis of brain connectivity. *Biophysics*. 2016;61(4):661–669. DOI: 10.1134/S0006350916040230.
20. Bezruchko BP, Gridnev VI, Karavaev AS, Kiselev AR, Ponomarenko VI, Prokhorov MD, Ruban EI. Technique of investigation of synchronization between oscillatory processes with the frequency of 0.1 Hz in the human cardiovascular system. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2009;17(6):44–56 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2009-17-6-44-56.
21. Knyazev GG. EEG delta oscillations as a correlate of basic homeostatic and motivational processes. *Neurosci. Biobehav. Rev.* 2012;36:677–695. DOI: 10.1016/j.neubiorev.2011.10.002.
22. Baevisky RM, Ivanov GG. Heart Rate Variability: Theory and Practice. M.: Meditsina; 2009. 320 p. (in Russian).
23. Navrotskaya EV, Bezruchko BP, Zeulina EE. Assessment of coupling of phases of infraslow eeg rhythms and cardiac signals in patients with acute cerebrovascular accident. In: *Proceedings of the All-Russian Conference of young scientists "Fundamental and Applied Medicine – 2023"*. Saratov: Saratov State University Publishing; 2023. P. 60–63 (in Russian).



Навроцкая Елена Владимировна — родилась в Алма-Ате (1987), республика Казахстан. Окончила Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского (2011) по направлению «Биомедицинская инженерия». Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «Радиофизика» (2016, СГУ). Работает в Саратовском университете с 2008 года, в настоящее время — в должности доцента кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии. Автор более 20 статей в рецензируемых журналах.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
E-mail: sidakev@gmail.com
ORCID: 0000-0002-1649-440X
AuthorID (eLibrary.Ru): 542544



Безручко Борис Петрович — родился в 1946 году. Окончил физический факультет Саратовского государственного университета (СГУ, 1969). Доктор физико-математических наук (СГУ, 1994). Профессор кафедры динамического моделирования и биомедицинской инженерии факультета нано- и биомедицинских технологий СГУ, ведущий научный сотрудник лаборатории моделирования в нелинейной динамике в Саратовском филиале Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН. Действительный член Международной Академии наук высшей школы (МАНВШ). Область научных интересов: радиофизика и электроника, нелинейная динамика, моделирование по временным рядам с приложением к задачам физиологии и медицинской диагностики, физический эксперимент. Опубликовал более 100 статей в научных журналах и 2 монографии (в соавторстве).

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Чернышевского Н. Г.
Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
E-mail: bezruchkobp@gmail.com
ORCID: 0000-0002-6691-8653
AuthorID (eLibrary.Ru): 484



Караваяев Анатолий Сергеевич — родился в Саратове (1981). Окончил факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета (2004). Доктор физико-математических наук (2019, СГТУ), доцент (2018). Заведующий кафедрой динамического моделирования и биомедицинской инженерии Саратовского государственного университета, старший научный сотрудник лаборатории нелинейной динамики Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН. Член редколлегий научных журналов (WoS, Scopus, BAK), имеет дипломы, грамоты победителя Всероссийских научных конкурсов, благодарственные и почетные грамоты за успехи в научной и педагогической деятельности. Научные интересы: радиофизические устройства регистрации и анализа сигналов биологических объектов, разработка программного обеспечения для персональных компьютеров и цифровых сигнальных процессоров. Имеет около 300 научных публикаций, включая учебные пособия, свидетельства о регистрации ПО.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
Россия, 410019 Саратов, ул. Зеленая, 38
Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН
E-mail: karavaevas@gmail.com
ORCID: 0000-0003-4678-3648
AuthorID (eLibrary.Ru): 128455